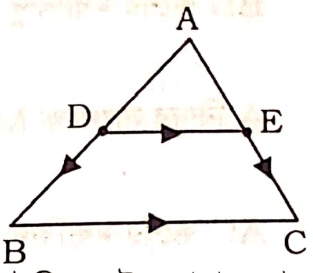
উদাহরণ-1. ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর মধ্যবিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশ ঐ ত্রিভুজের তৃতীয় বাহুর অর্ধেক ও সমান্তরাল। **[সি.'১১,'১৪; ঢা.'০৯; য.'১২,'১৪; দি.'১২;কু.'১৪,'১৫; মা.'১৪,'১৫]**

প্রমাণঃ মনে করি, ABC ত্রিভুজের AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E । D ও E যোগ করি।



ABC ত্রিভুজে ভেক্টর বিয়োগের ত্রিভুজ সূত্র হতে পাই,

$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AD}$ ..... (1) এবং $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AE} - 2\overrightarrow{AD}$

[$\because$ D ও E যথাক্রমে AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু]

$\Rightarrow \overrightarrow{BC} = 2(\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AD}) = 2\overrightarrow{DE}$ [(1) হতে]

আমরা জানি , দুইটি ভেক্টর পরস্পর সমান হলে তাদের দৈর্ঘ্য সমান, ধারকরেখা দুইটি একই অথবা সমান্তরাল এবং দিক অভিন্ন। কিন্তু BC ও DE অভিন্ন হতে পারেনা ।

$\therefore |\overrightarrow{BC}| = 2|\overrightarrow{DE}|$, i.e., $BC = 2DE \Rightarrow DE = \frac{1}{2}BC$ এবং $BC \parallel DE$.

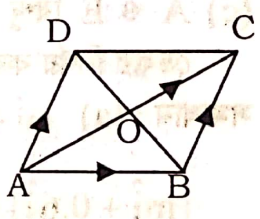
অতএব, ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর মধ্যবিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশ ঐ ত্রিভুজের তৃতীয় বাহুর অর্ধেক ও সমান্তরাল।

উদাহরণ 2. ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে।

[রা. '০৯,'১২; য. '০৭,'১৪,'১৫; কু. '০৭; সি.'০৩,'১৪; ঢা. '১১; চ. '০৮,'১৪; ব. '০৯,'১৩; দি.'১৩; মা.'১১,'১৪]

প্রমাণঃ মনে করি, ABCD সামান্তরিকের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে। $\overrightarrow{AB} = \underline{a}$ এবং $\overrightarrow{AD} = \underline{b}$ হলে, $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

$= \underline{a} + \underline{b}$ এবং $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} = -\underline{a} + \underline{b} = \underline{b} - \underline{a}$



ধরি, $\overrightarrow{AO} = m\overrightarrow{AC} = m(\underline{a} + \underline{b})$ এবং $\overrightarrow{BO} = n\overrightarrow{BD} = n(\underline{b} - \underline{a})$

এখন, $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} \Rightarrow m(\underline{a} + \underline{b}) = \underline{a} + n(\underline{b} - \underline{a})$

$\Rightarrow m\underline{a} + m\underline{b} = \underline{a} + n\underline{b} - n\underline{a} \Rightarrow (m + n - 1)\underline{a} + (m - n)\underline{b} = \underline{0}$

$\therefore m + n - 1 = 0$ এবং $n - m = 0$, [$\because \underline{a} = \overrightarrow{AB}$ ও $\underline{b} = \overrightarrow{AD}$ ভেক্টর দুইটি অশূন্য অসমান্তরাল ।]

$\Rightarrow m = n$ এবং $m + m = 1 \Rightarrow m = \frac{1}{2} = n$

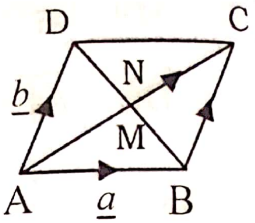
$\therefore \overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ এবং $\overrightarrow{BO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$

$\Rightarrow |\overrightarrow{AO}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{AC}|$ এবং $|\overrightarrow{BO}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{BD}|$

$\therefore$ AC ও BD কর্ণ দুইটি পরস্পরকে O বিন্দুতে সমদ্বিখন্ডিত করে।

অতএব, সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে।

বিকল্প পদ্ধতিঃ ধরি, ABCD সামান্তরিকে, A এর সাপেক্ষে B ও D এর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\underline{a}$ ও $\underline{b}$ অর্থাৎ $\overrightarrow{AB} = \underline{a}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{b}$ । সামান্তরিকের বিপরীত বাহুদ্বয় সমান ও সমান্তরাল বিধায় $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} = \underline{b}$



BD কর্ণের মধ্যবিন্দু M হলে আমরা পাই, $2\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\underline{a}+\underline{b})$

$\therefore$ A বিন্দুর সাপেক্ষে M এর অবস্থান ভেক্টর $\frac{1}{2}(\underline{a}+\underline{b})$

AC কর্ণের মধ্যবিন্দু N হলে আমরা পাই, $2\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} \Rightarrow \overrightarrow{BN} = \frac{1}{2}(-\underline{a}+\underline{b})$

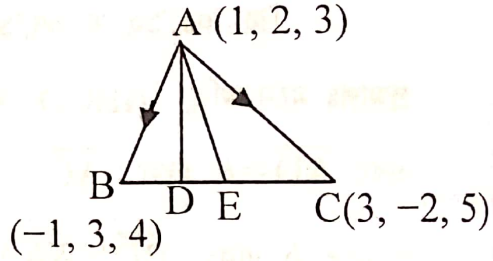
এখন, $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} = \underline{a} + \frac{1}{2}(-\underline{a}+\underline{b}) = \frac{1}{2}(\underline{a}+\underline{b})$

$\therefore$ A এর সাপেক্ষে M এর অবস্থান ভেক্টর $\frac{1}{2}(\underline{a}+\underline{b})$ ।

একই বিন্দু A এর সাপেক্ষে M ও N এর অবস্থান ভেক্টর একই বিধায় বিন্দুদ্বয় সমস্থানিক।

অতএব, সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে।

উদাহরণ-3: ABC ত্রিভুজে, $AD \perp BC$ এবং AE , BC বাহুতে মধ্যমা।



(a) $m\hat{i} + 0.6\hat{j}$ একটি একক ভেক্টর হলে m এর মান নির্ণয় কর।

(b) BD নির্ণয় কর।

(c) A ও E বিন্দু দুইটি যে তলে অবস্থিত তার উপর লম্ব একক ভেক্টর নির্ণয় কর।

সমাধান : (a) $m\hat{i} + 0.6\hat{j}$ একটি একক ভেক্টর বলে,

$$|m\hat{i} + 0.6\hat{j}| = 1 \Rightarrow |m\hat{i} + \frac{6}{10}\hat{j}| = 1 \Rightarrow \sqrt{m^2 + (\frac{3}{5})^2} = 1 \Rightarrow m^2 + \frac{9}{25} = 1$$

$$\Rightarrow m^2 = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \therefore m = \frac{4}{5} = 0{\cdot}8 \text{ (Ans.)}$$

(b) $AD \perp BC$ বলে, BC বরাবর $\overrightarrow{BA}$ ভেক্টরের অভিক্ষেপ BD ।

$$\therefore BD = \frac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BC}|}$$

এখানে, $\overrightarrow{BA} = (1+1)\hat{i} + (2-3)\hat{j} + (3-4)\hat{k} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$

$\overrightarrow{BC} = (3+1)\hat{i} + (-2-3)\hat{j} + (5-4)\hat{k} = 4\hat{i} - 5\hat{j} + \hat{k}$

$$\therefore |\overrightarrow{BC}| = |4\hat{i} - 5\hat{j} + \hat{k}| = \sqrt{16+25+1} = \sqrt{42}$$

$$\therefore BD = \frac{(2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) \cdot (4\hat{i} - 5\hat{j} + \hat{k})}{\sqrt{42}} = \frac{8+5-1}{\sqrt{42}} = \frac{12}{\sqrt{42}} \text{ (Ans.)}$$

(c) BC এর মধ্যবিন্দু E এর স্থানাঙ্ক $(\frac{-1+3}{2}, \frac{3-2}{2}, \frac{4+5}{2}) = (1, \frac{1}{2}, \frac{9}{2})$

ধরি, A বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $\underline{a} = \hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ এবং E বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $\underline{b} = \hat{i}+\frac{1}{2}\hat{j}+\frac{9}{2}\hat{k}$.

