11. $x^2 - y^2 = a^2$ কে পোলার সমীকরণে এবং $r^2 \sin 2\theta = 2a^2$ কে কার্তেসীয় সমীকরণে প্রকাশ কর। (৪)

উ: $r^2 \cos 2\theta = a^2$, $xy = a^2$

12. দেখাও যে, (3, 8), (8, 3) এবং (– 2, 3) বিন্দুগুলি একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু। (২)

13. দেখাও যে, (4, 4), (5, 2) এবং (1, 0) বিন্দুগুলি একটি সমকোণী ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু এবং ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। (৪)

14. দেখাও যে, A (– 3, 2), B (– 7, – 5), C(5, 4) এবং D(9, 11) বিন্দুগুলি একটি সামান্তরিকের শীর্ষবিন্দু। (২)

15. দেখাও যে, (0, 7), (4, 9), (6, 5) এবং (2, 3) বিন্দুগুলি একটি বর্গের শীর্ষবিন্দু। (২)

16. x-অক্ষের উপর অবস্থিত P বিন্দু থেকে (0, 2) এবং (6, 4) এর দূরত্ব সমান। P এর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। (২)

উ: (4, 0)

17. দেখাও যে, (2, – 2), (8, 4), (5, 7) এবং (–1, 1) বিন্দুগুলি একটি আয়তের কৌনিক বিন্দু। (২)

18. $(a + b, b - a)$ এবং $(a - b, a + b)$ বিন্দু থেকে (x, y) বিন্দুর দূরত্ব সমান হলে, দেখাও যে, $bx - ay = 0$. (২)

19. কোনো বৃত্তের একটি ব্যাসের প্রান্তবিন্দুদ্বয়ের স্থানাঙ্ক (5, 2) ও (–3, – 4) হলে, এর ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। (২)

উ: 5 একক

20. দেখাও যে, (a, a), $(-a, -a)$ এবং $(-a\sqrt{3}, a\sqrt{3})$ বিন্দুগুলি একটি সমবাহু ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু। (২)

সৃজনশীল প্রশ্ন:

21. A(4, 3), B$(-1, -\sqrt{3})$ ও C$(4, \frac{\pi}{4})$ তিনটি বিন্দু।

ক. $(-4, \frac{\pi}{4})$ পোলার স্থানাঙ্ককে কার্তেসীয় স্থানাঙ্কে প্রকাশ কর।

খ. A বিন্দু হতে $\sqrt{10}$ একক দূরত্বে অবস্থিত একটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর যার কোটি ভুজের দ্বিগুণ।

[রা.'০২;'০৭; মা.বো. '০৫,'০৮,'১২, '১৪; ঢা.'১১; দি.'১৩]

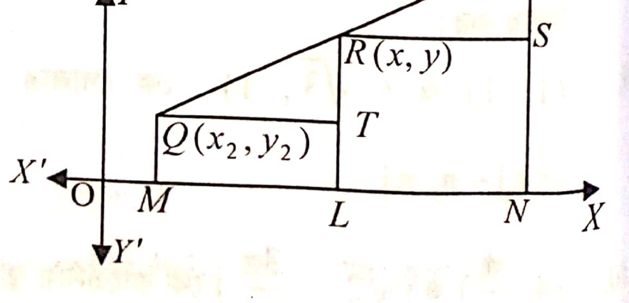
গ. B এর কার্তেসীয় স্থানাঙ্ককে পোলার স্থানাঙ্কে প্রকাশ করে BC নির্ণয় কর।

উ: (a) $(-2\sqrt{2}, -2\sqrt{2})$ (b) (1, 2) বা, (3, 6) (c) $\sqrt{20 + 8\sqrt{2}}$ একক

৪. বিভক্তিকরণ সূত্র (Section formulae):

(i) কার্তেসীয় জ্যামিতিক পদ্ধতি

অন্তর্বিভক্তকরণ সূত্রঃ মনে করি, $P(x_1, y_1)$ এবং $Q(x_2, y_2)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশ $R(x, y)$ বিন্দুতে $m_1 : m_2$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হয়। $R(x, y)$ বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করতে হবে। এখানে PR:RQ $= m_1 : m_2$



