$\therefore$ নতুন গড় $= \dfrac{240}{12} = 20$ বছর এবং নতুন ভেদাংক $= \dfrac{6388}{12} - (20)^2 = 132 \cdot 33$ বছর ।

17. 50টি সংখ্যার গড় 2 ও ভেদাংক 9 , ঐ তথ্যসারিতে আরও দুইটি সংখ্যা যোগ করা হলে সম্মিলিত গড় 2 এবং ভেদাংক $\dfrac{113}{13}$ হয় । নতুন সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

সমাধানঃ 50টি সংখ্যার সমষ্টি $= 50 \times$ তাদের গড় $= 50 \times 2 = 100$ এবং

50টি সংখ্যার বর্গের সমষ্টি $= 50 \times$ (তাদের গড় + তাদের ভেদাংক) $= 50(2+9) = 550$

আবার $(50+2)$ অর্থাৎ 52টি সংখ্যার সমষ্টি $= 52 \times$ তাদের গড় $= 52 \times 2 = 104$ এবং

52টি সংখ্যার বর্গের সমষ্টি $= 52 \times$ (তাদের গড় + তাদের ভেদাংক) $= 52\left(2 + \dfrac{113}{13}\right) = 556$

ধরি সংখ্যা দুইটি x ও y.

$\therefore\ x + y = 104 - 100 \Rightarrow x + y = 4 \Rightarrow y = 4 - x \cdots\cdots$ (i) এবং

$x^2 + y^2 = 556 - 550 \Rightarrow x^2 + y^2 = 6 \Rightarrow x^2 + (4-x)^2 = 6 \Rightarrow x^2 + 16 - 8x + x^2 = 6$

$\Rightarrow 2x^2 - 8x + 10 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 5 = 0 \Rightarrow (x-3)(x-1) = 0$

$\therefore$ (i) হতে পাই, $y = 4 - 1 = 3$, যখন $x = 1$ এবং $x_1 = 4 - 3 = 1$ যখন $x = 3$.

$\therefore$ নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি 1 ও 3.

প্রশ্নমালা XB

2. (a) 52 টি তাসের প্যাকেট হতে তিনটি তাস বের করা হলে তাস তিনটি রাজা হবার সম্ভাব্যতা কত? [চ.'০৩]

সমাধান : ধরি, তাস 3টি যেকোন প্রকারের হওয়ার ঘটনা S ও রাজা হওয়ার ঘটনা K । তাহলে,

$n(S) = {}^{52}C_3 = 22{,}100$, $n(K) = {}^4C_3 = 4$

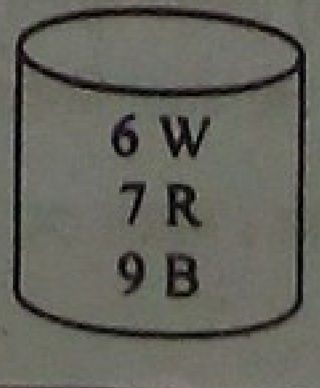
$\therefore$ তাস তিনটি রাজা হবার সম্ভাব্যতা $P(K) = \dfrac{n(K)}{n(S)} = \dfrac{4}{22100} = \dfrac{1}{5525}$

2(b) 52 খানা এক প্যাকেট তাস হতে হরতনের রাজা সরিয়ে রাখা হল। অবশিষ্ট তাসগুলো ভাল করে তাসানো হল। নিরপেক্ষভাবে একটি তাস টানলে সেটা হরতন হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর। [রা.'০১]

সমাধান : হরতনের রাজা সরিয়ে রাখা হলে অবশিষ্ট তাসের সংখ্যা $n(S) = 51$ এবং হরতনের সংখ্যা $n(H) = 12$

$\therefore$ তাসটি হরতন হওয়ার সম্ভাব্যতা $P(H) = \dfrac{n(H)}{n(S)} = \dfrac{12}{51} = \dfrac{4}{17}$ (Ans.)

3. (a) একটি বাক্সে বিভিন্ন আকারের 6টি সাদা বল, 7 টি লাল বল এবং 9 টি কালো বল আছে। এলোমেলোভাবে একটি বল তুলে নেওয়া হল। বলটি লাল বা সাদা হওয়ার সম্ভাব্যতা কত? [চ.'০৩;সি.'০৫,'০৭; ব.'০৮; য.'১১]



সমাধান ঃ বাক্সে মোট বলের সংখ্যা = (6 + 7 + 9) = 22 টি।

ধরি, বলটি যেকোন রঙের, লাল ও সাদা হওয়ার ঘটনা যথাক্রমে S , R ও W। তাহলে,

$n(S) = 22$, $n(R) = 7$ এবং $n(W) = 6$

$\therefore$ বলটি লাল বা সাদা হওয়ার সম্ভাব্যতা

$P(R\cup W)=P(R)+P(W)$, [$\because$ R ও W ঘটনা দুইটি বর্জনশীল ।]

$$=\frac{n(R)}{n(S)}+\frac{n(W)}{n(S)}=\frac{7}{22}+\frac{6}{22}=\frac{13}{22}.$$

3. (b) $P(A\cap B)=\frac{1}{3}$, $P(A\cup B)=\frac{5}{6}$ এবং $P(A)=\frac{1}{2}$ হলে, $P(B)$ এবং $P(B^c)$ এর মান নির্ণয় কর।

[রা.'০১; ঢা.'০৪,'০৬; ব.'১০]

সমাধান : দেওয়া আছে, $P(A\cap B)=\frac{1}{3}$, $P(A\cup B)=\frac{5}{6}$ এবং $P(A)=\frac{1}{2}$.

আমরা জানি, $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\Rightarrow\frac{5}{6}=\frac{1}{2}+P(B)-\frac{1}{3}$

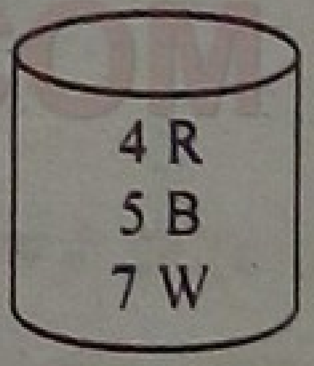
$$\Rightarrow P(B)=\frac{5}{6}+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}=\frac{5+2-3}{6}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}\text{ (Ans.)}$$

$$\therefore\ P(B^c)=1-P(B)=1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}\quad\text{(Ans.)}$$

3(c) একটি বাক্সে 4টি লাল, 5টি নীল এবং 7টি সাদা রং এর বল আছে। দৈবচয়নে একটি বলের লাল বা সাদা হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

[ব.'০৩]

সমাধান : বাক্সে মোট বলের সংখ্যা = (4 + 5 + 7) = 16 টি।



ধরি, বলটি যেকোন রঙের, লাল ও সাদা হওয়ার ঘটনা যথাক্রমে S , R ও W। তাহলে,

$n(S)=16$, $n(R)=4$ এবং $n(W)=7$

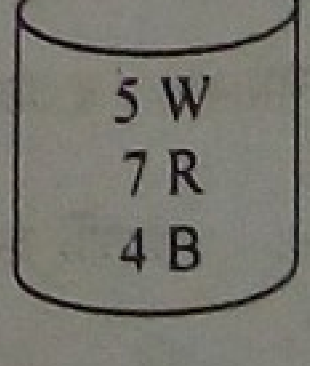
$\therefore$ বলটি লাল বা সাদা হওয়ার সম্ভাব্যতা, $P(R\cup W)=P(R)+P(W)$, [$\because$ R ও W ঘটনা দুইটি বর্জনশীল ।]

$$=\frac{n(R)}{n(S)}+\frac{n(W)}{n(S)}=\frac{4}{16}+\frac{7}{16}=\frac{11}{16}$$

3(d) একটি ব্যাগে 5টি সাদা 7টি লাল এবং 8টি কালো বল আছে। যদি বিনিময় না করে একটি একটি করে পর পর 4টি বল তুলে নেয়া হয় তবে, সবগুলি বল সাদা হবার সম্ভাব্যতা কত?

[ব.'০১; কু.'১১; সি.'১২]

সমাধান : 5টি সাদা সহ ব্যাগে মোট বলের সংখ্যা = (5 + 7 + 8) = 20টি



$\therefore$ পর পর উত্তোলিত বল চারটির সবগুলি সাদা হবার সম্ভাব্যতা $=\frac{{}^{5}C_1}{{}^{20}C_1}\times\frac{{}^{4}C_1}{{}^{19}C_1}\times\frac{{}^{3}C_1}{{}^{18}C_1}\times\frac{{}^{2}C_1}{{}^{17}C_1}$

$$=\frac{5}{20}\times\frac{4}{19}\times\frac{3}{18}\times\frac{2}{17}=\frac{1}{969}$$

3. (e) একটি ব্যাগে 7টি লাল এবং 5টি সাদা বল আছে। 4টি বল তুলে নেয়া হল। বল চারটির 2টি লাল এবং 2টি সাদা হবার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

[সি.'০৯; ব.'১২,'১৩]

সমাধান : ব্যাগে মোট বলের সংখ্যা = (7 + 5) = 12 টি।

এই 12টি বল হতে 4টিকে ${}^{12}C_4 = 495$ উপায়ে, 7টি লাল বল হতে 2টিকে ${}^7C_2 = 21$ উপায়ে এবং 5টি সাদা বল হতে 2টিকে ${}^5C_2 = 10$ উপায়ে উঠানো যায়।

$\therefore$ বল চারটির 2টি লাল এবং 2টি সাদা হবার সম্ভাব্যতা $= \dfrac{21 \times 10}{495} = \dfrac{14}{33}$

3(f) একটি বাক্সে 6টি সাদা ও 5টি লাল বল আছে। বাক্স হতে পুনঃস্থাপন করে দুটি বল নেয়া হল। বল দুটি সাদা হওয়ার সম্ভাব্যতা কত? [বুয়েট'০৪-০৫]

সমাধান : 6টি সাদাসহ বাক্সে মোট বলের সংখ্যা = (6 + 5) = 11টি

$\therefore$ ১ম বলটি সাদা হওয়ার সম্ভাব্যতা $= \dfrac{{}^6C_1}{{}^{11}C_1} = \dfrac{6}{11}$

আবার, ২য় বলটি সাদা হওয়ার সম্ভাব্যতা $= \dfrac{{}^6C_1}{{}^{11}C_1} = \dfrac{6}{11}$

$\therefore$ বল দুটি সাদা হওয়ার সম্ভাব্যতা $= \dfrac{6}{11} \times \dfrac{6}{11} = \dfrac{36}{121}$

3(g) একটি বাক্সে 6টি লাল ও 4টি হলুদ বল আছে। ঐ বাক্স থেকে দৈবভাবে পরপর 2টি বল নেওয়া হয়। প্রথম বলটি নেয়ার পর তা বাক্সে ফেরত রাখা হলনা। যদি প্রথম বারে নেওয়া বলটি লাল হয়, তবে দ্বিতীয় বলটি লাল হওয়ার শর্তাধীন সম্ভাবনা নির্ণয় কর। [টেক্সটাইল'০৮-০৯]

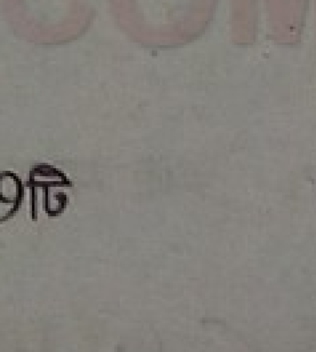
সমাধান : 6টি লালসহ বাক্সে মোট বলের সংখ্যা = (6 + 4) = 10টি

প্রথম বার একটি লাল বল নেওয়ার পর (6 − 1) = 5টি লালসহ বাক্সে মোট বলের সংখ্যা = (9 − 1) = 9টি

$\therefore$ প্রথম বারে নেওয়া বলটি লাল হওয়ার সাপেক্ষে দ্বিতীয় বলটি লাল হওয়ার শর্তাধীন সম্ভাবনা $= \dfrac{5}{9}$.