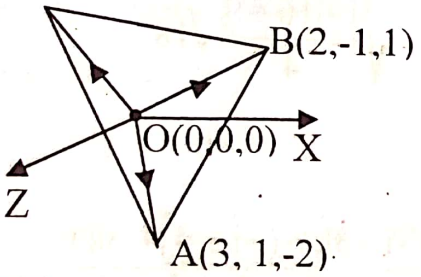
এ ভেক্টর দুইটি দ্বারা গঠিত সমতলের উপর একটি লম্ব ভেক্টর, $\underline{a}\times\underline{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1/2 & 9/2 \end{vmatrix}$

$= (9-\frac{3}{2})\hat{i} - (\frac{9}{2}-3)\hat{j} + (\frac{1}{2}-2)\hat{k} = \frac{15}{2}\hat{i} - \frac{3}{2}\hat{j} - \frac{3}{2}\hat{k}$

$\therefore |\underline{a}\times\underline{b}| = \sqrt{\left(\frac{15}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{225+9+9}{4}} = \frac{\sqrt{243}}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় একক ভেক্টর $= \pm\frac{\underline{a}\times\underline{b}}{|\underline{a}\times\underline{b}|} = \pm\frac{\frac{1}{2}(15\hat{i}-3\hat{j}-3\hat{k})}{\frac{\sqrt{243}}{2}} = \pm\frac{1}{\sqrt{243}}(15\hat{i}-3\hat{j}-3\hat{k})$ (Ans.)

উদাহরণ-4:



(a) z-অক্ষের উপর $\overrightarrow{AC}$ ভেক্টরের অভিক্ষেপ নির্ণয় কর।

(b) $\overrightarrow{OB}$ ও $\overrightarrow{OC}$ দ্বারা গঠিত সমতলের উপর লম্ব একক ভেক্টর নির্ণয় কর।

(c) ABC ত্রিভুজটির AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E হলে A, B, C এর স্থানাঙ্ক ব্যবহার করে প্রমাণ কর যে, $\angle BED = \angle EBC$

সমাধান : (a) $\overrightarrow{AC} = (1-3)\hat{i}+(3-1)\hat{j}+(-2+2)\hat{k} = -2\hat{i}+2\hat{j}+0\hat{k}$

$\therefore$ z-অক্ষের উপর $\overrightarrow{AC}$ ভেক্টরের অভিক্ষেপ $= 0$

(b) $\overrightarrow{OB} = 2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$, $\overrightarrow{OC} = \hat{i}+3\hat{j}-2\hat{k}$

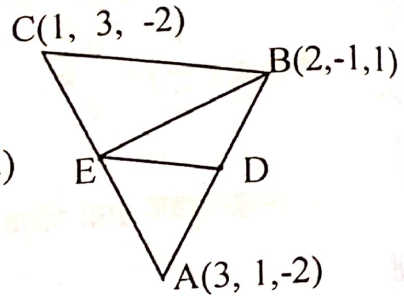
$\overrightarrow{OB}$ ও $\overrightarrow{OC}$ দ্বারা গঠিত সমতলের উপর লম্ব একটি ভেক্টর , $\overrightarrow{OB}\times\overrightarrow{OC} = (2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k})\times(\hat{i}+3\hat{j}-2\hat{k})$

$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & -2 \end{vmatrix} = (2-3)\hat{i}-(-4-1)\hat{j}+(6+1)\hat{k} = -\hat{i}+5\hat{j}+7\hat{k}$

$\therefore |\overrightarrow{OB}\times\overrightarrow{OC}| = \sqrt{1^2+5^2+7^2} = \sqrt{1+25+7} = \sqrt{33}$

$\therefore$ নির্ণেয় একক ভেক্টর $= \pm \dfrac{\overrightarrow{OB} \times \overrightarrow{OC}}{|\overrightarrow{OB} \times \overrightarrow{OC}|} = \pm \dfrac{-\hat{i}+5\hat{j}+7\hat{k}}{\sqrt{33}}$ (Ans.)

(c) AB এর মধ্যবিন্দু D এর স্থানাঙ্ক $= (\dfrac{2+3}{2}, \dfrac{-1+1}{2}, \dfrac{1-2}{2}) = (\dfrac{5}{2}, 0, -\dfrac{1}{2})$



AC এর মধ্যবিন্দু E এর স্থানাঙ্ক $= (\dfrac{1+3}{2}, \dfrac{3+1}{2}, \dfrac{-2-2}{2}) = (2,2,-2)$

$\therefore \overrightarrow{DE} = (2-\frac{5}{2})\hat{i} + (2-0)\hat{j} + (-2+\frac{1}{2})\hat{k} = -\frac{1}{2}\hat{i} + 2\hat{j} - \frac{3}{2}\hat{k}$

$\overrightarrow{BE} = (2-2)\hat{i} + (2+1)\hat{j} + (-2-1)\hat{k} = 0\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং

$\overrightarrow{BC} = (1-2)\hat{i} + (3+1)\hat{j} + (-2-1)\hat{k} = -\hat{i} + 4\hat{j} - 3\hat{k}$

$$\angle BED = \cos^{-1} \frac{\overrightarrow{ED} \cdot \overrightarrow{EB}}{|\overrightarrow{ED}||\overrightarrow{EB}|} = \cos^{-1} \frac{(\frac{1}{2}\hat{i} - 2\hat{j} + \frac{3}{2}\hat{k}) \cdot (-0\hat{i} - 3\hat{j} + 3\hat{k})}{|\frac{1}{2}\hat{i} - 2\hat{j} + \frac{3}{2}\hat{k}||-0\hat{i} - 3\hat{j} + 3\hat{k}|}$$

$$= \cos^{-1} \frac{0+6+\frac{9}{2}}{\sqrt{\frac{1}{4}+4+\frac{9}{4}}\sqrt{0+9+9}} = \cos^{-1} \frac{\frac{21}{2}}{\sqrt{\frac{1+16+9}{4}}\sqrt{18}} = \cos^{-1} \frac{21}{\sqrt{26}\sqrt{18}}$$

$$= \cos^{-1} \frac{21}{6\sqrt{13}} = \cos^{-1} \frac{7}{2\sqrt{13}}$$

$$\angle EBC = \cos^{-1} \frac{\overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BE}||\overrightarrow{BC}|} = \cos^{-1} \frac{(0\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k}) \cdot (-\hat{i} + 4\hat{j} - 3\hat{k})}{|0\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k}||-\hat{i} + 4\hat{j} - 3\hat{k}|}$$

$$= \cos^{-1} \frac{0+12+9}{\sqrt{0+9+9}\sqrt{1+16+9}} = \cos^{-1} \frac{21}{\sqrt{18}\sqrt{26}} = \cos^{-1} \frac{21}{6\sqrt{13}} = \cos^{-1} \frac{7}{2\sqrt{13}}$$

$\therefore \angle BED = \cos^{-1} \dfrac{7}{2\sqrt{13}} = \angle EBC$

প্রশ্নমালা II C

1. ভেক্টর পদ্ধতিতে দেখাও যে, ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটি সমবিন্দু।

[ঢা. '১১,'১৪; রা. '১২; ব. '১০,'১৪; চ.'০৭; য.'১০; কু. '১০,'১২,'১৪; মা.বো.'০৯,'১২; দি.'১৪]

2. ABC ত্রিভুজে, D বিন্দু BC এর মধ্যবিন্দু হলে দেখাও যে,

(a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AD}$ [ব.'১১; সি.'১৩]

(b) $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$. [য.'১৩;কু.'১০; ঢা. '১২; সি.'১০; চ.,দি.'১০; রা.'১৪; ব.'১৩]

3. ভেক্টর পদ্ধতিতে দেখাও যে, রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখন্ডিত করে।

[সি.'০৭; ব.'০৭; ঢা.'১০; দি.'১১; য.'১১; রা.,কু.,সি.'১৩]

4. ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, কোন চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করলে তা একটি সামান্তরিক উৎপন্ন হয়।

5. ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, ট্রাপিজিয়ামের অসমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দুর সংযোগ সরলরেখা সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমান্তরাল ও তাদের যোগফলের অর্ধেক।

6. ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের বর্গ অন্য দুই বাহুর বর্গের যোগফলের সমান।

7. ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের মধ্যবিন্দু ত্রিভুজটির শীর্ষবিন্দুগুলো হতে সমদূরবর্তী।

8. ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের শীর্ষ হতে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্বত্রয় সমবিন্দু।

9. ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের বাহুগুলির লম্ব সমদ্বিখন্ডকত্রয় সমবিন্দু। [দি.'১৫]

10. ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ। [ঢা.,চ.'১৩; সি.'০৯,'১২; রা.'১০;ব.'১১; কু.'১১]

11. ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, যেকোনো ত্রিভুজ ABC তে

(a) $\cos C = \dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$ [ঢা.'১০,'১৪; রা. '১০; য.'১০; সি.'০৮,'১৫; ব.'১০; কু.'১, চ.'১৩,'১৫]

(b) $c = a\cos B + b\cos A$ [কু.'০৮,'১১; চ.'১১] (c) $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C}$ [সি.'০৫; চ.'০৭]

সম্ভাব্য ধাপ (Step) সহ কিছু সমস্যা:

12. $\overline{A} = 3\hat{i} + 2\hat{j}, \overline{B} = -\hat{i} + 5\hat{j}, \vec{C} = 8\hat{i} - 3\hat{j}$ হলে $\overline{A} - 3\overline{B}$ এবং $3\overline{A} - 7\overline{C}$ নির্ণয় কর। (২), (২)
[চ.'০১] উ: $6\hat{i} - 13\hat{j}, -47\hat{i} + 27\hat{j}$

13.(a) $\overline{A} = \hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$ এবং $\overline{B} = 4\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$ হলে $(2\overline{A} - \overline{B}).(6\overline{A} + 3\overline{B})$ এর মান নির্ণয় কর। (৩)
[য.'০৩]

(b) $\underline{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\underline{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\underline{c} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ হলে $(\underline{a}\cdot\underline{b}) + (\underline{b}\cdot\underline{c}) + (\underline{c}\cdot\underline{a})$ এর মান নির্ণয় কর। (১) [রা.'০৩; য.'০৯] উ: (a) 60 (b) 1

14.(a) $\overline{A} = \hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\overline{B} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ এর অন্তর্গত কোণ নির্ণয় কর। [কু.'০৫,'১৩; রা'১৫] (৪)

(b) $2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ এবং $\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ ভেক্টর দুইটির অন্তর্গত কোণ নির্ণয় কর। [কু.'০৬; মা.'১৫] (৪)

(a) $\cos^{-1}\left(\dfrac{3}{2\sqrt{21}}\right)$ (b) $\cos^{-1}\sqrt{\dfrac{6}{7}}$

15.(a) $\overline{P} = 5\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ ভেক্টরের উপর $\overline{Q} = 2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ ভেক্টরের অভিক্ষেপ নির্ণয় কর। উঃ $\dfrac{3}{\sqrt{38}}$ [ঢা.'০৭] (২)

(b) $\underline{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ ভেক্টরের উপর $\underline{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ ভেক্টরের অভিক্ষেপ নির্ণয় কর। উ: $\dfrac{10}{\sqrt{6}}$
[য.'০৮] (২)

16. $\underline{a} = 2\hat{i} + y\hat{j} + \hat{k}$ এবং $\underline{b} = 4\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$ ভেক্টর দুইটি পরস্পর লম্ব হলে y এর মান নির্ণয় কর। উ: $\frac{7}{2}$ (২)

[চ.'০২; রা.'০৫; কু.'০৫]

17. $\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}, 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}, \lambda\hat{i} - \hat{j} + \lambda\hat{k}$ ভেক্টর তিনটি সমতলীয় হলে λ এর মান নির্ণয় কর। [য.'০৮] উ: 1(২)

18. $\bar{r} = 3\hat{i} + 8\hat{j} - 2\hat{k} + t(2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k})$ ও $\bar{r} = 7\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k} + s(2\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k})$ সরলরেখাদ্বয় ছেদ করে কিনা পরীক্ষা কর এবং যদি ছেদ করে তবে ছেদবিন্দুর অবস্থান ভেক্টর নির্ণয় কর। উ: $9\hat{i} + 5\hat{j} + 7\hat{k}$ (৪)

(**CQ** উপযোগী কিছু সমস্যা)

19. (a) একটি সরলরেখার ভেক্টর সমীকরণ নির্ণয় কর যা A(2, −3, −1) বিন্দুগামী এবং $\underline{b} = 2\hat{i} + 6\hat{j} - \hat{k}$ ভেক্টরের সমান্তরাল।

(b) A বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $\underline{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$। একটি সরলরেখার ভেক্টর সমীকরণ হতে কার্তেসীয় সমীকরণ নির্ণয় কর যা A বিন্দুগামী এবং $\underline{b} = \hat{i} + 5\hat{j} - 2\hat{k}$ ভেক্টরের সমান্তরাল।

(c) একটি সরলরেখার ভেক্টর সমীকরণ নির্ণয় কর যা A(2, −1, 3) এবং B(1, 0, −2) বিন্দুগামী।

(d) A ও B বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\underline{a} = 7\hat{i} + \hat{k}$ ও $\underline{b} = \hat{i} - 3\hat{j}$। একটি সরলরেখার ভেক্টর সমীকরণ হতে কার্তেসীয় সমীকরণ নির্ণয় কর যা A ও B বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে।

(e) $\hat{i} - 4\hat{j} + \lambda\hat{k}$ ও $3\hat{i} - \lambda\hat{j} - 7\hat{k}$ ভেক্টর দুইটির মধ্যবর্তী কোণ সূক্ষ্মকোণ হলে λ এর মান নির্ণয় কর।

(f) $\hat{i} + 3\hat{j} - \lambda\hat{k}$ ভেক্টর ও এ ভেক্টরের উপর $2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ ভেক্টরের লম্ব অভিক্ষেপকে সন্নিহিত বাহু ধরে অঙ্কিত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 9 বর্গ একক হলে λ এর মান নির্ণয় কর।

(g) A(2, −3, −6) বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর x-অক্ষের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তা নির্ণয় কর।

20. $A \equiv (2, 2, 0), B \equiv (2, 0, 2), C \equiv (0, 0, 4), D \equiv (0, 2, 2)$

(a) $\overrightarrow{AB}$ ভেক্টরের উপর $\overrightarrow{AD}$ ভেক্টরের অভিক্ষেপ নির্ণয় কর।

(b) $\overrightarrow{BC}$ ভেক্টর বরাবর $\overrightarrow{BD}$ ভেক্টরের অংশক নির্ণয় কর।

(c) $\angle DAB$ নির্ণয় কর।

(d) ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, ABCD একটি রম্বস।

(e) ভেক্টর গুণনের সাহায্যে ΔABD এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

(f) ভেক্টর গুণনের সাহায্যে $\angle ABC$ নির্ণয় কর।

(g) ভেক্টর গুণনের সাহায্যে A হতে BD এর দূরত্ব নির্ণয় কর।

(h) $\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{CD}$ ভেক্টর দুইটি দ্বারা গঠিত সমতলের উপর লম্ব একক ভেক্টর নির্ণয় কর।

(i) A ও B বিন্দুদ্বয় যে তলে অবস্থিত তার উপর লম্ব একক ভেক্টর নির্ণয় কর।

(j) $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot (\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC})$ নির্ণয় কর।

(k) কোন শর্তে A, B, C ও D(x, y, z) বিন্দু চারটি একই সমতলে অবস্থিত?