P, Q এবং R বিন্দু হতে OX এর উপর যথাক্রমে PN , QM এবং RL লম্ব টানি। আবার PN এবং RL এর উপর যথাক্রমে RS এবং QT লম্ব টানি।

তাহলে, $RS = LN = ON - OL = x_1 - x$, $QT = ML = OL - OM = x - x_2$

$PS = PN - SN = PN - RL = y_1 - y$, $RT = RL - TL = RL - QM = y - y_2$

এখানে PRS এবং RQT ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ।

$$\therefore \frac{RS}{QT} = \frac{PS}{RT} = \frac{PR}{RQ} \Rightarrow \frac{x_1 - x}{x - x_2} = \frac{y_1 - y}{y - y_2} = \frac{m_1}{m_2}$$

$$\therefore \frac{x_1 - x}{x - x_2} = \frac{m_1}{m_2} \Rightarrow m_1x - m_1x_2 = m_2x_1 - m_2x$$

$$\Rightarrow (m_1 + m_2)x = m_2x_1 + m_1x_2 \Rightarrow x = \frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}$$ এবং $$\frac{y_1 - y}{y - y_2} = \frac{m_1}{m_2} \Rightarrow y = \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}$$

$\therefore$ **R বিন্দুর স্থানাঙ্ক** $\left(\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right)$

অনুসিদ্ধান্ত-1: যদি PQ এর সমদ্বিখন্ডক বিন্দু R হয় i.e., PQ এর মধ্যবিন্দু R হয় তাহলে, $m_1 = m_2$.

$$\therefore x = \frac{m_2x_2 + m_2x_1}{m_2 + m_2} = \frac{m_2(x_1 + x_2)}{2m_2} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$ এবং $$y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

সুতরাং, $P(x_1, y_1)$ এবং $Q(x_2, y_2)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশের মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

অনুসিদ্ধান্ত-2: যদি R বিন্দুটি PQ কে k : 1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে অর্থাৎ PR : RQ = k : 1 হয় তাহলে,

$$x = \frac{kx_2 + 1.x_1}{k + 1} = \frac{kx_2 + x_1}{k + 1}$$ এবং $$y = \frac{ky_2 + y_1}{k + 1}$$

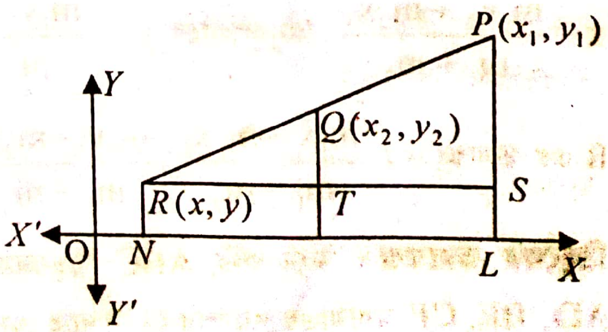
অনুসিদ্ধান্ত- 3: যদি R, PQ কে m : 1 – m অনুপাতে বিভক্ত করে তাহলে,

$$x = \frac{mx_2 + (1 - m).x_1}{m + 1 - m} = m(x_2 - x_1) + x_1$$ এবং $$y = m(y_2 - y_1) + y_1$$

বহির্বিভক্ত সূত্র :

মনে করি, R বিন্দুটি PQ কে $m_1 : m_2$ অনুপাতে বহির্বিভক্ত করে

অর্থাৎ $PR : QR = m_1 : m_2 \Rightarrow \frac{PR}{QR} = \frac{m_1}{m_2}$



$RS = NL = OL - ON = x_1 - x$,

$RT = NM = OM - ON = x_2 - x$

$PS = PL - SL = PL - RN = y_1 - y$,

$QT = QM - TM = QM - RN = y_2 - y$

এখানে ΔPRS এবং ΔQRT সদৃশ।

$$\therefore \quad \frac{RS}{PS}=\frac{RT}{QT}=\frac{PR}{QR}=\frac{m_1}{m_2} \Rightarrow \frac{x_1-x}{x_2-x}=\frac{y_1-y}{y_2-y}=\frac{m_1}{m_2}$$

