এবং $\theta = \tan^{-1}\frac{\sqrt{3}}{-1} = \pi - \tan^{-1}(\sqrt{3})$

$= \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$

$\therefore$ $(-1, \sqrt{3})$ এর পোলার স্থানাঙ্ক $(2, \frac{2\pi}{3})$

(b) AB বাহুর সমত্রিখন্ডক বিন্দুর সাথে C শীর্ষ যে ত্রিভুজ গঠন করে তার ভরকেন্দ্র (3, 1) হলে C এর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

[সি.'০৮; ঢা.'০৬; চ.'০৮; য.'০৯,'১৩]

সমাধান ঃ ধরি, প্রদত্ত বিন্দু দুইটি A(–3, – 2) ও B(6 , 4) এবং P ও Q সমত্রিখন্ডক বিন্দু দুইটি AB রেখাংশকে যথাক্রমে 1 : 2 ও 2 : 1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।

$\therefore$ $P \equiv (\frac{1\times 6 + 2\times -3}{1+2}, \frac{1\times 4 + 2\times -2}{1+2})$

$= (\frac{6-6}{3}, \frac{4-4}{3}) = (0 , 0)$

এবং $Q \equiv (\frac{2\times 6 + 1\times -3}{2+1}, \frac{2\times 4 + 1\times -2}{2+1})$

$= (\frac{12-3}{3}, \frac{8-2}{3}) = (3 , 2)$

ধরি, C এর স্থানাঙ্ক (x , y).

$\therefore$ ΔPQC এর ভরকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক

$(\frac{0+3+x}{3}, \frac{0+2+y}{3}) = (\frac{3+x}{3}, \frac{2+y}{3})$

প্রশ্নমতে, $\frac{3+x}{3} = 3 \Rightarrow x + 3 = 9 \Rightarrow x = 6$

এবং $\frac{2+y}{3} = 1 \Rightarrow y + 2 = 3 \Rightarrow y = 1$

$\therefore$ C এর স্থানাঙ্ক (6,1).

(c) AB এর মধ্যবিন্দু হতে $\frac{1}{2}$ একক দূরত্বে অবস্থিত একটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর যার ভুজ কোটির দ্বিগুণ।

সমাধান : AB এর মধ্যবিন্দু (ধরি) C –এর স্থানাঙ্ক

$(\frac{-3+6}{2}, \frac{-2+4}{2}) = (\frac{3}{2}, 1)$

ধরি, বিন্দুটির স্থানাঙ্ক $D(2\alpha , \alpha)$.

$\therefore$ $CD = \sqrt{(2\alpha - \frac{3}{2})^2 + (\alpha - 1)^2}$

প্রশ্নমতে, $\sqrt{(2\alpha - \frac{3}{2})^2 + (\alpha - 1)^2} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow 4\alpha^2 - 2.2\alpha.\frac{3}{2} + \frac{9}{4} + \alpha^2 - 2\alpha + 1 = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow 16\alpha^2 - 24\alpha + 9 + 4\alpha^2 - 8\alpha + 4 = 1$

$\Rightarrow 20\alpha^2 - 32\alpha + 12 = 0$

$\Rightarrow 5\alpha^2 - 8\alpha + 3 = 0$

$\Rightarrow 5\alpha^2 - 5\alpha - 3\alpha + 3 = 0$

$\Rightarrow 5\alpha(\alpha - 1) - 3(\alpha - 1) = 0$

$\Rightarrow (\alpha - 1)(5\alpha - 3) = 0$

$\therefore$ $\alpha = 1, \frac{3}{5}$

$\therefore$ বিন্দুটির স্থানাঙ্ক (2, 1) অথবা, $(\frac{6}{5}, \frac{3}{5})$

প্রশ্নমালা III C

1. (a) ABC ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় A(– 3, – 2), B(– 3 , 9) এবং C(5 , – 8) ; ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর এবং এর সাহায্যে B হতে CA এর উপর লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [কু.'০৪; য.'০৪,'১৩; চ.'০৮]

সমাধান : A(–3, – 2), B(– 3, 9) এবং C(5 , – 8) বিন্দুত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$\Delta ABC = \frac{1}{2}|\ (-3)9 + (-3)(-8) + 5(-2) - (-2)(-3) - 9(5) - (-8)(-3)|$

$[\frac{1}{2}|x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_4 + x_4y_1 - y_1x_2 - y_2x_3 - y_3x_4 - y_4x_1$ সূত্র দ্বারা]

[A(– 3, –2), B(– 3, 9), C(5 , – 8)]

$= \frac{1}{2}| - 27 + 24 - 10 - 6 - 45 - 24 |$

$= \frac{1}{2} |-88| = 44$ বর্গ একক।

বিকল্প পদ্ধতি:

$$\Delta ABC = \frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix} -3 & -3 & 5 & -3 \\ -2 & 9 & -8 & -2 \end{vmatrix}\right|$$

$$= \frac{1}{2} |-27 + 24 - 10 - (6 + 45 + 24)|$$

$$= \frac{1}{2} |-13 - 75| = \frac{1}{2} |-88| = 44$$

$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল 44 বর্গ একক।

২য় অংশ ঃ ধরি, B হতে CA এর উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য d একক।

$$\therefore \quad \Delta ABC = \frac{1}{2} \times CA \times d$$

$$\Rightarrow 44 = \frac{1}{2} \times \sqrt{(5+3)^2 + (-8+2)^2} \times d$$

$$\Rightarrow 88 = \sqrt{64 + 36} \times d \Rightarrow d = \frac{88}{10} = 8\frac{4}{5}$$

B হতে CA এর উপর লম্বের দৈর্ঘ্য $8\frac{4}{5}$ একক।

1(b) দেখাও যে, (3, 5), (3 , 8) এবং মূলবিন্দু একটি ত্রিভুজের শীর্ষত্রয়। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। **[কু.'০২]**

সমাধান ঃ মনে করি, প্রদত্ত বিন্দু দুইটি A(3, 5) ও B(3 , 8) এবং মূলবিন্দু O(0 , 0).

