যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রাম

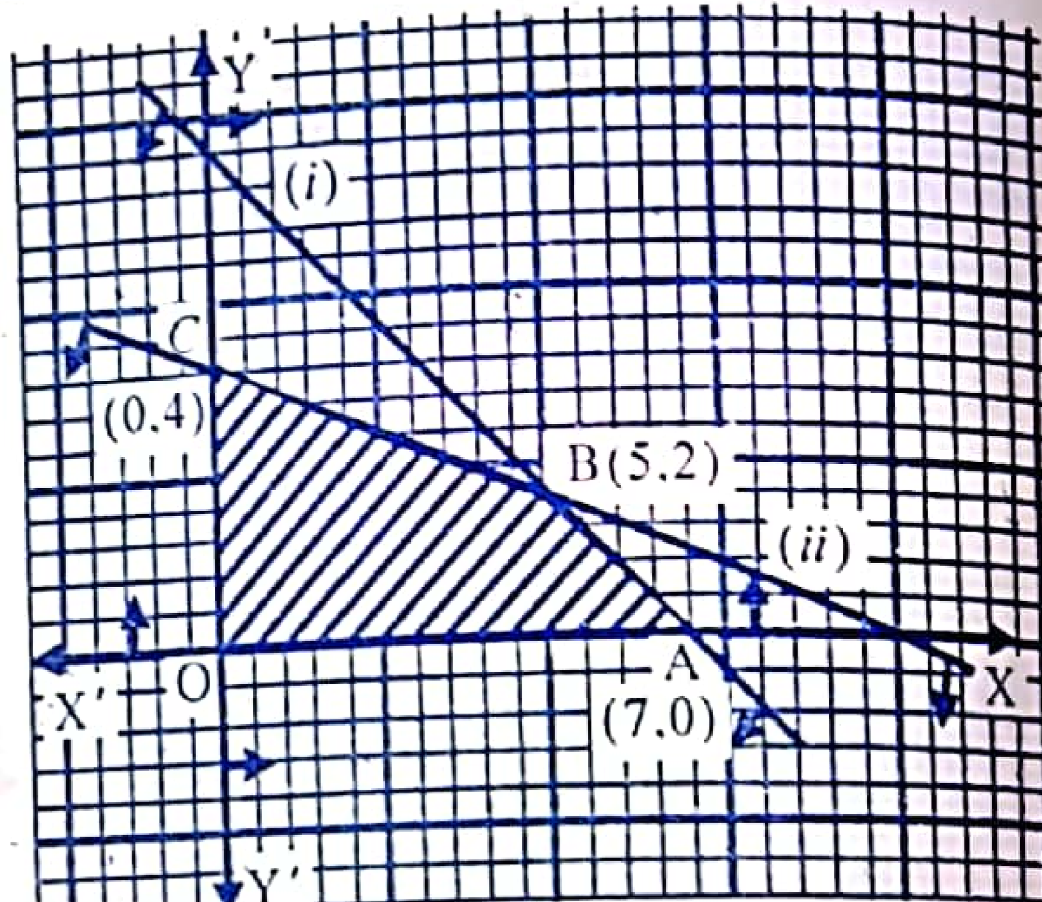
2. নিচের যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামগুলিকে লিখচিত্রের সাহায্যে সমাধান করে সর্বোচ্চকরণ কর:

(a) $z = 3x + 4y$, সীমাবদ্ধতা : $x + y \le 7$, $2x + 5y \le 20$, $x \ge 0$, $y \ge 0$. [চ.'০২,'১৩,'১৫; য.'০৩,'১২; ঢা.'১২'১৫; ব.,দি.'মা.'১৫; কুয়েট,'০৪-০৫]

সমাধান : প্রদত্ত অসমতাগুলোর অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ,

$x + y = 7 \Rightarrow \frac{x}{7} + \frac{y}{7} = 1 \cdots \cdots$(i); $2x + 5y = 20 \Rightarrow \frac{x}{10} + \frac{y}{4} = 1 \cdots \cdots$ (ii)

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা $X'OX$ ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 2 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i) ও (ii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।



OABC চতুর্ভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, A(7,0) , $x + y = 7$ ও $2x + 5y = 20$ এর ছেদবিন্দু B(5,2) এবং C(0,4)।

O(0,0) বিন্দুতে $z = 3 \times 0 + 4 \times 0 = 0$,

A(7,0) বিন্দুতে $z = 3 \times 7 + 4 \times 0 = 21$,

B(5,2) বিন্দুতে $z = 3 \times 5 + 4 \times 2 = 23$ এবং

C(0,4) বিন্দুতে $z = 3 \times 0 + 4 \times 4 = 16$

$\therefore$ B(5,2) বিন্দুতে অভিষ্ট ফাংশন z এর সর্বোচ্চ মান = 23

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = 5$, $y = 2$ এবং $Z_{max} = 23$

ক্যালকুলেটরের সাহায্যে $x + y = 7$ ও $2x + 5y = 20$ এর ছেদবিন্দু নির্ণয় :

MODE 3 times 1 EQN 2 1 = 1 = 1 = 7 = 2 = 5 = 2 0 = x =5 = y =2

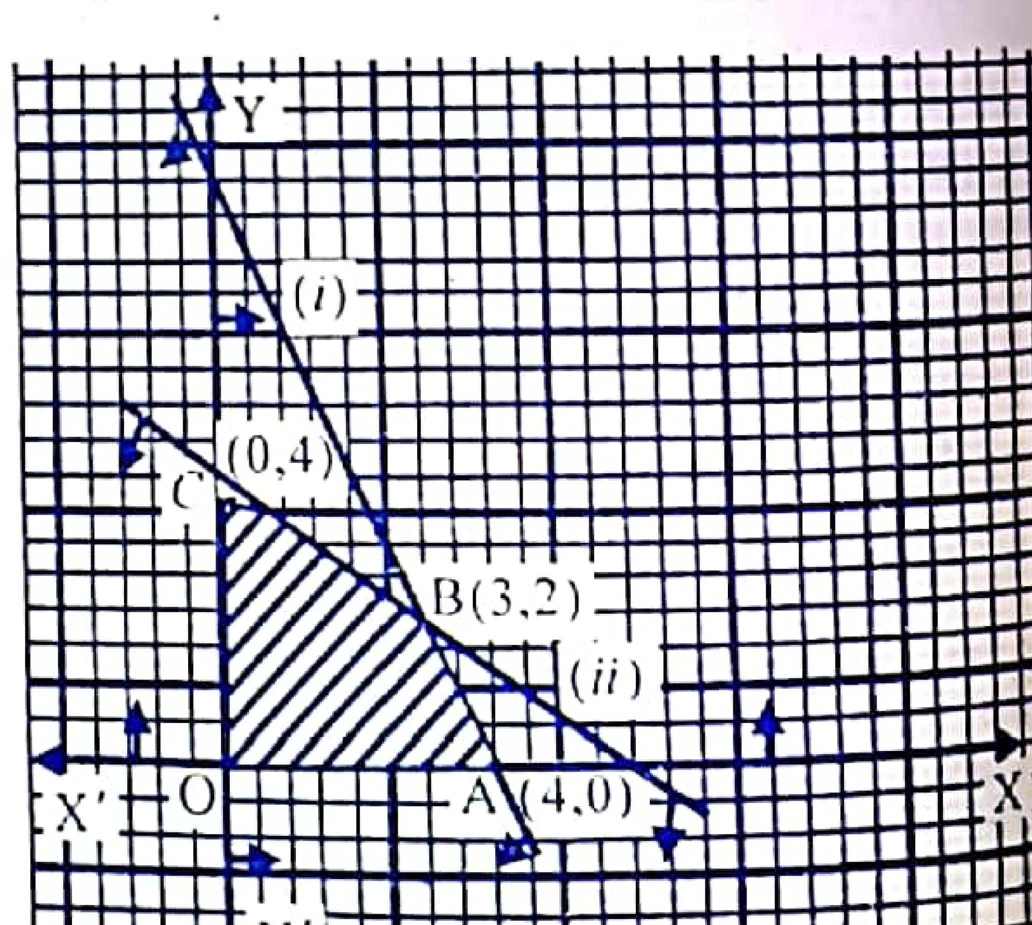
2(b) $z = 3x + y$, সীমাবদ্ধতা: $2x + y \le 8$, $2x + 3y \le 12$, $x, y \ge 0$. [ব.'০৩,'০৫; রা.'১৩]

সমাধান : প্রদত্ত অসমতাগুলোর অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ,

$2x + y = 8 \Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{8} = 1 \cdots \cdots$(i), $2x + 3y = 12$

$\Rightarrow \frac{x}{6} + \frac{y}{4} = 1 \cdots \cdots$ (ii)

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা $X'OX$ ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 2 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i) ও (ii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।



OABC চতুর্ভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, A(4,0), $2x + y = 8$ ও $2x + 3y = 12$ এর ছেদবিন্দু B(3,2) এবং C(0,4)।

O(0,0) বিন্দুতে $z = 3 \times 0 + 0 = 0$, A(4,0) বিন্দুতে $z = 3 \times 4 + 0 = 12$,

B(3,2) বিন্দুতে $z = 3 \times 3 + 2 = 11$. এবং C(0,4) বিন্দুতে $z = 3 \times 0 + 4 = 4$

$\therefore$ B(4,0) বিন্দুতে অভিষ্ট ফাংশন z এর সর্বোচ্চ মান = 12

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = 4$, $y = 0$ এবং $Z_{max} = 12$

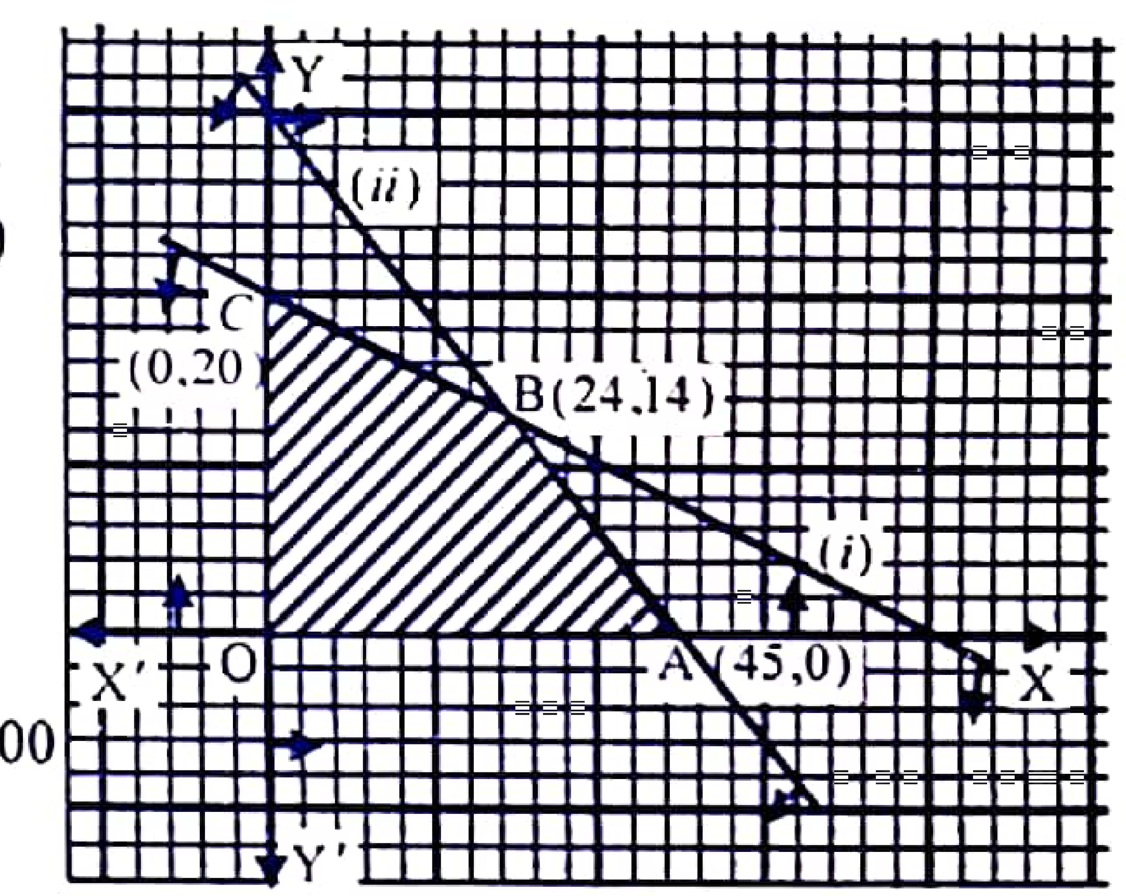
2(c) $z = 45x + 80y$, সীমাবদ্ধতা: $5x + 20y \le 400$, $10x + 15y \le 450$, $x, y \ge 0$. **[য.'১০]**

সমাধান : প্রদত্ত অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ,

$5x + 20y = 400 \Rightarrow \frac{x}{80} + \frac{y}{20} = 1 \cdots \cdots$(i), $10x + 15y = 450 \Rightarrow \frac{x}{45} + \frac{y}{30} = 1 \cdots \cdots$ (ii)

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা $X'OX$ ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 1 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 2 একক ধরে (i) ও (ii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

OABC চতুর্ভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।



এখানে, A(45,0), $5x + 20y = 400$ ও

$10x + 15y = 450$ এর ছেদবিন্দু B(24,14) এবং C(0,20)

O(0,0) বিন্দুতে $z = 45 \times 0 + 80 \times 0 = 0$,

A(45,0) বিন্দুতে $z = 45 \times 45 + 80 \times 0 = 2025$,

B(24,14) বিন্দুতে $z = 45 \times 24 + 80 \times 14 = 2200$,

এবং C(0,20) বিন্দুতে $z = 45 \times 0 + 80 \times 14 = 1120$

$\therefore$ B(24,14) বিন্দুতে অভিষ্ট ফাংশন z এর সর্বোচ্চ মান = 2200

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = 24$, $y = 14$ এবং $Z_{max} = 2200$

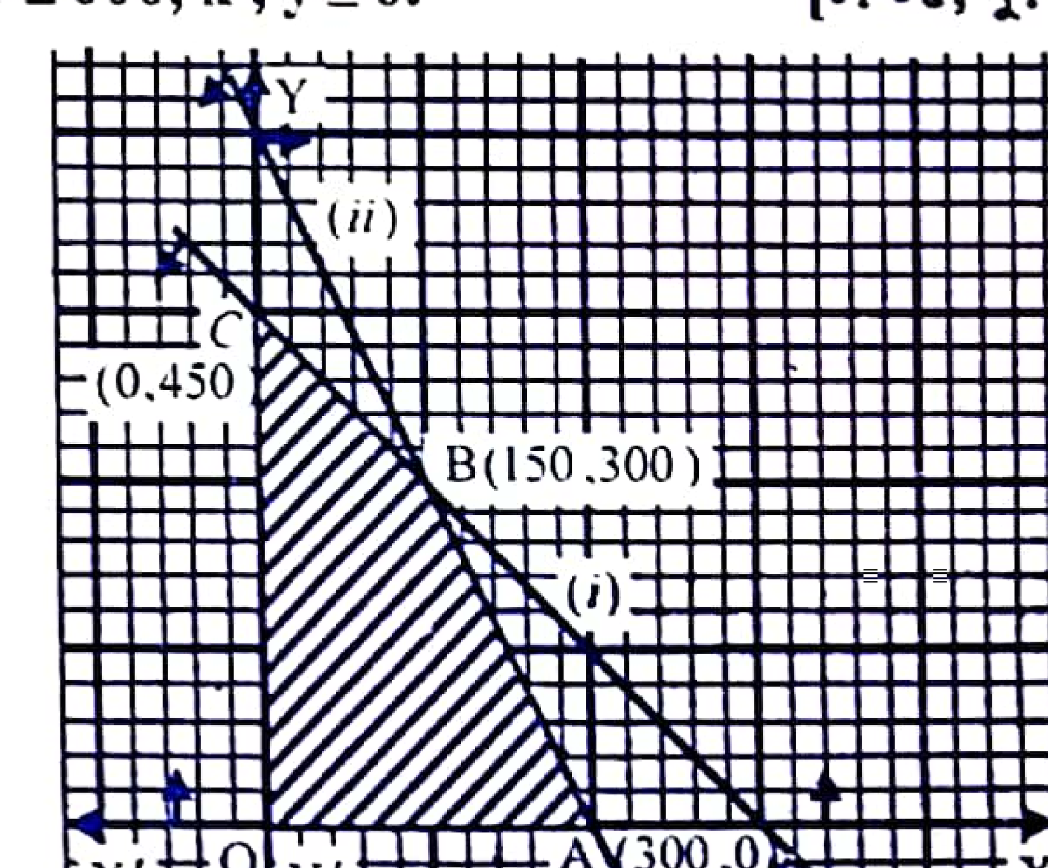
2(d) $z = 3x + 4y$, সীমাবদ্ধতা : $x + y \le 450$, $2x - y \le 600$, $x, y \ge 0$. **[চ.'০৫; কু.'০৯]**

সমাধান : প্রদত্ত অসমতাগুলোর অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ,

$x + y = 450 \Rightarrow \frac{x}{450} + \frac{y}{450} = 1 \cdots \cdots$(i),

$2x + y = 600 \Rightarrow \frac{x}{300} + \frac{y}{600} = 1 \cdots \cdots$ (ii)

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা $X'OX$ ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 1 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 30 একক ধরে (i) ও (ii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।



OABC চতুর্ভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, A(300,0), $x + y = 450$ ও $2x + y = 600$ এর ছেদবিন্দু B(150, 300) এবং C(0, 450)

O(0,0) বিন্দুতে $z = 3\times0 + 4\times0 = 0$, A(300,0) বিন্দুতে $z = 3\times300 + 4\times0 = 900$,

B(150,300) বিন্দুতে $z = 3\times150 + 4\times300 = 1650$ এবং

C(0,450) বিন্দুতে $z = 3\times0 + 4\times450 = 1800$

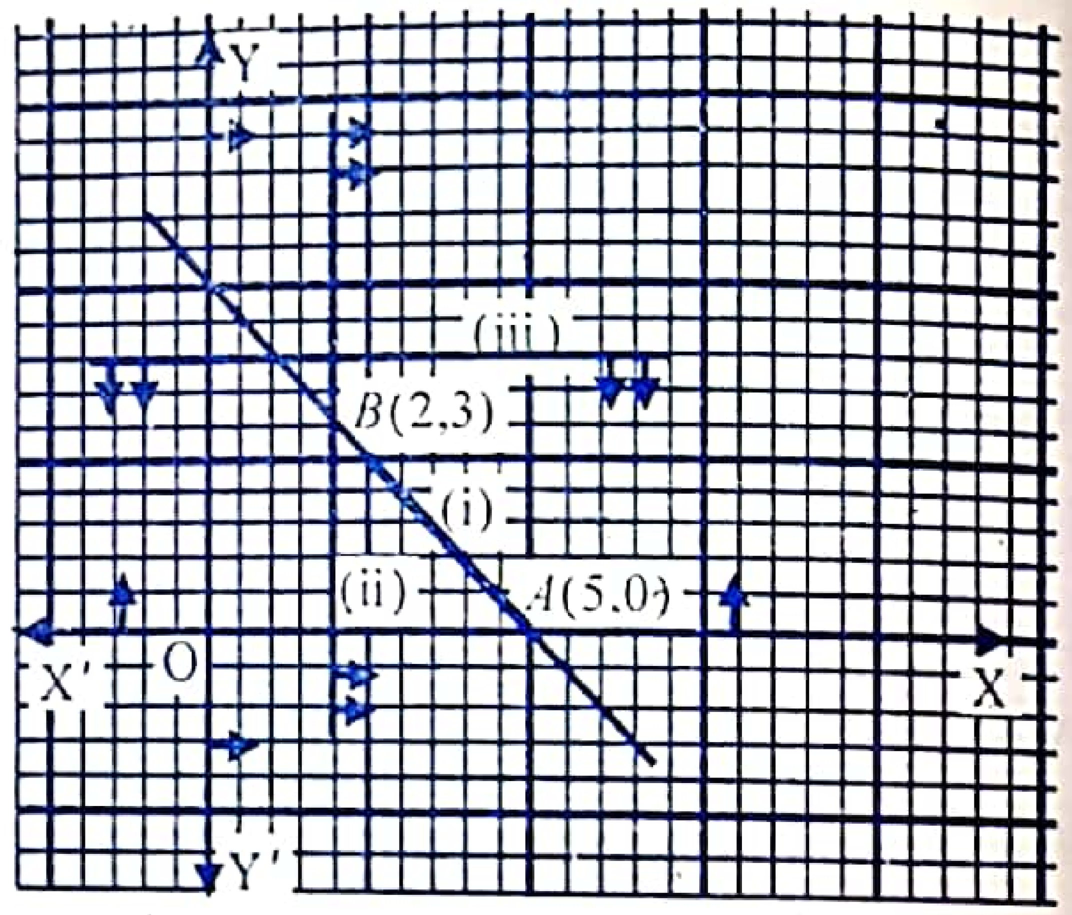
$\therefore$ C(0,450) বিন্দুতে অভিষ্ট ফাংশন z এর সর্বোচ্চ মান =1800

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = 0$, $y = 450$ এবং $Z_{max} = 1800$

2(e) $z = 4x + 6y$, সীমাবদ্ধতা : $x + y = 5$, $x \geq 2$, $y \leq 4$, $x, y \geq 0$. [য.'১১; ব.'০৭; ঢা.'১৪]

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ $x + y = 5 \cdots\cdots$(i) এবং অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $x = 2 \cdots\cdots$ (ii), $y = 4 \cdots$ (iii)

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা X′OX ও YOY′ অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 2 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i), (ii) ও (iii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।



AB রেখাংশস্থ বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব এই এলাকাটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, A(4,0) এবং $x = 2$ ও $x + y = 5$ এর ছেদবিন্দু B(2,3).

A(4,0) বিন্দুতে $z = 4\times4 + 6\times0 = 16$ এবং

B(2,3) বিন্দুতে $z = 4\times2 + 6\times3 = 26$

$\therefore$ B(2,3) বিন্দুতে অভিষ্ট ফাংশন z এর সর্বোচ্চ মান = 26

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = 2$, $y = 3$ এবং $Z_{max} = 26$

2(f) $z = 12x + 10y$, সীমাবদ্ধতা: $2x + y \leq 90$, $x + 2y \leq 80$, $x + y \leq 50$, $x, y \geq 0$.

[রা.'০৩; ঢা.'০৬; কু.'০৭; দি.'১০]

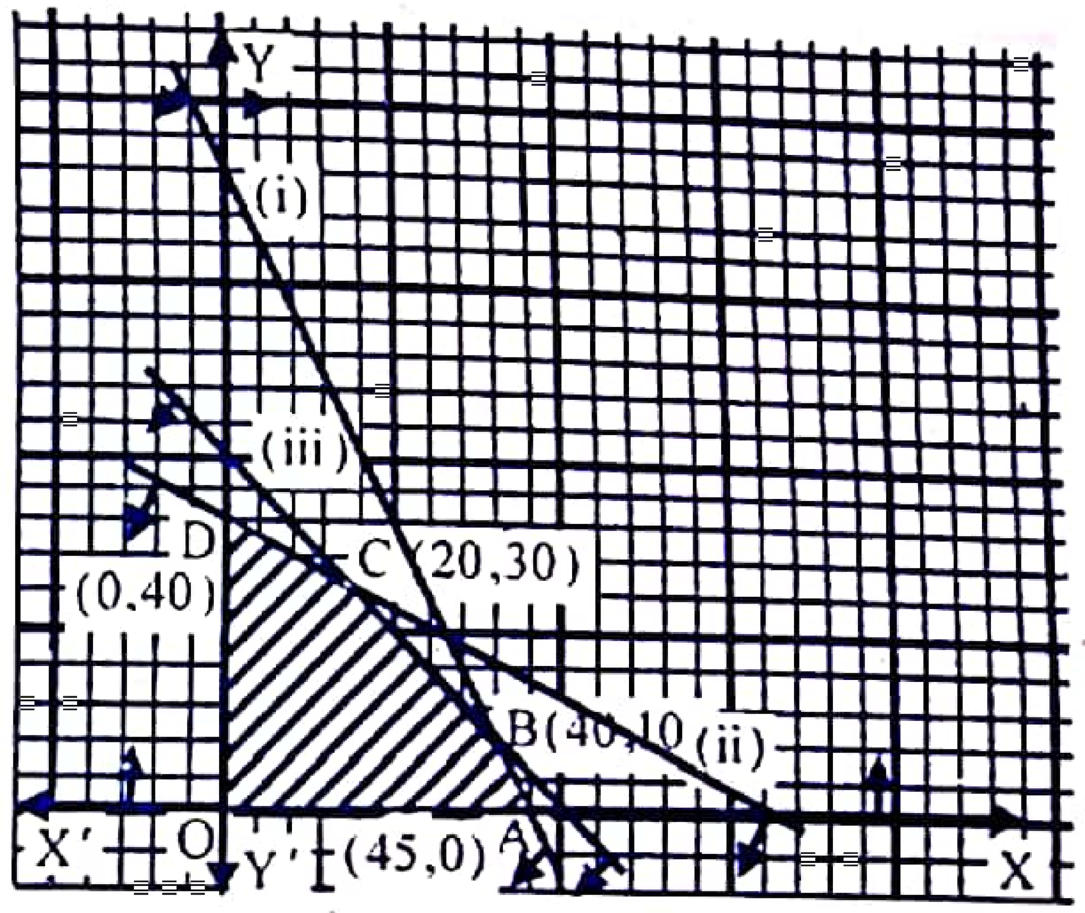
সমাধান : প্রদত্ত অসমতাগুলোর অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $2x + y = 90 \Rightarrow \frac{x}{45} + \frac{y}{90} = 1 \cdots\cdots$ (i),

$x + 2y = 80 \Rightarrow \frac{x}{80} + \frac{y}{40} = 1 \cdots\cdots$ (ii), $x + y = 50 \Rightarrow \frac{x}{50} + \frac{y}{50} = 1 \cdots\cdots$ (iii)

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা X′OX ও YOY′ অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 5 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i), (ii) ও (iii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

OABCD বহুভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, A(45,0), $2x + y = 90$ ও $x + y = 50$ এর ছেদবিন্দু B(40,10), $x + 2y = 80$ ও $x + y = 50$ এর ছেদবিন্দু C(20,30) এবং D(0,40)।



O(0,0) বিন্দুতে $z = 12\times0 + 10\times0 = 0$,

A(45,0) বিন্দুতে $z = 12\times45 + 10\times0 = 540$,

B(40,10) বিন্দুতে $z = 12\times40 + 10\times10 = 580$,

C(20,30) বিন্দুতে $z = 12\times20 + 10\times30 = 540$

এবং D(0,40) বিন্দুতে $z = 12\times0 + 10\times40 = 400$

$\therefore$ B(40,10) বিন্দুতে অভিষ্ট ফাংশন z এর সর্বোচ্চ মান =580

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = 40$, $y = 10$ এবং $Z_{max} = 580$

2(g) $z = 5x + 7y$, সীমাবদ্ধতা: $x + y \leq 4$, $3x + 8y \leq 24$, $10x + 7y \leq 35$, $x, y \geq 0$.

[সি.'১১; রা.'০৫; ব.'১১]

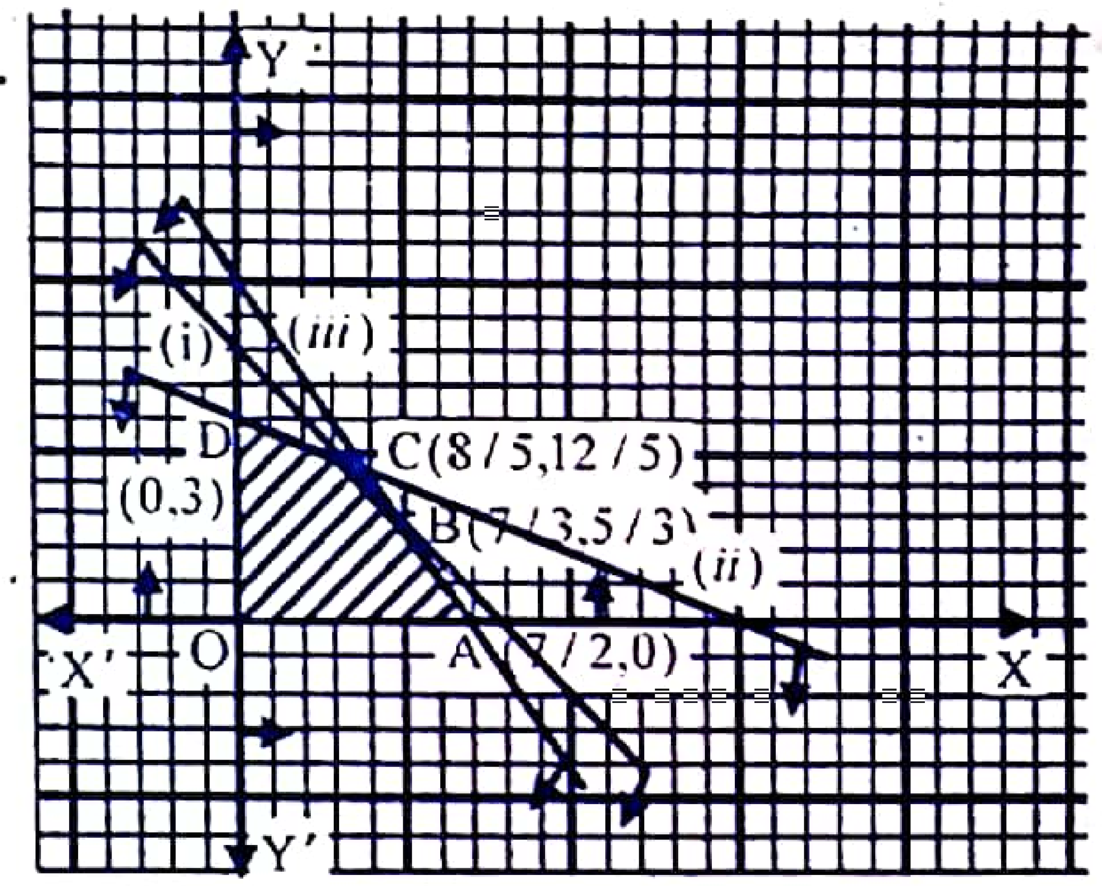
Sol^n. : প্রদত্ত অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $x + y = 4 \Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{4} = 1 \cdots\cdots$(i),

$3x + 8y = 24 \Rightarrow \frac{x}{8} + \frac{y}{3} = 1 \cdots\cdots$ (ii), $10x + 7y = 35 \Rightarrow \frac{x}{3\cdot5} + \frac{y}{5} = 1 \cdots$ (iii)

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা X′OX ও YOY′ অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 2 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i), (ii) ও (iii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

OABCD বহুভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, A(7/2,0), $x + y = 4$ ও $10x + 7y = 35$ এর ছেদবিন্দু $B(\frac{7}{3}, \frac{5}{3})$, $x + y = 4$ ও $3x + 8y = 24$ এর ছেদবিন্দু $C(\frac{8}{5}, \frac{12}{5})$ এবং D(0,3)।



O(0,0) বিন্দুতে $z = 5\times0 + 7\times0 = 0$,

$A(\frac{7}{2}, 0)$ বিন্দুতে $z = 5\times\frac{7}{2} + 7\times0 = 17\frac{1}{2}$,

$B(\frac{7}{3}, \frac{5}{3})$ বিন্দুতে $z = 5\times\frac{7}{3} + 7\times\frac{5}{3} = \frac{70}{3} = 23\frac{1}{3}$,

$C(\frac{8}{5}, \frac{12}{5})$ বিন্দুতে $z = 5\times\frac{8}{5} + 7\times\frac{12}{5} = \frac{124}{5} = 24\frac{4}{5}$, D(0,3) বিন্দুতে $z = 5\times0 + 7\times3 = 21$