3(h) একটি বাক্সে 6টি লাল বল, 4টি সাদা বল এবং 5টি নীল বল আছে। দৈবচয়ন পদ্ধতিতে ক্রমাগতভাবে তিনটি বল বাক্স থেকে বের করলে লাল, সাদা, নীল অথবা নীল, সাদা, লাল বল ক্রমানুসারে পাওয়ার সম্ভাব্যতা বের কর যখন প্রতিটি বল বাক্সে পুনরায় রাখা না হয়। [বুয়েট'০৬-০৭]

সমাধান : বাক্সে মোট বলের সংখ্যা = (6 + 4 + 5) = 15 টি।



বল তিনটি ক্রমানুসারে লাল, সাদা, নীল পাওয়ার সম্ভাব্যতা $= \dfrac{{}^6C_1}{{}^{15}C_1} \times \dfrac{{}^4C_1}{{}^{14}C_1} \times \dfrac{{}^5C_1}{{}^{13}C_1}$

$$= \frac{6}{15} \times \frac{4}{14} \times \frac{5}{13} = \frac{4}{91}$$

আবার বল তিনটি ক্রমানুসারে নীল, সাদা, লাল পাওয়ার সম্ভাব্যতা $= \dfrac{{}^5C_1}{{}^{15}C_1} \times \dfrac{{}^4C_1}{{}^{14}C_1} \times \dfrac{{}^6C_1}{{}^{13}C_1} = \dfrac{5}{15} \times \dfrac{4}{14} \times \dfrac{6}{13} = \dfrac{4}{91}$

$\therefore$ বল তিনটি ক্রমানুসারে লাল, সাদা, নীল অথবা নীল, সাদা, লাল পাওয়ার সম্ভাব্যতা $= \dfrac{4}{91} + \dfrac{4}{91} = \dfrac{8}{91}$

$\frac{35-25}{50} = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$

4. (a) 50 জন ছাত্রের 35 জন ফুটবল, 25 জন ক্রিকেট খেলে। প্রত্যেক ছাত্র অন্তত একটি খেলায় অংশ নেয়। একজন ছাত্র দৈবভাবে নেয়া হলে, তার উভয় খেলায় অংশ নেয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর। [রা.'০১]

সমাধান : ধরি, ছাত্রটির ফুটবল ও ক্রিকেট খেলার ঘটনা যথাক্রমে F ও C । তাহলে, $n(F) = 35$, $n(C) = 25$ এবং মোট ছাত্রের সংখ্যা $n(S) = 50 = n(F \cup C)$

আমরা পাই, $n(F \cup C) = n(F) + n(C) - n(F \cap C) \Rightarrow 50 = 35 + 25 - n(F \cap C) \Rightarrow n(F \cap C) = 10$

$\therefore$ ছাত্রটির উভয় খেলায় অংশ নেয়ার সম্ভাব্যতা $P(F \cap C) = \dfrac{n(F \cap C)}{n(S)} = \dfrac{10}{50} = \dfrac{1}{5}$

4(b) একজন ছাত্রের বাংলায় পাসের সম্ভাব্যতা $\frac{2}{3}$, বাংলা ও অঙ্ক দুইটি বিষয়ে পাসের সম্ভাব্যতা $\frac{14}{45}$ এবং দুইটির যেকোনো একটিতে পাসের সম্ভাব্যতা $\frac{4}{5}$ হলে, তার অঙ্কে পাসের সম্ভাব্যতা কত? [য.'০১; ব.'০৫; সি.'১১]

সমাধান : ধরি, ছাত্রটির বাংলায় ও অঙ্কে পাসের ঘটনা যথাক্রমে B ও M । তাহলে,

$P(B) = \dfrac{2}{3}$, $P(B \cap M) = \dfrac{14}{45}$ ও $P(B \cup M) = \dfrac{4}{5}$

আমরা পাই, $P(B \cup M) = P(B) + P(M) - P(B \cap M)$

$$\Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{2}{3} + P(M) - \frac{14}{45} \Rightarrow P(M) = \frac{4}{5} + \frac{14}{45} - \frac{2}{3} = \frac{36 + 14 - 30}{45} = \frac{20}{45}$$

$\therefore$ তার অঙ্কে পাসের সম্ভাব্যতা $P(M) = \dfrac{4}{9}$

5. (a) 10 থেকে 30 পর্যন্ত স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো হতে যেকোনো একটিকে ইচ্ছামত নিলে সেই সংখ্যাটি মৌলিক, অথবা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর। [চ.'০২,'০৭; রা.'০৫; ব.'১১; কুয়েট'০৮-০৯]

সমাধান : ধরি, সংখ্যাটি যেকোনো সংখ্যা, মৌলিক ও 5 এর গুণিতক হওয়ার ঘটনা যথাক্রমে S, A ও B । তাহলে,

$A = \{11, 13, 17, 19, 23, 29\}$, $B = \{10, 15, 20, 25, 30\}$

$\therefore$ $n(A) = 6$, $n(B) = 5$ এবং $n(S) = (30 - 10) + 1 = 21$

$\therefore$ সংখ্যাটি মৌলিক, অথবা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাব্যতা $= P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

[$\because$ A ও B ঘটনা দুইটি বর্জনশীল।]

$$= \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{21} + \frac{5}{21} = \frac{11}{21} \text{ (Ans.)}$$

5(b) 20 খানা একই রকম টিকেটে 1 থেকে 20 পর্যন্ত লিখে একটি পাত্রে রেখে উত্তমরূপে মিশানোর পর আলগোছে ও নিরপেক্ষভাবে একটি টিকেট টানা হলে টিকেট খানি 3 অথবা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। [বুয়েট'০২-০৩]

সমাধান : মনে করি, 3 ও 5 এর গুণিতক এরূপ ঘটনা যথাক্রমে A ও B. তাহলে,

$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$, $B = \{5, 10, 15, 20\}$ এবং $A \cap B = \{15\}$

$\therefore$ $n(A) = 6$, $n(B) = 4$ এবং $n(A \cap B) = 1$.

∴ টিকেট খানি 3 অথবা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা $= P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$= \frac{6}{20} + \frac{4}{20} - \frac{1}{20} = \frac{9}{20} \text{ (Ans.)}$$

5(c) 1 থেকে 1000 পর্যন্ত স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো হতে যেকোনো একটিকে ইচ্ছামত নিলে সেই সংখ্যাটি 3 অথবা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, সংখ্যাটি যেকোনো সংখ্যা, 3 এর গুণিতক ও 5 এর গুণিতক হওয়ার ঘটনা যথাক্রমে S, A ও B । তাহলে, $n(S) = 1000$

$1000 \div 3 = 333\frac{1}{3}$ ∴ $n(A) = 333$, $1000 \div 5 = 200$ ∴ $n(B) = 200$

3 ও 5 এর ল.সা.গু. = 15 এবং $1000 \div 15 = 66\frac{2}{3}$ ∴ $n(A \cap B) = 66$

এখন, $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 333 + 200 - 66 = 467$

∴ সংখ্যাটি 3 অথবা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাব্যতা $= P(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{467}{1000}$

5(d) 1 থেকে 1011 পর্যন্ত স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো হতে যেকোনো একটিকে ইচ্ছামত নিলে সেই সংখ্যাটি বর্গসংখ্যা হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, সংখ্যাটি যেকোনো সংখ্যা ও বর্গসংখ্যা হওয়ার ঘটনা যথাক্রমে S ও A । তাহলে, $n(S) = 1011$

এখন, $1^2 = 1$, $2^2 = 4$, $3^2 = 9$, … $(31)^2 = 961 < 1011$; কিন্তু $(32)^2 = 1024 > 1011$.

∴ $n(A) = 31$

∴ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{31}{1011}$ (Ans.)

5(e) 1 থেকে 350 পর্যন্ত সংখ্যাগুলি হতে দৈব চয়নের মাধ্যমে একটি সংখ্যা নেওয়া হলো। সংখ্যাটি ঘনসংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা কত? [টেক্সটাইল' ০৬-০৭]

সমাধান : ধরি, সংখ্যাটি যেকোনো সংখ্যা ও ঘনসংখ্যা হওয়ার ঘটনা যথাক্রমে S ও A । তাহলে, $n(S) = 350$

এখন, $1^3 = 1$, $2^3 = 8$, $3^3 = 27$, … …, $7^3 = 343 < 350$; কিন্তু $8^3 = 512 > 350$. ∴ $n(A) = 7$

∴ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{7}{350} = \frac{1}{50}$ (Ans.)

5(f) 1 থেকে 100 এর মধ্যে তিনটি পৃথক ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার গুণফল জোড়সংখ্যা হবার সম্ভাবনা কত? [বুয়েট' ০৬-০৭]

সমাধান : 1 থেকে 100 পর্যন্ত 50 টি জোড় ও 50টি বিজোড় সংখ্যা বিদ্যমান। তিনটি জোড় সংখ্যার গুণফল অথবা দুইটি বিজোড় ও একটি জোড় সংখ্যার গুণফল অথবা একটি বিজোড় ও দুইটি জোড় সংখ্যার গুণফল একটি জোড় সংখ্যা।

∴ নির্ণেয় সম্ভাবনা = P(তিনটি জোড় সংখ্যা) + P(একটি জোড় ও দুইটি বিজোড়) + P(একটি বিজোড় ও দুইটি জোড়)

$$= \frac{^{50}C_3}{^{100}C_3} + \frac{^{50}C_1 \times {^{50}C_2}}{^{100}C_3} + \frac{^{50}C_2 \times {^{50}C_1}}{^{100}C_3} = \frac{19600}{161700} + \frac{50 \times 1225}{161700} + \frac{1225 \times 50}{161700}$$

$$= \frac{142100}{161700} = 0.8787 \text{ (প্রায়)}$$

6. (a) যদি $P(A \cap B) = 0 \cdot 48$ এবং $P(A) = 0 \cdot 6$ হয়, তবে $P(B)$ এর মান কত হলে A ও B স্বাধীন হবে?

