Mathematics. 1ST PAPER

Matrics & Determinants

Chapter–01

(01) ক্রেমারের নিয়ম:

দুই চলক:

$$a_1x + b_1y = c_1$$
$$a_2x + b_2y = c_2$$

$$x = \frac{Dx}{D} = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}; \quad y = \frac{Dy}{D} = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}$$

তিন চলক:

$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1$$
$$a_2x + b_2y + c_2z = d_2$$
$$a_3x + b_3y + c_3z = d_3$$

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}; \quad Dx = \begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$Dy = \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix}; \quad Dz = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}$$

$$x = \frac{Dx}{D}; \quad y = \frac{Dy}{D}; \quad z = \frac{Dz}{D}.$$

Vector

Chapter-02

(1) • $\hat{i}\cdot\hat{j} = \hat{j}\cdot\hat{k} = \hat{k}\cdot\hat{i} = 0 \quad [\theta = 90^\circ]$

• $\hat{i}\cdot\hat{i} = \hat{j}\cdot\hat{j} = \hat{k}\cdot\hat{k} = 1 \quad [\theta = 0^\circ]$

(02) • $\hat{i}\times\hat{i} = \hat{j}\times\hat{j} = \hat{k}\times\hat{k} = 0 \quad [\theta = 0^\circ]$

• $\hat{i}\times\hat{j} = \hat{k},\ \hat{j}\times\hat{k} = \hat{i},\ \hat{k}\times\hat{i} = \hat{j} \quad [\theta = 90^\circ]$

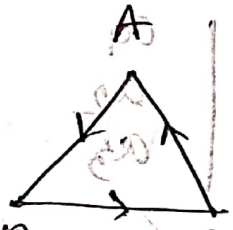
• $\hat{j}\times\hat{i} = -\hat{k},\ \hat{k}\times\hat{j} = -\hat{i},\ \hat{i}\times\hat{k} = -\hat{j}$

(3) a ও b দুইটি vector-এর লব্ধি a+b এবং লব্ধির অভিমুখবরাবর একক vector,

$$= \frac{a+b}{|a+b|}$$

(04) ত্রিভুজ সূত্র:

(a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = 0$

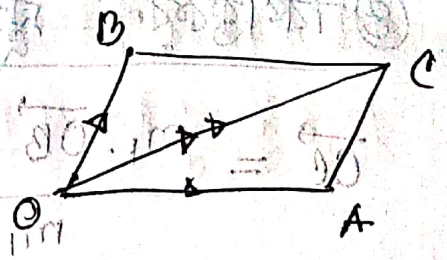


$\Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{CA}$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

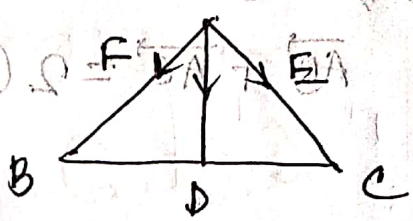
(৫) সামান্তরিক সূত্র:

$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC}$



(৬) মধ্যমা সূত্র:

কোনো ত্রিভুজের মধ্যমা সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের যোগফল উক্ত মধ্যমার দ্বিগুণ।

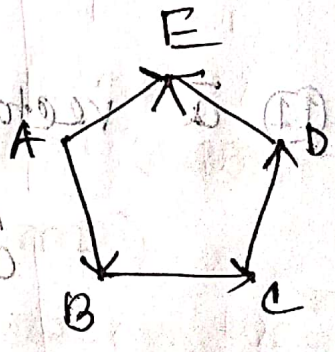


① $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AD}$

② $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$

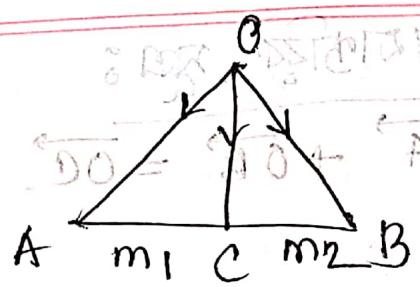
(৭) n ভুজের কোনো বহুভুজের (n-1) সংখ্যক বাহু একই ক্রমে সূচিত হলে, অবশিষ্ট বাহুটি বিপরীতক্রমে এদের লব্ধি প্রকাশ করে।