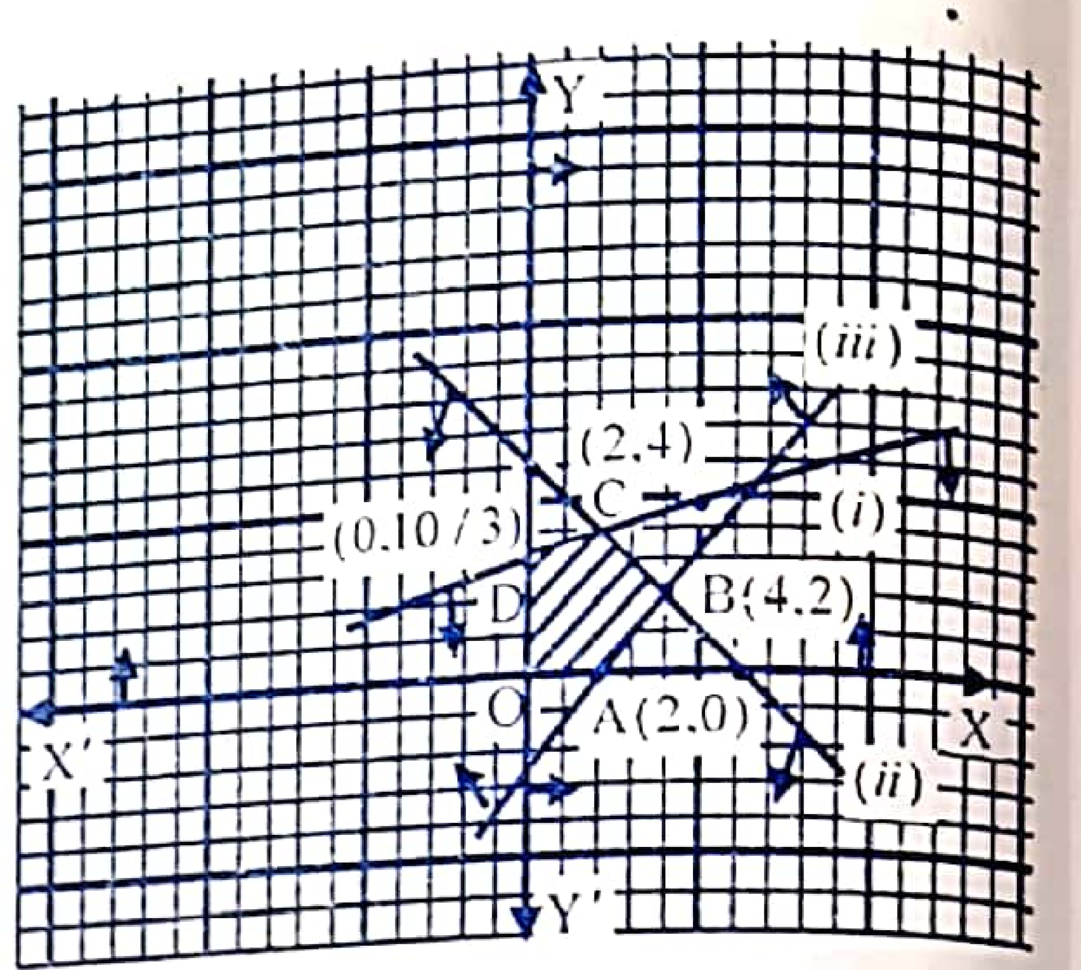
$\therefore$ $C(\frac{8}{5}, \frac{12}{5})$ বিন্দুতে অভিষ্ট ফাংশন z এর সর্বোচ্চ মান $= 24\frac{4}{5}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = \frac{8}{5}$, $y = \frac{12}{5}$ এবং $Z_{max} = 24\frac{4}{5} = 24\cdot8$

2(h) $z = 2y - x$, সীমাবদ্ধতা: $3y - x \leq 10$, $x + y \leq 6$, $x - y \leq 2$, $x, y \geq 0$. [ব.'০৪; য.'১৩]

সমাধান : প্রদত্ত অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $3y - x = 10 \cdots \cdots (i)$; যা (2,4),(5, 5) বিন্দুগামী।

$x + y = 6 \Rightarrow \frac{x}{6} + \frac{y}{6} = 1 \cdots \cdots (ii)$, $x - y = 2 \cdots (iii)$; যা (3,1),(2, 0) বিন্দুগামী।



একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা X'OX ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 1 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i) , (ii) ও (iii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

OABCD বহুভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, A(2,0) , $x + y = 6$ ও $x - y = 2$ এর ছেদবিন্দু B(4,2), $3y - x = 10$ ও $x + y =$ ৬ এর ছেদবিন্দু C(2,4) এবং D(0,10/3)।

O(0,0) বিন্দুতে $z = -0 + 2 \times 0 = 0$,

A(2,0) বিন্দুতে $z = -2 + 2 \times 0 = -2$, B(4,2) বিন্দুতে $z = -4 + 2 \times 2 = 0$,

C(2,4) বিন্দুতে $z = -2 + 2 \times 4 = 6$, D(0,10/3) বিন্দুতে $z = -0 + 10/3 = 10/3$

$\therefore$ C(2,4) বিন্দুতে অভিষ্ট ফাংশন z এর সর্বোচ্চ মান = 6 . $\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = 2, y = 4$ এবং $Z_{max} = 6$

2(i) $z = 2x + y$, **সীমাবদ্ধতা:** $x + 2y \leq 10, x + y \leq 6, x - y \leq 2, x - 2y \geq 10, x , y \geq 0.$

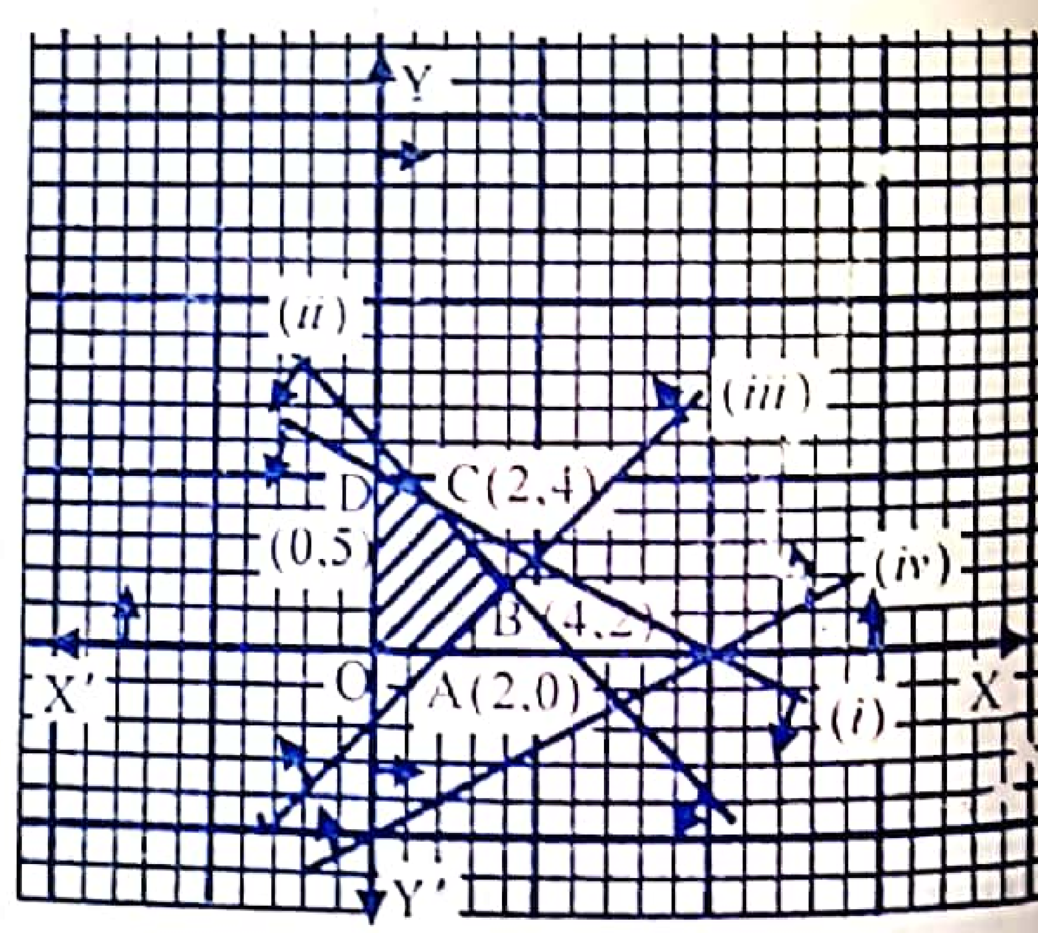
[ঢা.'০৩; ব.'১৩; য.'১৫]

সমাধান : প্রদত্ত অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $x + 2y = 10 \Rightarrow \frac{x}{10} + \frac{y}{5} = 1 \cdots (i)$,

$x + y = 6 \Rightarrow \frac{x}{6} + \frac{y}{6} = 1 \cdots (ii)$, $x - y = 2 \Rightarrow \frac{x}{2} + \frac{y}{-2} = 1 \cdots (iii)$, $x - 2y = 10 \Rightarrow \frac{x}{10} + \frac{y}{-5} = 1 \cdots (iv)$

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা X'OX ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 1 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i) , (ii) ও (iii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

OABCD বহুভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।



এখানে, A(2,0), $x + y = 6$ ও $x - y = 2$ এর ছেদবিন্দু B(4,2), $x + 2y = 10$ ও $x + y = 6$ এর ছেদবিন্দু C(2,4) এবং D(0,5)।

O(0,0) বিন্দুতে $z = 2 \times 0 + 0 = 0$,

A(2,0) বিন্দুতে $z = 2 \times 2 + 0 = 4$,

B(4,2) বিন্দুতে $z = 2 \times 4 + 2 = 10$,

C(2,4) বিন্দুতে $z = 2 \times 2 + 4 = 8$,

D(0,5) বিন্দুতে $z = 2 \times 0 + 5 = 5$

$\therefore$ C(4,2) বিন্দুতে অভিষ্ট ফাংশন z এর সর্বোচ্চ মান = 10

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = 4, y = 2$ এবং $Z_{max} = 10$.

2(j) $z = 3x + 2y$, **সীমাবদ্ধতা :** $x + y \geq 1, y - 5x \leq 0, 5y - x \leq 0, x - y \geq -1, x + y \leq 6, x \leq 3, x , y \geq 0.$

[সি.'০৪]

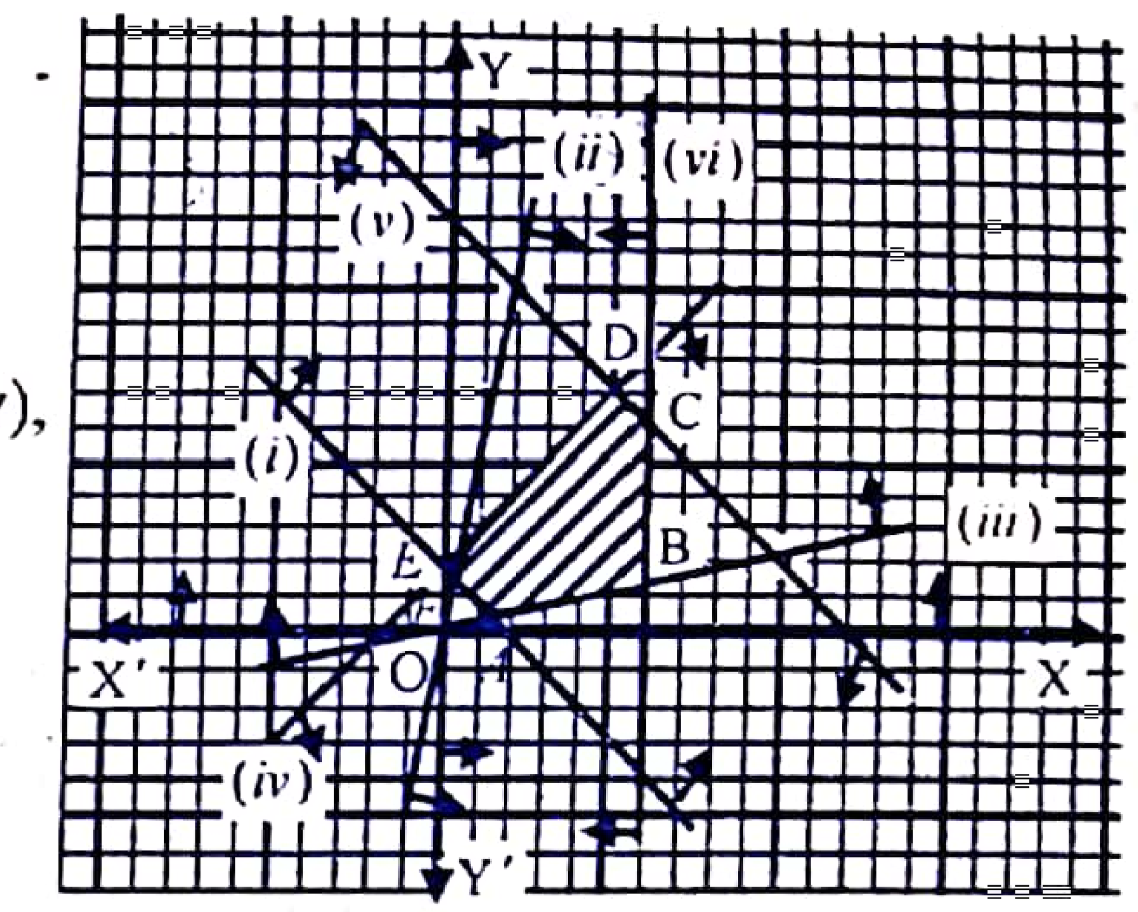
সমাধান : প্রদত্ত অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ,

$x + y = 1 \Rightarrow \frac{x}{1} + \frac{y}{1} = 1 \cdots (i)$, $y - 5x = 0 \cdots (ii)$,

যা (0,0),(1, 5) বিন্দুগামী, $5y - x = 0 \cdots (iii)$,যা

(0,0),(1, 5) বিন্দুগামী, $x - y = -1 \Rightarrow \frac{x}{-1} + \frac{y}{1} = 1 \cdots (iv)$,

$x + y = 6 \Rightarrow \frac{x}{6} + \frac{y}{6} = 1 \cdots (v)$, $x = 3 \cdots (vi)$.



একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা X'OX ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 2 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i) , (ii), (iii), (iv), (v) ও (vi) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

ABCDEF বহুভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, $x + y = 1$ ও $5y - x = 0$ এর ছেদবিন্দু

$A(\frac{5}{6}, \frac{1}{6})$, $5y - x = 0$ ও $x = 3$ এর ছেদবিন্দু $B(3, \frac{3}{5})$,

$x = 3$ ও $x + y = 6$ এর ছেদবিন্দু C(3,3), $x + y = 6$ ও $x - y = -1$ এর ছেদবিন্দু $D(\frac{5}{2}, \frac{7}{2})$, $y - 5x = 0$ ও $x - y = -1$ এর ছেদবিন্দু $E(\frac{1}{4}, \frac{5}{4})$ এবং $x + y = 1$ ও $y - 5x = 0$ এর ছেদবিন্দু $F(\frac{1}{6}, \frac{5}{6})$।

$A(\frac{5}{6}, \frac{1}{6})$ বিন্দুতে $z = 3 \times \frac{5}{6} + 2 \times \frac{1}{6} = 2\frac{5}{6}$, $B(3, \frac{3}{5})$ বিন্দুতে $z = 3 \times 3 + 2 \times \frac{3}{5} = 10\frac{1}{5}$,

C(3,3) বিন্দুতে $z = 3 \times 3 + 2 \times 3 = 15$, $D(\frac{5}{2}, \frac{7}{2})$ বিন্দুতে $z = 3 \times \frac{5}{2} + 2 \times \frac{7}{2} = 14\frac{1}{2}$

$E(\frac{1}{4}, \frac{5}{4})$ বিন্দুতে $z = 3 \times \frac{1}{4} + 2 \times \frac{5}{4} = 3\frac{1}{4}$, $F(\frac{1}{6}, \frac{5}{6})$ বিন্দুতে $z = 3 \times \frac{1}{6} + 2 \times \frac{5}{6} = 2\frac{1}{6}$

$\therefore$ C(3,3) বিন্দুতে অভিষ্ট ফাংশন z এর সর্বোচ্চ মান = 15

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = 3, y = 3$ এবং $Z_{max} = 15$.

3. নিচের যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামকে লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান করে সর্বনিম্নকরণ কর :

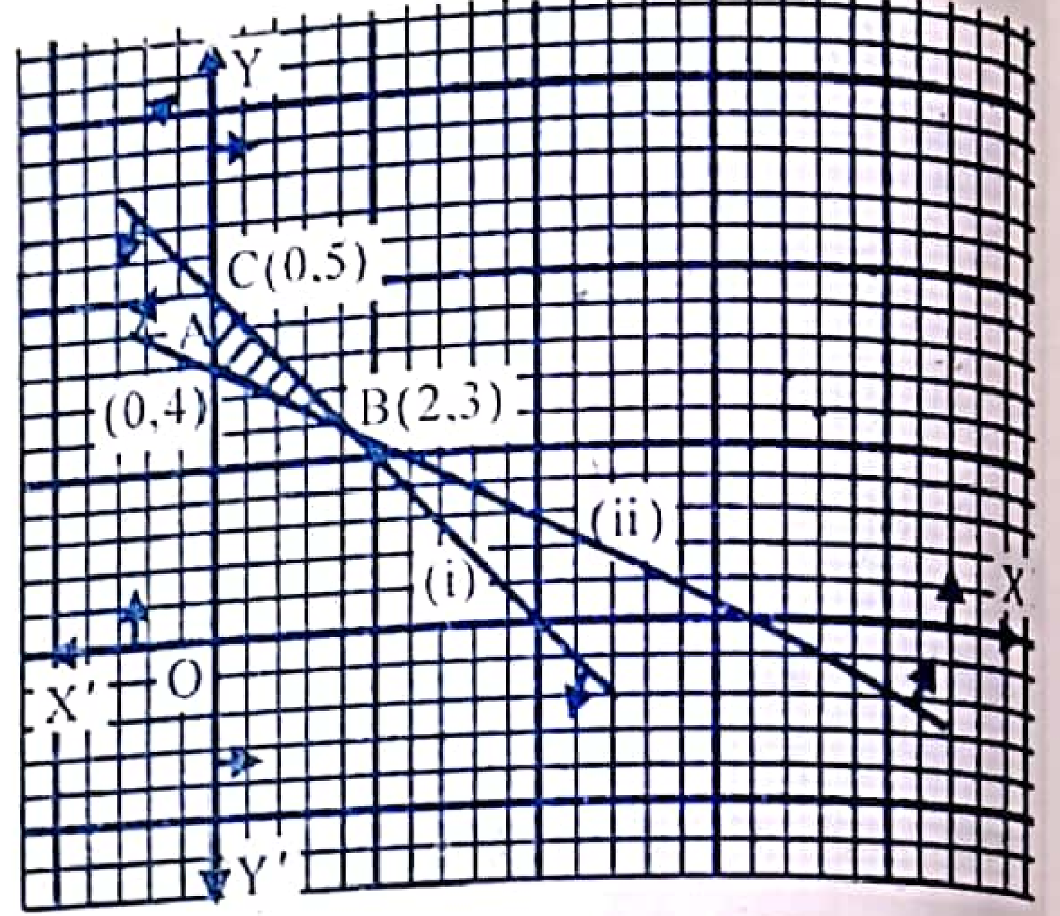
(a) $z = 2x - y$, **সীমাবদ্ধতা:** $x + y \leq 5, x + 2y \geq 8 , x , y \geq 0.$

[কু.'০৮; চ.'০৪,'০৮; রা.'০৯,'১২; সি.'১০; ব.'১২; ঢা.'১৩]

সমাধান : প্রদত্ত অসমতাগুলোর অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ,

$x + y = 5 \Rightarrow \frac{x}{5} + \frac{y}{5} = 1 \cdots \cdots (i)$, $x + 2y = 8 \Rightarrow \frac{x}{8} + \frac{y}{4} = 1 \cdots \cdots (ii)$

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা X'OX ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 2 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i) ও (ii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।



ABC ত্রিভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব, এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, A(0,4), (i) ও (ii) এর ছেদবিন্দু B(2, 3) এবং C(0 , 5) ।

এখন, A(0,4) বিন্দুতে $z = 2\times 0 - 4 = -4$

B(2, 3) বিন্দুতে $z = 2\times 2 - 3 = 1$,

C(0 , 5) বিন্দুতে $z = 2\times 0 - 5 = -5$.

$\therefore$ C(0,5) বিন্দুতে অভিষ্ট ফাংশন z এর সর্বনিম্ন মান = -5.

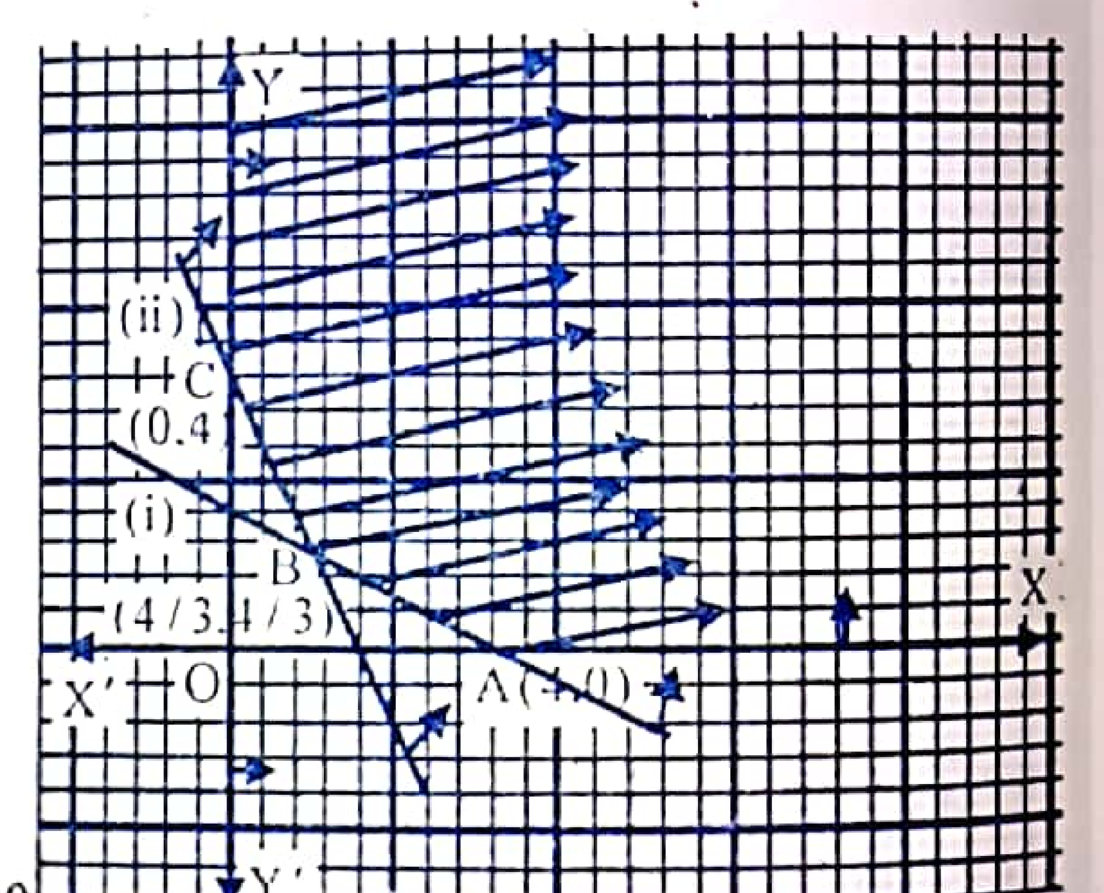
$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = 0, y = 5$ এবং $Z_{min} = -5$.

3(b) $z = 3x + 2y$, সীমাবদ্ধতা: $x + 2y \geq 4, 2x + y \geq 4$; $x , y \geq 0$. [চ.'১০]

সমাধান : প্রদত্ত অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $x + 2y = 4 \Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{2} = 1 \cdots$ (i),

$2x + y = 4 \Rightarrow \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 1 \cdots$ (ii) এবং $x = 0, y = 0$.

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা X'OX ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 2 বর্গের বাহু দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i) ও (ii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।



AB ও BC রেখাদ্বয়ের উপরস্থ ও তাদের ডানপার্শ্বস্থ বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে বিধায় ঐ অঞ্চলটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, **A(4,0), (i) ও (ii)** এর ছেদবিন্দু $B(\frac{4}{3},\frac{4}{3})$ এবং C(0 , 4) ।

এখন, A(2,0) বিন্দুতে $z = 3\times 4 + 2\times 0 = 12$,

$B(\frac{4}{3},\frac{4}{3})$ বিন্দুতে $z = 3\times\frac{4}{3} + 2\times\frac{4}{3} = \frac{20}{3}$,

C(0 , 4) বিন্দুতে $z = 3\times 0 + 2\times 4 = 8$

$\therefore$ $B(\frac{4}{3},\frac{4}{3})$ বিন্দুতে অভিষ্ট ফাংশন z এর সর্বনিম্ন মান = $\frac{20}{3}$.

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = \frac{4}{3}, y = \frac{4}{3}$ এবং $Z_{min} = 4$.

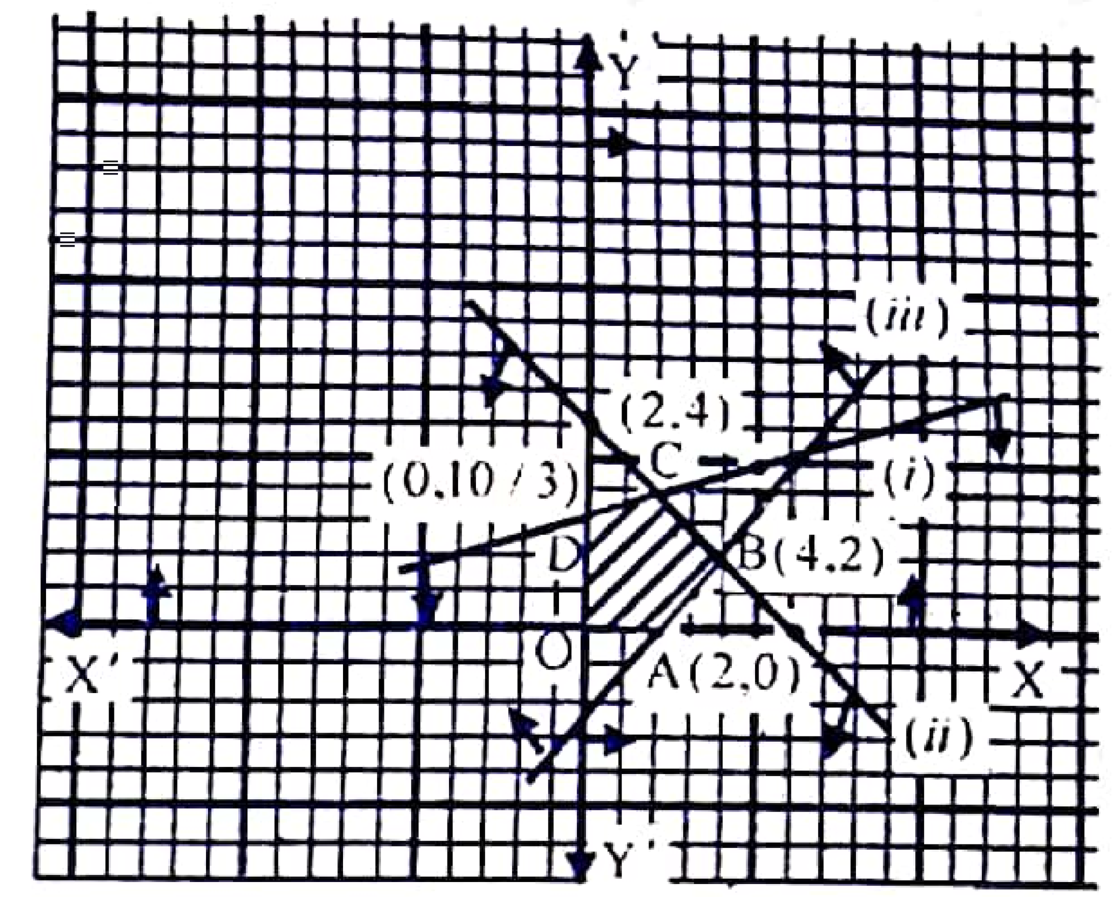
3(c) $z = 2y - x$, সীমাবদ্ধতা: $3y - x \leq 10, x + y \leq 6 , x - y \leq 2, x , y \geq 0$.

[ব.'০৮,'১৪; চ.'০৬,'১০,'১৪; ঢা., রা., য.'০৭; ঢা.'১০; সি.'১২,'১৪; কু.,য.'১৩; রা.'১৩]

সমাধান: প্রদত্ত অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $3y - x = 10 \cdots \cdots$(i) ; যা (2,4),(5, 5) বিন্দুগামী।

$x + y = 6 \Rightarrow \frac{x}{6} + \frac{y}{6} = 1 \cdots \cdots$ (ii), $x - y = 2 \cdots$ (iii) ; যা (3,1),(2, 0) বিন্দুগামী।

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা X'OX ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 1 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i) , (ii) ও (iii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।



OABCD বহুভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, A(2,0) , $x + y = 6$ ও $x - y = 2$ এর ছেদবিন্দু B(4,2), $3y - x = 10$ ও $x + y = 6$ এর ছেদবিন্দু C(2,4) এবং D(0,10/3)।

O(0,0) বিন্দুতে $z = -0 + 2\times 0 = 0$,

A(2,0) বিন্দুতে $z = -2 + 2\times 0 = -2$, B(4,2) বিন্দুতে $z = -4 + 2\times 2 = 0$,

C(2,4) বিন্দুতে $z = -2 + 2\times 4 = 6$, D(0,10/3) বিন্দুতে $z = -0 + 10/3 = 10/3$

$\therefore$ A(2,0) বিন্দুতে অভিষ্ট ফাংশন z এর সর্বনিম্ন মান = -2.