$$\therefore \quad OA = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{9 + 25} = \sqrt{34}$$

$$OB = \sqrt{3^2 + 8^2} = \sqrt{9 + 64} = \sqrt{73}$$

$$AB = \sqrt{0^2 + 3^2} = \sqrt{9} = 3$$

এখানে , $OA + AB = \sqrt{34} + 3 > \sqrt{73} = OB$

$\therefore$ প্রদত্ত বিন্দু দুইটি এবং মূলবিন্দু একটি ত্রিভুজের শীর্ষত্রয়।

এখন, $\Delta ABO = \frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix} 3 & 3 & 0 & 3 \\ 5 & 8 & 0 & 5 \end{vmatrix}\right|$

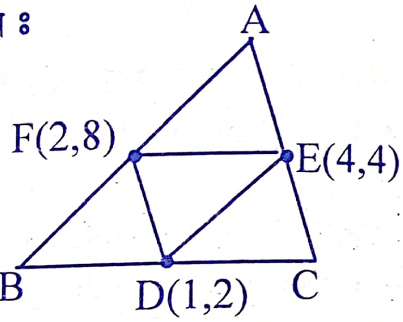
$$= \frac{1}{2} |24 + 0 + 0 - (15 + 0 + 0)|$$

$$= \frac{1}{2} |24 - 15| = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$$

$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $4\frac{1}{2}$ বর্গ একক।

1(c) ABC ত্রিভুজের বাহুগুলির মধ্যবিন্দু (1,2), (4, 4) এবং (2 , 8); ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। **[প্র.ভ.প.'০১]**

সমাধান ঃ



ধরি, ABC ত্রিভুজের বাহুগুলির মধ্যবিন্দু D(1, 2), E(4, 4) এবং F(2 , 8).

$$\therefore \delta_{DEF} = (1-4)(4-8) - (2-4)(4-2)$$

$$= 12 + 4 = 16$$

$$\therefore \quad \Delta DEF = \frac{1}{2} |16| = 8$$

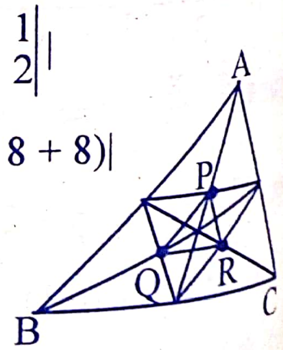
$$\therefore \quad \Delta ABC = 4 \times \Delta DEF = 4 \times 8 = 32$$

$\therefore$ ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 32 বর্গ একক।

1(d) ABC ত্রিভুজের মধ্যমাগুলির মধ্যবিন্দু (1, 2), (4 , 4) এবং (2, 8); ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ ধরি, ABC ত্রিভুজের মধ্যমাগুলির মধ্যবিন্দু P(1, 2), Q(4, 4) এবং R(2 , 8).

$$\therefore \Delta PQR = \frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix} 1 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 2 \end{vmatrix}\right|$$



$$= \frac{1}{2} |4 + 32 + 4 - (8 + 8 + 8)|$$

$$= \frac{1}{2} |40 - 24|$$

$$= \frac{1}{2} |32| = 16$$

$$\therefore \quad \Delta ABC = 16 \times \Delta DEF = 16 \times 8 = 128$$

$\therefore$ ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 128 বর্গ একক।

2. (a) কোন ত্রিভুজের শীর্ষত্রয়ের স্থানাঙ্ক (t + 1, 1), (2t + 1, 3), (2t + 2 , 2t) । ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। দেখাও যে, t = 2 অথবা t = −1/2 হলে, বিন্দুগুলো সমরেখ হবে। **[কু. '১০; রা. '১০; ব.'১০]**

সমাধান ঃ বিন্দুত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix} t+1 & 2t+1 & 2t+2 & t+1 \\ 1 & 3 & 2t & 1 \end{vmatrix}\right|$

$= \frac{1}{2}| 3t + 3 + 4t^2 + 2t + 2t + 2 - (2t + 1 + 6t$
$+ 6 + 2t^2 + 2t) |$

$= \frac{1}{2}| 4t^2 + 7t + 5 - 2t^2 - 10t - 7 |$

$= \frac{1}{2}| 2t^2 - 3t - 2 |$ বর্গ একক।

$\therefore$ $t = 2$ হলে,

$2t^2 - 3t - 2 = 8 - 6 - 2 = 8 - 8 = 0$

এবং $t = -\frac{1}{2}$ হলে,

$2t^2 - 3t - 2 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} - 2 = \frac{1+3-4}{2} = 0$

$\therefore$ $t = 2$ বা $-\frac{1}{2}$ হলে বিন্দুগুলো সমরেখ হবে।

2(b) **(a , b) , (b , a) এবং $(\frac{1}{a}, \frac{1}{b})$ ভিন্ন বিন্দুত্রয় সমরেখ হলে, দেখাও যে, $a + b = 0$.** [চ.'০২]

সমাধান ঃ যেহেতু বিন্দুগুলি সমরেখ,

$\begin{vmatrix} a & b & 1/a & a \\ b & a & 1/b & b \end{vmatrix} = 0$

$\Rightarrow a^2 + 1 + \frac{b}{a} - (b^2 + 1 + \frac{a}{b}) = 0$

$\Rightarrow a^2 - b^2 + \frac{b}{a} - \frac{a}{b} = 0$

$\Rightarrow a^2 - b^2 + \frac{b^2 - a^2}{ab} = 0$

$\Rightarrow (a^2 - b^2)(1 - \frac{1}{ab}) = 0$

$\Rightarrow (a-b)(a+b)(ab-1) = 0$

এখানে $a - b = 0$ অর্থাৎ $a = b$ হলে অথবা $ab = 1$ হলে বিন্দু তিনটি ভিন্ন হয় না।

$\therefore$ $a + b = 0$ (Showed).