$$\therefore \quad \frac{x_1-x}{x_2-x}=\frac{m_1}{m_2} \Rightarrow m_2\,x_1-m_2x=m_1\,x_2-m_1x \Rightarrow (m_1-m_2)\,x=m_1\,x_2-m_2\,x_1$$

$$\Rightarrow x=\frac{m_1x_2-m_2x_1}{m_1-m_2}=\frac{m_2x_1-m_1x_2}{m_2-m_1}$$. অনুরূপভাবে, $$y=\frac{m_1y_2-m_2y_1}{m_1-m_2}=\frac{m_2y_1-m_1y_2}{m_2-m_1}$$

$$\therefore \quad \boxed{\textbf{R এর স্থানাঙ্ক}=\left(\frac{m_1x_2-m_2x_1}{m_1-m_2},\frac{m_1y_2-m_2y_1}{m_1-m_2}\right)=\left(\frac{m_2x_1-m_1x_2}{m_2-m_1},\frac{m_2y_1-m_1y_2}{m_2-m_1}\right)}$$

যেমন, $(-2,3)$ এবং $(1,4)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে যে বিন্দুটি $1:2$ অনুপাতে বিভক্ত করে তার স্থানাঙ্ক, অন্তর্বিভাজন : $\left(\frac{1.1+2.(-2)}{1+2},\frac{1.4+2.3}{1+2}\right)=\left(-1,\frac{10}{3}\right)$ এবং বহির্বিভাজন : $\left(\frac{1.1-2.(-2)}{1-2},\frac{1.4-2.3}{1-2}\right)$ $=(-5,2)$ ।$(-2,3)$ এবং $(1,4)$ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{-2+1}{2},\frac{3+4}{2}\right)=\left(-\frac{1}{2},\frac{7}{2}\right)$.

অনুসিদ্ধান্ত: যদি **R , PQ** কে **k : 1** অনুপাতে বহির্বিভক্ত করে তাহলে, $x=\frac{kx_2-x_1}{k-1}$ এবং $y=\frac{ky_2-y_1}{k-1}$

অনুসিদ্ধান্ত : যদি **R , PQ** কে **1 + m : m** অনুপাতে বহির্বিভক্ত করে তাহলে,

$$x=\frac{(1+m).x_2-mx_1}{1+m-m}=m(x_2-x_1)+x_2 \text{ এবং } y=m(y_2-y_1)+y_2$$

(ii) ভেক্টর পদ্ধতি: মনে করি, $P(x_1,y_1)$ এবং $Q(x_2,y_2)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশ $R(x\ ,\ y)$ বিন্দুতে $m_1 : m_2$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হয়। তাহলে, $\overrightarrow{PR}=\overrightarrow{OR}-\overrightarrow{OP}=x\hat{i}+y\hat{j}-(x_1\hat{i}+y_2\hat{j})$

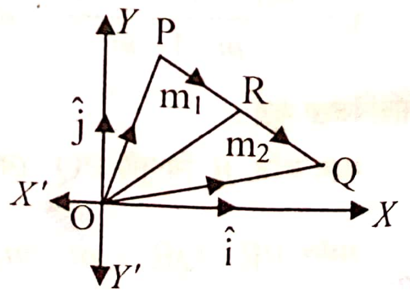
$\therefore\ PR : RQ = m_1 : m_2 \Rightarrow m_2\,PR = m_1\,RQ$

$\Rightarrow m_2\,\overrightarrow{PR}=m_1\,\overrightarrow{RQ}$

$\Rightarrow m_2\{(x-x_1)\hat{i}+(y-y_1)\hat{j}\}=m_1\{(x_2-x)\hat{i}+(y_2-y)\hat{j}\}$

$\therefore\ m_2\,(x-x_1)=m_1\,(x_2-x) \Rightarrow (m_1+m_2)x=m_1x_2+m_2x_1$

$\Rightarrow x=\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2}$. অনুরূপভাবে, $y=\frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2}$

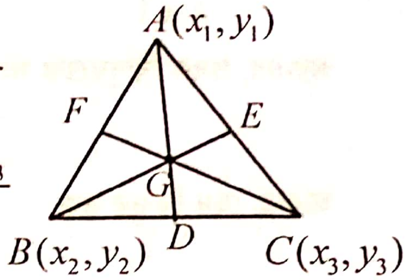


$\therefore$ R এর স্থানাঙ্ক $=\left(\frac{m_1x_2-m_2x_1}{m_1-m_2},\frac{m_1y_2-m_2y_1}{m_1-m_2}\right)$

ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র : মনে করি, ABC ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$ এবং $C(x_3,y_3)$ এবং AD, BE, CF মধ্যমাত্রয় পরস্পর G বিন্দুতে ছেদ করে। সুতরাং G বিন্দুটি ABC ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র এবং তা

প্রত্যেক মধ্যমাকে 2 : 1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে। [ঢা.'০৪]

এখন, D বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(\frac{x_2+x_3}{2}, \frac{y_2+y_3}{2})$ [∵ D, BC এর মধ্যবিন্দু]



ভরকেন্দ্র G এর স্থানাঙ্ক (x, y) হলে, $x = \frac{2.\frac{x_2+x_3}{2}+1.x_1}{2+1} = \frac{x_1+x_2+x_3}{3}$

এবং $y = \frac{2.\frac{y_2+y_3}{2}+1.y_1}{2+1} = \frac{y_1+y_2+y_3}{3}$

অতএব, ABC ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র $(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3})$

এখন, D $(\frac{x_2+x_3}{2}, \frac{y_2+y_3}{2})$, E $(\frac{x_1+x_3}{2}, \frac{y_1+y_3}{2})$, F $(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2})$

∴ Δ DEF এর ভরকেন্দ্র = $\left(\frac{1}{3}(\frac{x_2+x_3}{2}+\frac{x_1+x_3}{2}+\frac{x_1+x_2}{2}), \frac{1}{3}(\frac{y_2+y_3}{2}+\frac{y_1+y_3}{2}+\frac{y_1+y_2}{2})\right)$

$= (\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3})$ = Δ ABC এর ভরকেন্দ্র

BC , CA এবং AB এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে $D(a_1, b_1)$, $E(a_2, b_2)$ এবং $F(a_3, b_3)$ হলে Δ ABC এর ভরকেন্দ্র $(\frac{a_1+a_2+a_3}{3}, \frac{b_1+b_2+b_3}{3})$, AD কে 2 : 1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।

∴ $\frac{2a_1+x_1}{2+1} = \frac{a_1+a_2+a_3}{3} \Rightarrow x_1 = a_2+a_3-a_1$, $\frac{2b_1+y_1}{2+1} = \frac{b_1+b_2+b_3}{3} \Rightarrow y_2 = b_2+b_3-b_1$

∴ Δ ABC এর শীর্ষত্রয় $A(a_2+a_3-a_1, b_2+b_3-b_1)$, $B(a_1+a_3-a_2, b_1+b_3-b_2)$, $C(a_1+a_2-a_3, b_1+b_2-b_3)$.

[বি.দ্র.: ABCD সামান্তরিকের $A(a_1, b_1)$, $B(a_2, b_2)$, $C(a_3, b_3)$ তিনটি শীর্ষ হলে চতুর্থ শীর্ষ $D(a_2+a_3-a_1, b_2+b_3-b_1)$]

উদাহরণমালা

উদাহরণ -1: (7 , 7) এবং (– 5 , – 10) বিন্দু দুইটির সংযোগ রেখাংশকে x- অক্ষ যে অনুপাতে ছেদ করে তা নির্ণয় কর। ছেদ বিন্দুর ভুজ নির্ণয় কর। [রা.'১১,'১২; সি. '০৬,'১১; য. '০৮; ঢা.'১২; ব.'১৩; দি.'১৪]

সমাধান : প্রদত্ত বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে k : 1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্তকারী বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(\frac{-5k+7}{k+1}, \frac{-10k+7}{k+1})$

এ বিন্দুটি x- অক্ষের উপর অবস্থিত হলে এর কোটি শূন্য হবে।

অর্থাৎ $\frac{-10k+7}{k+1}=0 \Rightarrow -10k+7=0 \Rightarrow k=\frac{-7}{-10} \quad \therefore\ k:1=7:10$

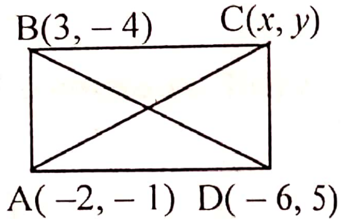
অতএব, প্রদত্ত বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে x- অক্ষ 7 : 10 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।

