

36. দেখাও যে, $2x = 1 - 4t$, $y = 1 + t$ এবং $x = -2t$, $y = t - 1$ রেখা দুইটি সমান্তরাল। (8)

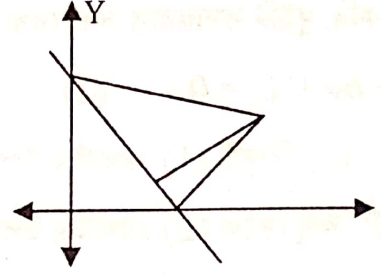
১৭. লম্ব দূরত্ব

I. $P(x_1, y_1)$ বিন্দু থেকে $ax + by + c = 0$ সরলরেখার লম্ব দূরত্ব নির্ণয় করতে হবে।

প্রদত্ত রেখা হতে পাই, $\frac{x}{-c/a} + \frac{y}{-c/b} = 1 \dots\dots (1)$

$\therefore A(-\frac{c}{a}, 0)$ ও $B(0, -\frac{c}{b})$ বিন্দু দুইটি সরলরেখা (1) উপর অবস্থিত।

$\therefore \delta_{ABP} = \frac{c}{ab}(ax_1 + by_1 + c)$ এবং $\Delta ABP = \frac{1}{2}|\delta_{ABP}|$ বর্গ একক।



এখন, $AB = \sqrt{\left(-\frac{c}{a}\right)^2 + \left(-\frac{c}{b}\right)^2} = \sqrt{\frac{c^2}{a^2b^2}(a^2 + b^2)} = \sqrt{\left|\frac{c}{ab}\right|^2(a^2 + b^2)} = \left|\frac{c}{ab}\right|\sqrt{a^2 + b^2}$

$P(x_1, y_1)$ বিন্দু থেকে $ax + by + c = 0$ রেখার লম্ব দূরত্ব d হলে, $\Delta ABC = \frac{1}{2} AB \times d$ বর্গ একক।

$\therefore \frac{1}{2} AB \times d = \frac{1}{2} |\delta_{ABP}| \Rightarrow \left|\frac{c}{ab}\right|\sqrt{a^2 + b^2} \times d = \left|\frac{c}{ab}(ax_1 + by_1 + c)\right| = \left|\frac{c}{ab}\right| |(ax_1 + by_1 + c)|$

$\therefore d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

$\therefore P(x_1, y_1)$ বিন্দু থেকে $ax + by + c = 0$ সরলরেখার লম্ব দূরত্ব $= \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

নোটঃ মূলবিন্দু থেকে $ax + by + c = 0$ সরলরেখার লম্ব দূরত্ব $= \frac{|c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

উদাহরণ-1. দেখাও যে, $(\sqrt{5}, 0)$ ও $(-\sqrt{5}, 0)$ বিন্দু দুইটি হতে $2x \cos \alpha - 3y \sin \alpha = 6$ এর উপর অঙ্কিত লম্ব দুইটির গুণফল α মুক্ত হবে। [কু.'০৫; রা.'০৭]

সমাধান : মনে করি, $(\sqrt{5}, 0)$ ও $(-\sqrt{5}, 0)$ বিন্দু দুইটি হতে $2x \cos \alpha - 3y \sin \alpha - 6 = 0$ এর উপর অঙ্কিত লম্ব দুইটি যথাক্রমে d_1 ও d_2 .

$\therefore d_1 = \left| \frac{2\sqrt{5} \cos \alpha - 6}{\sqrt{4 \cos^2 \alpha + 9 \sin^2 \alpha}} \right|$ এবং $d_2 = \left| \frac{-2\sqrt{5} \cos \alpha - 6}{\sqrt{4 \cos^2 \alpha + 9 \sin^2 \alpha}} \right|$

এখন, $d_1 \times d_2 = \left| \frac{2\sqrt{5} \cos \alpha - 6}{\sqrt{4 \cos^2 \alpha + 9 \sin^2 \alpha}} \right| \times \left| \frac{-2\sqrt{5} \cos \alpha - 6}{\sqrt{4 \cos^2 \alpha + 9 \sin^2 \alpha}} \right|$
 $= \left| \frac{-(2\sqrt{5} \cos \alpha + 6)(2\sqrt{5} \cos \alpha - 6)}{4 \cos^2 \alpha + 9 \sin^2 \alpha} \right| = \left| \frac{-(20 \cos^2 \alpha - 36)}{4 \cos^2 \alpha + 9(1 - \cos^2 \alpha)} \right|$

$$= \left| \frac{4(9 - 5\cos^2 \alpha)}{9 - 5\cos^2 \alpha} \right| = 4 ; \text{ যা } \alpha \text{ মুক্ত। (Proved)}$$

II. দুইটি সমান্তরাল সরলরেখার মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় করতে হবে।

মনে করি, দুইটি সমান্তরাল সরলরেখা $ax + by + c_1 = 0 \dots\dots(1)$ এবং

$$ax + by + c_2 = 0 \dots\dots(2)$$

$P(x_1, y_1)$ বিন্দুটি (1) রেখাটির উপর অবস্থিত হলে, $ax_1 + by_1 + c_1 = 0 \dots\dots(3)$

P বিন্দু থেকে (2) রেখাটির উপর PM লম্ব টানি।

$$\begin{aligned} \therefore PM &= \frac{|ax_1 + by_1 + c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|(ax_1 + by_1 + c_1) + c_2 - c_1|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ &= \frac{|0 + c_2 - c_1|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|c_2 - c_1|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad [\because ax_1 + by_1 + c_1 = 0] \end{aligned}$$

$$\therefore ax + by + c_1 = 0 \text{ ও } ax + by + c_2 = 0 \text{ সমান্তরাল সরলরেখা দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব} = \frac{|c_2 - c_1|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

উদাহরণ -2: $4x - 3y + 2 = 0$ এবং $8x - 6y - 9 = 0$ সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় করা।

[রা. ০৫]

সমাধান : প্রদত্ত রেখাদ্বয়, $4x - 3y + 2 = 0 \dots (1)$

$$\text{এবং } 8x - 6y - 9 = 0 \Rightarrow 4x - 3y - \frac{9}{2} = 0 \dots (2)$$

$$\therefore (1) \text{ ও } (2) \text{ সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব} = \frac{\left|2 + \frac{9}{2}\right|}{\sqrt{16 + 9}} = \frac{\left|\frac{13}{2}\right|}{5} = \frac{13}{10} \text{ একক।}$$

III দুইটি অসমান্তরাল সরলরেখার অন্তর্ভুক্ত কোণের সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ নির্ণয় করতে হবে।

ধরি, AB ও CD অসমান্তরাল সরলরেখা দুইটির সমীকরণ যথাক্রমে

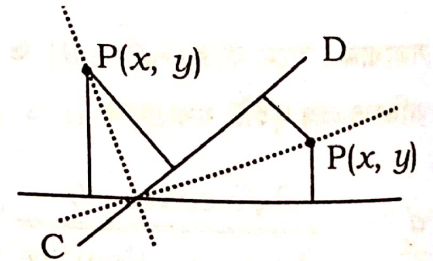
$$a_1x + b_1y + c_1 = 0 \text{ ও } a_2x + b_2y + c_2 = 0 \text{। AB ও CD রেখা}$$

দুইটির অন্তর্ভুক্ত কোণের সমদ্বিখন্ডকের উপর $P(x, y)$ যেকোনো একটি বিন্দু।

$$P(x, y) \text{ বিন্দু থেকে AB রেখাটির লম্ব দূরত্ব} = \frac{|a_1x + b_1y + c_1|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} \text{ এবং}$$

$$CD \text{ রেখাটির লম্ব দূরত্ব} = \frac{|a_2x + b_2y + c_2|}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}} \text{। অন্তর্ভুক্ত কোণ দুইটির সমদ্বিখন্ডকদ্বয়ের উপরস্থ যেকোনো}$$

বিন্দু AB ও CD থেকে সমদূরবর্তী।



$$\therefore \frac{|a_1x + b_1y + c_1|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \frac{|a_2x + b_2y + c_2|}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}} \Rightarrow \frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

$\therefore a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ও $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখা দুইটির অন্তর্ভুক্ত কোণদ্বয়ের সমদ্বিখন্ডকদ্বয়ের

সমীকরণ $\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$

অনুসিদ্ধান্ত (i) $\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$ রেখা দুইটির সাপেক্ষে $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এবং $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখা দুইটি পরস্পর প্রতিচ্ছবি।

(ii) $f(x, y) \equiv a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ও $g(x, y) \equiv a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণদ্বয়ের $P(\alpha, \beta)$ বিন্দু ধারণকারী কোণটির সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ $\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$, যখন

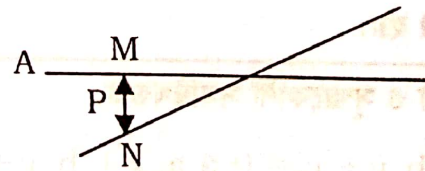
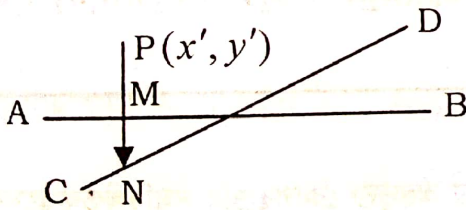
$f(\alpha, \beta) \times g(\alpha, \beta) > 0$; $\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = -\frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$, যখন $f(\alpha, \beta) \times g(\alpha, \beta) < 0$

(iii) মূলবিন্দু ধারণকারী কোণটির সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ $\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$, যখন c_1 ও

c_2 সমচিহ্নযুক্ত; $\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = -\frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$, যখন c_1 ও c_2 বিপরীত চিহ্নযুক্ত।

IV একটি বিন্দু দুইটি অসমান্তরাল সরলরেখার অন্তর্ভুক্ত স্থূলকোণে অথবা সূক্ষ্মকোণে অবস্থিত তা নির্ণয় করতে হবে:

মনে করি, $P(x', y')$ বিন্দুটি $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ও $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ এর অন্তর্ভুক্ত কোণে অবস্থিত।



ধরি, $AB \equiv a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এবং $CD \equiv a_2x + b_2y + c_2 = 0$

AB এর ঢাল $= -\frac{a_1}{b_1}$. AB এর উপর PM লম্ব অঙ্কন করি। P প্রদত্ত রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত স্থূলকোণে অবস্থিত হলে

PM এর বর্ধিতাংশ CD কে N বিন্দুতে ছেদ করে এবং তা সূক্ষ্মকোণে অবস্থিত হলে MP এর বর্ধিতাংশ CD কে N বিন্দুতে ছেদ করে।

$$\therefore \text{PM এর ঢাল} = \frac{b_1}{a_1} = \tan \theta \text{ (ধরি)}. [\because \text{PM} \perp \text{AB}]$$

$$\therefore \sin \theta = \frac{b_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = b_1 p \text{ এবং } \cos \theta = \frac{a_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = a_1 p, \text{ যেখানে } p = \frac{1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}}$$

$$\therefore p^2 (a_1^2 + b_1^2) = \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\text{PM এর সমীকরণ } \frac{x-x'}{\cos \theta} = \frac{y-y'}{\sin \theta} = r \Rightarrow \frac{x-x'}{a_1 p} = \frac{y-y'}{b_1 p} = r \therefore x = pr a_1 + x', y = pr b_1 + y'$$

$$\text{PM} = r_1 \text{ এবং } \text{PN} = r_2 \text{ হলে, } M \equiv (pr_1 a_1 + x', pr_1 b_1 + y') \text{ এবং } N \equiv (pr_2 a_1 + x', pr_2 b_1 + y')$$

$$\text{যেহেতু } M \in AB, a_1 (pr_1 a_1 + x') + b_1 (pr_1 b_1 + y') + c_1 = 0$$

$$\Rightarrow a_1^2 pr_1 + a_1 x' + b_1^2 pr_1 + b_1 y' + c_1 = 0$$

$$\Rightarrow r_1 = -\frac{a_1 x' + b_1 y' + c_1}{p(a_1^2 + b_1^2)} = -\frac{a_1 x' + b_1 y' + c_1}{p \cdot \frac{1}{p^2}} = -p (a_1 x' + b_1 y' + c_1)$$

$$\text{আবার, যেহেতু } N \in CD, a_2 (pr_2 a_1 + x') + b_2 (pr_2 b_1 + y') + c_2 = 0$$

$$\Rightarrow (a_1 a_2 + b_1 b_2) pr_2 + a_2 x' + b_2 y' + c_2 = 0 \Rightarrow r_2 = -\frac{a_2 x' + b_2 y' + c_2}{p(a_1 a_2 + b_1 b_2)}$$

$$\therefore r_1 r_2 = \frac{(a_1 x' + b_1 y' + c_1)(a_2 x' + b_2 y' + c_2)}{(a_1 a_2 + b_1 b_2)} = \frac{(a_1 x' + b_1 y' + c_1)(a_2 x' + b_2 y' + c_2)(a_1 a_2 + b_1 b_2)}{(a_1 a_2 + b_1 b_2)^2}$$