(l) এমন একটি একক ভেক্টর $\underline{c}$ নির্ণয় কর যা $\overrightarrow{AB}$ ও $\overrightarrow{CD}$ এর সাথে সমতলীয় এবং $\overrightarrow{BC}$ এর উপর লম্ব।

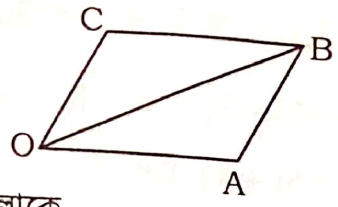
(m) $\overrightarrow{AC}$ ও $\overrightarrow{BD}$ এর লব্ধি ভেক্টরের সমান্তরাল একক ভেক্টর নির্ণয় কর।

(n) ΔABC এ AB ও AC এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে E ও F হলে ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, EF || BC.

(o) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ ধারবিশিষ্ট সামান্তরিক আকারের ঘনবস্তুর আয়তন নির্ণয় কর।

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন:

1.



উদ্দীপকের আলোকে,

i. ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ সূত্রানুযায়ী $\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}$

ii. ভেক্টরের বিয়োগ অনুযায়ী $\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{AB}$

iii. ভেক্টর যোগের সামান্তরিক সূত্রানুযায়ী $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OB}$

কোনটি সত্য?

ক. i খ. i, iii গ. iii ঘ. i, ii, iii

2. $\underline{a}$ ও $\underline{b}$ ভেক্টর দুইটির মধ্যবর্তী কোণ θ $(0\le\theta\le\pi)$ হলে,

i. $\underline{a}$ ভেক্টরের উপর $\underline{b}$ ভক্টরের অভিক্ষেপ $=|\underline{b}|\cos\theta$

ii. $\underline{b}$ ভেক্টরের দিক বরাবর $\underline{a}$ ভেক্টরের উপাংশ $=|\underline{a}|\cos\theta\,\hat{b}$

iii. $\theta=\sin^{-1}\dfrac{|\underline{a}\times\underline{b}|}{|\underline{a}||\underline{b}|}$

কোনটি সত্য?

ক. i, ii খ. i, iii গ. ii, iii ঘ. i, ii, iii

নিচের উদ্দীপকের আলোকে 3-6 নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\overline{A}=2\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}$ ও $\overline{B}=6\hat{i}-3\hat{j}+2\hat{k}$.

3. উদ্দীপকের আলোকে,

i. $|\overline{A}-\overline{B}|$ এর মান 42.

ii. y-অক্ষের উপর $\overline{B}$ এর অভিক্ষেপ -3.

iii. x- অক্ষ বরাবর $\overline{A}$ এর উপাংশ $=2\hat{j}$

কোনটি সত্য?

ক. ii খ. iii গ. ii, iii ঘ. i, ii, iii

4. $\overline{B}$ ভেক্টরটি y অক্ষের সাথে নিচের কোন কোণটি উৎপন্ন করে ?

ক. $\cos^{-1}(\frac{3}{7})$ খ. $\cos^{-1}(-\frac{3}{7})$

গ. $\cos^{-1}(-\frac{3}{49})$ ঘ. $\cos^{-1}(\frac{3}{49})$

5. $\overline{B}$ ভেক্টরের দিক বরাবর একক ভেক্টর নিচের কোনটি?

ক. $\frac{1}{7}(6\hat{i}-3\hat{j}+2\hat{k})$ খ. $-\frac{1}{7}(6\hat{i}-3\hat{j}+2\hat{k})$

গ. $\pm\frac{1}{7}(6\hat{i}-3\hat{j}+2\hat{k})$ ঘ. $\pm\frac{1}{\sqrt{31}}(6\hat{i}-3\hat{j}+2\hat{k})$

6. উদ্দীপকের আলোকে,

i. z অক্ষের উপর $\overline{A}$ ভেক্টরটির অভিক্ষেপ $\hat{k}$

ii. x অক্ষ বরাবর $\overline{B}$ ভেক্টরটির অংশক 6i

iii. ভেক্টর দুইটির লব্ধি $8\hat{i}-\hat{j}+3\hat{k}$

কোনটি সঠিক?

ক. i খ. ii গ. iii ঘ. ii, iii

7. $\overline{A}=-3\hat{i}+2\hat{j}+6\hat{k}$ ভেক্টরটির মান কত?

ক. 49 খ. 31 গ. 7 ঘ. −7

8. $2\hat{i}+a\hat{j}-\hat{k}$ ও $-4\hat{i}-2\hat{j}+2\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হলে a এর মান কত?

ক. −3 খ. 3 গ. −5 ঘ. 5

9. $\overline{A}+\overline{B}=\overline{A}-\overline{B}$ হলে $\overline{A}$ ও $\overline{B}$ ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ কত?

ক. 0° খ. 90° গ.120° ঘ. 180°

10. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+3}{4}$ এর ভেক্টর সমীকরণ কোনটি?

ক. $\underline{r}=\hat{i}+2\hat{j}-3\hat{k}+t(2\hat{i}+3\hat{j}+4\hat{k})$

খ. $\underline{r}=-\hat{i}-2\hat{j}+3\hat{k}+t(2\hat{i}+3\hat{j}+4\hat{k})$

গ. $\underline{r}=2\hat{i}+3\hat{j}+4\hat{k}+t(-\hat{i}-2\hat{j}+3\hat{k})$

ঘ. $\underline{r}=-2\hat{i}-3\hat{j}-4\hat{k}+t(\hat{i}+2\hat{j}-3\hat{k})$

11. $2\hat{i}-\hat{j}-2\hat{k}$ ও $3\hat{i}-3\hat{j}+\hat{k}$ এর স্কেলার গুণন হলো−

ক. 11 খ. 7 গ. 5 ঘ. 1

12. $\hat{i}+2\hat{j}-2\hat{k}$ ও $2\hat{i}-\hat{j}-\hat{k}$ এর লব্ধির মান কত?

ক. 19 খ. $\sqrt{17}$ গ. 1 ঘ. $\sqrt{19}$

13. $\overline{A}=2\hat{i}+2\hat{j}-2\hat{k}$, $\overline{B}=2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$ হলে,

i. $|\overline{A}|=2\sqrt{3}$ ii. $\overline{A}\parallel\overline{B}$

iii. $\overline{B}-\overline{A}=0\hat{i}+3\hat{j}-3\hat{k}$

কোনটি সঠিক?

ক. i খ. ii গ. i, ii ঘ. i, ii, iii

14. একক ভেক্টর $\hat{i},\hat{j},\hat{k}$ এর ক্ষেত্রে কোনটি সঠিক?

ক. $\hat{i}.\hat{i}=1$ খ. $\hat{j}\times\hat{j}=\hat{k}$

গ. $\hat{j}\times\hat{k}=-\hat{i}$ ঘ. $\hat{i}.\hat{j}=1$

15. $\overline{A}=\hat{i}+\hat{j}-2\hat{k}$, $\overline{B}=-2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$ হলে, $\overline{A}\times\overline{B}=?$

ক. $-\hat{i}-3\hat{j}+\hat{k}$ খ. $-\hat{i}+3\hat{j}+\hat{k}$

গ. $-\hat{i}-5\hat{j}-3\hat{k}$ ঘ. $-\hat{i}+3\hat{j}-\hat{k}$

16. O(0, 0, 0), A(1, 2, 3) ও B(−3, −2, −1) হলে-

i. B বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $-3\hat{i}-2\hat{j}-\hat{k}$

ii. $\overrightarrow{OA}$ এর $\sqrt{14}$ মানের ভেক্টর $\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$

iii. $\overrightarrow{BA}=-4\hat{i}-4\hat{j}-4\hat{k}$

কোনটি সত্য?

