$\therefore \quad x = -4\cos\frac{\pi}{4} = -4 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = -2\sqrt{2}$ এবং y

$= -4\sin\frac{\pi}{4} = -4 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = -2\sqrt{2}$.

$\therefore$ প্রদত্ত বিন্দুর কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক $(-2\sqrt{2}, -2\sqrt{2})$

খ. **সমাধানঃ** ধরি, বিন্দুটির স্থানাঙ্ক $(\alpha, 2\alpha)$.

$\therefore$ $(4, 3)$ বিন্দু হতে $(\alpha, 2\alpha)$ বিন্দুর দূরত্ব

$= \sqrt{(\alpha-4)^2 + (2\alpha-3)^2}$

প্রশ্নমতে, $\sqrt{(\alpha-4)^2 + (2\alpha-3)^2} = \sqrt{10}$

$\Rightarrow \alpha^2 - 8\alpha + 16 + 4\alpha^2 - 12\alpha + 9 = 10$

$\Rightarrow 5\alpha^2 - 20\alpha + 15 = 0$

$\Rightarrow \alpha^2 - 4\alpha + 3 = 0 \Rightarrow (\alpha-3)(\alpha-1) = 0$

$\Rightarrow \alpha = 1$ অথবা, $\alpha = 3$

$\therefore$ বিন্দুটির স্থানাঙ্ক $(1, 2)$ বা, $(3, 6)$ (Ans.)

গ. মনে করি, $B(-1, -\sqrt{3})$ বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক (r, θ); যেখানে

$r = \sqrt{(-1)^2 + (-\sqrt{3})^2} = \sqrt{1+3} = 2$ এবং

$\theta = \tan^{-1}\frac{-\sqrt{3}}{-1} = \pi + \tan^{-1}(\sqrt{3})$

$= \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$

$\therefore$ B বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক $(2, \frac{4\pi}{3})$

এখন, $C(4, \frac{\pi}{4})$ ও $D(2, \frac{4\pi}{3})$ বিন্দুদ্বয়ের দূরত্বই নির্ণেয় দূরত্ব।

$\therefore \quad CD = \sqrt{4^2 + 2^2 - 2.4.2\cos(\frac{4\pi}{3} - \frac{\pi}{4})}$

$= \sqrt{16 + 2 - 16\cos(\frac{15\pi}{12})}$

$= \sqrt{20 - 16\cos(\frac{5\pi}{4})}$

$= \sqrt{20 - 16\cos(\pi + \frac{\pi}{4})}$

$= \sqrt{20 + 16\cos\frac{\pi}{4}} = \sqrt{20 + 16 \times \frac{1}{\sqrt{2}}}$

$= \sqrt{20 + 8\sqrt{2}}$

প্রশ্নমালা III B

1.(a) দেখাও যে, (2 – 2) এবং (– 1 , 4) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশ অক্ষদ্বয় দ্বারা সমান তিন ভাগে বিভক্ত হয়।

[সি.'০৫,'১৩; ব.'০৭ ; মা'০৫]

প্রমাণ ঃ ধরি, প্রদত্ত বিন্দুদ্বয় $A(2, -2)$ ও $B(-1, 4)$ এবং x-অক্ষ AB রেখাংশকে $P(\alpha, 0)$ বিন্দুতে $m : 1$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।

$\therefore \quad 0 = \frac{4m + 1 \times -2}{m+1} \Rightarrow 4m = 2 \Rightarrow m = \frac{1}{2}$

অর্থাৎ x-অক্ষ AB রেখাংশকে $1 : 2$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।

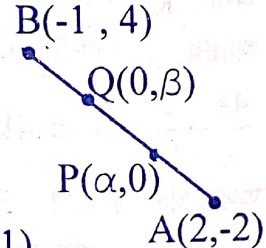
আবার, ধরি y-অক্ষ AB রেখাংশকে $Q(0, \beta)$ বিন্দুতে $n : 1$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।

$\therefore \quad 0 = \frac{n \times -1 + 1 \times 2}{n+1} \Rightarrow n = 2 \Rightarrow n : 1 = 2 : 1$

অর্থাৎ y-অক্ষ AB রেখাংশকে $2 : 1$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।