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE}$



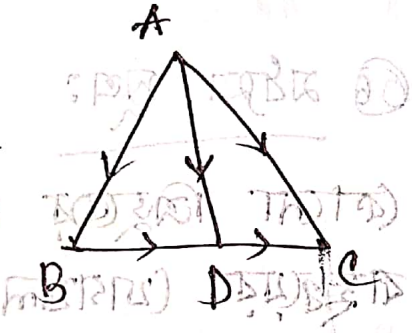
⑧ বিভক্তিকরণ সূত্রঃ

$$\overrightarrow{OC} = \frac{m_1 \cdot \overrightarrow{OB} + m_2 \cdot \overrightarrow{OA}}{m_1 + m_2}$$



⑨ অ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্যঃ

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2(AD^2 + BD^2)$$



⑩ $\bar{a}$ এর উপর $\bar{b}$ এর অভিক্ষেপ,

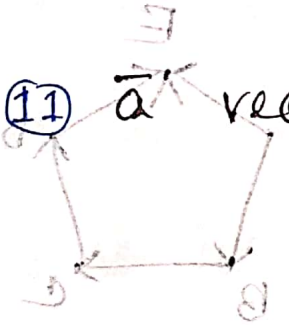
$$b\cos\theta = \frac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{|\bar{a}|}$$

$\bar{b}$ এর উপর $\bar{a}$ এর অভিক্ষেপ,

$$a\cos\theta = \frac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{|\bar{b}|}$$

⑪ $\bar{a}$ vector বরাবর একক vector,

$$\hat{a} = \frac{\bar{a}}{|\bar{a}|}$$



(12) ⊙ $\bar{a}$ vector বরাবর $\bar{b}$ vector এর উপাংশ

$$= \frac{\bar{a}\cdot\bar{b}}{|\bar{a}|}\cdot\hat{a} = (\hat{a}\cdot\bar{b})\,\hat{a}$$

[যে vector বরাবর বলবে তা নিচে হবে]

⊙ $\bar{b}$ vector বরাবর $\bar{a}$ ভেক্টরের উপাংশ

$$= \frac{\bar{a}\cdot\bar{b}}{|\bar{b}|}\cdot\hat{b} = (\hat{b}\cdot\bar{a})\,\hat{b}$$

(13) লম্ব হওয়ার শর্ত : $\bar{a}\cdot\bar{b}=0$

সমান্তরাল হওয়ার শর্ত : $\bar{a}\times\bar{b}=0$

(14) মধ্যবর্তী কোণ θ হলে,

$$\theta = \cos^{-1}\frac{\bar{a}\cdot\bar{b}}{|\bar{a}|\cdot|\bar{b}|}$$

(15) A($\bar{a}$) ও B($\bar{b}$) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাংশ R(r) বিন্দুতে ছেদ করলে ($m:n$ অনুপাতে),

অন্তর্বিভক্ত করলে R এর অবস্থান vector $= \frac{n\bar{a}+m\bar{b}}{m+n}$

বহির্বিভক্ত করলে $= \frac{n\bar{a}-m\bar{b}}{m+n}$

(16) $A(\bar{a})$, $B(\bar{b})$, $C(\bar{c})$ ΔABC এর কাঁর্যবিন্দু হলে এর ভরকেন্দ্র, $G = \left(\frac{\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}}{3}\right)$ হবে।

সমন্বয়

Chapter – 03

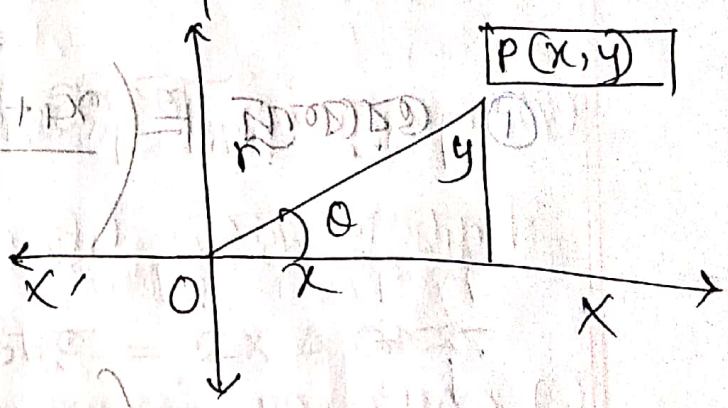
① • $x = r\cos\theta$

• $y = r\sin\theta$

• $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

• $\boxed{\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)}$

আমুবেন্ট



② $A(x_1, y_1)$ এবং $B(x_2, y_2)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সমন্বয়ক
$C(x, y)$ বিন্দুটি $m_1 : m_2$ অনুপাতে

