প্রশ্নমালা III F

1. k এর যেকোন অশূন্য মানের জন্য $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ও $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ সরলরেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ $a_1x + b_1y + c_1 + k(a_2x + b_2y + c_2) = 0$.

2. (α, β) এবং $f(x, y) \equiv a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ও $g(x, y) \equiv a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখার ছেদবিন্দুগামী রেখার সমীকরণ, $\dfrac{f(x,y)}{f(\alpha,\beta)} = \dfrac{g(x,y)}{g(\alpha,\beta)}$

i.e., $\dfrac{a_1x + b_1y + c_1}{a_1\alpha + b_1\beta + c_1} = \dfrac{a_2x + b_2y + c_2}{a_2\alpha + b_2\beta + c_2}$

3. $y = m_1x + c_1$ ও $y = m_2x + c_2$ রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ, $\varphi = \pm \tan^{-1}\dfrac{m_1 - m_2}{1 + m_1m_2}$.

4. $y = m_1x + c_1$, $y = m_2x + c_2$ রেখাদ্বয় সমান্তরাল হলে, $m_1 = m_2$ এবং $a_1x + b_1y + c_1 = 0$, $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখাদ্বয় সমান্তরাল হলে, $\dfrac{a_1}{a_2} = \dfrac{b_1}{b_2}$.

$ax + by + c = 0$ রেখার সমান্তরাল যেকোণ রেখার সমীকরণ $ax + by + k = 0$; যেখানে k একটি ধ্রুবক

5. $ax + by + c = 0$ রেখার সমান্তরাল এবং (α, β) বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ, $ax + by = a\alpha + b\beta$.

6. $y = m_1x + c_1$, $y = m_2x + c_2$ রেখাদ্বয় লম্ব হলে, $m_1m_2 = -1$ এবং $a_1x + b_1y + c_1 = 0$, $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখাদ্বয় লম্ব হলে, $a_1a_2 + b_1b_2 = 0$. $ax + by + c = 0$ রেখার লম্ব যেকোন রেখার সমীকরণ $bx - ay + k = 0$; যেখানে k একটি ধ্রুবক।

7. $ax + by + c = 0$ রেখার লম্ব এবং (α, β) বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ, $bx - ay = b\alpha - a\beta$.

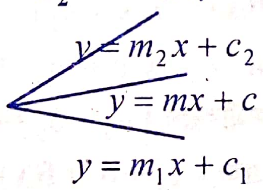
8. $a_1x + b_1y + c_1 = 0$, $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ ও $a_3x + b_3y + c_3 = 0$ রেখাত্রয় সমবিন্দু হলে,

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0$$

9.(a) $P(x_1, y_1)$ বিন্দুর সাপেক্ষে $A(h, k)$ বিন্দুর প্রতিবিম্ব $(2x_1 - h, 2y_2 - k)$.

(b) (x, y) বিন্দুর প্রতিবিম্ব x-অক্ষের সাপেক্ষে $(x, -y)$ এবং y-অক্ষের সাপেক্ষে $(-x, y)$.

(c) $y = mx + c$ রেখার সাপেক্ষে $y = m_1x + c_1$ রেখার প্রতিবিম্ব $y = m_2x + c_2$ হবে, যদি $\dfrac{m_1 - m}{1 + m_1m} = \dfrac{m - m_2}{1 + mm_2}$ হয়।



(d) x এবং y-অক্ষের সাপেক্ষে $ax + by + c = 0$ রেখার প্রতিবিম্ব যথাক্রমে $ax - by + c = 0$ এবং $-ax + by + c = 0$.

MCQ এর জন্য বিশেষ সূত্র ঃ

1. (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ
$$(y_1 - y_2)x - (x_1 - x_2)y = (y_1 - y_2)x_1 - (x_1 - x_2)y_1$$

2. (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুগামী রেখার সমান্তরাল এবং (x_3, y_3) বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ
$$(y_1 - y_2)x - (x_1 - x_2)y = (y_1 - y_2)x_3 - (x_1 - x_2)y_3$$

3. (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুগামী রেখার লম্ব এবং (x_3, y_3) বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ
$$(x_1 - x_2)x + (y_1 - y_2)y = (x_1 - x_2)x_3 + (y_1 - y_2)y_3$$

4. (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুগামী রেখার লম্ব সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ $(x_1 - x_2)x + (y_1 - y_2)y$
$$= \frac{1}{2}(x_1^2 + y_1^2 - x_2^2 - y_2^2)$$

5. $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ও $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুগামী এবং m ঢাল বিশিষ্ট রেখার সমীকরণ, $(a_2 + mb_2)(a_1x + b_1y + c_1) -$

$y - 2 = m(x + 1) \cdots (1)$

$3x - y + 7 = 0$ রেখার ঢাল $= 3$

প্রশ্নমতে, $\tan 45° = \pm \dfrac{m-3}{1+3m}$

$\Rightarrow 1 = \pm \dfrac{m-3}{1+3m} \Rightarrow 1 + 3m = \pm(m - 3)$

'+' নিয়ে, $2m = -4 \Rightarrow m = -2$

'–' নিয়ে $4m = 2 \Rightarrow m = \dfrac{1}{2}$

$\therefore$ রেখা দুইটির সমীকরণ, $y - 2 = -2(x + 1)$

$\Rightarrow y - 2 = -2x - 2 \Rightarrow 2x + y = 0$ (Ans.)

এবং $y - 2 = \dfrac{1}{2}(x + 1) \Rightarrow 2y - 4 = x + 1$

$\Rightarrow x - 2y + 5 = 0$ (Ans.)

এখন, রেখা দুইটির ঢালদ্বয়ের গুণফল $= -2.\dfrac{1}{2} = -1$

$\therefore$ রেখা দুইটি পরস্পর লম্বভাবে অবস্থান করে।

4(a) $(4, -3)$ বিন্দুগামী এবং $2x + 11y - 2 = 0$ রেখার সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

[সি.'০৬; মা.'০৪,'০৬]

সমাধান : ধরি, $2x + 11y - 2 = 0$ এর সমান্তরাল নির্ণেয় রেখার সমীকরণ $2x + 11y + k = 0 \cdots (1)$

প্রশ্নমতে (1) রেখাটি $(4, -3)$ বিন্দুগামী ।

$\therefore$ $2\times4 + 11\times-3 + k = 0 \Rightarrow k = 25$

$\therefore$ নির্ণেয় রেখার সমীকরণ $2x + 11y + 25 = 0$

[MCQ এর জন্য, $2x + 11y = 2\times4 + 11\times-3 = -25$]

4(b) y-অক্ষের সমান্তরাল এবং $2x - 3y + 4 = 0$ ও $3x + 3y - 5 = 0$ রেখা দুইটির ছেদবিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

[চ.'০৪; ব.'০৪; মা.বো.'০৭; ব.'১০; দি.'১৪]

সমাধান : ধরি, প্রদত্ত রেখা দুইটির ছেদবিন্দুগামী রেখার সমীকরণ $2x - 3y + 4 + k(3x + 3y - 5) = 0$

$\Rightarrow (2 + 3k)x + (-3 + 3k)y + 4 - 5k = 0$

এ রেখাটি y-অক্ষের সমান্তরাল বলে, y-এর সহগ $-3 + 3k = 0 \Rightarrow k = 1$

$\therefore$ নির্ণেয় রেখার সমীকরণ, $(2 + 3)x + 4 - 5 = 0$

$\therefore$ $5x - 1 = 0$ (Ans.)

[MCQ এর জন্য, $3(2x - 3y + 4) - (-3)(3x + 3y - 5) = 0$]

4 (c) x- অক্ষের সমান্তরাল এবং $x - 3y + 2 = 0$ ও $x + y - 2 = 0$ রেখা দুইটির ছেদবিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। **[ব. '০১; কু. '০৭]**

সমাধান : ধরি, প্রদত্ত রেখা দুইটির ছেদবিন্দুগামী রেখার সমীকরণ $x - 3y + 2 + k(x + y - 2) = 0$

$\Rightarrow (1 + k)x + (-3 + k)y + 2 - 2k = 0$

এ রেখাটি x-অক্ষের সমান্তরাল বলে, x-এর সহগ

$1 + k = 0 \Rightarrow k = -1$

$\therefore$ নির্ণেয় রেখার সমীকরণ, $-4y + 2 + 2 = 0$

$\therefore$ $y - 1 = 0$ (Ans.)