ক. i, ii খ. i, iii গ. ii, iii ঘ. i, ii, iii

বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার বহুনির্বাচনি প্রশ্ন:

17. $4\hat{i}+2\hat{j}-3\hat{k}$ ও $\lambda\hat{i}+2\hat{k}-3\hat{j}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হলে λ এর মান – [DU 06-07; NU 08-09, 05-06; RU 12-13,09-10]

ক. $\frac{13}{4}$ খ. $-\frac{13}{4}$ গ. 3 ঘ. −3

18. $a\hat{i}-5\hat{j}-2\hat{k}=0$ ও $a\hat{i}-5\hat{j}-2\hat{k}=0$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হলে a এর মান – [KUET 07-08]

ক. 3,1 খ. 2, 4 গ. 3,2 ঘ. 1,5

19. $\overrightarrow{F_1}=2\hat{i}-3\hat{j}$ ও $\overrightarrow{F_2}$ বল দুইটির লব্ধি $\overrightarrow{F_3}=5\hat{i}+4\hat{j}$ হলে $\overrightarrow{F_2}=?$ [DU 06-07]

ক. $-3\hat{i}-7\hat{j}$ খ. $3\hat{i}-2\hat{j}$

গ. $7\hat{i}+\hat{j}$ ঘ. $3\hat{i}+7\hat{j}$

20. $\overrightarrow{P}=2\hat{i}-\hat{j}+2\hat{k}$ এবং $\overrightarrow{Q}=3\hat{i}-6\hat{j}-2\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণের মান হবে- [BUET 13- 14]

ক. $\cos^{-1}\frac{21}{8}$ খ. $\cos^{-1}\frac{8}{21}$

গ. $\sin^{-1}\frac{8}{21}$ ঘ. $\cos^{-1}\frac{-4}{21}$

21. $\overrightarrow{B}=2\hat{i}+10\hat{j}-11\hat{k}$ ভেক্টর বরাবর $\overrightarrow{A}=2\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}$ ভেক্টরের উপাংশের মান- [CU 07-08]

ক. $\frac{13}{15}$ খ. $\frac{12}{225}$ গ. $\frac{13}{14}$ ঘ. $\frac{6}{7}$

22. $\overrightarrow{A}$ এর দিক বরাবর $\overrightarrow{B}$ ভেক্টরের উপাংশের দৈর্ঘ্য- [BUTEX 11- 12]

ক. $|\overrightarrow{A}|\cos\theta$ খ. $|\overrightarrow{B}|\cos\theta$

গ. $|\overrightarrow{B}|\sin\theta$ ঘ. $|\overrightarrow{A}|\sin\theta$

23. $\overrightarrow{X}=4\hat{i}-2\hat{j}+5\hat{k}$ এবং $\overrightarrow{Y}=3\hat{i}+\hat{j}-2\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ- [CU 07-08]

ক. 0° খ. $\cos^{-1}\frac{4}{\sqrt{14}\sqrt{45}}$

গ. $\cos^{-1}\frac{20}{\sqrt{3}\sqrt{45}}$ ঘ. 90°

24. $\bar{a}=2\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}, \bar{b}=\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$ এবং $\bar{c}=\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}$ হলে $\bar{a}\cdot\bar{b}+\bar{b}\cdot\bar{c}+\bar{c}\cdot\bar{a}=?$ [BAU 14-15]

ক. 0 খ. 1 গ. 2 ঘ. 3

25. $\vec{A}=\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$ এবং $\vec{B}=-\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k}$ ভেক্টর দুইটির অন্তর্গত কোণ - [CU 14-15]

ক. 0^0 খ. $\cos^{-1}\frac{2}{\sqrt{18}}$

গ. $\cos^{-1}\frac{4}{\sqrt{18}}$ ঘ. 90^0

26. $\vec{A}=\hat{i}+2\hat{j}-3\hat{k}$, $\vec{B}=3\hat{i}-\hat{j}+2\hat{k}$ হলে $\vec{A}+\vec{B}$ ও $\vec{A}-\vec{B}$ ভেক্টর দুইটির অন্তর্গত কোণ - [KU 14-15]

ক. 0^0 খ. 90^0

গ. $\cos^{-1}\frac{3}{\sqrt{19}}$ ঘ. $\cos^{-1}\frac{-5}{3\sqrt{19}}$

27. m ভরের একটি বস্তুর উপর প্রযুক্ত $\vec{F}=5\vec{x}+4\vec{y}$ বলের কারণে বস্তুটি একটি নির্দিষ্ট দিকে গতিশীল বস্তুটি উপর যে বল প্রয়োগ করলে বস্তুটির গতিপথের সাথে $45°$ কোণ তৈরী করবে সে বলের মান কত? [RU 07-08]

ক. $(5\vec{x}+4\vec{y})\cos 45°$

খ. $(5\vec{x}+4\vec{y})\sin 45°$

গ. $-4\vec{x}+5\vec{y}\sin 45^0$ ঘ. কোনটিই নয়

28. XOZ তলের সমান্তরাল এবং $3\hat{i}-\hat{j}+4\hat{k}$ ভেক্টরের সাথে লম্ব একক ভেক্টর হবে-[BUET 10-11]

ক. $4\hat{i}-3\hat{k}$ খ. $\frac{1}{5}(4\hat{i}-3\hat{k})$

গ. $\frac{1}{5}(3\hat{i}-4\hat{k})$ ঘ. $\hat{j}$

বিভিন্ন বোর্ডের প্রশ্ন (প্রযোজ্য ক্ষেত্রে সংশোধনসহ)

29. $2\hat{i}+3\hat{j}-6\hat{k}$ ভেক্টরটির সাথে y অক্ষরেখার উৎপন্ন কোণের মান কোনটি? [দি.বো. ২০১৭]

ক. $\sin^{-1}\left(\frac{3}{7}\right)$ খ. $\sin^{-1}\left(\frac{3}{49}\right)$

গ. $\cos^{-1}\left(\frac{3}{7}\right)$ ঘ. $\cos^{-1}\left(\frac{3}{49}\right)$

30. m এর মান কত হলে $\vec{P}=4\hat{i}+m\hat{j}$ এবং $\vec{Q}=6\hat{i}-4\hat{j}+3\hat{k}$ ভেক্টর দুইটি পরস্পর লম্ব হবে? [দি.বো. ২০১৭]

ক. -8 খ. -6 গ. -4 ঘ. -6

31. $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ দুইটি ভেক্টরের ক্ষেত্রে -[দি.বো. ২০১৭]

i. $\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A}$ *ii.* $\vec{A}.\vec{B}=\vec{B}.\vec{A}$

iii. $\vec{A}\times\vec{B}=\vec{B}\times\vec{A}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i খ. ii গ. i, ii ঘ. i, ii,iii

32. $\vec{a}=2\hat{i}+4\hat{j}-\hat{k}$ ভেক্টরের দিক বরাবর $\vec{b}=\hat{i}+\hat{j}+3\hat{k}$ এর অংশক কত? [ঢা.বো. ২০১৭]

ক. $\frac{3}{11}\bar{b}$ খ. $\frac{3}{\sqrt{11}}\bar{b}$

গ. $-\frac{3}{\sqrt{21}}\bar{a}$ ঘ. $\frac{3}{\sqrt{21}}\bar{a}$

33. $\vec{A}=2\hat{i}-\hat{j}+2\hat{k}$ ভেক্টরটি Z- অক্ষের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তা হলো- [ঢা.বো. ২০১৭]

ক. $\cos^{-1}\left(-\frac{2}{3}\right)$ খ. $\cos^{-1}\left(-\frac{2}{9}\right)$

গ. $\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ ঘ. $\cos^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$

34. $\overrightarrow{OA}=\underline{a}, \overrightarrow{OB}=\underline{b}$, হলে $\overrightarrow{BA}$ কত? [সিলেট বোর্ড ২০১৭]

ক. $\underline{a}-\underline{b}$ খ. $\underline{a}+\underline{b}$

গ. $\underline{b}+\underline{a}$ ঘ. $\underline{b}-\underline{a}$

35. $(\hat{j}\times\hat{i})\hat{k}=$ কত? [সিলেট বোর্ড ২০১৭]

ক. -1 খ. 0 গ. 1 ঘ. k^2

36. একটি সামন্তরিকের দুইটি সন্নিহিত বাহু $\bar{P}$ ও $\bar{Q}$ হলে উহার প্রধান কর্ণের দৈর্ঘ্য কত? [সি. বো. '১৭]

ক. $|\bar{P}+\bar{Q}|$ খ. $\frac{1}{2}|\bar{P}+\bar{Q}|$

গ. $|\bar{P}\times\bar{Q}|$ ঘ. $\frac{1}{2}|\bar{P}\times\bar{Q}|$

37. a এর মান কত হলে $2\hat{i}-3\hat{j}+a\hat{k}$ ও $3\hat{i}-4\hat{j}+3\hat{k}$ পরস্পর লম্ব হবে? [চ.বো.'১৭]