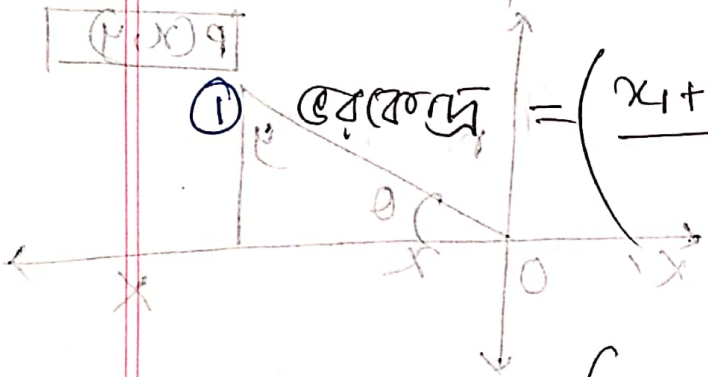
(i) অন্তর্বিভক্ত করলে, $x = \frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}$

$y = \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}$

(ii) বহির্বিভক্ত করলে, $x = \frac{m_1x_2 - m_2x_1}{m_1 - m_2}$

$y = \frac{m_1y_2 - m_2y_1}{m - m_2}$

③ $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ বিন্দুত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের —



(i) ভরকেন্দ্র $= \left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3} \right)$

(ii) অন্তঃকেন্দ্র $= \left(\frac{ax_1+bx_2+cx_3}{a+b+c}, \frac{ay_1+by_2+cy_3}{a+b+c} \right)$

(a, b, c হলো $\triangle ABC$ এর বাহু তিনটি)

(iii) পরিব্যাসার্ধ, $R = \frac{abc}{4\Delta}$

(iv) অন্তঃব্যাসার্ধ, $R = \frac{2\Delta}{a+b+c} = \frac{\Delta}{S}$

④ ক্ষেত্রফল (Area):

(i) আয়তক্ষেত্র = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ

(ii) রম্বস = $\frac{1}{2}$ × কর্ণদ্বয়ের গুণফল

(iii) বর্গক্ষেত্র = (বাহু)^2

(iv) সামান্তরিকের = ভূমি × উচ্চতা = 2 × Δ ক্ষেত্র

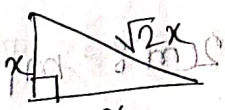
(v) ট্রাপিজিয়াম = $\frac{1}{2}$ × সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমষ্টি × তাদের দূরত্ব

(vi) ত্রিভুজ = $\frac{1}{2}$ × ভূমি × উচ্চতা = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

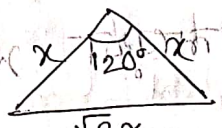
যেখানে, s = অর্ধপরিসীমা = $\frac{a+b+c}{2}$

⑤

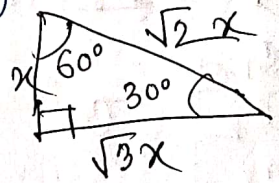
(i)



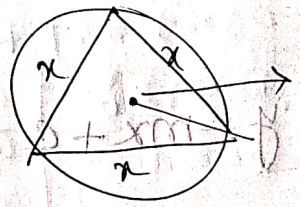
(ii)



(iii)



(iv)



⑥ $A(x_1, y_1)$ ও $B(x_2, y_2)$ এর দূরত্ব,

$$AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

⑦ মেরুর সাপেক্ষে $P_1(r_1, \theta_1)$ এবং $P_2(r_2, \theta_2)$ বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব, $P_1P_2 = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos(\theta_2 - \theta_1)}$

⑧ ΔABC এর ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}.$$

$$= \frac{1}{2}\{(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1) - (y_1x_2 + y_2x_3 + y_3x_1)\}$$

⑨ দুটি সরলরেখা লম্ব হলে: $m_1 \cdot m_2 = -1$.