[MCQ এর জন্য, $1(x-3y+2) - 1(x + y - 2) = 0$]

5. (a) দুইটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যারা $7x + 13y - 87 = 0$ ও $5x - 8y + 7 = 0$ রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুগামী এবং অক্ষ দুইটি হতে সমান সংখ্যামানের অংশ ছেদ করে। **[চ.'০৬; সি.'০৬; ব.'১৪]**

সমাধান : ধরি,প্রদত্ত রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুগামী রেখার সমীকরণ $7x + 13y - 87 + k(5x - 8y + 7) = 0$

$\Rightarrow (7 + 5k)x + (13 - 8k)y + 7k - 87 = 0$

ইহা অক্ষ দুইটি হতে সমান সংখ্যামানের অংশ ছেদ করলে x ও y এর সহগের সংখ্যমান সমান হবে।

$\therefore$ $7 + 5k = \pm(13 - 8k)$

'+' নিয়ে, $13k = 6 \Rightarrow k = \dfrac{6}{13}$

'+' নিয়ে, $3k = 20 \Rightarrow k = \dfrac{20}{3}$

$\therefore$ রেখা দুইটির সমীকরণ,

$7x + 13y - 87 + \dfrac{6}{13}(5x - 8y + 7) = 0$

$\Rightarrow 91x + 169y - 1131 + 30x - 48y + 42 = 0$

$\Rightarrow 121x + 121y - 1089 = 0 \Rightarrow x + y - 9 = 0$

এবং $7x + 13y - 87 + \dfrac{20}{3}(5x - 8y + 7) = 0$

$\Rightarrow 21x + 39y - 261 + 100x - 160y + 140 = 0$

$\Rightarrow 121x - 121y - 121 = 0 \Rightarrow x - y - 1 = 0$

[MCQ এর জন্য, $(5 + 8)(7x + 13y - 87) - (7 - 13)(5x - 8y + 7) = 0$ এবং $(5 - 8)(7x + 13y - 87) - (7 + 13)(5x - 8y + 7) = 0$]

(b) যদি $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ সরলরেখাটি $2x-y=1$ ও $3x-4y+6=0$ রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুগামী হয় এবং $4x+3y-6=0$ রেখাটির সমান্তরাল হয়, তাহলে a ও b এর মান নির্ণয় কর। [ঢা.'১২; রা.'১৩]

সমাধান : $2x-y-1=0$ ও

$3x-4y+6=0$ রেখা দুইটির ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক $=(\frac{-6-4}{-8+3},\frac{-3-12}{-8+3})=(2,3)$

প্রশ্নমতে, $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ রেখাটি $4x+3y-6=0$ রেখাটির সমান্তরাল এবং $(2,3)$ বিন্দুগামী।

$\therefore \frac{1/a}{4}=\frac{1/b}{3}\Rightarrow 4a=3b\Rightarrow a=\frac{3b}{4}$

এবং $\frac{2}{a}+\frac{3}{b}=1\Rightarrow\frac{8}{3b}+\frac{3}{b}=1\Rightarrow\frac{8+9}{3b}=1$

$\Rightarrow b=\frac{17}{3}\ \therefore a=\frac{3}{4}\times\frac{17}{3}=\frac{17}{4}$

উত্তর ঃ $a=\frac{17}{4},\ b=\frac{17}{3}$

5(c) $3x-4y+1=0$ ও $5x+y-1=0$ রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু দিয়ে যায় এবং অক্ষদ্বয় হতে একই চিহ্নবিশিষ্ট সমান সমান অংশ ছেদ করে এরূপ সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। [রা.'০২]

সমাধান : ধরি,প্রদত্ত রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুগামী রেখার সমীকরণ $3x-4y+1+k(5x+y-1)=0$

$\Rightarrow (3+5k)x+(-4+k)y+1-k=0$

ইহা অক্ষ দুইটি হতে একই চিহ্নবিশিষ্ট সমান সমান অংশ ছেদ করলে x ও y এর সহগ সমান হবে।

$\therefore 3+5k=-4+k\Rightarrow 4k=-7\Rightarrow k=-\frac{7}{4}$

$\therefore$ নির্ণেয় রেখার সমীকরণ,

$3x-4y+1-\frac{7}{4}(5x+y-1)=0$

$\Rightarrow 12x-16y+4-35x-7y+7=0$

$\Rightarrow -23x-23y+11=0$

$\therefore 23x+23y=11$ (Ans.)

[MCQ এর জন্য,
$(5-1)(3x-4y+1)-(3+4)(5x+y-1)=0$]

5(d) A(1 , 1) , B(3 , 4) ও C(5 , – 2) বিন্দুগুলো ABC ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু। AB ও AC এর মধ্যবিন্দুর সংযোগ সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। এবং দেখাও যে, সরলরেখাটি BC এর সমান্তরাল।

[চ.,দি.'১০; ঢা.'১১]

সমাধান : ধরি, AB ও AC এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E .

$\therefore D\equiv(\frac{1+3}{2},\frac{1+4}{2})=(2,\frac{5}{2})$ এবং

$E\equiv(\frac{1+5}{2},\frac{1-2}{2})=(3,-\frac{1}{2})$

$\therefore$ DE রেখা অর্থাৎ AB ও AC এর মধ্যবিন্দুর সংযোগ রেখার সমীকরণ $\frac{x-2}{2-3}=\frac{y-\frac{5}{2}}{\frac{5}{2}+\frac{1}{2}}$

$\Rightarrow \frac{x-2}{2-3}=\frac{2y-5}{5+1}\Rightarrow 6x-12=-2y+5$

$\therefore 6x+2y=17$ (Ans.)

২য় অংশ : $6x+2y=17$ রেখার ঢাল $=-\frac{6}{2}=-3$

এবং BC রেখার ঢাল $=\frac{4+2}{3-5}=\frac{6}{-2}=-3$ পরস্পর সমান। অতএব, রেখাটি BC এর সমান্তরাল।

6(a) (4,–3) বিন্দু দিয়ে যায় এবং $2x+11y-2=0$ রেখার উপর লম্ব সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

[ব.'১২; কু.'১৪; মা.'১২,'১৪]

সমাধান : ধরি, $2x+11y-2=0$ এর উপর লম্ব নির্ণেয় রেখার সমীকরণ $11x-2y+k=0\cdots(1)$

প্রশ্নমতে (1) রেখাটি $(4,-3)$ বিন্দুগামী।

$\therefore 11\times4-2\times-3+k=0\Rightarrow k=-50$

$\therefore$ নির্ণেয় রেখার সমীকরণ, $11x-2y-50=0$

[MCQ এর জন্য, $11x-2y=11\times4-2\times-3=50$]

6(b) (2, 5) বিন্দু দিয়ে যায় এবং $3x+12y=3$ রেখার উপর লম্ব সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

[কু.'০৫; চ.'১৪]

সমাধান : ধরি, $3x + 12y = 3$ এর উপর লম্ব নির্ণেয় রেখার সমীকরণ $12x - 3y + k = 0 \cdots (1)$

প্রশ্নমতে (1) রেখাটি (2 , 5) বিন্দুগামী ।

$\therefore \quad 12\times 2 - 3\times 5 + k = 0 \Rightarrow k = -9$

$\therefore$ নির্ণেয় রেখার সমীকরণ, $12x - 3y - 9 = 0$

7.(a) মূলবিন্দু ও (x_1, y_1) বিন্দুর সংযোগ রেখা এবং $(b, 0)$ ও (x_2, y_2) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখা পরস্পর লম্ব হলে প্রমাণ কর যে, $x_1x_2 + y_1y_2 = b\,x_1$.

[চ.'০৩; রা.'০৪,'১৩; ব.'০৬; ঢা.'১৩]

প্রমাণ: ধরি, মূলবিন্দু ও (x_1, y_1) বিন্দুর সংযোগ রেখার ঢাল m_1 এবং $(b,0)$ ও (x_2, y_2) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখার ঢাল m_2

$\therefore \quad m_1 = \dfrac{y_1}{x_1}$ এবং $m_2 = \dfrac{y_2 - 0}{x_2 - b} = \dfrac{y_2}{x_2 - b}$

প্রশ্নমতে, রেখাদ্বয় পরস্পর লম্ব ।

$\therefore \quad m_1 m_2 = -1 \Rightarrow \dfrac{y_1}{x_1} \times \dfrac{y_2}{x_2 - b} = -1$

$\Rightarrow \quad y_1y_2 = x_1x_2 + bx_1$

$\therefore \quad x_1x_2 + y_1y_2 = b\,x_1$ (Proved)

7.(b) (2, 3) বিন্দুগামী সরলরেখার উপর (x, y) যেকোন একটি বিন্দু এবং রেখাটি (–1,2) ও (– 5, 4) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখার উপর লম্ব। প্রমাণ কর যে, $2x - y - 1 = 0$.

প্রমাণ: ধরি, (2, 3) বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল m_1 এবং (-1,2) ও (-5, 4) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখার ঢাল m_2 .

$\therefore \quad m_1 = \dfrac{y-3}{x-2}$ [$\because$ (2, 3) বিন্দুগামী সরলরেখার উপর (x, y) যেকোন একটি বিন্দু ।]

এবং $m_2 = \dfrac{2-4}{-1+5} = \dfrac{-2}{4} = -\dfrac{1}{2}$

প্রশ্নমতে, রেখাদ্বয় পরস্পর লম্ব ।

$\dfrac{y-3}{x-2} \times -\dfrac{1}{2} = -1 \Rightarrow -y + 3 = -2x + 4$

$\therefore \quad 2x - y - 1 = 0$ (Proved)

7(c) A(1 , 1) , B(3 , 4) ও C(5 , – 2) বিন্দুগুলো ABC ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু । A বিন্দুগামী এবং BC রেখার উপর লম্ব সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

সমাধান : A বিন্দুগামী এবং BC রেখার উপর লম্ব সরলরেখার সমীকরণ $y - 1 = -\dfrac{3-5}{4+2}(x-1)$

$\Rightarrow \quad y - 1 = -\dfrac{-2}{6}(x-1)$

$\Rightarrow 3y - 3 = x - 1 \;\therefore x - 3y + 2 = 0$ (Ans.)