ক. -6 খ. -2 গ. 2 ঘ. 6

38. $P(1,3,4)$ ও $Q(2,-3,5)$ হলে- [চ.বো.'১৭]

i. Q বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $2\hat{i}-3\hat{j}+5\hat{k}$

ii. $\overrightarrow{OP}$ এর একক ভেক্টর $=\dfrac{\hat{i}+3\hat{j}+4\hat{k}}{\sqrt{26}}$

iii. $\overrightarrow{PQ}=-\hat{i}+6\hat{j}-\hat{k}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i, ii খ. i, iii গ. ii, iii ঘ. i, ii,iii

39. $\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$ বরাবর একক ভেক্টর কোনটি? [য .বো.'১৭]

ক. $\dfrac{\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}}{\sqrt{3}}$ খ. $\dfrac{\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}}{3}$

গ. $\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$ ঘ. $\dfrac{\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}}{\sqrt{3}}$

40. $\dfrac{1}{2}\hat{i}+\dfrac{1}{3}\hat{j}+\hat{k}$ এর মান কোনটি? [য .বো.'১৭]

ক. $\dfrac{7}{6}$ খ. $\dfrac{49}{36}$ গ. $\dfrac{11}{6}$ ঘ. $\sqrt{\dfrac{11}{6}}$

41. $\vec{a}=\hat{i}+\hat{k},\vec{b}=3\hat{j}-2\hat{k}$ হলে $\vec{a}.\vec{b}$ এর মান কত? [রা.বো.'১৭]

ক. -2 খ. $\sqrt{\dfrac{2}{13}}$ গ. 1 ঘ. 2

42. (-4, 3, 0) বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $\vec{r}$ হলে-

i. $\vec{r}=4\hat{i}-3\hat{j}$ ii. $|\vec{r}|=5$

iii. $\vec{r}$, z – অক্ষের উপর লম্ব [রা.বো.'১৭]

কোনটি সঠিক?

ক. i, ii খ. i, iii গ. ii, iii ঘ. i, ii,iii

43. $\underline{a}=\hat{i}-2\hat{j}-2\hat{k}$ এবং $\underline{b}=2\hat{i}+3\hat{j}-6\hat{k}$ হলে, $\underline{b}$ এর উপর $\underline{a}$ এর অভিক্ষেপ কত? [কু.বো.'১৭]

ক. $\dfrac{8}{3}$ খ. $\dfrac{8}{7}$ গ. $\dfrac{8}{9}$ ঘ. $\dfrac{8}{49}$

44. $\vec{A}=\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$ এবং $\vec{B}=-3\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}$ হলে,তাদের অন্তর্গত কোণ কোনটি? [কু.বো.'১৭]

ক. $\cos^{-1}\left(\dfrac{-4}{42}\right)$ খ. $\cos^{-1}\left(\dfrac{-6}{\sqrt{42}}\right)$

গ. $\cos^{-1}\left(\dfrac{4}{\sqrt{42}}\right)$ ঘ. $\cos^{-1}\left(\dfrac{-4}{\sqrt{42}}\right)$

45. A ও B উভয়ের উপর লম্ব ভেক্টর কোনটি? [কু.বো.'১৭]

ক. $\overline{A}+\overline{B}$ খ. $\dfrac{\overline{A}+\overline{B}}{|\overline{A}+\overline{B}|}$

গ. $\overline{A}\times\overline{B}$ ঘ. $\dfrac{\overline{A}\times\overline{B}}{|\overline{A}\times\overline{B}|}$

46. $\vec{a}=\hat{i}-\hat{j}$ এবং $\vec{b}=\hat{j}+\hat{k}$ হলে $|\vec{a}\times\vec{b}|$- [ব.বো.'১৭]

ক. -1 খ. 1 গ. $\sqrt{3}$ ঘ. 3

47. $\bar{a}=a_1\hat{i}+a_2\hat{j}+a_3\hat{k}$ এর একক ভেক্টর $\hat{a}$ হলে- [ব.বো.'১৭]

i. $\hat{a}=\dfrac{\bar{a}}{|\bar{a}|}$ ii. $|\hat{a}|=1$ iii. $|\bar{a}|\neq 0$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i , ii খ. i, iii গ. ii, iii ঘ. i, ii , iii

উ: 1খ. 2ঘ. 3গ. 4খ. 5ক. 6ঘ. 7গ. 8গ. 9খ. 10ক. 11খ. 12ঘ. 13গ. 14ক. 15খ. 16ক. 17গ. 18গ. 19ঘ. 20খ. 21ক. 22খ. 23ঘ. 24ঘ. 25ঘ. 26খ. 27ক. 28খ. 29গ. 30ঘ. 31গ. 32ঘ. 33গ. 34ক. 35ক. 36ক. 37ক. 38ক. 39ঘ. 40ক. 41ক. 42গ. 43খ. 44ঘ. 45ঘ. 46গ. 47ঘ.

সৃজনশীল প্রশ্ন:

1. $\overline{A}=\hat{i}+2\hat{j}-3\hat{k}$ এবং $\overline{B}=3\hat{i}-\hat{j}+2\hat{k}$

ক. $\overline{A}\times\overline{B}$ নির্ণয় কর।

খ. $\overline{A}+\overline{B}$ এবং $\overline{A}$ ভেক্টর দুইটির মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর।

গ. দেখাও যে, $\overline{A}$, $\overline{A}-\overline{B}$ এবং $4\hat{i}+2\hat{j}-2\hat{k}$ ভেক্টর তিনটি একটি সমকোণী ত্রিভুজ গঠন করে।

2. ABC ত্রিভুজের BC, CA, AB বাহুগুলির মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D, E, F।

ক. $\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}, 2\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k}, \lambda\hat{i}-\hat{j}+\lambda\hat{k}$ ভেক্টর তিনটি সমতলীয় হলে λ এর মান নির্ণয় কর।

খ. প্রমাণ কর যে, $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CF}=\underline{0}$

গ. ভেক্টর পদ্ধতিতে দেখাও যে, AD, BE ও CF সমবিন্দু।

3. $\overline{A}=2\hat{i}-6\hat{j}+3\hat{k}$, $\overline{B}=3\hat{i}+2\hat{j}-4\hat{k}$

ক. P(3, −1, 4), Q(4, −3, −2) হলে y-অক্ষের উপর $\overrightarrow{PQ}$ এর অভিক্ষেপ নির্ণয় কর।

খ. $\overline{A}$ ও $\overline{B}$ এর লব্ধি বল এবং $\overline{A}$ এর মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর।

গ. $\overline{A}$ ও $\overline{B}$ ভেক্টরদ্বয়ের উপর লম্ব একক ভেক্টর নির্ণয় কর।

4. মূলবিন্দু O এর সাপেক্ষে A ও B এর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\underline{a}=2\hat{i}-3\hat{j}-\hat{k}$ ও $\underline{b}=\hat{i}+4\hat{j}+3\hat{k}$।

ক. $\underline{a}\times\underline{b}$ নির্ণয় কর।

খ. AB এর মধ্যবিন্দুগামী এবং $\overrightarrow{AB}$ ভেক্টরের সমান্তরাল সরলরেখার ভেক্টর সমীকরণ হতে কার্তেসীয় সমীকরণ নির্ণয় কর।

গ. OAB ত্রিভুজটির বৃহত্তম কোণ নির্ণয় কর।

5. $\overline{P}=\overrightarrow{OA}=3\hat{i}-3\hat{j}+4\hat{k}$,

$\overline{Q}=\overrightarrow{OB}=3\hat{i}-2\hat{j}+4\hat{k}$, O মূলবিন্দু।

ক. $|\overline{P}+\overline{Q}|$ নির্ণয় কর।

খ. (2, 4, 6) বিন্দুগামী $\overrightarrow{AB}$ এর সমান্তরাল সরলরেখার কার্তেসীয় সমীকরণ নির্ণয় কর।

গ. AB এর মধ্যবিন্দু হতে OA এর লম্ব দূরত্ব নির্ণয় কর।

6. $\overline{A}=3\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}$ এবং $\overline{B}=\hat{i}-3\hat{j}+5\hat{k}$