⑩ দুটি সরলরেখা সমান্তরাল হলে: $m_1 = m_2$

⑪ ঢাল, $m = \dfrac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

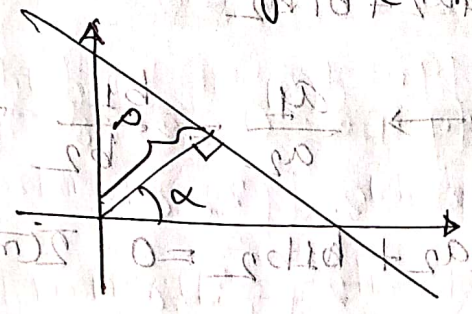
⑫ $y = mx + c$

(13) $y - y_1 = m(x - x_1)$

(14) $\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = m$

(15) $x/a + y/b = 1$

(16) $x\cos\alpha + y\sin\alpha = p$



(17) $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এবং $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ রেখাদ্বয়ের ছেদ বিন্দুর স্থানাঙ্ক,

$$\left(\frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}, \frac{c_1a_2 - c_2a_1}{a_1b_2 - a_2b_1}\right) \quad [a_1b_2 \neq a_2b_1]$$

(18) $y = m_1x + c_1$, এবং $y = m_2x + c_2$ রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ θ হলে,

$$\tan\theta = \pm \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1m_2}$$

$\theta \rightarrow \oplus$ হলে সূক্ষ্মকোণ

$\theta \rightarrow \ominus$ হলে স্থূলকোণ

(19) $a_1x+b_1y+c_1=0$ এবং $a_2x+b_2y+c_2=0$ রেখাদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ θ হলে,

$$\tan\theta = \pm \frac{a_2b_1 - a_1b_2}{a_1a_2+b_1b_2}$$

রেখাদ্বয় সমান্তরাল হবে $\longrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$ হলে,

লম্ব হবে $\longrightarrow a_1a_2 + b_1b_2 = 0$ হলে।

(20) $ax+by+c=0$ রেখার সমান্তরাল সকল রেখার সমীকরণ $ax+by+k=0$

(21) $ax+by+c=0$ রেখার লম্ব রেখার সমীকরণ $bx-ay+k=0$

(21) $a_1x+b_1y+c_1=0$

$a_2x+b_2y+c_2=0$

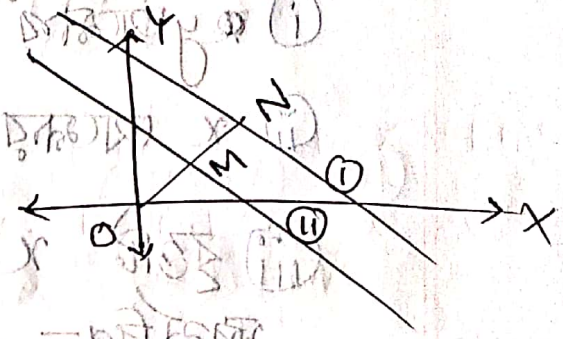
$a_3x+b_3y+c_3=0$ তিনটি সরলরেখা সমবিন্দু হওয়ার শর্ত:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0$$

(22) $P(x_1, y_1)$ বিন্দু হতে $ax+by+c=0$ সরলরেখার উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য $= \left| \frac{ax_1+by_1+c}{\sqrt{a^2+b^2}} \right|$

(23) দুইটি সমান্তরাল সরলরেখা $ax+by+c_1=0$ এবং $ax+by+c_2=0$ এর মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় ঃ

$$MN = \left| \frac{c_1-c_2}{\sqrt{a^2+b^2}} \right|$$



(24) $a_1x+b_1y+c_1=0$ এবং $a_2x+b_2y+c_2=0$ রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণের সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ,

$$\frac{a_1x+b_1y+c_1}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}} = \pm \frac{a_2x+b_2y+c_2}{\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$$

Chapter-04

① কেন্দ্র $(0,0)$ হলে, $x^2+y^2=r^2$

② কেন্দ্র (h,k) হলে, $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$

③ $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ বৃত্তের –

(i) y অক্ষের ছেদাংশ $= 2\sqrt{f^2-c}$

(ii) x অক্ষের ছেদাংশ $= 2\sqrt{g^2-c}$

(iii) বৃত্তটি x অক্ষকে স্পর্শ করলে, $g^2=c$;
স্পর্শবিন্দু $(-g,0)$

(iv) y অক্ষকে স্পর্শ করলে, $f^2=c$;
স্পর্শবিন্দু ~~$(-f,0)$~~ $(0,-f)$

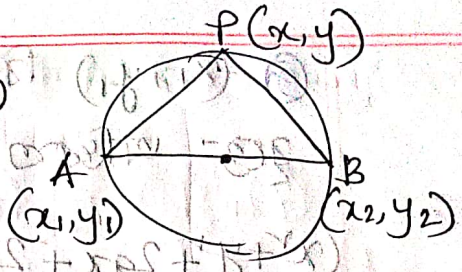
(v) উভয় অক্ষকে স্পর্শ করলে $g^2=f^2=c$.