8.(a) এরূপ একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যা $\dfrac{x}{a} - \dfrac{y}{b} = 1$ রেখার উপর লম্ব এবং প্রদত্ত রেখা ও x-অক্ষের ছেদ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে।[চ.'০২; ব.'০৫; কু.'০৮,'১০]

সমাধান : প্রদত্ত রেখা $\dfrac{x}{a} - \dfrac{y}{b} = 1 \Rightarrow \dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{-b} = 1 \Rightarrow$

$bx - ay = ab$, x-অক্ষকে $(a, 0)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

ধরি, প্রদত্ত রেখার উপর লম্ব রেখার সমীকরণ,

$ax + by = k \cdots \cdots (1)$

প্রশ্নমতে, (1) রেখাটি $(a, 0)$ বিন্দুগামী ।

$\therefore \quad a.a + b.0 = k \Rightarrow k = a^2$

$\therefore$ নির্ণেয় রেখার সমীকরণ $ax + by = a^2$.

8(b) এরূপ একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যা $3x + 2y = 9$ ও $2x + 3y = 11$ রেখাদ্বয়ের ছেদ বিন্দু দিয়ে যায় এবং প্রথম রেখার উপর লম্ব হয়।

সমাধান: $3x + 2y - 9 = 0 \cdots (1)$ ও

$2x + 3y - 11 = 0 \cdots (2)$ রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুর

স্থানাঙ্ক $= \left(\dfrac{-22+27}{9-4}, \dfrac{-18+33}{9-4}\right) = (1, 3)$.

$\therefore$ (1, 3) বিন্দু দিয়ে যায় এবং (1) রেখার উপর লম্ব এরূপ রেখার সমীকরণ $2x - 3y = 2\times 1 - 3\times 3$

$\Rightarrow 2x - 3y = 2 - 9 \quad \therefore 2x - 3y + 7 = 0$

9. (a) এরূপ একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যা (1,2) ও (4, 5) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে 3:1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে এবং ঐ রেখার উপর লম্ব হয়।

সমাধান: (1,2) ও (4, 5) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে 3 : 1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্তকারী বিন্দুর স্থানাঙ্ক $= (\frac{3\times4+1\times1}{3+1}, \frac{3\times5+1\times2}{3+1}) = (\frac{13}{4}, \frac{17}{4})$

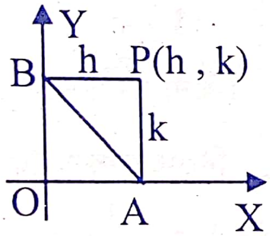
এখন, (1 , 2) ও (4 , 5) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশের উপর লম্ব এবং $(\frac{13}{4}, \frac{17}{4})$ বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ $(y-\frac{17}{4}) = -\frac{1-4}{2-5}(x-\frac{13}{4})$

$\Rightarrow (y-\frac{17}{4}) = -1(x-\frac{13}{4})$

$\Rightarrow 4y - 17 = -4x + 13 \Rightarrow 4x + 4y = 30$

$\therefore\ 2x + 2y = 15$ (Ans.)

9(b) P(h , k) বিন্দু হতে x ও y-অক্ষের উপর যথাক্রমে PA ও PB লম্ব । P বিন্দুগামী এবং AB রেখার উপর লম্ব এরূপ সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।



সমাধান: P(h , k) বিন্দু হতে x ও y-অক্ষের উপর যথাক্রমে PA ও PB লম্ব বলে A ও B বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (h , 0) ও (0 , k).

$\therefore$ P বিন্দুগামী এবং AB রেখার উপর লম্ব এরূপ রেখার সমীকরণ $y - k = -\frac{h-0}{0-k}(x-h)$

$\Rightarrow y - k = \frac{h}{k}(x-h)$

$\Rightarrow ky - k^2 = hx - h^2$

$\therefore\ hx - ky = h^2 - k^2$ (Ans.)

9 (c) এরূপ একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যা $4x + 7y = 11$ রেখার উপর লম্ব এবং y-অক্ষ হতে 2 একক দৈর্ঘ্য কর্তন করে। [প্র.ভ.প.'৯০]

সমাধান: $4x + 7y = 11$ রেখার ঢাল $= -\frac{4}{7}$

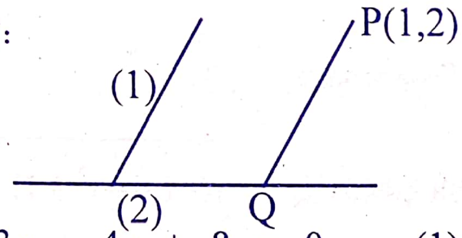
$\therefore$ $4x + 7y = 11$ এর উপর লম্ব রেখার ঢাল $= \frac{7}{4}$

$\therefore$ y-অক্ষ হতে 2 একক দৈর্ঘ্য কর্তনকারী এবং $\frac{7}{4}$ ঢাল বিশিষ্ট রেখার সমীকরণ $y = \frac{7}{4}x \pm 2$

$\Rightarrow 7x - 4y \pm 8 = 0$ (Ans.)

10. (a) $3x - 4y + 8 = 0$ রেখার সমান্তরাল দিকে $3x + y + 4 = 0$ রেখা হতে (1 , 2) বিন্দুর দূরত্ব নির্ণয় কর। [রা.'০২; য.'০৮]

সমাধান:



ধরি, $3x - 4y + 8 = 0 \cdots (1)$ রেখার সমান্তরাল এবং P(1, 2) বিন্দুগামী সরলরেখা $3x + y + 4 = 0 \cdots (2)$ রেখাকে Q বিন্দুতে ছেদ করে।

$\therefore$ PQ রেখার সমীকরণ $3x - 4y = 3\times1 - 4\times2$

$\Rightarrow 3x - 4y = -5 \Rightarrow 3x - 4y + 5 = 0 \cdots (3)$

$(2) - (3) \Rightarrow 5y - 1 = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{5}$.

(2) হতে পাই, $3x + \frac{1}{5} + 4 = 0 \Rightarrow 3x = -\frac{21}{5}$

$\Rightarrow x = -\frac{7}{5}$ $\therefore$ Q বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(-\frac{7}{5}, \frac{1}{5})$

$\therefore$ নির্ণেয় দূরত্ব , $PQ = \sqrt{(1+\frac{7}{5})^2 + (2-\frac{1}{5})^2}$

$= \sqrt{\frac{144+81}{25}} = \sqrt{\frac{225}{25}} = \sqrt{9} = 3$ একক।

10(b) যে সরলরেখা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে $\tan^{-1}(\frac{3}{4})$ কোণ উৎপন্ন করে তার সমান্তরাল বরাবর $3x + 5y - 11 = 0$ রেখা হতে (– 1, 1) বিন্দুর দূরত্ব নির্ণয় কর।

সমাধান: যে সরলরেখা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে $\tan^{-1}(\frac{3}{4})$ কোণ উৎপন্ন করে তার সমান্তরাল এবং $P(-1, 1)$ বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ,

$y - 1 = (x+1)\tan\tan^{-1}(\frac{3}{4})$

$\Rightarrow y - 1 = \frac{3}{4}(x+1) \Rightarrow 4y - 4 = 3x + 3$

$\Rightarrow 3x - 4y + 7 = 0 \cdots \cdots (1)$

ধরি, (1) রেখা $3x + 5y - 11 = 0 \cdots (2)$ রেখাকে Q বিন্দুতে ছেদ করে।

এখন, $(1) - (2) \Rightarrow -9y + 18 = 0 \Rightarrow y = 2$

$\therefore \; (1) \Rightarrow 3x - 8 + 7 = 0 \Rightarrow 3x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$

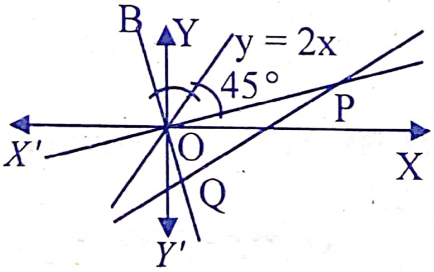
$\therefore$ Q বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(\frac{1}{3}, 2)$.

$\therefore$ নির্ণেয় দূরত্ব, $PQ = \sqrt{(-1-\frac{1}{3})^2 + (1-2)^2}$

$= \sqrt{\frac{16}{9} + 1} = \sqrt{\frac{16+9}{9}} = \frac{5}{3}$ একক।

10(c) যে সরলরেখা $y = 2x$ রেখার সঙ্গে $45°$ কোণ উৎপন্ন করে তার সমান্তরাল বরাবর $3x - 4y = 15$ রেখা হতে মূলবিন্দুর দূরত্ব নির্ণয় কর।

সমাধান:



$y = 2x$ রেখার ঢাল (ধরি) $m_1 = 2$.

ধরি, যে সরলরেখা $y = 2x$ রেখার সঙ্গে $45°$ কোণ উৎপন্ন করে তার ঢাল m_2 .