P স্থলকোণে অবস্থিত হলে, r_1 ও r_2 সমচিহ্নযুক্ত হবে।

$$\therefore r_1 r_2 > 0 \Rightarrow (a_1 x' + b_1 y' + c_1)(a_2 x' + b_2 y' + c_2)(a_1 a_2 + b_1 b_2) > 0$$

P সূক্ষ্মকোণে অবস্থিত হলে, r_1 ও r_2 বিপরীত চিহ্নযুক্ত হবে।

$$\therefore r_1 r_2 < 0 \Rightarrow (a_1 x' + b_1 y' + c_1)(a_2 x' + b_2 y' + c_2)(a_1 a_2 + b_1 b_2) < 0$$

$\therefore P(x', y')$ বিন্দুটি $a_1 x + b_1 y + c_1 = 0$ ও $a_2 x + b_2 y + c_2 = 0$ রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত স্থলকোণে অথবা সূক্ষ্মকোণে অবস্থিত হবে যখন যথাক্রমে $(a_1 x' + b_1 y' + c_1)(a_2 x' + b_2 y' + c_2)(a_1 a_2 + b_1 b_2) > 0$ অথবা, < 0 হয়।

V. স্থলকোণী ও সূক্ষ্মকোণী সমদ্বিখন্ডক:

$a_1 x + b_1 y + c_1 = 0$ ও $a_2 x + b_2 y + c_2 = 0$ রেখা দুইটির অন্তর্ভুক্ত কোণদ্বয়ের সমদ্বিখন্ডকদ্বয়ের সমীকরণ

$$\frac{a_1 x + b_1 y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \frac{a_2 x + b_2 y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}} \dots\dots(1) \text{ and } \frac{a_1 x + b_1 y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = -\frac{a_2 x + b_2 y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}} \dots (2)$$

$$\text{If the point } P(x', y') \text{ is on (1), } \frac{a_1 x' + b_1 y' + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \frac{a_2 x' + b_2 y' + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} (a_1 x' + b_1 y' + c_1)^2 (a_1 a_2 + b_1 b_2) = (a_1 x' + b_1 y' + c_1)(a_2 x' + b_2 y' + c_2)(a_1 a_2 + b_1 b_2)$$

$P(x', y')$ স্থলকোণে অবস্থিত হলে, $(a_1x' + b_1y' + c_1)(a_2x' + b_2y' + c_2)(a_1a_2 + b_1b_2) > 0$

$$\therefore \frac{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} (a_1x' + b_1y' + c_1)^2 (a_1a_2 + b_1b_2) > 0 \Rightarrow a_1a_2 + b_1b_2 > 0$$

$\therefore a_1a_2 + b_1b_2 > 0$ হলে, স্থলকোণের ও সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখন্ডক যথাক্রমে

$$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}} \quad \text{ও} \quad \frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = -\frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

$a_1a_2 + b_1b_2 < 0$ হলে, স্থলকোণের ও সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখন্ডক যথাক্রমে

$$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = -\frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}} \quad \text{ও} \quad \frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

বি.দ্র.: ABC ত্রিভুজের শীর্ষ তিনটি $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ ও $C(x_3, y_3)$ হলে, $\angle A$ সূক্ষ্মকোণ অথবা স্থলকোণ হবে যদি যথাক্রমে $(x_1 - x_2)(x_1 - x_3) + (y_1 - y_2)(y_1 - y_3) > 0$, অথবা < 0 হয়।

[$\because \angle A$ সূক্ষ্মকোণ হলে $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} > 0$ এবং $\angle A$ স্থলকোণ হলে $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} < 0$]

VI ত্রিভুজের অন্তঃকেন্দ্র ও অন্তঃব্যাসার্ধ:

ABC ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ ও $C(x_3, y_3)$ হলে,

$$\text{অন্তঃব্যাসার্ধ } r = \frac{1}{a+b+c} |\delta_{ABC}| \text{ এবং অন্তঃকেন্দ্র} = \left(\frac{ax_1 + bx_2 + cx_3}{a+b+c}, \frac{ay_1 + by_2 + cy_3}{a+b+c} \right);$$

যেখানে $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$ এবং

$$\delta_{ABC} = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = (x_1 - x_2)(y_2 - y_3) - (x_2 - x_3)(y_1 - y_2)$$

$$\Delta BIC + \Delta AIC + \Delta AIB = \Delta ABC$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} BC \times r + \frac{1}{2} AC \times r + \frac{1}{2} AB \times r = \frac{1}{2} |\delta_{ABC}|$$

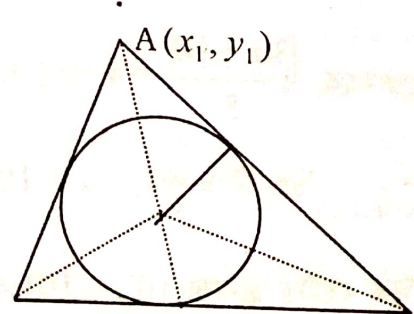
$$\Rightarrow (a + b + c) r = |\delta_{ABC}|$$

$$\therefore r = \frac{|(x_1 - x_2)(y_2 - y_3) - (x_2 - x_3)(y_1 - y_2)|}{a + b + c}$$

এখন, $\angle A$ এর সমদ্বিখন্ডক AD.

$$\therefore \frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} = \frac{c}{b} \Rightarrow BD : CD = c : b \quad \therefore D \equiv \left(\frac{cx_3 + bx_2}{c+b}, \frac{cy_3 + by_2}{c+b} \right)$$

আবার, $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখন্ডক যথাক্রমে BI ও CI.



$$\therefore \frac{AI}{DI} = \frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CD} = \frac{AB+AC}{BD+CD} = \frac{c+b}{BC} \Rightarrow AI : DI = c + b : a$$

$$\therefore I \equiv \left(\frac{(c+b) \frac{cx_3 + bx_2}{c+b} + ax_1}{c+b+a}, \frac{(c+b) \frac{cy_3 + by_2}{c+b} + ay_1}{c+b+a} \right) = \left(\frac{ax_1 + bx_2 + cx_3}{a+b+c}, \frac{ay_1 + by_2 + cy_3}{a+b+c} \right)$$

$$\therefore \text{ত্রিভুজটির অন্তঃব্যাসার্ধ} \left(\frac{ax_1 + bx_2 + cx_3}{a+b+c}, \frac{ay_1 + by_2 + cy_3}{a+b+c} \right)$$

উদাহরণ-3: $3y = 4x - 10 \dots (i)$, $y = 1 \dots (ii)$, $3x - 4y = 5 \dots (iii)$ ও $5x + 12y + 13 = 0 \dots (iv)$

(a) $2x + y + 3 = 0$ ও $3x - 4y + 7 = 0$ রেখা দুইটির অন্তর্ভুক্ত সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ নির্ণয় কর। [কু.'০৪; সি.'১০]

(b) y -অক্ষের উপরিস্থিত যে বিন্দুগুলি হতে (i) রেখার লম্বদূরত্ব 4 একক হয় তাদের দূরত্ব নির্ণয় কর। [চ.'১০]

(c) (ii), (iii) ও (iv) রেখা তিনটি দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের অন্তঃকেন্দ্র নির্ণয় কর।

(a) সমাধান : এখানে, $a_1 a_2 + b_1 b_2 = 2 \times 3 + 1 \times -4 = 6 - 4 = 2 > 0$

\therefore রেখা দুইটির অন্তর্ভুক্ত সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ,

$$\frac{2x + y + 3}{\sqrt{4+1}} = -\frac{3x - 4y + 7}{\sqrt{9+16}} \Rightarrow \frac{2x + y + 3}{\sqrt{5}} = -\frac{3x - 4y + 7}{5}$$

$$\Rightarrow 2x + y + 3 = -\frac{3x - 4y + 7}{\sqrt{5}} \Rightarrow 2\sqrt{5}x + \sqrt{5}y + 3\sqrt{5} = -3x + 4y - 7$$

$$\Rightarrow (2\sqrt{5} + 3)x + (\sqrt{5} - 4)y + 3\sqrt{5} + 7 = 0 \quad (\text{Ans.})$$

(b) সমাধান : প্রদত্ত সরলরেখা, $3y = 4x - 10 \Rightarrow 4x - 3y - 10 = 0 \dots (1)$

মনে করি, y -অক্ষের উপর নির্ণেয় বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(0, \alpha)$.

$$\therefore (1) \text{ রেখাটি হতে } (0, \alpha) \text{ বিন্দুর লম্ব দূরত্ব} = \frac{|-3\alpha - 10|}{\sqrt{16+9}} = \frac{|3\alpha + 10|}{5}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{|3\alpha + 10|}{5} = 4 \Rightarrow |3\alpha + 10| = 20 \Rightarrow 3\alpha + 10 = \pm 20$$

$$\text{"+" চিহ্ন নিয়ে পাই, } 3\alpha = 10 \Rightarrow \alpha = \frac{10}{3} \text{ এবং " - " চিহ্ন নিয়ে পাই, } 3\alpha = -30 \Rightarrow \alpha = -10$$

$$\therefore \text{বিন্দু দুইটির স্থানাঙ্ক } (0, -10) \text{ এবং } (0, \frac{10}{3})$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় দূরত্ব} = \left| -10 - \frac{10}{3} \right| = \frac{40}{3} \quad (\text{Ans.})$$

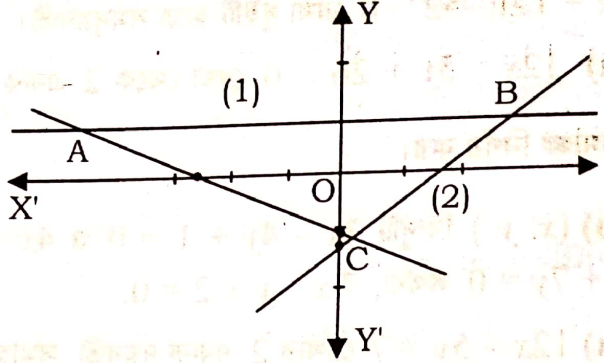
(c) সমাধান : মনে করি, ABC ত্রিভুজের বাহু তিনটি $AB \equiv y - 1 = 0 \dots (1)$,

$$BC \equiv 3x - 4y - 5 = 0 \dots(2) \text{ i.e., } \frac{x}{5/3} + \frac{y}{-5/4} = 1 \text{ এবং } CA \equiv 5x + 12y + 13 = 0 \dots(3)$$

$$\text{i.e., } \frac{x}{-13/5} + \frac{y}{-13/12} = 1.$$

চিত্রে ABC ত্রিভুজটি দেখানো হয়েছে। চিত্র থেকে এটা স্পষ্ট যে, ত্রিভুজটির প্রতিটি কোণ মূলবিন্দু ধারণ করে।

এখন, (1) ও (2) রেখার ধ্রুবক পদের চিহ্ন একই বলে $\angle ABC$ কোণের সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ,



$$\frac{y-1}{\sqrt{1}} = \frac{3x-4y-5}{\sqrt{9+16}} \Rightarrow 5y-5 = 3x-4y-5 \Rightarrow 3x-9y=0 \Rightarrow x-3y=0 \dots\dots(4)$$

আবার, (1) ও (3) রেখার ধ্রুবক পদের চিহ্ন বিপরীত বলে $\angle BAC$ কোণের সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ,

$$\frac{y-1}{\sqrt{1}} = -\frac{5x+12y+13}{\sqrt{25+144}} \Rightarrow 13y-13 = -5x-12y-13 \Rightarrow 5x+25y=0$$

$$\Rightarrow x+5y=0 \dots\dots(5)$$

(4) এবং (5) রেখা সমাধান করে পাই, $x=0$ ও $y=0$.