আবার, ছেদ বিন্দুর ভুজ $=\dfrac{-5.\frac{7}{10}+7}{\frac{7}{10}+1}=\dfrac{\frac{-35+70}{10}}{\frac{7+10}{10}}=\dfrac{35}{17}$

উদাহরণ -2: কোনো সামান্তরিকের একটি কর্ণের প্রান্ত বিন্দুদ্বয়ের স্থানাঙ্ক (3 , – 4) এবং (– 6 , 5); এর তৃতীয় শীর্ষ (– 2 , – 1) হলে , চতুর্থ শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

[মা.বো.'০৪,'০৬;য.'১১;রা.'১৪; চ.'১৪; সি.'১৪]

সমাধান : মনে করি, ABCD সামান্তরিকের শীর্ষবিন্দু চারটি A(– 2, –1), B(3, –4), C(x, y) এবং D(–6, 5).



$\therefore$ BD কর্ণের মধ্যবিন্দু $=(\frac{3-6}{2},\frac{-4+5}{2})=(-\frac{3}{2},\frac{1}{2})$.

AC কর্ণের মধ্যবিন্দু $=(\frac{x-2}{2},\frac{y-1}{2})$

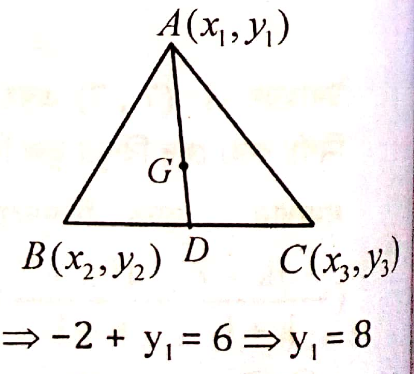
সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে বলে, $(-\frac{3}{2},\frac{1}{2})$ এবং $(\frac{x-2}{2},\frac{y-1}{2})$ বিন্দু দুইটি অভিন্ন হবে।

$\therefore\ \frac{x-2}{2}=-\frac{3}{2} \Rightarrow x-2=-3 \Rightarrow x=-1$ এবং $\frac{y-1}{2}=\frac{1}{2} \Rightarrow y-1=1 \Rightarrow y=2$

$\therefore$ চতুর্থ শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক (–1, 2).

উদাহরণ -3: Δ ABC এর ভরকেন্দ্র (2, 2) এবং BC এর মধ্যবিন্দু $(\frac{3}{2}, -1)$ । AB রেখাংশ $(0, \frac{17}{6})$ বিন্দুতে 3:1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হলে শীর্ষত্রয়ের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, ত্রিভুজটির শীর্ষত্রয় $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$,ভরকেন্দ্র G এবং BC এর মধ্যবিন্দু D।



$\therefore\ \frac{x_1+x_2+x_3}{3}=2 \Rightarrow x_1+x_2+x_3=6 \cdots\cdots(i)$

$\frac{y_1+y_2+y_3}{3}=2 \Rightarrow y_1+y_2+y_3=6 \cdots\cdots(ii)$

ΔABC এর ভরকেন্দ্র G, AD মধ্যমাকে 2:1 অনুপাতে অন্তর্বিঋক্ত করে।

$\therefore\ \dfrac{2\times\frac{3}{2}+1\times x_1}{2+1}=2 \Rightarrow 3+x_1=6 \Rightarrow x_1=3,\ \dfrac{2\times(-1)+1\times y_1}{2+1}=2 \Rightarrow -2+y_1=6 \Rightarrow y_1=8$

$\therefore$ A শীর্ষের স্থানাঙ্ক (3, 8)

AB রেখাংশ $(0, \frac{17}{6})$ বিন্দুতে $3:1$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হয়।

$\therefore \frac{3\times x_2+1\times 3}{3+1}=0 \Rightarrow 3x_2+3=0 \Rightarrow x_2=-1, \frac{3y_2+1\times 8}{3+1}=\frac{17}{4} \Rightarrow 3y_2= 17-8 \Rightarrow y_2=3$