$\therefore$ AB রেখাংশ অক্ষদ্বয় দ্বারা সমান তিনভাগে বিভক্ত হয়।

বিকল্প পদ্ধতি : ধরি, প্রদত্ত বিন্দুদ্বয় $A(2, -2)$ ও $B(-1, 4)$ এবং x-অক্ষ ও y-অক্ষ AB রেখাংশকে যথাক্রমে $P(\alpha, 0)$ ও $Q(0, \beta)$ বিন্দুতে অন্তর্বিভক্ত করে।



$\therefore \quad \frac{AP}{PB} = \frac{2-\alpha}{\alpha+1} = \frac{-2-0}{0-4} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow 2AP = PB = PQ + QB$

$\Rightarrow PQ = 2AP - QB \cdots\cdots (1)$

আবার, $\frac{AQ}{QB} = \frac{2-0}{0+1} = \frac{-2-\beta}{\beta-4} \Rightarrow \frac{AQ}{QP} = \frac{2}{1}$

$\Rightarrow AQ = 2QB \Rightarrow AP + PQ = 2\,QB$

$\Rightarrow AP + 2AP - QB = 2\,QB$ [(1) দ্বারা]

$\Rightarrow 3\,AP = 3\,QB \quad \therefore AP = QB$

$(1) \Rightarrow PQ = 2AP - AP = AP$

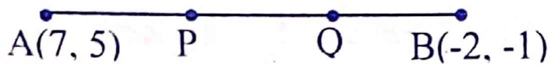
$\therefore AP = PQ = QB$

$\therefore$ AB রেখাংশ অক্ষদ্বয় দ্বারা সমান তিনভাগে বিভক্ত হয়।

1(b) (7 , 5) ও (– 2 ,– 1) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশের সমত্রিখন্ডক বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

[ব.'০৫; রা.'০৯,'১১]

সমাধান ঃ



ধরি, প্রদত্ত বিন্দুদ্বয় A(7, 5) ও B(−2, −1) এবং P ও Q সমত্রিখন্ডক বিন্দুদ্বয় AB রেখাংশকে যথাক্রমে 1 : 2 ও 2 : 1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।

$$\therefore \quad P \equiv \left(\frac{1\times -2+2\times 7}{1+2}, \frac{1\times -1+2\times 5}{1+2}\right) = (4, 3)$$

$$Q \equiv \left(\frac{2\times -2+1\times 7}{2+1}, \frac{2\times -1+1\times 5}{2+1}\right) = (1, 1)$$

$\therefore$ সমত্রিখন্ডক বিন্দুদ্বয়ের স্থানাঙ্ক (4, 3) ও (1, 1)

1(c) (– 2 , 3) ও (4 , – 7) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে x-অক্ষ এবং y- অক্ষ যে যে অনুপাতে বিভক্ত করে তা নির্ণয় কর।

[চ.'০৭; মা.'০৭]

সমাধান ঃ প্রদত্ত (– 2 , 3) ও (4 , – 7) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে $k:1$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্তকারী বিন্দুটির স্থানাঙ্ক $= \left(\frac{k\times 4+1\times -2}{k+1}, \frac{k\times -7+1\times 3}{k+1}\right)$

এ বিন্দুটি x-অক্ষের উপর অবস্থিত হলে এর কোটি

$$\frac{-7k+3}{k+1} = 0 \Rightarrow -7k+4 = 0 \Rightarrow k = \frac{3}{7}$$

অর্থাৎ $k : 1 = 3 : 7$

আবার, এ বিন্দুটি y-অক্ষের উপর অবস্থিত হলে এর ভুজ

$$\frac{4k-2}{k+1} = 0 \Rightarrow 4k-2 = 0 \Rightarrow k = \frac{1}{2}$$

অর্থাৎ $k : 1 = 1 : 2$

$\therefore$ x ও y-অক্ষরেখা প্রদত্ত বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে যথাক্রমে 3 : 7 এবং 1 : 2 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।

1(d) (2 , – 5) ও (2 , 3) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে x-অক্ষ যে অনুপাতে বিভক্ত করে তা নির্ণয় কর। ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্কও নির্ণয় কর।

[য.'০০]

সমাধান ঃ প্রদত্ত (2 , −5) ও (2 , 3) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে $k:1$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্তকারী বিন্দুটির স্থানাঙ্ক $= \left(\frac{k\times 2+1\times 2}{k+1}, \frac{k\times 3+1\times -5}{k+1}\right)$