\therefore প্রদত্ত রেখা তিনটি দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের অন্তঃকেন্দ্র $(0, 0)$.

প্রশ্নমালা III G

1. (a) $(1, 2)$ বিন্দু হতে $x - \sqrt{3}y + 4 = 0$ রেখার উপর একটি লম্ব অঙ্কিত হল। মূলবিন্দু থেকে এ লম্বের

লম্বদূরত্ব নির্ণয় কর।

$$\text{উত্তর: } \frac{\sqrt{3}+2}{2} \quad [\text{প্র.ভ.প.'০৫}]$$

(b) $4x + 3y = c$ এবং $12x - 5y = 2(c + 3)$ রেখা দুইটি মূলবিন্দু হতে সমদূরবর্তী। c এর ধনাত্মক মান নির্ণয় কর।

$$\text{উত্তর: } c = 10 \quad [\text{রা.'০৮, '১২; চ.'০৬; য.'১০, '১৪; ঢা.'০৯; মা.'১৫}]$$

(c) (a, b) বিন্দুটি $3x - 4y + 1 = 0$ এবং $4x + 3y + 1 = 0$ রেখাদ্বয় হতে সমদূরবর্তী হলে, দেখাও যে, $a + 7b = 0$ অথবা $7a - b + 2 = 0$

$$[\text{রা.'১০; মা.'০৮; চ.'১৩; য.'১৫}]$$

(d) মূলবিন্দু থেকে $x \sec \theta - y \operatorname{cosec} \theta = k$ ও $x \cos \theta - y \sin \theta = k \cos 2\theta$ রেখা দুইটির লম্ব দূরত্ব যথাক্রমে p ও p' হলে, প্রমাণ কর যে, $4p^2 + p'^2 = k^2$

$$[\text{চ.'১১; রা.'০৪; য.'০৯}]$$

(e) দেখাও যে, $(\pm 4, 0)$ বিন্দু দুইটি থেকে $3x \cos \theta + 5y \sin \theta = 15$ এর উপর অঙ্কিত লম্ব দুইটির গুণফল θ মুক্ত হবে।

$$[\text{ঢা.'০৬; ব.'০৮; কু.'১৩}]$$

(f) $(2, 3)$ বিন্দু এবং $4x + 3y - 7 = 0$ রেখার সাপেক্ষে উক্ত বিন্দুর প্রতিবিম্বের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর।

$$\text{উত্তর: } 4 \text{ একক।} \quad [\text{প্র.ভ.প.'০৫; কু.'১১}]$$

2. (a) $3x - 2y = 1$ এবং $6x - 4y + 9 = 0$ সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর।

$$[\text{মা.'০৪, '০৬}]$$

উত্তর : $11/2\sqrt{13}$

(b) দেখাও যে, $4x + 7y - 26 = 0$ রেখার উপরিস্থিত যেকোনো বিন্দু $3x + 4y - 12 = 0$ ও $5x + 12y - 52 = 0$ রেখা দুইটি হতে সমদূরবর্তী।

3. (a) $12x - 5y + 26 = 0$ রেখা থেকে 2 একক দূরে এবং $x + 5y = 13$ রেখার উপর অবস্থিত বিন্দুসমূহের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।
উত্তর : $(1, \frac{12}{5}), (-3, \frac{16}{5})$

(b) (x, y) বিন্দুটি $3x - 4y + 1 = 0$ ও $4x + 3y + 1 = 0$ রেখা দুইটি হতে সমদূরবর্তী হলে দেখাও যে, $x + 7y = 0$ অথবা, $7x - y + 2 = 0$ ।
[চ.'০২; সি.'০৮]

4. (a) $12x - 5y = 7$ রেখার 2 একক দূরবর্তী সমান্তরাল রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

উত্তর : $12x - 5y + 19 = 0, 12x - 5y - 33 = 0$ [ব.'১০; কু.'০৮; য.'১০, '১২; রা.'১৩; চ.'১৪]

(b) $4x - 3y = 8$ সরলরেখার সমান্তরাল এবং তা থেকে 2 একক দূরে অবস্থিত রেখাসমূহের সমীকরণ নির্ণয় কর।

উঃ $4x - 3y + 2 = 0, 4x - 3y - 18 = 0$ [সি.'১৩; টা.'১০, '১৩; মা.'০৫; চ.'০৯; ব.'১৩; দি.'১৪]

(c) $(7, 17)$ বিন্দু দিয়ে যায় এবং $(1, 9)$ বিন্দু থেকে 6 একক দূরে অবস্থিত সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

উত্তর : $7x - 24y + 359 = 0$ [প্র.ভ.প.'০৬]

5. (a) এমন সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যার ঢাল -1 এবং মূলবিন্দু থেকে যার দূরত্ব 4 একক।

উত্তর : $x + y \pm 4\sqrt{2} = 0$ [কু.'০৬, '১২; সি.'০৯]

(b) মূলবিন্দু থেকে 7 একক দূরত্বে এবং $3x - 4y + 7 = 0$ রেখার উপর লম্ব রেখাসমূহের সমীকরণ নির্ণয় কর।

উত্তর : $4x + 3y \pm 35 = 0$ [চ.'০৫; সি.'০৬, '১১; রা.' ০৯; দি.'০৯, '১১, '১২; ব.'১১; মা.'১৪]

(c) একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যা x -অক্ষের সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে এবং মূলবিন্দু থেকে 4 একক দূরে অবস্থিত।

উত্তর : $\sqrt{3}x - y = \pm 8$ [রা.'০২; চ.'১৩]

(d) একটি সরলরেখা অক্ষ দুইটি থেকে সমমানের যোগবোধক অংশ ছেদ করে। মূল বিন্দু থেকে তার উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য 4 একক। তার সমীকরণ বের কর।

উত্তর : $x + y = 4\sqrt{2}$ [ব.'১১; কু.'১১; সি.'১৩]

6. (a) $y = 2x + 1$ ও $2y - x = 4$ রেখা দুইটির অন্তর্ভুক্ত কোণগুলির সমদ্বিখন্ডক y -অক্ষকে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করে। PQ এর দূরত্ব নির্ণয় কর। উত্তরঃ $4/3$ [রা.'১১, '১৪; সি.'০৫; ব.'১২; কু.'১৪; চুয়েট'০৮-০৯]

(b) দেখাও যে, $(0, 1)$ বিন্দুটি $12x - 5y + 1 = 0$ ও $5x + 12y - 16 = 0$ রেখা দুইটির অন্তর্ভুক্ত কোণগুলির একটি সমদ্বিখন্ডকের উপর অবস্থিত। [রা.'০৬; সি.'০৮, '১৪; কু.' '১১, '১৩; চ.' '০৮; য.' '১১; দি.' '১৩]

(c) $4y - 3x = 3$ এবং $3y - 4x = 5$ রেখা দুইটির অন্তর্ভুক্ত স্থূলকোণের সমীকরণ নির্ণয় কর। উঃ $y + x + 2 = 0$
[দি.'০৯; চুয়েট'০৯-১০]

(d) $3x + 4y = 11$ এবং $12x - 5y - 2 = 0$ রেখা দুইটির অন্তর্ভুক্ত সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

উত্তরঃ $11x + 3y - 17 = 0$ [ব.'০৯; সি.'১৫; চুয়েট'০৭-০৮]

7. (a) $4x - 4y + 3 = 0$ এবং $x + 7y - 2 = 0$ রেখা দুইটির অন্তর্ভুক্ত কোণগুলির সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ নির্ণয় কর এবং দেখাও যে, সমদ্বিখন্ডকদ্বয় পরস্পর লম্ব। এদের কোনটি মূলবিন্দু ধারণকারী কোণের সমদ্বিখন্ডক।

উত্তর : $16x - 48y + 23 = 0, 24x + 8y + 7 = 0$; দ্বিতীয় সমদ্বিখন্ডকটি। [য.'০৭, '১২]

(b) $4x + 3y + 2 = 0$ এবং $12x + 5y + 13 = 0$ রেখা দুইটির অন্তর্ভুক্ত যে কোণটি মূলবিন্দু ধারণ করে তার সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ নির্ণয় কর।
উত্তর : $8x - 14y + 39 = 0$ [মা.বো.'০৭]

(c) $x + y + 1 = 0$ রেখাটি $3x - 4y + 3 = 0$ ও AB রেখা দুইটির অন্তর্ভুক্ত কোণদ্বয়ের একটির সমদ্বিখন্ডক। AB রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।
উত্তর : $4x - 3y + 4 = 0$ ।

(d) $x + 3y - 2 = 0$ রেখাটি $x - 7y + 5 = 0$ ও AB রেখা দুইটির অন্তর্ভুক্ত কোণদ্বয়ের একটির সমদ্বিখন্ডক। AB রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

8. (a) $(0, 0)$, $(0, 3)$ ও $(4, 0)$ বিন্দুগুলি দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের কোণগুলির অন্তঃদ্বিখন্ডক নির্ণয় কর এবং দেখাও যে, তারা সমবিন্দু।
[ঢা.'০৪; কু.'১০; সি.'১১]

(b) যে ত্রিভুজের বাহুগুলির সমীকরণ $4x + 3y - 12 = 0$, $3x - 4y + 16 = 0$ এবং $4x - 3y - 12 = 0$ তার অন্তঃকেন্দ্র নির্ণয় কর।
[সি.'০৩]

(c) যে ত্রিভুজের বাহুগুলির সমীকরণ $x = 3$, $y = 4$ এবং $4x + 3y = 12$ তার কোণগুলির সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

(d) $5x + 12y = 15$ এবং অক্ষ দুইটি সমন্বয়ে গঠিত ত্রিভুজের কোণ তিনটির বহির্দ্বিখন্ডকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

(e) ΔABC এর শীর্ষ দুইটি $A(5, 0)$, $B(-4, -3)$ এবং অন্তঃকেন্দ্র $(1, 2)$ হলে, C বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

উত্তরঃ (a) $y = x$, $x + 3y - 4 = 0$, $2x + y - 3 = 0$ (b) $(3, 25/7)$ (c) $y = x + 1$, $x + 2y = 8$, $3x + y = 9$ (d) $5x - y - 15 = 0$, $8x - 12y + 15 = 0$ এবং $x + y = 0$ (e) $C(1, 12)$

সম্ভাব্য ধাপসহ সমস্যা :

9. দেখাও যে, $(-\frac{1}{2}, -2)$ বিন্দুটি $2x - 3y + 4 = 0$ ও $6x + 4y - 7 = 0$ রেখা দুইটি হতে সমদূরবর্তী। (২)
[য.'০৬]

10. এরূপ সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যা মূলবিন্দু দিয়ে যায় এবং $2x + 3y - 5 = 0$ এবং $3x + 2y - 7 = 0$ রেখা দুইটির সাথে সমান সমান কোণ উৎপন্ন করে।
উ: $x - y = 0$ বা, $x + y = 0$ (২)