2(c) কোন ত্রিভুজের শীর্ষত্রয়ের স্থানাঙ্ক $(2, -1)$, $(a + 1 , a - 3)$, $(a + 2 , a)$ হলে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর এবং a এর মান কত হলে বিন্দুগুলি সমরেখ হবে ? [রা.'১২; য.'১২;দি.'১৪]

সমাধান ঃ বিন্দুত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix} 2 & a+1 & a+2 & 2 \\ -1 & a-3 & a & -1 \end{vmatrix}\right|$

$= \frac{1}{2}|2a - 6 + a^2 + a - a - 2 -$
$(-a - 1 + a^2 - a - 6 + 2a)|$

$= \frac{1}{2}| a^2 + 2a - 8 - a^2 - 7 |$

$= \frac{1}{2}|2a - 1|$ বর্গ একক। (Ans.)

এখন বিন্দুগুলো সমরেখ হলে, $2a - 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$

3(a) **যদি $A(3 , 4)$, $B(2t , 5)$ এবং $C(6 , t)$ বিন্দুত্রয় দ্বারা উৎপন্ন ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $19\frac{1}{2}$ বর্গ একক হয়, তবে t এর মান নির্ণয় কর।** 15/2

[য.'০৩,'১৪; ঢা.'০৪; সি.'০৪; ব.'১৩; মা.'১৪]

সমাধানঃ প্রদত্ত বিন্দুত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল,

$\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix} 3 & 2t & 6 & 3 \\ 4 & 5 & t & 4 \end{vmatrix}\right| = 19\frac{1}{2}$

$\Rightarrow \frac{1}{2}|15 + 2t^2 + 24 - (8t + 30 + 3t)| = \frac{39}{2}$

$\Rightarrow |2t^2 - 11t + 9| = 39$

$\Rightarrow 2t^2 - 11t + 9 = \pm 39$

'+' চিহ্ন নিয়ে পাই, $2t^2 - 11t + 9 - 39 = 0$

$\Rightarrow 2t^2 - 11t - 30 = 0$

$\Rightarrow 2t^2 - 15t + 4t - 30 = 0$

$\Rightarrow t(2t - 15) + 2(2t - 15) = 0$

$\Rightarrow (t + 2)(2t - 15) = 0$

$\therefore$ $t = -2$ অথবা, $t = 15/2$

'–' চিহ্ন নিয়ে পাই, $2t^2 - 11t + 48 = 0$

$(-11)^2 - 4.2.48 < 0$ বলে, t এর কোন বাস্তব মানের জন্য সমীকরণটি সিদ্ধ হবেনা।

$\therefore$ t এর মান -2 বা, $15/2$.

3(b) দেখাও যে, (p , p − 2) , (p + 3 , p) এবং (p + 2, p + 2) বিন্দুত্রয় দ্বারা উৎপন্ন ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল p বর্জিত হবে। [কু.'০৮; মা.বো.'০৪]

প্রমাণ : প্রদত্ত বিন্দুত্রয়ের দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল,

$$= \frac{1}{2}\,|(p - p - 3)(p - p - 2) - (p - 2 - p)(p + 3 - p - 2)|$$

$$= \frac{1}{2}\,|(-3)(-2) - (-2).1|$$

$= \frac{1}{2}\,|6 + 2| = 4$ বর্গ একক; যা p বর্জিত।

∴ বিন্দুত্রয় দ্বারা উৎপন্ন ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল p বর্জিত ।

3(c) OPQ ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় (0 , 0) , (A cosβ , − A sinβ) এবং (A sinα , A cosα); দেখাও যে, $\alpha = \beta$ হলে, ত্রিভুজটি ক্ষেত্রফল বৃহত্তম হবে। বৃহত্তম মানটি নির্ণয় কর। [ব.'০৪; চ.'১২]

প্রমাণ : প্রদত্ত বিন্দুত্রয়ের দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ A\cos\beta & -A\sin\beta & 1 \\ A\sin\alpha & A\cos\alpha & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}(A^2\cos\alpha\cos\beta + A^2\sin\alpha\sin\beta)$$

$= \frac{1}{2}A^2\cos(\alpha - \beta)$; ইহা বৃহত্তম হবে যদি $\cos(\alpha - \beta)$ বৃহত্তম হয় অর্থাৎ,

$\cos(\alpha - \beta) = 1$ হয়।

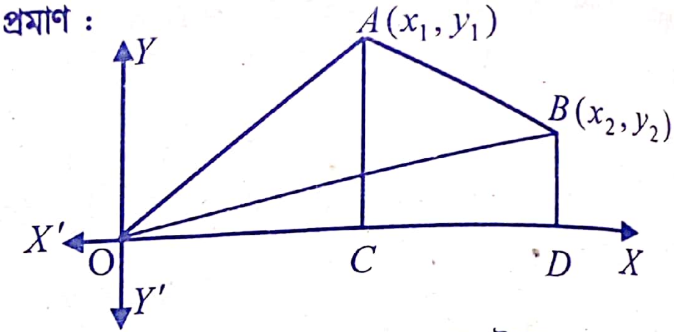
$\Rightarrow \cos(\alpha - \beta) = \cos 0 \Rightarrow \alpha - \beta = 0$

$\therefore \alpha = \beta$ (Showed)

বৃহত্তম মানটি $= \frac{1}{2}A^2$ বর্গ একক

3 (d) দুটি অক্ষরেখা পরস্পর লম্বভাবে O বিন্দুতে ছেদ করে। A এবং B এর ধনাত্মক স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (x_1, y_1) এবং (x_2, y_2)। মূল নিয়মে প্রমাণ কর যে, OAB ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $\frac{1}{2}|x_1y_2 - x_2y_1|$ বর্গ একক। [য.'০৫ ;ঢা.'০৯; দি.'১২]

প্রমাণ :



A ও B বিন্দু হতে x- অক্ষের উপর যথাক্রমে AC ও BD লম্ব আঁকি। তাহলে, $OC = x_1$, $OD = x_2$, $AC = y_1$, $BD = y_2$ এবং $CD = x_2 - x_1$, যখন $x_2 > x_1$