এ বিন্দুটি x-অক্ষের উপর অবস্থিত হলে এর কোটি

$$\frac{3k-5}{k+1} = 0 \Rightarrow 3k-5 = 0 \Rightarrow k = \frac{5}{3}$$

অর্থাৎ $k : 1 = 5 : 3$

$\therefore$ x-অক্ষরেখা প্রদত্ত বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে 5 : 3 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে এবং বিন্দুটির স্থানাঙ্ক

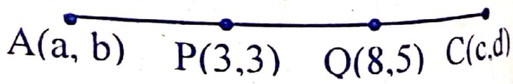
$$= \left(\frac{2.\frac{5}{3}+2}{\frac{5}{3}+1}, 0\right) = \left(\frac{10+6}{5+3}, 0\right) = (2, 0)$$

[MCQ এর ক্ষেত্রে , বিন্দু দুইটির সাধারন ভুজ 2 বলে বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে x-অক্ষরেখা (2, 0) বিন্দুতে এবং $\frac{-5-0}{0-3} = \frac{5}{3}$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।]

1(e) AB সরলরেখাটি P(3 , 3) এবং Q(8 , 5) বিন্দু দুটি দ্বারা সমত্রিখণ্ডিত করা হয়, A, B এর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

[ব.'১১]

সমাধান ঃ



ধরি, A ও B এর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (a,b) ও (c, d)

তাহলে, P, AQ এর মধ্যবিন্দু ।

$$\therefore \quad \frac{a+8}{2} = 3 \Rightarrow a = 6-8 = -2 \text{ এবং}$$

$$\frac{b+5}{2} = 3 \Rightarrow b = 6-5 = 1$$

আবার, Q, PC এর মধ্যবিন্দু ।

$$\therefore \quad \frac{3+c}{2} = 8 \Rightarrow c = 16-3 = 13 \text{ এবং}$$

$$\frac{3+d}{2} = 5 \Rightarrow d = 10-3 = 7$$

$\therefore$ A ও B এর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (−2,1) ও (13, 7)

2.(a) A ও B বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (−2, 4) ও (4, – 5). AB রেখাংশকে C বিন্দু পর্যন্ত বর্ধিত করা হল যেন AB = 3BC হয়। C বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

[কু.'০৯; চ.'১১; দি'১২; সি.'১০; রা.'১৩; ঢা.'১৪]

সমাধান ঃ A(−2, 4) B(4,−5) C

ধরি, C বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x, y).

দেওয়া আছে, $AB = 3BC \Rightarrow \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{3}{1}$

B বিন্দু AC রেখাংশকে 3 : 1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে

$\therefore$ B বিন্দুর স্থানাঙ্ক $= (\dfrac{3x-2}{3+1}, \dfrac{3y+4}{3+1})$

প্রশ্নমতে, $\dfrac{3x-2}{4} = 4 \Rightarrow 3x - 2 = 16$

$\Rightarrow 3x = 18 \Rightarrow x = 6$

এবং $\dfrac{3y+4}{4} = -5 \Rightarrow 3y + 4 = -20$

$\Rightarrow 3y = -24 \Rightarrow y = -8$

$\therefore$ C বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(6, -8)$ (Ans.)

বিকল্প পদ্ধতি :

দেওয়া আছে, $AB = 3BC \Rightarrow \dfrac{AB}{BC} = 3$

ধরি, C বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x, y).

$\therefore \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{-2-4}{4-x} = \dfrac{4+5}{-5-y} = 3$

$\therefore \dfrac{-6}{4-x} = 3 \Rightarrow -6 = 12 - 3x \Rightarrow x = 6$ এবং

$\dfrac{9}{-5-y} = 3 \Rightarrow 9 = -15 - 3y \Rightarrow y = -8$

$\therefore$ C বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(6, -8)$ (Ans.)