(vi) মূলবিন্দুগামী হলে, $c=0$

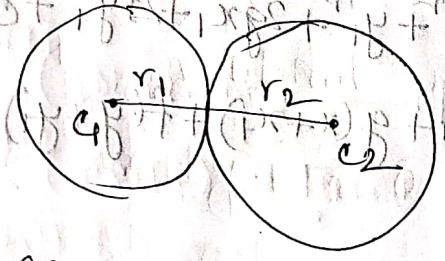
(vii) কেন্দ্র $(-g,-f)$ এবং,

$$r=\sqrt{g^2+f^2-c}$$

④ $(y-y_1)(y-y_2)+(x-x_1)(x-x_2)=0$

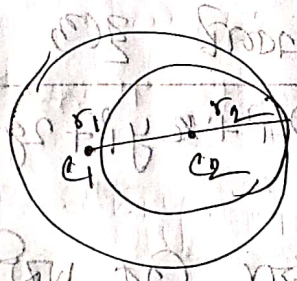


⑤



যেক্ষেত্রে, $C_1C_2 = r_1 + r_2$

⑥



যেক্ষেত্রে, $C_1C_2 = r_1 - r_2$ $[r_1 > r_2]$

⑦ $y=mx+c$ রেখাটি $x^2+y^2=r^2$ বৃত্তের স্পর্শকের শর্ত : $c = \pm r\sqrt{1+m^2}$

স্পর্শকের সমীকরণ : $y = mx \pm r\sqrt{1+m^2}$

⑧ $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ বৃত্তের (x_1, y_1) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ $xx_1+yy_1+g(x+x_1)+f(y+y_1)+c=0$

⑨ (x_1, y_1) বিন্দু থেকে $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ বৃত্তে অঙ্কিত স্পর্শকের সমীকরণ ঃ

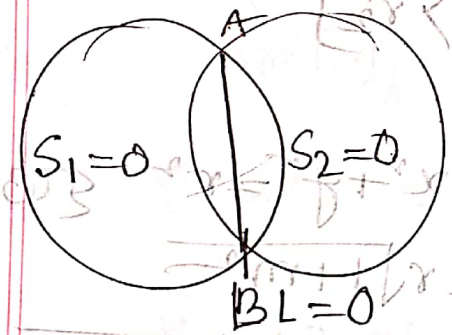
$(x^2+y^2+2gx+2fy+c)(x_1^2+y_1^2+2gx_1+2fy_1+c)$

$= \{xx_1+yy_1+g(x+x_1)+f(y+y_1)+c\}^2$

অর্থাৎ, $\boxed{SS_1 = T^2}$

⑩ (x_1, y_1) বিন্দু থেকে যেকোনো বৃত্তে অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{x_1^2+y_1^2+2gx_1+2fy_1+c}$

⑪ দুইটি বৃত্তের সাধারণ জ্যা এর সমীকরণ ঃ



$S_1 - S_2 = 2(g_1-g_2)x + 2(f_1-f_2)y + c_1-c_2 = 0$

বিন্যাস ও সমাবেশ

Chapter-05

① ${}^nP_n = \lfloor n$, এবং ${}^nP_{n-1} = \lfloor n$

② ${}^nP_r = \frac{\lfloor n}{\lfloor (n-r)}$

③ ${}^nP_r = {}^{n-1}P_{r-1} + r \times {}^{n-1}P_r$

④ সবগুলো ভিন্ন নয় বা কিছু সংখ্যক একজাতীয় এরূপ ক্ষেত্রে বিন্যাস : n সংখ্যক জিনিসের মধ্যে p সংখ্যক একজাতীয়, q সংখ্যক একজাতীয়, r সংখ্যক একজাতীয়। হলে সবগুলো নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{\lfloor n}{\lfloor p \cdot \lfloor q \cdot \lfloor r}$

⑤ ① p সংখ্যক নির্দিষ্ট জিনিসকে একত্রে রেখে n সংখ্যক বিভিন্ন জিনিস একসাথে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $= \lfloor (n-p+1) \times \lfloor p$

② একসাথে না নিয়ে : $\lfloor n - \lfloor (n-p+1) \times \lfloor p$

⑥ চক্রে বিন্যাস সংখ্যা = $\frac{|(n-1)}{2}$

⑦ (i) পুরস্কার বিতরনের উপায় = (প্রার্থী) পুরস্কার

(MCQ)