$\therefore \; \tan 45^0 = \pm \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \Rightarrow 1 = \pm \frac{2 - m_2}{1 + 2m_2}$

$\Rightarrow 1 + 2m_2 = \pm(2 - m_2)$

'+' নিয়ে, $1 + 2m_2 = 2 - m_2 \Rightarrow m_2 = \frac{1}{3}$ এবং

'–' নিয়ে, $1 + 2m_2 = -2 + m_2 \Rightarrow m_2 = -3$

ধরি, মূলবিন্দু $O(0,0)$ দিয়ে অতিক্রমকারী এবং $\frac{1}{3}$ ঢাল বিশিষ্ট রেখা $y = \frac{1}{3}x \Rightarrow x = 3y \cdots (1)$, $3x - 4y = 15 \cdots (2)$ রেখাকে P বিন্দুতে ছেদ করে।

$\therefore$ (2) হতে পাই, $9y - 4y = 15 \;\; [\because x = 3y]$

$\Rightarrow 5y = 15 \Rightarrow y = 5$ এবং $x = 15$.

$\therefore \; P \equiv (15,5)$ এবং $OP = \sqrt{5^2 + 15^2}$

$= \sqrt{5^2(1 + 3^2)} = 5\sqrt{10}$ একক।

আবার, ধরি মূলবিন্দু $O(0,0)$ দিয়ে অতিক্রমকারী এবং -3 ঢাল বিশিষ্ট রেখা $y = -3x \cdots (3)$, $3x - 4y = 15 \cdots (2)$ রেখাকে Q বিন্দুতে ছেদ করে।

$\therefore$ (2) হতে পাই, $3x + 12x = 15 \;\; [\because y = -3x]$

$\Rightarrow 15x = 15 \Rightarrow x = 1$ এবং $y = -3$.

$\therefore \; Q \equiv (1, -3)$ এবং $OP = \sqrt{1^2 + 3^2}$

$= \sqrt{10}$ একক।

11. (a) $(8, 5)$ ও $(-4, -3)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশের লম্ব সমদ্বিখন্ডক সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। [রা.'১২; ঢা.'০৬; কু.'০৬; সি.'০৯,'১৩; চ.'১২]

সমাধান: প্রদত্ত বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশের মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক $(\frac{8-4}{2}, \frac{5-3}{2}) = (2, 1)$

$\therefore$ $(8, 5)$ ও $(-4, -3)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখার ঢাল $= \frac{5+3}{8+4} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$.

$\therefore$ লম্ব সমদ্বিখন্ডক রেখার ঢাল $= -\frac{3}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় লম্ব সমদ্বিখন্ডক রেখার সমীকরণ,

$y - 1 = -\frac{3}{2}(x - 2)$

$\Rightarrow 2y - 2 = -3x + 6$

$\therefore \; 3x + 2y - 8 = 0$ (Ans.)

[MCQ এর জন্য, $(8 + 4)x + (5 + 3)y = \frac{1}{2}(64 - 16 + 25 - 9) = 32$]

11(b) $(2, 1)$ ও $(6, 3)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশের লম্ব সমদ্বিখন্ডক সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

সমাধান: প্রদত্ত বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশের মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক $(\frac{2+6}{2}, \frac{1+3}{2}) = (4, 2)$

$\therefore$ $(2, 1)$ ও $(6, 3)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশের লম্ব সমদ্বিখন্ডক সরলরেখার ঢাল $= -\frac{2-6}{1-3} = -2$

$\therefore$ নির্ণেয় লম্ব সমদ্বিখন্ডক রেখার সমীকরণ,

$y - 2 = -2(x - 4) \Rightarrow y - 2 = -2x + 8$

$\therefore \; 2x + y - 10 = 0$ (Ans.)

12. (a) (2 , 3) বিন্দু হতে $4x + 3y - 7 = 0$ সরলরেখা উপর অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর এবং এর সাহায্যে বিন্দুটি হতে সরলরেখার লম্ব-দূরত্ব নির্ণয় কর।

[য.'০৯; রা., সি.,ব.'০৯; ঢা.'১০; মা.'১৩]

সমাধান: (2 , 3) বিন্দুগামী এবং $4x + 3y - 7 = 0$ রেখার উপর অঙ্কিত লম্বের সমীকরণ,

$3x - 4y = 3 \times 2 - 4 \times 3 = 6 - 12$

$\therefore\ 3x - 4y + 6 = 0$

$4x + 3y - 7 = 0$ ও

$3x - 4y + 6 = 0$ রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক

$= (\frac{18-28}{-16-9}, \frac{-21-24}{-16-9})$

$= (\frac{-10}{-25}, \frac{-45}{-25}) = (\frac{2}{5}, \frac{9}{5})$

$\therefore$ অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দুর স্থানাঙ্ক $(\frac{2}{5}, \frac{9}{5})$

২য় অংশ : (2 , 3) বিন্দুটি হতে প্রদত্ত রেখার লম্ব-দূরত্ব $= \sqrt{(2-\frac{2}{5})^2 + (3-\frac{9}{5})^2}$

$= \sqrt{\frac{64}{25} + \frac{36}{25}} = \frac{\sqrt{100}}{5} = \frac{10}{5} = 2$ একক।

12(b) (2 ,– 1) বিন্দু হতে $3x - 4y + 5 = 0$ সরলরেখা উপর অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।[য.'১২; সি.'০৭,'১২; ঢা.'০৮,'১৪; কু.'০৪; চ.'০৭,'১০; মা.বো.'০৮,'০৯; রা.'১২; দি.'১২]

সমাধান: (2, −1) বিন্দুগামী এবং $3x - 4y + 5 = 0$ রেখার উপর অঙ্কিত লম্বের সমীকরণ,

$4x + 3y = 4 \times 2 + 3 \times -1 = 8 - 3$

$\therefore\ 4x + 3y - 5 = 0$

$4x + 3y - 5 = 0$ ও

$3x - 4y + 5 = 0$ রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক

$= (\frac{15-20}{-16-9}, \frac{-15-20}{-16-9})$

$= (\frac{-5}{-25}, \frac{-35}{-25}) = (\frac{1}{5}, \frac{7}{5})$

$\therefore$ অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দুর স্থানাঙ্ক $(\frac{1}{5}, \frac{7}{5})$

12(c) (3 , 1) বিন্দু হতে $2x + y - 3 = 0$ সরলরেখা উপর অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। [ব.'০৫]

সমাধান: (3, 1) বিন্দুগামী এবং $2x + y - 3 = 0$ রেখার উপর অঙ্কিত লম্বের সমীকরণ,

$x - 2y = 1 \times 3 - 2 \times 1 = 3 - 2$

$\therefore\ x - 2y - 1 = 0$

$x - 2y - 1 = 0$ ও

$2x + y - 3 = 0$ রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক

$= (\frac{6+1}{1+4}, \frac{-2+3}{1+4}) = (\frac{7}{5}, \frac{1}{5})$

$\therefore$ অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দুর স্থানাঙ্ক $(1, \frac{1}{5})$

12(d) P(h , k) বিন্দু হতে মূলবিন্দুগামী সরলরেখার উপর লম্বের পাদবিন্দুর সঞ্চারপথ নির্ণয় কর। [ব. '০৫]

সমাধান: ধরি, মূলবিন্দু (0 , 0) দিয়ে অতিক্রমকারী রেখার সমীকরণ $y = mx$ অর্থাৎ $mx - y = 0 \cdots (1)$

P(h , k) বিন্দুগামী এবং (1) রেখার উপর অঙ্কিত লম্বের সমীকরণ, $x + my = h + mk \cdots \cdots (2)$

(1) হতে পাই, $m = \frac{y}{x}$

(2) নং সমীকরণে m–এর মান বসিয়ে পাই,

$x + \frac{y}{x} y = h + \frac{y}{x}.k$

$\Rightarrow x^2 + y^2 = hx + ky$; যা নির্ণেয় সঞ্চারপথের সমীকরণ।

13(a) এরূপ সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যা x-অক্ষের সমান্তরাল এবং $4x + 3y = 6$ ও $x - 2y = 7$ সরলরেখা দুইটির সঙ্গে সমবিন্দু। [চ.'০১; য.'০২ ; কু.'০৫; ঢা.'০৭; ব.'০৮]

সমাধান: $4x + 3y - 6 = 0$ ও

$x - 2y - 7 = 0$ রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক

$= (\frac{-21-12}{-8-3}, \frac{-6+28}{-8-3}) = (\frac{-33}{-11}, \frac{22}{-11})$

$= (3 , -2)$

$\therefore$ x-অক্ষের সমান্তরাল এবং প্রদত্ত রেখাদ্বয়ের সঙ্গে সমবিন্দু নির্ণেয় রেখার সমীকরণ $y = -2 \Rightarrow y + 2 = 0$

13(b) $3x + 5y - 2 = 0$, $2x + 3y = 0$, $ax + by + 1 = 0$ রেখাত্রয় সমবিন্দু হলে, a ও b এর মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় কর। [য.'০৯,'১৩; দি.'১১; চ.'১২]