OAB ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল Δ OAB হলে,

ΔOAB = OAC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল + ট্রাপিজিয়াম ACDB এর ক্ষেত্রফল − OBD ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2}(OC \times AC) + \frac{1}{2}(AC + BD) \times CD - \frac{1}{2}(OD \times BD)$$

$$= \frac{1}{2}\{x_1y_1 + (y_1 + y_2)(x_2 - x_1) - x_2y_2\}$$

$$= \frac{1}{2}(x_1y_1 + x_2y_1 + x_2y_2 - x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_2)$$

$$\therefore \Delta OAB = \frac{1}{2}(x_2y_1 - x_1y_2)$$

এখন, ΔOAB ধনাত্মক হবে যখন $x_2y_1 > x_1y_2$ এবং ঋণাত্মক হবে যখন $x_2y_1 < x_1y_2$. কিন্তু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ঋণাত্মক হতে পারে না ।

∴ OAB ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $\frac{1}{2}|x_2y_1 - x_1y_2|$ বর্গ একক।

4. একটি ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় A(x , y) , B(2 ,− 4) ও C(− 3, 3) এবং এর ক্ষেত্রফল 9 বর্গ একক হলে, দেখাও যে, $7x + 5y + 24\ \ 0$ অথবা, $7x + 5y - 12 = 0$. [ব.'০৬]

প্রমাণ: ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2}\,|(x - 2)(-4 - 3) - (y + 4)(2 + 3)|$$

$= \frac{1}{2}|-7x + 14 - 5y - 20|$

$= \frac{1}{2}|-7x - 5y - 6|$ বর্গ একক

প্রশ্নমতে, $\frac{1}{2}|-7x - 5y - 6| = 9$

$\Rightarrow 7x + 5y + 6 = \pm 18$

$\therefore$ $7x + 5y + 24 = 0$ অথবা, $7x + 5y - 12 = 0$

5.(a) Δ ABC এর A , B , C এর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (3, 5) , (– 3 , 3) , (– 1,– 1) এবং BC , CA , AB এর মধ্যবিন্দু D , E , F হলে, ত্রিভুজ ABC এবং DEF এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। দেখাও যে, Δ ABC = 4.Δ DEF. [ব.'০৫]

সমাধান: Δ ABC এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}|(3+3)(3+1) - (5-3)(-3+1)|$

$= \frac{1}{2}|24 + 4| = \frac{1}{2}(28) = 14$ বর্গ একক।

BC এর মধ্যবিন্দু $D \equiv (\frac{-3-1}{2}, \frac{3-1}{2}) = (-2, 1)$

CA এর মধ্যবিন্দু $E \equiv (\frac{-1+3}{2}, \frac{-1+5}{2}) = (1, 2)$

AB এর মধ্যবিন্দু $F \equiv (\frac{3-3}{2}, \frac{5+3}{2}) = (0, 4)$

$\therefore$ Δ DEF এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}|(-2-1)(2-4) - (1-2)(1-0)|$

$= \frac{1}{2}|6 + 1| = \frac{7}{2}$ বর্গ একক।

$\therefore \frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{14}{7/2} = 4.$

$\therefore$ $\Delta ABC = 4.\Delta DEF$

5(b) ABC ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু A, B, C এর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (4 , – 3), (13 , 0) , (– 2 , 9) এবং D , E , F বিন্দু তিনটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর উপর এমনভাবে অবস্থিত যেন, $\frac{BD}{DC} = \frac{CE}{EA} = \frac{AF}{FB} = 2$. ABC এবং DEF ত্রিভুজ দুইটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর এবং দেখাও যে, এদের আনুপাত 3 : 1. [রা.'০২]

সমাধান ঃ প্রদত্ত বিন্দু A(4 , – 3) , B (13 , 0) এবং C (– 2 , 9) এর নিশ্চায়ক,

$\therefore$ $\delta_{ABC} = (4-13)(0-9) - (-3-0)(13+2)$
$= 81 + 45 = 126$

$\therefore$ $\Delta ABC = \frac{1}{2}|126|$ বর্গ একক $= 63$ বর্গ একক

প্রশ্নমতে, $\frac{BD}{DC} = \frac{2}{1} \Rightarrow BD:DC = 2:1$

তদ্রুপ CE : EA = 2:1, AF : FB = 2:1

$\therefore$ $D \equiv (\frac{2\times-2+1\times13}{2+1}, \frac{2\times9+1\times0}{2+1})$

$= (\frac{-4+13}{3}, \frac{18}{3}) = (3, 6)$

$E \equiv (\frac{2\times4+1\times-2}{2+1}, \frac{2\times-3+1\times9}{2+1})$

$= (\frac{8-2}{3}, \frac{-6+9}{3}) = (2, 1)$

$F \equiv (\frac{2\times13+1\times4}{2+1}, \frac{2\times0+1\times-3}{2+1})$

$= (\frac{26+4}{3}, \frac{-3}{3}) = (10, -1)$

$\therefore$ $\delta_{DEF} = (3-2)(1+1) - (6-1)(2-10)$
$= 2 + 40 = 42$

$\therefore$ $\Delta DEF = \frac{1}{2}|42|$ বর্গ একক $= 21$ বর্গ একক

দ্বিতীয় অংশ ঃ Δ ABC: Δ DEF = 63 : 21 = 3 : 1

5(c) ABC ত্রিভুজে A, B, C শীর্ষ তিনটির স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (– 1 , 2) , (2 , 3) ও (3, – 4) ; P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x , y) হলে, দেখাও যে, $\frac{\Delta PAB}{\Delta ABC} = \frac{|x - 3y + 7|}{22}$ [কু.'০৭]

প্রমাণ: $\delta_{PAB} = (x+1)(2-3) - (y-2)(-1-2)$
$= -x - 1 + 3y - 6 = -x + 3y - 7$

$\therefore$ $\Delta PAB = \frac{1}{2}|-x + 3y - 7|$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}|x - 3y + 7|$ বর্গ একক

$\delta_{ABC} = (-1-2)(3+4) - (2-3)(2-3)$
$= -21 - 1 = -22$

$\therefore\ \Delta PAB = \frac{1}{2}|-22|$ বর্গ একক = 11 বর্গ একক

$\therefore\ \frac{\Delta PAB}{\Delta ABC} = \frac{|x-3y+7|}{22}$

সম্ভাব্য ধাপসহ সমস্যা :