(ii) চিঠি পোস্ট করার উপায় = (লেটারবক্স) চিঠি

(iii) নির্বাচনে ভোট দেয়ার উপায় = (প্রার্থী) ভোটার

(iv) টেলিফোন নম্বর উপায় = (10) ডিজিট

⑧ (i) ১ম স্থান হতে ২য় স্থানে যাবার পথসংখ্যা = m

২য় " " ৩য় : " = n হলে

৩য় " " ১ম " " " = m×n

বা, ১ম " " ৩য় " " = m×n

(ii) দুটি স্থানে m সংখ্যক যানবাহন চলাচল করলে উক্ত দুটি স্থানে যাতায়াত আবার করা যাবে = m×(m−1) উপায়।

(9) ${}^nP_r = {}^nC_r \times \lfloor r$

(10) ${}^nC_r = \dfrac{\lfloor n}{\lfloor r \, \lfloor (n-r)}$ $\boxed{r < n}$

(11) ${}^nP_r = {}^nC_r$ যদি $r = 1$ হয়।

(12) ${}^nC_0 = 1$, ${}^nC_1 = n$, ${}^nC_n = 1$

(13) ${}^nC_r = {}^nC_{n-r}$

(14) ${}^nC_x = {}^nC_y$ হলে, $x = y$ অথবা $x + y = n$

(15) ${}^nC_r + {}^nC_{r-1} = {}^{n+1}C_r$

Chapter -6

① 1 সমকোণ $= 90°$

$1° = 60'$

$1' = 60''$

② $\pi^c = 180°$

$\frac{2}{\pi}$ = 1 বৃত্তীয়

$1° = \frac{\pi^c}{180}$

③ বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল $= A = \frac{1}{2} r^2 \theta$

④ $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

$\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$

⑤

	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$	$180°$	$270°$
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
$\tan\theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	und.	0	und.
$\cot\theta$	und.	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	und.	0
$\sec\theta$	1	$2/\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	2	und.	-1	und.
$\operatorname{cosec}\theta$	und.	2	$\sqrt{2}$	$2/\sqrt{3}$	1	und.	-1

সংযুক্ত কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

Chapter-7

(1) $\sin(-\theta) = -\sin\theta$ $\quad$ $\operatorname{cosec}(-\theta) = -\operatorname{cosec}\theta$

• $\cos(-\theta) = \cos\theta$ $\quad$ • $\sec(-\theta) = \sec\theta$

$\tan(-\theta) = -\tan\theta$ $\quad$ $\cot(-\theta) = +\cot\theta$

(2) ত্রিভুজের Sine সূত্র:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

(3) Cosine সূত্র:

(i) $\cos A = \dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$

(ii) $\cos B = \dfrac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$

(iii) $\cos C = \dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$

(4) Tangent Rule:

(i) $\tan\dfrac{B-C}{2} = \dfrac{b-c}{b+c}\cot\dfrac{A}{2}$

(ii) $\tan\dfrac{C-A}{2} = \dfrac{c-a}{c+a}\cot\dfrac{B}{2}$

(iii) $\tan\dfrac{A-B}{2} = \dfrac{a-b}{a+b}\cot\dfrac{C}{2}$

(5) (i) $\sin\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}}$

(ii) $\sin\frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(s-c)(s-a)}{ca}}$

(iii) $\sin\frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{ab}}$

(iv) $\cos\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}}$

(v) $\cos\frac{B}{2} = \sqrt{\frac{s(s-b)}{ca}}$

(vi) $\cos\frac{C}{2} = \sqrt{\frac{s(s-c)}{ab}}$

(vii) $\tan\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}}$

(viii) $\tan\frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-c)}{s(s-b)}}$

(ix) $\tan\frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{s(s-c)}}$

(6) • $\sin(A \pm B) = \sin A \cdot \cos B \pm \cos A \cdot \sin B$

• $\cos(A \pm B) = \cos A \cdot \cos B \mp \sin A \cdot \sin B$

(7) • $\tan(A \pm B) = \dfrac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A \tan B}$