$\therefore$ B শীর্ষের স্থানাঙ্ক $(-1, 3)$

এখন, (i) হতে, $3-1+x_3=6 \Rightarrow x_3=4$, (ii) হতে, $8+3+y_3=6 \Rightarrow y_3=-5$

$\therefore$ C শীর্ষের স্থানাঙ্ক $(4, -5)$

প্রশ্নমালা – III B

1. (a) দেখাও যে, (2 – 2) এবং (– 1 , 4) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশ অক্ষদ্বয় দ্বারা সমান তিন ভাগে বিভক্ত হয়। [সি.'০৫,'১৩; ব. '০৭; মা.বো. '০৫]

(b) (7 , 5) ও (– 2 ,– 1) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশের সমত্রিখন্ডক বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।
উত্তরঃ (4, 3) এবং (1 , 1) [ব.'০৫; রা.'০৯,'১১]

(c) (– 2 , 3) ও (4 , – 7) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে x-অক্ষ এবং y- অক্ষ যে যে অনুপাতে বিভক্ত করে তা নির্ণয় কর।
উত্তরঃ 3 : 7, 1 : 2 [চ.'০৭; মা.বো.'০৭]

(d) (2 , – 5) ও (2 , 3) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে x-অক্ষ যে অনুপাতে বিভক্ত করে তা নির্ণয় কর। ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্কও নির্ণয় কর।
উত্তরঃ 5 : 3 ; (2 , 0)

(e) AB সরলরেখাটি P(3 , 3) এবং Q(8 , 5) বিন্দু দুইটি দ্বারা সমত্রিখন্ডিত করা হয়। A, B এর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।
উত্তর: A(–2 , 1), B(13 , 7) [ব.'১১]

2. (a) A ও B বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (– 2 , 4) ও (4 , – 5)। AB রেখাংশকে C বিন্দু পর্যন্ত বর্ধিত করা হল যেন AB = 3BC হয়। C বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। [চ.'১১; দি'১২,'১৫; রা.'১৩; ঢা.'১৪] উত্তর: (6 , – 8)

(b) A(8 , 10) ও B(18, 20) বিন্দুর সংযোগ রেখাংশকে Q ও R বিন্দুদ্বয় 2 : 3 অনুপাতে যথাক্রমে অন্তর্বিভক্ত ও বহির্বিভক্ত করে এবং P বিন্দু AB এর মধ্যবিন্দু। Q ও R বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর এবং প্রমাণ কর যে, $PQ\times PR = PB^2$
উত্তর: (12 , 14), (– 12 , – 10) [কু.'১৪]

3. (a) একটি ত্রিভুজের দুইটি শীর্ষবিন্দু (2, 7) ও (6 , 1) এবং এর ভরকেন্দ্র (6 , 4) ; তৃতীয় শীর্ষ নির্ণয় কর।
উত্তর: (10 , 4) [কু.'০১; ঢা.'০৩; সি.'০৪,'১২; ব.'১০,'১২; চ.'১২]

(b) একটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক $(at_1^2, 2at_1)$, $(at_2^2, 2at_2)$ এবং $(at_3^2, 2at_3)$ । যদি এর ভরকেন্দ্র x–অক্ষের উপর অবস্থিত হয়, তাহলে দেখাও যে, $t_1+t_2+t_3=0$ [সি.'০৫; কু.'০৬; য., মা. বো.'০৯; ব.'১৪]

(c) ABC ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় A(10 , 20) , B(20 , 30) এবং C(30 , 10). ABC ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র G হলে GBC ত্রিভুজের GD মধ্যমার দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
উত্তর: 5 একক। [প্র.ভ.প.'০৪]

(d) ABC ত্রিভুজের BC, CA এবং AB এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে (2 , 4), (5 , 0) এবং (4 , – 2) হলে A , B এবং C শীর্ষত্রয়ের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।
উত্তর: A(7 , – 6), B(1 , 2) , C(3 , 6)

(e) A(2, 5), B(5, 9) এবং C(9, 12) বিন্দুত্রয় একটি ABCD সামান্তরিকের শীর্ষবিন্দু হলে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
উত্তর: 7 বর্গ একক।

4. **(a)** ABCD রম্বসের A(1,2), C(5, 6) এবং B শীর্ষ x- অক্ষের উপর অবস্থিত। B ও D শীর্ষদ্বয়ের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। প্রমাণ কর যে, রম্বসটি বর্গ নয়। উ: B(7, 0), D(−1, 8).