6. ABC ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু A(5, 6), B(–9, 1) এবং C(–3, –1); ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর এবং এর সাহায্যে A হতে BC এর উপর লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [ঢা.'০৮; চ.'১০; য.'০৭; দি.০৯,'১০]

সমাধান ঃ $\Delta ABC = \frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix} 5 & -9 & -3 & 5 \\ 6 & 1 & -1 & 6\end{vmatrix}\right|$ (১)

$= \frac{1}{2}|5+9-18-(-54-3-5)|$ (১)

$= \frac{1}{2}|-4+62| = \frac{1}{2}|-4+62| = \frac{1}{2}(58) = 29$

$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল = 29 বর্গ একক।

২য় অংশ ঃ ধরি, A হতে BC এর উপর লম্বের দৈর্ঘ্য d একক।

$\therefore\ \Delta ABC = \frac{1}{2}\times BC \times d$

$\Rightarrow 29 = \frac{1}{2}\times\sqrt{(-9+3)^2+(1+1)^2}\times d$ (১)

$\Rightarrow 58 = \sqrt{36+4}\times d$

$\Rightarrow d = \frac{58}{2\sqrt{10}} = \frac{29\sqrt{10}}{10}$

$\therefore$ A হতে BC এর উপর লম্বের দৈর্ঘ্য $\frac{29\sqrt{10}}{10}$ একক।

(১)

7. একটি ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় A(x , y) , B(2 , 4) এবং C(–3 , 3) এবং এর ক্ষেত্রফল 9 বর্গ একক হলে, দেখাও যে, $x - 5y = 0$ অথবা, $x - 5y + 36 = 0$. [রা.'১৩]

প্রমাণ: ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}|(x-2)(4-3)-(y-4)(2+3)|$ (১)

$= \frac{1}{2}|x-2-5y+20|$

$= \frac{1}{2}|x-y+18|$ বর্গ একক

প্রশ্নমতে, $\frac{1}{2}|x-5y+18| = 9$

$\Rightarrow x-5y+18 = \pm 18$

$\therefore\ x-5y=0$ অথবা, $x-5y+36=0$ (Showed) (১)

8. ABCD আয়তের তিনটি শীর্ষবিন্দু A(3 , 2), B(2 , – 1), C(8, – 3) হলে, চতুর্থ শীর্ষ D এর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। আয়তটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [ব.'০২; ঢা.'০৩; চ.'০৬]

১ম অংশ : ধরি, চতুর্থ শীর্ষ D এর স্থানাঙ্ক (x, y)

ABCD আয়তের AC কর্ণের মধ্যবিন্দু $(\frac{3+8}{2}, \frac{2-3}{2}) = (\frac{11}{2}, -\frac{1}{2})$ ও BD কর্ণের মধ্যবিন্দু $(\frac{2+x}{2}, \frac{y-1}{2})$ অভিন্ন। (১)

$\therefore\ \frac{2+x}{2} = \frac{11}{2} \Rightarrow x = 11-2 = 9$

$\frac{y-1}{2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = -1+1 = 0$

$\therefore$ চতুর্থ শীর্ষ D এর স্থানাঙ্ক (9, 0). (১)

২য় অংশ : $AB = \sqrt{(3-2)^2+(2+1)^2} = \sqrt{10}$ (১)

$BC = \sqrt{(2-8)^2+(-1+3)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

$\therefore$ আয়তটির ক্ষেত্রফল = AB × BC বর্গ একক

$= \sqrt{10}\times 2\sqrt{10}$ বর্গ একক = 20 বর্গ একক।(১)

[বি.দ্র. : $D \equiv (8+3-2, -3+2+1) = (9,0)$]

9. ABCD চতুর্ভুজের A , B , C , D শীর্ষ চারটির স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (1 , 2) , (– 5 , 6) , (7 , – 4) এবং (k , – 2); এর ক্ষেত্রফল শূন্য হলে k এর মান নির্ণয় কর। [য.'০২; সি.'০৮]

সমাধান ঃ ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & -5 & 7 & k & 1 \\ 2 & 6 & -4 & -2 & 2\end{vmatrix}$ বর্গ একক (১)

$= \frac{1}{2}|(6+20-14+2k)-(-10+42-4k-2)|$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}|12+2k-30+4k|$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}|6k-18|$ বর্গ একক

প্রশ্নমতে, $\frac{1}{2}|6k-18| = 0 \Rightarrow 6k-18 = 0$

$\therefore\ k = 3$ (Ans.) (১)

10. যদি A(– 4, 6) , B(–1, –2) এবং C(*a* ,– 2) বিন্দুত্রয় দ্বারা উৎপন্ন ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 16 বর্গ একক হয়, তবে '*a*' এর মান এবং A হতে BC এর লম্ব দূরত্ব নির্ণয় কর। [প্র.ভ.প.'৯৫]

সমাধান ঃ $\delta_{ABC} = (-4+1)(-2+2) - (6+2)(-1-a) = 8(a+1)$

$\therefore\ \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}|\delta_{ABC}|$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}|8(a+1)|$ বর্গ একক (১)

প্রশ্নমতে, $\frac{1}{2}|8(a+1)| = 16 \Rightarrow |a+1| = 4$

$\Rightarrow a+1 = \pm 4 \Rightarrow a = 3$ অথবা, $a = -5$

$\therefore$ a এর মান 3 বা, – 5 (১)

২য় অংশ: A হতে BC এর লম্ব দূরত্ব d একক হলে,

ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}(BC \times d) = 16$ (১)

$\Rightarrow |-1-a| \times d = 32$

$\Rightarrow 4d = 32$ [$a = 3$ বা, – 5 বসিয়ে]

$\therefore$ A হতে BC এর লম্ব দূরত্ব 8 একক। (১)

11 (a) দেখাও যে, (3 , 90°) ও (3 , 30°) বিন্দু দুইটি মূলবিন্দুর সাথে একটি সমবাহু ত্রিভুজ উৎপন্ন করে। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ (3, 90°) ও (3 , 30°) এর কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $(3\cos 90°, 3\sin 90°) = (0,3)$ ও $(3\cos 30°, 3\sin 30°) = (\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2})$. (১)

ধরি, প্রদত্ত বিন্দু দুইটি A(0,1) ও $B(\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2})$ এবং মূলবিন্দু O(0,0).