ক. $\overline{A}$ ও $\overline{B}$ স্কেলার গণনের বিনিময় সূত্র মেনে চলে -ব্যাখ্যা কর।

খ. $(\overline{A}+\overline{B})$ এর উপর $(\overline{A}-\overline{B})$ এর অভিক্ষেপ নির্ণয় কর।

গ. $\overline{A}$ ও $\overline{B}$ সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহু ধরে সামান্তরিকটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

7. $\overline{A}=2\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$, $\overline{B}=3\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$

ক. $\overline{A}$ বিন্দুগামী এবং $\overline{B}$ এর সমান্তরাল সরলরেখার ভেক্টর সমীকরণ হতে কার্তেসীয় সমীকরণ নির্ণয় কর।

খ. $\overline{A}$ বরাবর $\overline{A}$ ও $\overline{B}$ এর লব্ধি ভেক্টরের উপাংশের একক ভেক্টর নির্ণয় কর।

গ. একটি একক ভেক্টর নির্ণয় কর যা $\overline{A}$ ও $\overline{B}$ এর সাথে সমতলীয় এবং $\overline{A}$ এর উপর লম্ব।

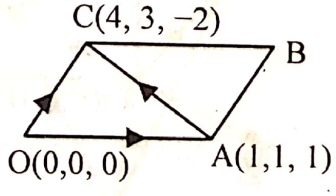
8. $\overrightarrow{OA}=2\hat{i}-3\hat{j}+5\hat{k}$, $\overrightarrow{OB}=2\hat{i}+2\hat{j}-3\hat{k}$ এবং O মূলবিন্দু।

ক. $3\hat{j}+5\hat{k}$ কোন তলে অবস্থান করে - ব্যাখ্যা কর।

খ. (1, 3, −5) বিন্দুগামী $\overrightarrow{AB}$ এর সমান্তরাল সরলরেখার কার্তেসীয় সমীকরণ নির্ণয় কর।

গ. AB এর মধ্যবিন্দু D হলে, ΔOAD এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

9. চিত্রে, OABC একটি সামান্তরিক।



ক. $|\overrightarrow{AC}|$ এর মান নির্ণয় কর।

খ. AB এর ভেক্টর সমীকরণ নির্ণয় কর।

গ. A ও B বিন্দুদ্বয় যে তলে অবস্থিত তার উপর লম্ব একক ভেক্টর নির্ণয় কর।

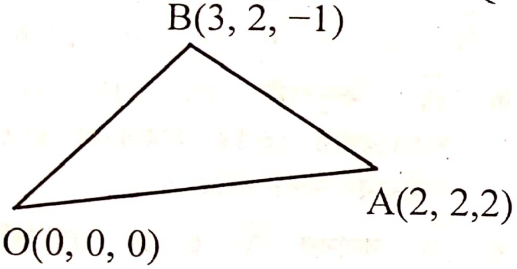
10. $\overline{A}=3\hat{i}+\lambda\hat{j}-5\hat{k}$, $\overline{B}=2\hat{i}-6\hat{j}+3\hat{k}$, $\overline{C}=5\hat{i}-3\hat{j}+6\hat{k}$

ক. $\overline{A}$ ও $\overline{B}$ ভেক্টর দুইটির মধ্যবর্তী কোণ সূক্ষ্মকোণ হলে λ এর মান নির্ণয় কর।

খ. $\overline{B}$ ও $\overline{C}$ কোনো ত্রিভুজের বাহু হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

গ. $\overline{A}$ এর দিকে একক ভেক্টর $\hat{A}$ নির্ণয় কর যা $\overline{B}$ ও $\overline{C}$ এর সাথে সমতলীয়।

11. OA ও OB এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও Q.



ক. AB এর ভেক্টর সমীকরণ নির্ণয় কর।

খ. ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, PQ || AB .

গ. $\overrightarrow{OA}$ ও $\overrightarrow{OB}$ কে সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহু ধরে সামান্তরিকটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

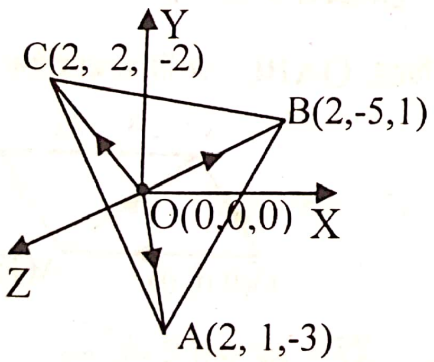
12. $\overline{P}=3\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}$, $\overline{Q}=2\hat{i}-2\hat{j}-2\hat{k}$

ক. PQ এর ভেক্টর সমীকরণ নির্ণয় কর।

খ. অভিক্ষেপ ব্যবহার করে $\overline{P}$ বরাবর $\overline{Q}$ এর অংশক নির্ণয় কর।

গ. $\overline{P}$ ও $\overline{Q}$ কে সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহু ধরে সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

13.

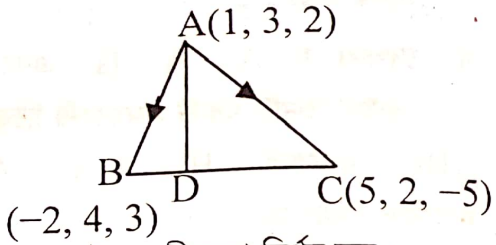


ক. BC এর ভেক্টর সমীকরণ নির্ণয় কর।

খ. $\overrightarrow{OB}$ ও $\overrightarrow{OC}$ ভেক্টর দ্বারা গঠিত সমতলের উপর লম্ব একক ভেক্টর নির্ণয় কর।

গ. ΔABC এর AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E হলে প্রমাণ কর যে, DE || BC.

14. ΔABC এ, $AD \perp BC$ ।



ক. AC এর ভেক্টর সমীকরণ নির্ণয় কর।

খ. BD নির্ণয় কর।

গ. ভেক্টর গুণনের সাহায্যে AD নির্ণয় কর।

15. O(0, 0, 0) বিন্দুর সাপেক্ষে A ও B বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $3\hat{i}+2\hat{j}+4\hat{k}$ ও $\hat{i}-\hat{j}+2\hat{k}$

ক. P(5, −3, 1), Q(3, −1, −2) এর সংযোগ রেখাংশকে R বিন্দু 3:4 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করলে $\overrightarrow{OR}$ নির্ণয় কর।

খ. $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$ ও $\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}$ এর মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর।

গ. O হতে AB এর লম্ব দূরত্ব নির্ণয় কর।

16. $\overline{A}=2\hat{i}+\lambda\hat{j}-\hat{k}$, $\overline{B}=6\hat{i}+6\hat{j}-3\hat{k}$, $\overline{C}=2\hat{i}-3\hat{j}+6\hat{k}$

ক. $\overline{A}$ ভেক্টর ও এ ভেক্টরের উপর $\overline{B}$ ভেক্টরের লম্ব অভিক্ষেপকে সন্নিহিত বাহু ধরে অঙ্কিত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 9 বর্গ একক হলে λ এর মান নির্ণয় কর।

খ. $\overline{A}$, $\overline{B}$ ও $\overline{C}$ সমতলীয় হলে λ এর মান নির্ণয় কর।

গ. $\overline{B}$ ভেক্টর বরাবর $\overline{C}$ ভেক্টরের উপাংশ y অক্ষের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তা নির্ণয় কর।

17. O(0, 0, 0) বিন্দুর সাপেক্ষে P ও Q বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $\overline{P}=2\hat{i}+n\hat{j}-\hat{k}$, $\overline{Q}=6\hat{i}+6\hat{j}+3\hat{k}$.