(b) একটি আয়তক্ষেত্রের একটি বাহুর প্রান্তবিন্দু (2, −1) , (6, 5) এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য 8 একক। অপর কর্ণের প্রান্তদ্বয় নির্ণয় কর। উ: (10, 1), (6, −3) অথবা (2, 9), (−2, 5)

(c) বর্গের একটি কর্ণের প্রান্তবিন্দু (5, 0), (9, 4) হলে এর অপর কর্ণের প্রান্তদ্বয় নির্ণয় কর। উ: (5, 4) ও (9, 0).

সম্ভাব্য ধাপসহ সমস্যা :

5. (2,–4) ও (–3,6) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে x-অক্ষ এবং y- অক্ষ যে যে অনুপাতে বিভক্ত করে তা নির্ণয় কর।
উ: 2 : 3, 2 : 3 **[ঢা.'০৯; রা. '০৪, '০৮; য. '০২]** (৪)

6. A ও B বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (– 5 , 4) ও (3 , – 2). AB কে C পর্যন্ত বর্ধিত করা হল যেন 3AB = 2BC হয়। C বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। উ: (15,–11) (২)

সৃজনশীল প্রশ্ন:

7. ΔABC এর দুইটি শীর্ষ A(–3, –2) ও B(6, 4) ।

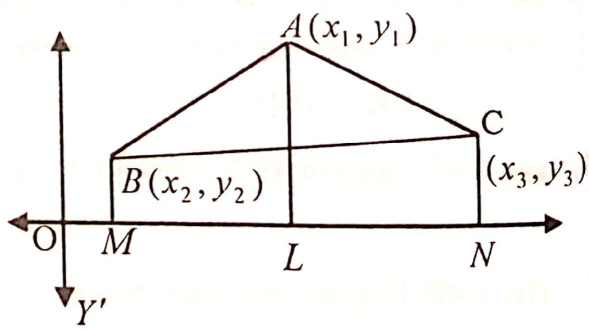
ক. $(-1, \sqrt{3})$ কে পোলার স্থানাঙ্কে প্রকাশ কর।

খ. AB বাহুর সমত্রিখন্ডক বিন্দুর সাথে C শীর্ষ যে ত্রিভুজ গঠন করে তার ভরকেন্দ্র (3, ˉ1) হলে C এর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। **[সি.'০৮; ঢা.'০৬; চ.'০৮; য.'০৯,'১৩]**

গ. AB এর মধ্যবিন্দু হতে $\frac{1}{2}$ একক দূরত্বে অবস্থিত একটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর যার ভুজ কোটির দ্বিগুণ।

উত্তর: (a) $(2, \frac{2\pi}{3})$ (b) (6, 1), (3, 2) (c) (2, 1), $(\frac{6}{5}, \frac{3}{5})$

৫. ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলঃ



মনে করি, ABC ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ এবং $C(x_3, y_3)$ । A, B ও C বিন্দু হতে x- অক্ষের উপর যথাক্রমে AL, BM ও CN লম্ব আঁকি। তাহলে, $OL = x_1$, $OM = x_2$, $ON = x_3$, $AL = y_1$, $BM = y_2$, $CN = y_3$

ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল Δ ABC হলে,

Δ ABC = ট্রাপিজিয়াম ABML এর ক্ষেত্রফল

+ ট্রাপিজিয়াম ALNC এর ক্ষেত্রফল – ট্রাপিজিয়াম BMNC এর ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2}(AL + BM) \times ML + \frac{1}{2}(AL + CN) \times LN - \frac{1}{2}(BM + CN) \times MN$$

$$= \frac{1}{2}(AL + BM)(OL - OM) + \frac{1}{2}(AL + CN)(ON - OL) - \frac{1}{2}(BM + CN)(ON - OM)$$

$$= \frac{1}{2}(y_1 + y_2)(x_1 - x_2) + \frac{1}{2}(y_1 + y_3)(x_3 - x_1) - \frac{1}{2}(y_2 + y_3)(x_3 - x_2)$$