$\therefore\ OA = \sqrt{0+3^2} = 3$,

$OB = \sqrt{(\frac{3\sqrt{3}}{2})^2 + (\frac{3}{2})^2} = \sqrt{\frac{27+9}{4}} = \sqrt{\frac{36}{4}} = 3$

$AB = \sqrt{(0-\frac{3\sqrt{3}}{2})^2 + (3-\frac{3}{2})^2} = \sqrt{\frac{27}{4} + \frac{9}{4}}$ (১)

$= \sqrt{\frac{36}{4}} = 3$

OA, OB , AB এর যেকোন দুইটির সমষ্টি তৃতীয়টি অপেক্ষা বৃহত্তর এবং OA = OB = AB = 3.

$\therefore$ প্রদত্ত বিন্দু দুইটি মূলবিন্দুর সাথে একটি সমবাহু ত্রিভুজ উৎপন্ন করে। (১)

এখন, সমবাহু ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}(3)^2$

$= \frac{9\sqrt{3}}{4}$ বর্গ একক (১)

11(b) দেখাও যে, C(– 2 , –1) এবং D(5 , – 4) বিন্দু দুইটি A(– 3 , 1) এবং B(1 , – 1) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখার একই পার্শ্বে অবস্থিত। AB রেখার কোন পার্শ্বে মূলবিন্দু অবস্থিত ?

সমাধান ঃ $\delta_{ABC} = (-3-1)(-1+1)-(1+1)(1+2)$
$= -6$ (১)

$\delta_{ABD} = (-3-1)(-1+4)-(1+1)(1-5)$
$= -12+8 = -4$

এখন, $\delta_{ABC} \times \delta_{ABD} = -6 \times -4 > 0$ বলে C এবং D বিন্দুদ্বয় AB এর একই পার্শ্বে অবস্থিত। (১)

দ্বিতীয় অংশ ঃ O(0 , 0) মূলবিন্দু হলে,

$\delta_{AB0} = (-3-1)(-1-0)-(1+1)(1-0)$
$= 4-2 = 2$

$\delta_{AB0} \times \delta_{ABC} = -6 \times 2 < 0$ বলে AB রেখার যে পার্শ্বে C ও D অবস্থিত তার বিপরীত পার্শ্বে মূলবিন্দু অবস্থিত। (১)

12. (–2, 3) , (–3 , – 4) , (5 , –1) ও (2, 2) বিন্দু চারটি ক্রমান্বয়ে নিয়ে যে চতুর্ভুজ গঠিত হয় তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ প্রদত্ত বিন্দু চারটি ক্রমান্বয়ে নিয়ে যে চতুর্ভুজ গঠিত হয় তার ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix} -2 & -3 & 5 & 2 & -2 \\ 3 & -4 & -1 & 2 & 3 \end{vmatrix}\right|$ (১)

$= \frac{1}{2}|8+3+10+6-(-9-20-2-4|$

$= \frac{1}{2}|27+35| = 31$ বর্গ একক (Ans.) (১)

13(a) t এর মান কত হলে (2t + 1, t + 2), (2 – t , 2 – 5t) এবং (5 t , 7t) বিন্দুত্রয় ধনাত্মক ক্রমে অবস্থান করে একটি ত্রিভুজ গঠন করবে ?

সমাধান ঃ প্রদত্ত বিন্দুত্রয়ের নিশ্চায়ক $= (2t+1-2+t)$ $(2-5t-7t)-(t+2-2+5t)(2-t-5t)$

$= (3t-1)(2-12t)+6t(2-6t)$

$= (3t-1)(2-12t+12t) = 2(3t-1)$ (১)

প্রদত্ত বিন্দুত্রয় ধনাত্মক ক্রমে অবস্থান করে একটি ত্রিভুজ গঠন করলে, $2(3t-1)>0 \Rightarrow t>\frac{1}{3}$ (১)

13 (b) দেখাও যে, (t , 3t – 2), (1– 2t , 2 – 3t) এবং (– t , – t) বিন্দুত্রয় ঋণাত্মক ক্রমে থাকবে, যদি t>1 হয়।

সমাধান ঃ প্রদত্ত বিন্দুত্রয়ের নিশ্চায়ক $= (t-1+2t)$ $(2-3t+t)-(3t-2-2+3t)(1-2t+t)$

$= (3t-1)(2-2t)-(6t-4)(1-t)$

$= (1-t)(6t-2-6t+4) = 2(1-t)$ (১)

প্রদত্ত বিন্দুত্রয় ঋণাত্মক ক্রমে অবস্থান করে একটি ত্রিভুজ গঠন করলে, $2(1-t)<0$

$\therefore$ $t>1$ (Showed) (১)

14. একটি ত্রিভুজের শীর্ষ বিন্দুগুলি A(x, y), B(1, 3) ও C(3,1) হলে এবং x + y = 1 হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [KUET 07-08]

সমাধান : প্রদত্ত বিন্দু তিনটি দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}|(x-1)(3-1)-(y-3)(1-3)|$ (১)

$= \frac{1}{2}|2x-2+2y-6| = \frac{1}{2}|2x+2y-8|$

$= |x+y-4| = |1-4| = 3$ বর্গ একক। (১)

সৃজনশীল প্রশ্ন:

15. ABCD রম্বসের তিনটি শীর্ষবিন্দু A(2 , 5) , B(5 , 9) এবং D(6 , 8).

(a) t এর মান কত হলে (2t + 1, t + 2), (2 – t , 2 – 5t) এবং (5t , 7t) বিন্দুত্রয় ধনাত্মক ক্রমে অবস্থান করে একটি ত্রিভুজ গঠন করবে ?