সমাধান : আমরা জানি, A ও B স্বাধীন হলে, $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

$\Rightarrow 0.48 = 0.6 \times P(B) \Rightarrow P(B) = 0.8$ (Ans.)

6(b) $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{3}{4}$. A ও B স্বাধীন হলে $P(A \cap B)$ এবং $P(A \cup B)$ নির্ণয় কর।

[ব.'০২,'০৭; সি.'০৮,'১০; ঢ.'০৩,'০৮,'১০; চ.'০৪,'১২; রা.'০৫; কু.'১২; দি.'১২; টেক্সটাইল'১০-১১]

সমাধান : দেওয়া আছে, $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{3}{4}$.

আমরা জানি, A ও B স্বাধীন হলে, $P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

এখন, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{4+9-3}{12} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$

6(c) $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{5}$ এবং $P(A/B) = \frac{3}{8}$ হলে, $P(A \cap B)$, $P(B/A)$ এবং $P(A \cup B)$ এর মান নির্ণয় কর।

[চ.'১০; বুয়েট'০৬-০৭]

সমাধান : দেওয়া আছে, $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{5}$ এবং $P(A/B) = \frac{3}{8}$

$\therefore \quad P(A \cap B) = P(B) \times P(A/B) = \frac{1}{5} \times \frac{3}{8} = \frac{3}{40}$

$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{3/40}{1/2} = \frac{3}{40} \times \frac{2}{1} = \frac{3}{20}$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} - \frac{3}{40} = \frac{20+8-3}{40} = \frac{25}{40} = \frac{5}{8}$

6(d) একটি শ্রেণীতে 30 জন ছাত্র ও 20 জন ছাত্রী আছে। বার্ষিক পরীক্ষায় একজন ছাত্রের প্রথম ও একজন ছাত্রীর দ্বিতীয় হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

সমাধান : শ্রেণীতে মোট ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা = 50

$\therefore$ 30 জন ছাত্রের একজন প্রথম হওয়ার সম্ভাব্যতা $= \frac{^{30}C_1}{^{50}C_1} = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$

এখন অবশিষ্ট ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা $= 50 - 1 = 49$

$\therefore$ 20 জন ছাত্রীর একজন দ্বিতীয় হওয়ার সম্ভাব্যতা $= \dfrac{^{20}C_1}{^{49}C_1} = \dfrac{20}{49}$

$\therefore$ একজন ছাত্রের প্রথম ও একজন ছাত্রীর দ্বিতীয় হওয়ার সম্ভাব্যতা $= \dfrac{3}{5} \times \dfrac{20}{49} = \dfrac{12}{49}$

6. (e) একটি বাক্সে 9টি কার্ডে 1 থেকে 9 পর্যন্ত লেখা আছে। উহা হতে পরপর তিনটি কার্ড উঠানো হলো। উঠানো সংখ্যাগুলি জোড়-বিজোড়- জোড় ক্রমের হওয়ার সম্ভাবনা কত?

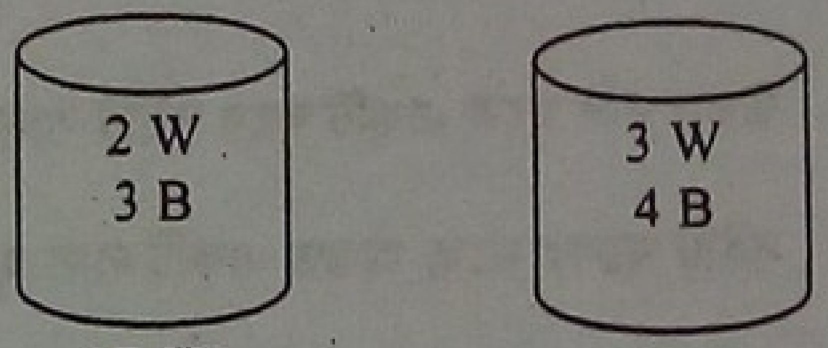
সমাধান : 1 থেকে 9 পর্যন্ত সংখ্যার মোট সংখ্যা $n(S) = 9$, জোড় সংখ্যা $n(E) = 4$ ও বিজোড় সংখ্যা $n(O) = 5$.

$\therefore$ উঠানো সংখ্যাগুলো জোড়-বিজোড়-জোড় ক্রমের হওয়ার সম্ভাবনা $= \dfrac{4}{9} \times \dfrac{5}{9-1} \times \dfrac{4-1}{9-2} = \dfrac{4}{9} \times \dfrac{5}{8} \times \dfrac{3}{7} = \dfrac{5}{42}$

7. (a) একটি পাত্রে 2টি সাদা ও 3টি কালো বল এবং অপর পাত্রে 3টি সাদা ও 4টি কালো বল আছে। প্রত্যেক দুইটি হতে একটি করে বল উঠানো হলে (i) বলগুলি একই রঙের (ii) ভিন্ন রঙের হওয়ার সম্ভাব্যতা কত?

সমাধান : ১ম পাত্রে মোট বল $= (2 + 3) = 5$ টি এবং

২য় পাত্রে মোট বল $= (3 + 4) = 7$ টি।



১ম পাত্র ২য় পাত্র

ধরি, ১ম পাত্র হতে উঠানো বলটি সাদা হবার ঘটনা W_1 ও কালো হবার ঘটনা যথাক্রমে B_1 এবং ২য় পাত্র হতে উঠানো বলটি সাদা হবার ঘটনা W_2 ও কালো হবার ঘটনা যথাক্রমে B_2.

$\therefore$ $P(W_1) = \dfrac{2}{5}$, $P(B_1) = \dfrac{3}{5}$, $P(W_2) = \dfrac{3}{7}$ এবং $P(B_2) = \dfrac{4}{7}$

(i) বলগুলো একই রঙের হওয়ার সম্ভাব্যতা $= P(W_1 \cap W_2) + P(B_1 \cap B_2)$

$$= P(W_1) \times P(W_2) + P(B_1) \times P(B_2)$$

$$= \frac{2}{5} \times \frac{3}{7} + \frac{3}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{6+12}{35} = \frac{18}{35}$$

(ii) বলগুলো ভিন্ন রঙের হওয়ার সম্ভাব্যতা $= P(W_1 \cap B_2) + P(B_1 \cap W_2)$

$$= P(W_1) \times P(B_2) + P(B_1) \times P(W_2)$$

$$= \frac{2}{5} \times \frac{4}{7} + \frac{3}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{8+9}{35} = \frac{17}{35}$$

7. (b) একটি বাক্সে 5টি লাল ও 4টি সাদা বল আছে এবং অপর একটি বাক্সে 3টি লাল এবং 6টি সাদা বল আছে। নিরপেক্ষভাবে প্রত্যেক থলি হতে একটি করে বল তোলা হল। দুইটি বলের মধ্যে অন্তত একটি লাল হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর। [ঢা.'০২,'১২; কু.'০৮]

সমাধান : ১ম বাক্সে মোট বল $= (5 + 4) = 9$ টি এবং ২য় বাক্সে মোট বল $= (3 + 6) = 9$ টি।

ধরি, ১ম বাক্স হতে উঠানো বলটি লাল হবার ঘটনা R_1 ও সাদা হবার ঘটনা W_1 এবং ২য় বাক্স হতে উঠানো বলটি লাল হবার ঘটনা R_2 ও সাদা হবার ঘটনা W_2.

$\therefore\ P(R_1)=\frac{5}{9}, P(W_1)=\frac{4}{9}, P(R_2)=\frac{3}{9}$ এবং $P(W_2)=\frac{6}{9}$

দুইটি বলের মধ্যে অন্তত একটি লাল হওয়ার সম্ভাব্যতা $= P(R_1 \cap W_2) + P(W_1 \cap R_2) + P(R_1 \cap R_2)$

$= P(R_1)\times P(W_2) + P(W_1)\times P(R_2) + P(R_1)\times P(R_2)$

$= \frac{5}{9}\times\frac{6}{9} + \frac{4}{9}\times\frac{3}{9} + \frac{5}{9}\times\frac{3}{9} = \frac{30+12+15}{81} = \frac{19}{27}$

বিকল্প পদ্ধতি : ১ম বাক্সে মোট বল = (5 + 4) = 9 টি যার 4টি সাদা এবং ২য় বাক্সে মোট বল = (3 + 6) = 9 টি যার 6টি সাদা ।

$\therefore$ ১ম বাক্স হতে একটি সাদা বল উঠার সম্ভাব্যতা $=\frac{4}{9}$ এবং ২য় বাক্স হতে একটি সাদা বল উঠার সম্ভাব্যতা $=\frac{6}{9}$

$\therefore$ উভয় থলি হতে একটি করে দুইটি সাদা বল উঠার সম্ভাব্যতা $=\frac{4}{9}\times\frac{6}{9}=\frac{24}{81}=\frac{8}{27}$

$\therefore$ দুইটি বলের মধ্যে অন্তত একটি লাল হওয়ার সম্ভাব্যতা = বল দুইটির কোনটি সাদা না হওয়ার সম্ভাব্যতা

$$= 1 - \frac{8}{27} = \frac{19}{27}$$

8. (a) দুইটি থলির একটিতে 5টি লাল ও 3টি কালো বল এবং অপর থলিতে 4টি লাল ও 5টি কালো বল আছে। সমসম্ভব উপায়ে একটি থলি নির্বাচন করা হল এবং তা থেকে দুইটি বল তোলা হলে একটি লাল ও একটি কালো হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর। [য.'০০; রা.'১১]

সমাধান : ১ম থলিতে মোট বল = (5 + 3) = 8 টি এবং ২য় পাত্রে মোট বল = (4 + 5) = 9 টি।

মনে করি, ১ম থলি ও ২য় থলি নির্বাচিত হওয়ার ঘটনা যথাক্রমে A ও B এবং বল দুইটির একটি লাল ও একটি কালো হওয়ার ঘটনা C । তাহলে, $P(A) = P(B) = \frac{1}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় সম্ভাব্যতা $= P(A\cap C) + P(B\cap C) = P(A)\times P(C/A) + P(B)\times P(C/B)$

$= \frac{1}{2}\,\frac{{}^5C_1\times{}^3C_1}{{}^8C_2} + \frac{1}{2}\,\frac{{}^4C_1\times{}^5C_1}{{}^9C_2} = \frac{1}{2}\left(\frac{5\times3}{28}+\frac{4\times5}{36}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{15}{28}+\frac{5}{9}\right)$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{135+140}{252}\right) = \frac{275}{504}$

8(b) প্রথম ব্যাগে 1টি টাকা ও 3টি পয়সা , দ্বিতীয় ব্যাগে 2টি টাকা ও 4টি পয়সা এবং তৃতীয় ব্যাগে 3টি টাকা ও 1টি পয়সা আছে। লটারির মাধ্যমে একটি ব্যাগ বাছাই করে একটি মুদ্রা উত্তোলন করলে সেটি টাকা হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর। [য.'০৩]

সমাধান : ১ম ব্যাগে মোট মুদ্রা = (1 + 3) = 4টি, ২য় ব্যাগে মোট মুদ্রা = (2 + 4) = 6 টি এবং ৩য় ব্যাগে মোট মুদ্রা = (3 + 1) = 4 টি ।

ধরি, ১ম ব্যাগ , ২য় ব্যাগ ও ৩য় ব্যাগ নির্বাচিত হওয়ার ঘটনা যথাক্রমে A, B ও C এবং মুদ্রাটি টাকা হওয়ার ঘটনা T ।
তাহলে, $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{3}$

$\therefore$ নির্ণেয় সম্ভাব্যতা $= P(A\cap T) + P(B\cap T) + P(C\cap T)$

$= P(A) \times P(T/A) + P(B) \times P(T/B) + P(C) \times P(T/C)$

$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{6} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{3}(\frac{3+4+9}{12}) = \frac{1}{3} \times \frac{16}{12} = \frac{4}{9}$

8(c) তিনটি দল I, II এবং III এ বিভক্ত শিশুদের দলে যথাক্রমে 3 জন বালিকা ও 1 জন বালক, 2 জন বালিকা ও 2 জন বালক এবং 1 জন বালিকা ও 3 জন বালক বিদ্যমান আছে। প্রতিটি দল হতে নিরপেক্ষভাবে একজন করে নির্বাচিত করা হলে তিন জনের একটি বাছাইয়ে 1 জন বালিকা ও 2 জন বালক থাকা সম্ভবনা কত? [বুয়েট'০৭-০৮]

সমাধান : দল I, II ও III থেকে নির্বাচিত শিশুটি বালক হবার ঘটনা যথাক্রমে A, B ও C , এবং বালিকা হবার ঘটনা যথাক্রমে A', B' ও C'.