ক. একটি সরলরেখার ভেক্টর সমীকরণ হতে কার্তেসীয় সমীকরণ নির্ণয় কর যা P ও Q বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে।

খ. $\bar{P}$ ও $\bar{Q}$ কোনো ত্রিভুজের বাহু হলে এবং ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল 9 বর্গ একক হলে n এর মান নির্ণয় কর।

গ. $\bar{P}$ ও $\bar{Q}$ এর লব্ধি বরাবর $\bar{Q}$ এর উপাংশ নির্ণয় কর।

18. $\overrightarrow{OA} = 3\hat{i} - 6\hat{j} + 2\hat{k}$, $\overrightarrow{OB} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$

ক. P(2, −1, 3) ও Q(3, 2, −4) বিন্দুগামী সরলরেখার ভেক্টর সমীকরণ নির্ণয় কর।

খ. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ ও $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$ এর মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর।

গ. $\overrightarrow{OA}$ ও $\overrightarrow{OB}$ ভেক্টরদ্বয়ের উপর লম্ব একক ভেক্টর নির্ণয় কর।

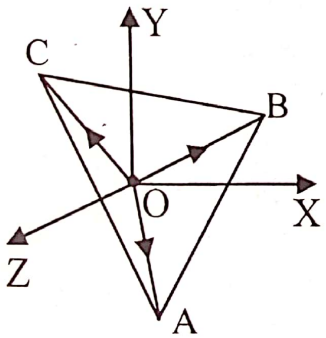
19. $\overrightarrow{OA} = 5\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}$ ও $\overrightarrow{OB} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$ একটি সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহু।

ক. সামান্তরিকটির কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দুর অবস্থান ভেক্টর নির্ণয় কর।

খ. সামান্তরিকটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

গ. $\overrightarrow{OA}$ ভেক্টর বরাবর $\overrightarrow{OB}$ ভেক্টরের উপাংশ y অক্ষের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তা নির্ণয় কর।

20.



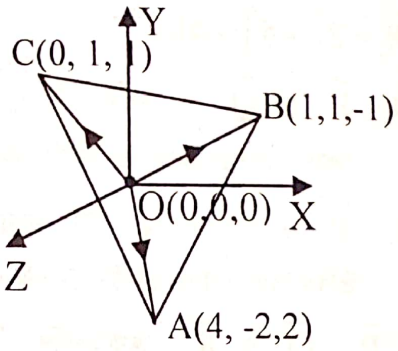
চিত্রে, $\overrightarrow{OA} = 4\hat{i} + 5\hat{j} + \hat{k}$, $\overrightarrow{OB} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k}$, $\overrightarrow{OC} = 3\hat{i} + 6\hat{j} - 3\hat{k}$

ক. AB এর মধ্যবিন্দুর অবস্থান ভেক্টর নির্ণয় কর।

খ. দেখাও যে, ABC একটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

গ. $\overrightarrow{OA}$ ও $\overrightarrow{OB}$ ভেক্টরদ্বয় দ্বারা গঠিত সমতলের উপর লম্ব একক ভেক্টর নির্ণয় কর।

21.



ক. $\underline{a} = \hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$, $\underline{b} = 4\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$ হলে $\underline{a} \cdot \underline{b}$ ভেক্টর y-অক্ষের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তা নির্ণয় কর।

খ. OA, OB, OC একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর ধার হলে ঘনবস্তুটির আয়তন নির্ণয় কর।

গ. ABC ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটি AD, BE ও CF হলে A, B, C এর স্থানাঙ্ক ব্যবহার করে প্রমাণ কর যে, $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \underline{0}$

22. তিনটি বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $-\hat{i} - \hat{j} + 8\hat{k}$ এবং $-4\hat{i} + 4\hat{j} + 6\hat{k}$.

ক. প্রথম ভেক্টর ও এ ভেক্টরের উপর দ্বিতীয় ভেক্টরের লম্ব অভিক্ষেপকে সন্নিহিত বাহু ধরে অঙ্কিত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

খ. দেখাও যে, বিন্দু তিনটি একটি সমবাহু ত্রিভুজ গঠন করে।

গ. x , y ও z অক্ষের উপর ভেক্টরগুলির অভিক্ষেপ দ্বারা গঠিত ম্যাট্রিক্স A হলে A^{-1} নির্ণয় কর।

23. $\bar{P} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$, $\bar{Q} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$, $\bar{R} = \hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$

ক. x-অক্ষের উপর $\bar{P} - \bar{Q}$ এর উপাংশ নির্ণয় কর।

খ. $\bar{P}$ ও $\bar{Q}$ যে তলে অবস্থিত তার উপর লম্ব একক ভেক্টর নির্ণয় কর।

গ. $\bar{P}$, $\bar{Q}$ ও $\bar{R}$ ভেক্টরের $\hat{i}$, $\hat{j}$ ও $\hat{k}$ এর সহগগুলিকে কলাম বিবেচনা করে গঠিত ম্যাট্রিক্স A হলে A^{-1} নির্ণয় কর।

24. $\bar{P} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k}$, $\bar{Q} = \hat{i} + 3\hat{k}$,

$\overline{R} = 2\hat{i} + 5\hat{j} - 4\hat{k}$

ক. $\overline{P}$ ও $\overline{Q}$ এর লব্ধি বল x- অক্ষের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তা নির্ণয় কর।

খ. $\overline{P}$ ও $\overline{R}$ ভেক্টর দুইটি দ্বারা গঠিত সমতলের উপর লম্ব একক ভেক্টর নির্ণয় কর।

গ. $\overline{P}$, $\overline{Q}$ ও $\overline{R}$ ভেক্টরগুলির $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ এর সহগ দ্বারা গঠিত ম্যাট্রিক্স A হলে A^{-1} নির্ণয় কর।

25. $\overline{P} = x\hat{i} + y\hat{j} + 2z\hat{k}$, $\overline{Q} = y\hat{i} + 3z\hat{j} - 2x\hat{k}$ এবং

$$R = \begin{bmatrix} x-2y & z-y & y \\ y & -z & z-y-1 \\ y-1 & z-2 & x-3 \end{bmatrix}$$

ক. ভেক্টর পদ্ধতিতে A(0 , 1 , 2) ও B(− 1, 3 , 0) বিন্দু দুইটির দূরত্ব নির্ণয় কর।

খ. $\begin{bmatrix} x-1 & 3 \\ z & y+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2-z & 5-y \end{bmatrix}$ হলে, $\overline{P}$ ও $\overline{Q}$ এর লব্ধি বলের উপর $\overline{P}$ বলের অভিক্ষেপ নির্ণয় কর।

গ. x= 4, y = 2, z = 3 হলে R^{-1} নির্ণয় কর।

26. $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$, $\vec{B} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$,

$\vec{C} = \hat{i} + b\hat{j} + 3\hat{k}$. [দি.২০১৭]

ক. অবস্থান ভেক্টর বলতে কি বুঝ?

খ. $\vec{A}$ ভেক্টর বরাবর $\vec{B}$ ভেক্টরের উপাংশ $\vec{C}$ ভেক্টরের সাথে লম্ব হলে b-এর মান নির্ণয় কর।

গ. $\vec{A} + \vec{B}$ এবং $\vec{A} \times \vec{B}$ ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর।

27. $\vec{A} = 2\hat{i} - 3\hat{j} - \hat{k}$; $\vec{B} = -\hat{i} - 4\hat{j} + 7\hat{k}$ এবং তিনটি বিন্দুর স্থানাংক $P(-3,-2,-1)$; $Q(4,0,-3)$ এবং $S(5,-7,8)$। [সি.বো.'১৭]

ক. উদাহরণসহ একক ভেক্টর এর সংজ্ঞা দাও। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে $\vec{A}$ বরাবর $\vec{B}$ এর উপাংশ নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপকের আলোকে ΔPQS এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

28. $\vec{P} = 3\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$, $\vec{Q} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$ এবং $\vec{R} = \hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ [রা.বো.'১৭]

ক. $\vec{P}$ বিন্দুগামী এবং $\vec{Q}$ ভেক্টরের সমান্তরাল সরলরেখার ভেক্টর সমীকরণ হতে কার্তেসীয় সমীকরণ নির্ণয় কর।

খ. দেখাও যে, $\vec{P} - \vec{Q}$ ভেক্টরটি $\vec{P}$ এবং $\vec{Q}$ ভেক্টর দ্বারা গঠিত সমতলের উপর লম্ব ভেক্টরের সাথে লম্ব।

গ. উদ্দীপকে উল্লিখিত ভেক্টরগুলির $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ এর সহগ দ্বারা গঠিত ম্যাট্রিক্স A হলে A^{-1} নির্ণয় কর।