2(b) A(8 , 10) ও B(18, 20) বিন্দুর সংযোগ রেখাংশকে Q ও R বিন্দুদ্বয় 2 : 3 অনুপাতে যথাক্রমে অন্তর্বিভক্ত ও বহির্বিভক্ত করে এবং P বিন্দু AB এর মধ্যবিন্দু। Q ও R বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর এবং প্রমাণ কর যে, $PQ \times PR = PB^2$ [রা.'০০]

সমাধান ঃ $P \equiv (\dfrac{8+18}{2}, \dfrac{10+20}{2}) = (13, 15)$

$Q \equiv (\dfrac{36+24}{2+3}, \dfrac{40+30}{2+3}) = (\dfrac{60}{5}, \dfrac{70}{5}) = (12, 14)$

$R \equiv (\dfrac{36-24}{2-3}, \dfrac{40-30}{2-3}) = (-12, -10)$

$\therefore$ Q ও R বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (12, 14) ও (– 12 , – 10)

এখন, $PQ = \sqrt{(13-12)^2 + (15-14)^2} = \sqrt{2}$

$PR = \sqrt{(13+12)^2 + (15+10)^2} = \sqrt{2 \times 25^2}$

$= 25\sqrt{2}$

$PB^2 = (13-18)^2 + (15-20)^2 = 50$

$\therefore PQ \times PR = \sqrt{2} \times 25\sqrt{2} = 50 = PB^2$

3. (a) একটি ত্রিভুজের দুইটি শীর্ষবিন্দু (2 , 7) ও (6 , 1) এবং এর ভরকেন্দ্র (6 , 4) ; তৃতীয় শীর্ষ নির্ণয় কর। [সি.'০৪,'১২; মা.বো.'০৭; ব.'১০,'১২; চ.'১২]

সমাধান ঃ ধরি, তৃতীয় শীর্ষের স্থানাঙ্ক (x , y).

$\therefore$ (2 , 7) , (6 , 1) ও (x , y) শীর্ষবিশিষ্ট ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র $(\dfrac{2+6+x}{3}, \dfrac{7+1+y}{3})$.

প্রশ্নমতে, $\dfrac{2+6+x}{3} = 6 \Rightarrow x + 8 = 18 \Rightarrow x = 10$

এবং $\dfrac{7+1+y}{3} = 4 \Rightarrow y + 8 = 12 \Rightarrow y = 4$

$\therefore$ তৃতীয় শীর্ষের স্থানাঙ্ক (10 , 4).

3(b) একটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক $(at_1^2, 2at_1)$, $(at_1^2, 2at_2)$এবং $(at_3^2, 2at_3)$. যদি এর ভরকেন্দ্র x–অক্ষের উপর অবস্থিত হয়, তাহলে দেখাও যে, $t_1 + t_2 + t_3 = 0$ [সি.'০৫; কু.'০৬; য.'০৯; মা.'০৯]

সমাধান ঃ ত্রিভুজটির ভারকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক

$= (\dfrac{at_1^2 + at_2^2 + at_3^2}{3}, \dfrac{2a(t_1 + t_2 + t_3)}{3})$

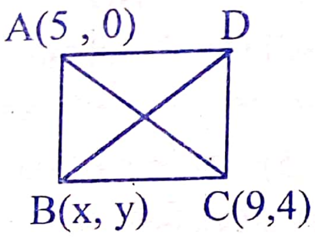
এ বিন্দুটি x-অক্ষের উপর অবস্থিত বলে এর কোটি শূন্য।

$\therefore \dfrac{2a(t_1 + t_2 + t_3)}{3} = 0$

$\Rightarrow t_1 + t_2 + t_3 = 0$ (Showed)

3(c) ABC ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় A(10 , 20) , B(20 , 30) এবং C(30 , 10). ABC ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র G হলে GBC ত্রিভুজের GD মধ্যমার দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [প্র.ভ.প.(প্রকৌশল ভর্তি পরীক্ষা)'০৪]

সমাধানঃ



মনে করি, ABCD বর্গের AC কর্ণের প্রান্তদ্বয় A(5, 0), C(9, 4) । B শীর্ষের স্থানাঙ্ক (x, y) হলে,

$AB = BC \Rightarrow AB^2 = BC^2$

$\Rightarrow (x-5)^2 + (y-0)^2 = (x-9)^2 + (y-4)^2$

$\Rightarrow x^2 - 10x + 25 + y^2 = x^2 - 18x + 81 + y^2 - 8y + 16$

$\Rightarrow 8x + 8y = 72 \Rightarrow x + y = 9$

$\Rightarrow y = 9 - x \cdots\cdots (i)$

আবার, $AB^2 + BC^2 = AC^2 \Rightarrow 2AB^2 = AC^2$

$\Rightarrow 2(x^2 - 10x + 25 + y^2) = (5-9)^2 + (0-4)^2$

$\Rightarrow 2\{x^2 - 10x + 25 + (9-x)^2\} = 16 + 16$

$\Rightarrow x^2 - 10x + 25 + 81 - 18x + x^2 = 16$

$\Rightarrow 2x^2 - 28x + 90 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 14x + 45 = 0$