• $\cot(A \pm B) = \dfrac{\cot A \cot B \mp 1}{\cot B \pm \cot A}$

(8) • $2 \sin A \cos B = \sin(A+B) + \sin(A-B)$

• $2 \cos A \sin B = \sin(A+B) - \sin(A-B)$

• $2 \cos A \cos B = \cos(A+B) + \cos(A-B)$

• $2 \sin A \sin B = \cos(A-B) - \cos(A+B)$

• $\sin(A+B) \cdot \sin(A-B) = \sin^2 A - \sin^2 B = \cos^2 B - \cos^2 A$

• $\cos(A+B) \cos(A-B) = \cos^2 A - \sin^2 B = \cos^2 B - \sin^2 A$

(9) • $\sin C + \sin D = 2 \sin \dfrac{C+D}{2} \cos \dfrac{C-D}{2}$

• $\sin C - \sin D = 2 \cos \dfrac{C+D}{2} \sin \dfrac{C-D}{2}$

• $\cos C + \cos D = 2 \cos \dfrac{C+D}{2} \cos \dfrac{C-D}{2}$

• $\cos D - \cos C = 2 \sin \dfrac{C+D}{2} \sin \dfrac{C-D}{2}$

- $1 - \cos 2A = 2\sin^2 A$
- $1 + \cos 2A = 2\cos^2 A$
- $\dfrac{1 - \cos 2A}{1 + \cos 2A} = \tan^2 A$

(10) • $\sin 2A = 2\sin A \cdot \cos A = \dfrac{2\tan A}{1 + \tan^2 A}$

- $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A = 1 - 2\sin^2 A$
  $= 2\cos^2 A - 1 = \dfrac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$

(11) • $\tan 2A = \dfrac{1 - \cos 2A}{1 + \cos 2A} = \dfrac{2\tan A}{1 - \tan^2 A}$

- $\sin 2A = \dfrac{2\tan A}{1 + \tan^2 A}$

- $\cos 2A = \dfrac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$

(12) • $\sin 3A = 3\sin A - 4\sin^3 A$

- $\cos 3A = 4\cos^3 A - 3\cos A$

Trigonometric

- $\tan 3A = \dfrac{3\tan A - \tan^3 A}{1 - 3\tan^2 A}$
- $\sin A = 2\sin\dfrac{A}{2} \cdot \cos\dfrac{A}{2}$
- $\cos A = \cos^2\dfrac{A}{2} - \sin^2\dfrac{A}{2}$

$= 2\cos^2\dfrac{A}{2} - 1$

$= 1 - 2\sin^2\dfrac{A}{2}$

- $1 + \cos A = 2\cos^2\dfrac{A}{2}$
- $1 - \cos A = 2\sin^2\dfrac{A}{2}$
- $\sin^3 A = \dfrac{1}{4}(3\sin A - \sin 3A)$
- $\cos^3 A = \dfrac{1}{4}(3\cos A + \cos 3A)$

(13)
- $2\tan^{-1} x = \tan^{-1}\dfrac{2x}{1-x^2}$
- $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y = \tan^{-1}\dfrac{x+y}{1-xy}$

Differentiation

Chapter-9

① $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{x}{\sin x} = 1$

② $\lim_{x \to 0} \frac{\sin^{-1} x}{x} = \frac{x}{\sin^{-1} x} = \frac{\tan x}{x} = \frac{x}{\tan x}$

$= \frac{\tan^{-1} x}{x} = \frac{x}{\tan^{-1} x} = \frac{e^x - 1}{x} = \frac{\ln(1+x)}{x}$

$= 1 . \cos x = \frac{1}{\cos x} = 1$

③ $\lim_{x \to \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^n = e$

④ $\lim_{x \to \infty} \frac{(1+x)^n - 1}{x} = n$

⑤ $\lim_{x \to \infty} \frac{x^n}{\lfloor n} = 0$

⑥ $\lim_{x \to \infty} \frac{a}{x^n} = 0$

⑦ $\lim_{x \to a} \frac{x^n - a^n}{x - a} = n a^{n-1}$

(8) $\lim_{x \to 0} (1+x)^{1/x} = \lim_{x \to \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x} = e$

(9) $\lim_{x \to \infty} \frac{\sin x}{x} = 0$

(10) $\lim_{x \to 0} x^2 \cos \frac{1}{x^2} = 0$

(11) $\frac{d}{dx}(c) = 0$

(12) $\frac{d}{dx} cf(x) = c \frac{d}{dx} f(x)$

(13) • $\frac{d}{dx}(cx^n) = c \cdot \frac{d}{dx} x^n = cnx^{n-1}$

• $\frac{d}{dx}\left(\frac{c}{x^n}\right) = c\frac{n}{x^{n+1}}$

• $\frac{d}{dx}(\sqrt{x}) \frac{1}{2\sqrt{x}}$

(14) $\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$

(15) $\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$

(16) $\frac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x$

(17) $\frac{d}{dx}(\cot x) = -\operatorname{cosec}^2 x$

(18) $\frac{d}{dx}(\sec x) = \sec x \cdot \tan x$

(19) $\frac{d}{dx}(\operatorname{cosec} x) = -\operatorname{cosec} x \cdot \cot x$