11. (a) $(\sqrt{3}, 1)$ বিন্দু থেকে $\sqrt{3}x - y + 8 = 0$ এর উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর এই লম্ব x -অক্ষের সঙ্গে যে কোণ উৎপন্ন করে তা নির্ণয় কর।
উ: $5, 150^\circ$ [কু.'০৭] (৫)
(b) প্রমাণ কর যে, $(\pm c, 0)$ বিন্দু দুটি হতে $bx \cos\theta + ay \sin\theta = ab$ এর উপর অঙ্কিত লম্বদ্বয়ের গুণফল b^2 হয় যখন $a^2 = b^2 + c^2$
[কু.'০৯] (২)

12. $(1, -2)$ বিন্দু থেকে $7\frac{1}{2}$ একক দূরবর্তী এবং $3x + 4y = 7$ রেখাটির সমান্তরাল রেখাসমূহের সমীকরণ নির্ণয় কর।
উ: $6x + 8y + 85 = 0$, $6x + 8y = 65$ [দি.'১০; চ.'১২; য.'১৩; ঢা.'১৪; সি.'১৩; ব.'১৪] (৪)

13. একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যা x -অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে $\sin^{-1}(5/13)$ কোণ উৎপন্ন করে এবং y -অক্ষের ছেদক অংশ, $c = 5$ একক।
উ: $12y = 5x + 60$ (৩)

14. (a) $(3, 2)$ ও $(7, 3)$ বিন্দু দুইটি $2x - 5y + 3 = 0$ রেখার একই অথবা বিপরীত পার্শ্বে অবস্থিত কিনা নির্ণয় কর।
বিন্দু দুইটির কোনটি রেখাটির যে পার্শ্বে মূল বিন্দু, ঠিক সে পার্শ্বে অবস্থিত? (৩)

- (b) দেখাও যে, মূলবিন্দু ও $(1, 6)$ বিন্দুটি $x - y + 4 = 0$ এবং $x + 2y - 4 = 0$ রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত বিন্দু কোণে অবস্থিত।
- (c) দেখাও যে, মূলবিন্দু এবং $(2, -1)$ বিন্দুটি যথাক্রমে $2x - y - 4 = 0$ এবং $4x + 2y - 9 = 0$ রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত স্থূলকোণে এবং সূক্ষ্মকোণে অবস্থিত।
15. $2x + 3y + 5 = 0$ এবং $4x - 6y - 7 = 0$ রেখা দুইটির অন্তর্ভুক্ত যে কোণটি $(1, 2)$ বিন্দু ধারণ করে তার সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ নির্ণয় কর।
উ: $8x + 3 = 0$
16. (a) $4x + 3y = 12$, $3x - 4y + 16 = 0$ ও $4x - 3y + 4 = 0$ রেখা তিনটি দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের লম্বকেন্দ্র নির্ণয় কর।
উ: $(0, 4)$
- (b) $A(-3, 0)$, $B(3, 0)$ ও $C(6, 6)$ বিন্দু তিনটি ABC ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু। ত্রিভুজটির লম্বকেন্দ্র নির্ণয় কর।
উ: $(6, -\frac{9}{2}), (0, \frac{21}{4})$
- (c) সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ ABC এর শীর্ষ তিনটি $A(4, 0)$, $B(0, 2)$ ও $C(3, 5)$ হলে, ΔABC পাদত্রিভুজের অন্তঃকেন্দ্র নির্ণয় কর।
উ: $(\frac{5}{3}, \frac{7}{3})$
17. (a) ΔABC এর AB, BC, CA বাহু তিনটির সমীকরণ যথাক্রমে $4x + 3y - 12 = 0$, $x - 4y + 4 = 0$, $6x + 5y - 15 = 0$. দেখাও যে, $\angle ABC$ একটি স্থূলকোণ।
- (b) প্রমাণ কর যে, $A(-2, 4)$, $B(-3, -2)$ ও $C(5, -1)$ বিন্দু তিনটি একটি সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজের শীর্ষ।
- (c) প্রমাণ কর যে, $(-2, -1)$, $(1, 3)$ ও $(4, 1)$ বিন্দু তিনটি একটি স্থূলকোণী ত্রিভুজের শীর্ষ।
18. (a) $A(0, 7)$ এবং $B(4, 9)$ বিন্দুদ্বয় ABCD বর্গের শীর্ষবিন্দু হলে C ও D এর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।
উ: $C(2, 13)$ ও $D(-2, 11)$ অথবা, $C(6, 5)$ ও $D(2, 3)$
- (b) $(0, 7)$ ও $(6, 5)$ বিন্দুদ্বয় একটি বর্গের কর্ণের শীর্ষবিন্দু হলে অপর শীর্ষবিন্দু দুইটির স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।
উ: $(2, 3)$ ও $(4, 9)$

(CQ উপযোগী কিছু সমস্যা)

19. (a) $(\sqrt{3}, -1)$ কে কার্তেসীয় স্থানাঙ্কে প্রকাশ কর।
- (b) $(4, \frac{3\pi}{4})$ কে পোলার স্থানাঙ্কে প্রকাশ কর।
- (c) $(6, 0)$ এবং $(0, 6)$ বিন্দুদ্বয় একটি সমবাহু ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু হলে তৃতীয় শীর্ষের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।
- (d) কোনো বিন্দুর কোটি 5 এবং $(4, 5)$ হতে বিন্দুটির দূরত্ব 3 একক হলে, বিন্দুটির ভুজ নির্ণয় কর।
- (e) x -অক্ষ এবং $(2, 3)$ বিন্দু থেকে $(5, k)$ বিন্দুটির দূরত্ব সমান হলে, k এর মান নির্ণয় কর।
- (f) $(2, -3)$ ও $(4, 6)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে x -অক্ষ যে অনুপাতে বিভক্ত করে তা নির্ণয় কর।
- (g) একটি ত্রিভুজের দুইটি শীর্ষবিন্দু $(-2, 9)$ ও $(3, -1)$ এবং এর ভরকেন্দ্র $(2, 2)$; তৃতীয় শীর্ষ নির্ণয় কর।
- (h) যে সরলরেখার অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী খন্ডিতাংশ $(2, 5)$ বিন্দুতে সমদ্বিখন্ডিত হয় তার সমীকরণ নির্ণয় কর।
- (i) $3x - 4y + 1 = 0$ রেখা এবং $(-1, 2)$ বিন্দুগামী এর সমান্তরাল রেখার মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর।
20. ABC ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় $A(-4, -1)$, $B(-1, 3)$ এবং $C(8, -6)$.

(a) $\angle BAC$ এর সমদ্বিখন্ডক BC কে D বিন্দুতে ছেদ করে। D বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

(b) অক্ষদ্বয় দ্বারা BC রেখার মধ্যবর্তী খন্ডিতাংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

(c) অক্ষদ্বয় ও BC রেখা দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

(d) AB ও AC এর মধ্যবিন্দুর সংযোগ রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(e) A হতে BC এর লম্ব দূরত্ব নির্ণয় কর।

(f) অক্ষদ্বয় ও BC রেখা দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের অন্তকেন্দ্র নির্ণয় কর।

(g) একটি বর্গের একটি কর্ণের সমীকরণ BC হলে A বিন্দুগামী বাহুদ্বয়ের সমীকরণ নির্ণয় কর।

(h) BC বাহুর লম্ব সমদ্বিখন্ডক y-অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে তার স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

21. (a) একটি সামান্তরিকের শীর্ষবিন্দু (α, β) , $(-4, 13)$, $(8, 8)$ এবং $(13, -4)$ হলে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

(b) ABCD রম্বসের $A(-1, 2)$, $B(\alpha, 0)$ এবং $C(3, 5)$ । B ও D শীর্ষদ্বয়ের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

(c) যে সরলরেখার অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী খন্ডিত অংশ $(6, 2)$ বিন্দুতে 2 : 3 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হয় তার সাথে 45° কোণ উৎপন্নকারী সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(d) $3x + 4y - 2 = 0$ রেখার উপর $(2, -1)$ বিন্দু হতে 15 একক দূরে অবস্থিত দুইটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

উত্তর : $(14, -10)$, $(-10, 8)$

(e) $(1, 2)$, $(-4, -10)$ বিন্দুগামী রেখা থেকে 2 একক দূরে এবং $x + 5y = 13$ রেখার উপর অবস্থিত বিন্দুসমূহের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

(f) $(-1, 1)$, $(3, 4)$ বিন্দুগামী রেখার উপর লম্ব এবং মূলবিন্দু থেকে 7 একক দূরে অবস্থিত রেখাসমূহের সমীকরণ নির্ণয় কর।

উত্তর : $4x + 3y \pm 35 = 0$

(g) $3x + 4y = 11$ এবং $12x - 5y - 2 = 0$ রেখা দুইটির অন্তর্ভুক্ত সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখন্ডক অক্ষদ্বয়ের সাথে যে ত্রিভুজ গঠন করে তার ভরকেন্দ্র নির্ণয় কর।

22. $AB \equiv 4x + 3y - 8 = 0$, $AC \equiv x + y - 1 = 0$

(a) মূলবিন্দু ও A বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

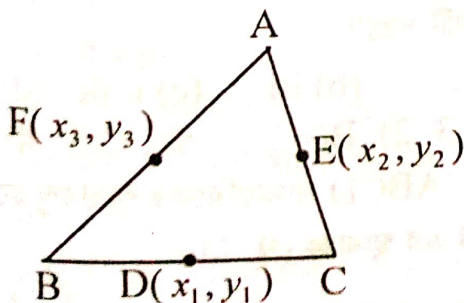
(b) রম্বসের একটি বাহু AC এবং একটি কর্ণ AB হলে A বিন্দুগামী অপর বাহুর সমীকরণ নির্ণয় কর।

(c) বর্গের একটি কর্ণ AC হলে A বিন্দুগামী বাহুদ্বয়ের সমীকরণ নির্ণয় কর।

(d) A বিন্দুগামী AC এর লম্বরেখা অক্ষদ্বয়ের সাথে যে ত্রিভুজ গঠন করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

(e) ABDC সামান্তরিকের AB ও AC দুইটি বাহু। $D(1, 1)$ বিন্দুগামী অপর বাহুদ্বয়ের সমীকরণ নির্ণয় কর।

MCQ এর জন্য বিশেষ সূত্র/কৌশল:

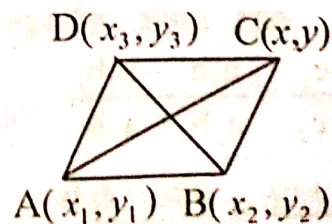


$$A \equiv (x_2 + x_3 - x_1, y_2 + y_3 - y_1)$$

$$B \equiv (x_1 + x_3 - x_2, y_1 + y_3 - y_2)$$

$$C \equiv (x_1 + x_2 - x_3, y_1 + y_2 - y_3)$$

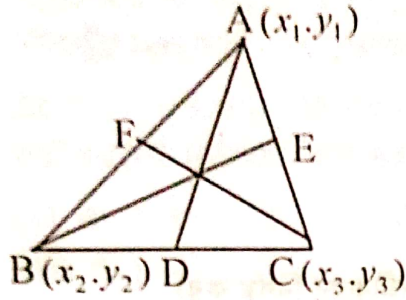
2.



ABCD সামান্তরিকের চতুর্থ শীর্ষের স্থানাঙ্ক

$$(x, y) = (x_2 + x_3 - x_1, y_2 + y_3 - y_1)$$

3.