সমাধান : 13(a) দ্রষ্টব্য।

(b) OB সরলরেখা AD রেখাংশকে যে অনুপাতে বিভক্ত করে তা নির্ণয় কর; যেখানে O মূলবিন্দু।

সমাধান : $\frac{\delta_{OBA}}{\delta_{OBD}} = \frac{(0-5)(9-5)-(0-9)(5-2)}{(0-5)(9-8)-(0-9)(5-6)}$

$= \frac{(-5)4-(-9)3}{(-5).1-(-9)(-1)} = \frac{-20+27}{-5-9}$

$= -\frac{7}{14} = -\frac{1}{2} < 0$

$\therefore$ AD রেখাংশকে OB রেখাটি 1 : 2 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।

(c) রম্বসটির কর্ণের দৈর্ঘ্যের সাহায্যে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, C বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x, y). ABCD একটি রম্বস বলে AC কর্ণের মধ্যবিন্দু $(\frac{x+2}{2}, \frac{y+5}{2})$ এবং BD কর্ণের মধ্যবিন্দু $(\frac{11}{2}, \frac{17}{2})$ অভিন্ন।

$\therefore \frac{x+2}{2} = \frac{11}{2} \Rightarrow x+2 = 11 \Rightarrow x = 9$

এবং $\frac{y+5}{2} = \frac{17}{2} \Rightarrow y+5 = 17 \Rightarrow y = 12$

$\therefore$ C বিন্দুর স্থানাঙ্ক (9 , 12).

[বি.দ্র. : $C \equiv (6+5-2, 9+8-5) = (9,12)$]

$\therefore AC = \sqrt{(2-9)^2+(5-12)^2} = 7\sqrt{2}$

$BD = \sqrt{(5-6)^2+(9-8)^2} = \sqrt{2}$

$\therefore$ রম্বসটির ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}(AC \times BD)$ বর্গ একক

$= \frac{1}{2}(7\sqrt{2} \times \sqrt{2})$ বর্গ একক $= 7$ বর্গ একক।

16. A, B, C এবং D বিন্দু চারটির স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (0, –1), (15, 2), (–1, 2) এবং (4, – 5)।

(a) দেখাও যে, $(t, 3t-2)$, $(1-2t, 2-3t)$ এবং $(-t, -t)$ বিন্দুত্রয় ঋণাত্মক ক্রমে থাকবে, যদি $t>1$ হয়।

সমাধান: 13(b) দ্রষ্টব্য।

(b) মূলবিন্দু O এবং ΔACD এর ভারকেন্দ্র G হলে $OG^2 : \Delta ABD$ নির্ণয় কর।

সমাধান : ΔACD এর ভারকেন্দ্র G এর স্থানাঙ্ক

$$= \left(\frac{0-1+4}{3}, \frac{-1+2-5}{3}\right) = \left(1, -\frac{4}{3}\right)$$

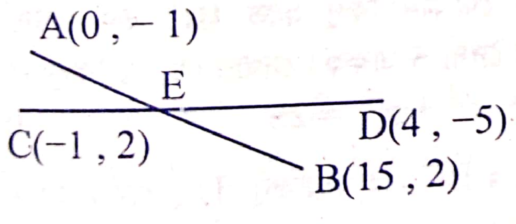
$$\therefore\ OG^2 = 1^2 + \left(-\frac{4}{3}\right)^2 = 1 + \frac{16}{9} = \frac{25}{9}$$

$$\Delta ABD = \frac{1}{2}|(0-75-4) - (-15+8+0)|$$

$$= \frac{1}{2}|-79+7| = 36 \text{ বর্গ একক।}$$

$$\therefore\ OG^2 : \Delta ABD = \frac{25}{9} : 36 = 25:324 \text{ (Ans.)}$$

(c) **প্রমাণ কর যে, CD কে AB রেখাটি 2 : 3 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে। [ব.'০৭; কু.'১১; দি.'১৩]**



ধরি, CD রেখাংশকে AB রেখাটি $k:1$ অনুপাতে E বিন্দুতে অন্তর্বিভক্ত করে।

$$\therefore\ \text{E বিন্দুর স্থানাঙ্ক} = \left(\frac{4k-1}{k+1}, \frac{-5k+2}{k+1}\right)$$

এখন A, E, B বিন্দু তিনটি সমরেখ বলে তাদের নিশ্চায়ক, $\delta_{AEB} = 0$

$$\therefore\ 0 \times \frac{-5k+2}{k+1} + \frac{4k-1}{k+1} \times 2 + 15 \times (-1) - \left(-1 \times \frac{4k-1}{k+1} + \frac{-5k+2}{k+1} \times 15 + 2 \times 0\right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{8k-2}{k+1} - 15 - \frac{-4k+1-75k+30}{k+1} = 0$$

$$\Rightarrow 8k - 2 - 15k - 15 + 79k - 31 = 0$$

$$\Rightarrow 72k - 48 = 0 \Rightarrow k = \frac{2}{3} \text{ অর্থাৎ } k : 1 = 2:3$$

∴ CD রেখাংশকে AB রেখাটি 2 : 3 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।

বিকল্প পদ্ধতি :

$$\delta_{ABC} = (0-15)(2-2) - (-1-2)(15+1)$$
$$= 0 + 48 = 48$$

$$\delta_{ABD} = (0-15)(2+5) - (-1-2)(15-4)$$
$$= -105 + 33 = -72$$

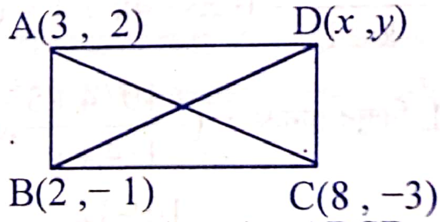
$$\therefore\ \frac{\delta_{ABC}}{\delta_{ABd}} = \frac{48}{-72} = -\frac{2}{3} < 0$$

∴ C ও D , AB এর বিপরীত পাশে অবস্থিত। অতএব CD কে AB রেখাটি 2 : 3 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।

17. A , B , C এবং D বিন্দু চারটির স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (3, 1) , (1,0) , (5, 1) এবং (– 10, –4) .