$\therefore$ $P(A) = \frac{1}{4}, P(A') = \frac{3}{4}, P(B) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}, P(B') = \frac{1}{2}, P(C) = \frac{3}{4}$ ও $P(C') = \frac{1}{4}$.

$\therefore$ 1 জন বালিকা ও 2 জন বালক থাকা সম্ভবনা $= P((A\cap B\cap C')\cup(A\cap B'\cap C)\cup(A'\cap B\cap C))$

$= P(A\cap B\cap C') + P(A\cap B'\cap C) + P(A'\cap B\cap C)$

$= P(A)P(B)P(C') + P(A)P(B')P(C) + P(A')P(B)P(C)$

$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{1+3+9}{32} = \frac{13}{32}$

9. (a) একটি ব্যাগে 8টি লাল, 4টি কালো ও 3টি সাদা বল আছে। 3টি বল দৈবভাবে নেয়া হল : (i) 2টি লাল বল (ii) কমপক্ষে 2টি লাল হবার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

সমাধান : ব্যাগে মোট বল = (8 + 4 + 3) = 15টি।

মনে করি, উঠানো বল 3টির 2টি লাল ও 1টি কালো, 2টি লাল ও 1টি সাদা এবং 3টি লাল বল হওয়ার ঘটনা যথাক্রমে A, B ও C ।

(i) $P($2টি লাল বল$) = P(A\cup B) = P(A) + P(B)$, [$\because$ A ও B ঘটনা দুইটি বর্জনশীল ।]

$= \frac{^8C_2 \times {^4C_1}}{^{15}C_3} + \frac{^8C_2 \times {^3C_1}}{^{15}C_3} = \frac{28\times4}{455} + \frac{28\times3}{455} = \frac{28\times7}{455} = \frac{28}{65}$

(ii) $P($কমপক্ষে 2টি লাল বল$) = P(A\cup B\cup C)$

$= P(A) + P(B) + P(C)$, [$\because$ A ,B ও C ঘটনা তিনটি বর্জনশীল ।]

$= \frac{^8C_2 \times {^4C_1}}{^{15}C_3} + \frac{^8C_2 \times {^3C_1}}{^{15}C_3} + \frac{^8C_3}{^{15}C_3} = \frac{28\times4}{455} + \frac{28\times3}{455} + \frac{28\times2}{455} = \frac{28\times9}{455} = \frac{36}{65}$

9(b) একটি বাক্সে 5টি লাল ও 10টি সাদা বল আছে। একটি বালক যেমন খুশি টানলে প্রতিবারে (i) দুইটি ভিন্ন রঙের বল (ii) দুইটি একই রঙের বল পাবার সম্ভাব্যতা কত? [ঢ.'০১; য.'০৮; কু.'১৩]

সমাধান : ব্যাগে মোট বল = (5 + 10) = 15টি।

(i) P(দুইটি ভিন্ন রঙের বল) = P(1টি লাল বল ও 1টি সাদা বল) $= \dfrac{{}^5C_1 \times {}^{10}C_1}{{}^{15}C_2} = \dfrac{5 \times 10}{105} = \dfrac{10}{21}$

(ii) P(দুইটি একই রঙের বল) = P(2টি লাল বল অথবা 2টি সাদা বল)

= P(2টি লাল বল) + P (2টি সাদা বল), [∵ ঘটনা দুইটি বর্জনশীল ।]

$= \dfrac{{}^5C_2}{{}^{15}C_2} + \dfrac{{}^{10}C_2}{{}^{15}C_2} = \dfrac{10}{105} + \dfrac{45}{105} = \dfrac{55}{105} = \dfrac{11}{21}$

9. (c) একটি বাক্সে 5টি কালো ও 4টি সাদা বল আছে। দৈবভাবে 3টি বল তুলে নেওয়া হল। বলগুলো কালো হবার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর। [ঢা.'০৫]

সমাধান : বাক্সে মোট বল = (5 + 4) = 9 টি।

$^5C_3/{}^9C_3$

ধরি, বল তিনটি যেকোনো রঙের হওয়ার ঘটনা S এবং কালো হওয়ার ঘটনা B । তাহলে,

$n(S) = {}^9C_3 = 84,\ n(B) = {}^5C_3 = 10$

∴ বলগুলি কালো হবার সম্ভাব্যতা $= P(B) = \dfrac{n(B)}{n(S)} = \dfrac{10}{84} = \dfrac{5}{42}$

9(d) একটি ব্যাগে 3টি কালো ও 4টি সাদা বল আছে। দৈবভাবে একটি করে 2টি বল তুলে নেওয়া হল। দ্বিতীয় বলটি সাদা হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর,যখন প্রথমটি উঠানোর পর তা (i) ব্যাগে রাখা হয় (ii) ব্যাগে রাখা না হয়। [য.'০১]

সমাধান : ব্যাগে মোট বল = (3 + 4) = 7

(i) প্রথমটি উঠানোর পর তা ব্যাগে রাখা হলে, দ্বিতীয় বলটি সাদা হওয়ার সম্ভাব্যতা

= P(প্রথম বলটি কালো ও ২য় বলটি সাদা) + P(প্রথম বলটি সাদা ও ২য় বলটি সাদা)

$= \dfrac{{}^3C_1}{{}^7C_1} \times \dfrac{{}^4C_1}{{}^7C_1} + \dfrac{{}^4C_1}{{}^7C_1} \times \dfrac{{}^4C_1}{{}^7C_1} = \dfrac{3}{7} \times \dfrac{4}{7} + \dfrac{4}{7} \times \dfrac{4}{7} = \dfrac{12+16}{49} = \dfrac{28}{49} = \dfrac{4}{7}$

(ii) প্রথমটি উঠানোর পর তা ব্যাগে রাখা না হলে, দ্বিতীয় বলটি সাদা হওয়ার সম্ভাব্যতা

= P(প্রথম বলটি কালো ও ২য় বলটি সাদা) + P(প্রথম বলটি সাদা ও ২য় বলটি সাদা)

$= \dfrac{{}^3C_1 \times {}^4C_1}{{}^7C_2} + \dfrac{{}^4C_2}{{}^7C_2} = \dfrac{3 \times 4}{21} + \dfrac{6}{21} = \dfrac{12+6}{21} = \dfrac{18}{21} = \dfrac{6}{7}$

9. (e) একটি পাত্রে 6টি লাল, 5টি সবুজ ও 4টি সাদা বল আছে। 3টি বল দৈবভাবে নেয়া হল। (i) বলগুলি ভিন্ন রঙের (ii) বলগুলি একই রঙের (iii) 2টি লাল বল [টেক্সটাইল'০০-০১] (iv) 3টি সবুজ বল (v) অন্তত 2টি লাল বল [কুয়েট'০৩-০৪] (vi) সর্বাধিক 2টি সাদা বল হবার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

সমাধান : পাত্রে মোট বল = (6 + 5 + 4) = 15টি

(i) বলগুলো ভিন্ন রঙের হবার সম্ভাব্যতা = P(1টি লাল বল, 1টি সবুজ বল ও 1টি সাদা বল)

$= \frac{{}^6C_1 \times {}^5C_1 \times {}^4C_1}{{}^{15}C_3} = \frac{6\times5\times4}{455} = \frac{24}{91}$

(ii) বলগুলো একই রঙের হবার সম্ভাব্যতা = P(বল তিনটি লাল অথবা সবুজ অথবা সাদা)

= P(বল তিনটি লাল) + P(বল তিনটি সবুজ) + P(বল তিনটি সাদা)

$= \frac{{}^6C_3}{{}^{15}C_3} + \frac{{}^5C_3}{{}^{15}C_3} + \frac{{}^4C_3}{{}^{15}C_3} = \frac{20+10+4}{455} = \frac{34}{455}$

(iii) 2টি লাল বল হবার সম্ভাব্যতা = P(2টি লাল বল ও 1টি সবুজ বল) + P(2টি লাল বল ও 1টি সাদা বল)

$= \frac{{}^6C_2 \times {}^5C_1}{{}^{15}C_3} + \frac{{}^6C_2 \times {}^4C_1}{{}^{15}C_3} = \frac{15\times5}{455} + \frac{15\times4}{455} = \frac{15\times9}{455} = \frac{27}{91}$

(iv) 3টি সবুজ বল হবার সম্ভাব্যতা $= \frac{{}^5C_3}{{}^{15}C_3} = \frac{5}{455} = \frac{1}{91}$

(v) অন্তত 2টি লাল বল হবার সম্ভাব্যতা

= P(2টি লাল বল ও 1টি সবুজ বল) + P(2টি লাল বল ও 1টি সাদা বল) + P(বল তিনটি লাল)

$= \frac{{}^6C_2 \times {}^5C_1}{{}^{15}C_3} + \frac{{}^6C_2 \times {}^4C_1}{{}^{15}C_3} + \frac{{}^6C_3}{{}^{15}C_3} = \frac{15\times5}{455} + \frac{15\times4}{455} + \frac{20}{455} = \frac{75+60+20}{455} = \frac{155}{455} = \frac{31}{91}$

(vi) সর্বাধিক 2টি সাদা বল হবার সম্ভাব্যতা = 1 − P(3টি সাদা বল) $= 1 - \frac{{}^4C_3}{{}^{15}C_3} = 1 - \frac{4}{455} = \frac{451}{455}$

9. (f) একটি বাক্সে 15টি সাদা ও 10টি কালো রঙের মার্বেল আছে। একটি বালক যেমন খুশি টানলে প্রতিবারে 2টি (i) ভিন্ন রঙের (ii) একই রঙের মার্বেল হওয়ার সম্ভাব্যতা কত? [কু.'০০; ঢা.'০৮]

সমাধান : ব্যাগে মোট মার্বেল = (15 + 10) = 25টি।

(i) প্রতিবারে 2টি ভিন্ন রঙের মার্বেল হওয়ার সম্ভাব্যতা = P(1টি সাদা মার্বেল ও 1টি কালো মার্বেল)

$= \frac{{}^{15}C_1 \times {}^{10}C_1}{{}^{25}C_2} = \frac{15\times10}{300} = \frac{1}{2}$

(ii) P(দুইটি একই রঙের মার্বেল) = P(2টি সাদা মার্বেল অথবা 2টি কালো মার্বেল)

= P(2টি সাদা মার্বেল) + P (2টি কালো মার্বেল), [∵ ঘটনা দুইটি বর্জনশীল ।]

$= \frac{{}^{15}C_2}{{}^{25}C_2} + \frac{{}^{10}C_2}{{}^{25}C_2} = \frac{105}{300} + \frac{45}{300} = \frac{150}{300} = \frac{1}{2}$

9(g) একই আকারের 7টি সাদা, 3টি কালো বল একটি সারিতে সাজানো হল, দুইটি কালো বল পাশাপাশি না বসার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। [রুয়েট' 11-12]

সমাধান : মোট বল = 7 + 3 = 10টি। একই আকারের 7টি সাদা ও 3টি কালো বল একটি সারিতে $\frac{10!}{7!\times3!} = 120$

উপায়ে সাজানো যায়। 7টি সাদা বল এক সারিতে বসালে তাদের মাঝে 6টি এবং দুই পাশে দুইটি সহ মোট 8টি স্থানে 3টি কালো বল $\frac{{}^8P_3}{3!} = \frac{8\times7\times6}{6} = 56$ উপায়ে সাজানো যায়।

$\therefore$ নির্ণেয় সম্ভাবনা $= \frac{56}{120} = \frac{7}{15}$

10. (a) 52 খানা তাসের প্যাকেটে 4টি টেক্কা আছে। নিরপেক্ষভাবে যেকোনো একখানা তাস টেনে টেক্কা না পাওয়ার সম্ভাব্যতা কত? [চ.'০১]

সমাধান ঃ এখানে, মোট তাসের সংখ্যা $n(S) = 52$, টেক্কার সংখ্যা $n(A) = 4$.

$\therefore$ তাসটি টেক্কা হওয়ার সম্ভাব্যতা, $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

$\therefore$ তাসটি টেক্কা না হওয়ার সম্ভাব্যতা $= 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{13} = \frac{12}{13}$

10(b) একটি ছক্কা ও দুইটি মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ করা হল। নমুনাক্ষেত্রটি লিখ। (i) 2টি হেড ও জোড় সংখ্যা (ii) ছক্কার 4 পাবার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর। [রা.'০৩; কু.'০৫; ব.'০৭; ঢা.'১২]

সমাধান ঃ দুইটি মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ করা হলে তার নমুনা ক্ষেত্র = {HH, HT, TH, TT} ও একটি ছক্কা নিক্ষেপ করা হলে তার নমুনা ক্ষেত্র ={1, 2, 3, 4, 5, 6}

$\therefore$ একটি ছক্কা ও দুইটি মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ করা হলে তার নমুনা ক্ষেত্রটি S ={HH1, HH2, HH3, HH4, HH5, HH6, HT1, HT2, HT3, HT4, HT5, HT6, TH1, TH2, TH3, TH4, TH5, TH6, TT1, TT2, TT3, TT4, TT5, TT6}

নমুনা ক্ষেত্রে নমুনা বিন্দুর সংখ্যা $n(S) = 24$.

2টি হেড ও জোড় সংখ্যা পাবার ঘটনা A এবং ছক্কায় 4 পাবার ঘটনা B হলে, A = {HH2, HH4, HH6} এবং B ={HT4, HH4, TH4, TT4}

$\therefore$ $n(A) = 3, n(B) = 4$.

$\therefore$ $P(A) = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}, P(B) = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$

10(c) 52 খানা তাসের প্যাকেট হতে পুনঃস্থাপনপূর্বক 2টি তাস দৈবভাবে উঠানো হল। তাস 2টি (i) একই রঙের রাজা পাবার (ii) একই রঙের রাজা না পাবার (iii) রাজা না পাবার সম্ভাব্যতা কত?

সমাধান ঃ ধরি, পুনঃস্থাপনপূর্বক উঠানো তাস 2টি যেকোন প্রকারের হওয়ার ঘটনা S, কালো রঙের রাজা হওয়ার ঘটনা B এবং লাল রঙের রাজা হওয়ার ঘটনা R।

তাহলে, $n(S) = {}^{52}C_1 \times {}^{52}C_1 = 2704,\ n(B) = {}^2C_1 \times {}^2C_1 = 4, n(R) = {}^2C_1 \times {}^2C_1 = 4$.

(i) তাস 2টি একই রঙের রাজা পাবার ঘটনা $= P(B \cup R) = P(B) + P(R)$, [$\because$ ঘটনা দুইটি বর্জনশীল।]

$$= \frac{n(B)}{n(S)} + \frac{n(R)}{n(S)} = \frac{4}{2704} + \frac{4}{2704} = \frac{1}{338}$$

(ii) একই রঙের রাজা না পাবার ঘটনা $= 1 - P(B \cup R) = 1 - \frac{1}{338} = \frac{337}{338}$

(iii) যেকোনো প্রকারের রাজা হওয়ার ঘটনা A হলে, $n(A) = {}^4C_1 \times {}^4C_1 = 16$

$\therefore$ রাজা পাবার সম্ভাব্যতা $= P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{16}{2704} = \frac{1}{169}$

$\therefore$ রাজা না পাবার সম্ভাব্যতা $= P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{169} = \frac{168}{169}$

11. (a) একটি সুষম মুদ্রা পরপর তিন বার টস করা হল। প্রতিটি টসেই প্রথম হেড পাওয়ার শর্তে দুই বা ততোধিক হেড পাওয়ার সম্ভাবনা কত? কোনো শর্ত আরোপ করা না হলে দুই বা ততোধিক হেড পাওয়ার সম্ভাবনা কত? [য.'০২]

সমাধান ঃ একটি মুদ্রা একবার টস করা হলে নমুনা ক্ষেত্র $= \{H, T\}$ এবং পরপর দুইবার টস করা হলে নমুনা ক্ষেত্র $= \{H, T\} \times \{H, T\} = \{HH, HT, TH, TT\}$ 2^3

$\therefore$ তা পরপর তিনবার টস করা হলে নমুনা ক্ষেত্রটি

$S = \{H, T\} \times \{HH, HT, TH, TT\} = \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\}$

$\therefore n(S) = 8.$

প্রথমে হেড পাওয়ার শর্তে দুই বা ততোধিক হেড পাওয়ার ঘটনা A এবং কোনো শর্ত আরোপ করা না হলে দুই বা ততোধিক হেড পাওয়ার ঘটনা B হলে,

$A = \{HHT, HHT, HTH\}$ $\therefore n(A) = 3$

$B = \{HHT, HHT, HTH, THH\}$ $\therefore n(B) = 4$

$\therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{8}$, $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

11(b) দুইটি ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ করা হলে তাদের নমুনাক্ষেত্র তৈরি কর। দুটি ছয় উঠার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

[ব.'০১; য.'০৩; কু.'০৩,'১৩; সি.'০৪,'১৩; রা.'০৭; চ.'০৮,'১১] 6^2

সমাধান ঃ দুইটি ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ করা হলে নমুনা ক্ষেত্রটি $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \times \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$= \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6),$
$(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6),$
$(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$

$\therefore n(S) = 36$ । দুটি ছয় উঠার ঘটনা A হলে,

$A = \{(6, 6)\}$ $\therefore n(A) = 1$

$\therefore$ দুটি ছয় উঠার সম্ভাব্যতা $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{36}$

2^3

11(c) একটি মুদ্রা তিন বার টস করা হল। পর্যায়ক্রমে মুদ্রাটির হেড এবং টেইল পাবার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর। [চ.'০০; বুয়েট'১১-১২]

সমাধান ঃ একটি মুদ্রা একবার টস করা হলে নমুনা ক্ষেত্র = {H, T} এবং পরপর দুইবার টস করা হলে নমুনা ক্ষেত্র = {H, T} × {H, T}={HH, HT, TH, TT}

∴ তা পরপর তিনবার টস করা হলে নমুনা ক্ষেত্রটি

S ={H, T} × {HH, HT, TH, TT} ={HHT, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT}

∴ n(S) = 8.

পর্যায়ক্রমে মুদ্রাটির হেড এবং টেইল পাবার ঘটনা A হলে, A = {HTH} ∴ n(A) = 1

∴ পর্যায়ক্রমে মুদ্রাটির হেড এবং টেইল পাবার সম্ভাব্যতা $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{8}$

11(ঘ) একটি ছক্কা ও দুইটি মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ করা হলে তাদের নমুনাক্ষেত্র তৈরি কর। ছক্কার 4 উঠার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর। [দি.'১৩]

সমাধান : দুইটি মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ করা হলে তাদের নমুনাক্ষেত্র = {H, T} × {H, T}={HH, HT, TH, TT}

∴ একটি ছক্কা ও দুইটি মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ করা হলে তাদের নমুনাক্ষেত্র, $2^2 \times 6$

S ={1, 2, 3, 4, 5, 6} × {HH, HT, TH, TT}

={ 1HH, 1HT, 1TH, 1TT, 2HH, 2HT, 2TH, 2TT, 3HH, 3HT, 3TH, 3TT, 4HH, 4HT, 4TH, 4TT, 5HH, 5HT, 5TH, 5TT, 6HH, 6HT, 6TH, 6TT}

∴ n(S) = 24

ছক্কার 4 উঠার ঘটনা A হলে, A = {4HH, 4HT, 4TH, 4TT}. ∴ n(A) = 4.

∴ ছক্কার 4 উঠার সম্ভাব্যতা $= \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$

12(a) একটি পরীক্ষায় 30% ছাত্র গণিতে, 20% ছাত্র রসায়নে এবং 10% ছাত্র উভয় বিষয়ে ফেল করে। দৈবভাবে একজন ছাত্র নির্বাচন করা হল। (i) যদি ছাত্রটি রসায়নে ফেল করে থাকে তবে তার গণিতে ফেল করার সম্ভাব্যতা কত? (ii) ছাত্রটি একটি মাত্র বিষয়ে ফেল করার সম্ভাব্যতা কত? (iii) ছাত্রটির গণিতে ফেল এবং রসায়নে পাস করার সম্ভাব্যতা কত?

সমাধান ঃ ধরি, ছাত্রটি গণিতে ও রসায়নে ফেল করার ঘটনা M ও C । তাহলে, $P(M) = 30\% = \frac{30}{100} = 0{\cdot}3$

$P(C) = 20\% = 0{\cdot}2$ ও $P(M \cap C) = 10\% = 0{\cdot}1$

(i) ছাত্রটি রসায়নে ফেল করে থাকে তবে তার গণিতে ফেল করার সম্ভাব্যতা $P(M/C) = \frac{P(M \cap C)}{P(C)} = \frac{0{\cdot}1}{0{\cdot}2} = \frac{1}{2}$

(ii) ছাত্রটি একটি মাত্র বিষয়ে ফেল করার সম্ভাব্যতা = P(গণিতে ফেল) + P(রসায়নে ফেল) − P(উভয় বিষয়ে ফেল)

$= P(M) + P(C) - P(M \cap C) = 0{\cdot}3 + 0{\cdot}2 - 0{\cdot}1 = 0{\cdot}4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

(iii) ছাত্রটির গণিতে ফেল এবং রসায়নে পাস করার সম্ভাব্যতা $= P(M \cap C') = P(M) - P(M \cap C)$

$= 0{\cdot}3 - 0{\cdot}1 = 0{\cdot}2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

12 (b) গণিত ও পরিসংখ্যান বিষয়ে 200 জন পরীক্ষার্থীর মধ্যে 20 জন পরিসংখ্যানে এবং 40 জন গণিতে ফেল করে। উভয় বিষয়ে 10 জন ফেল করেছে। নিরপেক্ষভাবে একজন ছাত্রকে বাছাই করলে তার পরিসংখ্যানে পাস ও গণিতে ফেল হওয়ার সম্ভাবনা কত? [কু.'০১,'১২; চ.'০১,'০৮; রা.'০৪,'১২; য.'০৪; ঢা.'০৫; টেক্সটাইল'০৩-০৪]

সমাধান ঃ দেওয়া আছে, মোট পরীক্ষার্থীর সংখ্যা $n(E) = 200$ । ধরি, ছাত্রটির গণিতে ও পরিসংখ্যানে ফেল করার ঘটনা যথাক্রমে M ও S এবং ছাত্রটির গণিতে ও পরিসংখ্যানে পাস করার ঘটনা M' ও S'. তাহলে, $n(M) = 40$, $n(S) = 20$, $n(M \cap S) = 10$

$\therefore$ ছাত্রটির পরিসংখ্যানে পাস ও গণিতে ফেল হওয়ার সম্ভাবনা $= P(M \cap S') = P(M) - P(M \cap S)$

$$= \frac{n(M)}{n(E)} - \frac{n(M \cap S)}{n(E)} = \frac{40}{200} - \frac{10}{200} = \frac{30}{200} = \frac{3}{20}$$

বিকল্প পদ্ধতি : দেওয়া আছে, মোট পরীক্ষার্থীর সংখ্যা = 200 জন , গণিতে ফেল করা ছাত্রের সংখ্যা = 40 জন, পরিসংখ্যানে ফেল কার ছাত্রের সংখ্যা = 20 জন এবং উভয় বিষয়ে ফেল করা ছাত্রের সংখ্যা = 10 জন।

$\therefore$ গণিতে ফেল এবং পরিসংখ্যানে পাস করা ছাত্রের সংখ্যা $= 40 - 10 = 30$ জন।

$\therefore$ ছাত্রটির পরিসংখ্যানে পাস ও গণিতে ফেল হওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{30}{200} = \frac{3}{20}$

12(c) আলমের বাংলা পরীক্ষায় ফেল করার সম্ভাব্যতা $\frac{1}{5}$, বাংলা ও ইংরেজি দুটিতেই পাসের সম্ভাব্যতা $\frac{3}{4}$ এবং দুইটির যেকোন একটিতে পাসের সম্ভাব্যতা $\frac{7}{8}$ হলে, তার কেবল ইংরেজিতে পাসের সম্ভাব্যতা কত?

[ঢা.'০১,'০৮; য.'০৯; দি.'১৩]

সমাধান ঃ আলমের বাংলায় ফেল করার সম্ভাব্যতা $\frac{1}{5}$

$\therefore$ তার বাংলায় পাস করার সম্ভাব্যতা $= 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

ধরি, তার বংলায় পাস করার ঘটনা B এবং ইংরেজিতে পাস করার ঘটনা E । তাহলে, $P(B) = \frac{4}{5}$, $P(B \cap E) = \frac{3}{4}$

এবং $P(B \cup E) = \frac{7}{8}$

এখন, $P(B \cup E) = P(B) + P(E) - P(B \cap E)$

$$\Rightarrow \frac{7}{8} = \frac{4}{5} + P(E) - \frac{3}{4} \Rightarrow P(E) = \frac{7}{8} + \frac{3}{4} - \frac{4}{5} \Rightarrow P(E) = \frac{35+30-32}{40} = \frac{33}{40},$$

$\therefore$ তার কেবল ইংরেজিতে পাসের সম্ভাব্যতা $= P(E) - P(B \cap E) = \frac{33}{40} - \frac{3}{4} = \frac{33-30}{40} = \frac{3}{40}$

বিকল্প পদ্ধতি ঃ ধরি, আলমের বংলায় পাস করার ঘটনা B এবং ইংরেজিতে পাস করার ঘটনা E ।

প্রশ্নমতে, $P(B \cap E) = \frac{3}{4}$, $P(B \cup E) = \frac{7}{8}$ এবং $P(B') = \frac{1}{5}$

$\therefore$ $P(B\cup E)' = 1 - P(B\cup E) = 1 - \frac{7}{8} = \frac{1}{8} \Rightarrow P(B'\cap E') = \frac{1}{8}$,[দ্যা'মরগানের বিধি অনুযায়ী]

এখন, $P(B'\cap E) = P(B') - P(B'\cap E') = \frac{1}{5} - \frac{1}{8} = \frac{3}{40}$

$\therefore$ আলমের কেবল ইংরেজিতে পাসের সম্ভাব্যতা $= \frac{3}{40}$

13(a) একজন প্রার্থী একটি শিল্প প্রতিষ্ঠানের তিনটি পদে আবেদন করে। প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় পদে প্রার্থীর সংখ্যা যথাক্রমে 3, 4 এবং 2। ঐ প্রার্থীর কমপক্ষে একটি পদে চাকুরি পাওয়ার সম্ভাব্যতা কত? [কু.'০২]

সমাধান ঃ ধরি, ১ম , ২য় ও ৩য় পদে চাকরি পাওয়ার ঘটনা যথাক্রমে A, B ও C ।

$\therefore$ $P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{4}$ এবং $P(C) = \frac{1}{2}$.

$\therefore$ ১ম পদে চাকরি না পাওয়ার সম্ভাব্যতা $= P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

অনুরূপ, $P(B') = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ এবং $P(C') = \frac{1}{2}$

$\therefore$ ঐ প্রার্থীর কোন পদে চাকুরি না পাওয়ার সম্ভাব্যতা $= P(A'\cap B'\cap C') = P(A')\times P(B')\times P(C')$

$$= \frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$\therefore$ ঐ প্রার্থীর কমপক্ষে একটি পদে চাকুরি পাওয়ার সম্ভাব্যতা $= 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

13 (b) 500 জন লোকের 50 জন ইত্তেফাক পড়েনা, 25 জন জনকণ্ঠ পড়েনা এবং 10 জন এ দুটোর কোনটাই পড়েনা। এদের একজন লোক নির্বাচন করা হলে তার জনকণ্ঠ পড়া ও ইত্তেফাক না পড়ার সম্ভাব্যতা কত?

সমাধান ঃ দেওয়া আছে, মোট লোকের সংখ্যা $n(S) = 500$ । ধরি, লোকটির ইত্তেফাক না পড়ার ঘটনা E ও জনকণ্ঠ না পড়ার ঘটনা J । তাহলে,

$n(E) = 50, n(J) = 25$ এবং $n(E\cap J) = 10$.

$\frac{(50-10)}{500} = \frac{40}{500}$

জনকণ্ঠ পড়ার ঘটনা J' হলে, ঐ ব্যক্তির জনকণ্ঠ পড়া ও ইত্তেফাক না পড়ার সম্ভাব্যতা

$$= P(E\cap J') = P(E) - P(E\cap J) = \frac{n(E)}{n(S)} - \frac{n(E\cap J)}{n(S)} = \frac{50}{500} - \frac{10}{500} = \frac{40}{500} = \frac{2}{25} \quad \text{(Ans.)}$$

13 (c) কোনো নির্বাচনে চারজন প্রার্থী A, B, C, D এর জয়ের সম্ভাব্যতা যথাক্রমে 0·4, 0·3, 0·2, 0·1; নির্বাচনের পূর্বমূহুর্তে C তার প্রার্থিতা প্রত্যাহার করল। এখন অবশিষ্ট তিন জন প্রার্থীর জয়ের সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ C এর পরাজয়ের সম্ভাব্যতা ছিল $1 - 0\cdot2 = 0\cdot8$

$\therefore$ অবশিষ্ট প্রত্যেক প্রার্থীর জয়ের সম্ভাব্যতা $\frac{1}{0\cdot8} = 1\cdot25$ গুণ বৃদ্ধি পাবে।

$\therefore$ A এর জয়ের সম্ভাব্যতা $= 0\cdot4\times1\cdot25 = 0\cdot5$, B এর জয়ের সম্ভাব্যতা $= 0\cdot3\times1\cdot25 = 0\cdot375$ এবং

D এর জয়ের সম্ভাব্যতা $= 0{\cdot}1 \times 1{\cdot}25 = 0{\cdot}125$

13(d) একজন বিক্রেতা প্রত্যেক খরিদ্দারের নিকট শতকরা 70 ভাগ সুযোগে দ্রব্য বিক্রি করে। পর্যায়ক্রমিক খরিদ্দারদের আচরণ পারস্পারিক প্রভাবমুক্ত। যদি A এবং B দুইজন খরিদ্দার দোকানে প্রবেশ করে, তাহলে A অথবা B এর নিকট বিক্রেতার দ্রব্য বিক্রয়ের সম্ভবনা কত? উ: $0{\cdot}91$ [বুয়েট' ১২-১৩]

সমাধান ঃ মনে করি, A ও B এর নিকট দ্রব্য বিক্রয়ের ঘটনা যথাক্রমে C ও D.

$\therefore\ P(C) = P(D) = \dfrac{70}{100} = 0\cdot7$. এখানে, ঘটনা দুইটি স্বাধীন।

$\therefore$ A অথবা B এর নিকট বিক্রেতার দ্রব্য বিক্রয়ের সম্ভবনা $= P(C \cup D) = P(C) + P(D) - P(C \cap D)$

$$= P(C) + P(D) - P(C){\cdot}P(D)$$
$$= 0{\cdot}7 + 0{\cdot}7 - 0{\cdot}7 \times 0{\cdot}7 = 0{\cdot}91$$

14. একটি অধিবর্ষে 53টি শুক্রবার থাকার সম্ভাব্যতা কত? [টেক্সটাইল'১১-১২,১২-১৩]

সমাধান ঃ আমরা জানি, 1 অধিবর্ষ = 366 দিন অর্থাৎ 52 সপ্তাহ 2 দিন। 52 সপ্তাহে 52টি শুক্রবার এবং অবশিষ্ট 2 দিন পরপর বৃহসপতি ও শুক্র বা, শুক্র ও শনি বা, শনি ও রবি বা, রবি ও সোম বা, সোম ও মঙ্গল বা, মঙ্গল ও বুধ বা, বুধ ও বৃহস্পতি - এই সাত প্রকারের যেকোনো এক প্রকারের হতে পারে। এদের মধ্যে শুক্রবারের অনুকূল ঘটনা 2টি ।

$\therefore$ অধিবর্ষে 53টি শুক্রবার থাকার সম্ভাব্যতা $= \dfrac{2}{7}$

15. একটি ঘটনার অনুকূলে সুযোগ 4 : 3, অন্য একটি স্বাধীন ঘটনার প্রতিকূলে সুযোগ 2 : 3 । ঘটনাদ্বয়ের কমপক্ষে একটি ঘটার সম্ভাব্যতা কত?

সমাধান ঃ ধরি, ১ম ও ২য় ঘটনার অনুকূলে সুযোগ যথাক্রমে A ও B । তাহলে,

$P(A) = \dfrac{4}{4+3} = \dfrac{4}{7}$ এবং $P(B) = \dfrac{3}{2+3} = \dfrac{3}{5}$.

$\therefore$ ঘটনাদ্বয়ের কমপক্ষে একটি ঘটার সম্ভাব্যতা $= P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$= P(A) + P(B) - P(A) \times P(B),\ [\because \text{ ঘটনা দুটি স্বাধীন }]$$
$$= \frac{4}{7} + \frac{3}{5} - \frac{4}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{20+21-12}{35} = \frac{29}{35}$$

16. (a) কোনো পরিবারে 3 জন শিশু আছে এবং এদের মধ্যে কমপক্ষে 1 জন বালক। পরিবারটিতে 2 জন বালক থাকার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ 3 জন শিশুর মধ্যে কমপক্ষে 1 জন বালক থাকতে পারে $(2^3 - 1) = 7$ উপায়ে এবং 3 জন শিশুর মধ্যে 2 জন বালক থাকাতে পারে ${}^3C_2 = 3$ উপায়ে।

$\therefore$ পরিবারটিতে 2 জন বালক থাকার সম্ভাব্যতা $= \dfrac{3}{7}$

(b) 5 জন ছাত্র হতে কমপক্ষে একজন, 3 জন ছাত্রী হতে কমপক্ষে একজন ও 2 জন শিক্ষক হতে কমপক্ষে একজন নিয়ে একটি দল গঠন করা হল। দলটিতে কমপক্ষে 4 জন ছাত্র, সর্বাধিক 2 জন ছাত্রী ও 2 জন শিক্ষক থাকার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ 5 জন ছাত্র হতে কমপক্ষে একজন, 3 জন ছাত্রী হতে কমপক্ষে একজন ও 2 জন শিক্ষক হতে কমপক্ষে একজন নিয়ে একটি দল গঠন করা যায় $(2^5-1)(2^3-1)(2^2-1)=651$ উপায়ে। আবার, দলটিতে কমপক্ষে 4 জন ছাত্র, সর্বাধিক 2 জন ছাত্রী ও 2 জন শিক্ষক থাকতে পারে $({}^5C_4+{}^5C_5)({}^3C_2+{}^3C_1)\times{}^2C_2=36$ উপায়ে।

$\therefore$ নির্ণেয় সম্ভাব্যতা $=\dfrac{36}{651}=\dfrac{12}{217}$

17. দুটি ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ করা হল। নমুনাক্ষেত্রটি লিখ। ১ম ছক্কার পাঠ = x এবং ২য় ছক্কার পাঠ = y হলে নিম্নের সম্ভাবনাগুলো নির্ণয় কর:(i) $P(x=y)$, (ii) $P(x=2y)$, (iii) $P(x+y\geq 7)$, (iv) $P(x+y=7)$

সমাধান ঃ দুইটি ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ করা হলে নমুনা ক্ষেত্রটি $S=\{1,2,3,4,5,6\}\times\{1,2,3,4,5,6\}$

$=\{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6),(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6),$
$(3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6),(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6),$
$(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6),(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)\}$

$\therefore\ n(S)=36$।

(i) এখানে, $n(x=y)=6\ \therefore\ P(x=y)=\dfrac{n(x=y)}{n(S)}=\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$

(ii) এখানে, $n(x=2y)=3\ \therefore\ P(x=2y)=\dfrac{n(x=2y)}{n(S)}=\dfrac{3}{36}=\dfrac{1}{12}$

(iii) এখানে, $n(x+y\geq 7)=21\ \therefore P(x+y\geq 7)=\dfrac{21}{36}=\dfrac{7}{12}$

(iv) এখানে, $n(x+y=7)=6\ \therefore P(x+y=7)=\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$

18. আবহাওয়া পূর্বাভাস P(আজ বৃষ্টি হবে) = 40%, P(কাল বৃষ্টি হবে) = 50%, P(আজ ও কাল বৃষ্টি হবে) = 30%. আজ বৃষ্টি হয়েছে এই শর্তে আগামীকাল বৃষ্টি হবার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর। $P\left(\frac{TKB}{TB}\right)=\frac{30\%}{40\%}$

সমাধান ঃ ধরি, আজ বৃষ্টি হবার ঘটনা A এবং কাল বৃষ্টি হবার ঘটনা B। তাহলে, $P(A)=40\%=\dfrac{40}{100}=0\cdot4$, $P(B)=50\%=0\cdot5$ এবং $P(A\cap B)=0\cdot3$

$\therefore$ আজ বৃষ্টি হয়েছে এই শর্তে আগামীকাল বৃষ্টি হবার সম্ভাব্যতা $P(B/A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{0\cdot3}{0\cdot4}=\dfrac{3}{4}$

19. কোনো কারখানার 100 জন শ্রমিকের মধ্যে 40 জন পুরুষ ও 20 জন মহিলা বিবাহিত, এবং 10 জন পুরুষ ও 30 জন মহিলা অবিবাহিত। নির্বিচারে বাছাইকৃত একজন শ্রমিক (i) বিবাহিত পুরুষ (ii) অবিবাহিত মহিলা হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ (i) মনে করি, বাছাইকৃত শ্রমিকটি বিবাহিত হওয়ার ঘটনা A এবং পুরুষ হওয়ার ঘটনা B.

বিবাহিত পুরুষ হওয়ার সম্ভাব্যতা $=P(B/A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{n(A\cap B)}{n(A)}=\dfrac{40}{40+20}=\dfrac{40}{60}=\dfrac{2}{3}$

(ii) মনে করি, বাছাইকৃত শ্রমিকটি অবিবাহিত হওয়ার ঘটনা C এবং মহিলা হওয়ার ঘটনা D.

অবিবাহিত মহিলা হওয়ার সম্ভাব্যতা $= P(D/C) = \frac{P(C \cap D)}{P(C)} = \frac{n(C \cap D)}{n(C)} = \frac{30}{10+30} = \frac{30}{40} = \frac{3}{4}$

20 (a) পুনরাবৃত্তি না ঘটিয়ে 2, 4, 7, 9, 3, 8 অঙ্কগুলি ব্যবহার করে দুই অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা বানানো হবে। সংখ্যাটি জোড় হওয়ার সম্ভাবনা কত? [বুয়েট' ১০-১১]

সমাধান : পুনরাবৃত্তি না ঘটিয়ে 2, 4, 7, 9, 3, 8 অঙ্কগুলি ব্যবহার করে দুই অঙ্ক বিশিষ্ট মোট সংখ্যা $= {}^6P_2 = 30$ এবং জোড় সংখ্যা $= {}^3P_1 \times {}^5P_1 = 15$.

$\therefore$ নির্ণেয় সম্ভাবনা $= \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$

20(b) একটি ছক্কার গুটির সাথে এমনভাবে তার বেঁধে দেয়া হলো যে, একটি জোড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনা একটি বিজোড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনার দ্বিগুণ হয়ে গেল। ছক্কা একবার নিক্ষেপে 4 এর কম ফোঁটা আসার ঘটনা A দ্বারা নির্দেশিত হলে P(A) নির্ণয় কর। উঃ 4/9 [টেক্সটাইল' ০১-০২]

সমাধান : ছক্কার গুটিতে জোড় ফোঁটা তিনটি 2, 4, 6 এবং বিজোড় ফোঁটা তিনটি 1, 3, 5. একটি বিজোড় ফোঁটা আসার সম্ভাবনা x হলে, $3x + 2 \times 3x = 1 \Rightarrow 3x + 6x = 1 \Rightarrow 9x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{9}$.

$\therefore$ 1, 3, 5 এর প্রতিটি আসার সম্ভাবনা $\frac{1}{9}$ এবং 2, 4, 6 এর প্রতিটি আসার সম্ভাবনা $\frac{2}{9}$.

$\therefore$ 4 এর কম ফোঁটা আসার সম্ভাবনা $= P(A) = P(1) + P(2) + P(3) = \frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \frac{1}{9} = \frac{4}{9}$

20(c) একটি ছক্কা দুইবার চাল দেওয়া হলো। প্রথম চালে 4, 5 অথবা 6 এবং দ্বিতীয় চালে 1, 2, 3 অথবা 4 ওঠার সম্ভাবনা বের কর। উঃ 1/3 [রুয়েট' ০৯-১০]

সমাধান : মনে করি, প্রথম চালে 4, 5 অথবা 6 ওঠার ঘটনা A এবং দ্বিতীয় চালে 1, 2, 3 অথবা 4 ওঠার ঘটনা B.

তাহলে, $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ এবং $P(B) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

$\therefore$ প্রথম চালে 4, 5 অথবা 6 এবং দ্বিতীয় চালে 1, 2, 3 অথবা 4 ওঠার সম্ভাবনা $= P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

21. কোনো বিদ্যালয় হতে জুনিয়ার বৃত্তি পরীক্ষায় 10 জন অংশগ্রহণ করে। সকলেরই বৃত্তি পাওয়ার বা না পাওয়ার সম্ভাবনা সমান। ঐ বিদ্যালয় হতে কেবলমাত্র তিন জনের বৃত্তি পাওয়ার সম্ভাব্যতা কত?