প্রমাণ : প্রদত্ত রেখাত্রয় সমবিন্দু হলে,

$$\begin{vmatrix} 3 & 5 & -2 \\ 2 & 3 & 0 \\ a & b & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$\Rightarrow -2(2b - 3a) + 1(9 - 10) = 0$

$\Rightarrow -4b + 6a - 1 = 0 \Rightarrow 6a - 4b = 1$

14. (a) দেখাও যে, $x = t$, $y = 2t + 1$ এবং $x = 2t$, $y = -t - 4$ রেখা দুইটি পরস্পরকে $(-2 , -3)$ বিন্দুতে সমকোণে ছেদ করে। [ব.'১১]

প্রমাণ : $x = t$, $y = 2t + 1$ রেখাটিকে লেখা যায়–

$y = 2x + 1 \cdots (1)$; যার ঢাল $= 2$

আবার, $x = 2t$, $y = -t - 4$ রেখাটিকে লেখা যায়–

$y = -\dfrac{x}{2} - 4 \cdots$ (2) ; যার ঢাল $= -\dfrac{1}{2}$

$(1) - (2) \Rightarrow 0 = (2 + \dfrac{1}{2})x + 5$

$\Rightarrow \dfrac{5}{2}x = -5 \Rightarrow x = -2$. $\therefore y = -4 + 1 = -3$

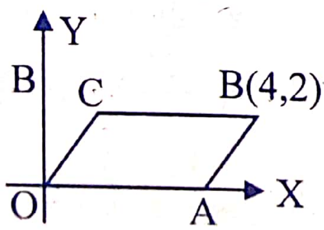
$\therefore$ রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু $(-2 , -3)$.

আবার, রেখাদ্বয়ের ঢালদ্বয়ের গুণফল $= 2(-\dfrac{1}{2}) = -1$

$\therefore$ রেখা দুইটি পরস্পরকে $(-2 , -3)$ বিন্দুতে সমকোণে ছেদ করে। (Showed)

14(b) OABC একটি সামান্তরিক। x-অক্ষ বরাবর OA অবস্থিত। OC বাহুর সমীকরণ $y = 2x$ এবং B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (4 , 2). A ও C বিন্দুর স্থানাঙ্ক এবং AC কর্ণের সমীকরণ নির্ণয় কর। [রা.'০৯,'১৩; য.'০৭; ঢা.'০৮; সি.'০৮; চ.'১১; দি.'১৪; ব.'১৪]

সমাধান : OC বাহুর সমীকরণ $y = 2x$ এবং x-অক্ষ বরাবর OA অবস্থিত।



অতএব, O মূলবিন্দু । আবার, CB বাহু x-অক্ষের সমান্তরাল , সুতরাং B ও C শীর্ষের কোটি একই হবে।

ধরি, C শীর্ষের স্থানাঙ্ক $(\alpha , 2)$ যা $y = 2x$ রেখার উপর অবস্থিত ।

$\therefore \; 2 = 2\alpha \Rightarrow \alpha = 1.$

$\therefore$ C শীর্ষের স্থানাঙ্ক (1 , 2).

এখন, $OA = CB = |1 - 4| = 3$

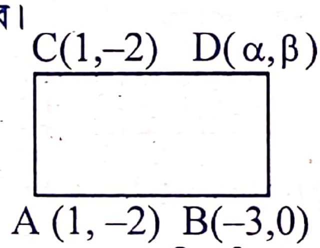
$\therefore$ A শীর্ষের স্থানাঙ্ক (3 , 0)

$\therefore$ AC কর্ণের সমীকরণ $\dfrac{x - 3}{3 - 1} = \dfrac{y - 0}{0 - 2}$

$\Rightarrow \; x - 3 = -y \; \therefore x + y - 3 = 0$

14(c) A, B ও C এর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $(1, -2)$, $(-3 , 0)$ ও $(5 , 6)$. প্রমাণ কর যে, AB ও AC রেখদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে ছেদ করে। বিন্দুগুলি একটি আয়তক্ষেত্রের তিনটি শীর্ষবিন্দু হলে চতুর্থ শীর্ষের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। [য.'০৪]

প্রমাণ :



AB রেখার ঢাল $= \dfrac{-2 - 0}{1 + 3} = -\dfrac{1}{2}$

AC রেখার ঢাল $= \dfrac{-2 - 6}{1 - 5} = 2$

AB ও AC এর ঢালদ্বয়ের গুণফল $= -\dfrac{1}{2}.2 = -1$

$\therefore$ AB ও AC রেখদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে ছেদ করে।

ধরি, আয়তক্ষেত্রের চতুর্থ শীর্ষের $D(\alpha , \beta)$.

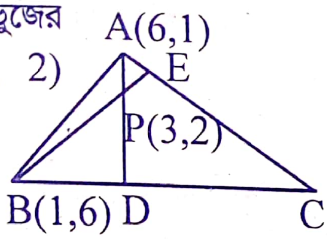
$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের BC কর্ণের মধ্যবিন্দু $(\dfrac{-3 + 5}{2} , \dfrac{0 + 6}{2}) = (1 , 3)$ এবং AD কর্ণের মধ্যবিন্দু $(\dfrac{1 + \alpha}{2} , \dfrac{-2 + \beta}{2})$ একই হবে।

$\therefore \; \dfrac{1 + \alpha}{2} = 1 \Rightarrow \alpha = 2 - 1 = 1$ এবং

$\dfrac{-2 + \beta}{2} = 3 \Rightarrow \beta = 6 + 2 = 8$

$\therefore$ চতুর্থ শীর্ষের স্থানাঙ্ক (1 , 8).

14(d) একটি ত্রিভুজের দুইটি শীর্ষবিন্দু যথাক্রমে A(6, 1) ও B(1, 6) এবং এর লম্ববিন্দু P(3, 2) ; অবশিষ্ট শীর্ষের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। [ঢা.'০৮]



সমাধান : ধরি, ABC ত্রিভুজের AD, BE লম্বদ্বয় P(3 , 2) বিন্দুতে ছেদ করে।

$\therefore$ AP অর্থাৎ AD রেখার ঢাল $= \frac{1-2}{6-3} = -\frac{1}{3}$

$\therefore$ AD এর উপর লম্ব BC রেখার ঢাল = 3

$\therefore$ BC বাহুর সমীকরণ $y - 6 = 3(x-1)$

$\Rightarrow y - 6 = 3x - 3 \Rightarrow y = 3x + 3 \cdots(1)$

BP অর্থাৎ BE এর উপর লম্ব AC বাহুর ঢাল $= -\frac{3-1}{2-6} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$\therefore$ AC বাহুর সমীকরণ $y - 1 = \frac{1}{2}(x-6)$

$\Rightarrow 2y - 2 = x - 6$

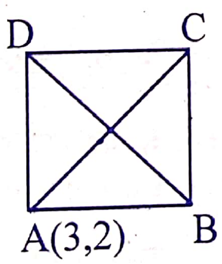
$\Rightarrow 2(3x+3) - 2 = x - 6$ [(1) দ্বারা]

$\Rightarrow 6x + 6 - x = -4 \Rightarrow 5x = -10 \Rightarrow x = -2$

$\therefore$ (1) হতে পাই, $y = 3(-2) + 3 = -3$

$\therefore$ অবশিষ্ট শীর্ষ C এর স্থানাঙ্ক $(-2, -3)$

15. (a) $4x + 7y - 12 = 0$ **রেখাটি একটি বর্গের কর্ণ নির্দেশ করে এবং বর্গের একটি শীর্ষ (3 , 2) বিন্দুতে অবস্থিত। এ বিন্দুটি দিয়ে অতিক্রমকারী বর্গের বাহু দুইটির সমীকরণ নির্ণয় কর।**



সমাধান : ধরি, ABCD বর্গের $4x + 7y - 12 = 0 \cdots\cdots(1)$ রেখাটি BD কর্ণ নির্দেশ করে এবং A(3 , 2) শীর্ষ দিয়ে অতিক্রমকারী বাহুর ঢাল m.