(a) ABCD আয়তের তিনটি শীর্ষবিন্দু A(3, 2) , B(2, – 1), C(8, – 3) হলে, চতুর্থ শীর্ষ D এর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

সমাধান :



ধরি, D বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x, y). ABCD একটি আয়তক্ষেত্র বলে BD কর্ণের মধ্যবিন্দু $\left(\frac{x+2}{2}, \frac{y-1}{2}\right)$ এবং AC কর্ণের মধ্যবিন্দু $\left(\frac{11}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ অভিন্ন।

$$\therefore\ \frac{x+2}{2} = \frac{11}{2} \Rightarrow x + 2 = 11 \Rightarrow x = 9$$

$$\text{এবং } \frac{y-1}{2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow y - 1 = -1 \Rightarrow y = 0$$

∴ D বিন্দুর স্থানাঙ্ক (9 , 0) (Ans.)

(b) CD সরলরেখা AB রেখাংশকে বহিঃস্থভাবে যে অনুপাতে বিভক্ত করে তা নির্ণয় কর। [চ.'০২]

সমাধান ঃ

$$\delta_{CDA} = (5+10)(-4-1) - (1+4)(-10-3)$$
$$= -75 + 65 = -10$$
$$\delta_{CDB} = (5+10)(-4-0) - (1+4)(-10-1)$$
$$= -60 + 55 = -5$$

$\therefore \dfrac{\delta_{CDA}}{\delta_{CDB}} = \dfrac{-10}{-5} = \dfrac{2}{1} > 0$

∴ C ও D , AB এর একই পাশে অবস্থিত এবং AB কে CD রেখাটি 2 : 1 অনুপাতে বহির্বিভক্ত করে।

(c) AD রেখাংশকে x-অক্ষ L বিন্দুতে এবং ΔACD এর ভরকেন্দ্র M হলে BLM ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ AD রেখাংশকে ক k : 1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে এরূপ বিন্দুর স্থানাঙ্ক

$$= \left(\frac{k\times(-10)+1\times 3}{k+1}, \frac{k\times(-4)+1\times 1}{k+1}\right)$$
$$= \left(\frac{-10k+3}{k+1}, \frac{-4k+1}{k+1}\right)$$

এ বিন্দুটি x- অক্ষের উপর অবস্থিত হলে বিন্দুটির কোটি = 0 হবে।

$$\therefore \frac{-4k+1}{k+1} = 0 \Rightarrow -4k+1 = 0 \Rightarrow k = \frac{1}{4}$$

∴ L বিন্দুর স্থানাঙ্ক $= \left(\dfrac{-10/4+3}{1/4+1}, 0\right)$

$$= \left(\frac{-10+12}{1+4}, 0\right) = \left(\frac{2}{5}, 0\right)$$

ΔACD এর ভরকেন্দ্র M এর স্থানাঙ্ক

$$= \left(\frac{3+5-10}{3}, \frac{1+1-4}{3}\right) = \left(\frac{-2}{3}, \frac{-2}{3}\right)$$

∴ BLM ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2}\left|\left(1-\frac{2}{5}\right)\left(0+\frac{2}{3}\right) - (0-0)\left(\frac{2}{5}+\frac{2}{3}\right)\right|$$
$$= \frac{1}{2}\left|\left(-\frac{3}{5}\right)\left(\frac{2}{3}\right) - 0\right| = \frac{1}{5}$$ বর্গ একক।

প্রশ্নমালা III D

1(a) A(2, 3) এবং B(−1, 4) দুইটি স্থির বিন্দু। A এবং B বিন্দু হতে একটি সেটের যেকোন বিন্দুর দূরত্বের অনুপাত 2 : 3 হলে সঞ্চার পথটির সমীকরণ নির্ণয় কর।
[চ.'১১; রা.'০৭; দি.'১১; ব.'১২; ঢা.', কু.,য.'১৪]

সমাধান ঃ মনে করি, $P(x, y)$ বিন্দুটি সঞ্চার পথের উপর যেকোন একটি বিন্দু।

$$\therefore PA = \sqrt{(x-2)^2+(y-3)^2}$$
$$PB = \sqrt{(x+1)^2+(y-4)^2}$$

প্রশ্নমতে, $PA : PB = 2 : 3 \Rightarrow \dfrac{PA}{PB} = \dfrac{2}{3}$

$$\Rightarrow 9\,PA^2 = 4\,PB^2$$
$$\Rightarrow 9\{(x-2)^2+(y-3)^2\}$$
$$= 4\ (x+1)^2+(y-4)^2\}$$
$$\Rightarrow 9(x^2-4x+4+y^2-6y+9)$$
$$= 4\ (x^2+2x+1+y^2-8y+16)$$
$$\Rightarrow 9x^2 - 36x + 9y^2 - 54y + 117$$
$$= 4x^2 + 4y^2 + 8x - 32y + 68$$
$$\Rightarrow 5x^2 + 5y^2 - 44x - 22y + 49 = 0,$$ ইহাই সঞ্চার পথের নির্ণেয় সমীকরণ।

1(b) একটি ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় A(x , y), B(− 6, − 3) এবং C(6 , 3). A বিন্দুটি একটি সেটের সদস্য যে সেটটির যেকোন বিন্দু হতে BC এর উপর অঙ্কিত মধ্যমার দৈর্ঘ্য 5 একক। দেখাও যে, A বিন্দুর সঞ্চারপথের সমীকরণ $x^2 + y^2 = 25$ [চ.'০২]

সমাধান ঃ BC এর মধ্যবিন্দু D (ধরি) এর স্থানাঙ্ক =

$$\left(\frac{-6+6}{2}, \frac{-3+3}{2}\right) = (0, 0)$$

∴ AD মধ্যমার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{x^2+y^2}$ একক

প্রশ্নমতে, AD মধ্যমার দৈর্ঘ্য 5 একক।

$$\therefore \sqrt{x^2+y^2} = 5$$
$$\Rightarrow x^2 + y^2 = 25 \text{ (Showed)}$$

1(c) A(0 , 4) ও B(0 , 6) দুইটি স্থির বিন্দু। কার্তেসীয় সমতলে একটি বিন্দু-সেটের যেকোন উপাদানের সাথে AB রেখাংশ এক সমকোণ উৎপন্ন করে। ঐ সেটটি দ্বারা সৃষ্ট সঞ্চারপথের সমীকরণ নির্ণয় কর। [চ.'০৩ ; ঢা.'১০;রা.'১৪]