AD মধ্যমার সমীকরণ,

$$(2y_1 - y_2 - y_3)x - (2x_1 - x_2 - x_3)y =$$

$$(2y_1 - y_2 - y_3)x_1 - (2x_1 - x_2 - x_3)y_1$$

4. $ax + by + c = 0$ দ্বারা x -অক্ষের ছেদাংশ $= -\frac{c}{a}$,

y -অক্ষের ছেদাংশ $= -c/b$; অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী

খণ্ডিত অংশ $= \sqrt{(c/a)^2 + (c/b)^2}$; অক্ষদ্বয় দ্বারা

$$\text{গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{c^2}{2|ab|}$$

5. একটি রেখার অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী অংশ (α, β) বিন্দুতে

$$\text{সমদ্বিখণ্ডিত হলে তার সমীকরণ, } \frac{x}{2\alpha} + \frac{y}{2\beta} = 1$$

6. মূলবিন্দু হতে কোন রেখার উপর অঙ্কিত লম্ব x -অক্ষের

$$\text{ধনাত্মক দিকের সাথে } \theta \text{ কোণ উৎপন্ন করলে তার}$$

$$\text{সমীকরণ } \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1, \text{ যেখানে } \tan \theta = \frac{a}{b}$$

$$7. a_1x + b_1y + c_1 = 0 \dots (1),$$

$$a_2x + b_2y + c_2 = 0 \dots (2) \text{ ও}$$

$$a_3x + b_3y + c_3 = 0 \dots (3) \text{ রেখা তিনটি দ্বারা}$$

গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল =

$$\frac{\{c_1(a_2b_3 - a_3b_2) - c_2(a_1b_3 - a_3b_1) + c_3(a_1b_2 - a_2b_1)\}^2}{2|(a_2b_3 - a_3b_2)(a_1b_3 - a_3b_1)(a_1b_2 - a_2b_1)|}$$

8. (1) ও (2) রেখার ছেদবিন্দুগামী এবং (3) এর সমান্তরাল ও লম্ব এরূপ রেখার সমীকরণ যথাক্রমে

$$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{a_2x + b_2y + c_2} = \frac{a_1b_3 - a_3b_1}{a_2b_3 - a_3b_2}$$

$$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{a_2x + b_2y + c_2} = \frac{a_1a_3 + b_1b_3}{a_2a_3 + b_2b_3}$$

9. $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ও $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব

$$\frac{|c_1\sqrt{a_2^2 + b_2^2} - c_2\sqrt{a_1^2 + b_1^2}|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

10. $f(x) \equiv ax + by + c = 0$ রেখা $g(x) \equiv a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ও AB -রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণগুলোর একটি সমদ্বিখণ্ডক হলে AB এর সমীকরণ

$$(a^2 + b^2)g(x) - 2(aa_1 + bb_1)f(x) = 0$$

11. $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযুক্ত রেখাংশকে $ax + by + c = 0$ সরলরেখাটি

$$|ax_1 + by_1 + c| : |ax_2 + by_2 + c| \text{ অনুপাতে বিভক্ত করে।}$$

12. যে কোনো ত্রিভুজের লম্বকেন্দ্র, ভরকেন্দ্র ও পরিবিন্দ্র যথাক্রমে A, B, C হলে A, B, C সমকোণী এবং $AB : BC = 2 : 1$.

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন:

1. x -অক্ষ ও y -অক্ষ থেকে একটি বিন্দুর দূরত্ব যথাক্রমে 3 ও 2 একক হলে বিন্দুটির স্থানাঙ্ক -
i. (2, 3) ii. (2, -3) iii. (-2, -3)
কোনটি সত্য?

(a) i (b) iii (c) i, iii (d) i, ii, iii

2. $A(4, \frac{\pi}{4}), B(11, 6)$ ও $C(-1, 1)$ হলে

i. A বিন্দুর কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক $(2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$

ii. C বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক $(\sqrt{2}, -\frac{\pi}{4})$

iii. $BC = 13$

কোনটি সত্য?

(a) i (b) iii (c) i, iii (d) i, ii, iii

3. $A(-3, 2), B(-7, -5), C(5, 4)$ এবং D বিন্দু $ABCD$ সামান্তরিকের শীর্ষবিন্দু হলে,

i. D এর স্থানাঙ্ক (9, 11)

ii. ABC ত্রিভুজের ভারকেন্দ্র $(-\frac{5}{3}, \frac{1}{3})$

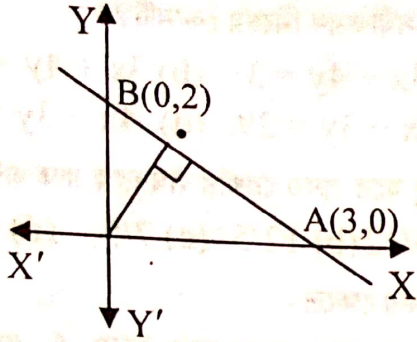
iii. BC বাহুর ঢাল = $\frac{3}{4}$

কোনটি সত্য?

- (a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i,ii,iii
4. (7, 7) এবং (-5, -10) বিন্দু দুইটির সংযোগ রেখাংশকে y- অক্ষ কোন অনুপাতে ছেদ করে?
(a) 7 : 10 (b) 10 : 7 (c) 7 : 5 (d) 5 : 7
5. (3, 5), (3, -8) এবং মূলবিন্দু দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?
(a) 4.5 (b) 9 (c) 19.5 (d) 39
6. মূলবিন্দু ও $(-4, 4\sqrt{3})$ বিন্দুগামী রেখা x- অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে কত ডিগ্রি কোণ তৈরি করে?
(a) 150 (b) 120 (c) 60 (d) 30
7. (3, -6) বিন্দুগামী এবং y-অক্ষের সমান্তরাল রেখার সমীকরণ নিচের কোনটি?
(a) $x = -6$ (b) $y = -6$
(c) $x = 3$ (d) $y = 3$
8. $y = mx + c$ সমীকরণে c নিচের কোনটি?
(a) রেখার ঢাল
(b) রেখাটি অক্ষদ্বয়কে যে বিন্দু দুইটিতে ছেদ করে তাদের দূরত্ব
(c) x-অক্ষের ছেদক অংশ
(d) y-অক্ষের ছেদক অংশ
9. (0, 4), (10, -4) বিন্দুগামী,
i. রেখার ঢাল $-\frac{4}{5}$
ii. রেখার সমীকরণ $4x + 5y = 20$
iii. প্রদত্ত বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশের মধ্যবিন্দু (5, 0)
কোনটি সত্য?
(a) i (b) iii (c) i, iii (d) i, ii,iii
নিচের উদ্দীপকের আলোকে 10-12 নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও:
 $3x + 4y = 12$ রেখাটি x ও y- অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে।

10. প্রদত্ত রেখার সমান্তরাল এবং (5, -3) বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ নিচের কোনটি?
(a) $3x + 4y = 3$ (b) $3x + 4y = 27$
(c) $4x - 3y = 29$ (d) $4x - 3y = 11$
11. মূলবিন্দু হতে প্রদত্ত রেখার লম্বদূরত্ব কত একক?
(a) $5/12$ (b) $12/5$ (c) $7/5$ (d) $12/25$
12. উদ্দীপকের ক্ষেত্রে -
(i) প্রদত্ত রেখা অক্ষদ্বয়ের সাথে 6 বর্গ একক ক্ষেত্রফলের ত্রিভুজ গঠন করে
(ii) AB এর দৈর্ঘ্য 5 একক
(iii) মূলবিন্দু ও AB এর মধ্যবিন্দুর সংযোগ রেখার সমীকরণ $3x - 4y = 0$
কোনটি সত্য?
(a) i, ii (b) i, iii (c) ii, iii (d) i, ii, iii
13. $(-\sqrt{3}, -\sqrt{3})$ বিন্দুটির পোলার স্থানাঙ্ক কত?
(a) $(\sqrt{6}, \frac{3\pi}{4})$ (b) $(\sqrt{6}, \frac{\pi}{4})$
(c) $(\sqrt{6}, \frac{5\pi}{4})$ (d) $(\sqrt{6}, -\frac{\pi}{4})$
14. $3x + 7y - 2 = 0$ সরলরেখার উপর লম্ব এবং (2, 1) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ-
(a) $3x + 7y - 13 = 0$ (b) $7x - 3y - 11 = 0$
(c) $7x + 3y - 17 = 0$ (d) $7x - 3y - 2 = 0$
15. $y = 6$ রেখাটি $x = 5$ রেখাকে এবং $y^2 = 6(x - 7)$ বক্ররেখাকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে। AB এর দৈর্ঘ্য কত?
(a) 5 (b) 7 (c) 8 (d) 18
নিচের উদ্দীপকের আলোকে 16 ও 17 নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
ABCD রম্বসের A, B, C শীর্ষের স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (-2, -1), (1, 3), (5, 6).
16. BD কর্ণের ঢাল কত?
(a) $\frac{5}{3}$ (b) $-\frac{3}{5}$ (c) 1 (d) -1
17. D বিন্দুর স্থানাঙ্ক কত?
(a) (2,2) (b) (-2,-2) (c) (-2,2) (d) (2,-2)

চিত্রের আলোকে 18 ও 19 নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



18. AB রেখার সমীকরণ কত?
 (a) $2x+3y-6=0$ (b) $3x+2y-6=0$
 (c) $2x+3y+6=0$ (d) $3x+2y+6=0$
19. উদ্দীপক অনুযায়ী,
 (i) OC রেখার ঢাল $-\frac{3}{2}$
 (ii) OAB ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 3 ব.একক
 (iii) B বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক $(\sqrt{2}, 90^\circ)$
 কোনটি সত্য?
 (a) i, ii (b) ii (c) ii, iii (d) i, ii, iii
- বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের ভর্তি পরীক্ষার MCQ.
20. (1, 4) ও (9, 12) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখা যে বিন্দুতে 3:5 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হয়, তার স্থানাঙ্ক- [DU 14-15]
 (a) (7,4) (b) (4,7) (c) (5, 8) (d) (8, 5)
21. P(6, 8), Q(4, 0) ও R(0, 0) শীর্ষবিন্দুবিশিষ্ট ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? [DU14-15]
 (a) 32 (b) 16 (c) 12 (d) 24
22. (3, -1) ও (5, 2) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখা যে বিন্দুতে 3:4 অনুপাতে বহিঃস্থভাবে বিভক্ত হয়, তার স্থানাঙ্ক- [DU 13-14]
 (a) $(\frac{17}{3}, 3)$ (b) $(\frac{27}{7}, \frac{2}{7})$
 (c) $(\frac{27}{4}, \frac{4}{3})$ (d) (-3, -10)
23. (2, -1), (a+1, a-3) ও (a+2, a) বিন্দু তিনটি সমরেখ হলে a এর মান- [DU 11-12]

- (a) 4 (b) 2 (c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{1}{2}$

24. OP রেখাংশকে ঘড়ির কাঁটার দিকে $\frac{\pi}{6}$ কোণে ঘুরানোতে নতুর অবস্থান হলো OQ। P এর স্থানাঙ্ক $(-\sqrt{3}, -3)$ হলে Q এর পোলার স্থানাঙ্ক হবে- [KUET 14-15]
 (a) $(-2\sqrt{3}, \frac{7\pi}{6})$ (b) $(-2\sqrt{3}, \frac{\pi}{6})$
 (c) $(2\sqrt{3}, \frac{7\pi}{6})$ (d) $(2\sqrt{3}, \frac{\pi}{6})$
25. x অক্ষের উপর অবস্থিত P বিন্দু হতে (0, 2) এবং (6, 4) বিন্দু দুইটি সমদূরবর্তী হলে P এর স্থানাঙ্ক কত? [BUTex 13-14]
 (a) (2, 0) (b) (3, 0) (c) (5, 0) (d) (4, 0)
26. $r = a \sin \theta$ পোলার সমীকরণের কার্তেসীয় সমীকরণ কত? [BUTex 12-13]
 (a) $ax^2 + y^2 - y = 0$ (b) $x^2 + y^2 + ay = 0$
 (c) $x^2 + y^2 - ay = 0$ (d) $x^2 + ay^2 - y = 0$
27. $y = -5x + 9$ রেখার সাথে লম্ব রেখার নতি- [DU 14-15]
 (a) 5 (b) -5 (c) $\frac{1}{5}$ (d) $-\frac{1}{5}$
28. $3x + 5y = 2$, $2x + 3y = 0$, $ax + by + 1 = 0$ সমবিন্দুগামী হলে a ও b এর সম্পর্ক- [DU 14-15]
 (a) $4a - 6b = 1$ (b) $4a - 6b = 2$
 (c) $6a - 4b = 1$ (d) $6a - 4b = 2$
29. (1, 2) বিন্দু হতে $x = \sqrt{3}y + 4$ রেখার উপর একটি লম্ব অঙ্কিত হল। মূলবিন্দু হতে ঐ লম্বের দূরত্ব কত? [CUET 14-15]
 (a) $\frac{-2 - \sqrt{3}}{2}$ (b) $\frac{2 + \sqrt{3}}{2}$

$$(c) \frac{2 \pm \sqrt{3}}{2} \quad (d) \frac{-2 \pm \sqrt{3}}{2}$$

30. $3x + 4y = 7$ রেখার সমান্তরাল এবং $(1, -2)$ বিন্দু হতে 7.5 একক দূরে অবস্থিত সরলরেখার সমীকরণ কোনটি? [KUET 14-15]

$$(a) 3x + 4y = 7 \quad (b) 4x + 3y = 9$$

$$(c) 4x + 3y = 20.5 \quad (d) 3x + 4y = 32.5$$

31. $4x + 3y = c$ $12x - 5y = 2(c + 3)$ রেখাদ্বয় মূলবিন্দু হতে সমদূরবর্তী। c এর মান কত?