$\Rightarrow (x-9)(x-5) = 0 \Rightarrow x = 5, 9$

(i) হতে পাই, $y = 9 - x = 4, 0$

$\therefore$ B শীর্ষের স্থানাঙ্ক (5, 4) অথবা (9, 0)

B শীর্ষের স্থানাঙ্ক (5, 4) হলে D শীর্ষের স্থানাঙ্ক

$(5 + 9 - 5, 0 + 4 - 4) = (9, 0)$

B শীর্ষের স্থানাঙ্ক (9, 0) হলে D শীর্ষের স্থানাঙ্ক

$(5 + 9 - 9, 0 + 4 - 0) = (5, 4)$

$\therefore$ বর্গটির অপর কর্ণের প্রান্তদ্বয় (5, 4) ও (9, 0).

সম্ভাব্য ধাপসহ সমস্যা :

5. (2,–4) ও (–3,6) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে x-অক্ষ এবং y- অক্ষ যে যে অনুপাতে বিভক্ত করে তা নির্ণয় কর। **[ঢা.'০৯; রা. '০৪, '০৮; য. '০২]**

সমাধান ঃ

ধরি, প্রদত্ত বিন্দুদ্বয় A(2 , – 4) ও B(– 3 , 6) এবং AB রেখাংশকে P বিন্দু $k:1$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।

$\therefore\ P \equiv \left(\dfrac{k\times -3 + 1\times 2}{k+1}, \dfrac{k\times 6 + 1\times -4}{k+1}\right)$ (১)

এ বিন্দুটি x-অক্ষের উপর অবস্থিত হলে এর কোটি

$\dfrac{6k-4}{k+1} = 0$ (১)

$\Rightarrow 6k - 4 = 0 \Rightarrow k = \dfrac{2}{3}$ অর্থাৎ $k : 1 = 2 : 3$

আবার, এ বিন্দুটি y-অক্ষের উপর অবস্থিত হলে এর ভুজ

$\dfrac{-3k+2}{k+1} = 0$ (১)

$\Rightarrow -3k + 2 = 0 \Rightarrow k = \dfrac{2}{3}$

অর্থাৎ $k : 1 = 2 : 3$

$\therefore$ x ও y-অক্ষরেখা প্রদত্ত বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে 2 : 3 এবং 2 : 3 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে। (১)

6. A ও B বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (– 5 , 4) ও (3 , – 2). AB কে C পর্যন্ত বর্ধিত করা হল যেন 3AB = 2BC হয়। C বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ

দেওয়া আছে, $3AB = 2BC \Rightarrow \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{2}{3}$

ধরি, C বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x, y).

$\therefore\ \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{-5-3}{3-x} = \dfrac{4+2}{-2-y} = \dfrac{2}{3}$ (১)

$\therefore\ \dfrac{-8}{3-x} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow -24 = 6 - 2x$

$\Rightarrow 2x = 30 \Rightarrow x = 15$ এবং

$\dfrac{6}{-2-y} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow 18 = -4 - 2y$

$\Rightarrow 2y = -22 \Rightarrow y = -11$

$\therefore$ C বিন্দুর স্থানাঙ্ক (15 , –11) (Ans.) (১)

সৃজনশীল প্রশ্ন:

7. ΔABC এর দুইটি শীর্ষ A(–3, –2) ও B(6, 4) ।

(a) $(-1, \sqrt{3})$ কে পোলার স্থানাঙ্কে প্রকাশ কর।

সমাধান ঃ মনে করি, $(-1, \sqrt{3})$ বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক (r, θ); যেখানে

$r = \sqrt{(-1)^2 + (-\sqrt{3})^2} = \sqrt{1+3} = 2$

এবং $\theta = \tan^{-1}\frac{\sqrt{3}}{-1} = \pi - \tan^{-1}(\sqrt{3})$

$$= \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$$

$\therefore$ $(-1, \sqrt{3})$ এর পোলার স্থানাঙ্ক $(2, \frac{2\pi}{3})$

(b) AB বাহুর সমত্রিখন্ডক বিন্দুর সাথে C শীর্ষ যে ত্রিভুজ গঠন করে তার ভরকেন্দ্র (3, 1) হলে C এর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

[সি.'০৮; ঢা.'০৬; চ.'০৮; য.'০৯,'১৩]

সমাধান : ধরি, প্রদত্ত বিন্দু দুইটি A(−3, − 2) ও B(6 , 4) এবং P ও Q সমত্রিখন্ডক বিন্দু দুইটি AB রেখাংশকে যথাক্রমে 1 : 2 ও 2 : 1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।

$$\therefore P \equiv \left(\frac{1\times 6 + 2\times -3}{1+2}, \frac{1\times 4 + 2\times -2}{1+2}\right)$$

$$= \left(\frac{6-6}{3}, \frac{4-4}{3}\right) = (0 , 0)$$

এবং $Q \equiv \left(\frac{2\times 6 + 1\times -3}{2+1}, \frac{2\times 4 + 1\times -2}{2+1}\right)$

$$= \left(\frac{12-3}{3}, \frac{8-2}{3}\right) = (3 , 2)$$

ধরি, C এর স্থানাঙ্ক (x , y).

$\therefore$ ΔPQC এর ভরকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক

$$\left(\frac{0+3+x}{3}, \frac{0+2+y}{3}\right) = \left(\frac{3+x}{3}, \frac{2+y}{3}\right)$$

প্রশ্নমতে, $\frac{3+x}{3} = 3 \Rightarrow x + 3 = 9 \Rightarrow x = 6$

এবং $\frac{2+y}{3} = 1 \Rightarrow y + 2 = 3 \Rightarrow y = 1$

$\therefore$ C এর স্থানাঙ্ক (6,1).

(c) AB এর মধ্যবিন্দু হতে $\frac{1}{2}$ একক দূরত্বে অবস্থিত একটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর যার ভুজ কোটির দ্বিগুণ।

সমাধান : AB এর মধ্যবিন্দু (ধরি) C –এর স্থানাঙ্ক

$$\left(\frac{-3+6}{2}, \frac{-2+4}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}, 1\right)$$

ধরি, বিন্দুটির স্থানাঙ্ক $D(2\alpha , \alpha)$.

$$\therefore \quad CD = \sqrt{(2\alpha - \frac{3}{2})^2 + (\alpha - 1)^2}$$

প্রশ্নমতে, $\sqrt{(2\alpha - \frac{3}{2})^2 + (\alpha - 1)^2} = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow 4\alpha^2 - 2.2\alpha.\frac{3}{2} + \frac{9}{4} + \alpha^2 - 2\alpha + 1 = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow 16\alpha^2 - 24\alpha + 9 + 4\alpha^2 - 8\alpha + 4 = 1$$

$$\Rightarrow 20\alpha^2 - 32\alpha + 12 = 0$$

$$\Rightarrow 5\alpha^2 - 8\alpha + 3 = 0$$

$$\Rightarrow 5\alpha^2 - 5\alpha - 3\alpha + 3 = 0$$

$$\Rightarrow 5\alpha(\alpha - 1) - 3(\alpha - 1) = 0$$

$$\Rightarrow (\alpha - 1)(5\alpha - 3) = 0$$

$$\therefore \quad \alpha = 1, \frac{3}{5}$$

$\therefore$ বিন্দুটির স্থানাঙ্ক (2, 1) অথবা, $\left(\frac{6}{5}, \frac{3}{5}\right)$

প্রশ্নমালা III C

1. (a) ABC ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় A(− 3, − 2), B(− 3 , 9) এবং C(5 , − 8) ; ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর এবং এর সাহায্যে B হতে CA এর উপর লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [কু.'০৪; য.'০৪,'১৩; চ.'০৮]

সমাধান : A(−3, − 2), B(− 3, 9) এবং C(5 , − 8) বিন্দুত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$$\Delta ABC = \frac{1}{2}|\ (-3)9 + (-3)(-8) + 5(-2) - (-2)(-3) - 9(5) - (-8)(-3)|$$

$$\left[\frac{1}{2}|x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_4 + x_4y_1 - y_1x_2 - y_2x_3 - y_3x_4 - y_4x_1 \text{ সূত্র দ্বারা}\right]$$

[A(− 3, −2), B(− 3, 9), C(5 , − 8)]

$$= \frac{1}{2}|-27 + 24 - 10 - 6 - 45 - 24|$$