BD কর্ণের ঢাল $= -\frac{4}{7}$

$\therefore$ AC কর্ণের ঢাল$=\frac{7}{4}$ [$\because$ বর্গের কর্ণদ্বয় পরস্পর লম্ব]

AC কর্ণ AD ও AB বাহুর সঙ্গে $45°$ কোণ উৎপন্ন করে।

$$\therefore \tan 45° = \pm \frac{m - \frac{7}{4}}{1 + m.\frac{7}{4}} \Rightarrow 1 = \pm \frac{4m-7}{4+7m}$$

$\Rightarrow 4 + 7m = \pm(4m - 7)$

'+' নিয়ে, $3m = -11 \Rightarrow m = -\frac{11}{3}$

'−' নিয়ে, $11m = 3 \Rightarrow m = \frac{3}{11}$

$\therefore$ (3 , 2) শীর্ষ দিয়ে অতিক্রমকারী বাহুর সমীকরণ,

$y-2 = -\frac{11}{3}(x-3) \Rightarrow 3y - 6 = -11x + 33$

$\Rightarrow 11x + 3y - 39 = 0$ এবং

$y - 2 = \frac{3}{11}(x-3) \Rightarrow 11y - 22 = 3x - 9$

$\Rightarrow 3x - 11y + 13 = 0$

15(b) **দেখাও যে,** $2x + y + 5 = 0$ **ও** $x - 2y - 3 = 0$ **রেখা দুইটি পরস্পর লম্ব। রেখা দুইটিকে কোন আয়তক্ষেত্রের দুইটি সন্নিহিত বাহু ধরলে এবং অপর বাহু দুইটি (3 , 4) বিন্দুতে পরস্পরকে ছেদ করলে অবশিষ্ট বাহু দুইটির সমীকরণ নির্ণয় কর।**

প্রমাণ : $2x + y + 5 = 0 \cdots(1)$ রেখার ঢাল $= -2$

এবং $x - 2y - 3 = 0 \cdots (2)$ রেখার ঢাল $= \frac{1}{2}$

ঢাল দুইটির গুণফল $= -2 \times \frac{1}{2} = -1$ বলে প্রদত্ত রেখাদ্বয় পরস্পর লম্ব।

২য় অংশ : রেখা দুইটিকে কোন আয়তক্ষেত্রের দুইটি সন্নিহিত বাহু ধরলে অপর বাহু দুইটির একটি (1) রেখার সমান্তরাল এবং অপরটি (2) রেখার সমান্তরাল হবে।

$\therefore$ (3 , 4) বিন্দুগামী এবং (1) রেখার সমান্তরাল বাহুটির সমীকরণ $2x + y = 2\times3 + 4$

$\Rightarrow 2x + y = 10$

এবং (3 , 4) বিন্দুগামী এবং (2) রেখার সমান্তরাল বাহুটির সমীকরণ $x - 2y = 3 - 2\times4$

$\Rightarrow x - 2y + 5 = 0$

15(c) ABCD সামান্তরিকের AB , BC বাহু দুইটির সমীকরণ যথাক্রমে $2x + y - 8 = 0, x - y + 2 = 0$

এবং D বিন্দুর স্থানাঙ্ক (2 , – 4) হলে AD ও DC এর সমীকরণ নির্ণয় কর।

সমাধান : ABCD সামান্তরিক বলে,
$BC \| AD$ এবং $AB \| DC$

$\therefore$ D(2, – 4) বিন্দুগামী

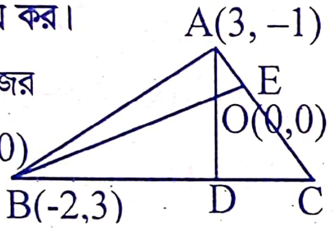
AD এর সমীকরণ $x - y = 2 - (-4)$

$\Rightarrow x - y = 6$ এবং

DC এর সমীকরণ $2x + y = 2 \times 2 + (-4)$

$\Rightarrow 2x + y = 0$

15(d) A(3, – 1), B(– 2, 3) বিন্দু দুইটি একটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু এবং তার লম্ব বিন্দুটি মূলবিন্দুতে । অবশিষ্ট শীর্ষের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।



সমাধান : ধরি, ABC ত্রিভুজের AD, BE লম্বদ্বয় O(0 , 0) বিন্দুতে ছেদ করে।

$\therefore$ AO অর্থাৎ AD রেখার ঢাল $= \dfrac{-1-0}{3-0} = -\dfrac{1}{3}$

$\therefore$ AD এর উপর লম্ব BC রেখার ঢাল = 3

$\therefore$ BC বাহুর সমীকরণ $y - 3 = 3(x + 2)$

$\Rightarrow y - 3 = 3x + 6 \Rightarrow y = 3x + 9 \cdots(1)$

BO অর্থাৎ BE এর উপর লম্ব AC বাহুর ঢাল $= -\dfrac{-2-0}{3-0} = \dfrac{2}{3}$

$\therefore$ AC বাহুর সমীকরণ $y + 1 = \dfrac{2}{3}(x - 3)$

$\Rightarrow 3y + 3 = 2x - 6$

$\Rightarrow 3(3x + 9) + 3 = 2x - 6$ [(1) দ্বারা]

$\Rightarrow 9x + 27 - 2x = -9 \Rightarrow 7x = -36$

$\Rightarrow x = -\dfrac{36}{7} \quad \therefore y = 3(-\dfrac{36}{7}) + 9 = -\dfrac{45}{7}$

$\therefore$ অবশিষ্ট শীর্ষ C এর স্থানাঙ্ক $(-\dfrac{36}{7}, -\dfrac{45}{7})$

[MCQ এর জন্য, BC বাহুর সমীকরণ,
$(3-0)x + (-1-0)y = 3 \times -2 + (-1) \times 3$]

সম্ভাব্য ধাপসহ সমস্যা :

16. $4x - 3y - 1 = 0$ ও $2x - 5y + 3 = 0$ রেখাদ্বয়ের ছেদ বিন্দু দিয়ে যায় এবং অক্ষ দুইটির সঙ্গে সমান সমান কোণ উৎপন্ন করে এরূপ সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

সমাধান : অক্ষ দুইটির সঙ্গে সমান সমান কোণ উৎপন্ন করে এরূপ সরলরেখার ঢাল $= \tan(\pm 45^\circ) = \pm 1$ (১)

এখন, $4x - 3y - 1 = 0$ ও $2x - 5y + 3 = 0$ রেখা দুইটির ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক $= (\dfrac{-9-5}{-20+6}, \dfrac{-2-12}{-20+6}) = (1, 1)$ (১)

$\therefore$ (1, 1) বিন্দুগামী এবং ±1 ঢাল বিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ $y - 1 = \pm 1.(x - 1)$ (১)

'+' নিয়ে পাই, $y - 1 = x - 1 \Rightarrow x - y = 0$

'–' নিয়ে পাই, $y - 1 = -x + 1 \Rightarrow x + y = 2$

$\therefore 2x + 2y - 1 = 0$

উত্তর : $x + y = 2, x - y = 0$.

17. $2x + 3y - 1 = 0$ ও $x - 2y + 3 = 0$ রেখা দুইটির অন্তর্ভুক্ত সূক্ষ্মকোণ নির্ণয় কর। [প্র.ভ.প.'০৪]

সমাধান: ধরি, প্রদত্ত রেখা দুইটির অন্তর্ভুক্ত কোণ φ

আমরা জানি, $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ও $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখা দুইটির অন্তর্ভুক্ত কোণ φ হলে, $\tan\varphi = \pm \dfrac{a_2b_1 - a_1b_2}{a_1a_2 + b_1b_2}$.

$\therefore \tan\varphi = \pm \dfrac{1.3 - 2(-2)}{2.1 + 3(-2)} = \pm \dfrac{3+4}{2-6} = \pm \dfrac{7}{4}$. (১)

'+' চিহ্ন নিয়ে পাই, $\varphi = \tan^{-1}\dfrac{7}{4}$ (১)

$\therefore$ নির্ণেয় সূক্ষ্মকোণের মান $\tan^{-1}\dfrac{7}{4}$ (১)

18. k-এর মান কত হলে $5x + 4y - 6 = 0$ ও $2x + ky + 9 = 0$ রেখা দুইটি পরস্পর সমান্তরাল হবে?

সমাধান : $5x + 4y - 6 = 0$ ও $2x + ky + 9 = 0$ রেখা দুইটি পরস্পর সমান্তরাল হলে, $\dfrac{5}{2} = \dfrac{4}{k}$ (১)

$\Rightarrow k = \dfrac{8}{5}$ (Ans.)

19. $5x - 3y - 7 = 0$ ও $4x + y - 9 = 0$ রেখা দুইটির ছেদবিন্দু দিয়ে যায় এবং $13x - y - 1 = 0$ রেখার সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, প্রদত্ত রেখা দুইটির ছেদবিন্দুগামী রেখার সমীকরণ $(5x-3y-7)+k(4x+y-9)=0$

$\Rightarrow (5+4k)x+(-3+k)y-7-9k=0\cdots(1)$ (১)

(1) রেখাটি $13x-y-1=0$ এর সমান্তরাল ।

$\therefore \dfrac{5+4k}{13}=\dfrac{-3+k}{-1}$ $[\dfrac{a_1}{a_2}=\dfrac{b_1}{b_2}$ সূত্র দ্বারা] (১)

$\Rightarrow -39+13k=-5-4k \Rightarrow 17k=34$

$\Rightarrow k=2$

$\therefore$ নির্ণেয় রেখার সমীকরণ,

$(5+8)x+(-3+2)y-7-18=0$

$\Rightarrow 13x-y-25=0$ (Ans.) (১)

[MCQ এর জন্য,

$$\frac{5x-3y-7}{4x+y-9}=\frac{\begin{vmatrix}5 & -3\\13 & -1\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}4 & 1\\13 & -1\end{vmatrix}}=\frac{-5+39}{-4-13}=-2\ ]$$

20. k এর মান কত হলে $2x-y+7=0$ ও $3x+ky-5=0$ রেখা দুইটি পরস্পর লম্ব হবে ?

সমাধান : $2x-y+7=0$ ও $3x+ky-5=0$ রেখা দুইটি পরস্পর লম্ব হলে,

$2\times3+(-1)\times k=0$ (১)

$[a_1a_2+b_1b_2=0$ সূত্র দ্বারা]

$\Rightarrow k=6$ (Ans.)

21. (2 , – 3) বিন্দুগামী এবং (5, 7) ও (– 6 , 3) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখার উপর লম্ব এরূপ সরলরেখার সীকরণ নির্ণয় কর।

সমাধান : (2, –3) বিন্দুগামী এবং (5 ,7) ও (– 6, 3) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখার লম্ব এরূপ সরলরেখার সমীকরণ $y+3=-\dfrac{5+6}{7-3}(x-2)$ (৩)

$\Rightarrow y+3=-\dfrac{11}{4}(x-2)$

$\Rightarrow 4y+12=-11x+22$

$\therefore 11x+4y=10$ (Ans.)

$[(5+6)x+(7-3)y=11\times2+4\times-3=10]$

22. এরূপ একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যা $2x+3y+4=0$ ও $3x+4y-5=0$ রেখা দুইটির ছেদ বিন্দু দিয়ে যায় এবং $6x-7y+8=0$ রেখার উপর লম্ব হয়।

সমাধান: $2x+3y+4=0$ ও
$3x+4y-5=0$ রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুর

স্থানাঙ্ক $=(\dfrac{-15-16}{8-9},\dfrac{12+10}{8-9})=(31,-22)$. (১)

$\therefore$ (31,–22) বিন্দুগামী এবং $6x-7y+8=0$ রেখার উপর লম্ব এরূপ রেখার সমীকরণ,

$7x+6y=7\times31+6\times-22$ (২)

$\Rightarrow 7x+6y=217-132$

$\therefore 7x+6y-85=0$ (Ans.)

[MCQ এর জন্য, $\dfrac{2x+3y+4}{3x+4y-5}=\dfrac{2\times6+3\times-7}{3\times6+4\times-7}$]

23. (2 , 5) ও (5 , 6) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। দেখাও যে, তা (– 4 , 5) ও (– 3 , 2) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ সরলরেখার উপর লম্ব।

সমাধান: (2 , 5) ও (5 , 6) বিন্দুগামী সরলরেখার

সমীকরণ $\dfrac{x-2}{2-5}=\dfrac{y-5}{5-6}\Rightarrow\dfrac{x-2}{-3}=\dfrac{y-3}{-1}$ (১)

$\Rightarrow x-2=3y+9\ \therefore x-3y+13=0\cdots(1)$

২য় অংশ : (1) রেখার ঢাল $=-\dfrac{1}{-3}=\dfrac{1}{3}$ (১)

(– 4 , 5) ও (– 3 , 2) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখার ঢাল $=\dfrac{5-2}{-4+3}=\dfrac{3}{-1}=-3$

ঢাল দুইটির গুণফল $=\dfrac{1}{3}\times-3=-1$ (১)

$\therefore$ (2 , 5) ও (5 , 6) বিন্দুগামী রেখাটি (– 4 , 5) ও (– 3 , 2) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখার উপর লম্ব। (১)

24. (– 3 ,– 2) বিন্দুগামী এবং $2x+3y=3$ রেখার উপর লম্ব সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। মূলবিন্দুগামী এবং এই দুইটি রেখার ছেদবিন্দুগামী সরলরেখারও সমীকরণ নির্ণয় কর।

সমাধান: (– 3 ,– 2) বিন্দুগামী এবং $2x+3y=3$ রেখার উপর লম্ব রেখার সমীকরণ,

$3x-2y=3\times(-3)-2\times(-2)$ (২)

$\Rightarrow 3x-2y=-9+4\ \therefore 3x-2y+5=0$

২য় অংশ: ধরি, $2x+3y-3=0$ ও $3x-2y+5=0$ রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুগামী রেখার সমীকরণ,

$2x + 3y - 3 + k(3x - 2y + 5) = 0$ (১)

$\Rightarrow (2 + 3k)x + (3 - 2k)y - 3 + 5k = 0$

এ রেখাটি মূলবিন্দুগামী বলে, ধ্রুবপদ $-3 + 5k = 0$

$\Rightarrow k = \frac{3}{5}$. (১)

অতএব, নির্ণেয় রেখার সমীকরণ,

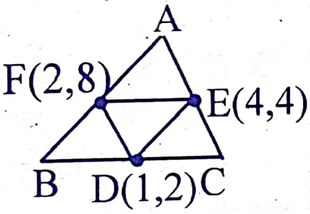
$2x + 3y - 3 + \frac{3}{5}(3x - 2y + 5) = 0$

$\Rightarrow 10x + 15y - 15 + 9x - 6y + 15 = 0$

$\Rightarrow 19x + 9y = 0$ (Ans.) (১)

25. (1 , 2) , (4 , 4) , (2 , 8) বিন্দুগুলো একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু । বাহুগুলোর সমীকরণ নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, ABC ত্রিভুজে BC , CA , AB বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D(1, 2), E(4 , 4), F(2 , 8).



$\therefore$ BC || FE , CA || DF এবং AB || ED. (১)

$\therefore$ BC রেখার ঢাল = FE রেখার ঢাল $= \frac{8-4}{2-4} = -2$ (১)

AC রেখার ঢাল = FD রেখার ঢাল $= \frac{8-2}{2-1} = 6$

AB রেখার ঢাল = ED রেখার ঢাল $= \frac{4-2}{4-1} = \frac{2}{3}$

$\therefore$ D(1 , 2) বিন্দুগামী BC বাহুর সমীকরণ

$y - 2 = -2(x - 1) \Rightarrow 2x + y - 4 = 0$ (১)

E(4 , 4) বিন্দুগামী CA বাহুর সমীকরণ

$y - 4 = 6(x - 4) \Rightarrow 6x - y - 20 = 0$

এবং F(2 , 8) বিন্দুগামী AB বাহুর সমীকরণ

$y - 8 = \frac{2}{3}(x - 2) \Rightarrow 3y - 24 = 2x - 4$

$\therefore 2x - 3y + 20 = 0$

[MCQ এর জন্য, BC বাহুর সমীকরণ,

$\Rightarrow (4 - 8)x - (4 - 2)y = -4 \times 1 - 2 \times 2$]

26. এরূপ সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যা $2x + 3y = 1$ ও $x - 2y + 3 = 0$ সরলরেখা দুইটির সঙ্গে সমবিন্দু এবং অক্ষদ্বয় হতে সমান সংখ্যামানের অংশ ছেদ করে।

সমাধান: ধরি, প্রদত্ত রেখাদ্বয়ের সঙ্গে সমবিন্দু এরূপ রেখার সমীকরণ $2x + 3y - 1 + k(x - 2y + 3) = 0$ (১)

$\Rightarrow (2 + k)x + (3 - 2k)y - 1 + 3k = 0$. এ রেখাটি অক্ষদ্বয় হতে সমান সংখ্যামানের অংশ ছেদ করে বলে x ও y এর সহগের সংখ্যামান সমান।

$\therefore 2 + k = \pm(3 - 2k)$ (১)

$\therefore 2 + k = 3 - 2k \Rightarrow 3k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{3}$

অথবা, $2 + k = -3 + 2k \Rightarrow k = 5$

$\therefore$ নির্ণেয় রেখার সমীকরণ,

$2x + 3y - 1 + \frac{1}{3}(x - 2y + 3) = 0$

$\Rightarrow 6x + 9y - 3 + x - 2y + 3 = 0$

$\Rightarrow 7x + 7y = 0 \Rightarrow x + y = 0$ (১)

অথবা, $2x + 3y - 1 + 5x - 10y + 15 = 0$

$\Rightarrow 7x - 7y + 14 = 0 \Rightarrow x - y + 2 = 0$ (১)

27. দুইটি সরলরেখা (3, 2) বিন্দু দিয়ে যায় এবং তারা $x - 2y = 3$ রেখার সঙ্গে $45°$ কোণ উৎপন্ন করে। রেখা দুইটির সমীকরণ নির্ণয় কর। [য.'০৮]

সমাধান : ধরি, (3 , 2) বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ

$y - 2 = m(x - 3) \cdots (1)$ (১)

$x - 2y = 3$ রেখার ঢাল $= \frac{1}{2}$ (১)

প্রশ্নমতে, $\tan 45° = \pm \frac{m - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}m}$ (১)

$\Rightarrow 1 = \pm \frac{2m - 1}{2 + m} \Rightarrow 2 + m = \pm(2m - 1)$

'+' নিয়ে, $2 + m = 2m - 1 \Rightarrow m = 3$

'–' নিয়ে $2 + m = -2m + 1 \Rightarrow m = -\frac{1}{3}$

$\therefore$ রেখা দুইটির সমীকরণ, $y - 2 = 3(x - 3)$

$\Rightarrow y - 2 = 3x - 9 \Rightarrow 3x - y = 7$

এবং $y - 2 = -\frac{1}{3}(x - 3) \Rightarrow 3y - 6 = -x + 3$ (১)

$\Rightarrow x + 3y = 9$

28. দুইটি সরলরেখা (6, – 7) বিন্দু দিয়ে যায় এবং তারা $y + \sqrt{3}x = 1$ রেখার সঙ্গে 60° কোণ উৎপন্ন করে। রেখা দুইটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

[ঢা.'০৫; দি.'০৯; কু.'১১]

সমাধান : ধরি, (6, –7) বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ

$y + 7 = m(x - 6) \cdots (1)$ (১)

$y + \sqrt{3}x = 1$ রেখার ঢাল $= -\sqrt{3}$ (১)

প্রশ্নমতে, $\tan 60° = \pm \dfrac{m+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}m}$ (১)

$\Rightarrow \sqrt{3} = \pm \dfrac{m+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}m}$

$\Rightarrow \sqrt{3} - 3m = \pm(m + \sqrt{3})$

'+' নিয়ে, $\sqrt{3} - 3m = m + \sqrt{3} \Rightarrow m = 0$

'–' নিয়ে $\sqrt{3} - 3m = -m - \sqrt{3}$

$\Rightarrow 2m = 2\sqrt{3} \Rightarrow m = \sqrt{3}$

$\therefore$ রেখা দুইটির সমীকরণ, $y + 7 = 0(x - 6)$

$\Rightarrow y + 7 = 0$ (Ans.)

এবং $y + 7 = \sqrt{3}(x - 6)$ (Ans.) (১)

29. দুইটি সরলরেখা মূলবিন্দু দিয়ে যায় এবং তারা $3y = 2x$ রেখার সঙ্গে $\tan^{-1}\dfrac{1}{2}$ কোণ উৎপন্ন করে। রেখা দুইটির সমীকরণ নির্ণয় কর। [ব.'১১]

সমাধান : ধরি, মূলবিন্দু (0 , 0) দিয়ে যায় এরূপ রেখার সমীকরণ $y = mx \cdots (1)$ (১)

$3y = 2x$ রেখার ঢাল $= \dfrac{2}{3}$ (১)

প্রশ্নমতে, $\tan\tan^{-1}\dfrac{1}{2} = \pm \dfrac{m - \dfrac{2}{3}}{1 + \dfrac{2}{3}m}$ (১)

$\Rightarrow \dfrac{1}{2} = \pm \dfrac{3m-2}{3+2m}$

$\Rightarrow 3 + 2m = \pm(6m - 4)$

'+' নিয়ে, $3 + 2m = 6m - 4$

$\Rightarrow 4m = 7 \Rightarrow m = \dfrac{7}{4}$

'–' নিয়ে, $3 + 2m = -6m + 4$

$\Rightarrow 8m = 1 \Rightarrow m = \dfrac{1}{8}$

$\therefore$ রেখা দুইটির সমীকরণ, $y = \dfrac{7}{4}x \Rightarrow 7x = 4y$

এবং $y = \dfrac{1}{8}x \Rightarrow x = 8y$ (১)

30. (1, 2) বিন্দুগামী এবং $3x - 4y + 8 = 0$ রেখার সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

[কু.'০৪]

সমাধান : $3x - 4y + 8 = 0$ রেখার ঢাল $= \dfrac{3}{4}$ (১)

$\therefore$ (1 , 2) বিন্দুগামী এবং $3x - 4y + 8 = 0$ রেখার সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ,

$y - 2 = \dfrac{3}{4}(x - 1) \Rightarrow 4y - 8 = 3x - 3$

$\therefore$ $3x - 4y + 5 = 0$ (১)

31 (2, –3) বিন্দু দিয়ে যায় এবং $2x - 3y = 7$ রেখার উপর লম্ব সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

[কু.'০১; য.'০৭; মা.'০৩]

সমাধান : ধরি, $2x - 3y = 7$ এর উপর লম্ব নির্ণেয় রেখার সমীকরণ $3x + 2y + k = 0 \cdots (1)$ (১)

প্রশ্নমতে (1) রেখাটি (2 , – 3) বিন্দুগামী ।

$\therefore$ $3 \times 2 + 2 \times -3 + k = 0 \Rightarrow k = 0$

$\therefore$ নির্ণেয় রেখার সমীকরণ, $3x + 2y = 0$ (১)

32. P(4 , 11) ও Q(– 2 , 2) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশের লম্ব সমদ্বিখন্ডক সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। [প্র.ভ.প. '০৪]

সমাধান: PQ এর মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক $(1, \dfrac{13}{2})$ (১)

$\therefore$ P ও Q বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশের লম্ব সমদ্বিখন্ডক রেখার ঢাল $= -\dfrac{4+2}{11-2} = -\dfrac{2}{3}$ (২)

$\therefore$ নির্ণেয় লম্ব সমদ্বিখন্ডক রেখার সমীকরণ,

$y - \dfrac{13}{2} = -\dfrac{2}{3}(x - 1)$

$\Rightarrow \dfrac{2y - 13}{2} = -\dfrac{2}{3}(x - 1)$

$\Rightarrow 6y - 39 = -4x + 4$

$\therefore$ $4x + 6y - 43 = 0$ (Ans.) (১)

33. দেখাও যে, (a, b) ও (c, d) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশের লম্ব সমদ্বিখন্ডক সরলরেখার সমীকরণ $(a-c)x+(b-d)y=\frac{1}{2}(a^2+b^2-c^2-d^2)$ [ব.'০১]

প্রমাণ: প্রদত্ত বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশের মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক $(\frac{a+c}{2}, \frac{b+d}{2})$ (১)

$\therefore$ (a, b) ও (c, d) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশের লম্ব সমদ্বিখন্ডক সরলরেখার ঢাল $= -\frac{a-c}{b-d}$ (১)

$\therefore$ নির্ণেয় লম্ব সমদ্বিখন্ডক রেখার সমীকরণ,

$$y-\frac{b+d}{2}=-\frac{a-c}{b-d}(x-\frac{a+c}{2}) \quad (১)$$

$$\Rightarrow (b-d)y-\frac{b^2-d^2}{2}$$

$$=-(a-c)x+\frac{a^2-c^2}{2}$$

$\therefore (a-c)x+(b-d)y=\frac{1}{2}(a^2+b^2-c^2-d^2)$ (১)

34. $2x+by+4=0$, $4x-y-26=0$, $3x+y-1=0$ রেখাত্রয় সমবিন্দু হলে b এর মান নির্ণয় কর। [প্র.ভ.প.'০১]

সমাধান: প্রদত্ত রেখাত্রয় সমবিন্দু বলে,

$$\begin{vmatrix} 2 & b & 4 \\ 4 & -1 & -26 \\ 3 & 1 & -1 \end{vmatrix}=0 \quad (১)$$

$\Rightarrow 2(1+26)-b(-4+78)+4(4+3)=0$

$\Rightarrow 54-74b+28=0 \Rightarrow 74b=82$

$\therefore b=\frac{82}{74}=\frac{41}{37}$ (Ans.) (১)

35. $ax+by+c=0$, $bx+cy+a=0$, $cx+ay+b=0$ রেখাত্রয় সমবিন্দু হলে, দেখাও যে, $a+b+c=0$. [সি.'০১, ঢা.'১৪]

প্রমাণ : প্রদত্ত রেখাত্রয় সমবিন্দু হলে,

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}=0 \quad (১)$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} a+b+c & b & c \\ a+b+c & c & a \\ a+b+c & a & b \end{vmatrix}=0 \quad (১)$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 0 & b-c & c-a \\ 0 & c-a & a-b \\ a+b+c & a & b \end{vmatrix}=0$$

$\Rightarrow (a+b+c)(ab-ca-b^2+bc-c^2+2ca-a^2)=0$ (১)

$\Rightarrow (a+b+c)(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca)=0$ [-2 দ্বারা গুণ করে।]

$\Rightarrow (a+b+c)\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}=0$

এখানে, $a \neq b \neq c$, $\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}=0$

$\therefore a+b+c=0$ (Showed) (১)

36. দেখাও যে, $2x=1-4t$, $y=1+t$ এবং $x=-2t$, $y=t-1$ রেখা দুইটি সমান্তরাল।

প্রমাণ : $2x=1-4t$, $y=1+t$ রেখাটিকে লেখা যায়,

$2x=1-4(y-1) \Rightarrow 2x+4y=5 \cdots (1)$ (১)

আবার, $x=-2t$, $y=t-1$ রেখাটিকে লেখা যায়-

$x=-2(y+1) \Rightarrow x+2y+2=0 \cdots (2)$ (১)

(1) রেখাটির ঢাল $= -\frac{2}{4}=-\frac{1}{2}$ এবং (১)

(2) রেখাটির ঢাল $= -\frac{1}{2}$

$\therefore$ রেখা দুইটির ঢাল পরস্পর সমান বলে তারা সমান্তরাল। (Showed) (১)

প্রশ্নমালা III G

এক নজরে প্রয়োজনীয় সূত্রাবলী ঃ

1. $P(x_1, y_1)$ বিন্দু থেকে $ax+by+c=0$ সরলরেখার লম্ব দূরত্ব $=\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

2.(i) $ax+by+c_1=0$ ও $ax+by+c_2=0$ সমান্তরাল সরলরেখা দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব$=\frac{|c_2-c_1|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

(ii) $ax+by+c=0$ হতে d একক দূরবর্তী রেখার সমীকরণ $ax+by+c \pm d\sqrt{a^2+b^2}=0$