[BUET 13-14]

$$(a) 14 \quad (b) 12 \quad (c) 10 \quad (d) 8$$

বিভিন্ন বোর্ডের প্রশ্ন (প্রযোজ্য ক্ষেত্রে সংশোধনসহ):

উদীপকের আলোকে 32 ও 33 নং প্রশ্নের উত্তর দাও: $4x - 2y = 6$

32. উদীপক সরলরেখাটি x অক্ষকে কোন বিন্দুতে ছেদ করে? [দি.বো. ২০১৭]

$$(a) \left(\frac{3}{2}, 0\right) \quad (b) (0, -3) \quad (c) (-3, 0) \quad (d) \left(0, \frac{3}{2}\right)$$

33. উদীপক সরলরেখাটির ঢাল কত? [দি.বো. '১৭]

$$(a) 2 \quad (b) -\frac{1}{2} \quad (c) -2 \quad (d) \frac{1}{2}$$

34. $(-1, \sqrt{3})$ বিন্দুর পোলার স্থানাংক কোনটি?

[দি.বো. ২০১৭]

$$(a) \left(2, \frac{\pi}{6}\right) \quad (b) \left(2, \frac{5\pi}{6}\right)$$

$$(c) \left(2, -\frac{\pi}{3}\right) \quad (d) \left(2, \frac{2\pi}{3}\right)$$

35. কোনো বিন্দুর কার্তেসীয় স্থানাংক $(-1, \sqrt{3})$ হলে বিন্দুটির পোলার স্থানাংক হবে- [ঢা.বো. '১৭]

$$(a) \left(2, -\frac{\pi}{3}\right) \quad (b) \left(2, \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$(c) \left(2, -\frac{\pi}{6}\right) \quad (d) (2, 6)$$

36. $y = -7x + 9$ রেখার সাথে লম্ব রেখার নতি কত? [ঢা.বো. ২০১৭]

$$(a) \frac{1}{7} \quad (b) -\frac{1}{7} \quad (c) -7 \quad (d) 7$$

নিচের তথ্যের আলোকে 36 এবং 37নং প্রশ্নের উত্তর দাওঃ-

$3x - 4y - 12 = 0$ রেখাটি x ও y -অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে।

37. B বিন্দুর স্থানাংক কত? [ঢা.বো. ২০১৭]

$$(a) (4, 0) \quad (b) (0, 4) \quad (c) (0, -3) \quad (d) (0, 3)$$

38. প্রদত্ত রেখার উপর লম্ব এবং $(1, 2)$ বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ হলো- [ঢা.বো. ২০১৭]

$$(a) 4x + 3y + 10 = 0 \quad (b) 4x + 3y - 10 = 0$$

$$(c) 3x + 4y - 11 = 0 \quad (d) 4x - 3y + 6 = 0$$

39. $4x - 3y + 5 = 0$ রেখাটির ঢাল কত?

[সিলেট বোর্ড ২০১৭]

$$(a) -\frac{4}{3} \quad (b) \frac{4}{3} \quad (c) \frac{3}{4} \quad (d) -\frac{3}{4}$$

40. $(1, 1)$ বিন্দুগামী $2x - 3y - 5 = 0$ রেখার উপর লম্বরেখার সমীকরণ কোনটি?

[সিলেট বোর্ড ২০১৭]

$$(a) 3x + 2y - 5 = 0 \quad (b) 3x + 2y - 5 = 0$$

$$(c) 2x + 3y + 5 = 0 \quad (d) 2x + 3y - 5 = 0$$

41. $(1, -1)$ বিন্দুটির পোলার স্থানাংক কোনটি?

[সিলেট বোর্ড ২০১৭]

$$(a) (\sqrt{2}, 45^\circ) \quad (b) (\sqrt{2}, 135^\circ)$$

$$(c) (\sqrt{2}, 225^\circ) \quad (d) (\sqrt{2}, -45^\circ)$$

42. $3x - 2y + 6 = 0$ সরলরেখা দ্বারা x - অক্ষের খন্ডিতাংশ কত একক? [চট্টগ্রাম বোর্ড ২০১৭]

$$(a) -3 \quad (b) -2 \quad (c) 2 \quad (d) 3$$

43. $x + y = 6$ এবং $y - x = 2$ সরলরেখাদ্বয়ের ছেদ বিন্দুগামী এবং x - অক্ষের উপর লম্বরেখার সমীকরণ কোনটি? [চট্টগ্রাম বোর্ড ২০১৭]

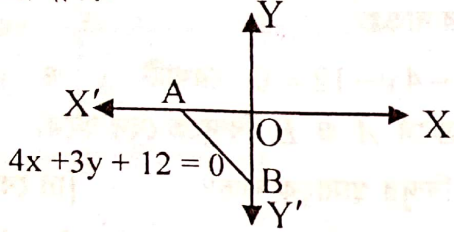
$$(a) x = 2 \quad (b) x = 4 \quad (c) y = 2 \quad (d) y = 4$$

44. $3x + 4y + 1 = 0$ রেখার ঢাল কোনটি?

[য.বো.'১৭]

- (a) $-\frac{4}{3}$ (b) $-\frac{3}{4}$ (c) $\frac{3}{4}$ (d) $\frac{4}{3}$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে 45. ও 46. নং প্রশ্নের উত্তর দাও:-



45. মূল বিন্দু হতে AB এর লম্ব দূরত্ব কোনটি?

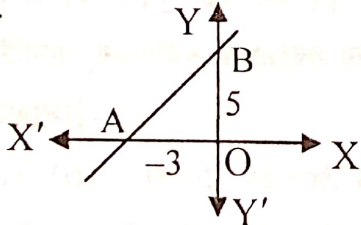
[য.বো.'১৭]

- (a) $\frac{25}{12}$ (b) $\frac{12}{25}$ (c) $\frac{12}{5}$ (d) $\frac{5}{12}$

46. AB এর মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক কোনটি? [য.বো.'১৭]

- (a) $(-\frac{3}{2}, -2)$ (b) $(-3, -4)$
(c) $(\frac{3}{2}, -2)$ (d) $(\frac{2}{3}, -2)$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে 47 ও 48 নং প্রশ্নের উত্তর দাও:-



47. AB সরলরেখার সমীকরণ কোনটি? [রা.বো.'১৭]

- (a) $5x - 3y + 15 = 0$ (b) $3x - 5y + 15 = 0$
(c) $5x - 3y - 15 = 0$ (d) $3x - 5y - 15 = 0$

48. OAB ত্রিভুজের ভারকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কোনটি?

[রা.বো.'১৭]

- (a) $(\frac{5}{2}, -\frac{3}{2})$ (b) $(-\frac{3}{2}, -\frac{5}{2})$
(c) $(-1, \frac{5}{3})$ (d) $(\frac{5}{3}, -1)$

49. $3x - 5y + 1 = 0$ সরলরেখার ঢাল- [রা.বো.'১৭]

- (a) $-\frac{5}{3}$ (b) $\frac{5}{3}$ (c) $-\frac{3}{5}$ (d) $\frac{3}{5}$

50. $(-\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক কোনটি?

[কু.বো.'১৭]

(a) $(2, \frac{\pi}{4})$

(b) $(2, \frac{3\pi}{4})$

(c) $(2, \frac{5\pi}{4})$

(d) $(2, \frac{7\pi}{4})$

51. A(1, -2) ও B(-8, 1) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজন রেখাংশ BA কে 2:1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্তকারী বিন্দুর স্থানাঙ্ক নিচের কোনটি? [কু.বো.'১৭]

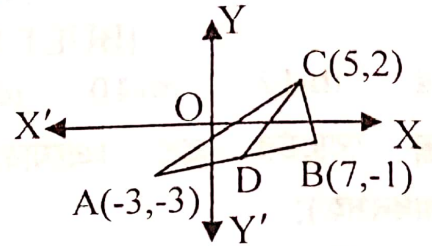
(a) $(-17, 4)$

(b) $(-2, -1)$

(c) $(-10, -5)$

(d) $(-5, 0)$

উদ্দীপকের আলোকে 52 ও 53 প্রশ্নের উত্তর দাও.



চিত্রে CD, AB বাহুর উপর অঙ্কিত মধ্যমা।

52. CD এর দৈর্ঘ্য কত একক?

[কু.বো.'১৭]

- (a) 37 (b) 25 (c) $\sqrt{37}$ (d) 5

53. ΔABC এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? [কু.বো.'১৭]

- (a) 6 (b) 12 (c) 13 (d) 26

54. x অক্ষের উপর লম্ব এবং মূলবিন্দুগামী রেখার সমীকরণ-

[ব.বো.'১৭]

- (a) $y = 0$ (b) $x = 0$
(c) $y = mx$ (d) $y + k = 0$

55. $x - y - 2 = 0$ এবং $2x - 2y + 4 = 0$ রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব-

[ব.বো.'১৭]

- (a) $3\sqrt{2}$ (b) 2 (c) $2\sqrt{2}$ (d) $\sqrt{2}$

56. $y = -2x$ এবং $2y = x$ রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ -

[ব.বো.'১৭]

- (a) 90° (b) $\tan^{-1}\left(\frac{5}{4}\right)$

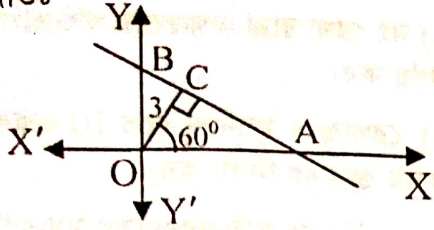
- (c) $\tan^{-1}\left(\frac{-3}{4}\right)$ (d) 0°

57. কোনো বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্কের কোণটি 90° হলে ঐ বিন্দুর কার্ভেসীয় স্থানাঙ্কের ভূজ-

[ব.বো.'১৭]

- (a) $x = r$ (b) $x = 0$ (c) $y = r$ (d) $y = 0$

নিচের চিত্রটি লক্ষ্য কর এবং 58 ও 59নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



58. AB সরলরেখার সমীকরণ কোনটি? [চ.বো.'১৭]

(a) $\sqrt{3}x + y = 6$ (b) $x + \sqrt{3}y = 6$

(c) $\sqrt{3}x - y = 6$ (d) $x - \sqrt{3}y = 6$

59. ΔOAC এর ক্ষেত্রফল কোনটি?