সমাধান ঃ প্রত্যেকের বৃত্তি পাওয়া বা না পাওয়ার সম্ভাব্যতা $= \frac{1}{2}$. আবার 10 থেকে 3 জনকে বাছাই করা যায় ${}^{10}C_3 = 120$ উপায়ে।

এ 3 জনের বৃত্তি পাওয়ার সম্ভাব্যতা $= (\frac{1}{2})^3$ এবং অন্য 7 জনের বৃত্তি না পাওয়ার সম্ভাব্যতা $= (\frac{1}{2})^7$

∴ কেবলমাত্র তিন জনের বৃত্তি পাওয়ার সম্ভাব্যতা $=120\times(\frac{1}{2})^3\times(\frac{1}{2})^7=\frac{120}{2^{10}}=\frac{120}{1024}=\frac{15}{128}$

22. (a) দুই অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যাগুলি হতে দৈবচয়ন প্রক্রিয়ায় একটি সংখ্যা তাহলে 5 দ্বারা বিভাজ্য জোড়সংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা – [SUST 12-13]

A. 1/2 B. 1/5 C. 1/9 D. 1/10

সমাধানঃ দুই অঙ্ক বিশিষ্ট মোট সংখ্যা = 99 – 9 = 90 এবং 5 দ্বারা বিভাজ্য দুই অঙ্ক বিশিষ্ট জোড় সংখ্যা 9টি (10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90). ∴ নির্ণেয় সম্ভাবনা $=\frac{9}{90}=\frac{1}{10}$

(b) 16 জন বালক ও 12 জন বালিকা একটি প্রতিযোগিতায় অংশগ্রহণ করলে, একটি বালক প্রথম ও একটি বালিকা দ্বিতীয় হওয়ার সম্ভাবতা হল ঃ

A. 6/7 B. 1/7 C. 5/63 D. 16/63

সমাধানঃ সম্ভাব্যতা $=\frac{16}{28}\times\frac{12}{27}=\frac{16}{63}$

(c) ভিন্ন এককে প্রকাশিত দুইটি তথ্যসারির তুলনা করতে উপযুক্ত পরিমাপ হলো –

A. ভেদাঙ্ক B. পরিসর C. বিভেদাঙ্ক D. পরিমিত ব্যবধান

23. 1, 2, 3, 4 অঙ্কগুলি যেকোনো সংখ্যকবার ব্যবহার করে চার অঙ্কের একটি সংখ্যা গঠন করা হল।

(a) সংখ্যাটির অঙ্কগুলি ভিন্ন ভিন্ন হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

(b) সংখ্যাটির অঙ্কগুলি অভিন্ন হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

(c) সংখ্যাটির অঙ্কগুলি জোড় হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ চার অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যার প্রতিটি স্থান (একক বা দশক বা শতক বা হাজার) 4টি অঙ্ক দ্বারা 4 উপায়ে পূরণ করা যাবে।

∴ চার অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা গঠন করা যাবে $4\times4\times4\times4=4^4=256$ উপায়ে । যাদের $^4P_4=24$ টি সংখ্যার অঙ্কগুলি ভিন্ন ভিন্ন এবং 1111, 2222, 3333 ও 4444 সংখ্যা 4টির অঙ্কগুলি অভিন্ন। আবার $256\div2=128$ টি সংখ্যা জোড়।

∴ (a) সংখ্যাটির অঙ্কগুলি ভিন্ন ভিন্ন হওয়ার সম্ভাব্যতা $=\frac{24}{256}=\frac{3}{32}$,

(b) অভিন্ন হওয়ার সম্ভাব্যতা $=\frac{4}{256}=\frac{1}{64}$

(c) জোড় সংখ্যা হওয়ার সম্ভাব্যতা $=\frac{128}{256}=\frac{1}{2}$

অতিরিক্ত প্রশ্ন (সমাধানসহ)

1. "PROBABILITY" শব্দটির বর্ণগুলি একত্রে নিয়ে সাজালে প্রথমে ও শেষে B থাকার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ "PROBABILITY" শব্দটিতে মোট 11টি বর্ণ আছে যাদের 2টি B ও 2টি I ।

$\therefore$ এ শব্দটির বর্ণগুলি একত্রে নিয়ে মোট সাজানো যায় $\frac{11!}{2!\times 2!} = 9979200$ উপায়ে এবং প্রথমে ও শেষে B রেখে সাজানো যায় $\frac{9!}{2!} = 181440$ উপায়ে।

$\therefore$ প্রথমে ও শেষে B থাকার সম্ভাব্যতা $= \frac{181440}{9979200} = \frac{1}{55}$

2. "TECHNOLOGY" শব্দটির বর্ণগুলো একত্রে নিয়ে সাজালে স্বরবর্ণগুলো পাশাপাশি থাকার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

সমাধান : 'TECHNOLOGY' শব্দটিতে মোট 10টি বর্ণ আছে যাদের 2টি O সহ 3টি স্বরবর্ণ ।

$\therefore$ এ শব্দটির বর্ণগুলি একত্রে নিয়ে মোট সাজানো যায় $\frac{10!}{2!} = 1814400$ উপায়ে এবং স্বরবর্ণগুলি পাশাপাশি রেখে সাজানো যায় $8! \times \frac{3!}{2!} = 120960$ উপায়ে।

$\therefore$ স্বরবর্ণগুলো পাশাপাশি থাকার সম্ভাব্যতা $= \frac{120960}{1814400} = \frac{1}{15}$

3. " EVENT " বর্ণগুলো থেকে তিনটি বর্ণ নিয়ে একটি শব্দ গঠন করা হল। সংখ্যাটিতে কমপক্ষে 1টি E থাকার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

সমাধান : " EVENT " শব্দটিতে মোট 5টি বর্ণ আছে যাদের 2টি E ও অন্য তিনটি ভিন্ন ।

3টি ভিন্ন বর্ণ V, N ও T দ্বারা শব্দ গঠন করা যায় $3! = 6$টি ; 3টি ভিন্ন বর্ণ V, N , T হতে যেকোনো 2টি ও 1টি E নিয়ে শব্দ গঠন করা যায় $^3C_2 \times 3! = 18$ টি এবং 3টি ভিন্ন বর্ণ V, N , T হতে যেকোনো 1টি ও 2টি E নিয়ে শব্দ গঠন করা যায় $^3C_1 \times \frac{3!}{2!} = 9$ টি।

$\therefore$ সংখ্যাটিতে কমপক্ষে 1টি E থাকার সম্ভাব্যতা $= \frac{18+9}{6+18+9} = \frac{27}{33} = \frac{9}{11}$

4. 6 জন বিজ্ঞান ও 4 জন কলা বিভাগের ছাত্র থেকে 6 জনের একটি কমিটি গঠন করা হল। কমিটিতে বিজ্ঞানের ছাত্রদের সংখ্যা গরিষ্ঠিতা থাকার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

সমাধান : 6 জন বিজ্ঞান ও 4 জন কলা বিভাগের ছাত্র থেকে 6 জনের একটি কমিটি গঠন করা $(^6C_6 \times {}^4C_0 + {}^6C_5 \times {}^4C_1 + {}^6C_4 \times {}^4C_2 + {}^6C_3 \times {}^4C_3 + {}^6C_2 \times {}^4C_4)$

$= (1 + 6 \times 4 + 15 \times 6 + 20 \times 4 + 15 \times 1) = (1 + 24 + 90 + 80 + 15) = 210$ উপায়ে যাদের $(^6C_6 \times {}^4C_0 + {}^6C_5 \times {}^4C_1 + {}^6C_4 \times {}^4C_2) = 115$ টি কমিটিতে বিজ্ঞানের ছাত্রদের সংখ্যা গরিষ্ঠিতা থাকে।

$\therefore$ কমিটিতে বিজ্ঞানের ছাত্রদের সংখ্যা গরিষ্ঠিতা থাকার সম্ভাব্যতা $= \frac{115}{210} = \frac{23}{42}$

5. 11 ডিজিট বিশিষ্ট একটি মোবাইল নম্বরে শেষের ডিজিট শূন্য হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ 0 হতে 9 পর্যন্ত মোট 10টি অঙ্ক (0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9) আছে ।
প্রত্যেকটি ডিজিট 10টি অঙ্ক দ্বারা 10 উপায়ে পূরণ করা যাবে।

∴ 11 ডিজিট বিশিষ্ট মোবাইল নম্বরের সংখ্যা = 10^{11} এবং শেষের ডিজিট শূন্য এরূপ মোবাইল নম্বরের সংখ্যা = 10^{10}

∴ 11 ডিজিট বিশিষ্ট একটি মোবাইল নম্বরে শেষের ডিজিট শূন্য হওয়ার সম্ভাব্যতা = $\frac{10^{10}}{10^{11}} = \frac{1}{10}$

6. 22 জন খেলোয়াড়ের মধ্যে দুইজন উইকেট রক্ষক। 11 সদস্যের দুইটি ক্রিকেট দল গঠন করা হল। উইকেট রক্ষক দুইজন ভিন্ন দলে থাকার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ 22 জন হতে 11 জনের দুইটি ক্রিকেট দল গঠন করা যায় $\frac{22!}{2!(11!)^2}$ উপায়ে ।

আবার, দুইজন ইউকেট রক্ষককে দুইটি টিমে নিদিষ্ট করে 20 জনকে দুইটি সমান ভাগে সেই নির্দিষ্ট টিমে বিভক্ত করা যায় $\frac{20!}{(10!)^2}$ উপায়ে ।

∴ উইকেট রক্ষক দুইজন ভিন্ন দলে রেখে দুইটি ক্রিকেট দল গঠন করা যায় $\frac{20!}{(10!)^2}$ উপায়ে ।

∴ উইকেট রক্ষক দুইজন ভিন্ন দলে থাকার সম্ভাব্যতা = $\frac{20!}{(10!)^2} \times \frac{2!(11!)^2}{22!} = \frac{2 \times (11)^2}{22 \times 21} = \frac{11}{21}$

7. 1 হতে 50 পর্যন্ত স্বাভাবিক সংখ্যার একটি দৈবভাবে তুলে নেয়া হল। সংখ্যাটি 3 অথবা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ ধরি, সংখ্যাটি যেকোনো সংখ্যা, 3 এর গুণিতক ও 5 এর গুণিতক হওয়ার ঘটনা যথাক্রমে S, A ও B ।
তাহলে, $n(S) = 50$

$50 \div 3 = 16\frac{2}{3}$ $\therefore n(A) = 16, 50 \div 5 = 10$ $\therefore n(B) = 10$

3 ও 5 এর ল.সা.গু. = 15 এবং $50 \div 15 = 3\frac{1}{3}$ $\therefore n(A \cap B) = 3$

এখন, $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 16 + 10 - 3 = 23$

∴ সংখ্যাটি 3 অথবা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাব্যতা = $P(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{23}{50}$

ভর্তি পরীক্ষার MCQ:

1. 1 থেকে 520 পর্যন্ত সংখ্যাগুলি থেকে দৈবচয়ন পদ্ধতিতে একটি সংখ্যা চয়ন করা হলে সংখ্যাটি অযুগ্ম ঘনসংখ্যা হওয়ার সম্ভাব্যতা কত? **[DU 10-11]**

Sol^n: $1^3, 3^3, 5^3, 7^3 < 520$; কিন্তু $9^3 > 520$ ∴ নির্ণেয় সম্ভাব্যতা = 4/520 = 1/130.

2. 1 থেকে 99 পর্যন্ত সংখ্যাগুলি থেকে দৈবচয়ন পদ্ধতিতে একটি সংখ্যা নেয়া হল। সংখ্যাটি বর্গ সংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা কত?