(20) $\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$

(21) $\frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}$

(22) $\frac{d}{dx}(a^x) = a^x \ln a$

(23) $\frac{d}{dx}(e^{nx}) = n e^{mx}$

(24) $\frac{d}{dx}(uv) = u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx}$

(25) $\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v\frac{du}{dx} - u\frac{dv}{dx}}{v^2}$

(26) $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dz} \times \frac{dz}{dx}$

(27) $\frac{d}{dx}(\sin^{-1}x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

(28) $\frac{d}{dx}(\cos^{-1}x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

(29) $\frac{d}{dx}(\tan^{-1}x) = \frac{1}{1+x^2}$

(30) $\frac{d}{dx}(\cot^{-1}x) = -\frac{1}{1+x^2}$

(31) $\frac{d}{dx}(\sec^{-1}x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$

(32) $\frac{d}{dx}(\operatorname{cosec}^{-1}x) = -\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$

(33) $\frac{d}{dx}(\log_a x) = \frac{1}{x}\cdot\log_a e$

(34) $\frac{d}{dx}(\sin mx) = m\cos mx$

(35) $\frac{d}{dx}(uvw) = vw\frac{du}{dx} + uw\frac{dv}{dx} + uv\frac{dw}{dx}$

(36) $\frac{d}{dx}(u^v) = u^v \frac{dv}{dx}(v \ln u)$

(37) $\frac{d}{dx}(u \pm v) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx}$

(38) $e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots$

(39) $a^x = 1 + \frac{x}{1!}(\ln a) + \frac{x^2}{2!}(\ln a)^2 + \cdots$

(40) $\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \cdots$

Integration

Chapter-10

① $\int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$

② $\int \frac{1}{x^n} \, dx = \frac{1}{(n-1)x^{n-1}} + c$

③ $\int \frac{1}{x} \, dx = \ln|x| + c$

④ $\int e^x dx = e^x + c$

~~⑤ $\int \operatorname{cosec}^2 x \, dx$~~

⑤ $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$

⑥ $\int \cos x \cdot dx = \sin x + c$

⑦ $\int \sin x \, dx = -\cos x + c$

⑧ $\int \sec^2 x \, dx = \tan x + c$

⑨ $\int \operatorname{cosec}^2 x \, dx = -\cot x + c$

⑩ $\int \sec x \cdot \tan x \cdot dx = \sec x + c$

(11) $\int \operatorname{cosec} x \cdot \cot x \, dx = -\operatorname{cosec} x + c$

(12) $\int \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = \sqrt{x} + c$

(13) $\int \frac{a+x}{a-x} dx = a \sin^{-1}\frac{x}{a} - \sqrt{a^2 - x^2} + c$

(14) $\int \frac{a-x}{a+x} dx = a \sin^{-1}\frac{x}{a} + \sqrt{a^2 - x^2} + c$

(15) $\int \tan x \, dx = -\ln(\cos x) + c = \ln(\sec x) + c$

(16) $\int \cot x \, dx = \ln(\sin x) + c = -\ln(\operatorname{cosec} x) + c$

(17) $\int \sec x \, dx = \ln \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right) + c = \ln|\sec x + \tan x| + c$

(18) $\int \operatorname{cosec} x \, dx = \ln\left|\tan\frac{x}{2}\right| + c = \ln|\operatorname{cosec} x + \cot x| + c$

(19) $\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \cdot \tan^{-1}\frac{x}{a} + c$

(20) $\int \frac{dx}{1 + x^2} = \tan^{-1} x + c$

(21) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2+x^2}} = \sin^{-1}\frac{x}{a}$

(22) $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-a^2}} = \frac{1}{a}\sec^{-1}\frac{x}{a} + c$

~~(23) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}} =$~~

(23) $\int \frac{dx}{a^2-x^2} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{a+x}{a-x}\right| + c$

(24) $\int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right| + c$

(25) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}} = \ln\left(x+\sqrt{x^2+a^2}\right) + c$

(26) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-a^2}} = \ln\left(x+\sqrt{x^2-a^2}\right) + c$

(27) $\int uv\,dx = u\int v\,dx - \int\left(\frac{du}{dx}\int v\,dx\right)dx$

(28) $\int \ln x\,dx = x\ln x - x + c$