(a) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ বর্গ একক (b) $\frac{9}{2}$ বর্গ একক

(c) $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ বর্গ একক (d) $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ বর্গ একক

- উ: 1(d) 2(c) 3(d) 4(c) 5(c) 6(b)
7(c) 8(d) 9(d) 10(a) 11(b) 12(d)
13(c) 14(b) 15(c) 16(d) 17(a) 18(a)
19(b) 20(b) 21(b) 22(d) 23(d) 24(c)
25(d) 26(c) 27(c) 28(c) 29(b) 30(d)
31(c) 32(a) 33(a) 34(d) 35(a) 36(b)
37(c) 38(b) 39(b) 40(a) 41(d) 42(b)
43(a) 44(b) 45(c) 46(a) 47(a) 48(c)
49(d) 50(c) 51(d) 52(d) 53(c) 54(b)
55(c) 56(a) 57(b) 58(b) 59(d)

সৃজনশীল প্রশ্ন:

1. $y = 2x + 1$ ও $2y - x = 4$ দুইটি সরলরেখার সমীকরণ।

(a) মূলবিন্দু ও প্রদত্ত রেখাদ্বয়ের ছেদ বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(b) রেখা দুইটির অন্তর্ভুক্ত কোণদ্বয়ের সমদ্বিখন্ডক y -অক্ষকে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করলে PQ এর দূরত্ব নির্ণয় কর।

(c) মূলবিন্দু থেকে $\sqrt{5}$ একক দূরত্বে এবং ২য় রেখার উপর লম্ব রেখাদ্বয়ের সমীকরণ নির্ণয় কর।

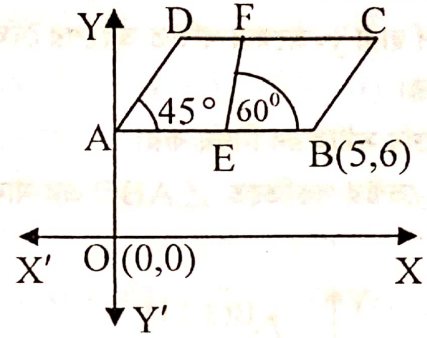
2. A(1, 1), B(3, 4) এবং C(5, -2) বিন্দু তিনটি ABC ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু।

(a) A শীর্ষগামী ABC ত্রিভুজের মধ্যমার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(b) AB রেখার সমান্তরাল বরাবর (4, 4) বিন্দু হতে AC এর দূরত্ব নির্ণয় কর।

(c) ABC ত্রিভুজের অন্তঃকেন্দ্র নির্ণয় কর।

3.



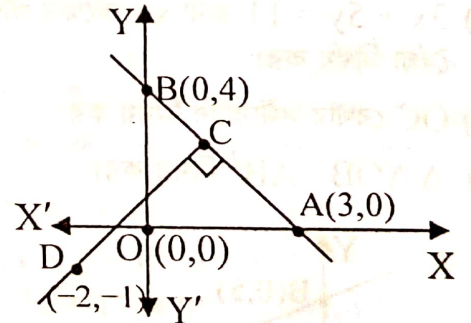
পাশের চিত্রে, ABCD সামান্তরিকে AB বাহু x অক্ষের সমান্তরাল এবং E, AB এর মধ্যবিন্দু।

(a) AD বাহুর সমীকরণ নির্ণয় কর।

(b) EF রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(c) $\angle ABC$ এর সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

4.

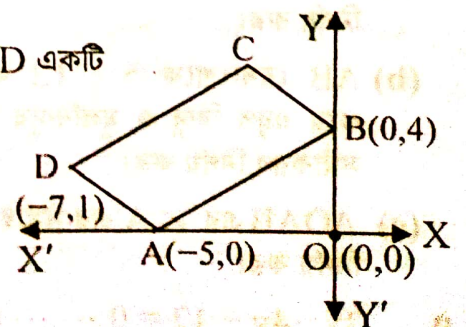


(a) AB বাহু বিশিষ্ট বর্গের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

(b) C বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

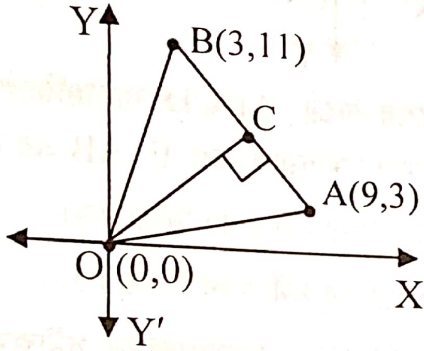
(c) (1, -1) বিন্দুগামী এবং AB রেখার সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে এরূপ রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

5. চিত্রে, ABCD একটি সামান্তরিক।



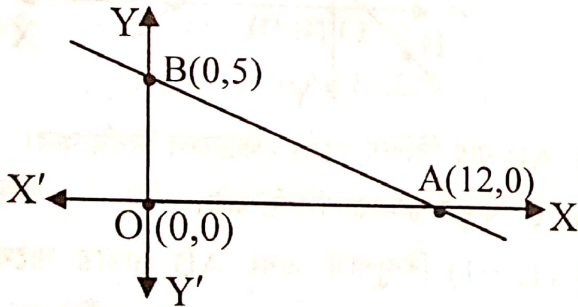
- (a) D বিন্দু হতে AB এর লম্ব দূরত্ব নির্ণয় কর।
 (b) AC বাহু বিবেচনা করে অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
 (c) B বিন্দু হতে DA এর উপর অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।
6. A(1, 1), B(-4, 13), C(8, 8) এবং D বিন্দুগুলি একটি রম্বসের কৌণিক বিন্দু।
 (a) AC কর্ণ দ্বারা y-অক্ষের খন্ডিত অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
 (b) BD কর্ণের সমীকরণ নির্ণয় কর।
 (c) ভেক্টর পদ্ধতিতে $\angle ABC$ এর মান নির্ণয় কর।

7.



- (a) $3x + 5y = 11$ দ্বারা x - অক্ষের খন্ডিত অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
 (b) OC রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।
 (c) $\Delta AOB : AB^2$ নির্ণয় কর।

8.



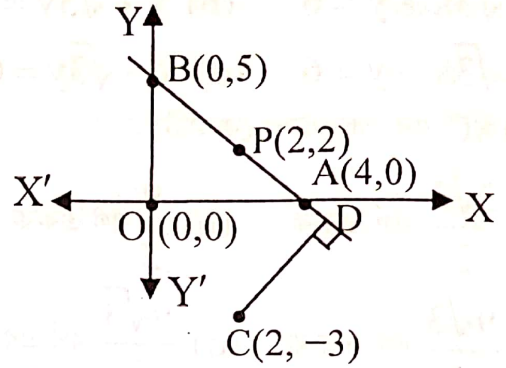
- (a) উদ্দীপকে উল্লেখিত OAB ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
 (b) AB রেখাংশকে 5 : 12 অনুপাতে অন্ত:বিভক্ত করে এরূপ বিন্দু ও মূলবিন্দুর সংযোগ সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।
 (c) ΔOAB এর $\angle A$ এর সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

9. $3x - 4y + 12 = 0 \dots \dots (i)$,

$$7x + \sqrt{15}y - 14 = 0 \dots \dots (ii)$$

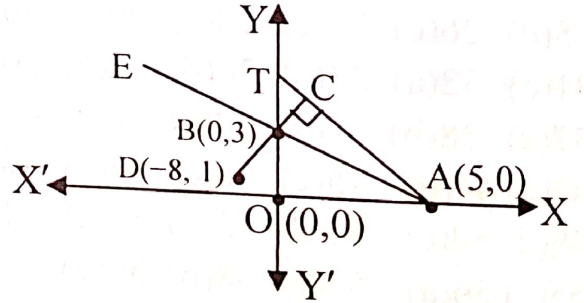
- (a) (i) নং রেখা দ্বারা অক্ষদ্বয়ের খন্ডিতাংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
 (b) (i) রেখাস্থ ও মূলবিন্দু হতে 10 একক দূরবর্তী বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।
 (c) (i) ও (ii) নং সমীকরণদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণের মূল বিন্দুধারী সমদ্বিখন্ডকের ঢাল নির্ণয় কর।

10.



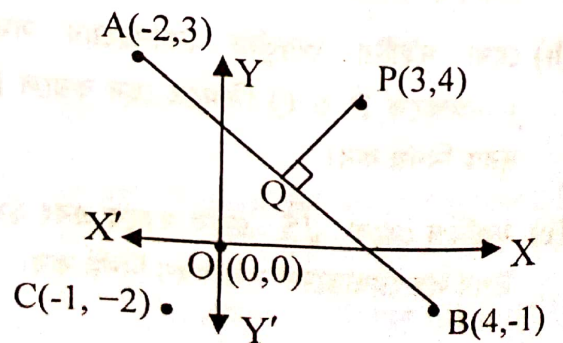
- (a) P বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।
 (b) AB রেখার সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে এবং (2, -1) বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।
 (c) CD এর মধ্যবিন্দু নির্ণয় কর।

11.



- (a) P(-2, 3) ও Q(4, -1) বিন্দুগামী রেখাংশকে y - অক্ষ যে অনুপাতে বিভক্ত করে তা নির্ণয় কর।
 (b) AC রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।
 (c) দেখাও যে, AE ও OT রেখার অন্তর্গত কোণের সমদ্বিখন্ডকদ্বয় পরস্পর লম্ব।

12.



(a) AB রেখাকে y-অক্ষ যে অনুপাতে বিভক্ত করে তা নির্ণয় কর।

(b) Q বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

(c) C বিন্দুগামী এবং AB রেখার সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে এরূপ রেখাদ্বয়ের সমীকরণ নির্ণয় কর।

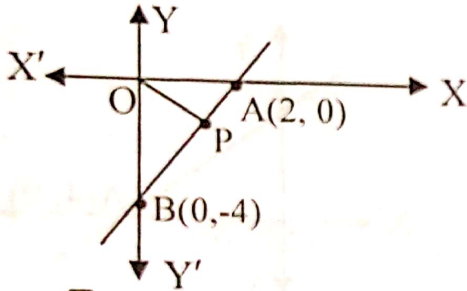
13. ΔABC এর বাহুগুলির মধ্যবিন্দু যথাক্রমে $D(-1, -1)$, $E(3, 1)$, $F(0, 3)$

(a) DE রেখাংশ অক্ষদ্বয় দ্বারা যে অনুপাতে বিভক্ত হয় তা নির্ণয় কর।

(b) ক্ষেত্রফলের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $\Delta ABC = 4 \Delta DEF$

(c) D, E, F এর স্থানাঙ্ক ব্যবহার করে ΔABC এর পরিকেন্দ্র নির্ণয় কর।

14.

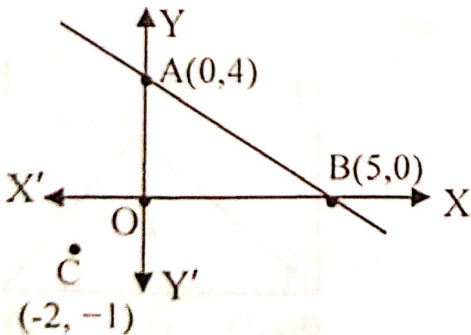


(a) $x - \sqrt{3}y = 5$ রেখাটি X অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তা নির্ণয় কর।

(b) AB এর উপর লম্ব এবং A বিন্দুগামী রেখাটি y অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে তার স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

(c) $AP : BP = 1 : 2$ হলে, P বিন্দুর স্থানাঙ্ক ব্যবহার করে ΔOAP এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

15.