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = 2, y = 0$ y $Z_{min} = -2$

3(d) $z = -x + 2y$, সীমাবদ্ধতা : $-x + 3y \leq 10, x + y \leq 6, x - y \leq 2, x \geq 9, y \geq 0$. **[ঢা.'০৩; দি.'১২]**

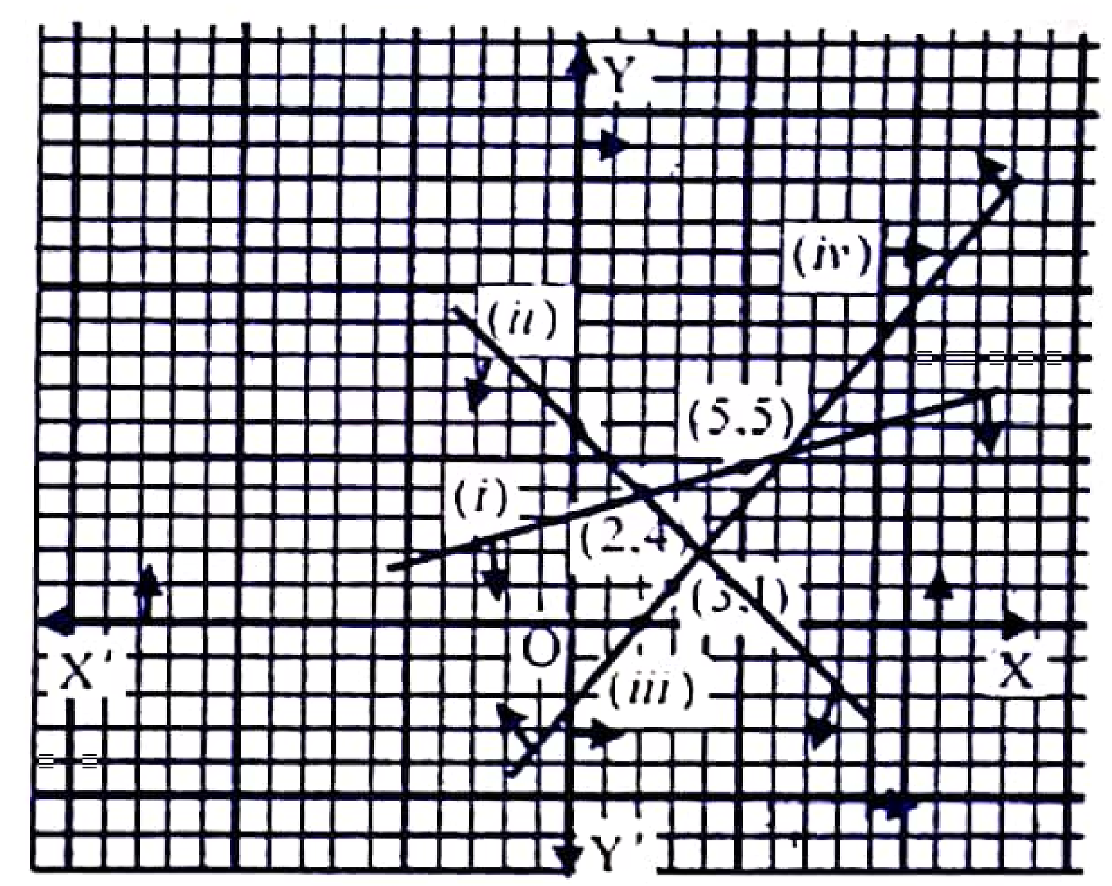
সমাধান : প্রদত্ত অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ,

$3y - x = 10 \cdots \cdots$(i) ; যা (2,4),(5, 5) বিন্দুগামী,

$x + y = 6 \Rightarrow \frac{x}{6} + \frac{y}{6} = 1 \cdots$(ii), $x - y = 2 \cdots$ (iii)

; যা (3,1),(2, 0) বিন্দুগামী, $x = 2 \cdots$(iv)

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা X'OX ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 1 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i) , (ii) , (iii) ও (iv) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।



চিত্র হতে স্পষ্ট যে, সমাধানের এমন কোন এলাকা নেই যার বিন্দুসেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব, প্রদত্ত যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামের কোন সমাধান নেই এবং এর সর্বনিম্নকরণ সম্ভব নয়।

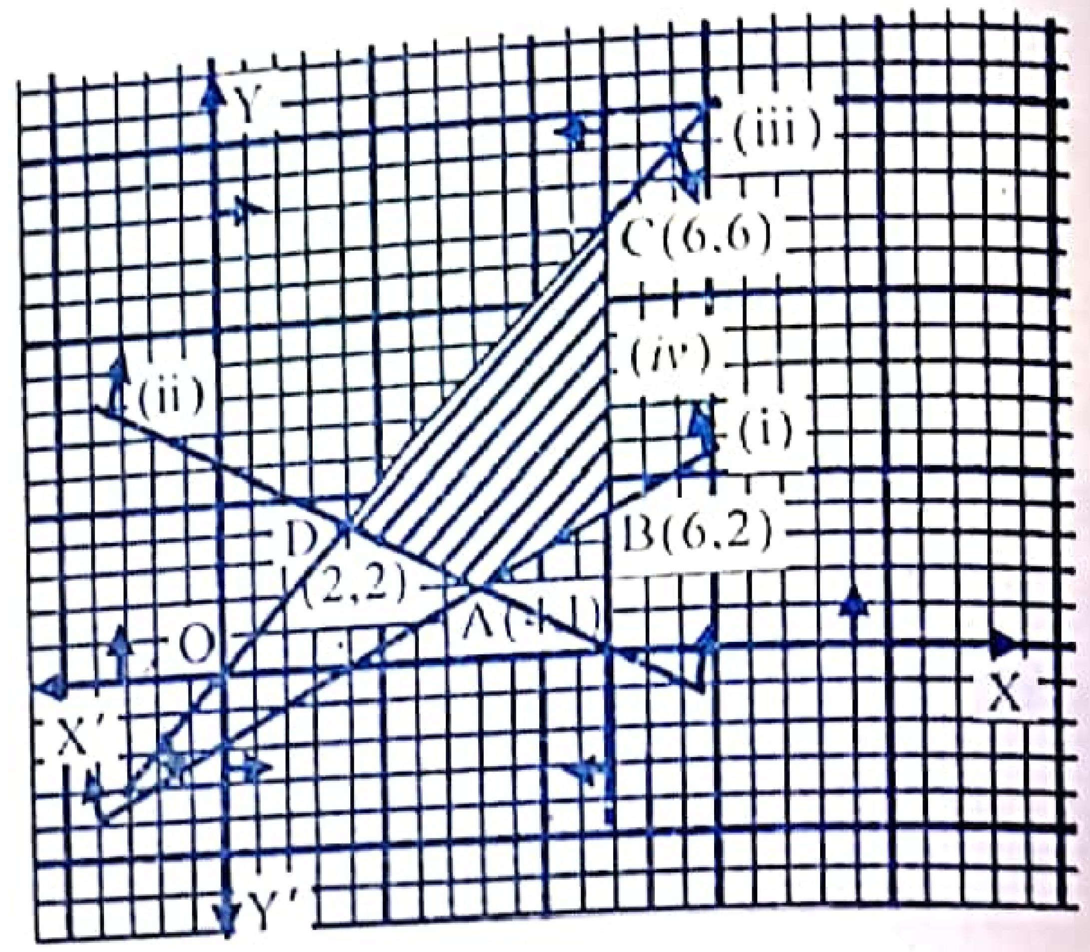
3(e) $z = 3x + 5y$, সীমাবদ্ধতা : $x \leq 2y + 2, x \geq 6 - 2y, y \leq x , x \leq 6$. **[সি.'০২]**

সমাধান : প্রদত্ত অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ,

$x = 2y + 2 \Rightarrow \frac{x}{2} + \frac{y}{-1} = 1 \cdots$(i), $x = 6 - 2y \Rightarrow \frac{x}{6} + \frac{y}{3} = 1 \cdots$(ii), $y = x \cdots$(iii),যা (0,0),(2, 2) বিন্দুগামী এবং $x = 6 \cdots$ (iv)

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা $X'OX$ ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 2 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i), (ii) ও (iii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

ABCD চতুর্ভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব, এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।



এখানে, $x = 2y + 2$ ও $x = 6 - 2y$ এর ছেদবিন্দু A(4,1), $x = 2y + 2$ ও $x = 6$ এর ছেদবিন্দু B(6,2), $x = 6$ ও $y = x$ এর ছেদবিন্দু C(6,6) এবং $y = x$ ও $x = 6 - 2y$ এর ছেদবিন্দু D(2,2)।

A(4,1) বিন্দুতে $z = 3\times4 + 5\times1 = 17$,

B(6,2) বিন্দুতে $z = 3\times6 + 5\times2 = 28$,

C(6,6) বিন্দুতে $z = 3\times6 + 5\times6 = 48$

এবং D(2 , 2) বিন্দুতে $z = 3\times2 + 5\times2 = 16$

$\therefore$ D(2 , 2) বিন্দুতে z এর সর্বনিম্ন মান = 16.

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = 2, y = 2$ এবং $Z_{min} = 16$.

4. (a) একজন ফল বিক্রেতা আম ও পেয়ারা বিক্রি করেন। প্রতি ঝুড়ি আম ও পেয়ারার মূল্য যথাক্রমে 50 টাকা ও 25 টাকা। ঐ বিক্রেতা তার দোকানে 12টির বেশি ঝুড়ি রাখতে পারেন না। প্রতি ঝুড়ি আম ও পেয়ারা বিক্রয়ে লাভ যথাক্রমে 10 টাকা ও 6 টাকা হলে 500 টাকা মূলধন ব্যয়ে কত ঝুড়ি আম ও পেয়ারা ক্রয় করলে ঐ বিক্রেতা সর্বোচ্চ লাভ করতে পারবেন? **[ব.'০১; য.'০২; সি.'০৪,'০৭; কু.'০৬; রা.'১০,'১৩; দি.'১৫]**

সমাধান : মনে করি, ফল বিক্রেতা x ঝুড়ি আম এবং y ঝুড়ি পেয়ারা কিনলে সর্বোচ্চ লাভ করতে পারবেন। তাহলে, অভিষ্ট ফাংশন $z = 10x + 6y$.

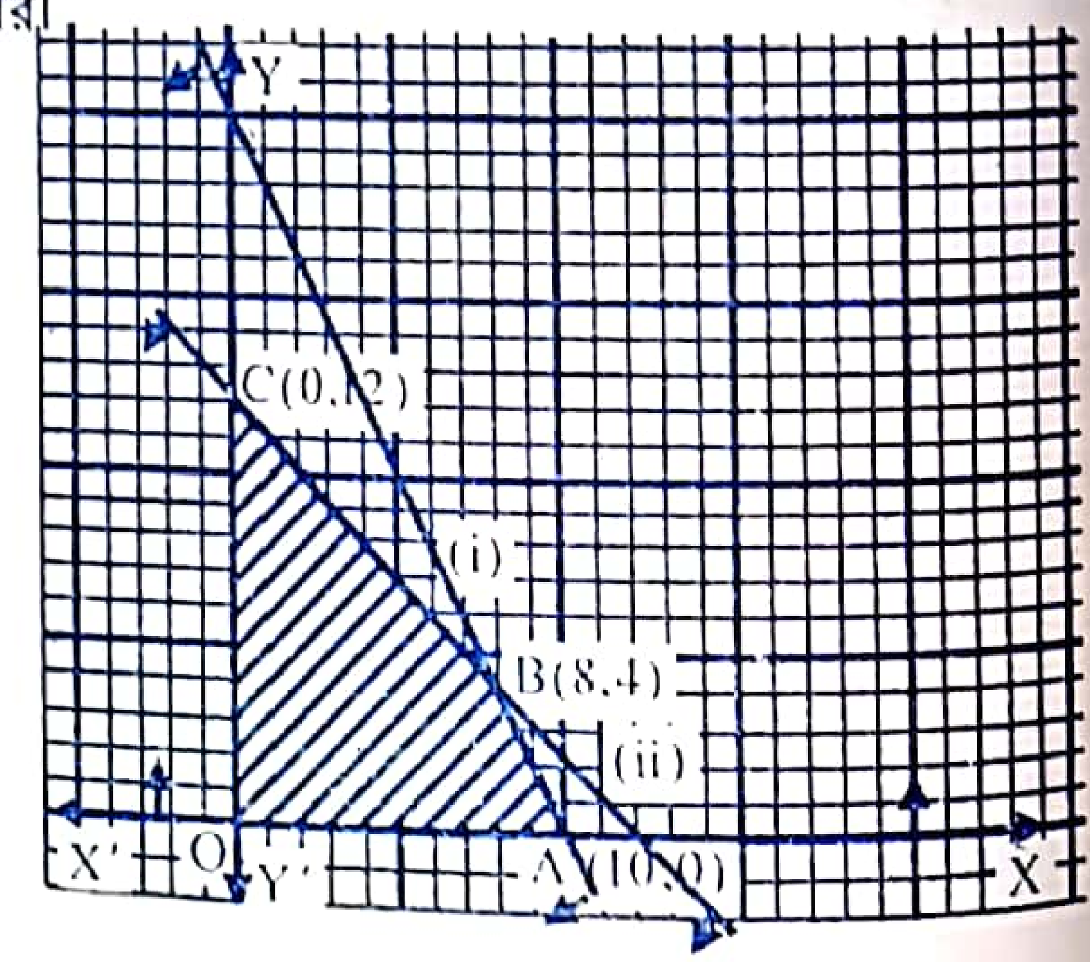
শর্তঃ (মোট খরচ) $50x + 25y \le 500 \Rightarrow 2x + y \le 20$, (ঝুড়ির সংখ্যা) $x + y \le 12$, $x \ge 0$, $y \ge 0$.

অসমতাগুলোর অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $2x + y = 20 \Rightarrow \frac{x}{10} + \frac{y}{20} = 1 \cdots$ (i)

$$x + y = 12 \Rightarrow \frac{x}{12} + \frac{y}{12} = 1 \cdots\cdots \text{(ii) এবং } x = 0, y = 0.$$

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা $X'OX$ ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 1 বর্গের বাহু দৈর্ঘ্যর = 1 একক ধরে (i) ও (ii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

OABC চতুর্ভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব, এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।



এখানে, A(10,0), (i) ও (iii) এর ছেদবিন্দু B(8,4) এবং C(0,12)।

A(10,0) বিন্দুতে $z = 10\times10 + 6\times0 = 100$,

B(8,4) বিন্দুতে $z = 10\times8 + 6\times4 = 104$,

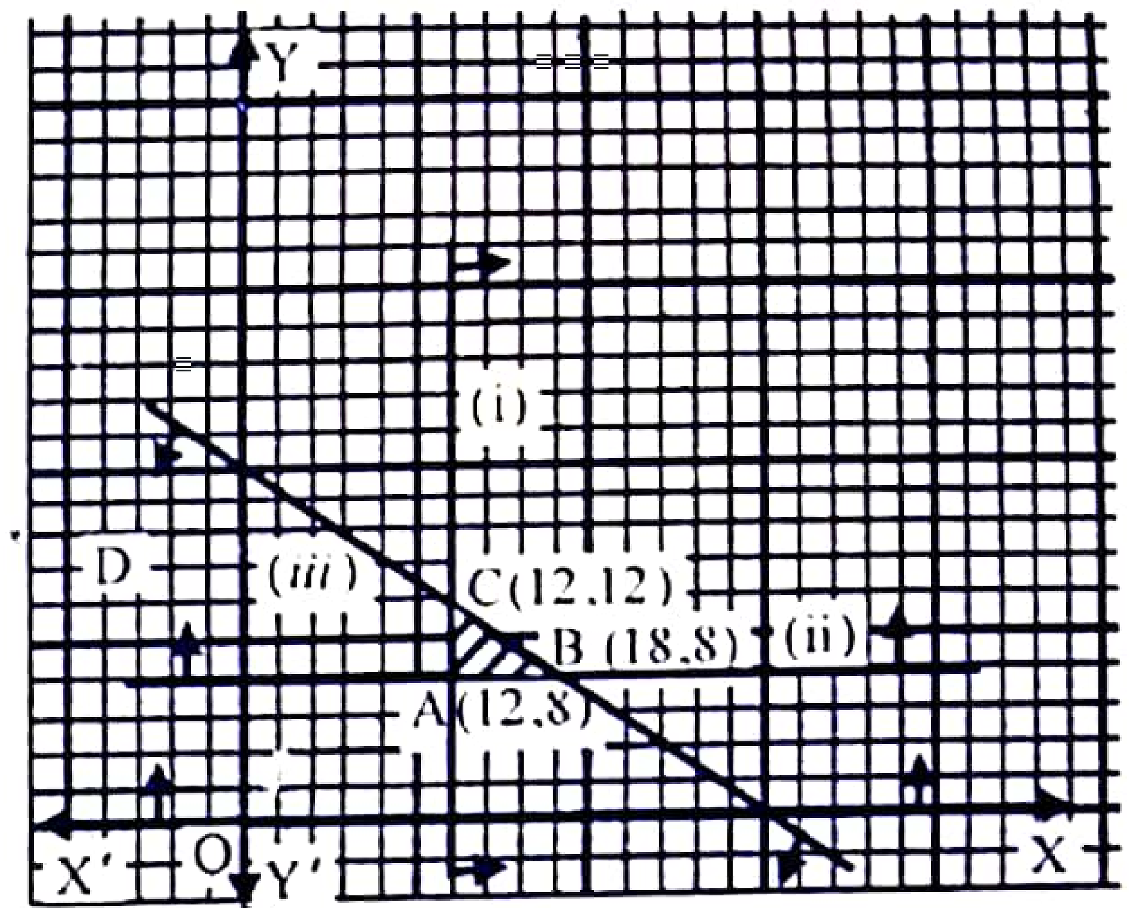
C(0,12) বিন্দুতে $z = 10\times0 + 6\times12 = 72$

$\therefore$ B(8,4) বিন্দুতে z এর সর্বোচ্চ মান = 104 .

$\therefore$ ফল বিক্রেতা 8 ঝুড়ি আম ও 4 ঝুড়ি পেয়ারা ক্রয় করবেন।

4(b) এক ব্যক্তি তাঁর বাগানে কমপক্ষে 12 টি নারকেলের চারা এবং 8 টি আমের চারা লাগাতে চান। প্রতিটি নারকেলের চারা ও আমের চারার মূল্য যথাক্রমে 20 টাকা এবং 30 টাকা। ঐ ব্যক্তি 600 টাকার বেশী ব্যয় না করে প্রত্যেক প্রকারের কতগুলি চারা কিনতে পারেন যাতে মোট চারার সংখ্যা সর্বাধিক হয়? **[দি.'১০]**

সমাধান : মনে করি, তিনি x সংখ্যক নারকেলের চারা এবং y সংখ্যক আমের চারা লাগালে একত্রে সর্বাধিক সংখ্যক চারা লাগাতে পারবেন। তাহলে, অভিষ্ট ফাংশন $z = x + y$.



শর্তঃ (নারকেলের চারা) $x \ge 12$, (আমের চারা) $y \ge 8$,

(মোট খরচ) $20x + 30y \le 600 \Rightarrow 2x + 3y \le 60$

অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $x = 12 \cdots$(i),

$y = 8 \cdots$(ii),

$2x + 3y = 60 \Rightarrow \frac{x}{30} + \frac{y}{20} = 1 \cdots$ (iii)

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা $X'OX$ ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 1 বর্গের বাহু দৈর্ঘ্য = 2 একক ধরে (i), (ii) ও (iii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

ABC ত্রিভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব, এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, $x = 12$ ও $y = 8$ এর ছেদবিন্দু A(12,8), $y = 8$ ও $2x + 3y = 60$ এর ছেদবিন্দু B(18,8) এবং $x = 12$ ও $2x + 3y = 60$ এর ছেদবিন্দু C(12,12)।

A(12,8) বিন্দুতে $z = 12 + 8 = 20$, B(18,8) বিন্দুতে $z = 18 + 8 = 26$,

C(12,12) বিন্দুতে $z = 12 + 12 = 24$

$\therefore$ B(18,8) বিন্দুতে z এর সর্বোচ্চ মান = 26 .

$\therefore$ তিনি 18 টি নারকেলের চারা ও 8 টি আমের চারা লাগাতে করবেন।

4(c) একজন কৃষক ধান এবং গমের চাষ করতে গিয়ে দেখলেন যে, প্রতি হেক্টর জমিতে ধান ও গম চাষের খরচ যথাক্রমে 1200 টাকা এবং 800 টাকা। প্রতি হেক্টর জমিতে ধান ও গম চাষের জন্য যথাক্রমে 4 জন ও 6 জন শ্রমিকের প্রয়োজন হয়। সর্বাধিক 26 জন শ্রমিক নিয়োগ করে এবং 4800 টাকা বিনিয়োগ করে সর্বোচ্চ কত হেক্টর জমি তিনি চাষ করতে পারবেন? **[সি.'০২]**

সমাধান: মনে করি, কৃষক x হেক্টর জমিতে ধান এবং y হেক্টর জমিতে গম চাষ করলে একত্রে সর্বোচ্চ পরিমান জমিতে চাষ করতে পারবেন। তাহলে, অভিষ্ট ফাংশন $z = x + y$.

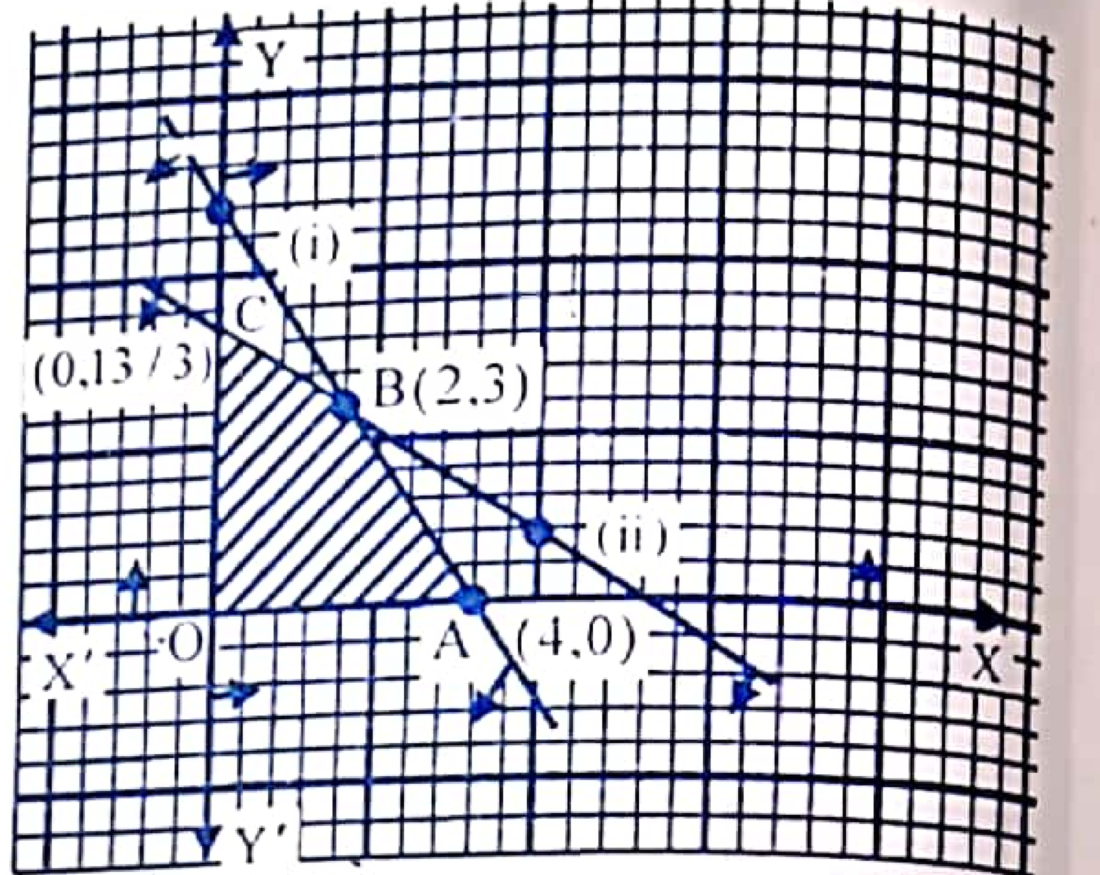
শর্তঃ (মোট খরচ) $1200x + 800y \le 4800 \Rightarrow 3x + 2y \le 12$,

(মোট শ্রমিক) $4x + 6y \le 26 \Rightarrow 2x + 3y \le 13$ এবং $x \ge 0, y \ge 0$.

অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $3x + 2y = 12$

$\Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{6} = 1 \cdots$(i), $2x + 3y = 13 \cdots$(ii), যা (5,1), (2, 3) বিন্দুগামী, এবং $x = 0, y = 0$.

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা $X'OX$ ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 2 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i), (ii) ও (iii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।



OABC চতুর্ভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব, এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, $A(4,0)$, (i) ও (ii) এর ছেদবিন্দু $B(2,3)$ এবং $C(0,13/3)$।

$O(0,0)$ বিন্দুতে $z = 0 + 0 = 0$,

$A(4,0)$ বিন্দুতে $z = 4 + 0 = 4$,

$B(2,3)$ বিন্দুতে $z = 2 + 3 = 5$,

$C(0,13/3)$ বিন্দুতে $z = 0 + 13/3 = 13/3$

$\therefore$ $B(2,3)$ বিন্দুতে z এর সর্বোচ্চ মান = 5 .

$\therefore$ তিনি সর্বোচ্চ 5 হেক্টর জমিতে চাষ করতে পারবেন ।

4(d) একটি ফার্ম A এবং B দুইটি মেশিনের সাহায্যে চেয়ার ও টেবিল দুইটি পণ্য তৈরি করে। A মেশিনে 60 ঘণ্টা এবং B মেশিনে 48 ঘণ্টা পর্যন্ত কাজ করতে সক্ষম। একটি চেয়ার তৈরি করতে A মেশিনে 2 ঘণ্টা এবং B মেশিনে 4 ঘণ্টা সময় লাগে। একটি টেবিল তৈরি করতে A মেশিনে 4 ঘণ্টা এবং B মেশিনে 2 ঘণ্টা সময় লাগে। টেবিল প্রতি 8 টাকা এবং চেয়ার প্রতি 6 টাকা মুনাফা হলে সর্বাধিক মুনাফা পাবার জন্য কয়টি চেয়ার এবং কয়টি টেবিল তৈরি করতে হবে? [য.০০,'১০]

Sol^n. : মনে করি, সর্বাধিক মুনাফা পাবার জন্য x সংখ্যক চেয়ার এবং y সংখ্যক টেবিল তৈরি করতে হবে।

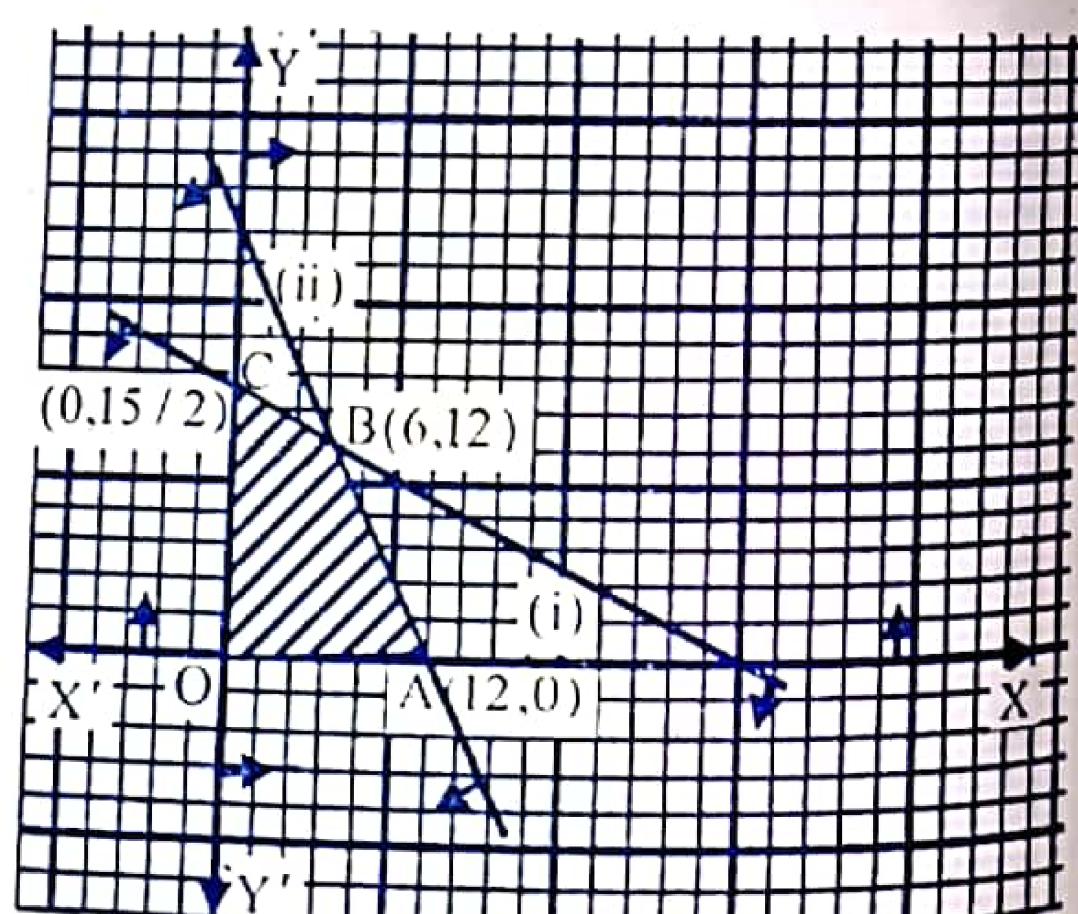
তাহলে, অভিষ্ট ফাংশন $z = 6x + 8y$.

শর্তঃ (A মেশিনের জন্য) $2x + 4y \le 60 \Rightarrow x + 2y \le 30$, (B মেশিনের জন্য) $4x + 2y \le 48 \Rightarrow 2x + y \le 24$ এবং $x \ge 0, y \ge 0$.

অসমতাগুলোর অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $x + 2y = 30 \Rightarrow \frac{x}{30} + \frac{y}{15} = 1 \cdots$(i),

$2x + y = 24 \Rightarrow \frac{x}{12} + \frac{y}{24} = 1 \cdots$(ii) এবং $x = 0, y = 0$.

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা $X'OX$ ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট ১বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 2 একক ধরে (i), (ii) ও (iii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।



OABC চতুর্ভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব, এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, $A(12, 0)$, (i) ও (ii) এর ছেদবিন্দু $B(6, 12)$ এবং $C(0, 15/2)$।

$O(0,0)$ বিন্দুতে $z = 6 \times 0 + 8 \times 0 = 0$,

$A(12,0)$ বিন্দুতে $z = 6 \times 12 + 8 \times 0 = 72$, $B(6,12)$ বিন্দুতে $z = 6 \times 6 + 8 \times 12 = 132$,

$C(0, \frac{15}{2})$ বিন্দুতে $z = 6 \times 0 + 8 \times \frac{15}{2} = 60$ $\therefore$ $B(6,12)$ বিন্দুতে z এর সর্বোচ্চ মান = 132 .

$\therefore$ সর্বাধিক মুনাফা পাবার জন্য 6টি চেয়ার এবং 12টি টেবিল তৈরি করতে হবে।

4(e) একজন ব্যবসায়ী তার দোকানের জন্য রেডিও ও টিলিভিশন মিলে 100 টি সেট কিনতে পারেন। রেডিও সেট ও টেলিভিশন সেট প্রতিটির ক্রয়মূল্য যথাক্রমে 40 ও 120 ডলার । প্রতি রেডিও ও টেলিভিশন সেটে লাভ যথাক্রমে 16 ও 32 ডলার। সর্বোচ্চ 10400 ডলার বিনিয়োগ করে তিনি সর্বোচ্চ কত লাভ করতে পারেন?

[রা.'০৪;ব.'০৭,'১১; কু.'১০; সি.'১২; ঢা.'১৩; দি.'১৪; চুয়েট,'০৭-০৮; কুয়েট'০৮-০৯]

সমাধান: মনে করি, সর্বোচ্চ লাভ করার জন্য x সংখ্যক রেডিও এবং y সংখ্যক টিলিভিশন সেট কিনতে হবে।

তাহলে, অভিষ্ট ফাংশন $z = 16x + 32y$.

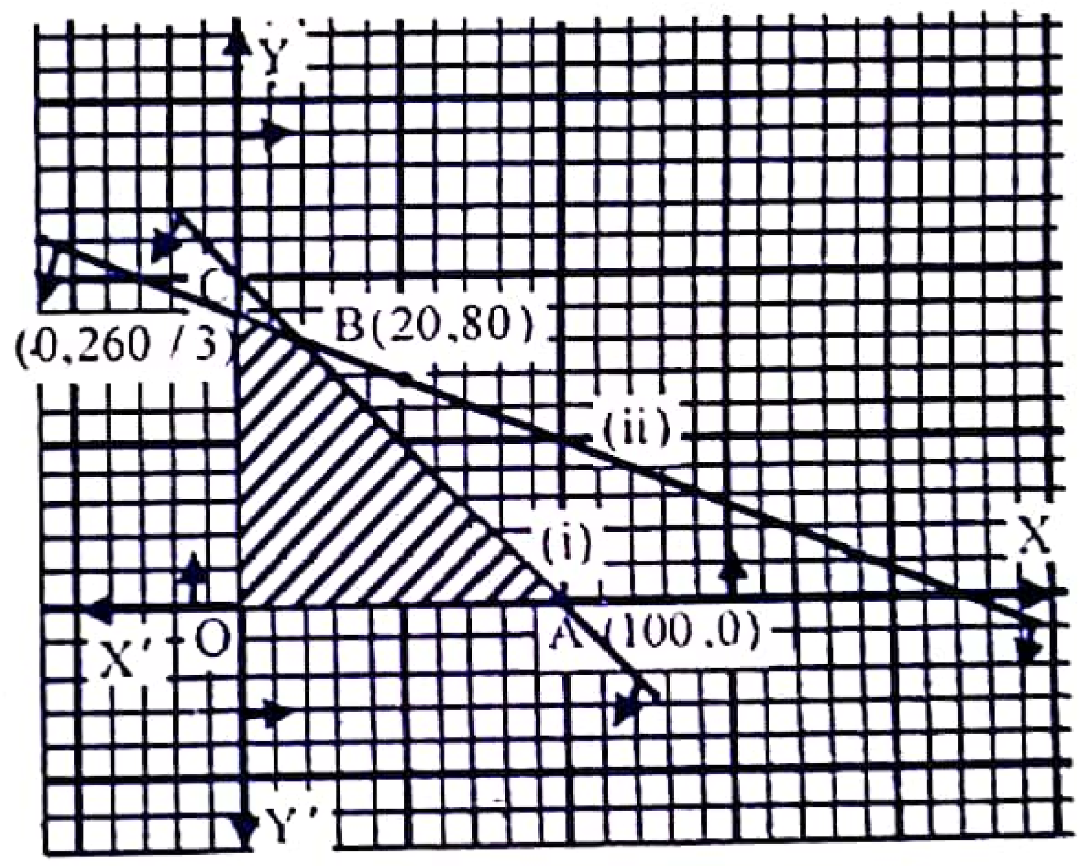
শর্তঃ (মোট সেট) $x + y \le 100$, (মোট খরচ) $40x + 120y \le 10400 \Rightarrow x + 3y \le 260$ এবং $x \ge 0, y \ge 0$.

অসমতাগুলোর অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $x + y = 100 \Rightarrow \frac{x}{100} + \frac{y}{100} = 1 \cdots$(i),

$x + 3y = 260 \cdots\cdots$(ii), যা (20,80), (50, 70) বিন্দুগামী, এবং $x = 0, y = 0$.

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা $X'OX$ ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 10 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i) ও (ii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

OABC চতুর্ভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব, এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।



এখানে, $A(100,0)$, (i) ও (ii) এর ছেদবিন্দু $B(20,80)$ এবং $C(0, 260/3)$।

$O(0,0)$ বিন্দুতে $z = 16 \times 0 + 32 \times 0 = 0$,

$A(100,0)$ বিন্দুতে $z = 16 \times 100 + 32 \times 0 = 1600$,

$B(20,80)$ বিন্দুতে $z = 16 \times 20 + 32 \times 80 = 2880$,

$C(0, \frac{260}{3})$ বিন্দুতে $z = 16 \times 0 + 32 \times \frac{260}{3} = 2773\frac{1}{3}$

$\therefore$ $B(20,80)$ বিন্দুতে z এর সর্বোচ্চ মান = 2880 .

$\therefore$ ঐ ব্যবসায়ী সর্বোচ্চ 2880 ডলার লাভ করতে পারেন।

4(f) একটি লোক সর্বাধিক 500 টাকা ব্যয় করে চায়ের কাপ ও নাস্তার প্লেট উভয় জিনিস কিনতে চান। প্রতিটি চায়ের কাপ 30 টাকা ও প্লেটের দাম 20 টাকা। তিনি অন্তত 3 টি প্লেট ও সর্বাধিক 6টি কাপ কিনবেন । উপরোক্ত টাকায় তিনি কোন্ প্রকারের কতগুলি জিনিস কিনলে একত্রে সর্বাধিক জিনিস কিনতে পারবেন? **[কু.'০৪; ঢা.'১৪]**

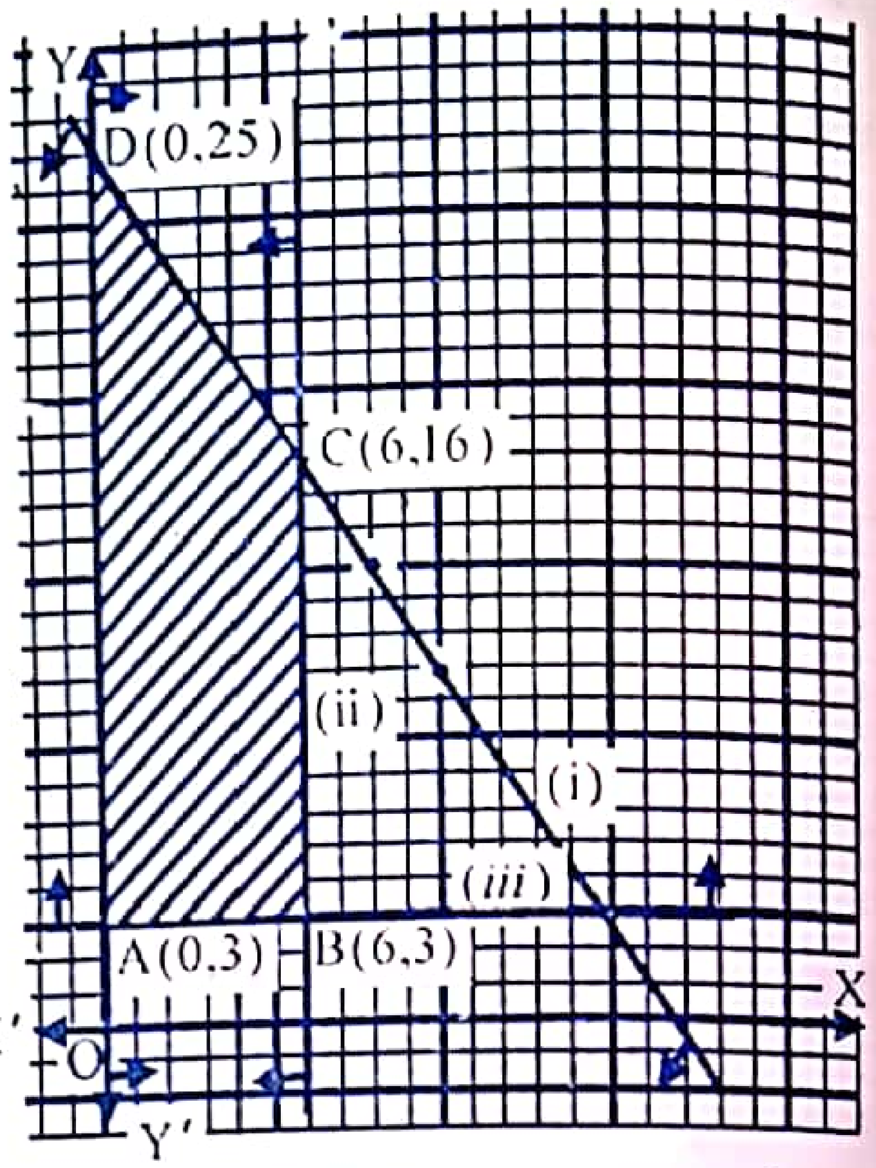
সমাধান : মনে করি, লোকটি x সংখ্যক চায়ের কাপ এবং y সংখ্যক নাস্তার প্লেট কিনলে একত্রে সর্বাধিক জিনিস কিনতে পারবেন। তাহলে, অভিষ্ট ফাংশন $z = x + y$.

শর্তঃ (মোট খরচ) $30x + 20y \le 500$, (কাপ) $x \le 6$, (প্লেট) $y \ge 3$, এবং $x \ge 0$.

অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $30x + 20y = 500 \cdots$(i), যা (10, 10), (8, 13) বিন্দুগামী,

$x = 6 \cdots \cdots$(ii), $y = 3 \cdots \cdots$(iii) এবং $x = 0$.

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা $X'OX$ ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 1 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i), (ii) ও (iii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।



ABCD চতুর্ভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব, এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, A(0,3), $x = 6$ ও $y = 3$ এর ছেদবিন্দু B(6,3), $x = 6$ ও $30x + 20y = 500$ এর ছেদবিন্দু C(6,16) এবং D(0,25).

A(0,3) বিন্দুতে $z = 0 + 3 = 3$,

B(6, 3) বিন্দুতে $z = 6 + 3 = 9$,

C(6,16) বিন্দুতে, $z = 6 + 16 = 22$,

D(0,25) বিন্দুতে $z = 0 + 25 = 25$

$\therefore$ D(0,25) বিন্দুতে z এর সর্বোচ্চ মান = 25 .

কিন্তু লোকটি উভয় প্রকার জিনিস কিনতে চান। এক্ষেত্রে, সমাধানের অনুকূল এলাকায় (2,22) বিন্দুতে z এর সর্বোচ্চ মান $= 2 + 22 = 24$

$\therefore$ লোকটি 2 টি কাপ 22 টি প্লেট কিনতে পারবেন।

4(g) এক ব্যক্তি 1200 টাকা দিয়ে রুই ও কাতল উভয় মাছের পোনা কিনতে চান। 100 রুই মাছের পোনার দাম 60 টাকা এবং 100 কাতল মাছের পোনার দাম 30 টাকা হলে, তিনি কোন্ মাছের কত পোনা কিনতে পারবেন যার মোট সংখ্যা সর্বাধিক 3000 হবে। [ঢা.'০১,'০৫; রা.'০৬; সি.'০৬]

সমাধান : মনে করি, লোকটি x সংখ্যক রুই মাছের পোনা এবং y সংখ্যক কাতল মাছের পোনা কিনতে পারবেন।

তাহলে, অভিষ্ট ফাংশন $z = x + y$.

শর্তঃ (মোট খরচ) $\frac{60x}{100} + \frac{30y}{100} \le 1200 \Rightarrow 6x + 3y \le 12000 \Rightarrow 2x + y \le 4000$,

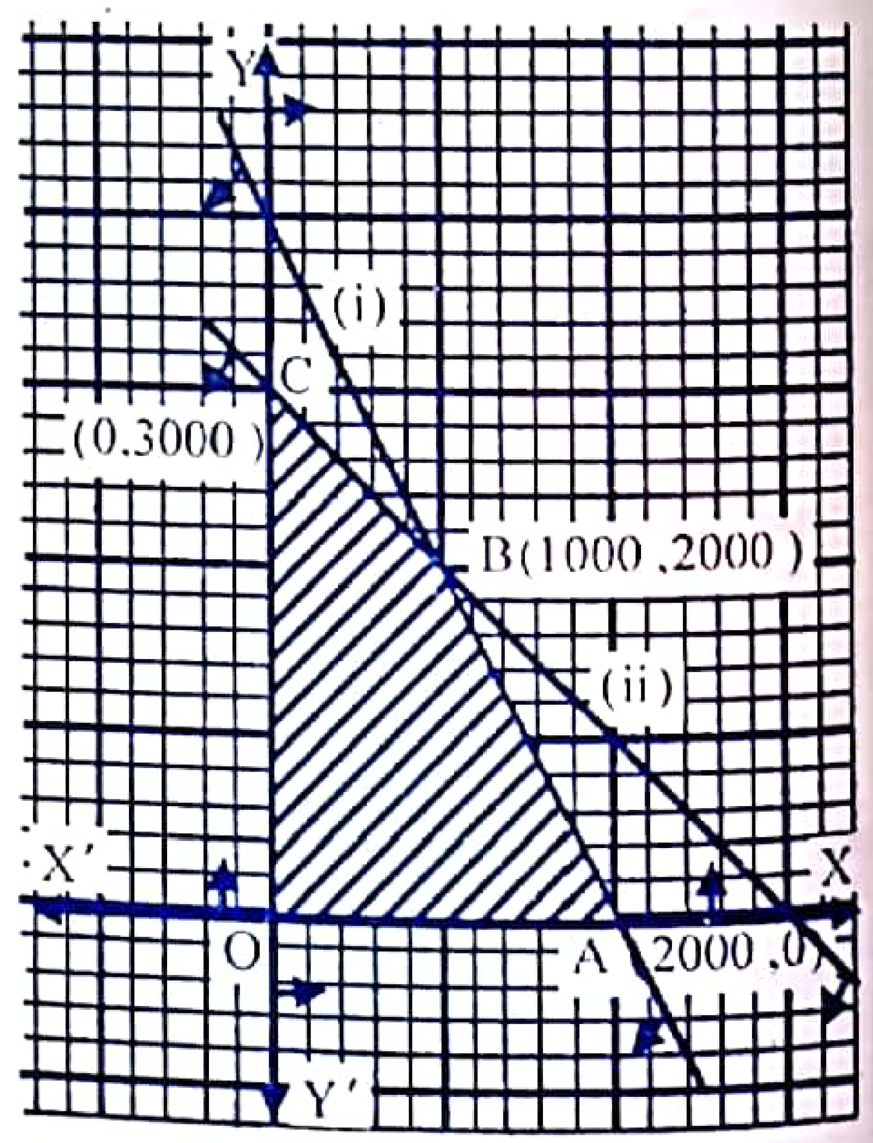
(মাছের মোট সংখ্যা) $x + y \le 3000, x \ge 0, y \ge 0$.

অসমতাগুলোর অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $2x + y = 4000$

$\Rightarrow \frac{x}{2000} + \frac{y}{4000} = 1 \cdots$(i)

$x + y = 3000 \Rightarrow \frac{x}{3000} + \frac{y}{3000} = 1 \cdots\cdots$(ii),

$y = 3 \cdots \cdots$(iii) এবং $x = 0, y = 0$.



একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা $X'OX$ ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 1 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 200 একক ধরে (i) ও (ii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

OABC চতুর্ভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব,এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, A(2000,0), (i) ও (ii) এর ছেদবিন্দু B(1000,2000) এবং C(0,3000).

O(0,0) বিন্দুতে, $Z = 0 + 0 = 0$, A(2000,0) বিন্দুতে, $z = 2000 + 0 = 2000$,

B(1000,2000) বিন্দুতে $z = 1000 + 2000 = 3000$, C(0,3000) বিন্দুতে, $z = 0 + 3000 = 3000$.

$\therefore$ B(1000,2000) ও C(0,3000) বিন্দুতে z এর সর্বাধিক মান= 3000 .

কিন্তু ঐ ব্যক্তি উভয় মাছের পোনা কিনতে চান।

$\therefore$ প্রদত্ত শর্তাধীনে ঐ ব্যক্তি 1000 টি রুই এবং 2000 টি কাতল মাছের পোনার কিনতে পারেন।

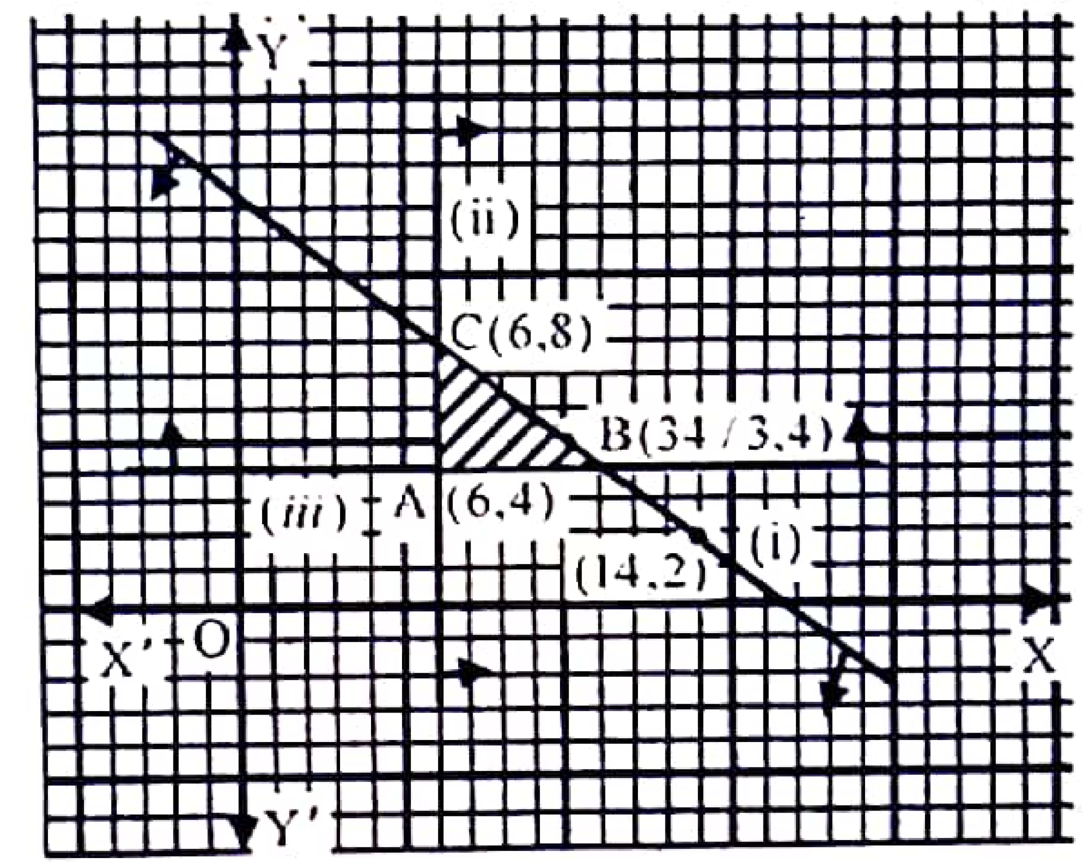
4(h) এক ব্যক্তি 500 টাকার মধ্যে কমপক্ষে 6 খানা গামছা এবং 4 খানা তোয়ালে কিনতে চান। প্রতিখানা গামছার দাম 30 টাকা এবং প্রতিখানা তোয়ালের দাম 40 টাকা। প্রত্যেক প্রকারের কতখানা জিনিস কিনলে সে প্রদত্ত শর্তাধীনে সর্বাপেক্ষা বেশি সংখ্যক জিনিস কিনতে পারবেন?

[কু.'০২,'১০,'১২,'১৪; চ.'০২,'০৮; সি.'০৪,'০৭,'১০; দি.'১০,'১৩; য.'১২; রা.'০৬,'১৪]

সমাধান : মনে করি, ঐ ব্যক্তি x খানা গামছা এবং y খানা তোয়ালে কিনলে সর্বাপেক্ষা বেশি সংখ্যক জিনিস কিনতে পারবেন । তাহলে, অভিষ্ট ফাংশন $z = x + y$.

শর্তঃ (মোট খরচ) $30x + 40y \le 500 \Rightarrow 3x + 4y \le 50$, (গামছা) $x \ge 6$, (তোয়ালে) $y \ge 4$.

অসমতাগুলোর অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $3x + 4y = 50 \cdots$(i), যা (14,2), (10, 5) বিন্দুগামী, $x = 6 \cdots \cdots$(ii) এবং $y = 4 \cdots \cdots$(iii).



একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা $X'OX$ ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 1 বর্গের বাহু দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i), (ii) ও (iii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

ABC ত্রিভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব, এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, $x = 6$ ও $y = 4$ এর ছেদবিন্দু A(6,4), $y = 4$ ও $3x + 4y = 50$ এর ছেদবিন্দু B(34/3, 4) এবং $x = 6$ ও $3x + 4y = 50$ এর ছেদবিন্দু C(6, 8)।

A(6,4) বিন্দুতে $z = 6 + 4 = 10$, B($\frac{34}{3}$,4) বিন্দুতে $z = \frac{34}{3} + 4 = 15\frac{1}{3}$,

C(6, 8) বিন্দুতে $z = 6 + 8 = 14$

$\therefore$ B($\frac{34}{3}$,4) বিন্দুতে z এর সর্বোচ্চ মান $= 15\frac{1}{3}$, যা একটি ভগ্নাংশ। কিন্তু জিনিসের সংখ্যা ভগ্নাংশ হতে পারেনা।

তবে (i) রেখাংস্থ (10, 5) এবং (iii) রেখাংস্থ (11, 4) বিন্দুদ্বয় প্রদত্ত শর্তসমূহকে সিদ্ধ করে এবং বিন্দুদ্বয়ে z এর দ্বিতীয় সর্বোচ্চ মান = 15.

$\therefore$ ঐ ব্যক্তি 10 খানা গামছা ও 5 খানা তোয়ালে অথবা সর্বোচ্চ 11 খানা গামছা ও 4 খানা তোয়ালে কিনতে পারেন।

4(i) একজন ফেরিওয়ালা দৈনিক দুই প্রকারের মোট 500 রসগোল্লা কিনতে পারেন। বড় ও ছোট আকারের রসগোল্লার ক্রয়মূল্য যথাক্রমে 3 টাকা ও 1 টাকা। প্রতিটি বড় রসগোল্লায় লাভ ছোট রসগোল্লার লাভের দ্বিগুণ হলে 1100 টাকা বিনিয়োগ করে সর্বোচ্চ লাভের জন্য তিনি কোন্ প্রকারের কতটি রসগোল্লা কিনবেন?

সমাধান : মনে করি, ঐ ফেরিওয়ালা সর্বোচ্চ লাভের জন্য x সংখ্যক বড় এবং y সংখ্যক ছোট রসগোল্লা কিনবেন।

প্রতিটি ছোট রসগোল্লায় লাভ m টাকা হলে অভিষ্ট ফাংশন $z = 2mx + my$.

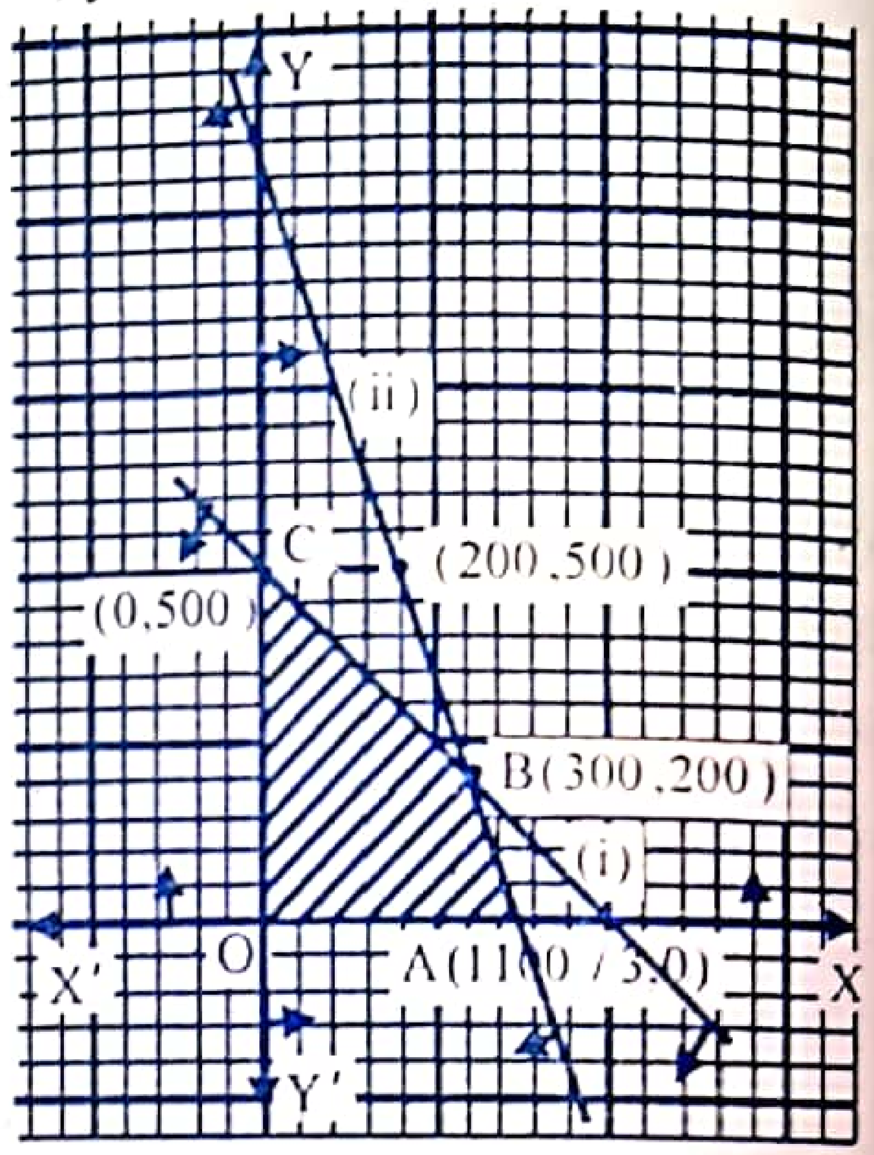
শর্তঃ (মোট রসগোল্লা) $x + y \leq 500$, (মোট খরচ) $3x + y \leq 1100$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $x + y = 500$

$\Rightarrow \frac{x}{500} + \frac{y}{500} = 1 \cdots$(i)

$3x + y = 1100$, যা (300, 200), (200, 500) বিন্দুগামী।

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা X'OX ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 1 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 50 একক ধরে (i) ও (iii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।



OABC চতুর্ভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব, এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, $A(\frac{1100}{3}, 0)$, (i) ও (ii) এর ছেদবিন্দু B(300, 200) এবং C(0, 500)।

O(0,0) বিন্দুতে $z = 2m \times 0 + m \times 0 = 0$, $A(\frac{1100}{3}, 0)$ বিন্দুতে $z = 2m \times \frac{1100}{3} + m \times 0 = 733{\cdot}33m$,

B(300, 200) বিন্দুতে $z = 2m \times 300 + m \times 200 = 800m$,

C(0, 500) বিন্দুতে $z = 2m \times 0 + m \times 500 = 500m$

$\therefore$ B(300, 200) বিন্দুতে z এর সর্বোচ্চ মান = 800m

$\therefore$ ঐ ফেরিওয়ালা 300 টি বড় ও 200 টি ছোট রসগোল্লা কিনতে পারেন।

5. (a) X ও Y প্রকারের খাদ্যের প্রতি কেজিতে প্রোটিন ও শ্বেতসার এর পরিমাণ ও তাদের মূল্য নিম্নের চার্টে দেওয়া হল। সবচেয়ে কম খরচে কিরূপে দৈনিক ন্যূনতম খাদ্যের প্রয়োজন মেটানো সম্ভব? [কু.'০৩,'১৩; দি.'১১]

খাদ্যের নাম	প্রতি কেজিতে প্রোটিন	প্রতি কেজিতে শ্বেতসার	প্রতি কেজির মূল্য
X	8	10	70 টাকা
Y	12	6	90 টাকা
দৈনিক ন্যূনতম প্রয়োজন	32	22	

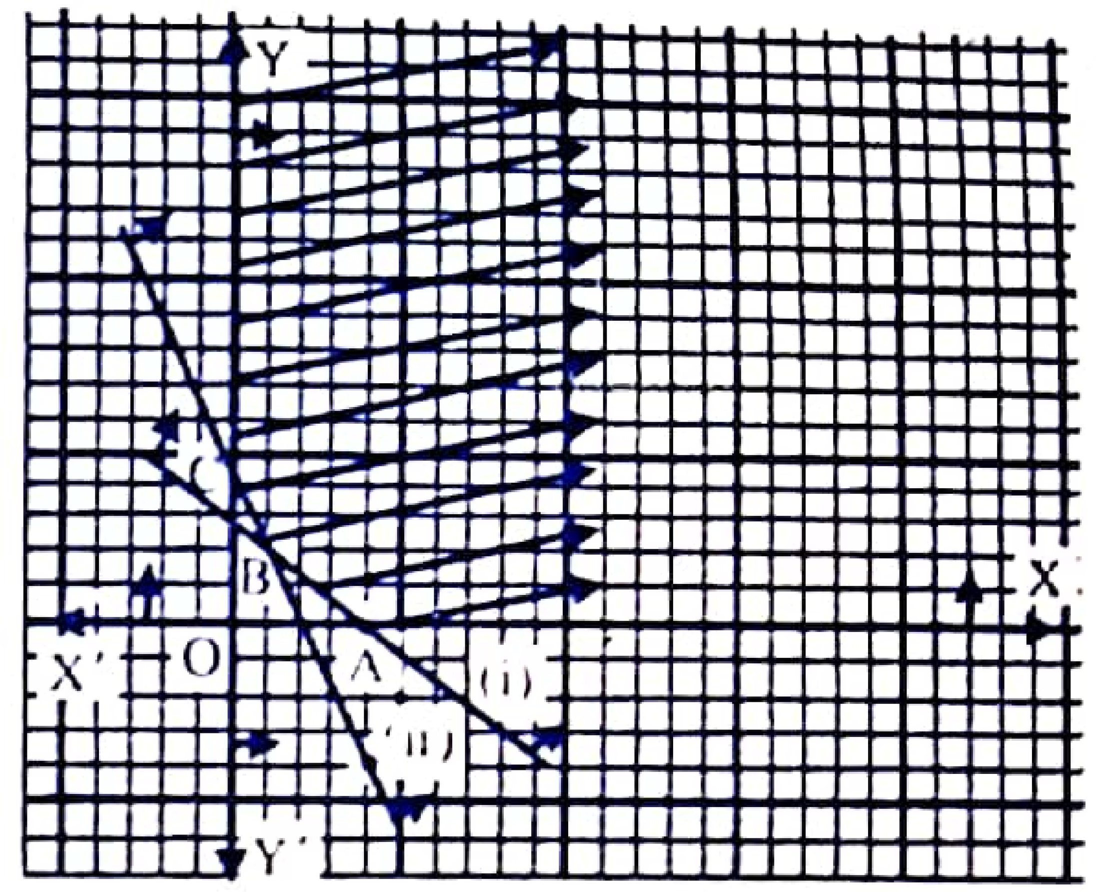
সমাধান : মনে করি, x কেজি X খাদ্য এবং y কেজি Y খাদ্য প্রয়োজন। তাহলে, মোট খরচ $z = 70x + 90y$

সীমাবদ্ধতাঃ (প্রোটিন) $8x + 12y \geq 32$, (শ্বেতসার) $10x + 6y \geq 22$ এবং $x \geq 0, y \geq 0$.

অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $8x + 12y = 32 \cdots\cdots$ (i), যা (4, 0), (1, 2) বিন্দুগামী,

$10x + 6y = 22 \cdots \cdots$ (ii), যা (1,2) ও (4, −3) বিন্দুগামী এবং $x = 0$, $y = 0$.

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা X'OX ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 1 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i) ও (ii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।



AB ও BC রেখাংশদ্বয়ের উপরস্থ ও তাদের ডানপার্শ্বস্থ বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে বিধায় ঐ অঞ্চলটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, A(4,0), (i) ও (ii) এর ছেদবিন্দু B(1,2) এবং C(0, 11/3)।

এখন, A(4,0) বিন্দুতে $z = 70 \times 4 + 90 \times 0 = 280$,

B(1, 2) বিন্দুতে $z = 70 \times 1 + 90 \times 2 = 250$,

$C(0, \frac{11}{3})$ বিন্দুতে $z = 70 \times 0 + 90 \times \frac{11}{3} = 330$

$\therefore$ সবচেয়ে কম খরচ 250 টাকা। সুতরাং 1 কেজি X খাদ্য এবং 2 কেজি Y খাদ্য প্রয়োজন।

5(b) একটি পানীয় তৈরির কারখানায় দুইটি শাখা I এবং II এরা উভয়েই A , B এবং C তিন ধরনের পানীয় বোতলজাত করে। শাখা দুইটির দৈনিক উৎপাদন ক্ষমতা নিম্নরূপ:

শাখা	A	B	C	দৈনিক ব্যয়
I	3000	1000	2000	600 টাকা
II	1000	1000	6000	400 টাকা
মাসিক চাহিদা	24000	16000	48000	

মাসে কোন শাখা কতদিন চালু রাখলে তা সর্বনিম্ন কার্য পরিচালনা ব্যয়ে পানীয়ের মাসিক চাহিদা পূরণ করতে পারবে? সর্বনিম্ন ব্যয় কত? [য.'০১,'১৩]

সমাধান: মনে করি, শাখা-I মাসে x দিন, শাখা-II মাসে y দিন চালু রাখতে হয়। তাহলে,

মোট খরচ $z = 600x + 400y$

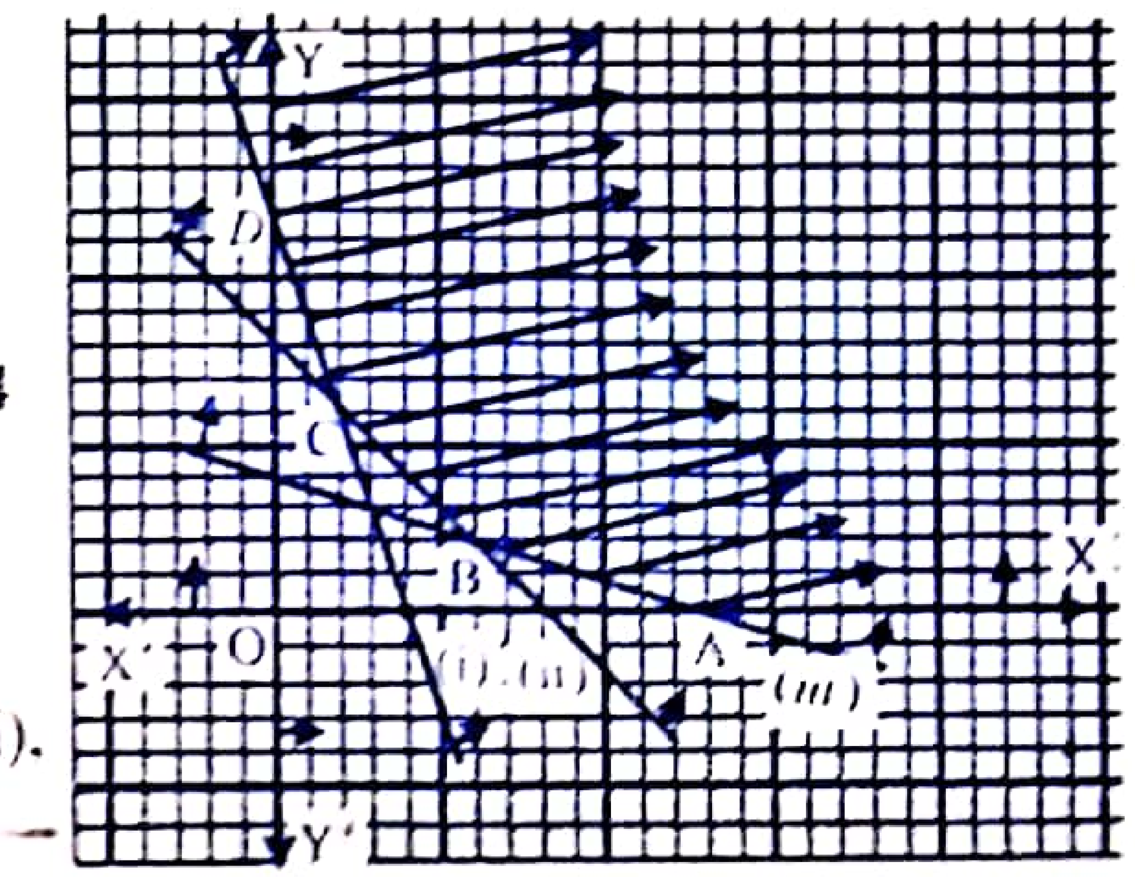
সীমাবদ্ধতা ঃ (A পানীয়) $3000x + 1000y \geq 24000$

$\Rightarrow 3x + y \geq 24$,

(B পানীয়) $1000x + 1000y \geq 16000 \Rightarrow x + y \geq 16$.

(C পানীয়) $2000x + 6000y \geq 48000 \Rightarrow x + 3y \geq 24$

এবং $x \geq 0, y \geq 0$.



অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $3x + y = 24$

$\Rightarrow \frac{x}{8} + \frac{y}{24} = 1 \cdots$(i), $x + y = 16 \Rightarrow \frac{x}{16} + \frac{y}{16} = 1 \cdots$(ii).

$x + 3y = 24 \Rightarrow \frac{x}{24} + \frac{y}{8} = 1 \cdots$(iii) এবং $x = 0$, $y = 0$.

x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 1 বর্গের একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা X'OX ও YOY' অঙ্কন করি। বাহুর দৈর্ঘ্য = 2 একক ধরে (i),(ii) ও (iii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

AB, BC ও CD রেখাংত্রয়ের উপরস্থ ও তাদের ডানপার্শ্বস্থ বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে বিধায় ঐ অঞ্চলটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, A(24,0), (ii) ও (iii) এর ছেদবিন্দু B(12,4), (i) ও (ii) এর ছেদবিন্দু C(4,12) এবং D(0,24) ।

A(24,0) বিন্দুতে $z = 600\times 24 + 400\times 0 = 14400$, B(12,4) বিন্দুতে $z = 600\times 12 + 400\times 4 = 8800$, C(4 ,12) বিন্দুতে $z = 600\times 4+400\times 12 = 7200$, D(0 , 24) বিন্দুতে $z = 600\times 0 + 400\times 24 = 9600$

$\therefore$ সবচেয়ে কম খরচ 7200 টাকা। সুতরাং শাখা -I মাসে 4 দিন, শাখা–II মাসে 12 দিন ।

5(c) নিম্নের প্রদত্ত তালিকা থেকে সমাধান বের কর এবং সর্বনিম্ন ব্যয়ে প্রয়োজনীয় পুষ্টি সমন্বিত খাদ্যের সর্বোৎকৃষ্ট সমন্বয় কর: [কু.'০১]

খাদ্যের প্রকৃতি	N_1	N_2	N_3	প্রতি এককের মূল্য
খাদ্য I	20	10	4	1 · 00 টাকা
খাদ্য II	8	10	12	2 · 00 টাকা
ন্যূনতম প্রয়োজন	40	40	24	

সমাধান : মনে করি, x একক খাদ্য I এবং y একক খাদ্য II প্রয়োজন। তাহলে, মোট খরচ $z = x + 2y$

সীমাবদ্ধতাঃ (পুষ্টি N_1) $20x + 8y \ge 40 \Rightarrow 5x + 2y \ge 10$,

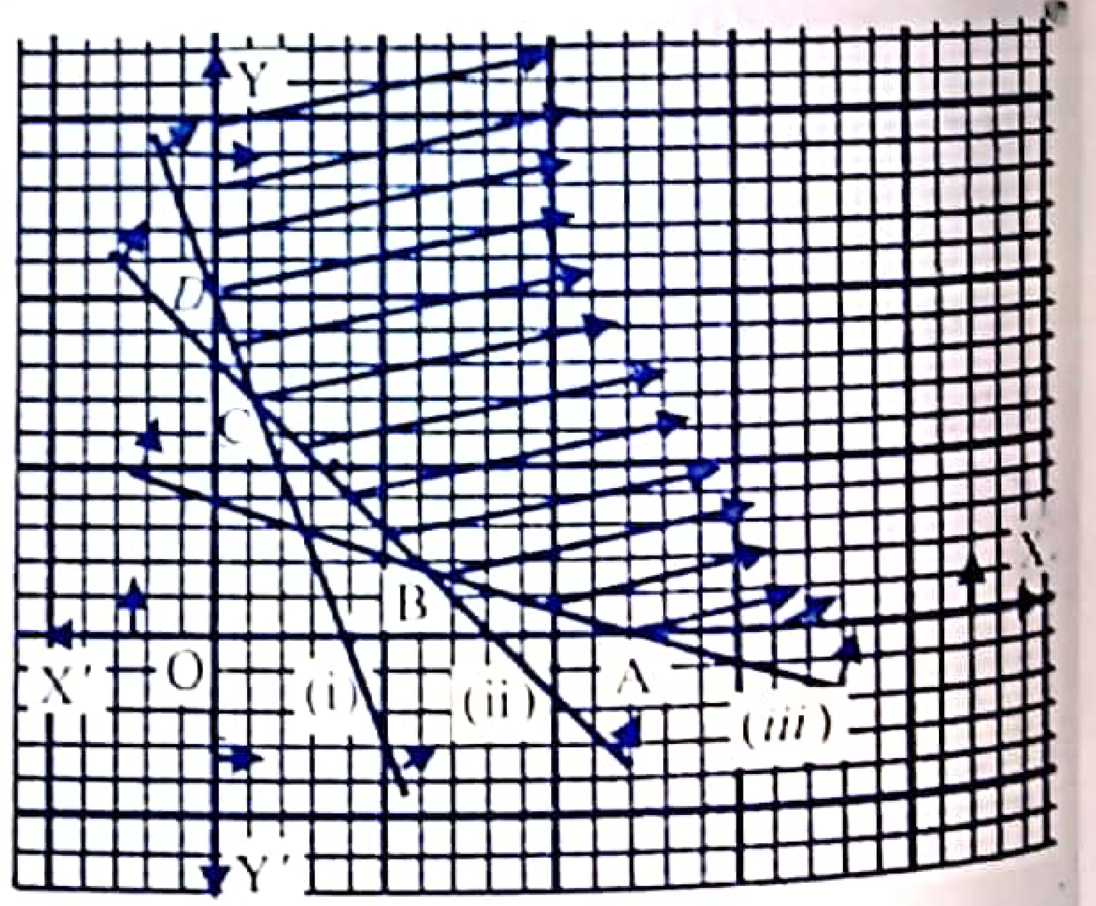
(পুষ্টি N_2) $10x + 10y \ge 40 \Rightarrow x + y \ge 4$,

(পুষ্টি N_3) $4x + 12y \ge 24 \Rightarrow x + 3y \ge 6$ এবং $x\ge 0, y\ge 0$.

অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $5x + 2y = 10 \Rightarrow \frac{x}{2}+\frac{y}{5} = 1 \cdots\cdots$ (i),

$x + y = 4 \Rightarrow \frac{x}{4}+\frac{y}{4} = 1\cdots\cdots$ (ii), $x + 3y = 6 \Rightarrow \frac{x}{6}+\frac{y}{2} = 1\cdots\cdots$(iii) এবং $x = 0$, $y = 0$.

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা X'OX ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 2 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i),(ii) ও (iii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।



AB, BC ও CD রেখাংত্রয়ের উপরস্থ ও তাদের ডানপার্শ্বস্থ বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে বিধায় ঐ অঞ্চলটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, A(6,0), (ii) ও (iii) এর ছেদবিন্দু B(3,1), (i) ও (ii) এর ছেদবিন্দু C(2/3 , 10/3) এবং D(0 , 5) ।

এখন, A(6,0) বিন্দুতে $z = 6 + 2\times 0 = 6$,

B(3, 1) বিন্দুতে $z = 3 + 2\times 1 = 5$,

$C(\frac{2}{3},\frac{10}{3})$ বিন্দুতে $z = \frac{2}{3} + 2\times \frac{10}{3} = 7\frac{1}{3}$

B(3, 1) বিন্দুতে সবচেয়ে কম খরচ 5 টাকা।

$\therefore$ 3 একক খাদ্য I, 1 খাদ্য II প্রয়োজন।

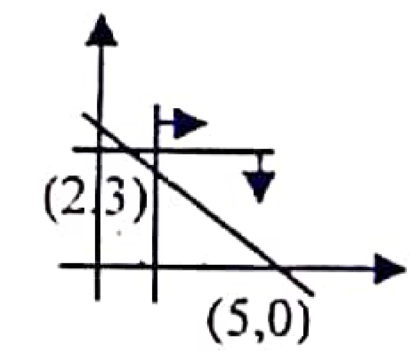
ভর্তি পরীক্ষার MCQ:

1. $x\ge 0$, $y\ge 0$, $x + y = 5$, $x\ge 2$, $y\le 4$ শর্তসমূহের সাপেক্ষে গরিষ্ঠকরণ করলে $z = 6x + 2y$ রাশিটির সর্বোচ্চ মান– [DU 10-11]

Sol^n : (2, 3) বিন্দুতে z = 18

এবং (5,0) বিন্দুতে z = 30

$\therefore$ $z_{max} = 18$

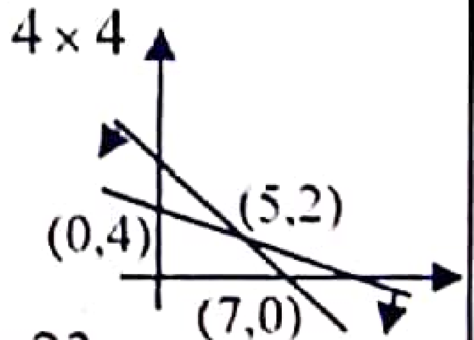


2. সমাধান কর: গরিষ্ঠকরণ কর, $z = 3x + 4y$ শর্ত হচ্ছে $x + y\le 7$, $2x + 5y\le 20$, $x\ge 0$, $y\ge 0$. [DU 09-10; KU 09-10; CUET 04-05; Textile 13-14]

Sol^n : $z(0,4) = 3\times 0 + 4\times 4 = 16$,

$z(7,0) = 3\times 7 + 4\times 0 = 21$

$z(5,2) = 3\times 5 + 4\times 2 = 23$



$\therefore$ সমাধানঃ (5, 2)

3. $5x + 10y\le 50$, $x + y\ge 1$, $y\le 4$, $x\ge 0$, $y\ge 0$ শর্তাবলী সাপেক্ষে $z = 2x + 7y$ এর লঘিষ্ঠমান– [DU 08-09]

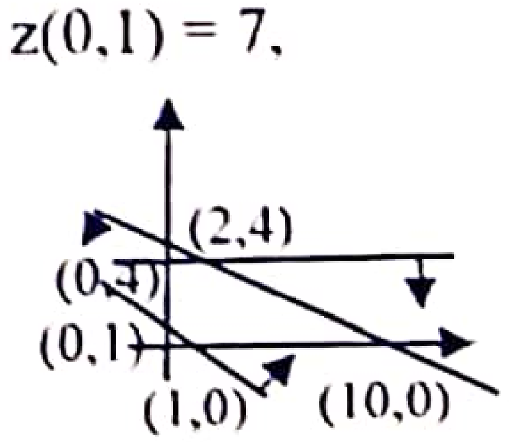
Sol^n : $z(1,0) = 2$, $z(0,1) = 7$,

$z(10, 0) = 20$,

$z(2,4) = 32$

$z(0,4) = 28$.

$\therefore$ $z_{min} = 2$



বহুনির্বাচনি প্রশ্ন:

1. Sol^n : সিদ্ধান্ত চলক অঋণাত্মক হয়। $\therefore$ উ: গ.

2. Sol^n : যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রাম উদ্ভাবনকারী গণিতবিদ L.V. Kantorvich রাশিয়ার নাগরিক। $\therefore$ উ: ঘ.

3. Sol^n : অশূন্য সীমবদ্ধতা $x\ge 0$, $y\ge 0$.
$\therefore$ উ: গ.

4. Sol^n : $x + y = 0$ শর্তটি যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রাম প্রকাশ করে না । $\therefore$ উ: ঘ.

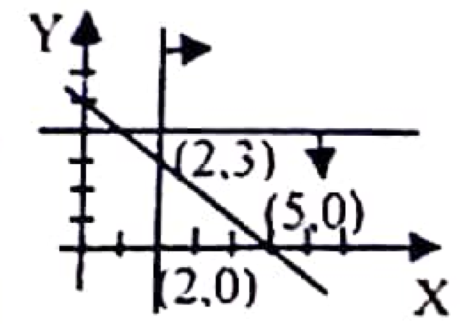
5. Sol^n : সব তথ্যই সত্য। উ: ঘ.

6. Sol^n : $x\ge 0, y\ge 0$ অঋণাত্মক সীমবদ্ধতা ।
$\therefore$ উ: গ.

7. Sol^n : ii নং তথ্য সত্য নয় । উ: খ.

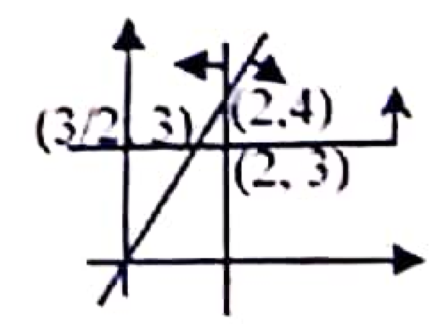
8. Sol^n : $x - y = 0 \Rightarrow y = x$ রেখার ঢাল ধনাত্মক, (0, 2) বিন্দু $x - y \le 0$ অসমতাকে সিদ্ধ করে এবং প্রদত্ত শর্তে সমান চিহ্ন অন্তর্ভুক্ত আছে । $\therefore$ উ: ঘ.

9. Sol^n : (5, 0) বিন্দুতে
$z = 6\times 5 + 2\times 0 = 30$
(2, 3) বিন্দুতে
$z = 6\times 2 + 2\times 3 = 18$
$\therefore$ উ: ঘ.



10. Sol^n : $3x + 4y - 1 < 0$ অসমতাটি মূলবিন্দুতে সত্য। উ: গ.

11. Sol^n : (2, 3) বিন্দুতে
$z = 6 + 12 = 18$
(2, 4) বিন্দুতে
$z = 6 + 16 = 22$



$(\frac{3}{2}, 3)$ বিন্দুতে $z = \frac{9}{2} + 12 = 16.5$

$\therefore$ উ : গ.

12. Sol^n : (0, 2) বিন্দু $y\le 1$ অসমতাকে সিদ্ধ করে না।
$\therefore$ (1, 1) বিন্দুতে $2x + 9y = 11$
(0, 1) বিন্দুতে $2x + 9y = 9$
(2, 0) বিন্দুতে $2x + 9y = 4$
$\therefore$ উ: ক.

13. Sol^n : $4x + 3y > 1$ যোগাশ্রয়ী অসমতা প্রকাশ করে। উ: গ.

14. Sol^n : $Z_{(0,3)} = 12$, $Z_{(6,3)} = 12 + 12 = 24$,

$Z_{(0,16)} = 12 + 64 = 76, Z_{(0,25)} = 100.$

$\therefore Z_{max} = 100$ ∴ উ: ঘ.

15. Sol^n : (0,0), (5, 0) বিন্দু $x + 2y \geq 8$ অসমতাকে এবং (8,0) বিন্দু $x + y \leq 5$ অসমতাকে সিদ্ধ করে না।

∴ উ: ক.

16. Sol^n : (0, 0) বিন্দু $x + y \leq 5$ অসমতাকে সিদ্ধ করে কিন্তু $4x + 2y \geq 12$ অসমতাকে সিদ্ধ করে না। ∴ উ: গ.

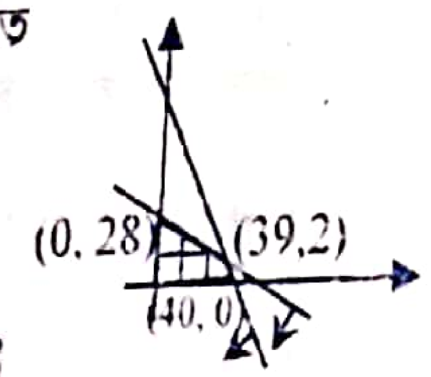
17. সব তথ্যই সত্য। ∴ উ: ঘ

18. Sol^n : অভীষ্ট ফাংশন $= x + y$. ∴ উ: ঘ.

19. Sol^n : মোট খরচের শর্ত, $1200x + 800y \leq 4800 \Rightarrow 3x + 2y \leq 12$. ∴ উ: খ.

20. Sol^n : (24, 12) বিন্দু উভয় অসমতাকে সিদ্ধ করে। উ: গ.

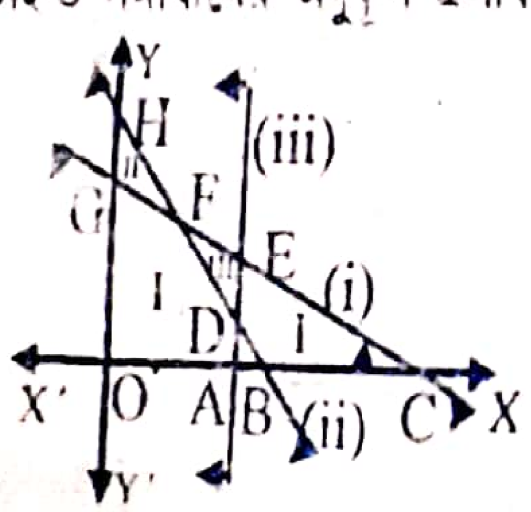
21. Sol^n : (40, 0) বিন্দুতে
$z = 120$
(39, 2) বিন্দুতে
$Z = 117 + 2 = 119$
(0, 28) বিন্দুতে $z = 28$



∴ উ: ঘ.

22. Sol^n : চিত্রের চিহ্নিত সমাধানের অনুকূল এলাকা I

∴ উ: ক.



23. Sol^n :

এখানে, A(4, 0), D(4, 2), F(2, 4)

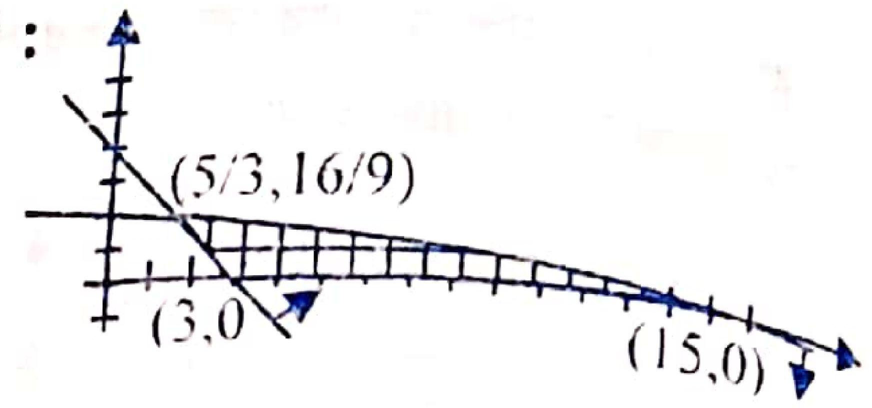
A বিন্দুতে $z = 8$, D বিন্দুতে $z = 14$, F বিন্দুতে $z = 16$ ∴ উ: ঘ.

24. Sol^n : অভীষ্ট ফাংশনের মান = 16

∴ উ: ঘ.

25. Sol^n : OACE আবদ্ধ ক্ষেত্রটি $x + y \leq 7$, $2x + 5y \leq 20$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ শর্তসমূহকে সিদ্ধ করে। ∴ উ: ক.

26. Sol^n :

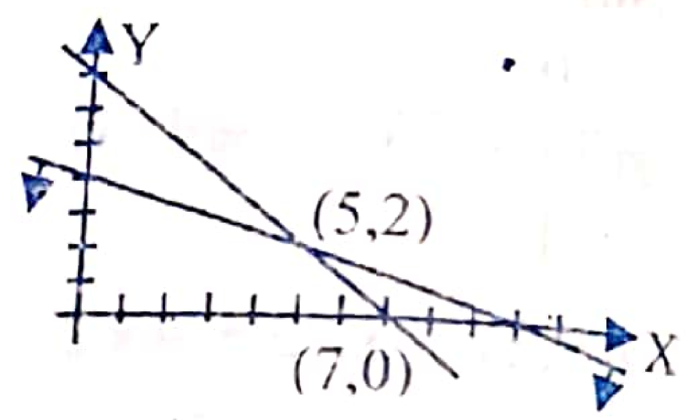


চিত্র হতে দেখা যায়, z এর সর্বোচ্চ মান (15, 0) বিন্দুতে অবস্থিত এবং তা $2 \times 15 = 30$ এর সর্বনিম্ন মান (3, 0) কৌণিক বিন্দুতে অবস্থিত এবং তা $2 \times 3 = 6$. ∴ উ: ঘ.

27. Sol^n : শর্তসমূহের গাণিতিক আকার
$12x + 8y \leq 100$ এবং $x \geq 1, y \leq 8, y \geq 0$

∴ উ: গ.

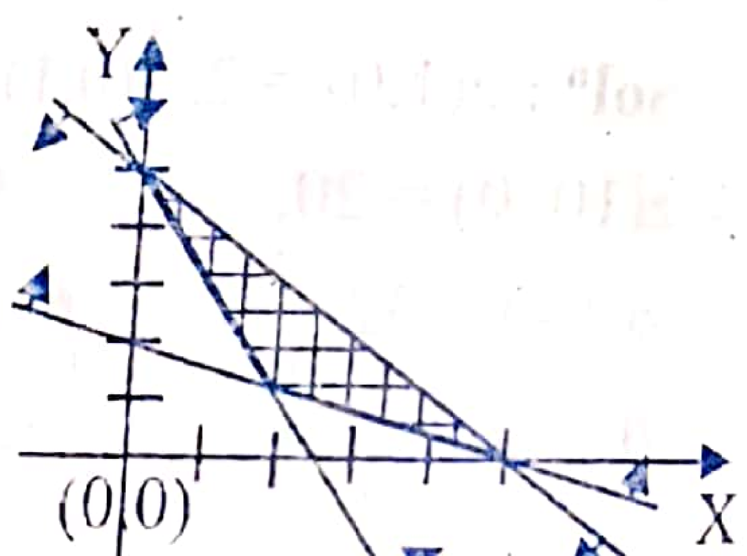
28. Sol^n :



কাঙ্ক্ষিত মান $x + y = 7$ রেখার উপর (7, 0) বা (5, 2) বিন্দুতে অবস্থিত।
(7, 0) বিন্দুতে $z = 21$, (5, 2) বিন্দুতে $z = 23$

∴ উ: ঘ

29. Sol^n :

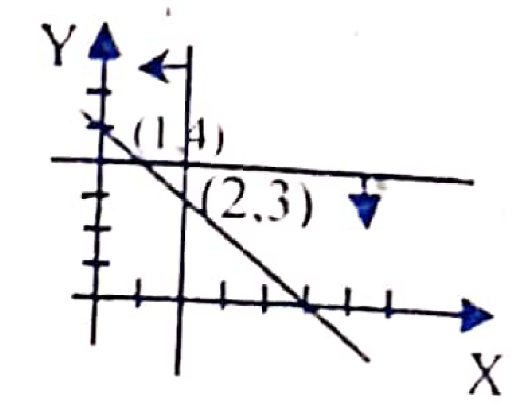


শর্তবলী দ্বারা গঠিত সমাধানের অনুকূল এলাকার সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রটি হবে ত্রিভুজ। ∴ উ: ক.

30. Sol^n : (0, 6) বিন্দুতে $z = 2 \times 6 = 12$
(0, 8) বিন্দুতে $z = 2 \times 8 = 16$
(2, 4) বিন্দুতে $z = 6 \times 2 + 2 \times 4 = 20$

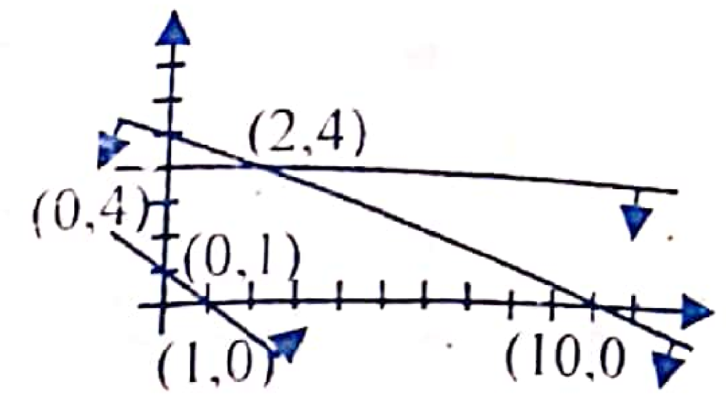
∴ উ: গ.

31. Sol^n : $x + y = 5$ রেখাস্থ (1, 4) ও (2, 3) বিন্দুতে $6x + 2y$ এর মান যথাক্রমে 14 ও 18



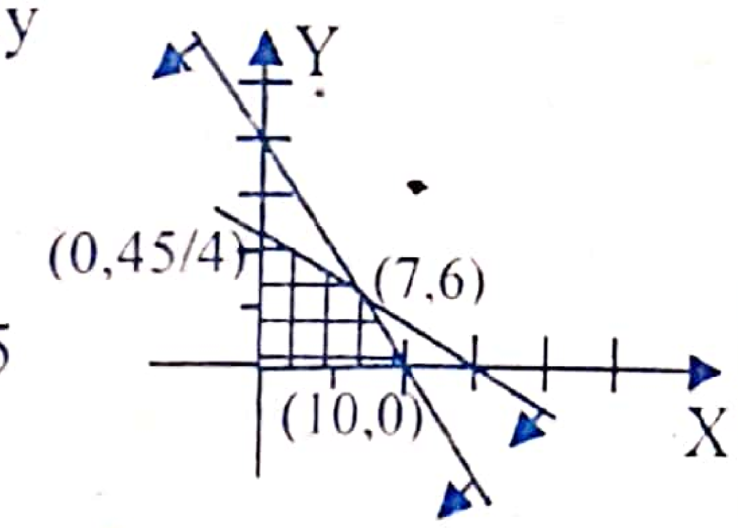
∴ উ: খ.

32. Sol^n :



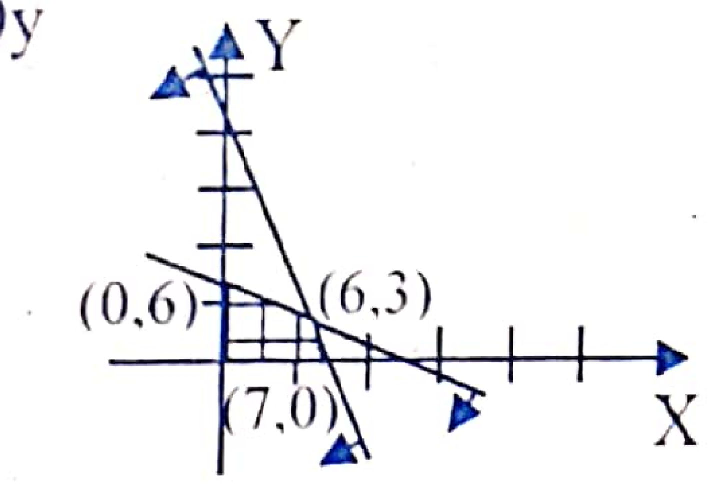
চিত্রানুযায়ী $2x_1 + 7x_2$ এর সর্বনিম্ন মান (1, 0) বিন্দুতে অবস্থিত এবং এর মান 2. ∴ উ: ক.
[∵ x_1 এর সহগ (2) < x_2 এর সহগ (7)]

33. Sol^n : $3x + 4y \leq 45$, $2x + y \leq 20$
$z = 10x + 12y$
$z_{(10,0)} = 100$
$z_{(7,6)} = 142$
$z_{(0,45/4)} = 135$



∴ উ: গ.

34. Sol^n : $15x + 5y \leq 105$, $5x + 10y \leq 60$
$z = 50x + 30y$
$z_{(7,0)} = 350$
$z_{(6,3)} = 390$
$z_{(0,6)} = 180$



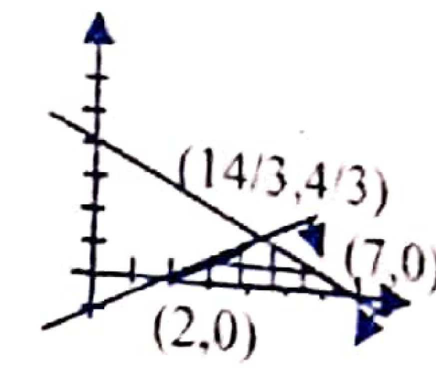
∴ উ: খ.

35. Sol^n : ধরি, অঙ্কদ্বয় x ও y.
∴ শর্তগুলি, $x + y \geq 12$, $x + 2 \leq 9$, $y + 2 \leq 9$
87 সংখ্যাটি $x + 2 \leq 9$ শর্ত মেনে চলে না। কেননা $8 + 2 = 10 > 9$. অবশিষ্ট সংখ্যা তিনটি প্রদত্ত শর্তগুলির মেনে চলে যাদের মধ্যে ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি হচ্ছে 57 . ∴ উ: ক.

36. Sol^n : প্রথম ও ২য় অসমতা দ্বারা আবদ্ধ সম্ভাব্য ক্ষেত্র একটি চতুর্ভুজ। [দি.বো.'১৭]

∴ উ: (গ)

37. Sol^n : [দি.বো.'১৭]



(2, 0) বিন্দুতে, $z = 8$; (7, 0) বিন্দুতে, $z = 28$; $(\frac{14}{3}, \frac{4}{3})$ বিন্দুতে, $z = 20$

∴ উ:(খ)

38. Sol^n : (ii) নং শর্ত সঠিক নয়। [চ.বো.'১৭]

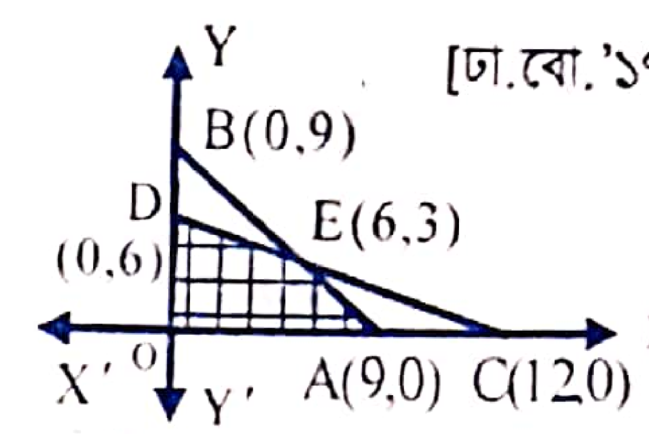
∴ উ: (ক)

39. Sol^n : $2x + 3y = 6$ রেখা x-অক্ষকে (2, 0) ও y-অক্ষকে (0, 2) বিন্দুতে ছেদ করে। [চ.বো.'১৭]

∴ $z_{(3,0)} = 3; z_{(0,2)} = 4$ ∴ উ: (খ)

40. Sol^n : OAPD আবদ্ধক্ষেত্রটি প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। ∴ উ: (গ) [ঢা.বো.'১৭]

41. Sol^n : [ঢা.বো.'১৭]



$z_{(9,0)} = 18$ & $z_{(0,6)} = 42$; $z_{(6,3)} = 12 + 21 = 33$

∴ উ: (ঘ)

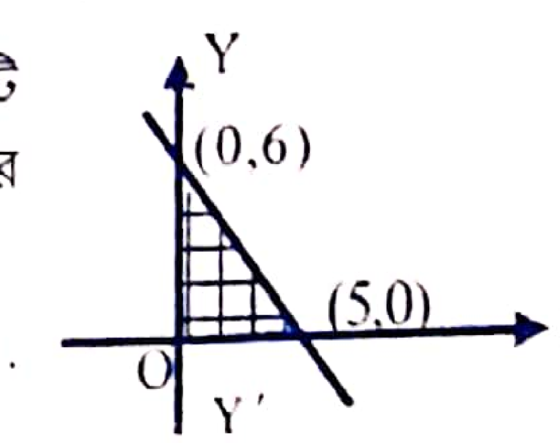
42. Sol^n : মূলবিন্দুগামী $y = x$ রেখার ঢাল = 1 এবং (0,1) বিন্দু $y \geq x$ অসমতাকের সিদ্ধ করে।

∴ উ: (ক) [রা.বো.'১৭]

43. Sol^n : P (3, −3) বিন্দু সকল শর্ত সিদ্ধ করে।

∴ $z_{(3,-3)} = 21 - 9 = 12$ উ: (ক) [রা.বো.'১৭]

44. Sol^n : ছায়াঘেরা অংশটি কোনো যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামের সম্ভাব্য অঞ্চল হলে, শর্তাবলি $6x + 5y \leq 30$; $x, y \geq 0$



∴ উ: (ঘ) [য.বো.'১৭]

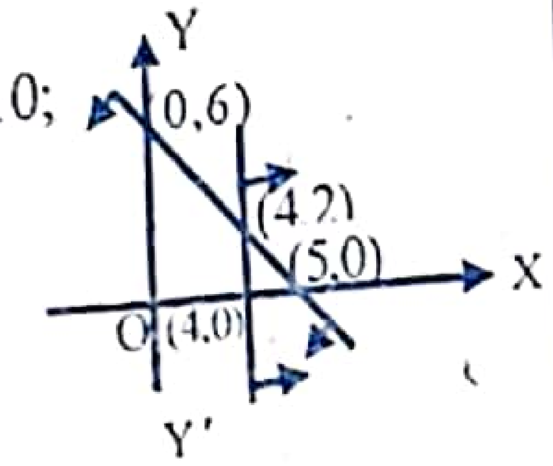
45. Sol^n : $z_{(0,0)} = 0; z_{(5,0)} = -5; z_{(0,6)} = 12$ [য.বো.'১৭]

∴ উ: (খ)

46. Sol^n : উল্লিখিত শর্তাধীনে সমাধান অংশটি ত্রিভুজাকার। [কু.বো.'১৭]

∴ উ: (গ)

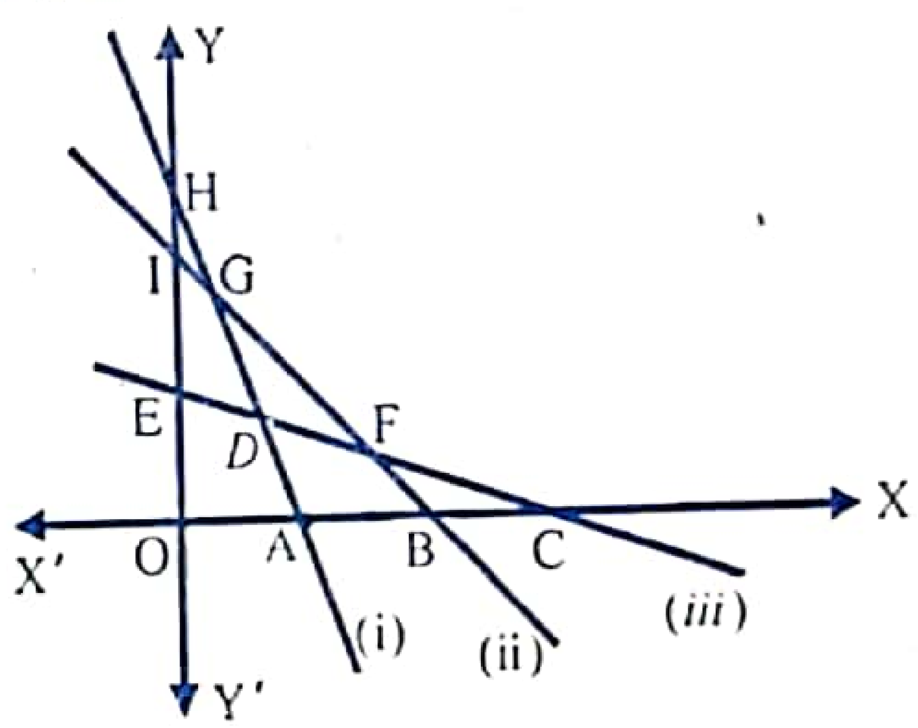
47. Solⁿ :
$z_{(4,0)} = 8; z_{(5,0)} = 10;$
$z_{(4,2)} = 8 - 2 = 6$
∴ উ: (গ)



সৃজনশীল প্রশ্ন (Creative Questions)

1. দৃশ্যকল্প -১:একজন ফেরিওয়ালা দৈনিক দুই প্রকারের মোট 500 রসগোল্লা কিনতে পারেন। বড় ও ছোট আকারের রসগোল্লার ক্রয়মূল্য যথাক্রমে 3 টাকা ও 1 টাকা। প্রতিটি বড় রসগোল্লায় লাভ ছোট রসগোল্লার লাভের দ্বিগুণ। ঐ ফেরিওয়ালা সর্বোচ্চ লাভের জন্য 1100 টাকা বিনিয়োগ করে x সংখ্যক বড় এবং y সংখ্যক ছোট রসগোল্লা ক্রয় করেন।

দৃশ্যপট-২:



অভীষ্ট ফাংশন, $z = x + 3y$

শর্ত : $5x + 2y \geq 10 \cdots\cdots$ (i)
$x + y \geq 4 \cdots\cdots\cdots$ (ii)
$x + 3y \geq 6 \cdots\cdots$ (iii)
এবং $x \geq 0, y \geq 0.$

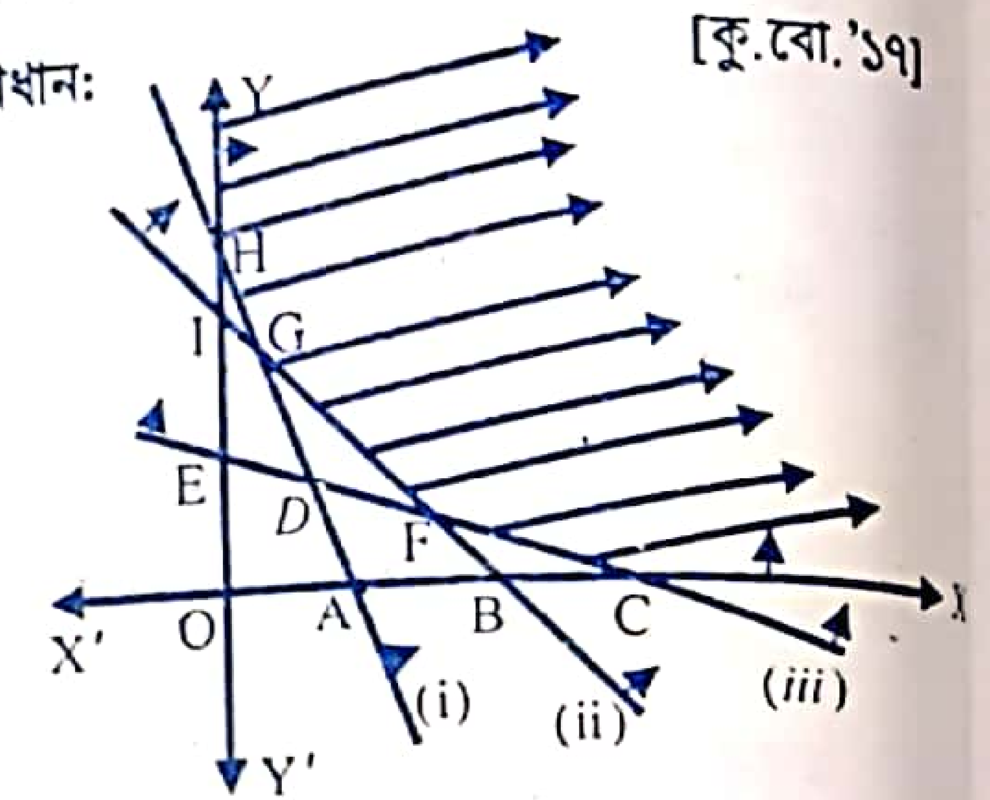
চিত্রে,অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন করা হয়েছে।

ক. দৃশ্যকল্প-১ অনুযায়ী প্রতিটি ছোট রসগোল্লায় লাভ m টাকা হলে যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামটি গঠন কর।

সমাধান: প্রতিটি ছোট রসগোল্লায় লাভ m টাকা।
∴ প্রতিটি বড় রসগোল্লায় লাভ 2m টাকা
∴ অভিষ্ট ফাংশন $z = 2mx + my.$
শর্ত : (মোট রসগোল্লা) $x + y \leq 500,$
(মোট খরচ) $3x + y \leq 1100, x \geq 0, y \geq 0.$

(b) দৃশ্যকল্প -২ এর শর্ত সাপেক্ষে অভীষ্ট ফাংশন z এর সর্বনিম্ন মান নির্ণয় কর। [কু.বো.'১৭]

সমাধান:



CF, FG ও GH রেখাত্রয়ের উপরস্থ ও তাদের ডানপার্শ্বস্থ বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে বিধায় ঐ অঞ্চলটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, C(6,0); (ii) ও (iii) এর ছেদবিন্দু F(3, 1); (i) ও (ii) এর ছেদবিন্দু $G(\frac{2}{3}, \frac{10}{3})$ এবং H(0 , 5)।

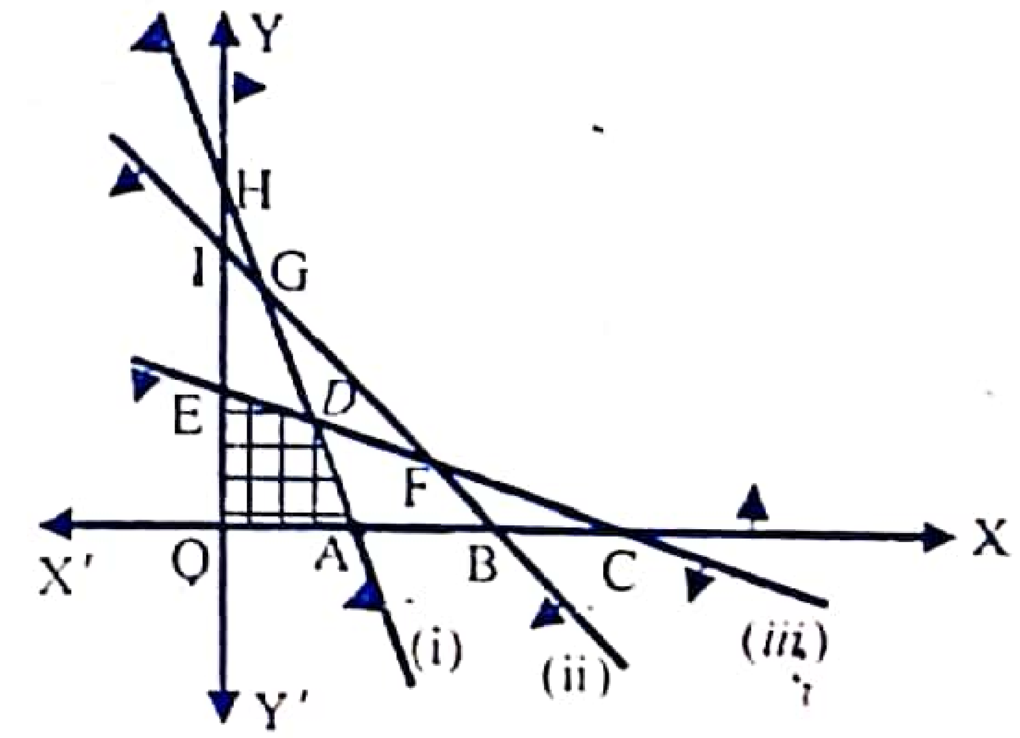
এখন, C(6,0) বিন্দুতে $z = 6 + 3 \times 0 = 6,$
F(3, 1) বিন্দুতে $z = 3 + 3 \times 1 = 6,$
$G(\frac{2}{3}, \frac{10}{3})$ বিন্দুতে $z = \frac{2}{3} + 3 \times \frac{10}{3} = 10\frac{2}{3}$
H(0 , 5) বিন্দুতে $z = 0 + 3 \times 5 = 15$
∴ অভীষ্ট ফাংশন z এর সর্বনিম্ন মান 6 .

গ. দৃশ্যকল্প -২ এর (i), (ii) ও (iii) নম্বর শর্তে ≥ এর পরিবর্তে ≤ লিখা হলে অভীষ্ট ফাংশন z এর সর্বোচ্চ মান নির্ণয় কর।

দৃশ্যপট-২ এর (i), (ii) ও (iii) নম্বর শর্তে ≥ এর পরিবর্তে ≤ লিখা হলে সমাধানের অনুকূল এলাকা হবে OADE চতুর্ভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রফল।

এখানে, O(0,0); A(2,0); (i) ও (iii) এর ছেদবিন্দু $D(\frac{18}{13}, \frac{20}{13})$;এবং E(0 , 2)।

এখন, 0(0,0) বিন্দুতে $z = 0 + 3 \times 0 = 0,$



A(2, 0) বিন্দুতে $z = 2 + 3 \times 0 = 2,$
$D(\frac{18}{13}, \frac{20}{13})$বিন্দুতে $z = \frac{18}{13} + 3 \times \frac{20}{13} = \frac{78}{13} = 6$
E(0 , 2) বিন্দুতে $z = 0 + 3 \times 2 = 6$
∴ অভীষ্ট ফাংশন z এর সর্বোচ্চ মান 6 .

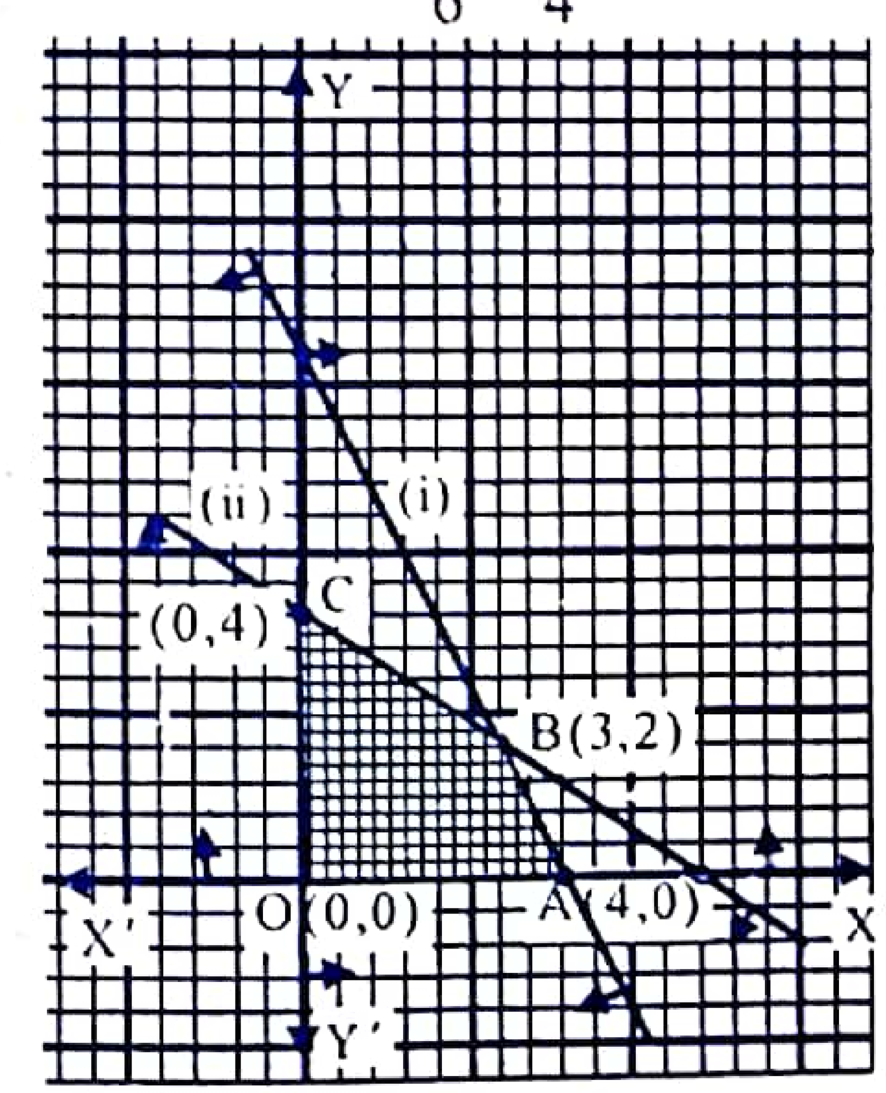
2. কোনো যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামের সীমাবদ্ধতাগুলি $2x + y \leq 8$, $2x + 3y \leq 12$, $x , y \geq 0$ এবং সমাধানের অনুকূল এলাকার কৌণিক বিন্দুগুলি O(0,0), A(4,0), B(3,2) এবং C(0,4)। যদি উহার অভীষ্ট ফাংশন $z = ax + by$ (যেখানে $a, b > 0$) হয় তবে-

ক. অসমাগুলির লেখচিত্র অঙ্কন কর।

সমাধান: অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ,

$2x + y = 8 \Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{8} = 1 \cdots$(i),

$2x + 3y = 12 \Rightarrow \frac{x}{6} + \frac{y}{4} = 1 \cdots$(ii)



একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা X'OX ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 2 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i) ও (ii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

খ. কোন শর্তে z এর সর্বোচ্চ মান শুধুমাত্র B বিন্দুতে থাকবে?

সমাধান: OABC চতুর্ভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব, এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

O(0,0) বিন্দুতে $z = a \times 0 + b \times 0 = 0,$
A(4,0) বিন্দুতে $z = a \times 4 + b \times 0 = 4a.$
B(3,2) বিন্দুতে $z = a \times 3 + b \times 2 = 3a + 2b.$
C(0,4) বিন্দুতে $z = a \times 0 + b \times 4 = 4b$
z এর সর্বোচ্চ মান শুধুমাত্র B বিন্দুতে থাকলে,
$3a + 2b > 0$. $3a + 2b > 4a \Rightarrow a < 2b$
এবং $3a + 2b > 4b \Rightarrow a > \frac{2}{3}b$
∴ নির্ণেয় শর্ত , $3a + 2b > 0$ এবং $\frac{2}{3}b < a < 2b$

গ. A বিন্দুতে z এর মান < B বিন্দুতে z এর মান < C বিন্দুতে z এর মান - এ শর্তে t এর মান নির্ণয় কর, যেখানে $a = t - 1$ এবং $b = t + 1$.

সমাধান: A বিন্দুতে z এর মান < B বিন্দুতে z এর মান < C বিন্দুতে z এর মান
$\Rightarrow 4a < 3a + 2b < 4b$
$\Rightarrow 4(t - 1) < 3(t - 1) + 2(t + 1) < 4(t + 1)$
$\Rightarrow 4t - 4 < 3t - 3 + 2t + 2 < 4t + 4$
$\Rightarrow 4t - 4 < 5t - 1 < 4t + 4$
এখন, $4t - 4 < 5t - 1 \Rightarrow 5t - 4t > -4 + 1$
$\Rightarrow t > -3$ এবং
$5t - 1 < 4t + 4 \Rightarrow 5t - 4t < 4 + 1 \Rightarrow t < 5$
∴ t এর নির্ণেয় মান: $-3 < t < 5$

3. $x + y \leq 5$ ও $x + 2y \geq 8$ দুই চলকবিশিষ্ট যোগাশ্রয়ী অসমতা।

ক. $6x^2 - x - 1 > 0$ এর সমাধান সেট নির্ণয় কর।

সমাধান: $6x^2 - x - 1 > 0$
$\Rightarrow 6x^2 - 3x + 2x - 1 > 0$
$\Rightarrow 3x(2x - 1) + 1(2x - 1) > 0$

$\Rightarrow (2x-1)(3x+1)>0$

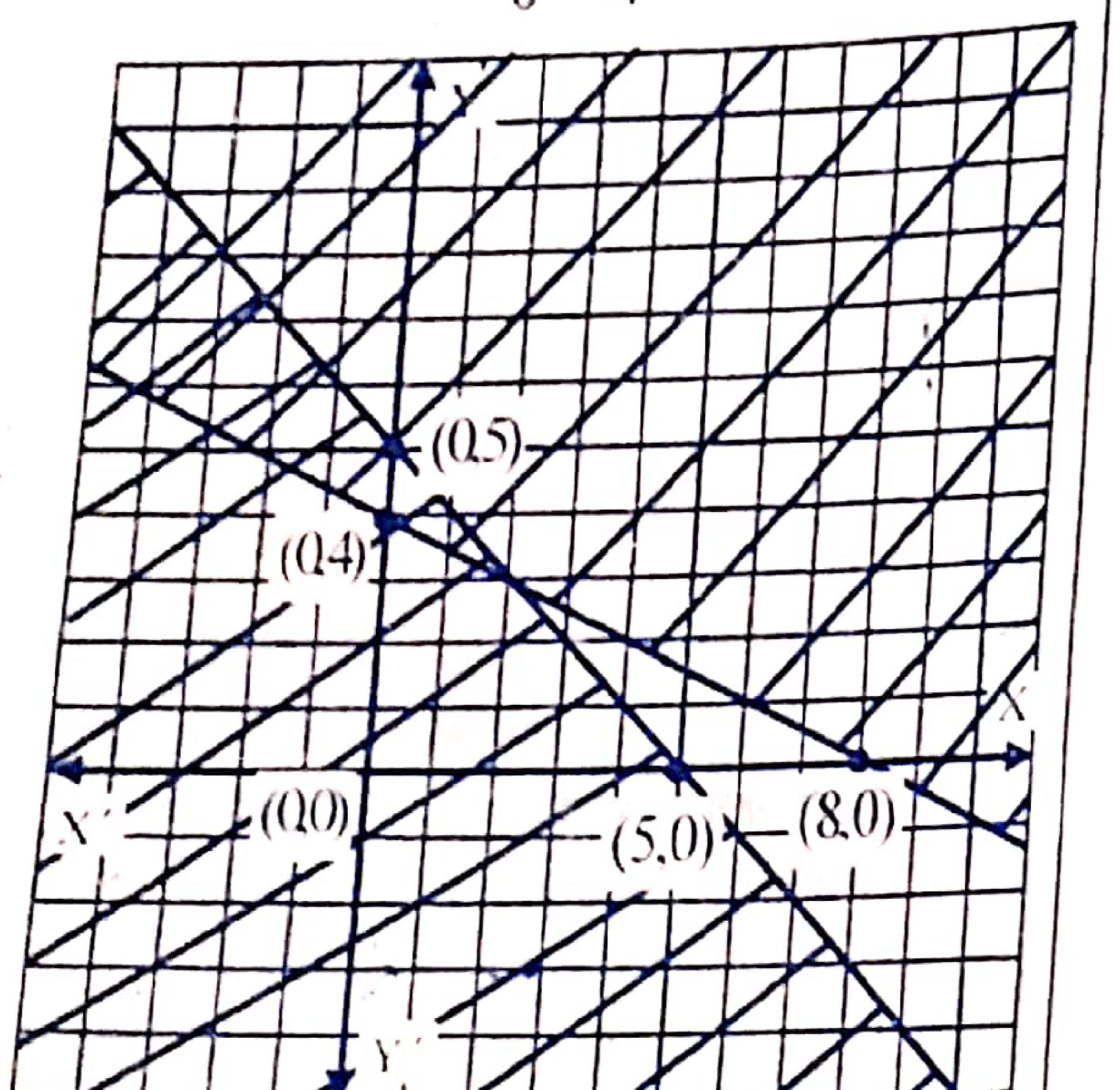
$\Rightarrow x>\frac{1}{2}$ অথবা $x<-\frac{1}{3}$

$\therefore$ সমাধান সেট $=\{x\in\mathbb{R}: x>\frac{1}{2}$ অথবা $x<-\frac{1}{3}\}$

খ. **প্রদত্ত অসমতাযুগলের সমাধান সেটের লেখচিত্র অঙ্কন কর।**

সমাধান : প্রদত্ত অসমতাযুগলের অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $x+y=5\Rightarrow \frac{x}{5}+\frac{y}{5}=1\cdots\cdots(i)$,

$x+2y=8\Rightarrow \frac{x}{8}+\frac{y}{4}=1\cdots\cdots(ii)$



একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা $X'OX$ ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 1 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i) ও (ii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

প্রদত্ত $x+y\le 5$ অসমতায় (0,0) বসিয়ে যাচাই করলে পাওয়া যায় $0\le 5$, যা সত্য। সুতরাং (i) রেখাস্থ ও এর (0,0) বিন্দুর পার্শ্বস্থ সকল বিন্দুর সেট এই অসমতার লেখচিত্র। $x+2y\ge 8$ অসমতায় (0,0) বসিয়ে যাচাই করলে পাওয়া যায় $0\ge 5$, যা সত্য নয়। সুতরাং (ii) রেখাস্থ ও এর (0,0) বিন্দুর বিপরীত পার্শ্বস্থ সকল বিন্দুর সেট এই অসমতার লেখচিত্র।

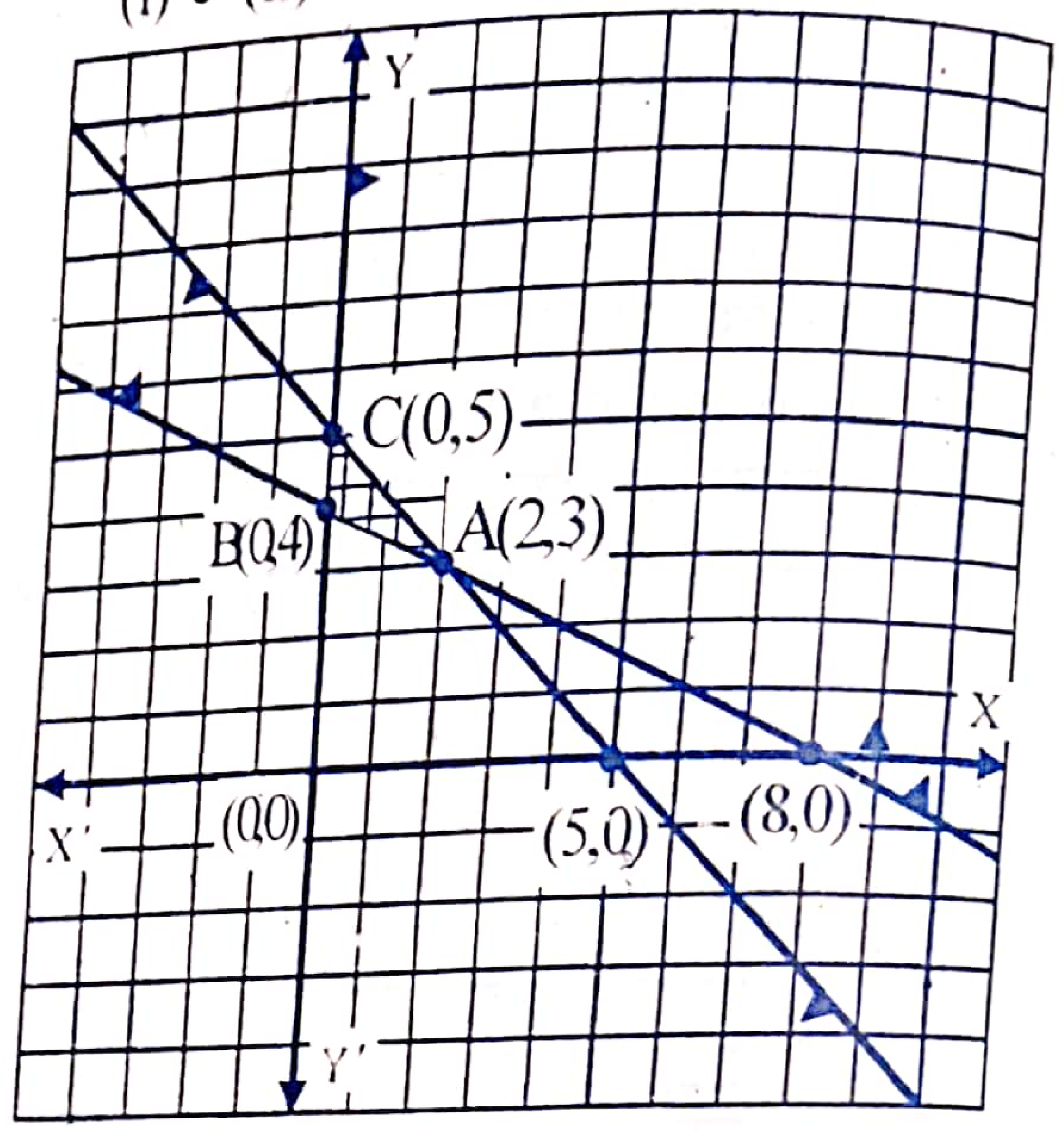
অতএব, এই রেখা দুইটির সংশিষ্ট অংশ সহ দুইভাবে চিহ্নিত অংশের ছেদাংশই অসমতা দুইটির যুগপৎ সমাধানের লেখচিত্র।

গ. **প্রদত্ত অসমতাযুগল এবং $x, y\ge 0$ শর্তে $z=2x-y$ এর এর সর্বনিম্ন মান নির্ণয় কর।**

সমাধান: প্রদত্ত অসমতাযুগলের অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $x+y=5\Rightarrow \frac{x}{5}+\frac{y}{5}=1\cdots\cdots(i)$,

$x+2y=8\Rightarrow \frac{x}{8}+\frac{y}{4}=1\cdots\cdots(ii)$

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা $X'OX$ ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 1 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i) ও (ii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।



ABC ত্রিভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, (i) ও (ii) এর ছেদবিন্দু $A(2, 3)$; $B(0, 4)$ এবং $C(0, 5)$.

$A(2, 3)$ বিন্দুতে $z=2\times2-3=1$

$B(0, 4)$ বিন্দুতে $z=2\times0-4=-4$

$C(0, 5)$ বিন্দুতে $z=2\times0-5=-5$

$\therefore$ z এর এর সর্বনিম্ন মান -5.

1. X ও Y প্রকারের খাদ্যের প্রতি কেজিতে প্রোটিন ও শ্বেতসার এর পরিমাণ ও তাদের মূল্য নিম্নের চার্টে দেওয়া হল।

খাদ্যের নাম	প্রতি কেজিতে প্রোটিন	প্রতি কেজিতে শ্বেতসার	প্রতি কেজির মূল্য (টাকা)
X	8	10	70
Y	12	6	90
দৈনিক ন্যূনতম প্রয়োজন	32	22	

ক. যেকোনো $x\in\mathbb{R}$ এর জন্য প্রমাণ কর যে, $|x|\ge x$

সমাধান : শিখনফল ১.৪ এর 1 দ্রষ্টব্য।

খ. $1\div$(X – দৈনিক ন্যূনতম প্রয়োজনীয় প্রোটিনের পরিমাণ) $\le$ প্রতি কেজি Y প্রকারের খাদ্যের শ্বেতসারের পরিমাণ) হলে, x এর ব্যবধি সংখ্যারেখায় প্রকাশ কর: যেখানে $x\ne 32$.

সমাধান : $1\div$ (X – দৈনিক ন্যূনতম প্রয়োজনীয় প্রোটিনের পরিমাণ) $\le$ প্রতি কেজি Y প্রকারের খাদ্যের শ্বেতসারের পরিমাণ)

$\Rightarrow 1\div(x-32)\le 6\Rightarrow \frac{1}{x-32}\le 6$

$x-32=0\Rightarrow x=32$ হলে, প্রদত্ত অসমতাটি অসংজ্ঞায়িত হবে।

এখন, $\frac{1}{x-32}<6\cdots(i)$

$x-32>0$ হলে, (i) $\Rightarrow 1<6(x-32)$

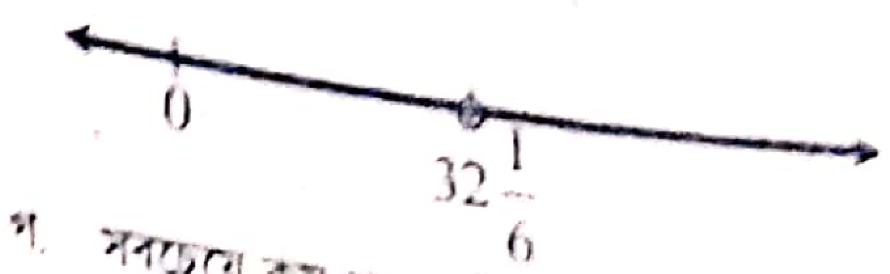
$\Rightarrow x-32>\frac{1}{6}\Rightarrow x>32+\frac{1}{6}\Rightarrow x>32\frac{1}{6}$

$x-32<0$ হলে, (i) $\Rightarrow 1>6(x-32)$

$\Rightarrow x-32<\frac{1}{6}\Rightarrow x<32+\frac{1}{6}\Rightarrow x<32\frac{1}{6}$

$\therefore$ সমাধান সেট, $S=\{x\in\mathbb{R}: x<32\frac{1}{6}$ or $x>32\frac{1}{6}\}$

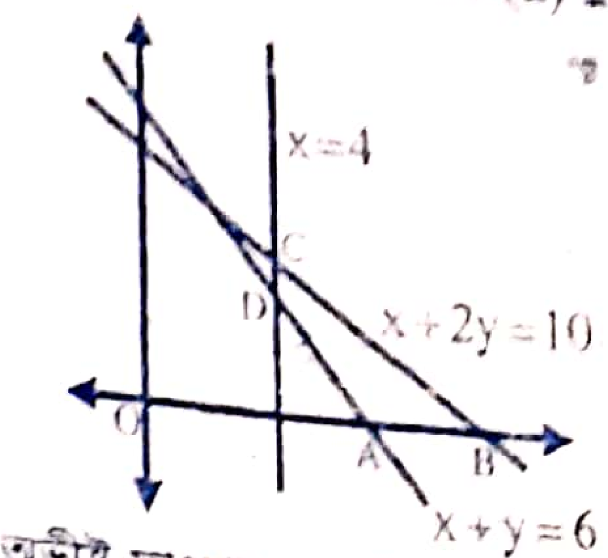
নিম্নে সংখ্যারেখায় সমাধান সেট দেখানো হল :



গ. সবচেয়ে কম খরচে কিরূপে দৈনিক ন্যূনতম খাদ্যের প্রয়োজন মেটানো সম্ভব?

সমাধান : প্রশ্নমালা II এর 5(a) দ্রষ্টব্য।

5.



অভীষ্ট ফাংশন $z=2x+3y$

ক. $a<b$ এবং $b<c$ হলে, দেখাও যে, $a<c$; যেখানে, $a, b, c\in\mathbb{R}$

প্রমাণ: প্রশ্নমালা I এর 8 দ্রষ্টব্য।

খ. $y=1$ হলে $z(z-0.5)\le 1.5$ অসমতাকে পরমমান চিহ্নের সাহায্যে প্রকাশ কর।

সমাধান : $y=1$ হলে $z=2x+3$.

$\therefore z(z-0.5)\le 1.5$

$\Rightarrow (2x+3)(2x+3-\frac{1}{2})\le\frac{3}{2}$

$\Rightarrow (2x+3)(\frac{4x+6-1}{2})\le\frac{3}{2}$

$\Rightarrow (2x+3)(4x+5)\le 3$

$\Rightarrow 8x^2+10x+12x+15-3\le 0$

$\Rightarrow 8x^2+22x+12\le 0$

$\Rightarrow 4x^2+11x+6\le 0$

$\Rightarrow 4x^2+8x+3x+6\le 0$

$\Rightarrow 4x(x+2)+3(x+2)\le 0$

$\Rightarrow (x+2)(4x+3)\le 0$

$\Rightarrow \{x-(-2)\}\{x-(-\frac{3}{4})\}\le 0$

$\Rightarrow -2\le x\le -\frac{3}{4}$

সকল পক্ষে $\frac{-2-\frac{3}{4}}{2}=\frac{11}{8}$ যোগ করে পাই,

$$-2+\frac{11}{8} \le x+\frac{11}{8} \le -\frac{3}{4}+\frac{11}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{-16+11}{8} \le \frac{8x+11}{8} \le \frac{-6+11}{8}$$

$\Rightarrow -5 \le 8x+11 \le 5$

$\Rightarrow |8x+11| \le 5$ (Ans.)

গ. ABCD চতুর্ভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রটি সমাধানের অনুকূল এলাকা হওয়ার শর্ত উল্লেখপূর্বক z এর সর্বনিম্ন মান নির্ণয় কর।

সমাধান : ABCD চতুর্ভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রটি সমাধানের অনুকূল এলাকা হওয়ার শর্ত :

$x+y \ge 6,\ x+2y \le 10,\ x \ge 4,\ y \ge 0.$

এখানে, A(6,0); B(10, 0); x = 4 ও x + 2y = 10 এর ছেদবিন্দু C(4, 3); x = 4 ও x + y = 6 এর ছেদবিন্দু D(4, 2)।

এখন, A(6,0) বিন্দুতে $z = 2\times 6 + 3\times 0 = 12$

B(10,0) বিন্দুতে $z = 2\times 10 + 3\times 0 = 20$,

C(4, 3) বিন্দুতে $z = 2\times 4 + 3\times 3 = 17$

D(4 , 2) বিন্দুতে $z = 2\times 4 + 3\times 2 = 14$

$\therefore$ z এর সর্বনিম্ন মান 12 .

6. $3y - x \le 10,\ x+y \le 6,\ x-y \le 2,\ x, y \ge 0$ শর্তাধীনে অভিষ্ট ফাংশন $z = 2y - x$.

ক. $|2x+3| < 7$ অসমতাকে পরমমান চিহ্ন ব্যতীত প্রকাশ কর।

সমাধান : প্রশ্নমালা I এর 3(b) দ্রষ্টব্য।

খ. x = 1, y = 2 হলে প্রমাণ কর যে, $\sqrt{z}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

সমাধান : x = 1, y = 2 হলে

$\sqrt{z} = \sqrt{2.2-1} = \sqrt{3}$

অতপর প্রশ্নমালা I এর উদাহরণ 6(c) দ্রষ্টব্য।

গ. z এর সর্বনিম্ন মান নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রশ্নমালা II এর 3(c) দ্রষ্টব্য।

7. অভীষ্ট ফাংশন : $z = 3x + 5y$, সীমাবদ্ধতা : $t \le 2,\ x \ge 6-2y,\ y \le x,\ x \le 6$; যেখানে, $t = x - 2y$

ক. $13 + |-1-4| - 3 - |-8|$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রশ্নমালা I এর 1(f) দ্রষ্টব্য।

খ. y = 1 হলে, $|t| \le 10$ অসমতার সমাধান সেট সংখ্যা রেখায় দেখাও।

প্রমাণ: y = 1 হলে $t = x - 2.1 = x - 2$

$\therefore |t| \le 10 \Rightarrow |x-2| \le 10$

$\Rightarrow -10 \le x - 2 \le 10$

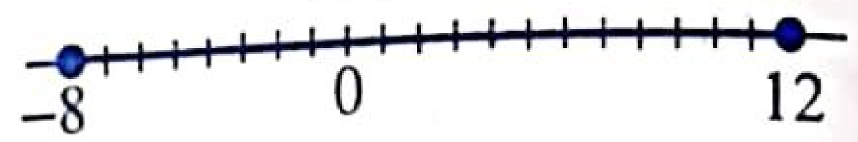
$\Rightarrow -10 + 2 \le x - 2 + 2 \le 10 + 2$

$\Rightarrow -8 \le x \le 12$

$\therefore$ সমাধান সেট, $s = \{x \in \mathbb{R} : -8 \le x \le 12\}$

নিম্নে সংখ্যারেখায় সমাধান সেট দেখানো হল :

$-8 \le x \le 12$



গ. z এর সর্বনিম্ন মান নির্ণয় কর।

সমাধান : সীমাবদ্ধতা : $t \le 2 \Rightarrow x - 2y \le 2$, $x \ge 6 - 2y,\ y \le x,\ x \le 6.$

অতপর প্রশ্নমালা I এর উদাহরণ 3(e) দ্রষ্টব্য।

8. $x + 2y \ge 4,\ t \ge 4,\ x, y \ge 0$ শর্তাধীনে অভিষ্ট ফাংশন $z = 3x + 2y$; যেখানে $t = 2x + y$

ক. $|2x - 5| < 1$ অসমতার সমাধান সেটের সুপ্রিমাম নির্ণয় কর।

সমাধান : $|2x-5| < 1 \Rightarrow -1 < 2x - 5 < 1$

$\Rightarrow -1 + 5 < 2x - 5 + 5 < 1 + 5$

$\Rightarrow 4 < 2x < 6 \Rightarrow 2 < x < 3$

$\therefore$ সমাধান সেট, $s = \{x \in \mathbb{R} : 2 \le x \le 3\}$

$\therefore$ প্রদত্ত অসমতার সমাধান সেটের সুপ্রিমাম = 3

খ. y = 3 হলে $|t| \ge 4$ এর সমাধান সেট সংখ্যারেখায় দেখাও।

সমাধান : y = 3 হলে $|t| \ge 4$

$\Rightarrow |2x+3| \ge 4 \cdots\cdots$ (i)

$2x + 3 > 0$ হলে (i) $\Rightarrow 2x + 3 \ge 4$

$\Rightarrow 2x \ge 4 - 3 \Rightarrow 2x \ge 1 \Rightarrow x \ge \frac{1}{2}$

$2x + 3 < 0$ হলে (i) $\Rightarrow -(2x+3) \ge 4$

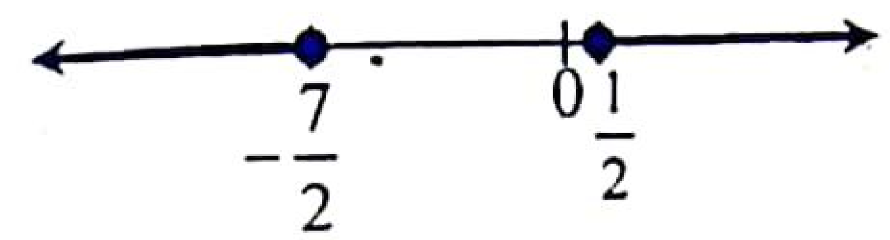
$-(2x+3) \ge 4 \Rightarrow 2x + 3 \le -4$

$\Rightarrow 2x \le -7 \Rightarrow x \le -\frac{7}{2}$

$\therefore$ প্রদত্ত অসমতার সমাধান সেট,

$s = \{x \in \mathbb{R} : x \le -\frac{7}{2}$ অথবা, $x \ge \frac{1}{2}\}$

নিম্নে সংখ্যারেখায় সমাধান সেট দেখানো হল :



গ. z এর সর্বনিম্ন মান নির্ণয় কর।

সমাধান : শর্তাবলী : $x + 2y \ge 4$,

$t \ge 4 \Rightarrow 2x + y,\ x, y \ge 0$

অতপর প্রশ্নমালা I এর উদাহরণ 3(b) দ্রষ্টব্য।

9. $x + 2y \le 10,\ t \le 6,\ x \le 4,\ x \ge 0,\ y \ge 0$ শর্তাধীনে অভিষ্ট ফাংশন $z = 2x + 3y$; যেখানে, $t = x + y$

ক. $|x-2| \le \frac{1}{3}$ অসমতাটি পরম মান চিহ্ন ব্যতীত প্রকাশ কর।

সমাধান : $|x-2| \le \frac{1}{3} \Rightarrow -\frac{1}{3} \le x - 2 \le \frac{1}{3}$

$\Rightarrow -\frac{1}{3} + 2 \le x - 2 + 2 \le \frac{1}{3} + 2$

$\Rightarrow \frac{5}{3} \le x \le \frac{7}{3}$ (Ans.)

খ. y = – 1 এবং $|t| < \frac{1}{13}$ হলে প্রমাণ কর যে, $|x^2 - 1| < \frac{27}{169}$

প্রমাণ: y = – 1 হলে, t = x –1

$\therefore |t| < \frac{1}{13} \Rightarrow |x-1| < \frac{1}{13} \cdots\cdots$ (i)

এখন, $|x+1| = |x - 1 + 2| \le |x-1| + |2|$

$\Rightarrow |x+1| < \frac{1}{13} + 2$, [(i) দ্বারা]

$\Rightarrow |x+1| < \frac{27}{13} \cdots\cdots$ (ii)

(i)×(ii) $\Rightarrow |x-1||x+1| < \frac{1}{13}.\frac{27}{13}$

$\Rightarrow |(x-1)(x+1)| < \frac{27}{169}$

$\Rightarrow |x^2 - 1| < \frac{27}{169}$ (Proved)

গ. z এর সর্বোচ্চ মান নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রদত্ত শর্তাবলী : $x + 2y \le 10$, $t \le 6 \Rightarrow x + y \le 6,\ x \le 4,\ x \ge 0,\ y \ge 0$

অতপর প্রশ্নমালা I এর উদাহরণ 1 দ্রষ্টব্য।

10. $x + y \ge 1,\ y - 5x \le 0,\ 5y - x \ge 0,\ s \ge -1,\ t \le 6,\ x \le 3,\ x \ge 0,\ y \ge 0$ শর্তাধীনে অভিষ্ট ফাংশন $z = 3x + 2y$; যেখানে $s = x - y$, $t = x + y$.

ক. প্রমাণ কর যে, $|x+3| + |x-3| \ge |2x|$

প্রমাণ: আমরা জানি, $|a| + |b| \ge |a+b|$

$\therefore |x+3| + |x-3| \ge |x + 3 + x - 3|$

$\Rightarrow |x+3| + |x-3| \ge |2x|$

খ. y = 1 হলে, সংখ্যারেখার সাহায্যে $|t| + |s| \le 3$ এর সমাধান নির্ণয় কর ।

সমাধান : y = 1 হলে , $|t| + |s| \le 3$

$\Rightarrow |x+1| + |x-1| \le 3$

অতপর প্রশ্নমালা I এর উদাহরণ 1 দ্রষ্টব্য।

গ. z এর সর্বোচ্চ মান নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রদত্ত শর্তাবলী : $x + y \ge 1$, $y - 5x \le 0,\ 5y - x \ge 0,\ s \ge -1 \Rightarrow x - y \ge -1$, $t \le 6 \Rightarrow x + y \le 6,\ x \le 3,\ x \ge 0,\ y \ge 0$

অতপর প্রশ্নমালা II এর উদাহরণ 2(j) দ্রষ্টব্য।

11. অভীষ্ট ফাংশন $z = 3x + 2y$,

শর্ত: $x + 2y \ge 4,\ 2x + y \ge 4,\ x \ge 0,\ y \ge 0$.

ক. **সমাধান কর :** $a(x + b) < c$, $[a \ne 0]$

সমাধান: প্রশ্নমালা I এর উদাহরণ 1 দ্রষ্টব্য।

খ. $y = \frac{7}{3}$ হলে $\frac{1}{|z|} > 5$ এর সমাধান সেট সংখারেখায় দেখাও।

সমাধান: $\frac{1}{|z|} > 5 \Rightarrow \frac{1}{|3x + 2y|} > 5$

$\Rightarrow \frac{1}{\left|3x+2\times\frac{7}{3}\right|} > 5 \Rightarrow \frac{3}{|9x+14|} > 5$

$\Rightarrow \frac{1}{|9x+14|} > \frac{5}{3} \Rightarrow |9x+14| < \frac{3}{5}$

[∵ | 9x + 14| ও 3/5 এর উভয়ই ধনাত্মক।]

$\Rightarrow -\frac{3}{5} < 9x + 14 < \frac{3}{5}$

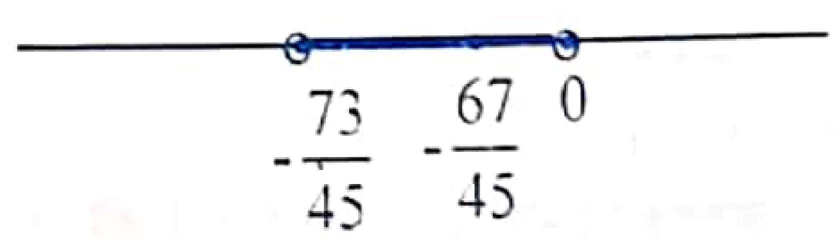
$\Rightarrow -\frac{3}{5} - 14 < 9x + 14 - 14 < \frac{3}{5} - 14$

$\Rightarrow -\frac{73}{5} < 9x < -\frac{67}{5}$

$\Rightarrow -\frac{73}{45} < x < -\frac{67}{45}$, [∵ 9 > 0]

∴ সমাধান সেট, $S = \{x \in \mathbb{R}: -\frac{73}{45} < x < -\frac{67}{45}\}$

নিম্নে সংখ্যারেখায় সমাধান সেট দেখানো হল :



গ. প্রদত্ত শর্তের আলোকে অভীষ্ট ফাংশন z এর সর্বনিম্ন মা নির্ণয় কর।

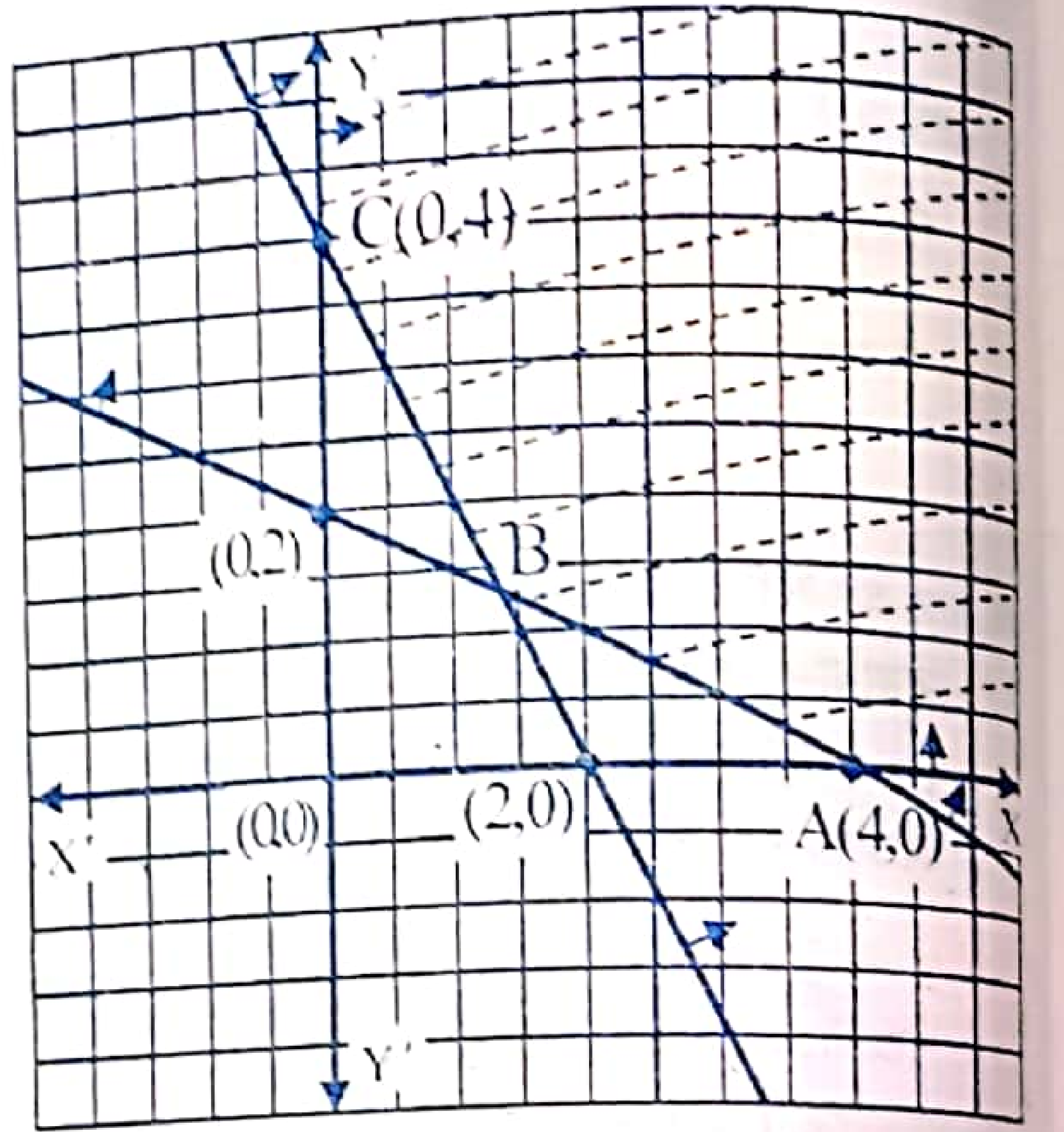
সমাধান : প্রদত্ত অসমতা, $x + 2y \geq 4$ ও $2x + y \geq 4$ অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ যথাক্রমে,

$x + 2y = 4 \Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{2} = 1 \cdots$(i),

$2x + y \geq 4 \Rightarrow \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 1 \cdots\cdots$ (ii)

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা X'OX ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 2 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i) ও (ii) রেখা লেখচিত্র অঙ্কন করি।

AB ও BC রেখাদ্বয়ের উপরস্থ ও তাদের ডানপার্শ্বস্থ বিন্দুসমূহে সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে বিধায় ঐ অঞ্চলটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।



এখানে, A(4, 0); (i) ও (ii) এর ছেদবি $B(\frac{4}{3}, \frac{4}{3})$ এবং C(0, 4).

A(4, 0) বিন্দুতে $z = 3\times4 + 2\times0 = 12$

$B(\frac{4}{3}, \frac{4}{3})$ বিন্দুতে $z = 3\times\frac{4}{3} + 2\times\frac{4}{3}$

$= \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$

C(0,4) বিন্দুতে $z = 3\times0 + 2\times4 = 8$

∴ z এর এর সর্বনিম্ন মান $6\frac{2}{3}$

12. দৃশ্যকল্প-1: $f(x) = x^2 - 4$

দৃশ্যকল্প-2: এক ব্যক্তি 1200 টাকা দিয়ে রুই ও কাতল উভয় মাছের পোনা কিনতে চান। 100 রুই মাছের পোনার দাম 60 টাকা এবং 100 কাতল মাছের পোনার দাম 30 টাকা ।

ক. $S = \{x \in \mathbb{R} : f(x) \leq 0\}$ এর ইনফিমাম নির্ণয় কর।

সমাধান : $f(x) \leq 0 \Rightarrow x^2 - 4 \leq 0$

$\Rightarrow (x + 2)(x - 2) \leq 0$

$\Rightarrow \{x - (-2)\}(x - 2) \leq 0$

$\Rightarrow -2 \leq x \leq 2$

∴ $S = \{x \in \mathbb{R} : f(x) \leq 0\}$

$= \{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x \leq 2\}$

∴ S এর ইনফিমাম = − 2

খ. $|f(x)| \leq 5$ এর সমাধান সেট সংখ্যারেখায় দেখাও।

প্রমাণ: $|f(x)| \leq 3 \Rightarrow |x^2 - 4| \leq 3$

$\Rightarrow -3 \leq x^2 - 4 \leq 3$

$\Rightarrow -3 + 4 \leq x^2 - 4 + 4 \leq 3 + 4$

$\Rightarrow 1 \leq x^2 \leq 7$

$1 \leq x^2$ এর জন্য, $x^2 - 1 \geq 0$

$\Rightarrow (x + 1)(x - 1) \geq 0$ ∴ $x \geq 1$ অথবা $x \leq -1$

আবার, $x^2 \leq 7$ এর জন্য, $x^2 - (\sqrt{7})^2 \leq 0$

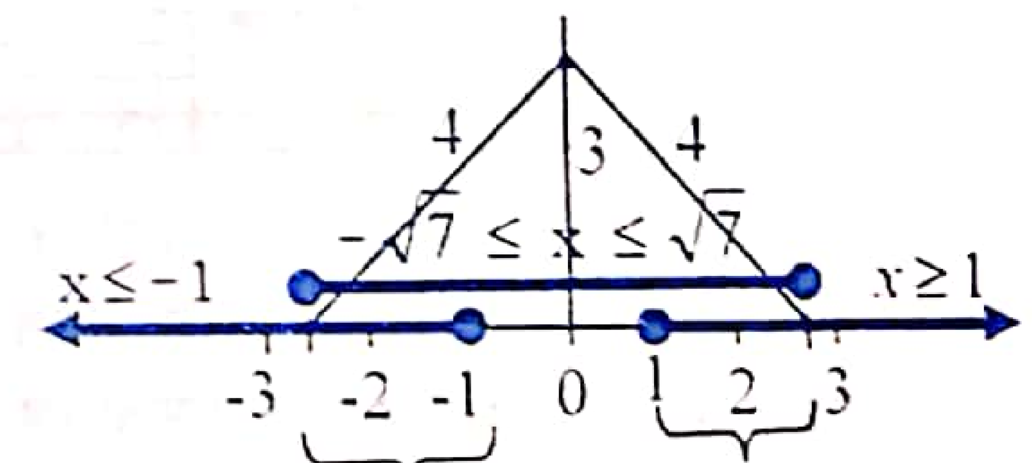
$\Rightarrow (x + \sqrt{7})(x - \sqrt{7}) \leq 0$

∴ $-\sqrt{7} \leq x \leq \sqrt{7}$

সমাধান সেট, $S = \{x \in \mathbb{R}: -\sqrt{7} \leq x \leq \sqrt{7}\} \cup \{x \in \mathbb{R}: x \geq 1$ অথবা $x \leq -1\}$

$= \{x \in \mathbb{R}: -\sqrt{7} \leq x \leq -1$ অথবা $1 \leq x \leq \sqrt{7}\}$

নিম্নে সংখ্যারেখায় সমাধান সেট দেখানো হল :



গ. দৃশ্যকল্প-2 এর সাহায্যে, লোকটি কোন্ মাছের কত পোনা কিনতে পারবেন যার মোট সংখ্যা সর্বাধিক 3000 হবে ?

সমাধান : প্রশ্নমালা II এর 4(g) দ্রষ্টব্য।

13. দৃশ্যকল্প -1 : $f(x) = 6x^2 + x - 1$

দৃশ্যকল্প-2 : A ও B দুই ধরনের খাবার আছে। যার মধ্যে প্রোটিন ও শ্বেতসার নিম্নরূপ :

খাদ্য	প্রোটিন	শ্বেতসার	প্রতি এককের দাম
A	1	3	2 টাকা
B	3	2	3 টাকা
দৈনিক ন্যূনতম প্রয়োজন	9	12	

ক. $\left|x - \frac{3}{2}\right| \leq 5$ অসমতাকে পরমমান চিহ্ন ব্যতীত প্রকাশ কর।

সমাধান : $\left|x - \frac{3}{2}\right| \leq 5 \Rightarrow -5 \leq x - \frac{3}{2} \leq 5$

$\Rightarrow -5 + \frac{3}{2} \leq x - \frac{3}{2} + \frac{3}{2} \leq 5 + \frac{3}{2}$

$\Rightarrow -\frac{7}{2} \leq x \leq \frac{13}{2}$

খ. দৃশ্যকল্প -1 ব্যবহার করে সংখ্যারেখার সাহায্যে f(x) < 0 অসমতার সমাধান কর।

সমাধান : $f(x) < 0 \Rightarrow 6x^2 + x - 1 < 0$

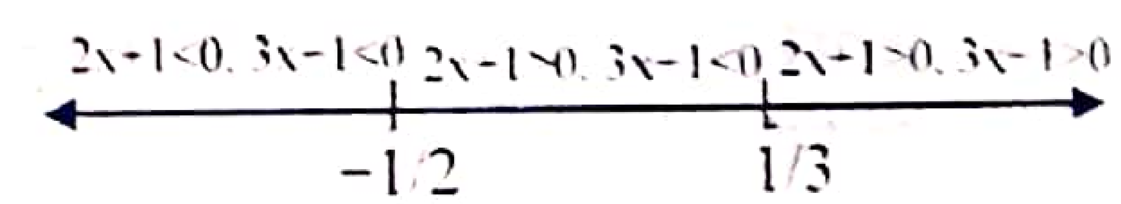
$\Rightarrow 6x^2 + 3x - 2x - 1 < 0$

$\Rightarrow 3x(2x + 1) - 1(2x + 1) < 0$

$\Rightarrow (2x + 1)(3x - 1) < 0 \cdots\cdots (1)$

$2x + 1 = 0$ হলে $x = -\frac{1}{2}$ এবং $3x - 1 = 0$ হলে $x = \frac{1}{3}$.

সংখ্যারেখার উপর $-\frac{1}{2}$ ও $\frac{1}{3}$ সংখ্যা দুইটির প্রতিরূপী বিন্দু চিহ্নিত করি।



বিন্দু দুইটি সংখ্যারেখাকে (i) $x < -\frac{1}{2}$ (ii) $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{3}$ এবং (iii) $x > \frac{1}{3}$ ব্যবধিতে বিভক্ত করে।

$x < -\frac{1}{2}$ হলে, $2x + 1 < 0$ এবং $3x - 1 < 0$.

∴ $(2x - 1)(3x + 1) > 0$, যা (1) এর সঙ্গে সঙ্গতিপূর্ণ নয়।

$-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{3}$ হলে, $2x + 1 > 0$ এবং $3x - 1 < 0$

$\therefore$ $(2x-1)(3x+1) < 0$, যা (1) এর সঙ্গে সঙ্গতিপূর্ণ।

$x > \frac{1}{3}$ হলে, $2x + 1 > 0$ এবং $3x - 1 > 0$

$\therefore$ $(2x-1)(3x+1) > 0$, যা (1) এর সঙ্গে সঙ্গতিপূর্ণ নয়।

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান : $-\frac{1}{2} \le x < \frac{1}{3}$

গ. দৃশ্যকল্প-2 অনুসারে খাদ্যের এমন একটি সমন্বয় নির্ণয় কর যা সর্বনিম্ন খরচে ঐ ব্যক্তির দৈনিক প্রয়োজন মিটাবে।

সমাধান : প্রশ্নমালা II এর উদাহরণ-৩ দ্রষ্টব্য।

14. A ও B দুই ধরনের খাবার আছে। যার মধ্যে প্রোটিন ও শ্বেতসার নিম্নরূপ : [দি.বো.'১৭]

খাদ্য	প্রোটিন	শ্বেতসার	প্রতি এককের দাম
A	4	5	40 টাকা
B	6	3	50 টাকা
দৈনিক ন্যূনতম প্রয়োজন	16	11	

ক. যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রাম বলতে কি বুঝ? ২

সমাধান : শিখনফল ২.১ দ্রষ্টব্য।

খ. সমস্যাটির একটি যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রাম গঠন কর। ৪

সমাধান : মনে করি, x কেজি A খাদ্য এবং y কেজি B খাদ্য প্রয়োজন। তাহলে,

মোট খরচ, $z = 40x + 50y$ (সর্বনিম্নকরণ)

সীমাবদ্ধতা : (প্রোটিন) $4x + 6y \ge 16$,

(শ্বেতসার) $5x + 3y \ge 11$ এবং

অঋণাত্মক সীমাবদ্ধতা, $x \ge 0, y \ge 0$.

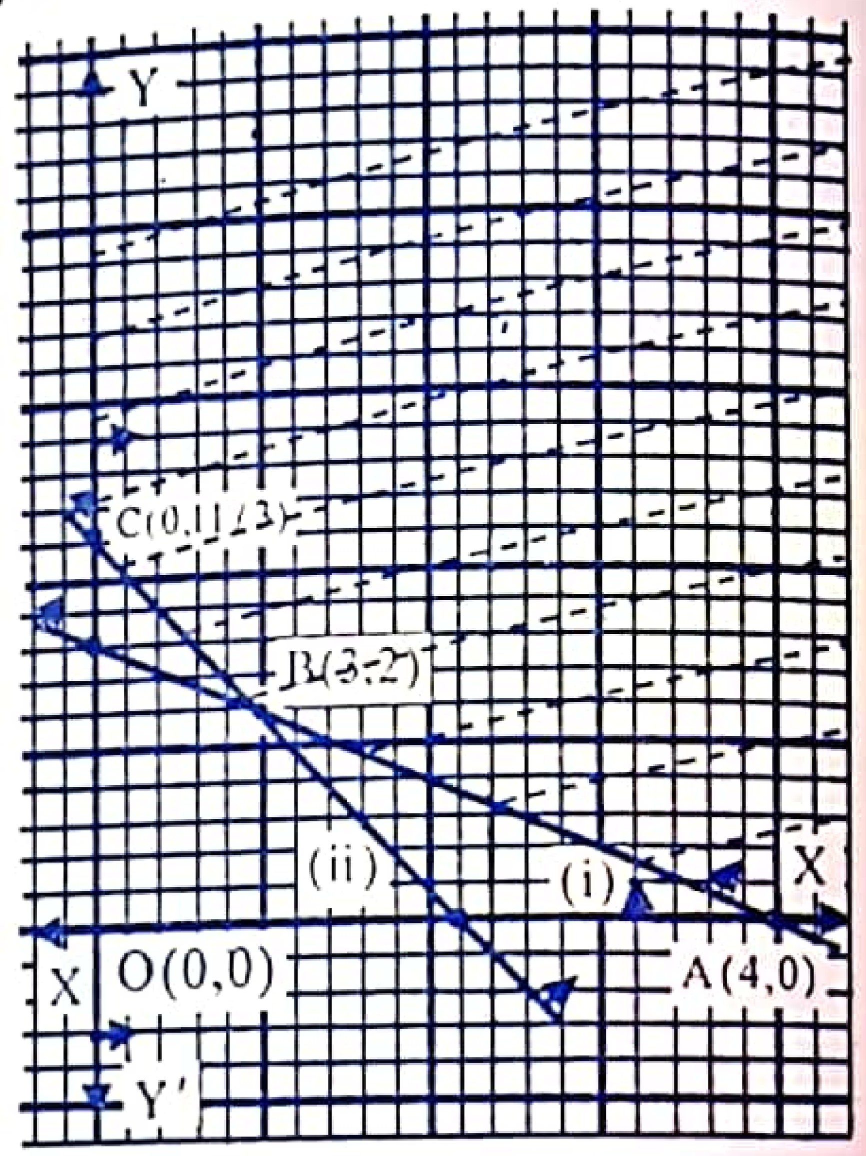
গ. লেখচিত্রের সাহায্যে যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামটির সমাধান কর। ৪

সমাধান : খ-এর অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $4x + 6y = 16$

$\Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{8/3} = 1 \cdots$(i),

$5x + 3y \ge 11 \Rightarrow \frac{x}{11/5} + \frac{y}{11/3} = 1 \cdots$ (ii)

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা $X'OX$ ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ বরাবর ছোট 5 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 3 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i) ও (ii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।



AB ও BC রেখাদ্বয়ের উপরস্থ ও তাদের ডানপার্শ্বস্থ বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে বিধায় ঐ অঞ্চলটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, A(4, 0); (i) ও (ii) এর ছেদবিন্দু B(1, 2) এবং C(0, 11/3).

A(4, 0) বিন্দুতে $z = 40\times4 + 50\times0 = 160$

B(1, 2) বিন্দুতে $z = 40\times1 + 50\times1 = 140$

$C(0, \frac{11}{3})$ বিন্দুতে,

$z = 40\times0 + 50\times\frac{11}{3} = 183.33$

$z_{min} = 140$

$\therefore$ সবচেয়ে কম খরচ 140 টাকা। সুতরাং 1 কেজি A খাদ্য এবং 2 কেজি B খাদ্য প্রয়োজন।

15. দৃশ্যকল্প-১ : $f(x) = |x - 3|$. [সি.বো.'১৭]

দৃশ্যকল্প-২: $4x + y \ge 16, 4x + 7y \ge 40, x, y \ge 0$.

ক. $-4 < 2x - 1 < 12$ কে পরমমান চিহ্নের সাহায্যে প্রকাশ কর।

সমাধান : $-4 < 2x - 1 < 12$

সকল পক্ষে $-\frac{-4+12}{2} = -4$ যোগ করে পাই,

$-4 - 4 < 2x - 1 - 4 < 12 - 4$

$\Rightarrow -8 < 2x - 5 < 8 \Rightarrow |2x - 5| < 8$ (Ans.)

খ. $f(x) < \frac{1}{5}$ হলে দেখাও যে, $f(x^2 - 6) < \frac{31}{25}$.

প্রমাণ: $f(x) < \frac{1}{5} \Rightarrow |x - 3| < \frac{1}{5}$ …… (i)

$\therefore$ $|x + 3| = |x - 3 + 6| \le |x - 3| + |6|$

$\Rightarrow |x + 3| < \frac{1}{5} + 6$, [(i) দ্বারা]

$\Rightarrow |x + 3| < \frac{31}{5}$ …… (ii)

(i)× (ii) $\Rightarrow |x - 3||x + 3| < \frac{1}{5}.\frac{31}{5}$

$\Rightarrow |(x - 3)(x + 3)| < \frac{31}{25} \Rightarrow |x^2 - 9| < \frac{31}{25}$

$\Rightarrow |(x^2 - 6) - 3| < \frac{31}{25}$

$\Rightarrow f(x^2 - 6) < \frac{31}{25}$, [$\because f(x) = |x - 3|$]

গ. দৃশ্যকল্প-২ এর আলোকে লেখচিত্রের সাহায্যে $z = 4x + 2y$ এর সর্বনিম্ন মান নির্ণয় কর।

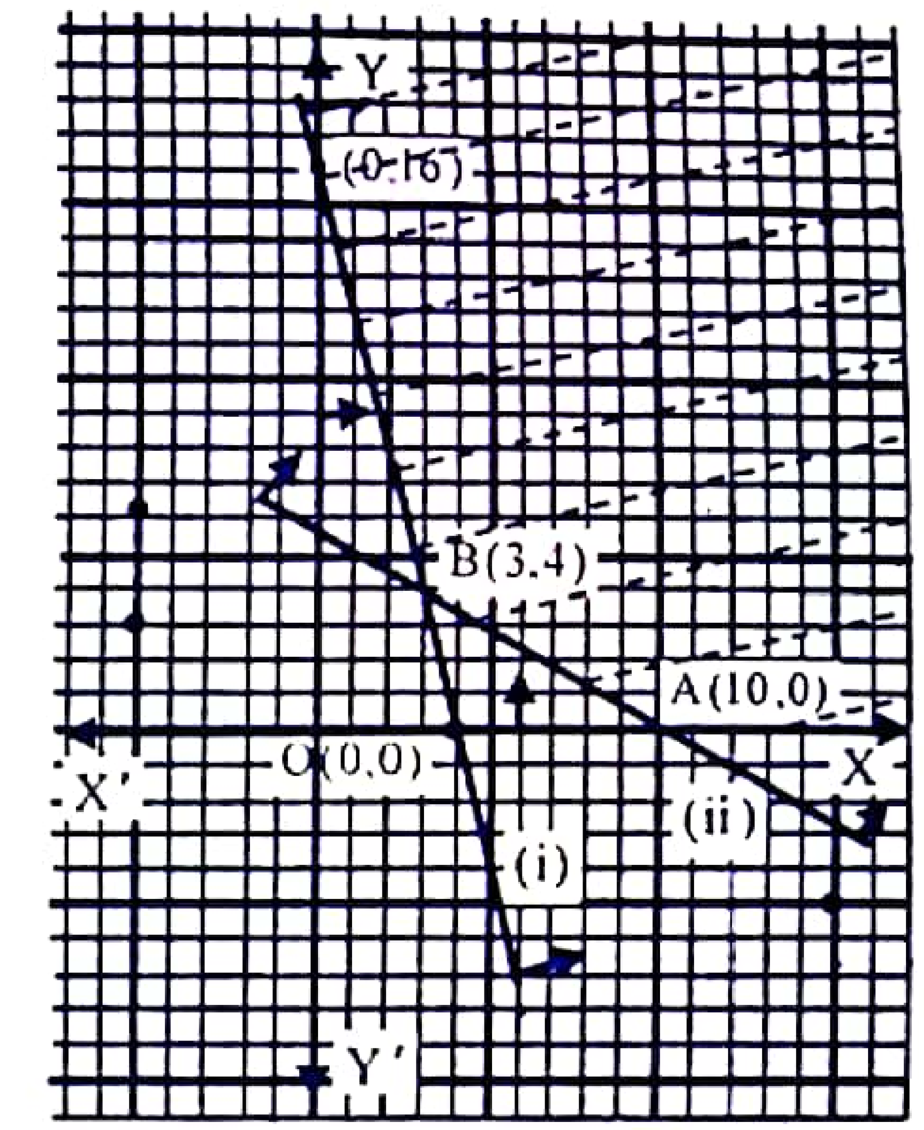
সমাধান : দৃশ্যকল্প-২ হতে পাই,

$4x + y \ge 16, 4x + 7y \ge 40, x, y \ge 0$.

প্রদত্ত অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ,

$4x + y = 16 \Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{16} = 1$ ……(i),

$4x + 7y = 40 \Rightarrow \frac{x}{10} + \frac{y}{40/7} = 1 \cdots$ (ii)



একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা $X'OX$ ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 1 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i) ও (ii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

AB ও BC রেখাদ্বয়ের উপরস্থ ও তাদের ডানপার্শ্বস্থ বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে বিধায় ঐ অঞ্চলটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, A(10, 0); (i) ও (ii) এর ছেদবিন্দু B(3, 4) এবং C(0, 16).

A(10, 0) বিন্দুতে $z = 4\times10 + 2\times0 = 40$

B(3, 4) বিন্দুতে $z = 4\times3 + 2\times4 = 20$

C(0,16) বিন্দুতে $z = 4\times0 + 2\times16 = 32$

$\therefore$ z এর এর সর্বনিম্ন মান 20.

শ্রেণির কাজ

1. **$x + 4y \le 80, 2x + 3y \le 90, x \ge 0, y \ge 0$ শর্তাধীনে $z = 45x + 80y$ এর সর্বোচ্চ মান নির্ণয় কর।**

পরীক্ষণ নং 1	তারিখঃ

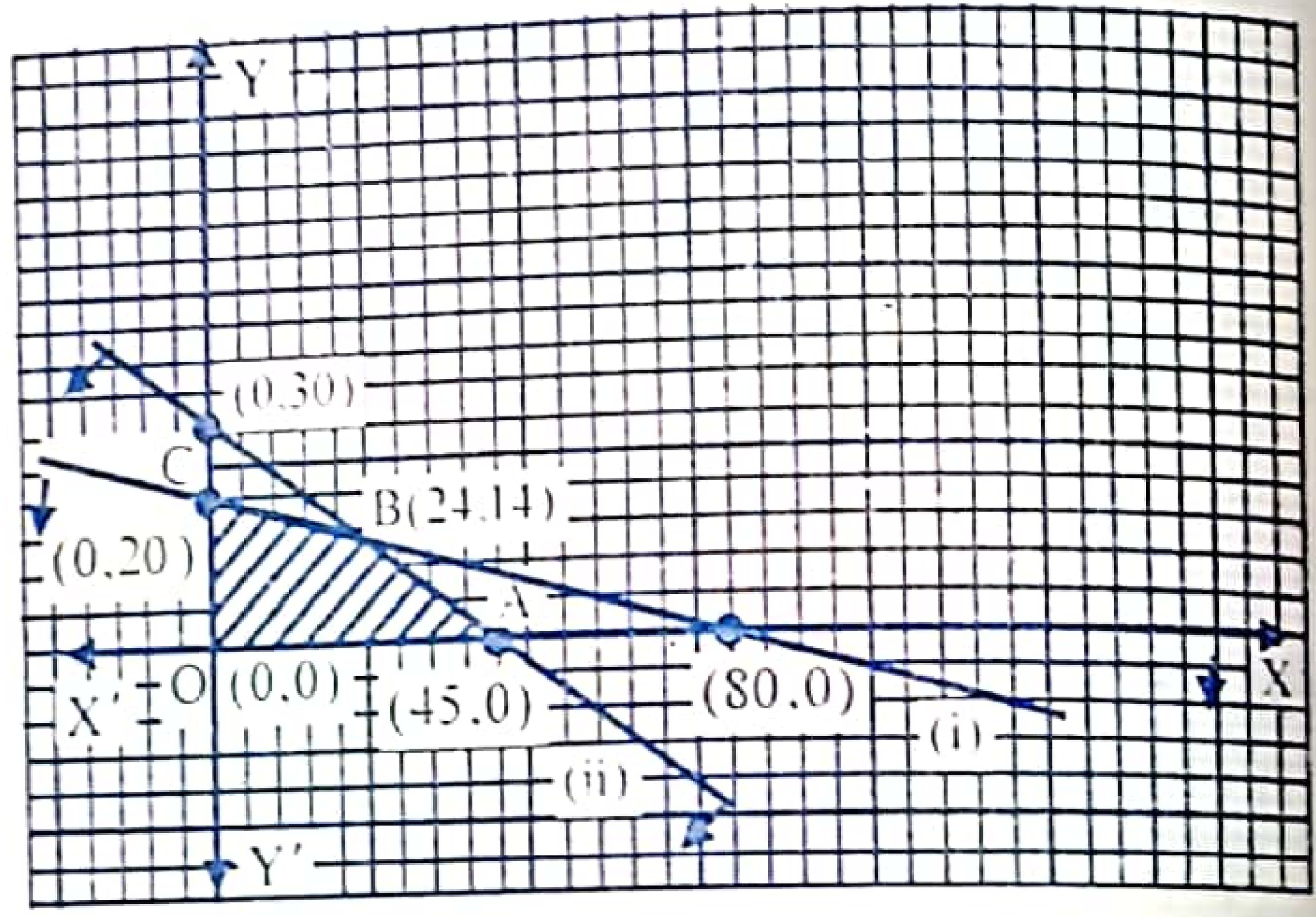
পরীক্ষণের নাম : লেখচিত্রের সাহায্যে দ্বিমাত্রিক যোগাশ্রয়ী পোগ্রামিং এ অভীষ্ট ফাংশন $Z = 45x + 80y$ এর মান সর্বোচ্চকরণ।

শর্তাবলী : $x + 4y \leq 80$, $2x + 3y \leq 90$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

মূলতত্ত্ব : প্রদত্ত অসমতা $x + 4y \leq 80$, $2x + 3y \leq 90$, $x \geq 0$ এবং $y \geq 0$ এর লেখচিত্র অঙ্কন করে অনুকূল এলাকার কৌণিক বিন্দুগুলির স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি। কৌণিক বিন্দুগুলির স্থানাঙ্কের মান বসিয়ে $Z = 45x + 80y$ এর সর্বোচ্চ মান নির্ণয় করি।

প্রয়োজনীয় উপকরণ : (i) পেন্সিল (ii) স্কেল (iii) গ্রাফ পেপার (iv) ইরেজার (v) শার্পনার (vi) ক্যালকুলেটর ইত্যাদি।

কার্যপদ্ধতি :



1. অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ $x + 4y = 80$, $2x + 3y = 90$ কে ছেদক আকারে প্রকাশ করে পাই, $\frac{x}{80} + \frac{y}{20} = 1 \cdots$ (i), $\frac{x}{45} + \frac{y}{30} = 1 \cdots\cdots$ (ii)
2. একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষ রেখা $X'OX$ ও YOY' আঁকি।
3. x অক্ষ ও y অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের 1 বাহুর দৈর্ঘ্য = 5 একক ধরে (i) নং রেখাস্থ (80, 0) ও (0, 20) ; (ii) নং রেখাস্থ (45,0) ও (0, 30) বিন্দুগুলি গ্রাফ পেপারে স্থাপন করি এবং সরু পেন্সিল দিয়ে প্রতি জোড়া সংযোগ করে যথাক্রমে (i)ও (ii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।
4. (0, 0) বিন্দু $x + 4y \leq 80$ অসমতাকে সিদ্ধ করে ($\because 0 \leq 80$ সত্য)। সুতরাং (i) রেখাস্থ ও এর (0, 0) বিন্দুর পার্শ্বস্থ সকল বিন্দুর সেট ঐ অসমতার সমাধান। তদ্রূপ, (ii) রেখাস্থ ও এর (0, 0) বিন্দুর পার্শ্বস্থ সকল বিন্দুর সেট $2x + 3y \leq 90$ অসমতার সমাধান। তাছাড়া $x \geq 0$ ও $y \geq 0$ দ্বারা বুঝায় সমাধানের অনুকূল এলাকা ১ম চতুর্ভাগে অবস্থিত।
5. OABC চতুর্ভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব, এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।
6. OABC চতুর্ভুজের কৌণিক বিন্দুর স্থানাঙ্ক O(0, 0), A(45, 0), (i) ও (ii) এর ছেদবিন্দু B(24,14) এবং C(0, 20)
7. অভীষ্ট ফাংশনে কৌণিক বিন্দুগুলির মান বসিয়ে Z এর সর্বোচ্চ মান নির্ণয় করি।

ফল সংকলন :

কৌণিক বিন্দু	$Z = 45x + 80y$	Z_{max}
O(0, 0)	$Z = 45\times0 + 80\times0 = 0$	2200

A(45, 0)	$Z = 45\times45 + 80\times0 = 2025$	
B(24,14)	$Z = 45\times24 + 80\times14 = 2200$	
C(0,20)	$Z = 45\times0 + 80\times20 = 1600$	

ফলাফল : Z এর সর্বোচ্চ মান = 2200.

2. $11x + 6y \geq 132$, $x + y \geq 18$, $x + 4y \geq 24$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ **শর্তাধীনে $z = 80x + 50y$ এর সর্বনিম্ন** মান নির্ণয় কর।

পরীক্ষণ নং	তারিখঃ

পরীক্ষণের নাম : লেখচিত্রের সাহায্যে দ্বিমাত্রিক যোগাশ্রয়ী পোগ্রামিং এ অভীষ্ট ফাংশন $z = 80x + 50y$ এর সর্বনিম্ন মান নির্ণয়।

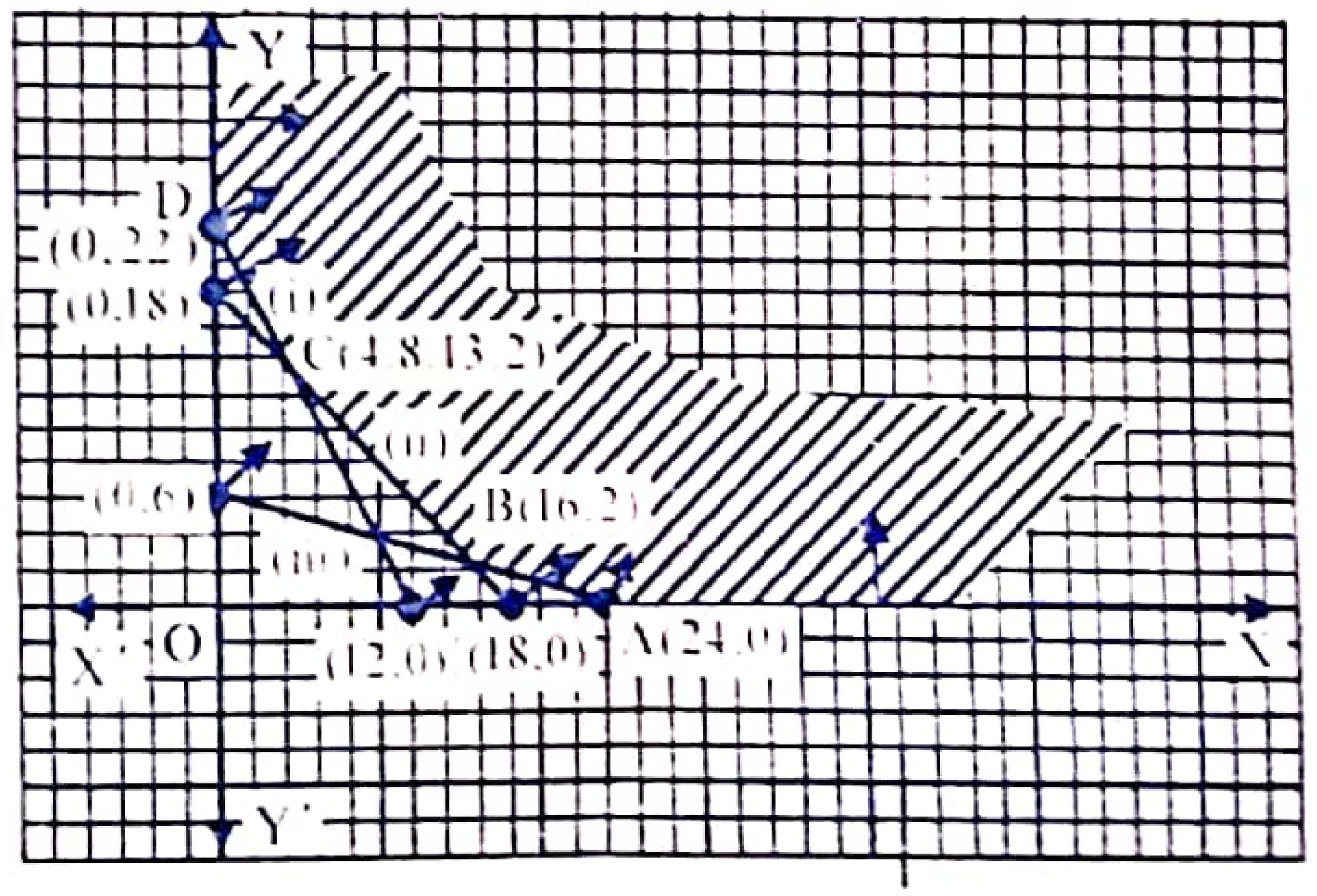
শর্তাবলী : $11x + 6y \geq 132$, $x + y \geq 18$, $x + 4y \geq 24$, $x \geq 0$, $y \geq 0$

মূলতত্ত্ব ঃ প্রদত্ত অসমতা $11x + 6y \geq 132$, $x + y \geq 18$ এবং $x + 4y \geq 24$ এর লেখচিত্র অঙ্কন করে অনুকূল এলাকার কৌণিক বিন্দুগুলির স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি। কৌণিক বিন্দুগুলির স্থানাঙ্কের মান বসিয়ে $Z = 80x + 50y$ এর সর্বনিম্ন মান নির্ণয় করি।

প্রয়োজনীয় উপকরণঃ (i) পেন্সিল (ii) স্কেল (iii) গ্রাফ পেপার (iv) ইরেজার (v) শার্পনার (vi) ক্যালকুলেটর ইত্যাদি।

কার্যপদ্ধতিঃ

1. অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ $11x + 6y = 132 \Rightarrow \frac{x}{12} + \frac{y}{22} = 1 \cdots\cdots$ (i), $x + y = 18 \Rightarrow \frac{x}{18} + \frac{y}{18} = 1 \cdots$ (ii) ও $x + 4y = 24 \Rightarrow \frac{x}{24} + \frac{y}{6} = 1 \cdots$ (iii)
2. একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষ রেখা $X'OX$ ও YOY' আঁকি।
3. x অক্ষ ও y অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের 2 বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i) নং রেখাস্থ (12, 0) ও (0, 22) ; (ii) নং রেখাস্থ (18,0) ও (0, 18) ; (iii) নং রেখাস্থ (24, 0) ও (0, 6) বিন্দুগুলি গ্রাফ পেপারে স্থাপন করি এবং সরু পেন্সিল দিয়ে প্রতি জোড়া সংযোগ করে যথাক্রমে (i), (ii) ও (iii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।



4. $(0, 0)$ বিন্দু $11x + 6y \geq 132$ অসমতাকে সিদ্ধ করেনা ($\because 0 \geq 132$ সত্য নয়)। সুতরাং (i) রেখাস্থ ও এর $(0, 0)$ বিন্দুর বিপরীত পার্শ্বস্থ সকল বিন্দুর সেট ঐ অসমতার সমাধান। $(0, 0)$ বিন্দু $x + y \geq 18$ অসমতাকে সিদ্ধ করে না ($\because 0 \geq 18$ সত্য নয়)। সুতরাং (ii) রেখাস্থ ও এর $(0, 0)$ বিন্দুর বিপরীত পার্শ্বস্থ সকল বিন্দুর সেট ঐ অসমতার সমাধান। আবার $(0, 0)$ বিন্দু $x + 4y \geq 24$ অসমতাকে সিদ্ধ করে না ($\because 0 \geq 24$ সত্য নয়)। সুতরাং (iii) রেখাস্থ ও এর $(0, 0)$ বিন্দুর বিপরীত পার্শ্বস্থ সকল বিন্দুর সেট ঐ অসমতার সমাধান। তাছাড়া $x \geq 0$ ও $y \geq 0$ দ্বারা বুঝায় সমাধানের অনুকূল এলাকা ১ম চতুর্ভাগে অবস্থিত।

5. AB, BC ও CD রেখাত্রয়ের উপরস্থ ও তাদের ডানপার্শ্বস্থ বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে বিধায় ঐ অঞ্চলটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

6. কৌণিক বিন্দুগুলির স্থানাঙ্ক : $A(24, 0)$, (ii) ও (iii) এর ছেদবিন্দু $B(16,2)$, $C(4{\cdot}8, 13{\cdot}2)$ এবং $D(0,22)$.

7. অভীষ্ট ফাংশনে কৌণিক বিন্দুগুলির মান বসিয়ে Z এর সর্বনিম্ন মান নির্ণয় করি।

ফল সংকলন :

কৌণিক বিন্দু	$Z = 80x + 50y$	Z_{min}
$A(24, 0)$	$Z = 80\times24 + 50\times0 = 1920$	1044
$B(16, 2)$	$Z = 80\times16 + 50\times2 = 1380$	
$C(4{\cdot}8, 13{\cdot}2)$	$Z = 80\times6 + 50\times6 = 1044$	
$D(0,22)$	$Z = 80\times0 + 50\times22 = 1100$	

ফলাফল : Z এর সর্বনিম্ন মান = 1044.

3.

পরীক্ষণ নং	তারিখঃ

পরীক্ষণের নামঃ একটি ফার্ম A এবং B দুইটি মেশিনের সাহায্যে চেয়ার ও টেবিল দুইটি পণ্য তৈরি করে। A মেশিনে 60 ঘন্টা এবং B মেশিনে 48 ঘন্টা পর্যন্ত কাজ করতে সক্ষম। একটি চেয়ার তৈরি করতে A মেশিনে 2 ঘন্টা এবং B মেশিনে 4 ঘন্টা সময় লাগে। একটি টেবিল তৈরি করতে A মেশিনে 4 ঘন্টা এবং B মেশিনে 2 ঘন্টা সময় লাগে। টেবিল প্রতি 8 টাকা এবং চেয়ার প্রতি 6 টাকা মুনাফা হলে সর্বাধিক মুনাফা পাবার জন্য কয়টি চেয়ার এবং কয়টি টেবিল তৈরি করতে হবে?

মূলতত্ত্ব : সর্বাধিক মুনাফা পাবার জন্য x টি চেয়ার ও y টি টেবিল তৈরি করতে হবে:

মুনাফা, $Z = 6x + 8y$

শর্তাবলী, $2x + 4y \leq 60$, $4x + 2y \leq 48$ এবং $x \geq 0$, $y \geq 0$.

প্রয়োজনীয় উপকরণঃ (i) পেন্সিল (ii) স্কেল (iii) গ্রাফ পেপার (iv) ইরেজার (v) শার্পনার (vi) ক্যালকুলেটর ইত্যাদি।

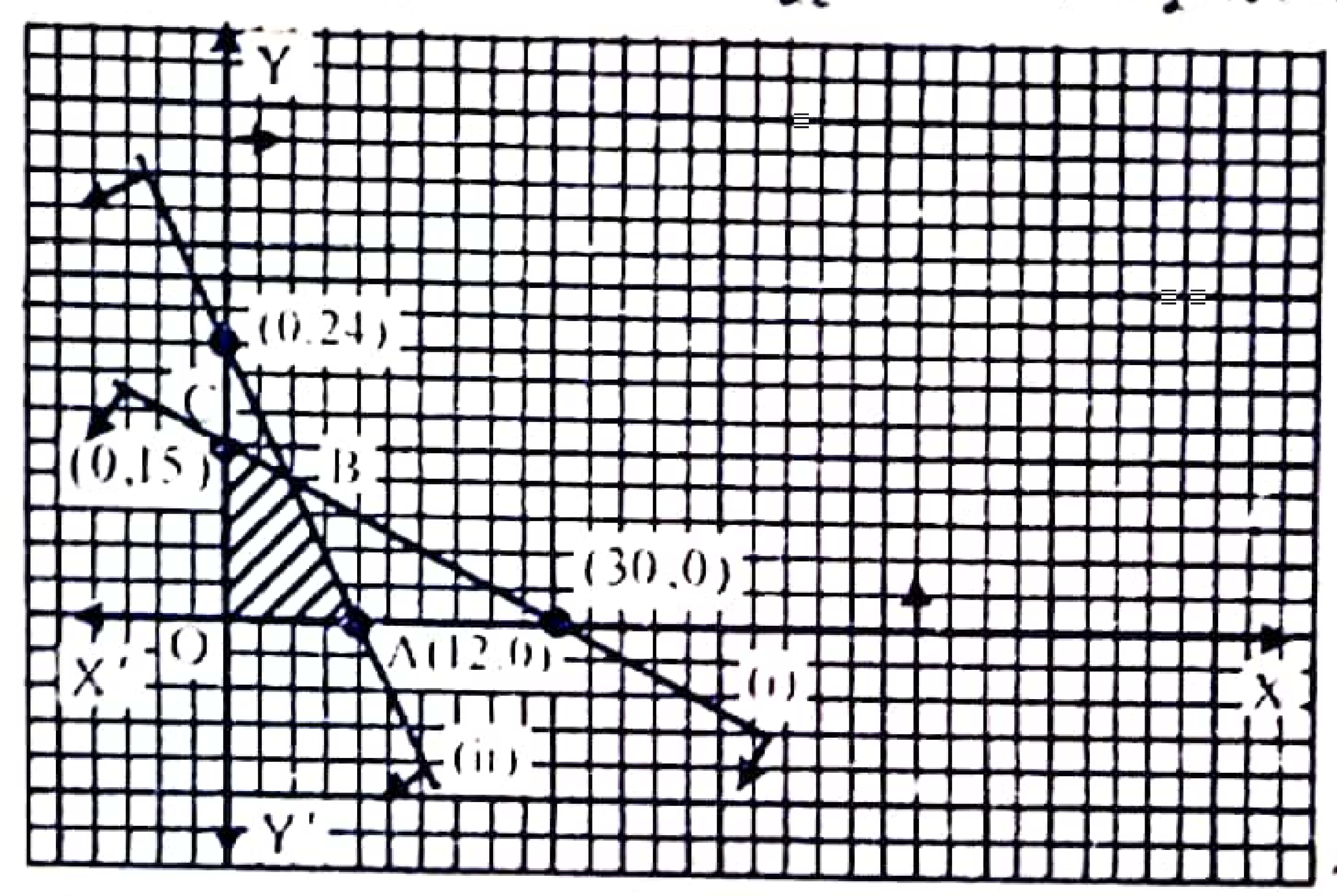
কার্যপদ্ধতিঃ

1. অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ $2x + 4y = 60 \cdots\cdots$ (i) ও $4x + 2y = 48 \cdots\cdots$ (ii) এর ছেদক আকার যথাক্রমে $\frac{x}{30} + \frac{y}{15} = 1$ ও $\frac{x}{12} + \frac{y}{24} = 1$.

2. একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষ রেখা $X'OX$ ও YOY' আঁকি।

3. x অক্ষ ও y অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের 3 বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i) নং রেখাস্থ $(30, 0)$ ও $(0, 15)$; (ii) নং রেখাস্থ $(12,0)$ ও $(0, 24)$ বিন্দুগুলি গ্রাফ পেপারে স্থাপন করি এবং সরু পেন্সিল দিয়ে প্রতি জোড়া সংযোগ করে যথাক্রমে (i) ও (ii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

4. $(0,0)$ বিন্দু $2x + 4y \leq 60$ অসমতাকে সিদ্ধ করে ($\because 0 \leq 60$ সত্য)। সুতরাং (i) রেখাস্থ ও এর $(0, 0)$ বিন্দুর পার্শ্বস্থ সকল বিন্দুর সেট ঐ অসমতার সমাধান। $(0, 0)$ বিন্দু $4x + 2y \leq 48$ অসমতাকে সিদ্ধ করে ($\because 0 \leq 60$ সত্য)। সুতরাং (ii) রেখাস্থ ও এর $(0, 0)$ বিন্দুর পার্শ্বস্থ সকল বিন্দুর সেট ঐ অসমতার সমাধান। তাছাড়া $x \geq 0$ ও $y \geq 0$ দ্বারা বুঝায় সমাধানের অনুকূল এলাকা ১ম চতুর্ভাগে অবস্থিত।



OABC চতুর্ভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব, এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

6. OABC চতুর্ভুজের কৌণিক বিন্দুর স্থানাঙ্ক : $O(0,0)$, $A(12, 0)$, (i) ও (ii) এর ছেদবিন্দু $B(6, 12)$ এবং $C(0, 15)$

7. অভীষ্ট ফাংশনে কৌণিক বিন্দুগুলির মান বসিয়ে Z এর সর্বনিম্ন মান নির্ণয় করি।

ফল সংকলন :

কৌণিক বিন্দু	$Z = 6x + 8y$	Z_{max}
$O(0, 0)$	$Z = 6\times0 + 8\times0 = 0$	132
$A(12, 0)$	$Z = 6\times12 + 8\times0 = 72$	
$B(6, 12)$	$Z = 6\times6 + 8\times12 = 132$	
$C(0, 15)$	$Z = 6\times0 + 8\times15 = 120$	

ফলাফল : সর্বাধিক মুনাফা পাবার জন্য 6 টি চেয়ার ও 12 টি টেবিল তৈরি করতে হবে।