(a) একটি ত্রিভুজের দুইটি শীর্ষ $(-3, 4)$ ও $(5, 2)$ এবং ভরকেন্দ্র B হলে তৃতীয় শীর্ষ নির্ণয় কর।

(b) D বিন্দু হতে AB এর উপর অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

(c) $(1, -1)$ বিন্দুগামী এবং AB রেখার সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে এরূপ রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

16. $A \equiv (-2, 1)$, $B \equiv (2, 3)$, $C \equiv (4, -1)$

(a) A বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

(b) BC ও CA এর মধ্যবর্তী কোণের সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

(c) ভেক্টর পদ্ধতিতে $\angle ABC$ নির্ণয় কর।

17. $A(-3, 5)$, $B(6, 5)$, $C(3, -7)$, $D(-2, -1)$

(a) D বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

(b) যদি E বিন্দু AC এর মধ্যবিন্দু এবং F, AB কে $3 : 2$ অনুপাতে বহির্বিভক্ত করে তাহলে ΔAEF এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

(c) অক্ষদ্বয় দ্বারা C বিন্দুগামী AB এর লম্বরেখার খন্ডিতাংশ নির্ণয় কর।

18. $2x + 5y - 6 = 0 \dots \dots (i)$

(a) (i) নং রেখার ঢাল নির্ণয় কর।

(b) মূলবিন্দু ও (i) নং রেখা দ্বারা অক্ষদ্বয়ের খন্ডিতাংশের মধ্যবিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে এরূপ রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(c) $(2, -1)$ বিন্দু হতে (i) নং রেখার উপর যে লম্বরেখার সমীকরণ পাওয়া যায় তা এবং প্রদত্ত রেখার ছেদবিন্দু নির্ণয় কর ক্রেমারের নিয়মে।

19. $3x - 4y + 18 = 0 \dots \dots (i)$

$4x - 3y - 5 = 0 \dots \dots (ii)$

$5x + 12y + 13 = 0 \dots \dots (iv)$

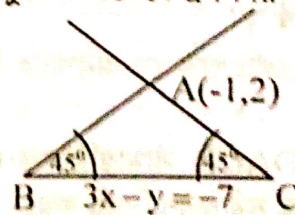
$y = 1 \dots \dots (iv)$

(a) (i) নং রেখাটি অক্ষদ্বয়ের সাথে যে ত্রিভুজ গঠন করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

(b) y-অক্ষের উপর অবস্থিত যে বিন্দু দুইটি হতে (i) নং রেখা সমদূরবর্তী তাদের দূরত্ব নির্ণয় কর।

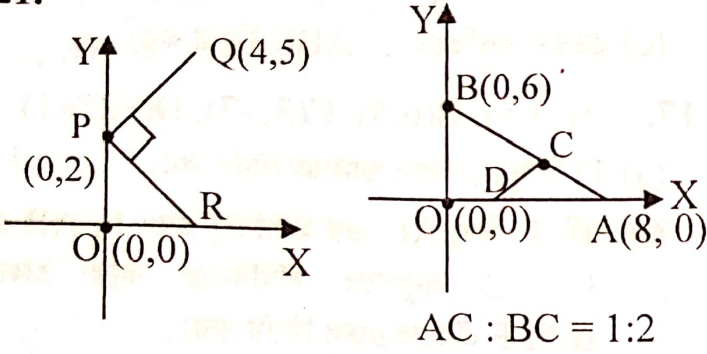
(c) (ii), (iii) ও (iv) রেখা তিনটি দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের অন্তঃকেন্দ্র নির্ণয় কর।

20.



- (a) $\angle BAD$ এর সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ নির্ণয় কর।
 (b) A হতে BC এর উপর অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দু D এর সাহায্যে AD নির্ণয় কর।
 (c) উদ্দীপকের সাহায্যে AB ও AC এর সমীকরণ নির্ণয় কর।

21.

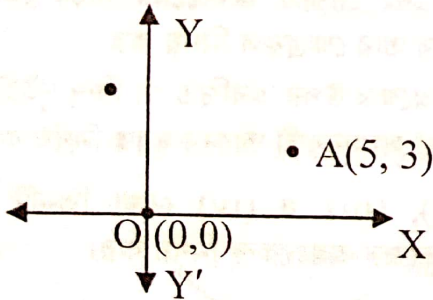


- (a) P(0,2) বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।
 (b) PR রেখার সমীকরণ থেকে R বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।
 (c) $\angle OBA$ এর সমদ্বিখন্ডক BD হলে, $\triangle DAC$ এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

22. A(3,5), B(7, 5), C(-3, 7), D(-4, -10)

- (a) D বিন্দুর পোলার স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।
 (b) যদি E বিন্দু AC এর মধ্যবিন্দু, F, AB কে 3 : 2 অনুপাতে বহির্বিভক্ত করে এবং G, $\triangle ABC$ এর ভরকেন্দ্র হয়, তাহলে $\triangle EFG$ এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
 (c) C বিন্দুগামী AB এর লম্বরেখা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তা নির্ণয় কর।

23.



- (a) y-অক্ষ AB রেখাংশকে যে অনুপাতে বিভক্ত করে তা নির্ণয় কর।
 (b) B বিন্দুগামী OACB সামান্তরিকের OC কর্ণের উপর লম্ব রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

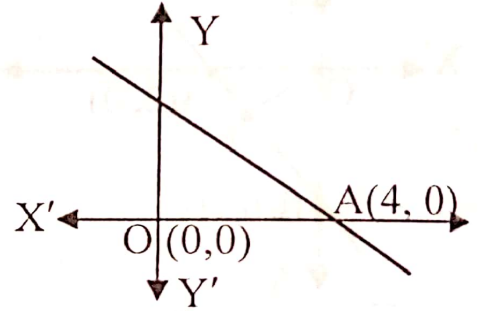
- (c) $x - y = 0$ রেখার সমান্তরাল বরাবর O হতে AB এর দূরত্ব নির্ণয় কর।

24. দৃশ্যকল্প-I: $3x - 4y + 12 = 0$.

দৃশ্যকল্প-II: $8x + 15y - 12 = 0$. [ঢা.বো. '১৭]

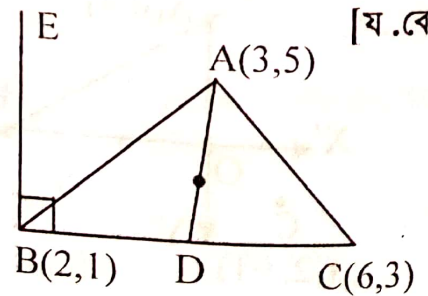
- (a) $\vec{A} = \hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$ ভেক্টর দুইটি লম্ব কিনা যাচাই কর।
 (b) দৃশ্যকল্প- II নং সরলরেখার সমান্তরাল 2 একক দূরবর্তী সরলরেখার মূলবিন্দু হতে লম্ব দূরত্ব নির্ণয় কর।
 (c) দৃশ্যকল্প-I এবং দৃশ্যকল্প- II সমীকরণদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণের যে সমদ্বিখন্ডক x অক্ষের সাথে সূক্ষ্মকোণ উৎপন্ন করে তার ঢাল নির্ণয় কর।

25. দৃশ্যকল্প : [চট্টগ্রাম বোর্ড ২০১৭]



- (a) (3, 5) ও (6, 7) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখার লম্বদ্বিখন্ডকের ঢাল নির্ণয় কর।
 (b) দৃশ্যকল্পের আলোকে AB রেখা হতে 3 একক দূরবর্তী সমান্তরাল রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।
 (c) দৃশ্যকল্পের P(α , 0) বিন্দু ও AB রেখাংশের সমদ্বিখন্ডক বিন্দুদ্বয় যে ত্রিভুজ গঠন করে তার ক্ষেত্রফল 3 বর্গ একক হলে P বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

26.



চিত্রে : G, $\triangle ABC$ এর ভরকেন্দ্র ; D, BC এর মধ্যবিন্দু, $EB \perp BC$ ।

- (a) কী শর্তে A, B, C(2t, t-1) বিন্দু তিনটি ধনাত্মক ক্রমে থাকবে?

(b) দেখাও যে, G বিন্দুটি AD রেখাকে $2:1$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।

(c) $\angle EBC$ কোণের সমদ্বিখন্ডক রেখাদ্বয়ের সমীকরণ নির্ণয় কর।

ব্যবহারিক

১৮. রেখা বিভক্তকারী বিন্দুর স্থানাঙ্ক

পরীক্ষণ নং 1	তারিখঃ
--------------	--------

পরীক্ষণের নামঃ $A(-2, -1)$ এবং $B(7, 5)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে $1:2$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্তকারী বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয়।

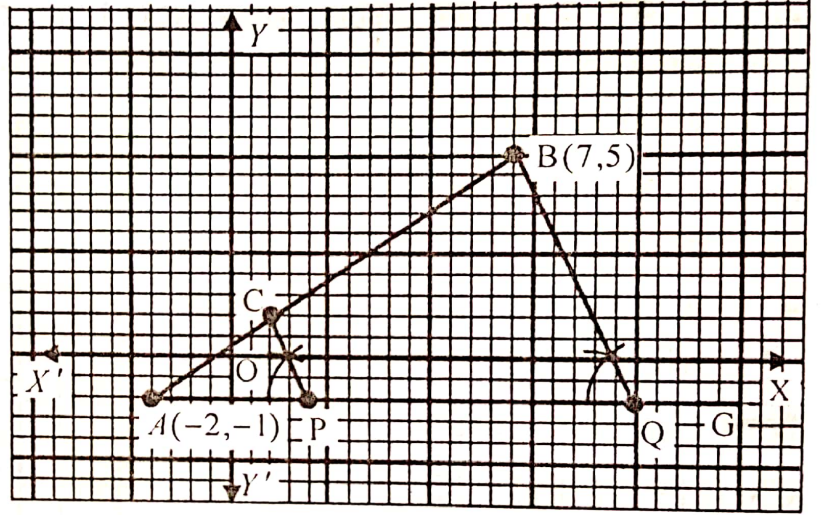
মূলতত্ত্বঃ $A(x_1, y_1)$ এবং $B(x_2, y_2)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে $m_1 : m_2$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্তকারী বিন্দুর

$$\text{স্থানাঙ্ক} \left(\frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2} \right)$$

প্রয়োজনীয় উপকরণঃ (i) পেন্সিল (ii) স্কেল (iii) গ্রাফ পেপার (iv) ইরেজার (v) শার্পনার (vi) পেন্সিল কম্পাস।

কার্যপদ্ধতিঃ

- একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষ রেখা $X'OX$ ও YOY' আঁকি।
- x -অক্ষ ও y -অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের 2 বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে $A(-2, -1)$ ও $B(7, 5)$ বিন্দুদ্বয়কে গ্রাফ



পেপারে স্থাপন করি এবং সবু পেন্সিল দিয়ে সংযোগ করে AB রেখাংশ লেখচিত্রে উপস্থাপন করি।

- A বিন্দু দিয়ে x অক্ষের সমান্তরাল AG রেখার উপর যেকোনো দুইটি বিন্দু P ও Q নেই যেন $AP : PQ = 1 : 2$ হয়। (এখানে, A থেকে 4 একক দূরে P এবং P থেকে 8 একক দূরে Q বিন্দু অবস্থিত।)
- Q, B যোগ করি এবং QB এর সমান্তরাল PC রেখা অঙ্কন করি যা AB কে C বিন্দুতে ছেদ করে।

ফল সংকলনঃ

C এর স্থানাঙ্ক	
গ্রাফ হতে প্রাপ্ত মান	সূত্র হতে প্রাপ্ত মান
(1, 1)	$\left(\frac{1 \times 7 + 2 \times -2}{1 + 2}, \frac{1 \times 5 + 2 \times -1}{1 + 2} \right) = \left(\frac{7 - 4}{3}, \frac{5 - 2}{3} \right) = (1, 1)$

ফলাফলঃ প্রদত্ত বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে $1:2$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্তকারী বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(1, 1)$ ।

১৯. শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্কের মাধ্যমে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল