যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রাম

প্রশ্নমালা II

2. নিচের যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামগুলিকে লিখচিত্রের সাহায্যে সমাধান করে সর্বোচ্চকরণ কর:

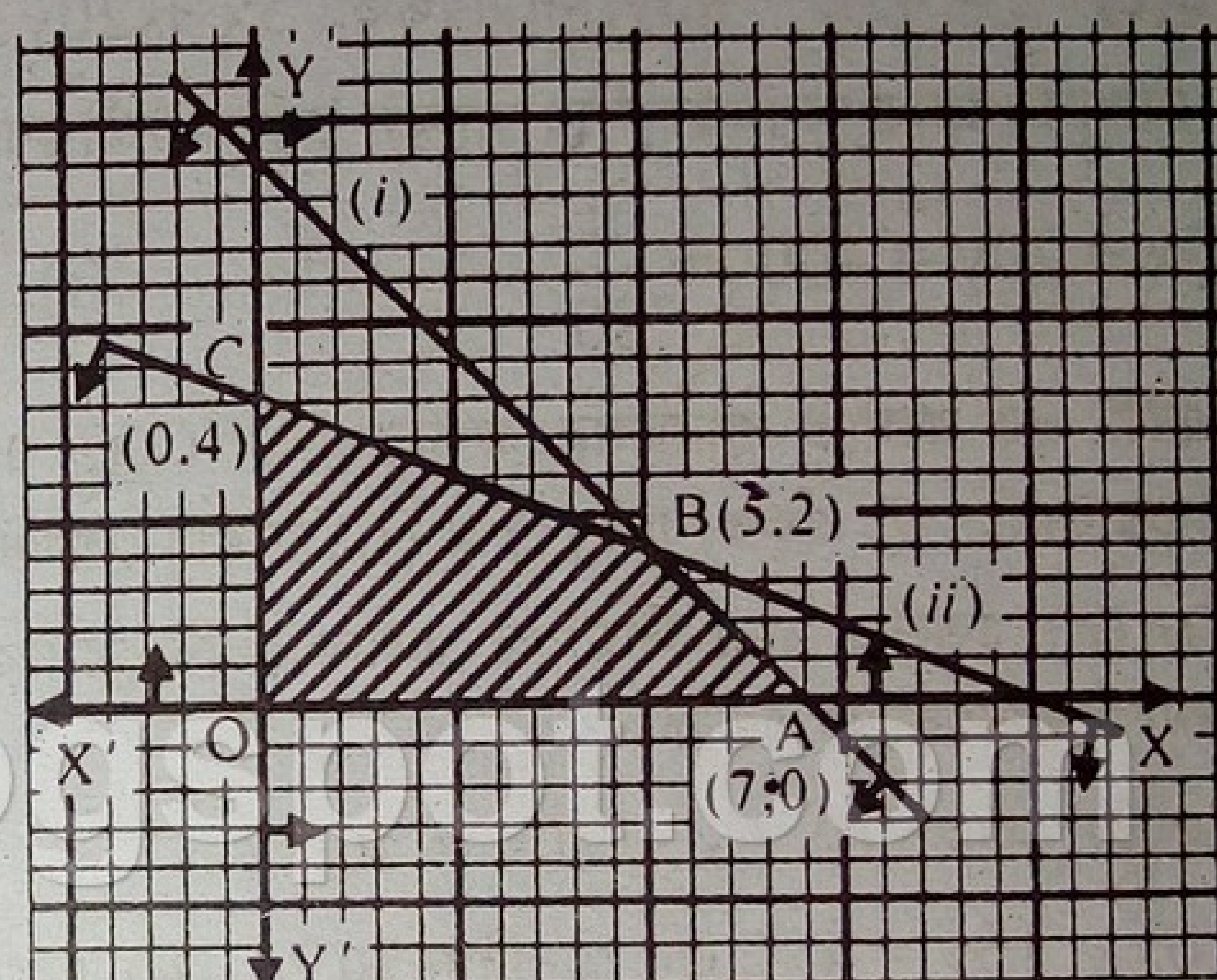
(a) $z = 3x + 4y$, সীমাবদ্ধতা : $x + y \le 7, 2x + 5y \le 20, x \ge 0, y \ge 0$.

[চ.'০২,'১৩; য.'০৩,'১২; ঢা.'১২; কুয়েট,'০৪-০৫]

সমাধান : প্রদত্ত অসমতাগুলোর অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ,

$x + y = 7 \Rightarrow \frac{x}{7} + \frac{y}{7} = 1 \cdots \cdots$(i), $2x + 5y = 20 \Rightarrow \frac{x}{10} + \frac{y}{4} = 1 \cdots \cdots$ (ii)

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা $X'OX$ ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 2 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i) ও (ii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।



OABC চতুর্ভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, A(7,0) , $x + y = 7$ ও $2x + 5y = 20$ এর ছেদবিন্দু B(5,2) এবং C(0,4)।

O(0,0) বিন্দুতে $z = 3 \times 0 + 4 \times 0 = 0$,

A(7,0) বিন্দুতে $z = 3 \times 7 + 4 \times 0 = 21$,

B(5,2) বিন্দুতে $z = 3 \times 5 + 4 \times 2 = 23$ এবং

C(0,4) বিন্দুতে $z = 3 \times 0 + 4 \times 4 = 16$

$\therefore$ B(5,2) বিন্দুতে অভিষ্ট ফাংশন z এর সর্বোচ্চ মান = 23

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = 5, y = 2$ এবং $Z_{max} = 23$

ক্যালকুলেটরের সাহায্যে $x + y = 7$ ও $2x + 5y = 20$ এর ছেদবিন্দু নির্ণয় :

MODE 3 times 1 EQN 2 1 = 1 = 7 = 2 = 5 = 2 0 = x =5 = y =2

2(b) $z = 3x + y$, সীমাবদ্ধতা: $2x + y \le 8, 2x + 3y \le 12, x , y \ge 0$. [ব.'০৩,'০৫; রা.'১৩]

সমাধান : প্রদত্ত অসমতাগুলোর অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ,

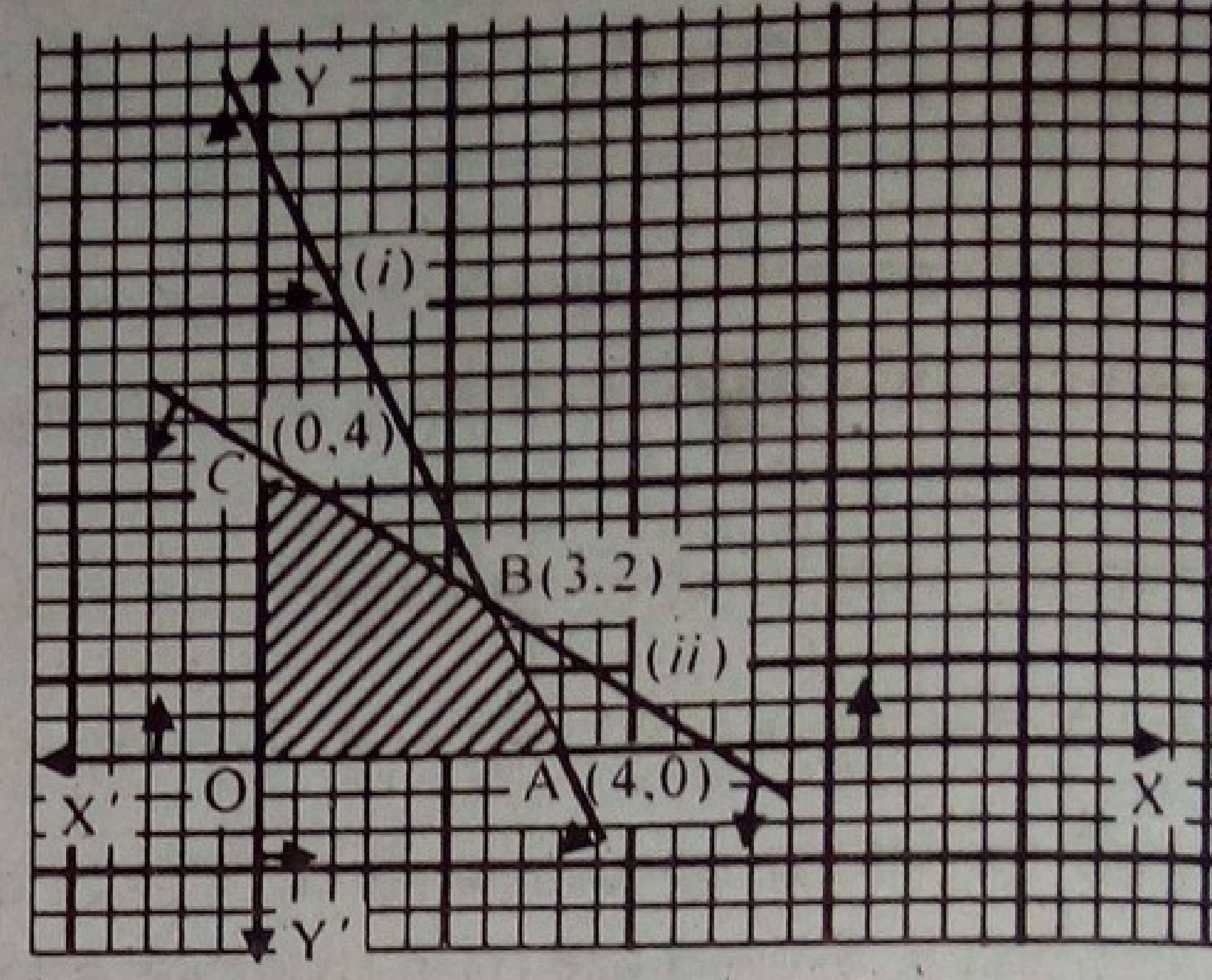
$2x + y = 8 \Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{8} = 1 \cdots \cdots$(i). $2x + 3y = 12 \Rightarrow \frac{x}{6} + \frac{y}{4} = 1 \cdots \cdots$ (ii)

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা $X'OX$ ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 2 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i) ও (ii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

OABC চতুর্ভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, A(4,0), $2x + y = 8$ ও $2x + 3y = 12$ এর ছেদবিন্দু B(3.2) এবং C(0.4)।

O(0,0) বিন্দুতে $z = 3 \times 0 + 0 = 0$, A(4,0) বিন্দুতে $z = 3 \times 4 + 0 = 12$.



$B(3,2)$ বিন্দুতে $z = 3 \times 3 + 2 = 11$

এবং $C(0,4)$ বিন্দুতে $z = 3 \times 0 + 4 = 4$

$\therefore$ $B(4,0)$ বিন্দুতে অভিষ্ট ফাংশন z এর সর্বোচ্চ মান = 12

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = 4, y = 0$ এবং $Z_{max} = 12$

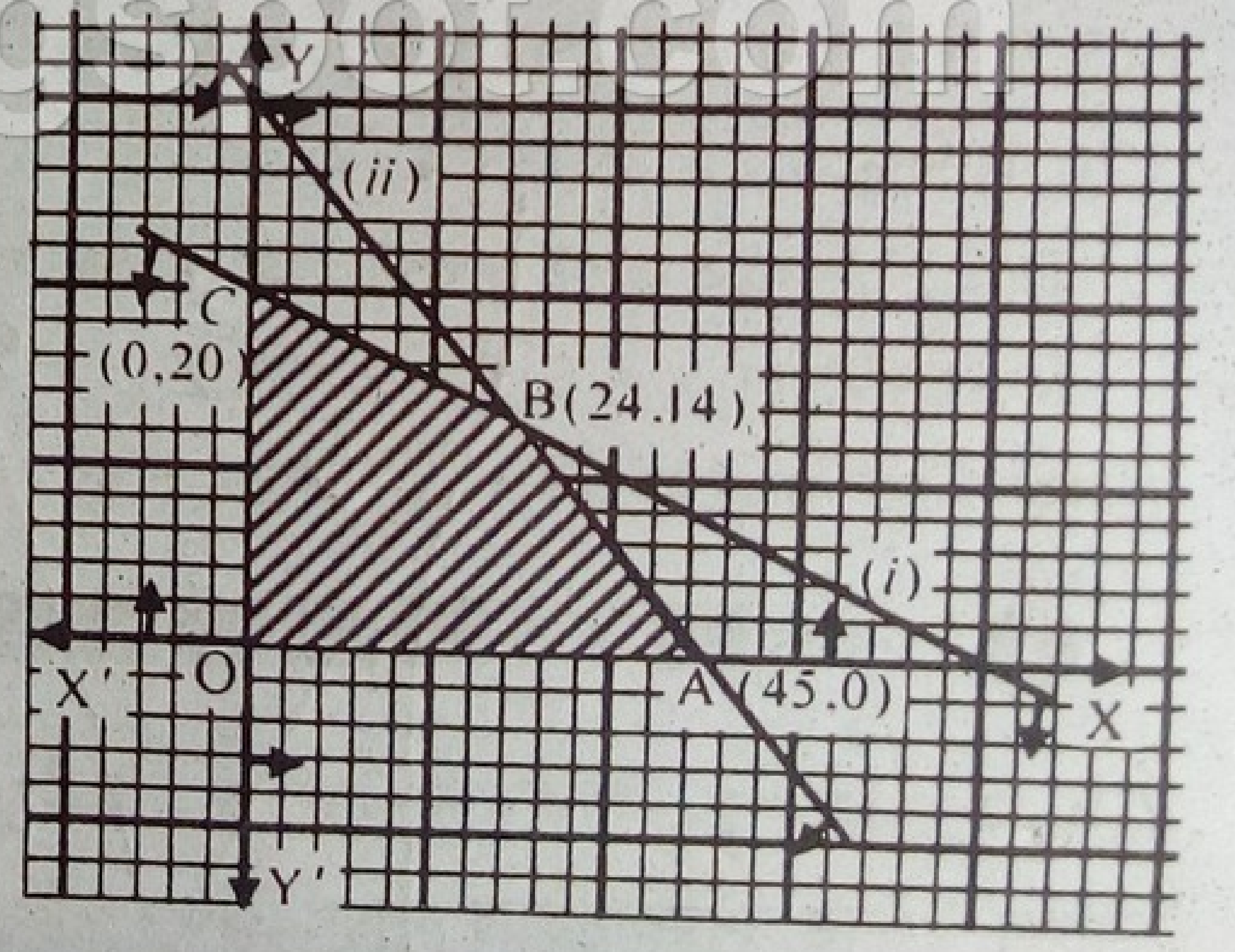
2(c) $z = 45x + 80y$, সীমাবদ্ধতা: $5x + 20y \le 400$, $10x + 15y \le 450$, $x, y \ge 0$. [য.'১০]

সমাধান : প্রদত্ত অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ,

$$5x + 20y = 400 \Rightarrow \frac{x}{80} + \frac{y}{20} = 1 \cdots\cdots (i),\ 10x + 15y = 450 \Rightarrow \frac{x}{45} + \frac{y}{30} = 1 \cdots\cdots (ii)$$

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা $X'OX$ ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 1 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 2 একক ধরে (i) ও (ii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

OABC চতুর্ভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।



এখানে, $A(45,0)$, $5x + 20y = 400$ ও $10x + 15y = 450$ এর ছেদবিন্দু $B(24,14)$ এবং $C(0,20)$

$O(0,0)$ বিন্দুতে $z = 45 \times 0 + 80 \times 0 = 0$,

$A(45,0)$ বিন্দুতে $z = 45 \times 45 + 80 \times 0 = 2025$,

$B(24,14)$ বিন্দুতে $z = 45 \times 24 + 80 \times 14 = 2200$,

এবং $C(0,20)$ বিন্দুতে $z = 45 \times 0 + 80 \times 14 = 1120$

$\therefore$ $B(24,14)$ বিন্দুতে অভিষ্ট ফাংশন z এর সর্বোচ্চ মান = 2200

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = 24$, $y = 14$ এবং $Z_{max} = 2200$

2(d) $z = 3x + 4y$, **সীমাবদ্ধতা :** $x + y \le 450$, $2x - y \le 600$, $x, y \ge 0$. [চ.'০৫; কু.'০৯]

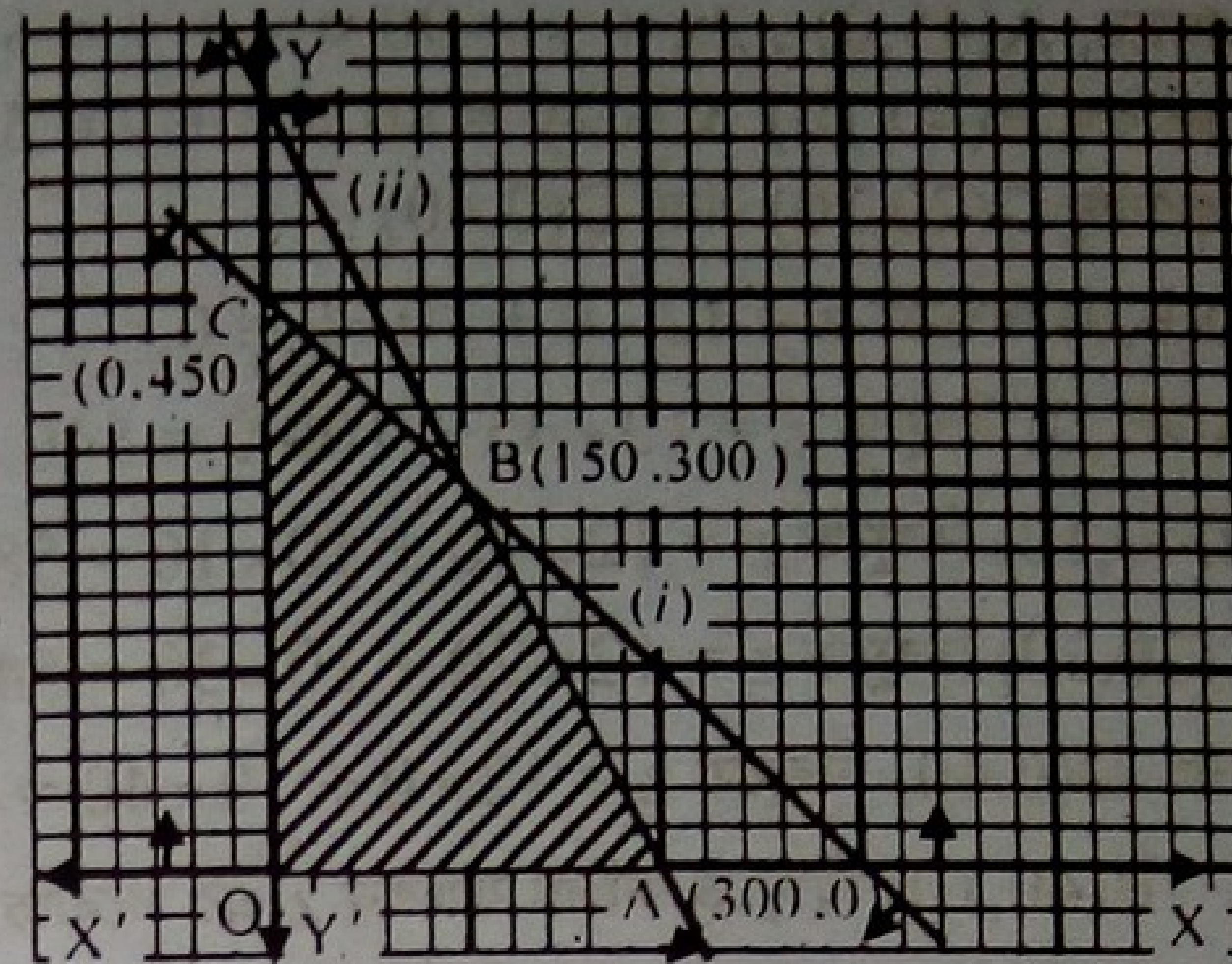
সমাধান : প্রদত্ত অসমতাগুলোর অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ,

$$x + y = 450 \Rightarrow \frac{x}{450} + \frac{y}{450} = 1 \cdots\cdots (i),\ 2x + y = 600 \Rightarrow \frac{x}{300} + \frac{y}{600} = 1 \cdots\cdots (ii)$$

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা $X'OX$ ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 1 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 30 একক ধরে (i) ও (ii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

OABC চতুর্ভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, $A(300,0)$, $x + y = 450$ ও $2x + y = 600$ এর ছেদবিন্দু $B(150, 300)$ এবং $C(0, 450)$



$O(0,0)$ বিন্দুতে $z = 3\times 0 + 4\times 0 = 0$,

$A(300,0)$ বিন্দুতে $z = 3\times 300 + 4\times 0 = 900$,

$B(150,300)$ বিন্দুতে $z = 3\times 150 + 4\times 300 = 1650$,

এবং $C(0,450)$ বিন্দুতে $z = 3\times 0 + 4\times 450 = 1800$

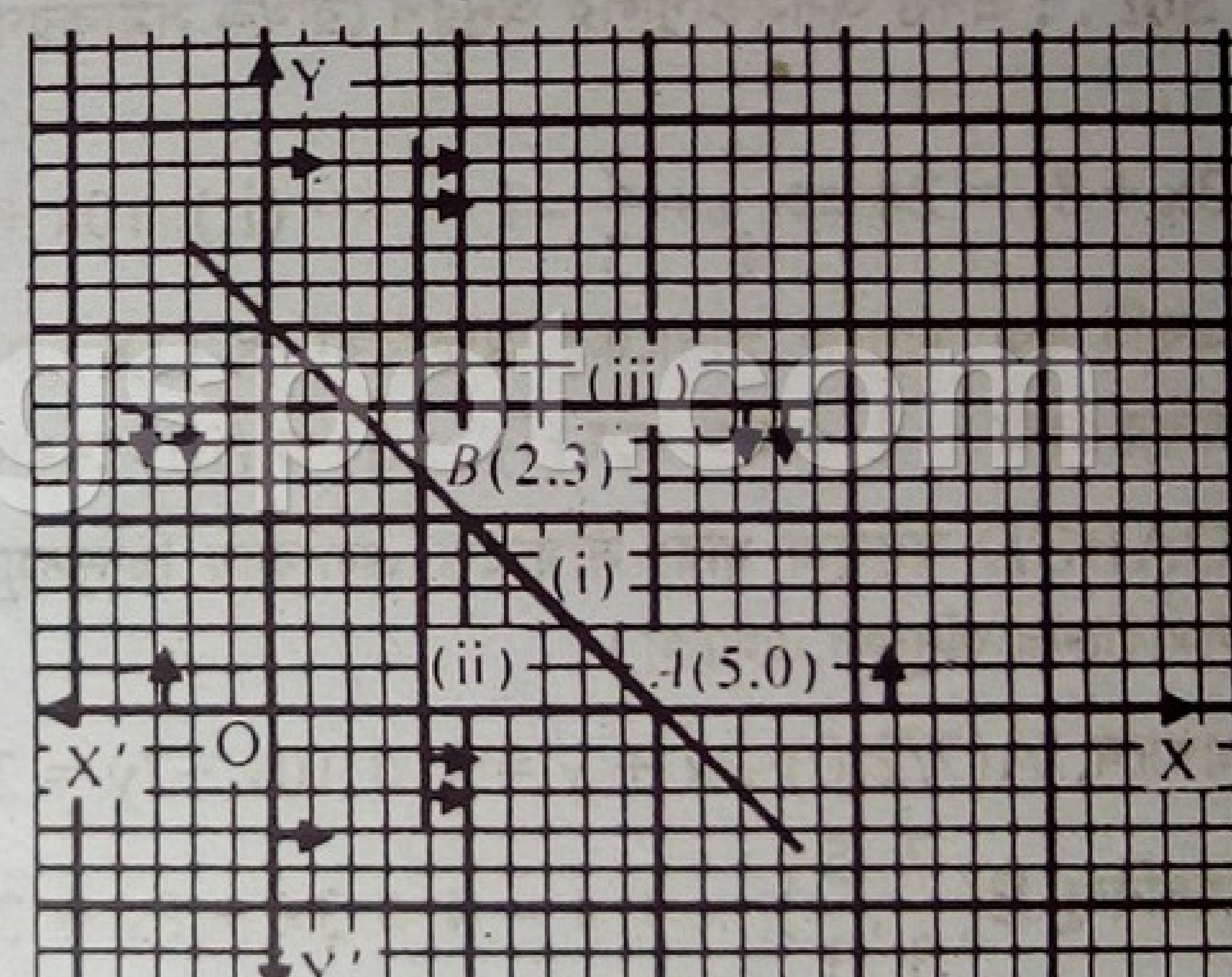
$\therefore$ $C(0,450)$ বিন্দুতে অভিষ্ট ফাংশন z এর সর্বোচ্চ মান $=1800$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = 0$, $y = 450$ এবং $Z_{max} = 1800$

2(e) $z = 4x + 6y$, **সীমাবদ্ধতা :** $x + y = 5$, $x \geq 2$, $y \leq 4$, $x, y \geq 0$. [য.'০১,'১১; ব.'০২,'০৭]

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ $x + y = 5 \cdots \cdots$(i) এবং অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ,

$x = 2 \cdots \cdots$ (ii), $y = 4 \cdots$ (iii)



একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা $X'OX$ ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 2 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i), (ii) ও (iii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

AB রেখাংশস্থ বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব এই এলাকাটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, $A(4,0)$ এবং $x = 2$ ও $x + y = 5$ এর ছেদবিন্দু $B(2,3)$.

$A(4,0)$ বিন্দুতে $z = 4\times 4 + 6\times 0 = 16$ এবং

$B(2,3)$ বিন্দুতে $z = 4\times 2 + 6\times 3 = 26$

$\therefore$ $B(2,3)$ বিন্দুতে অভিষ্ট ফাংশন z এর সর্বোচ্চ মান $= 26$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = 2$, $y = 3$ এবং $Z_{max} = 26$

2(f) $z = 12x + 10y$, সীমাবদ্ধতা: $2x + y \leq 90$, $x + 2y \leq 80$, $x + y \leq 50$, $x, y \geq 0$.

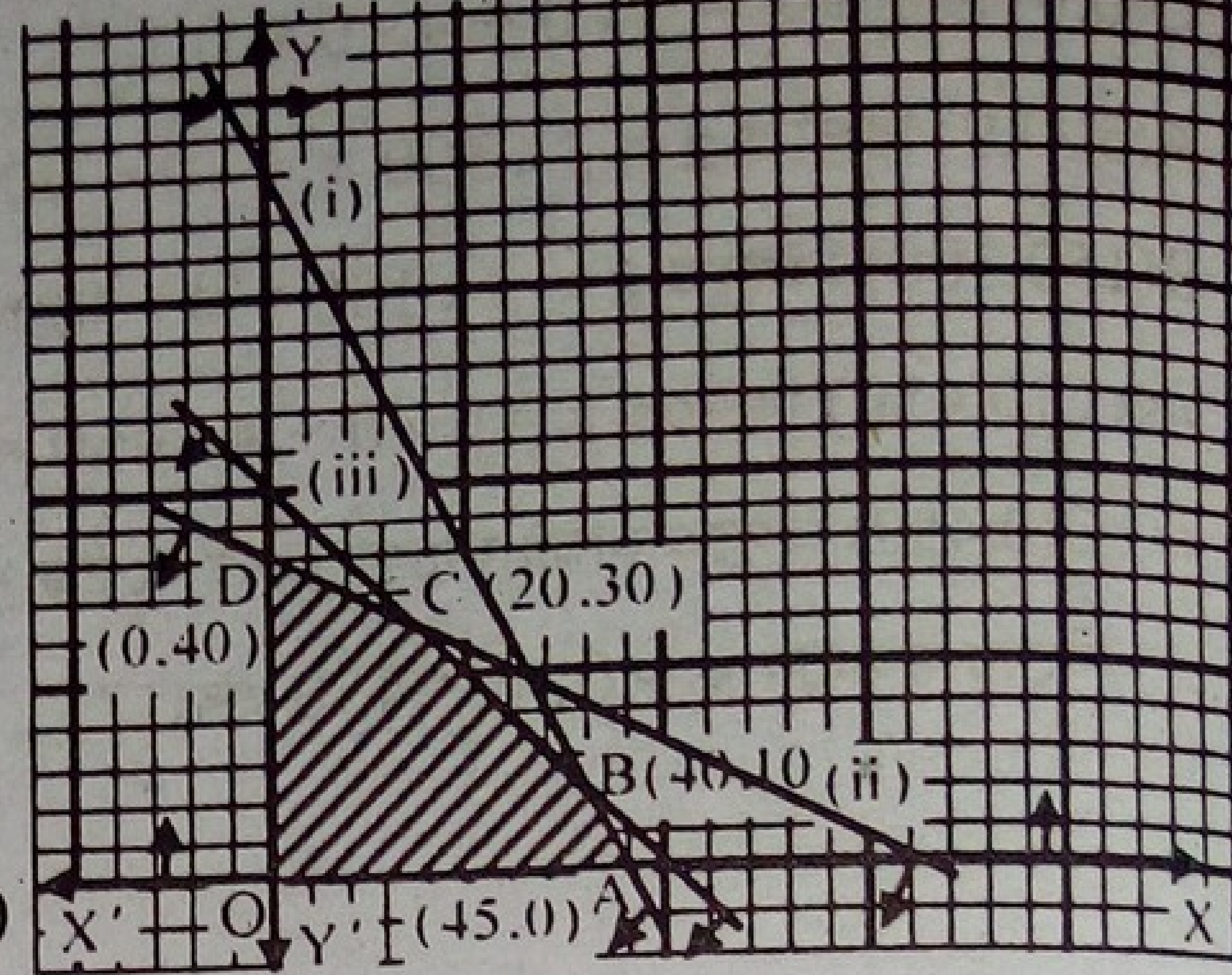
[রা.'০৩; ঢা.'০৬; কু.'০৭; দি.'১০]

সমাধান : প্রদত্ত অসমতাগুলোর অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $2x + y = 90 \Rightarrow \frac{x}{45} + \frac{y}{90} = 1 \cdots\cdots$ (i),

$x + 2y = 80 \Rightarrow \frac{x}{80} + \frac{y}{40} = 1 \cdots\cdots$ (ii), $x + y = 50 \Rightarrow \frac{x}{50} + \frac{y}{50} = 1 \cdots\cdots$ (iii)

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা $X'OX$ ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 5 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i), (ii) ও (iii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

OABCD বহুভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।



এখানে, $A(45,0)$, $2x + y = 90$ ও $x + y = 50$ এর ছেদবিন্দু $B(40,10)$, $x + 2y = 80$ ও $x + y = 50$ এর ছেদবিন্দু $C(20,30)$ এবং $D(0,40)$।

$O(0,0)$ বিন্দুতে $z = 12\times 0 + 10\times 0 = 0$.

$A(45,0)$ বিন্দুতে $z = 12\times 45 + 10\times 0 = 540$,

$B(40,10)$ বিন্দুতে $z = 12\times 40 + 10\times 10 = 580$,

$C(20,30)$ বিন্দুতে $z = 12\times 20 + 10\times 30 = 540$

এবং $D(0,40)$ বিন্দুতে $z = 12\times 0 + 10\times 40 = 400$

$\therefore$ $B(40,10)$ বিন্দুতে অভিষ্ট ফাংশন z এর সর্বোচ্চ মান $=580$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = 40$, $y = 10$ এবং $Z_{max} = 580$

2(g) $z = 5x + 7y$, সীমাবদ্ধতা: $x + y \le 4$, $3x + 8y \le 24$. $10x + 7y \le 35$, x , $y \ge 0$.

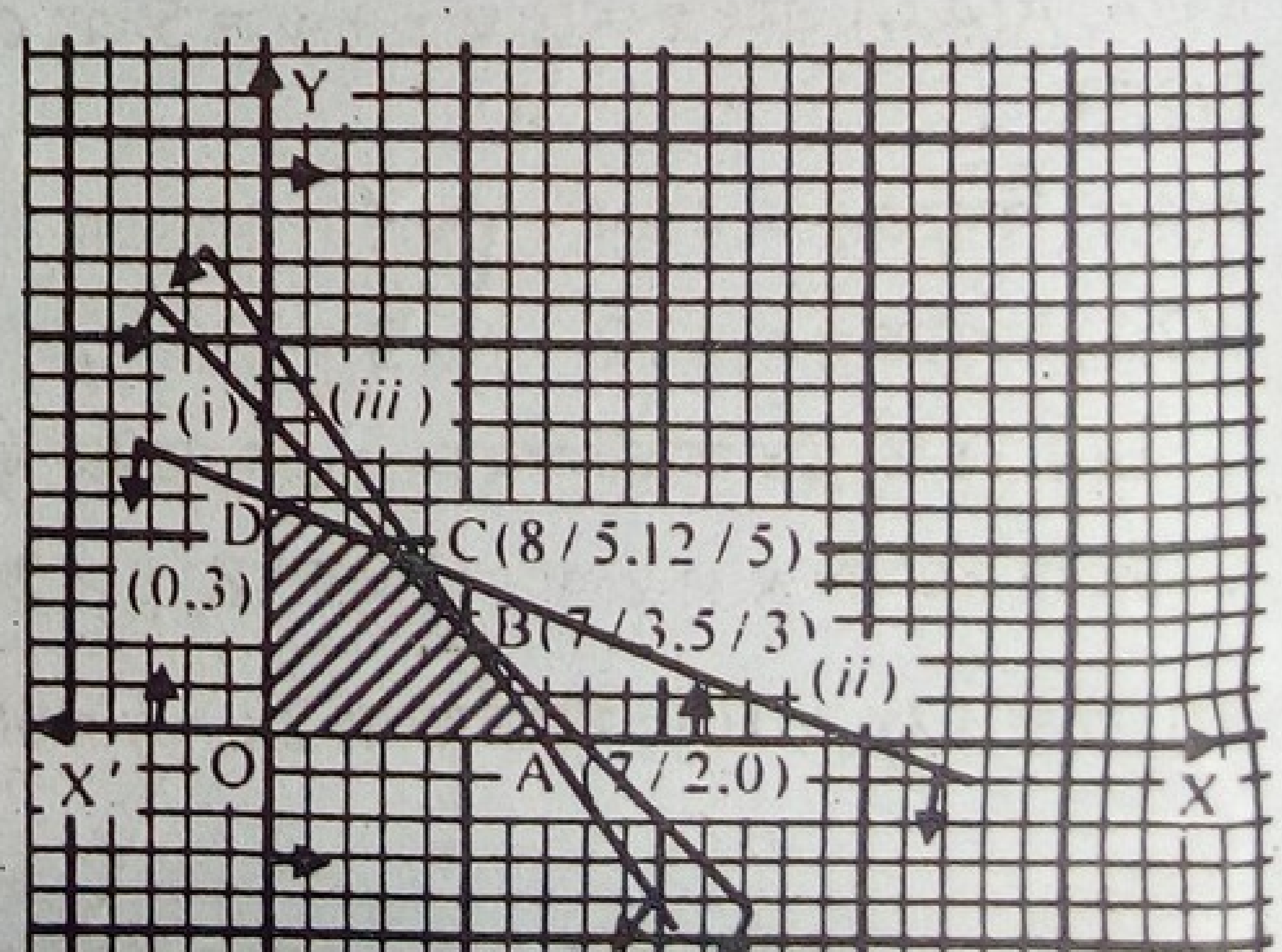
[সি.'১১; রা.'০৫; ব.'১১]

Sol^n. : প্রদত্ত অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $x + y = 4 \Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{4} = 1 \cdots\cdots$ (i).

$3x + 8y = 24 \Rightarrow \frac{x}{8} + \frac{y}{3} = 1 \cdots\cdots$ (ii); $10x + 7y = 35 \Rightarrow \frac{x}{3\cdot 5} + \frac{y}{5} = 1 \cdots$ (iii)

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা $X'OX$ ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 2 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i) , (ii) ও (iii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

OABCD বহুভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।



এখানে, $A(7/2,0)$, $x + y = 4$ ও $10x + 7y = 35$ এর ছেদবিন্দু $B(\frac{7}{3},\frac{5}{3})$, $x + y = 4$ ও $3x + 8y = 24$ এর ছেদবিন্দু $C(\frac{8}{5},\frac{12}{5})$ এবং $D(0,3)$।

$O(0,0)$ বিন্দুতে $z = 5\times 0 + 7\times 0 = 0$.

$A(\frac{7}{2},0)$ বিন্দুতে $z = 5\times \frac{7}{2} + 7\times 0 = 17\frac{1}{2}$,

$B(\frac{7}{3},\frac{5}{3})$ বিন্দুতে $z = 5\times \frac{7}{3} + 7\times \frac{5}{3} = \frac{70}{3} = 23\frac{1}{3}$,

$C(\frac{8}{5},\frac{12}{5})$ বিন্দুতে $z = 5\times \frac{8}{5} + 7\times \frac{12}{5} = \frac{124}{5} = 24\frac{4}{5}$, $D(0.3)$ বিন্দুতে $z = 5\times 0 + 7\times 3 = 21$

$\therefore$ $C(\frac{8}{5},\frac{12}{5})$ বিন্দুতে অভিষ্ট ফাংশন z এর সর্বোচ্চ মান $= 24\frac{4}{5}$

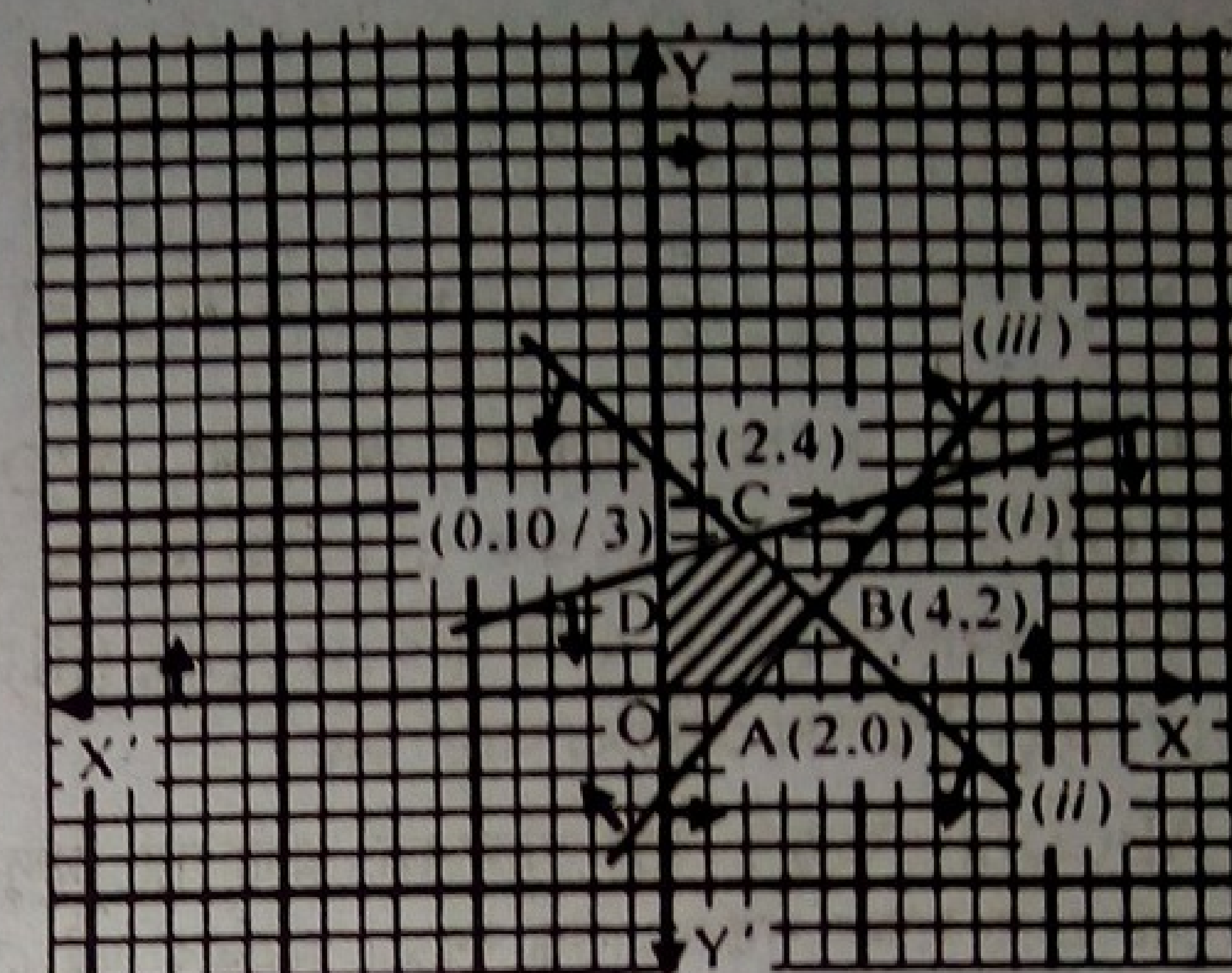
$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = \frac{8}{5}$, $y = \frac{12}{5}$ এবং $Z_{max} = 24\frac{4}{5} = 24\cdot 8$

2(h) $z = 2y - x$, **সীমাবদ্ধতা:** $3y - x \le 10$, $x + y \le 6$, $x - y \le 2$, x , $y \ge 0$. [ব.'০৪; য.'১৩]

সমাধান : প্রদত্ত অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $3y - x = 10 \cdots \cdots$ (i) $\therefore$ (2,4),(5, 5) বিন্দুগামী।

$x + y = 6 \Rightarrow \frac{x}{6} + \frac{y}{6} = 1 \cdots \cdots$ (ii), $x - y = 2 \cdots$ (iii) ; যা (3,1),(2, 0) বিন্দুগামী।

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা X'OX ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 1 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i) , (ii) ও (iii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।



OABCD বহুভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, A(2,0) , $x + y = 6$ ও $x - y = 2$ এর ছেদবিন্দু B(4,2), $3y - x = 10$ ও $x + y =$ ৬ এর ছেদবিন্দু C(2,4) এবং D(0,10/3)।

O(0,0) বিন্দুতে $z = -0 + 2 \times 0 = 0$,

A(2,0) বিন্দুতে $z = -2 + 2 \times 0 = -2$, B(4,2) বিন্দুতে $z = -4 + 2 \times 2 = 0$,

C(2,4) বিন্দুতে $z = -2 + 2 \times 4 = 6$, D(0,10/3) বিন্দুতে $z = -0 + 10/3 = 10/3$

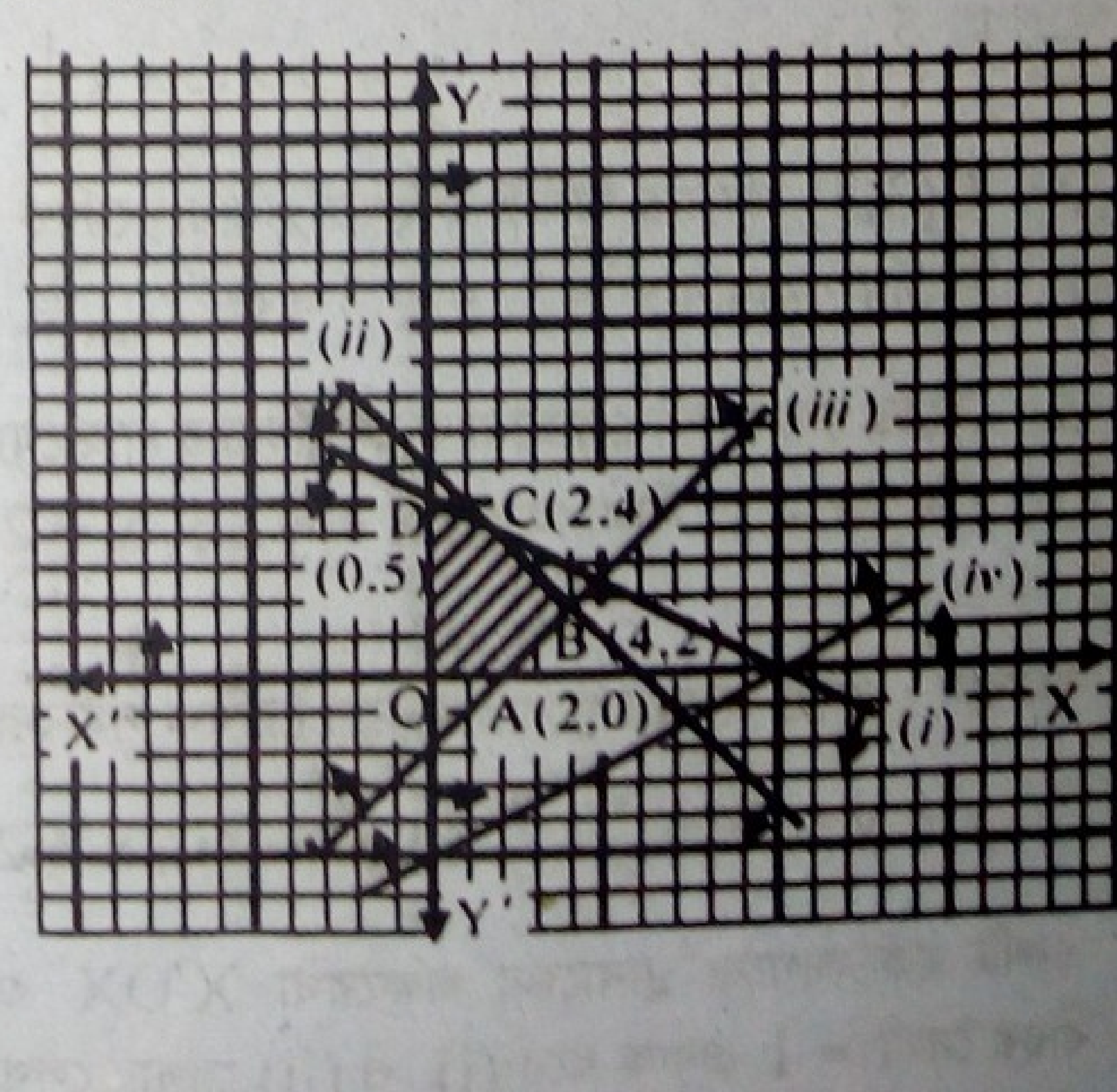
$\therefore$ C(2,4) বিন্দুতে অভিষ্ট ফাংশন z এর সর্বোচ্চ মান = 6 . $\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = 2$, $y = 4$ এবং $Z_{max} = 6$

2(i) $z = 2x + y$, সীমাবদ্ধতা: $x + 2y \le 10, x + y \le 6, x - y \le 2, x - 2y \ge 10, x , y \ge 0$. [ঢা.'০৩; ব.'১৩]

সমাধান : প্রদত্ত অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $x + 2y = 10 \Rightarrow \frac{x}{10} + \frac{y}{5} = 1 \cdots$ (i),

$x + y = 6 \Rightarrow \frac{x}{6} + \frac{y}{6} = 1 \cdots$ (ii), $x - y = 2 \Rightarrow \frac{x}{2} + \frac{y}{-2} = 1 \cdots$ (iii), $x - 2y = 10 \Rightarrow \frac{x}{10} + \frac{y}{-5} = 1 \cdots$ (iv)

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা X'OX ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 1 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i) , (ii) ও (iii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।



OABCD বহুভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, A(2,0), $x + y = 6$ ও $x - y = 2$ এর ছেদবিন্দু B(4,2), $x + 2y = 10$ ও $x + y = 6$ এর ছেদবিন্দু C(2,4) এবং D(0,5)।

O(0,0) বিন্দুতে $z = 2 \times 0 + 0 = 0$,

A(2,0) বিন্দুতে $z = 2 \times 2 + 0 = 4$,

B(4,2) বিন্দুতে $z = 2 \times 4 + 2 = 10$,

C(2,4) বিন্দুতে $z = 2 \times 2 + 4 = 8$,

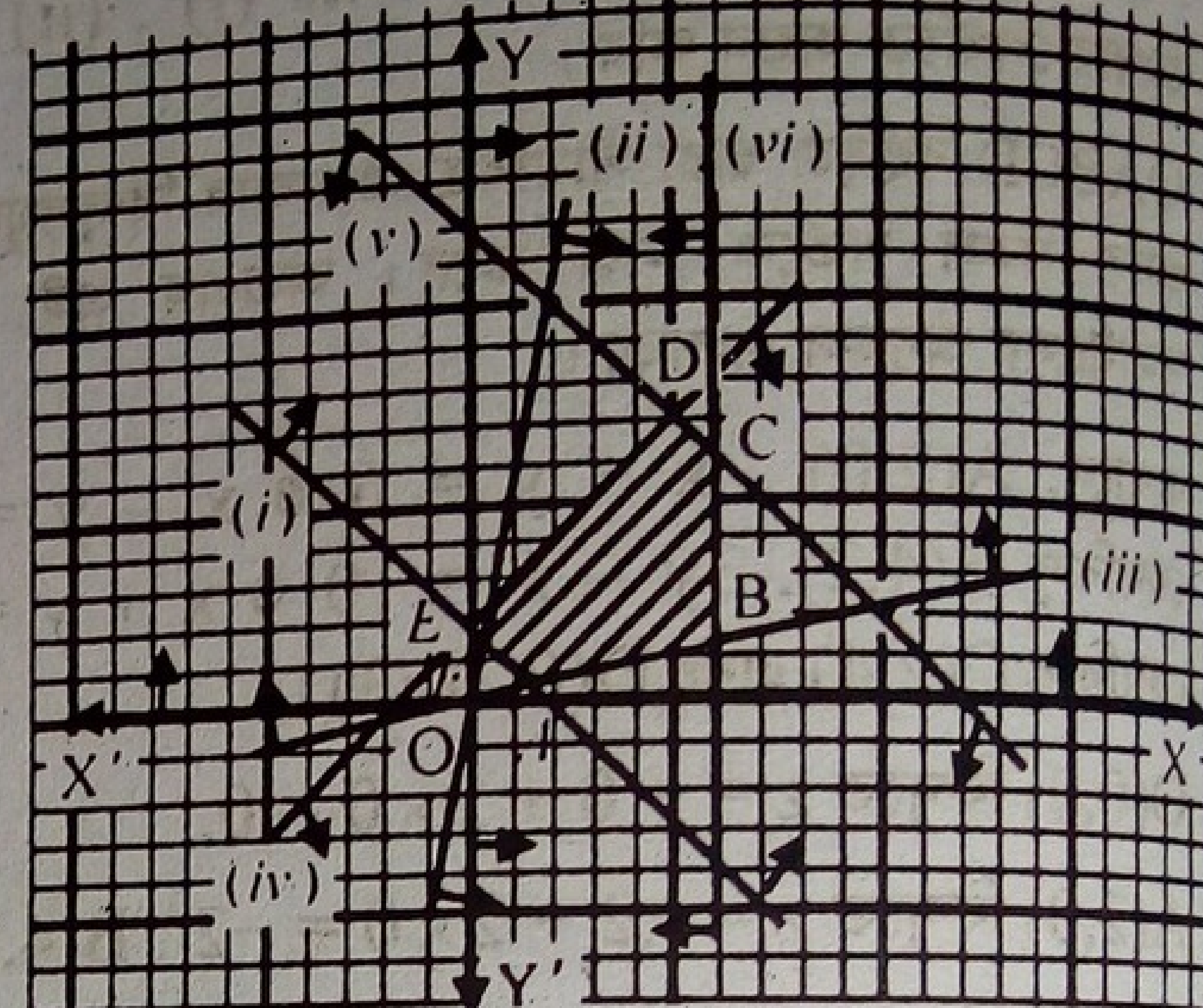
D(0,5) বিন্দুতে $z = 2 \times 0 + 5 = 5$

$\therefore$ C(4,2) বিন্দুতে অভিষ্ট ফাংশন z এর সর্বোচ্চ মান = 10 $\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = 4$, $y = 2$ এবং $Z_{max} = 10$.

2(j) $z = 3x + 2y$, সীমাবদ্ধতা : $x + y \geq 1$, $y - 5x \leq 0$, $5y - x \leq 0$, $x - y \geq -1$, $x + y \leq 6$, $x \leq 3$, $x , y \geq 0$. [সি.'০৪]

সমাধান : প্রদত্ত অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $x + y = 1 \Rightarrow \frac{x}{1} + \frac{y}{1} = 1 \cdots$(i), $y - 5x = 0 \cdots$(ii), যা $(0,0),(1, 5)$ বিন্দুগামী, $5y - x = 0 \cdots$ (iii), যা $(0,0),(1, 5)$ বিন্দুগামী, $x - y = -1 \Rightarrow \frac{x}{-1} + \frac{y}{1} = 1 \cdots$(iv),

$x + y = 6 \Rightarrow \frac{x}{6} + \frac{y}{6} = 1 \cdots$(v), $x = 3 \cdots$(vi).



একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা X'OX ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 2 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i) , (ii), (iii), (iv), (v) ও (vi) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

ABCDEF বহুভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, $x + y = 1$ ও $5y - x = 0$ এর ছেদবিন্দু $A(\frac{5}{6}, \frac{1}{6})$, $5y - x = 0$ ও $x = 3$ এর ছেদবিন্দু $B(3, \frac{3}{5})$,

$x = 3$ ও $x + y = 6$ এর ছেদবিন্দু $C(3,3)$, $x + y = 6$ ও $x - y = -1$ এর ছেদবিন্দু $D(\frac{5}{2}, \frac{7}{2})$, $y - 5x = 0$ ও $x - y = -1$ এর ছেদবিন্দু $E(\frac{1}{4}, \frac{5}{4})$ এবং $x + y = 1$ ও $y - 5x = 0$ এর ছেদবিন্দু $F(\frac{1}{6}, \frac{5}{6})$।

$A(\frac{5}{6}, \frac{1}{6})$ বিন্দুতে $z = 3 \times \frac{5}{6} + 2 \times \frac{1}{6} = 2\frac{5}{6}$, $B(3, \frac{3}{5})$ বিন্দুতে $z = 3 \times 3 + 2 \times \frac{3}{5} = 10\frac{1}{5}$,

$C(3,3)$ বিন্দুতে $z = 3 \times 3 + 2 \times 3 = 15$, $D(\frac{5}{2}, \frac{7}{2})$ বিন্দুতে $z = 3 \times \frac{5}{2} + 2 \times \frac{7}{2} = 14\frac{1}{2}$

$E(\frac{1}{4}, \frac{5}{4})$ বিন্দুতে $z = 3 \times \frac{1}{4} + 2 \times \frac{5}{4} = 3\frac{1}{4}$, $F(\frac{1}{6}, \frac{5}{6})$ বিন্দুতে $z = 3 \times \frac{1}{6} + 2 \times \frac{5}{6} = 2\frac{1}{6}$

$\therefore$ $C(3,3)$ বিন্দুতে অভিষ্ট ফাংশন z এর সর্বোচ্চ মান = 15

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = 3, y = 3$ এবং $Z_{max} = 15$.

3. নিচের যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামকে লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান করে সর্বনিম্নকরণ কর :

(a) $z = 2x - y$, সীমাবদ্ধতা: $x + y \leq 5$, $x + 2y \geq 8$, $x , y \geq 0$.

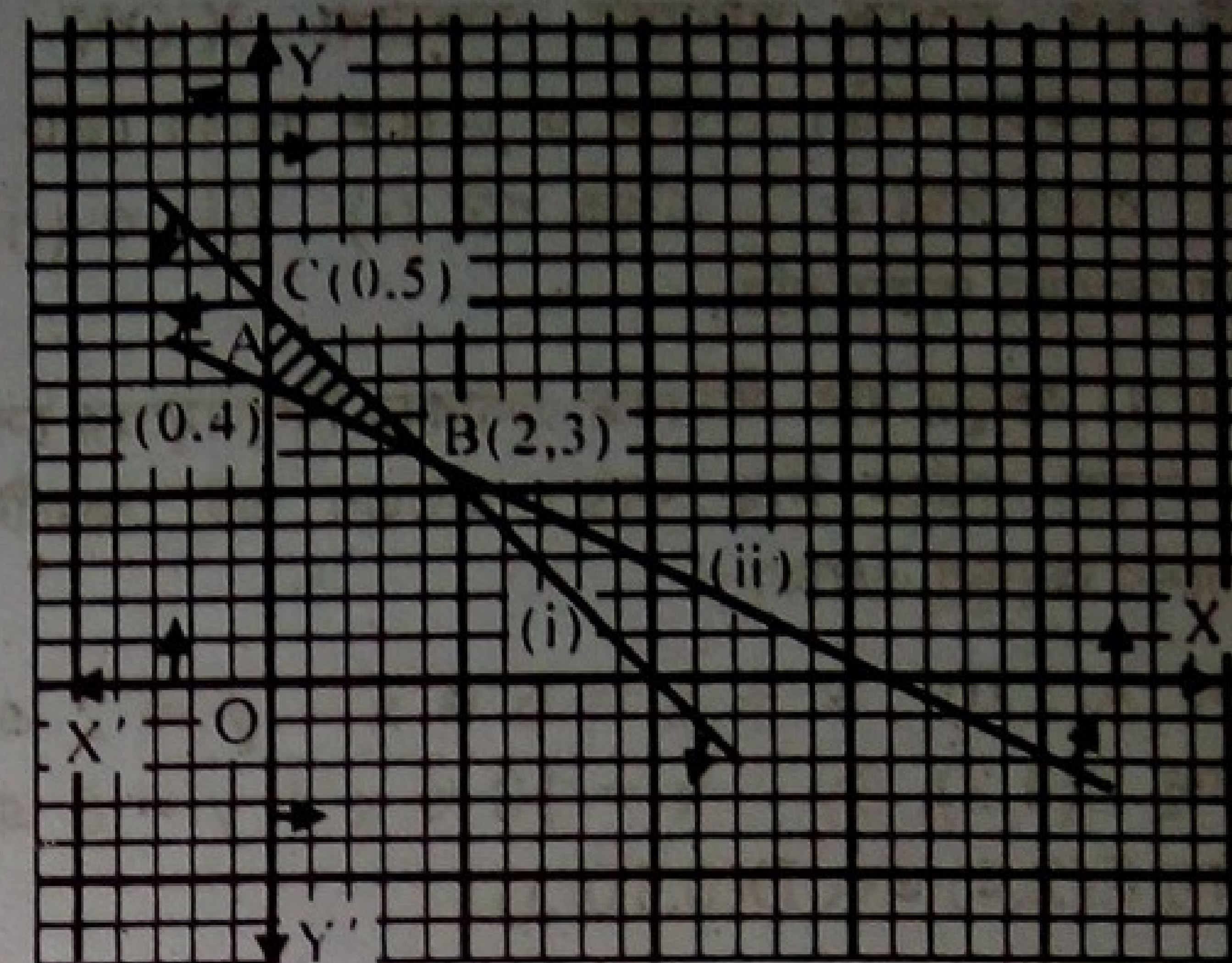
[কু.'০৮; চ.'০৪,'০৮; রা.'০৯,'১২; সি.'১০; ব.'১২; ঢা.'১৩]

সমাধান : প্রদত্ত অসমতাগুলোর অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ,

$x + y = 5 \Rightarrow \frac{x}{5} + \frac{y}{5} = 1 \cdots \cdots$(i), $x + 2y = 8 \Rightarrow \frac{x}{8} + \frac{y}{4} = 1 \cdots \cdots$ (ii)

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা X'OX ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 2 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i) ও (ii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

ABC ত্রিভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব, এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।



এখানে, A(0,4), (i) ও (ii) এর ছেদবিন্দু B(2, 3) এবং C(0 , 5) ।

এখন, A(0,4) বিন্দুতে $z = 2\times 0 - 4 = -4$

B(2, 3) বিন্দুতে $z = 2\times 2 - 3 = 1$,

C(0 , 5) বিন্দুতে $z = 2\times 0 - 5 = -5$.

$\therefore$ C(0,5) বিন্দুতে অভিষ্ট ফাংশন z এর সর্বনিম্ন মান $= -5$.

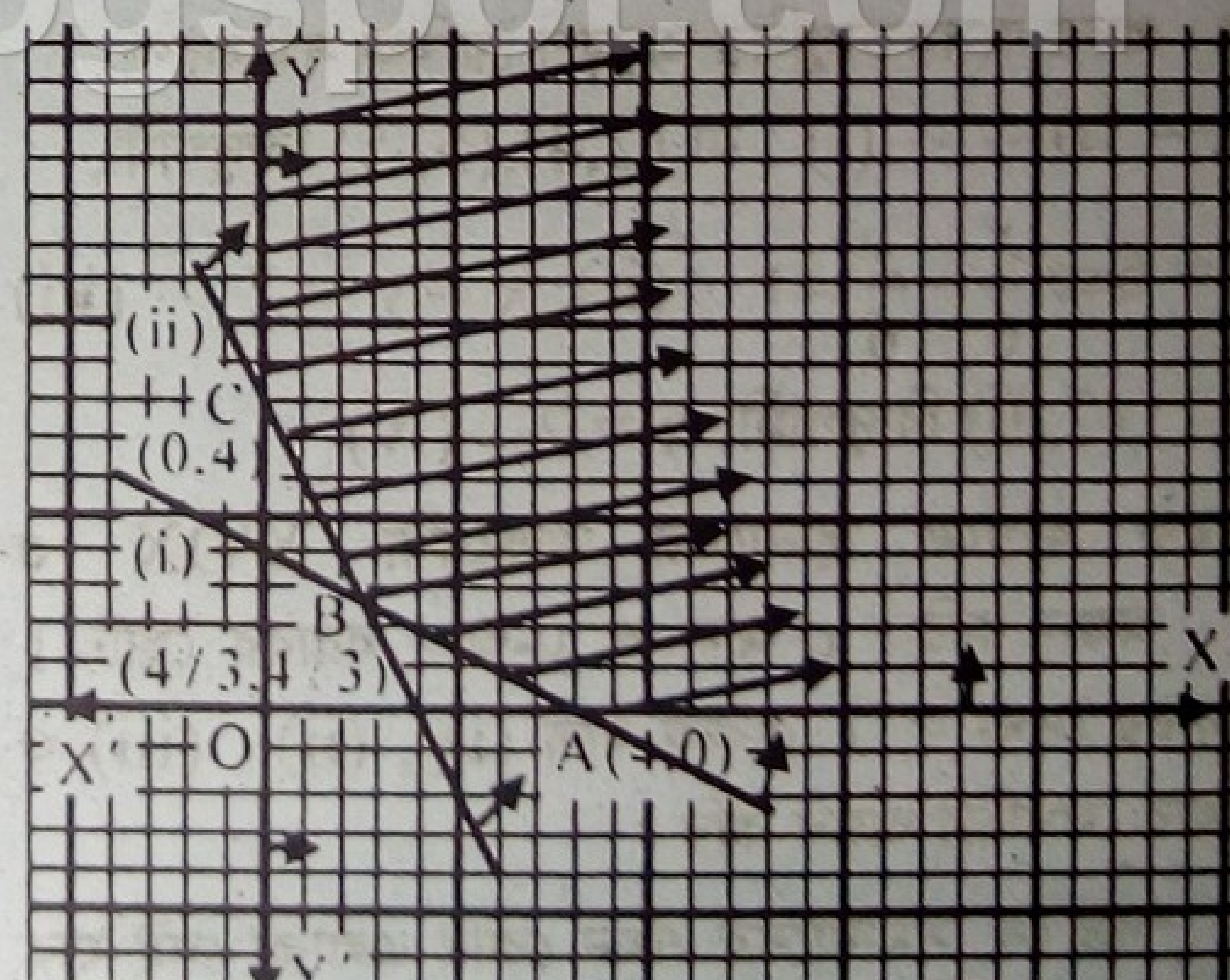
$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = 0, y = 5$ এবং $Z_{min} = -5$.

3(b) $z = 3x + 2y$, সীমাবদ্ধতা: $x + 2y \geq 4, 2x + y \geq 4$, $x , y \geq 0$. **[চ.'১০]**

সমাধান : প্রদত্ত অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $x + 2y = 4 \Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{2} = 1 \cdots$ (i).

$2x + y = 4 \Rightarrow \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 1 \cdots$ (ii) এবং $x = 0, y = 0$.

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা X'OX ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 2 বর্গের বাহু দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i) ও (ii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।



AB ও BC রেখাদ্বয়ের উপরস্থ ও তাদের ডানপার্শ্বস্থ বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে বিধায় ঐ অঞ্চলটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, A(4,0), (i) ও (ii) এর ছেদবিন্দু $B(\frac{4}{3}, \frac{4}{3})$ এবং C(0 , 4) ।

এখন, A(2,0) বিন্দুতে $z = 3\times 4 + 2\times 0 = 12$,

$B(\frac{4}{3}, \frac{4}{3})$ বিন্দুতে $z = 3\times \frac{4}{3} + 2\times \frac{4}{3} = \frac{20}{3}$,

C(0 , 4) বিন্দুতে $z = 3\times 0 + 2\times 4 = 8$

$\therefore$ $B(\frac{4}{3}, \frac{4}{3})$ বিন্দুতে অভিষ্ট ফাংশন z এর সর্বনিম্ন মান $= \frac{20}{3}$.

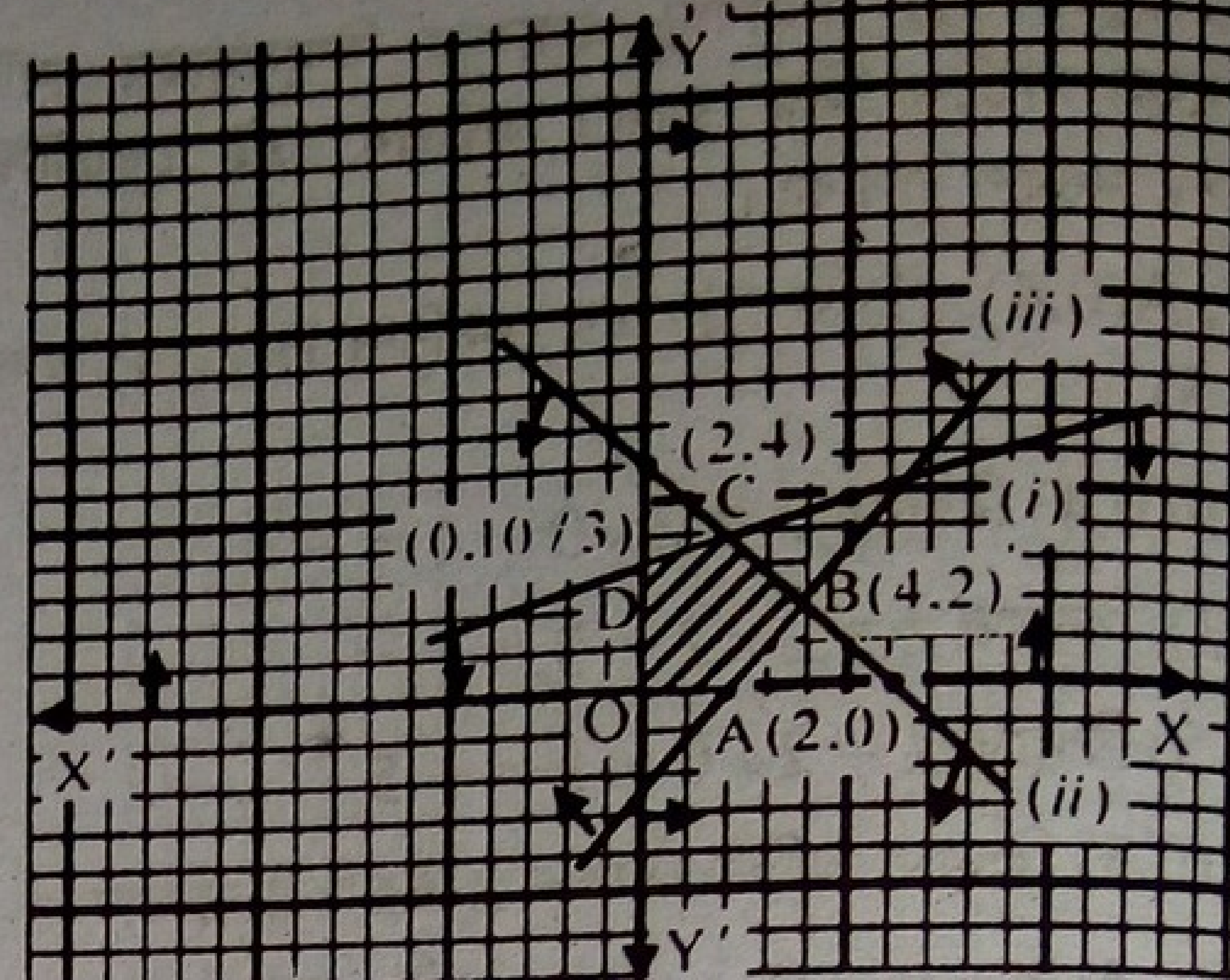
$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = \frac{4}{3}, y = \frac{4}{3}$ এবং $Z_{min} = 4$.

3(c) $z = 2y - x$, সীমাবদ্ধতা: $3y - x \leq 10, x + y \leq 6$, $x - y \leq 2$, $x , y \geq 0$.

[ব.'০৮; চ.'০৬,'১০; ঢা., রা., য.'০৭; ঢা.'১০; সি.'১২; কু.,য.'১৩]

সমাধানঃ প্রদত্ত অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $3y - x = 10 \cdots \cdots$(i) : যা (2,4),(5, 5) বিন্দুগামী।

$x + y = 6 \Rightarrow \frac{x}{6} + \frac{y}{6} = 1 \cdots \cdots$ (ii), $x - y = 2 \cdots$ (iii) ; যা (3,1),(2, 0) বিন্দুগামী।



একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা X'OX ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 1 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i) , (ii) ও (iii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

OABCD বহুভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, A(2,0) , $x + y = 6$ ও $x - y = 2$ এর ছেদবিন্দু B(4,2), $3y - x = 10$ ও $x + y = 6$ এর ছেদবিন্দু C(2,4) এবং D(0,10/3)।

O(0,0) বিন্দুতে $z = -0 + 2 \times 0 = 0$.

A(2,0) বিন্দুতে $z = -2 + 2 \times 0 = -2$, B(4,2) বিন্দুতে $z = -4 + 2 \times 2 = 0$.

C(2,4) বিন্দুতে $z = -2 + 2 \times 4 = 6$, D(0,10/3) বিন্দুতে $z = -0 + 10/3 = 10/3$

$\therefore$ A(2,0) বিন্দুতে অভিষ্ট ফাংশন z এর সর্বনিম্ন মান = − 2.

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = 2, y = 0, Z_{min} = -2$

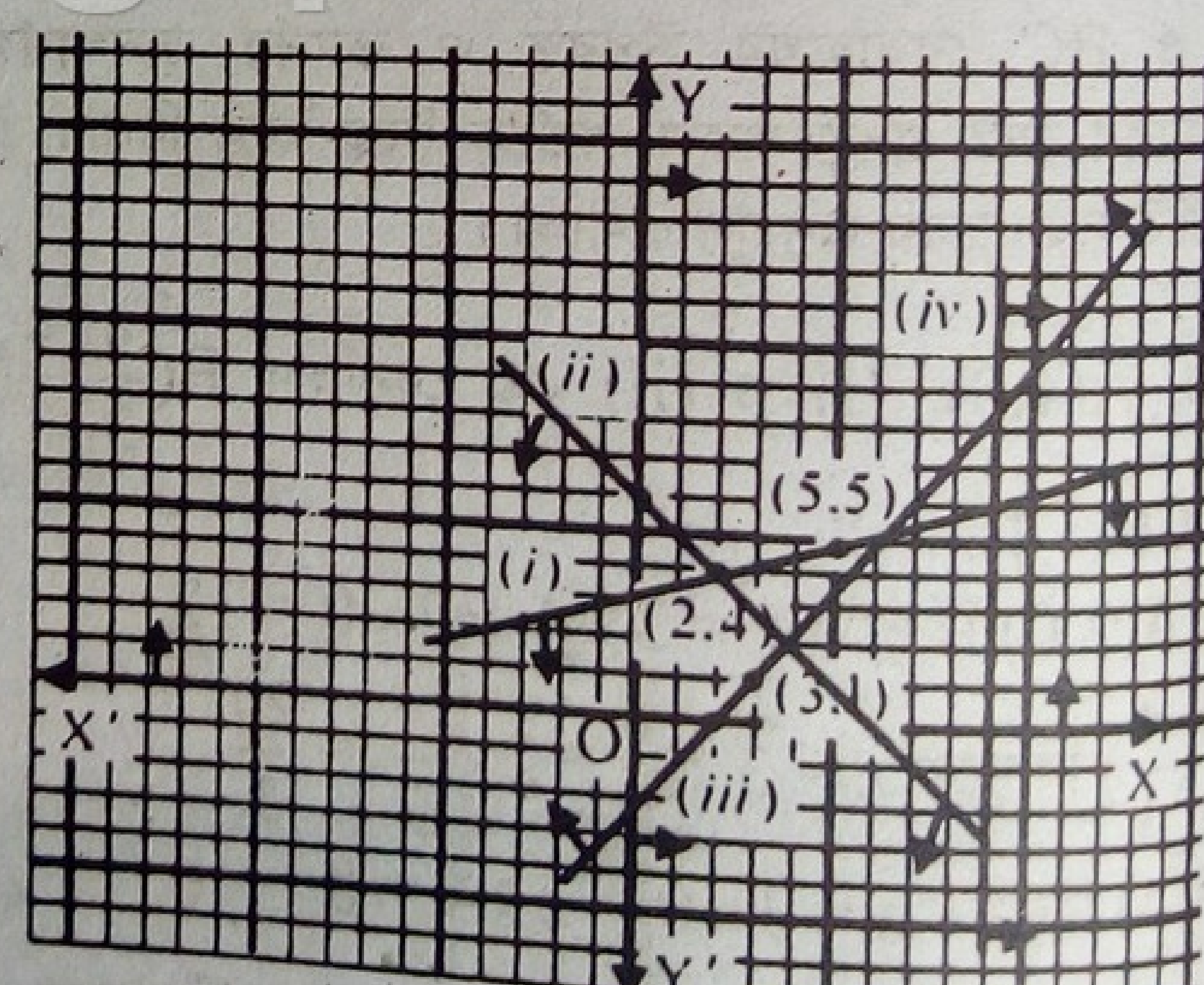
3(d) $z = -x + 2y$, সীমাবদ্ধতা : $-x + 3y \le 10, x + y \le 6, x - y \le 2, x \ge 2, y \ge 0.$ [ঢা.'০৩; দি.'১২]

সমাধান : প্রদত্ত অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ,

$3y - x = 10 \cdots \cdots$(i) ; যা (2,4),(5, 5) বিন্দুগামী,

$x + y = 6 \Rightarrow \frac{x}{6} + \frac{y}{6} = 1 \cdots$(ii), $x - y = 2 \cdots$ (iii)

; যা (3,1),(2, 0) বিন্দুগামী, $x = 2 \cdots$(iv)



একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা X'OX ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 1 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i) , (ii) , (iii) ও (iv) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

চিত্র হতে স্পষ্ট যে, সমাধানের এমন কোন এলাকা নেই যার বিন্দুসেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব, প্রদত্ত যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামের কোন সমাধান নেই এবং এর সর্বনিম্নকরণ সম্ভব নয়।

3(e) $z = 3x + 5y$, **সীমাবদ্ধতা :** $x \le 2y + 2, x \ge 6 - 2y, y \le x , x \le 6.$ [সি.'০২]

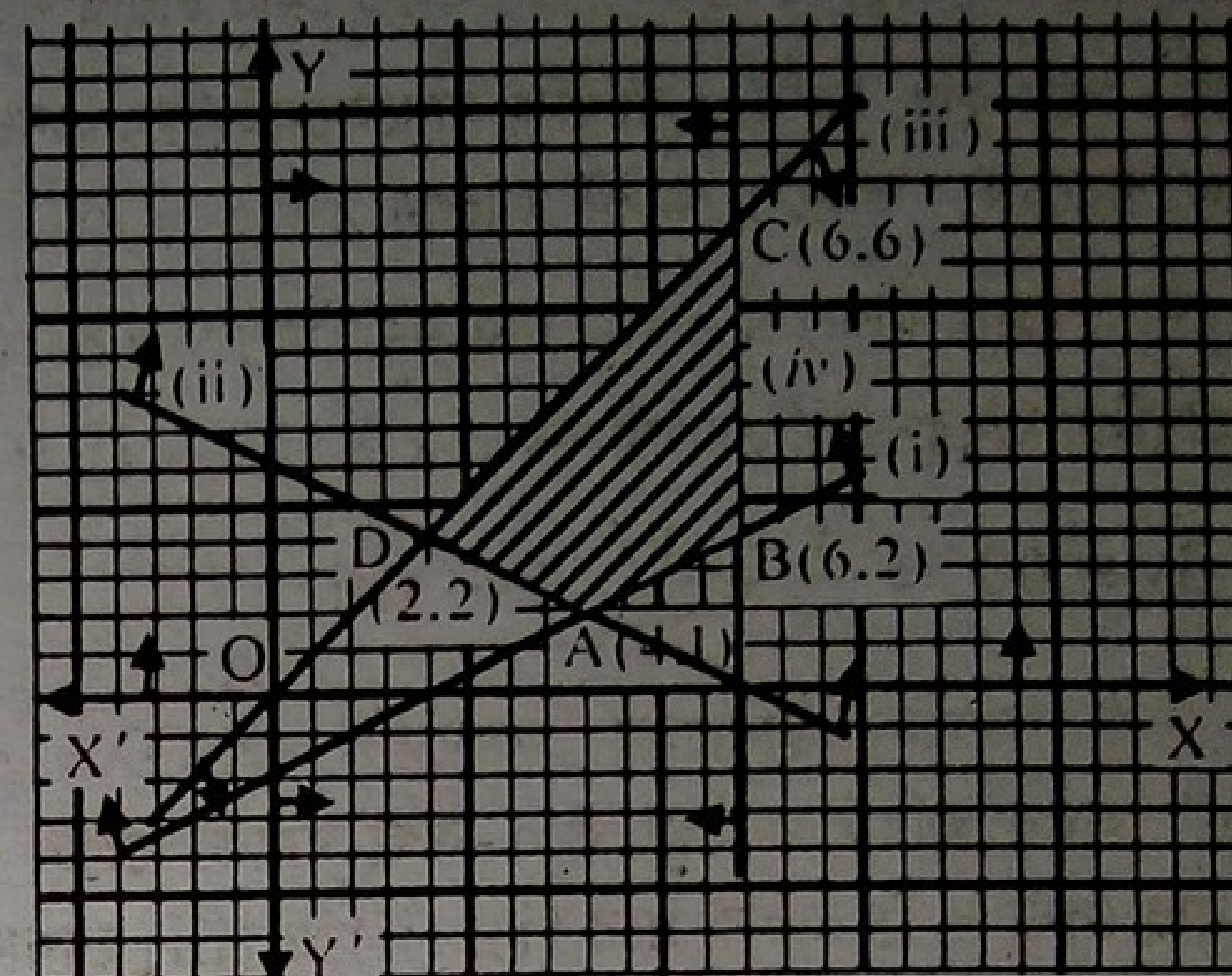
সমাধান : প্রদত্ত অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ,

$x = 2y + 2 \Rightarrow \frac{x}{2} + \frac{y}{-1} = 1 \cdots$(i), $x = 6 - 2y \Rightarrow \frac{x}{6} + \frac{y}{3} = 1 \cdots$(ii), $y = x \cdots$(iii), যা (0,0),(2, 2) বিন্দুগামী এবং $x = 6 \cdots$ (iv)

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা X'OX ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 2 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i) , (ii) ও (iii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

ABCD চতুর্ভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব, এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, $x = 2y + 2$ ও $x = 6 - 2y$ এর ছেদবিন্দু $A(4,1)$, $x = 2y + 2$ ও $x = 6$ এর ছেদবিন্দু $B(6,2)$, $x= 6$ ও $y = x$ এর ছেদবিন্দু $C(6,6)$ এবং $y = x$ ও $x = 6 - 2y$ এর ছেদবিন্দু $D(2,2)$।



$A(4,1)$ বিন্দুতে $z = 3 \times 4 + 5 \times 1 = 17$,

$B(6,2)$ বিন্দুতে $z = 3 \times 6 + 5 \times 2 = 28$,

$C(6,6)$ বিন্দুতে $z = 3 \times 6 + 5 \times 6 = 48$

এবং $D(2 . 2)$ বিন্দুতে $z = 3 \times 2 + 5 \times 2 = 16$

$\therefore$ $D(2 . 2)$ বিন্দুতে z এর সর্বনিম্ন মান = 16.

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x = 2$, $y = 2$ এবং $Z_{min} = 16$.

4. (a) একজন ফল বিক্রেতা আম ও পেয়ারা বিক্রি করেন। প্রতি ঝুড়ি আম ও পেয়ারার মূল্য যথাক্রমে 50 টাকা ও 25 টাকা। ঐ বিক্রেতা তার দোকানে 12টির বেশি ঝুড়ি রাখতে পারেন না । প্রতি ঝুড়ি আম ও পেয়ারা বিক্রয়ে লাভ যথাক্রমে 10 টাকা ও 6 টাকা হলে 500 টাকা মূলধন ব্যয়ে কত ঝুড়ি আম ও পেয়ারা ক্রয় করলে ঐ বিক্রেতা সর্বোচ্চ লাভ করতে পারবেন? [ব.'০১; য.'০২; সি.'০৪,'০৭; কু.'০৬; রা.'১০,'১৩]

সমাধান : মনে করি, ফল বিক্রেতা x ঝুড়ি আম এবং y ঝুড়ি পেয়ারা কিনলে সর্বোচ্চ লাভ করতে পারবেন।
তাহলে, অভিষ্ট ফাংশন $z = 10x + 6y$.

শর্ত ঃ (মোট খরচ) $50x + 25y \leq 500 \Rightarrow 2x + y \leq 20$, (ঝুড়ির সংখ্যা) $x + y \leq 12$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

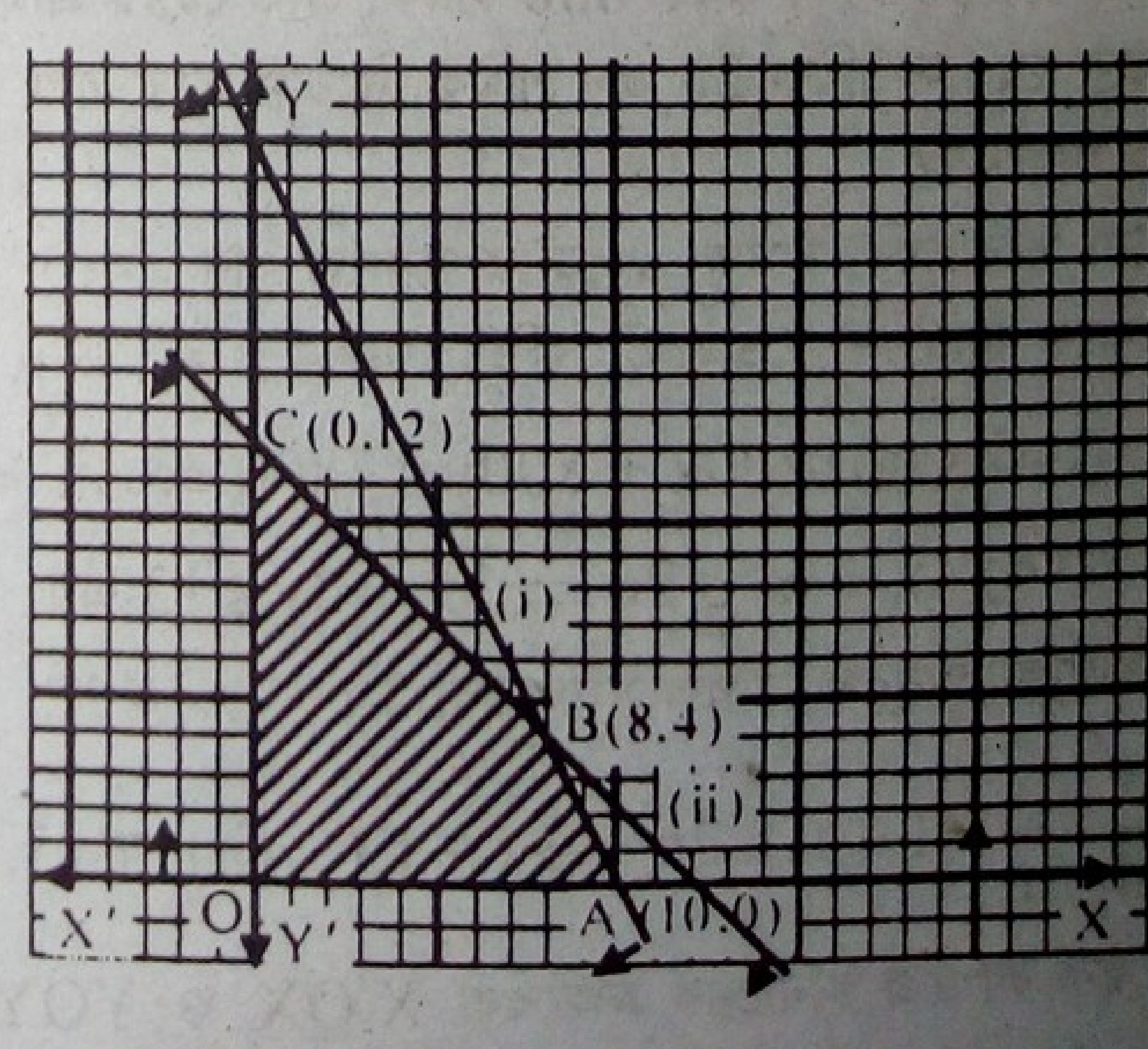
অসমতাগুলোর অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $2x + y = 20 \Rightarrow \frac{x}{10} + \frac{y}{20} = 1 \cdots$ (i)

$$x + y = 12 \Rightarrow \frac{x}{12} + \frac{y}{12} = 1 \cdots \cdots \text{(ii) এবং } x = 0, y = 0.$$

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা $X'OX$ ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 1 বর্গের বাহু দৈর্ঘ্যের =1 একক ধরে (i) ও (ii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

OABC চতুর্ভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব, এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, $A(10.0)$, (i) ও (iii) এর ছেদবিন্দু $B(8.4)$ এবং $C(0,12)$।



$A(10,0)$ বিন্দুতে $z = 10 \times 10 + 6 \times 0 = 100$,

$B(8,4)$ বিন্দুতে $z = 10 \times 8 + 6 \times 4 = 104$,

$C(0.12)$ বিন্দুতে $z = 10 \times 0 + 6 \times 12 = 72$

$\therefore$ $B(8,4)$ বিন্দুতে z এর সর্বোচ্চ মান = 104 .

$\therefore$ ফল বিক্রেতা 8 ঝুড়ি আম ও 4 ঝুড়ি পেয়ারা ক্রয় করবেন।

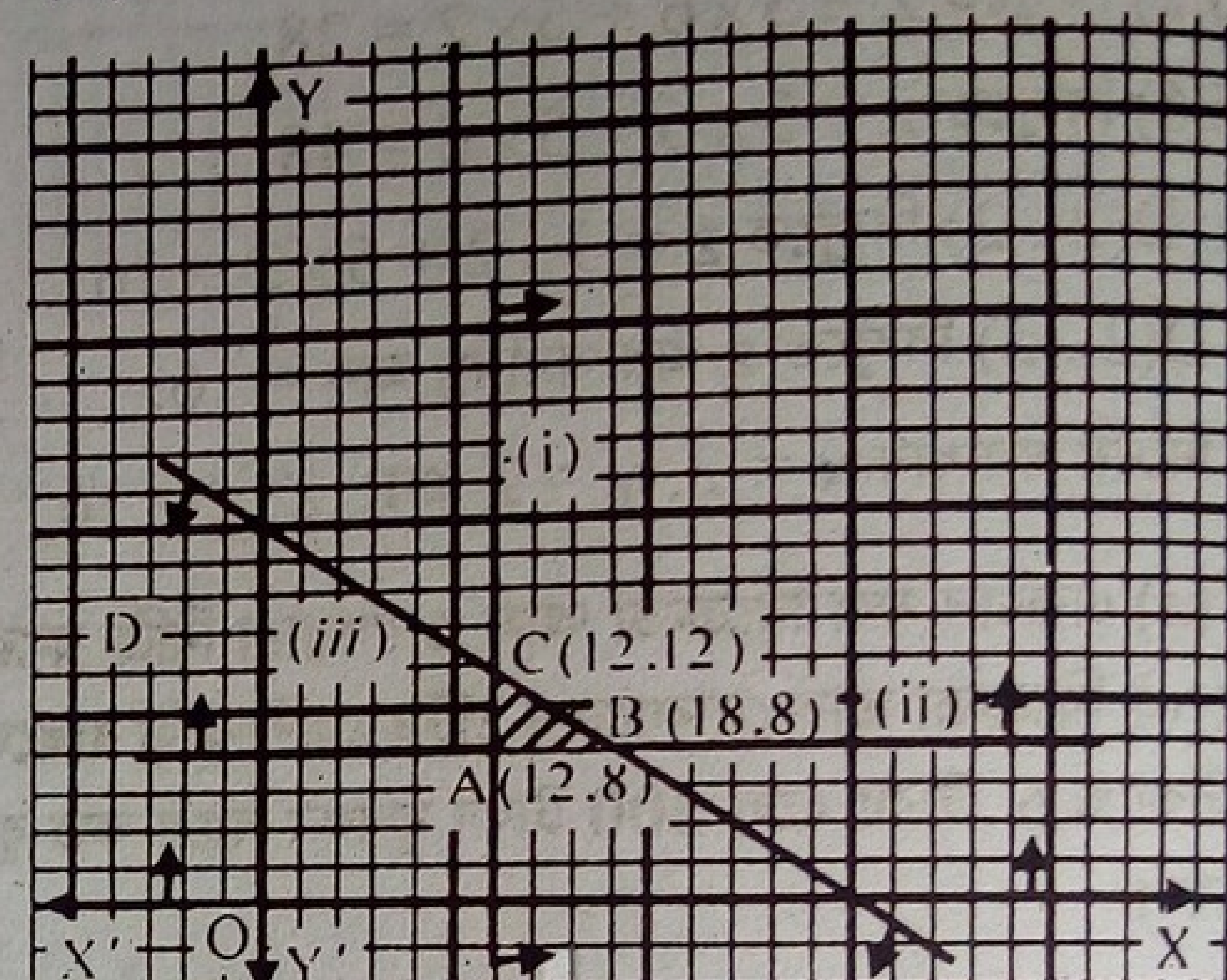
4(b) এক ব্যক্তি তাঁর বাগানে কমপক্ষে 12 টি নারকেলের চারা এবং 8 টি আমের চারা লাগাতে চান। প্রতিটি নারকেলের চারা ও আমের চারার মূল্য যথাক্রমে 20 টাকা এবং 30 টাকা । ঐ ব্যক্তি 600 টাকার বেশী ব্যয় না করে প্রত্যেক প্রকারের কতগুলি চারা কিনতে পারেন যাতে মোট চারার সংখ্যা সর্বাধিক হয়? [দি.'১০]

সমাধান : মনে করি, তিনি x সংখ্যক নারকেলের চারা এবং y সংখ্যক আমের চারা লাগালে একত্রে সর্বাধিক সংখ্যক চারা লাগাতে পারবেন । তাহলে, অভিষ্ট ফাংশন $z = x + y$.

শর্ত ঃ (নারকেলের চারা) $x \geq 12$, (আমের চারা) $y \geq 8$. (মোট খরচ) $20x + 30y \leq 600 \Rightarrow 2x + 3y \leq 60$

অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $x = 12 \cdots$(i), $y = 8 \cdots$(ii).

$2x + 3y = 60 \Rightarrow \frac{x}{30} + \frac{y}{20} = 1 \cdots$ (iii)



একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা X'OX ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 1 বর্গের বাহু দৈর্ঘ্য = 2 একক ধরে (i), (ii) ও (iii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

ABC ত্রিভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব, এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, $x = 12$ ও $y = 8$ এর ছেদবিন্দু A(12,8).

$y = 8$ ও $2x + 3y = 60$ এর ছেদবিন্দু B(18,8) এবং

$x = 12$ ও $2x + 3y = 60$ এর ছেদবিন্দু C(12,12)।

A(12,8) বিন্দুতে $z = 12 + 8 = 20$, B(18,8) বিন্দুতে $z = 18 + 8 = 26$,

C(12,12) বিন্দুতে $z = 12 + 12 = 24$

$\therefore$ B(18,8) বিন্দুতে z এর সর্বোচ্চ মান = 26 .

$\therefore$ তিনি 18 টি নারকেলের চারা ও 8 টি আমের চারা লাগাতে করবেন।

4(c) একজন কৃষক ধান এবং গমের চাষ করতে গিয়ে দেখলেন যে, প্রতি হেক্টর জমিতে ধান ও গম চাষের খরচ যথাক্রমে 1200 টাকা এবং 800 টাকা। প্রতি হেক্টর জমিতে ধান ও গম চাষের জন্য যথাক্রমে 4 জন ও 6 জন শ্রমিকের প্রয়োজন হয়। সর্বাধিক 26 জন শ্রমিক নিয়োগ করে এবং 4800 টাকা বিনিয়োগ করে সর্বোচ্চ কত হেক্টর জমি তিনি চাষ করতে পারবেন? [সি.'০২]

সমাধানঃ মনে করি, কৃষক x হেক্টর জমিতে ধান এবং y হেক্টর জমিতে গম চাষ করলে একত্রে সর্বোচ্চ পরিমান জমিতে চাষ করতে পারবেন । তাহলে, অভিষ্ট ফাংশন $z = x + y$.

শর্ত ঃ (মোট খরচ) $1200x + 800y \leq 4800 \Rightarrow 3x + 2y \leq 12$.

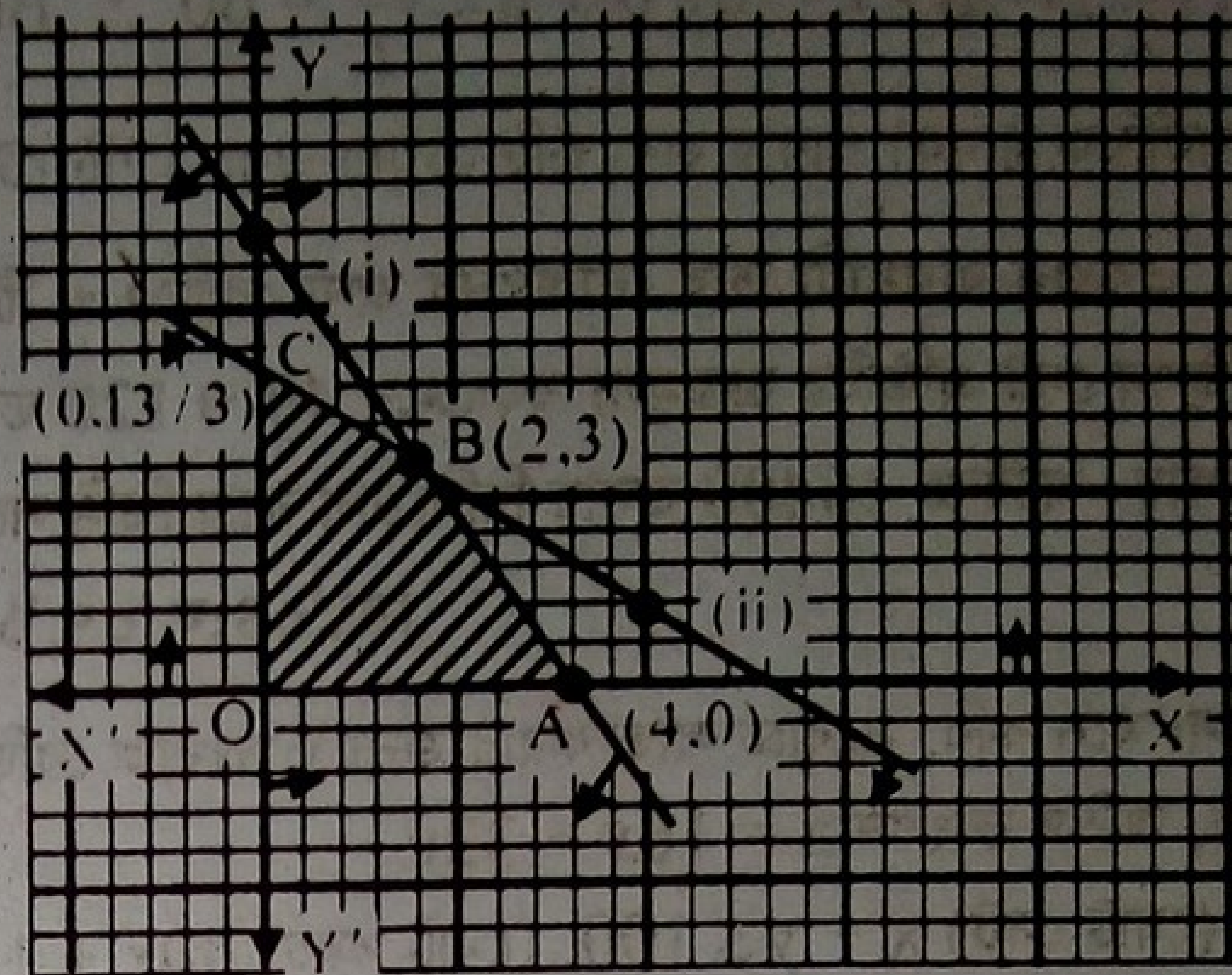
(মোট শ্রমিক) $4x + 6y \leq 26 \Rightarrow 2x + 3y \leq 13$ এবং $x \geq 0$, $y \geq 0$.

অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $3x + 2y = 12$

$\Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{6} = 1 \cdots$(i), $2x + 3y = 13 \cdots$(ii), যা (5,1), (2, 3) বিন্দুগামী, এবং $x = 0$, $y = 0$.

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা X'OX ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 2 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i), (ii) ও (iii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

OABC চতুর্ভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব, এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।



এখানে, A(4,0). (i) ও (ii) এর ছেদবিন্দু B(2.3) এবং C(0.13/3)।

O(0.0) বিন্দুতে z = 0 + 0 = 0,

A(4.0) বিন্দুতে z = 4 + 0 = 4,

B(2.3) বিন্দুতে z = 2 + 3 = 5,

C(0.13/3) বিন্দুতে z = 0 + 13/3 = 13/3

∴ B(2.3) বিন্দুতে z এর সর্বোচ্চ মান = 5 .

∴ তিনি সর্বোচ্চ 5 হেক্টর জমিতে চাষ করতে পারবেন ।

4(d) একটি ফার্ম A এবং B দুইটি মেশিনের সাহায্যে চেয়ার ও টেবিল দুইটি পণ্য তৈরি করে। A মেশিনে 60 ঘণ্টা এবং B মেশিনে 48 ঘণ্টা পর্যন্ত কাজ করতে সক্ষম। একটি চেয়ার তৈরি করতে A মেশিনে 2 ঘণ্টা এবং B মেশিনে 4 ঘণ্টা সময় লাগে। একটি টেবিল তৈরি করতে A মেশিনে 4 ঘণ্টা এবং B মেশিনে 2 ঘণ্টা সময় লাগে। টেবিল প্রতি 8 টাকা এবং চেয়ার প্রতি 6 টাকা মুনাফা হলে সর্বাধিক মুনাফা পাবার জন্য কয়টি চেয়ার এবং কয়টি টেবিল তৈরি করতে হবে?

[য.০০,'১০]

Sol^n. : মনে করি, সর্বাধিক মুনাফা পাবার জন্য x সংখ্যক চেয়ার এবং y সংখ্যক টেবিল তৈরি করতে হবে।

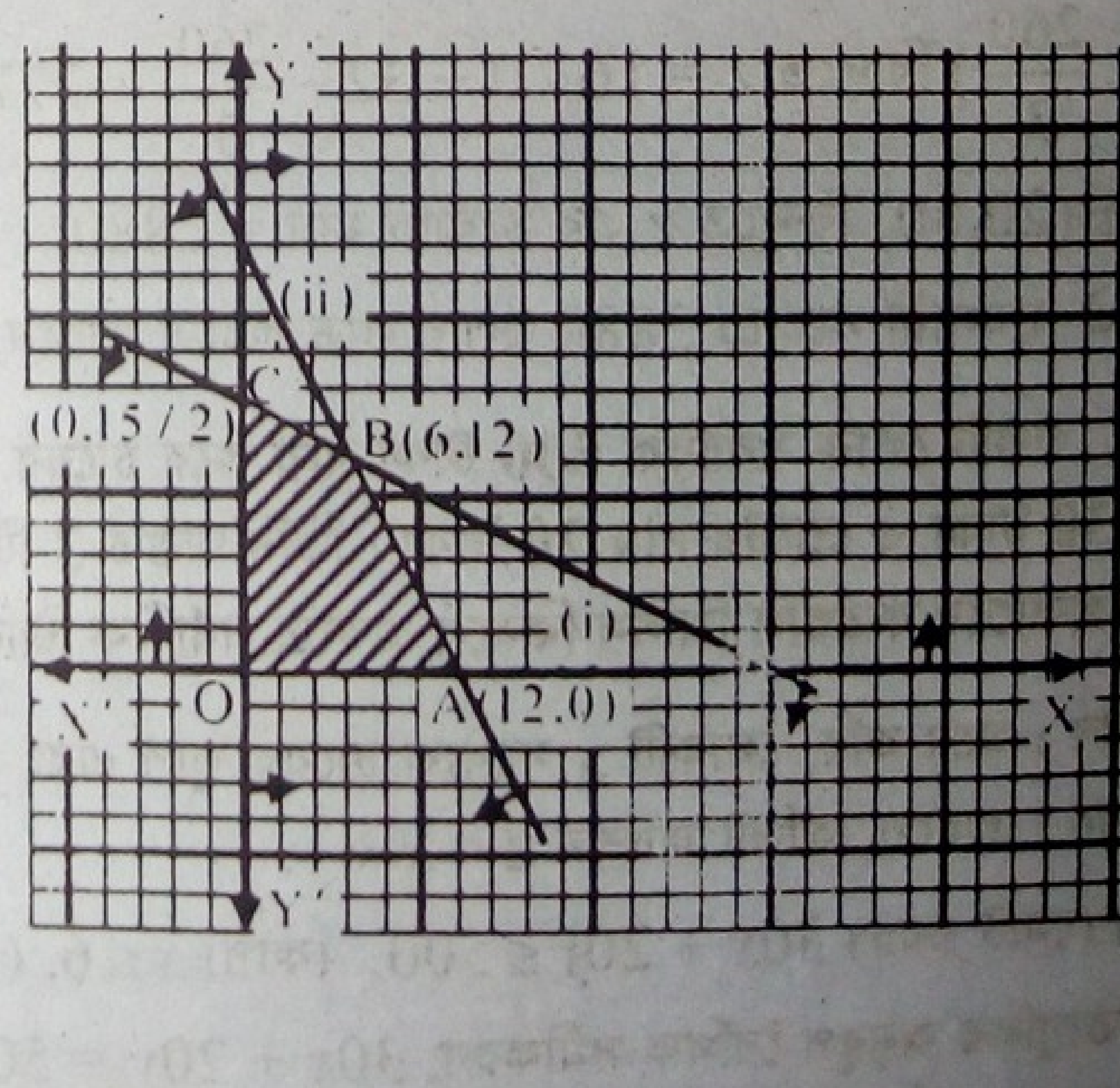
তাহলে, অভিষ্ট ফাংশন $z = 6x + 8y$.

শর্ত ঃ (A মেশিনের জন্য) $2x + 4y \le 60 \Rightarrow x + 2y \le 30$. (B মেশিনের জন্য) $4x + 2y \le 48$ $\Rightarrow 2x + y \le 24$ এবং $x \ge 0$. $y \ge 0$.

অসমতাগুলোর অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $x + 2y = 30 \Rightarrow \frac{x}{30} + \frac{y}{15} = 1 \cdots$(i).

$2x + y = 24 \Rightarrow \frac{x}{12} + \frac{y}{24} = 1 \cdots$(ii) এবং $x = 0, y = 0$.

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা X'OX ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট ১বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 2 একক ধরে (i). (ii) ও (iii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।



OABC চতুর্ভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব, এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, A(12.0). (i) ও (ii) এর ছেদবিন্দু B(6.12) এবং C(0.15/2)।

O(0.0) বিন্দুতে $z = 6 \times 0 + 8 \times 0 = 0$.

A(12.0) বিন্দুতে $z = 6 \times 12 + 8 \times 0 = 72$. B(6.12) বিন্দুতে $z = 6 \times 6 + 8 \times 12 = 132$.

$C(0, \frac{15}{2})$ বিন্দুতে $z = 6 \times 0 + 8 \times \frac{15}{2} = 60$ $\therefore$ $B(6.12)$ বিন্দুতে z এর সর্বোচ্চ মান = 132 .

$\therefore$ সর্বাধিক মুনাফা পাবার জন্য 6টি চেয়ার এবং 12টি টেবিল তৈরি করতে হবে।

4(e) একজন ব্যবসায়ী তার দোকানের জন্য রেডিও ও টিলিভিশন মিলে 100 টি সেট কিনতে পারেন। রেডিও সেট ও টেলিভিশন সেট প্রতিটির ক্রয়মূল্য যথাক্রমে 40 ও 120 ডলার। প্রতি রেডিও ও টেলিভিশন সেটে লাভ যথাক্রমে 16 ও 32 ডলার। সর্বোচ্চ 10400 ডলার বিনিয়োগ করে তিনি সর্বোচ্চ কত লাভ করতে পারেন?

[রা.'০৪;ব.'০৭,'১১; কু.'১০; সি.'১২; ঢা.'১৩; চুয়েট,'০৭-০৮; কুয়েট'০৮-০৯]

সমাধানঃ মনে করি, সর্বোচ্চ লাভ করার জন্য x সংখ্যক রেডিও এবং y সংখ্যক টিলিভিশন সেট কিনতে হবে।
তাহলে, অভিষ্ট ফাংশন $z = 16x + 32y$.

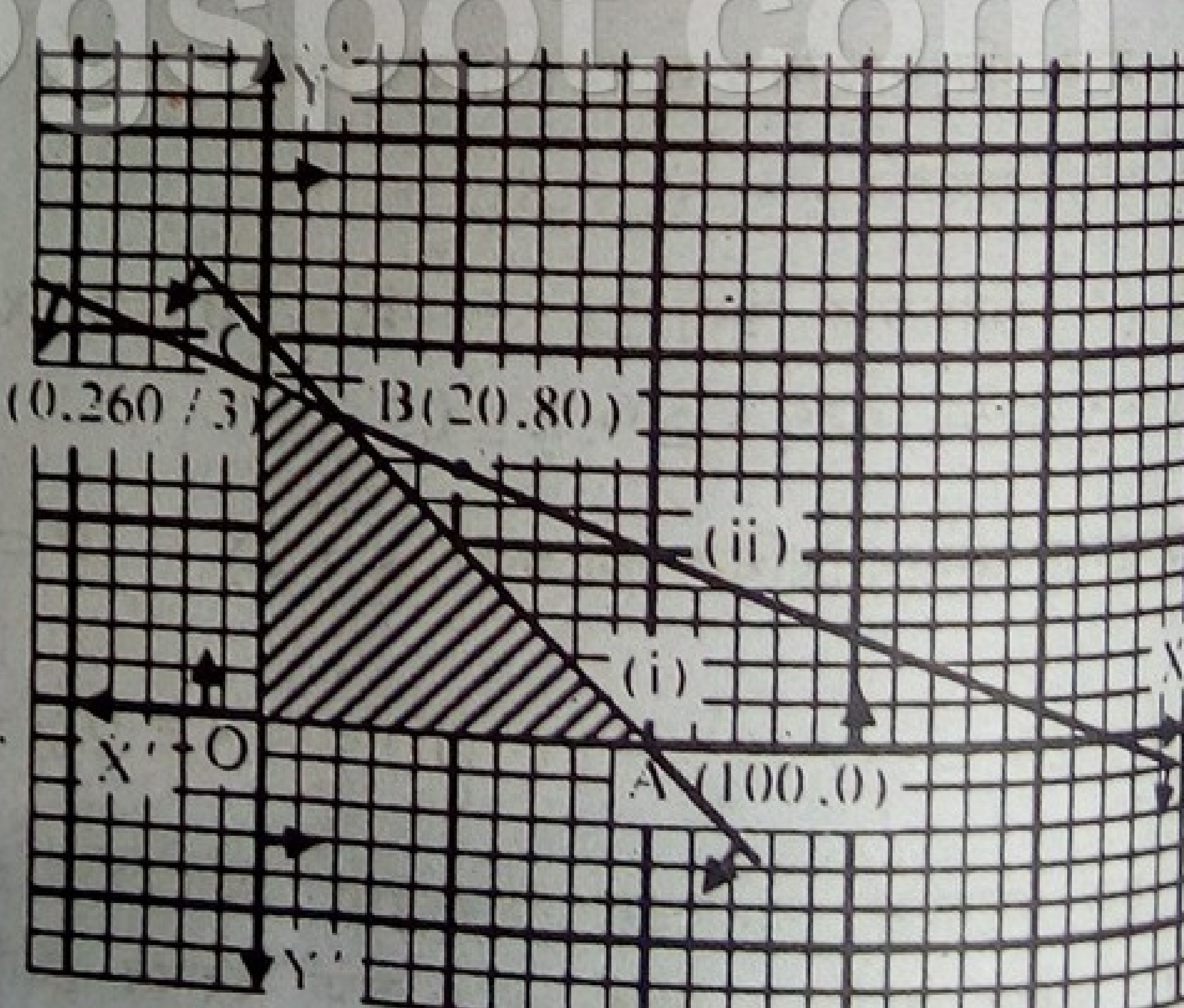
শর্ত ঃ (মোট সেট) $x + y \leq 100$. (মোট খরচ) $40x + 120y \leq 10400 \Rightarrow x + 3y \leq 260$ এবং $x \geq 0$. $y \geq 0$.

অসমতাগুলোর অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ. $x + y = 100 \Rightarrow \frac{x}{100} + \frac{y}{100} = 1 \cdots (i)$.

$x + 3y = 260 \cdots\cdots (ii)$, যা (20.80). (50. 70) বিন্দুগামী, এবং $x = 0$. $y = 0$.

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা X'OX ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 10 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 10একক ধরে (i) ও (ii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

OABC চতুর্ভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব, এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।



এখানে, A(100.0). (i) ও (ii) এর ছেদবিন্দু B(20.80) এবং C(0, 260/3)।

O(0.0) বিন্দুতে $z = 16 \times 0 + 32 \times 0 = 0$.

A(100.0) বিন্দুতে $z = 16 \times 100 + 32 \times 0 = 1600$.

B(20.80) বিন্দুতে $z = 16 \times 20 + 32 \times 80 = 2880$.

$C(0, \frac{260}{3})$ বিন্দুতে $z = 16 \times 0 + 32 \times \frac{260}{3} = 2773\frac{1}{3}$

$\therefore$ B(20.80) বিন্দুতে z এর সর্বোচ্চ মান = 2880 .

$\therefore$ ঐ ব্যবসায়ী সর্বোচ্চ 2880 ডলার লাভ করতে পারেন।

4(f) একটি লোক সর্বাধিক 500 টাকা ব্যয় করে চায়ের কাপ ও নাস্তার প্লেট উভয় জিনিস কিনতে চান। প্রতিটি চায়ের কাপ 30 টাকা ও প্লেটের দাম 20 টাকা। তিনি অন্তত 3 টি প্লেট ও সর্বাধিক 6টি কাপ কিনবেন। উপরোক্ত টাকায় তিনি কোন্ প্রকারের কতগুলি জিনিস কিনলে একত্রে সর্বাধিক জিনিস কিনতে পারবেন?

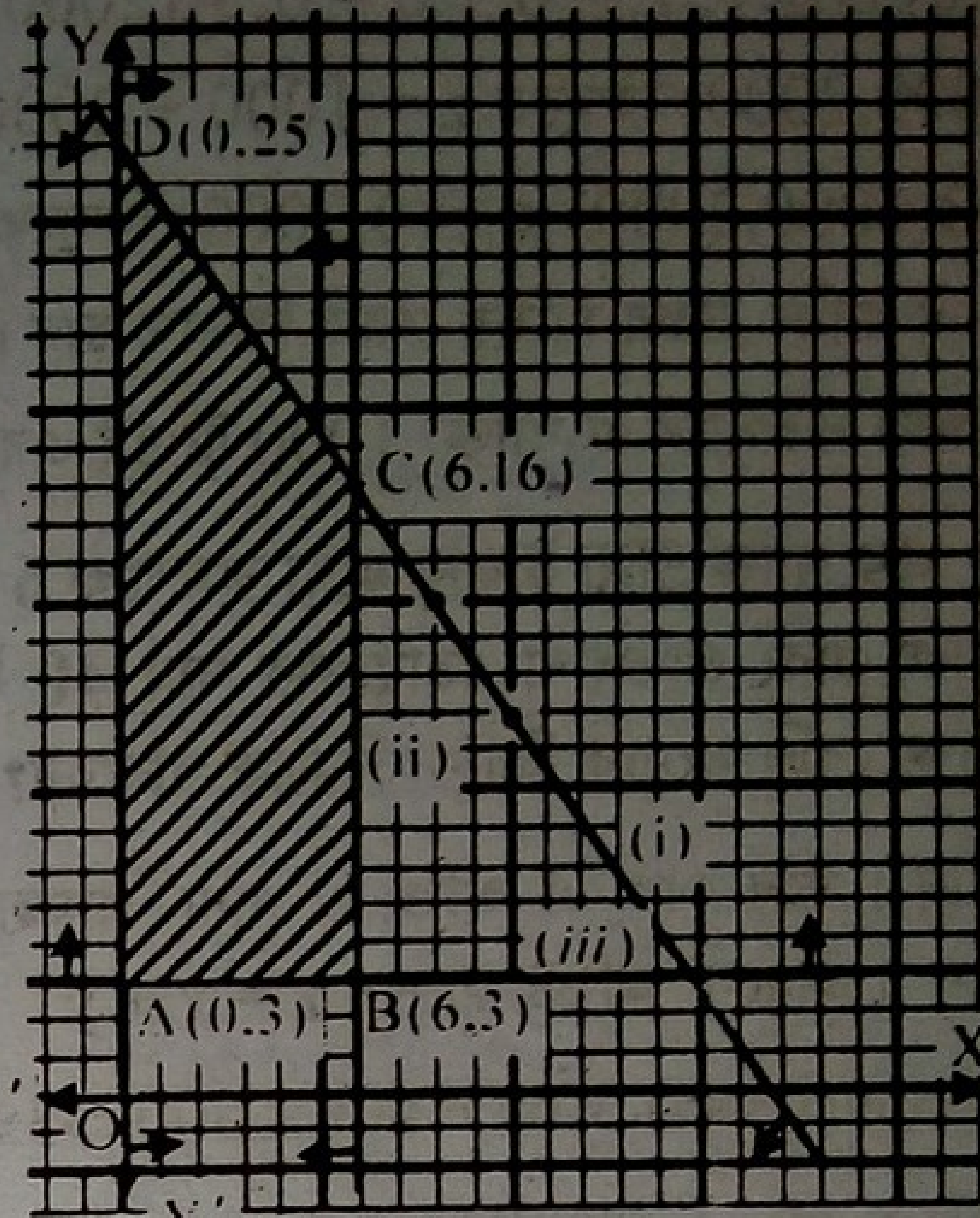
[কু.'০৪]

সমাধান : মনে করি, লোকটি x সংখ্যক চায়ের কাপ এবং y সংখ্যক নাস্তার প্লেট কিনলে একত্রে সর্বাধিক জিনিস কিনতে পারবেন। তাহলে, অভিষ্ট ফাংশন $z = x + y$.

শর্ত ঃ (মোট খরচ) $30x + 20y \leq 500$. (কাপ) $x \leq 6$. (প্লেট) $y \geq 3$. এবং $x \geq 0$.

অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $30x + 20y = 500 \cdots (i)$. যা (10. 10). (8. 13) বিন্দুগামী,
$x = 6 \cdots \cdots (ii)$. $y = 3 \cdots \cdots (iii)$ এবং $x = 0$.

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা $X'OX$ ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 1 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i), (ii) ও (iii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।



ABCD চতুর্ভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব, এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, A(0.3). $x = 6$ ও $y = 3$ এর ছেদবিন্দু B(6.3). $x = 6$ ও $30x + 20y = 500$ এর ছেদবিন্দু C(6.16) এবং D(0.25).

A(0.3) বিন্দুতে $z = 0 + 3 = 3$.

B(6, 3) বিন্দুতে $z = 6 + 3 = 9$.

C(6.16) বিন্দুতে, $z = 6 + 16 = 22$.

D(0.25) বিন্দুতে $z = 0 + 25 = 25$

$\therefore$ D(0,25) বিন্দুতে z এর সর্বোচ্চ মান = 25 .

কিন্তু লোকটি উভয় প্রকার জিনিস কিনতে চান। এক্ষেত্রে, C(6.16) বিন্দুতে z এর সর্বোচ্চ মান = 22.

$\therefore$ লোকটি 6 টি কাপ 16 টি প্লেট কিনতে পারবেন।

4(g) এক ব্যক্তি 1200 টাকা দিয়ে রুই ও কাতল উভয় মাছের পোনা কিনতে চান। 100 রুই মাছের পোনার দাম 60 টাকা এবং 100 কাতল মাছের পোনার দাম 30 টাকা হলে, তিনি কোন্ মাছের কত পোনা কিনতে পারবেন যার মোট সংখ্যা সর্বাধিক 3000 হবে। **[ঢা.'০১,'০৫; রা.'০৬; সি.'০৬]**

সমাধান : মনে করি, লোকটি x সংখ্যক রুই মাছের পোনা এবং y সংখ্যক কাতল মাছের পোনা কিনতে পারবেন।

তাহলে, অভিষ্ট ফাংশন $z = x + y$.

শর্ত ঃ (মোট খরচ) $\frac{60x}{100} + \frac{30y}{100} \leq 1200 \Rightarrow 6x + 3y \leq 12000 \Rightarrow 2x + y \leq 4000$.

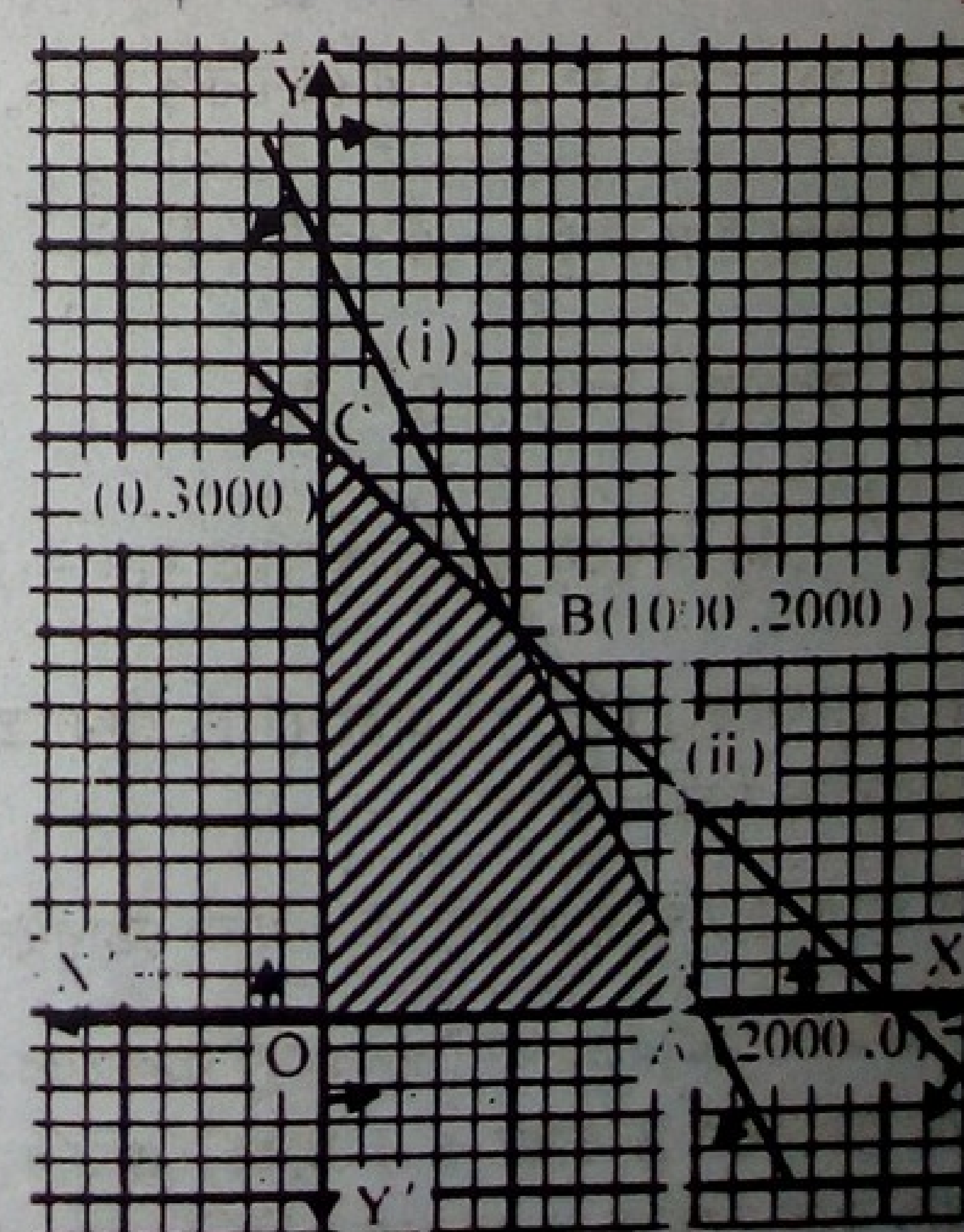
(মাছের মোট সংখ্যা) $x + y \leq 3000$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

অসমতাগুলোর অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $2x + y = 4000$

$$\Rightarrow \frac{x}{2000} + \frac{y}{4000} = 1 \cdots (i)$$

$$x + y = 3000 \Rightarrow \frac{x}{3000} + \frac{y}{3000} = 1 \cdots\cdots (ii).$$

$y = 3 \cdots \cdots (iii)$ এবং $x = 0$, $y = 0$.



একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা $X'OX$ ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 1 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 200 একক ধরে (i) ও (ii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

OABC চতুর্ভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব, এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, A(2000.0), (i) ও (ii) এর ছেদবিন্দু B(1000.2000) এবং C(0.3000).

$O(0,0)$ বিন্দুতে, $Z = 0 + 0 = 0$, $A(2000,0)$ বিন্দুতে, $z = 2000 + 0 = 2000$.
$B(1000,2000)$ বিন্দুতে $z = 1000 + 2000 = 3000$. $C(0,3000)$ বিন্দুতে, $z = 0 + 3000 = 3000$.

$\therefore$ $B(1000,2000)$ ও $C(0,3000)$ বিন্দুতে z এর সর্বাধিক মান $= 3000$.

কিন্তু ঐ ব্যক্তি উভয় মাছের পোনা কিনতে চান।

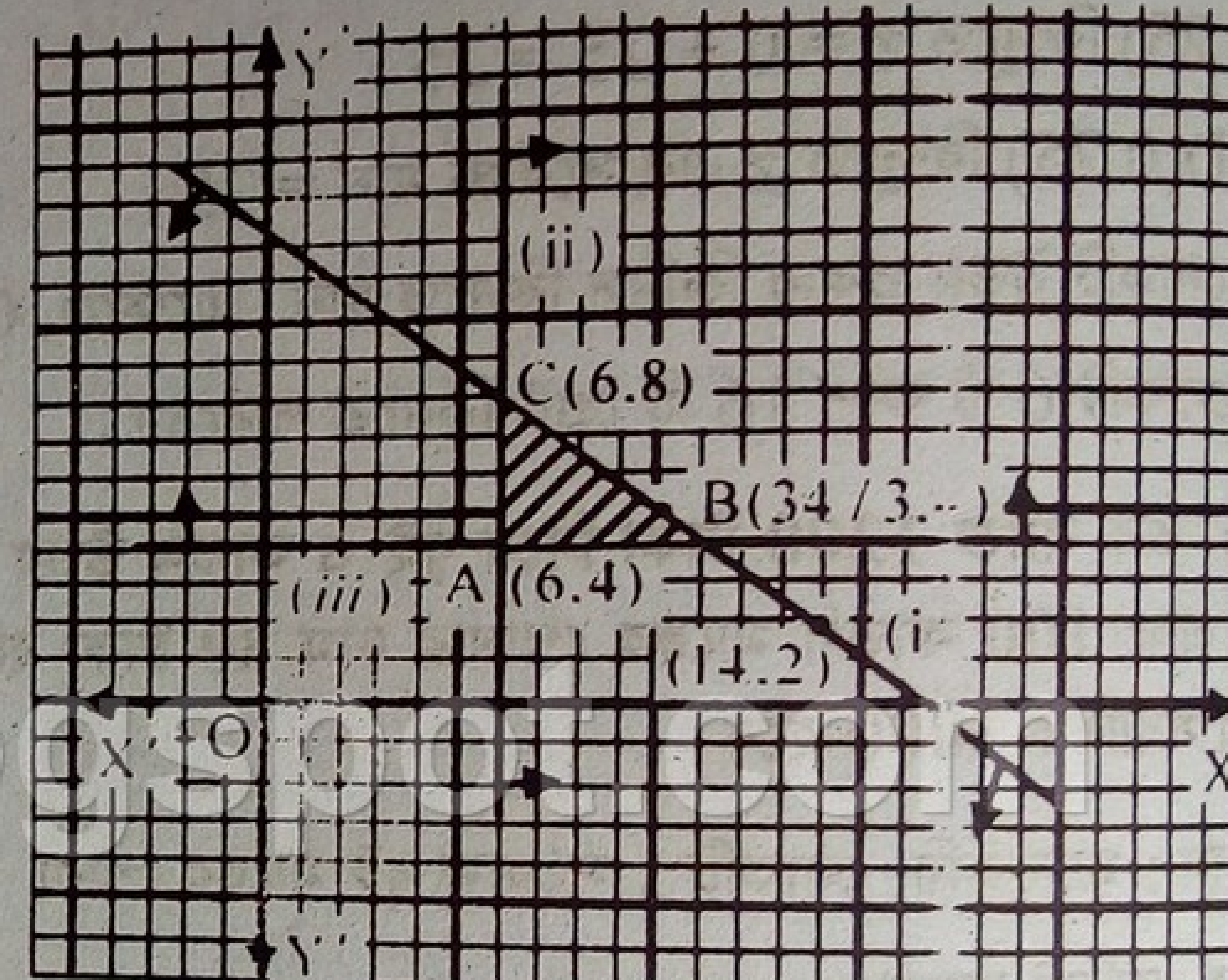
$\therefore$ প্রদত্ত শর্তাধীনে ঐ ব্যক্তি 1000 টি রুই এবং 2000 টি কাতল মাছের পোনার কিনতে পারেন।

4(h) এক ব্যক্তি 500 টাকার মধ্যে কমপক্ষে 6 খানা গামছা এবং 4 খানা তোয়ালে কিনতে চান। প্রতিখানা গামছার দাম 30 টাকা এবং প্রতিখানা তোয়ালের দাম 40 টাকা। প্রত্যেক প্রকারের কতখানা জিনিস কিনলে সে প্রদত্ত শর্তাধীনে সর্বাপেক্ষা বেশি সংখ্যক জিনিস কিনতে পারবেন? [কু.'১০,'১২; চ.'০২,'০৮; সি.'০৪,'০৭,'১০; দি.'১০,'১৩; য.'১২]

সমাধান : মনে করি, ঐ ব্যক্তি x খানা গামছা এবং y খানা তোয়ালে কিনলে সর্বাপেক্ষা বেশি সংখ্যক জিনিস কিনতে পারবেন। তাহলে, অভিষ্ট ফাংশন $z = x + y$.

শর্ত ঃ (মোট খরচ) $30x + 40y \le 500 \Rightarrow 3x + 4y \le 50$.
(গামছা) $x \ge 6$, (তোয়ালে) $y \ge 4$.

অসমতাগুলোর অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $3x + 4y = 50 \cdots$(i), যা (14,2), (10, 5) বিন্দুগামী, $x = 6 \cdots \cdots$(ii) এবং $y = 4 \cdots \cdots$(iii).



একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা $X'OX$ ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 1 বর্গের বাহু দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i), (ii) ও (iii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

ABC ত্রিভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব, এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, $x = 6$ ও $y = 4$ এর ছেদবিন্দু $A(6,4)$, $y = 4$ ও $3x + 4y = 50$ এর ছেদবিন্দু $B(34/3, 4)$ এবং $x = 6$ ও $3x + 4y = 50$ এর ছেদবিন্দু $C(6, 8)$।

$A(6,4)$ বিন্দুতে $z = 6 + 4 = 10$, $B(\frac{34}{3},4)$ বিন্দুতে $z = \frac{34}{3} + 4 = 15\frac{1}{3}$.

$C(6, 8)$ বিন্দুতে $z = 6 + 8 = 14$

$\therefore$ $B(\frac{34}{3},4)$ বিন্দুতে z এর সর্বোচ্চ মান $= 15\frac{1}{3}$, যা একটি ভগ্নাংশ। কিন্তু জিনিসের সংখ্যা ভগ্নাংশ হতে পারেনা।

তবে (i) রেখাংস্থ (10, 5) এবং (iii) রেখাংস্থ (11, 4) বিন্দুদ্বয় প্রদত্ত শর্তসমূহকে সিদ্ধ করে এবং বিন্দুদ্বয়ে z এর দ্বিতীয় সর্বোচ্চ মান = 15.

$\therefore$ ঐ ব্যক্তি 10 খানা গামছা ও 5 খানা তোয়ালে অথবা সর্বোচ্চ 11 খানা গামছা ও 4 খানা তোয়ালে কিনতে পারেন।

4(i) একজন ফেরিওয়ালা দৈনিক দুই প্রকারের মোট 500 রসগোল্লা কিনতে পারেন। বড় ও ছোট আকারের রসগোল্লার ক্রয়মূল্য যথাক্রমে 3 টাকা ও 1 টাকা। প্রতিটি বড় রসগোল্লায় লাভ ছোট রসগোল্লার লাভের দ্বিগুণ হলে 1100 টাকা বিনিয়োগ করে সর্বোচ্চ লাভের জন্য তিনি কোন্ প্রকারের কতটি রসগোল্লা কিনবেন?

সমাধান : মনে করি, ঐ ফেরিওয়ালা সর্বোচ্চ লাভের জন্য x সংখ্যক বড় এবং y সংখ্যক ছোট রসগোল্লা কিনবেন।

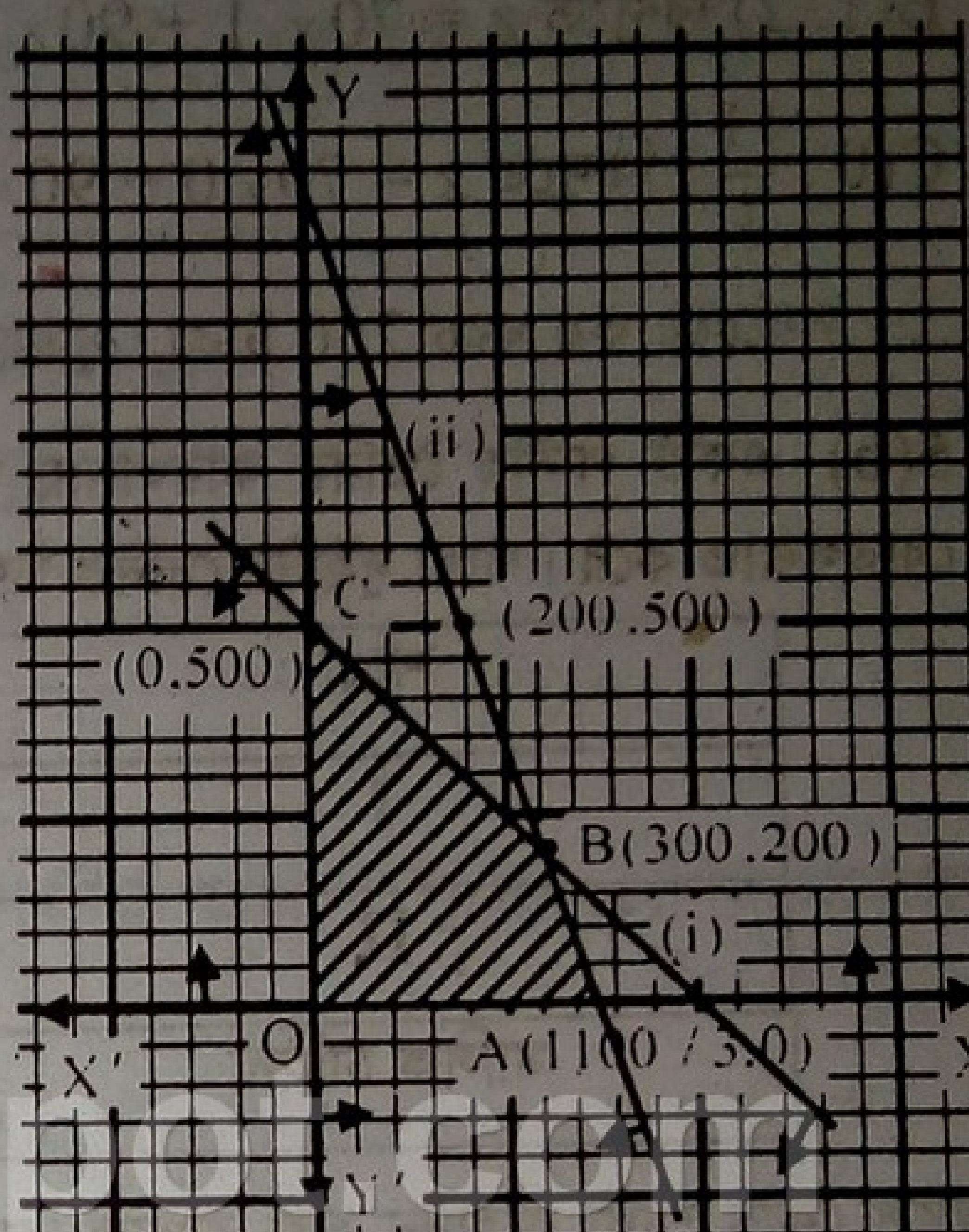
প্রতিটি ছোট রসগোল্লায় লাভ m টাকা হলে অভিষ্ট ফাংশন $z = 2mx + my$.

শর্ত ঃ (মোট রসগোল্লা) $x + y \le 500$, (মোট খরচ) $3x + y \le 1100$, $x \ge 0$, $y \ge 0$.

অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $x + y = 500 \Rightarrow \frac{x}{500} + \frac{y}{500} = 1 \cdots$(i)

$3x + y = 1100$, যা (300, 200), (200, 500) বিন্দুগামী।

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা X'OX ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 1 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 50 একক ধরে (i) ও (iii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।



OABC চতুর্ভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব, এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, $A(\frac{1100}{3}, 0)$, (i) ও (ii) এর ছেদবিন্দু B(300, 200) এবং C(0, 500)।

O(0,0) বিন্দুতে $z = 2m \times 0 + m \times 0 = 0$,

$A(\frac{1100}{3}, 0)$ বিন্দুতে $z = 2m \times \frac{1100}{3} + m \times 0 = 733{\cdot}33m$.

B(300, 200) বিন্দুতে $z = 2m \times 300 + m \times 200 = 800m$.

C(0, 500) বিন্দুতে $z = 2m \times 0 + m \times 500 = 500m$

$\therefore$ B(300, 200) বিন্দুতে z এর সর্বোচ্চ মান = 800m

$\therefore$ ঐ ফেরিওয়ালা 300 টি বড় ও 200 টি ছোট রসগোল্লা কিনতে পারেন।

5. (a) X ও Y প্রকারের খাদ্যের প্রতি কেজিতে প্রোটিন ও শ্বেতসার এর পরিমাণ ও তাদের মূল্য নিম্নের চার্টে দেওয়া হল। সবচেয়ে কম খরচে কিরূপে দৈনিক ন্যূনতম খাদ্যের প্রয়োজন মেটানো সম্ভব? [কু.'০৩,'১৩; দি.'১১]

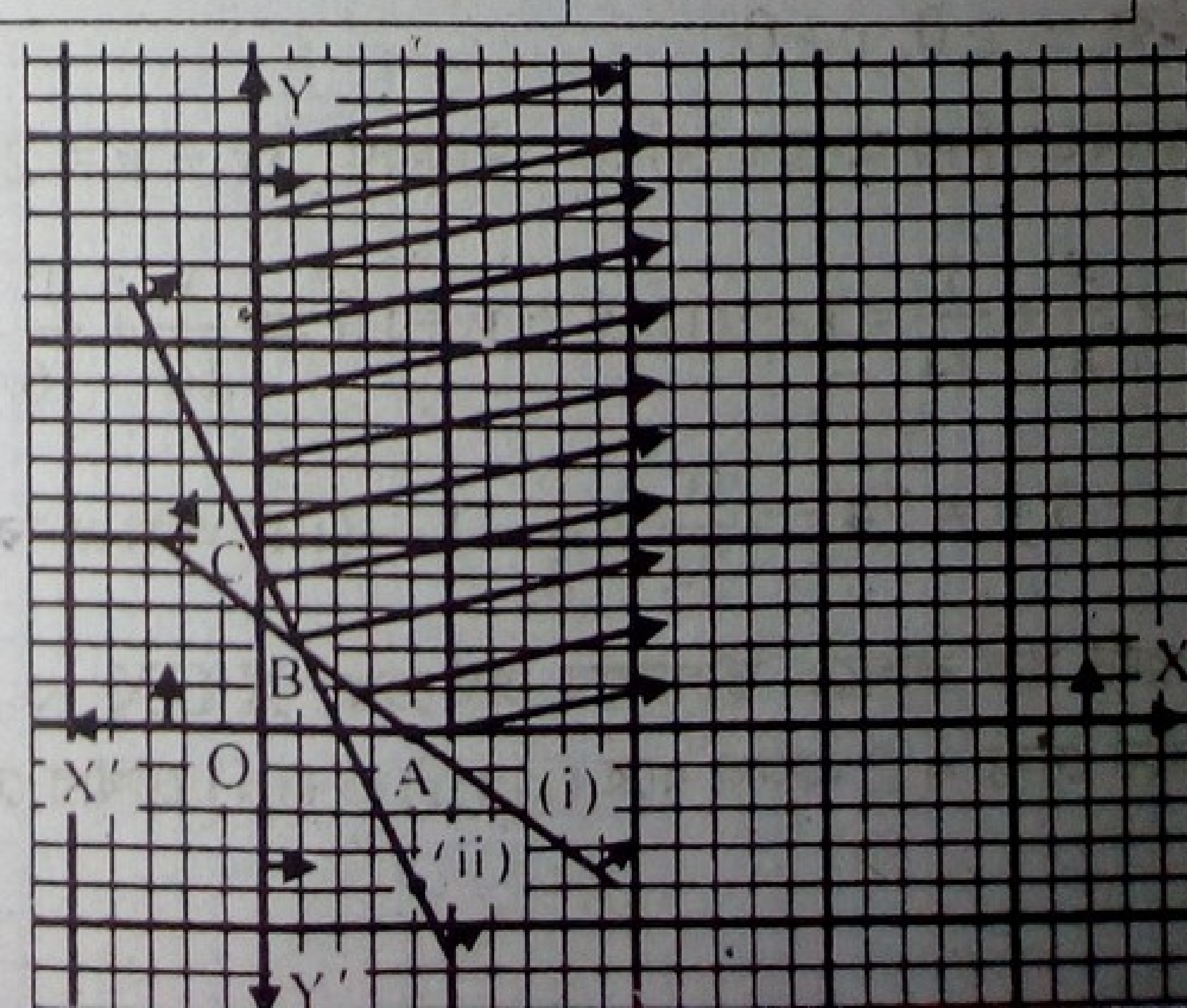
খাদ্যের নাম	প্রতি কেজিতে প্রোটিন	প্রতি কেজিতে শ্বেতসার	প্রতি কেজির মূল্য
X	8	10	70 টাকা
Y	12	6	90 টাকা
দৈনিক ন্যূনতম প্রয়োজন	32	22	

সমাধান : মনে করি, x কেজি X খাদ্য এবং y কেজি Y খাদ্য প্রয়োজন। তাহলে, মোট খরচ $z = 70x + 90y$

সীমাবদ্ধতা ঃ (প্রোটিন) $8x + 12y \ge 32$. (শ্বেতসার) $10x + 6y \ge 22$ এবং $x \ge 0$, $y \ge 0$.

অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $8x + 12y = 32 \cdots\cdots$ (i). যা (4, 0), (1, 2) বিন্দুগামী,

$10x + 6y = 22 \cdots \cdots$ (ii). যা (1,2) ও (4, −3) বিন্দুগামী এবং $x = 0$, $y = 0$.



একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা X'OX ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 1 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i) ও (ii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

AB ও BC রেখাংশদ্বয়ের উপরস্থ ও তাদের ডানপার্শ্বস্থ বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে বিধায় ঐ অঞ্চলটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, A(4,0), (i) ও (ii) এর ছেদবিন্দু B(1,2) এবং C(0 , 11/3)।

এখন, A(4,0) বিন্দুতে $z = 70\times 4 + 90\times 0 = 280$,

B(1, 2) বিন্দুতে $z = 70\times 1 + 90\times 2 = 250$,

$C(0, \frac{11}{3})$ বিন্দুতে $z = 70\times 0 + 90\times \frac{11}{3} = 330$

$\therefore$ সবচেয়ে কম খরচ 250 টাকা। সুতরাং 1 কেজি X খাদ্য এবং 2 কেজি Y খাদ্য প্রয়োজন।

5(b) একটি পানীয় তৈরির কারখানায় দুইটি শাখা I এবং II এরা উভয়েই A , B এবং C তিন ধরনের পানীয় বোতলজাত করে। শাখা দুইটির দৈনিক উৎপাদন ক্ষমতা নিম্নরূপঃ

শাখা	A	B	C	দৈনিক ব্যয়
I	3000	1000	2000	600 টাকা
II	1000	1000	6000	400 টাকা
মাসিক চাহিদা	24000	16000	48000	

মাসে কোন শাখা কতদিন চালু রাখলে তা সর্বনিম্ন কার্য পরিচালনা ব্যয়ে পানীয়ের মাসিক চাহিদা পূরণ করতে পারবে? সর্বনিম্ন ব্যয় কত? [য.'০১,'১৩]

সমাধানঃ মনে করি, শাখা -I মাসে x দিন, শাখা-II মাসে y দিন চালু রাখতে হয়। তাহলে,

মোট খরচ $z = 600x + 400y$

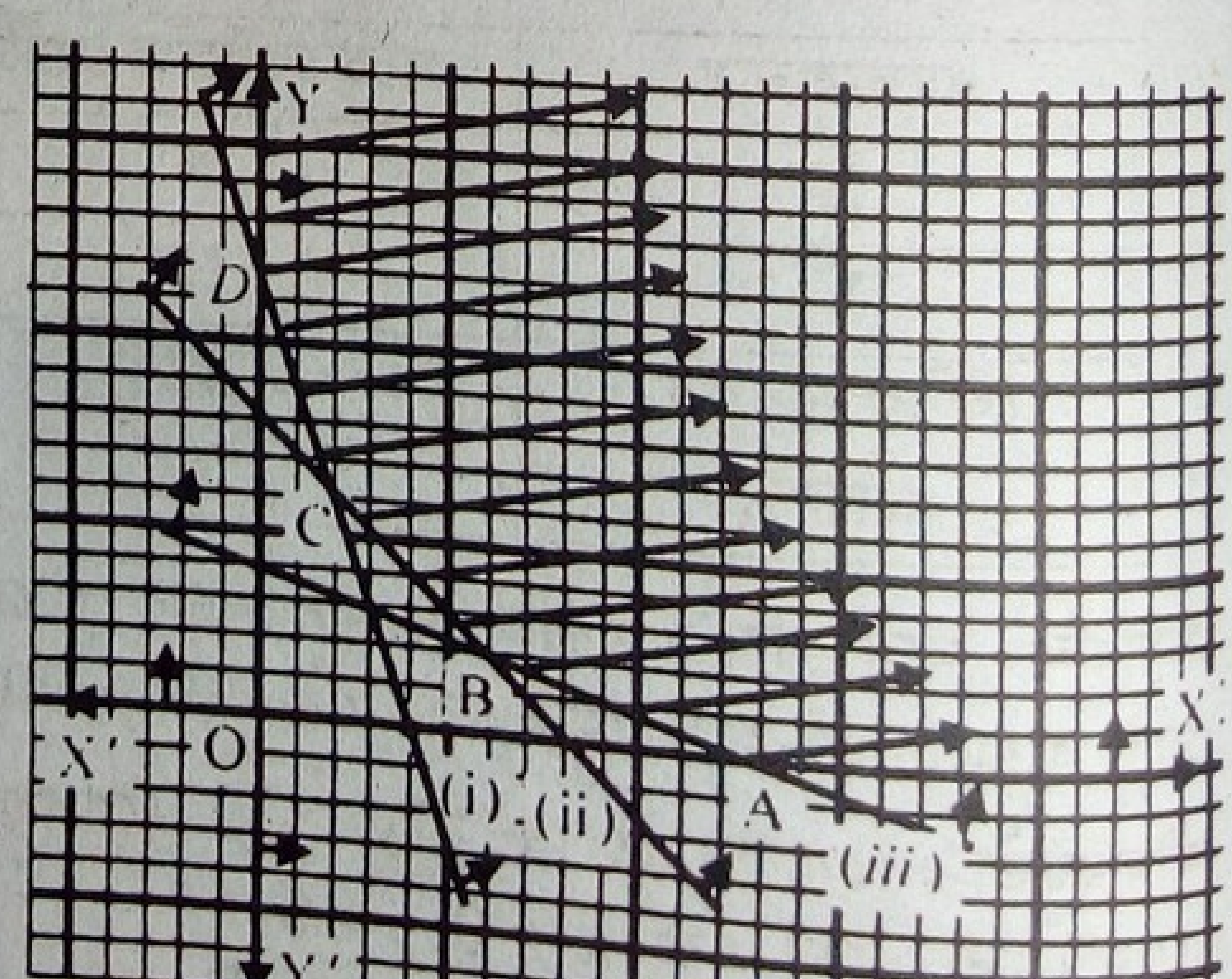
সীমাবদ্ধতা : (A পানীয়) $3000x + 1000y \geq 24000$

$\Rightarrow 3x + y \geq 24,$

(B পানীয়) $1000x + 1000y \geq 16000 \Rightarrow x + y \geq 16,$

(C পানীয়) $2000x + 6000y \geq 48000 \Rightarrow x + 3y \geq 24$

এবং $x \geq 0, y \geq 0.$



অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $3x + y = 24$

$\Rightarrow \frac{x}{8} + \frac{y}{24} = 1 \cdots$(i), $x + y = 16 \Rightarrow \frac{x}{16} + \frac{y}{16} = 1 \cdots$(ii),

$x + 3y = 24 \Rightarrow \frac{x}{24} + \frac{y}{8} = 1 \cdots$(iii) এবং $x = 0, y = 0.$

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা X'OX ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 1 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 2 একক ধরে (i),(ii) ও (iii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

AB, BC ও CD রেখাংশত্রয়ের উপরস্থ ও তাদের ডানপার্শ্বস্থ বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে বিধায় ঐ অঞ্চলটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, A(24,0), (ii) ও (iii) এর ছেদবিন্দু B(12,4), (i) ও (ii) এর ছেদবিন্দু C(4,12) এবং D(0,24)।

A(24,0) বিন্দুতে $z = 600 \times 24 + 400 \times 0 = 14400$, B(12,4) বিন্দুতে $z = 600 \times 12 + 400 \times 4 = 8800$,

C(4,12) বিন্দুতে $z = 600 \times 4 + 400 \times 12 = 7200$, D(0, 24) বিন্দুতে $z = 600 \times 0 + 400 \times 24 = 9600$

$\therefore$ সবচেয়ে কম খরচ 7200 টাকা। সুতরাং শাখা -I মাসে 4 দিন, শাখা-II মাসে 12 দিন।

5(c) এক ব্যক্তি X ও Y দুই রকমের খাদ্য গ্রহণ করে। তিন ধরনের পুষ্টি N_1, N_2, N_3 এর পরিমাণ, খাদ্যের মূল্য ও পুষ্টির দৈনিক সর্বনিম্ন প্রয়োজন নিম্নরূপ :

	X	Y	দৈনিক ন্যূনতম প্রয়োজন
দাম	1·00 টাকা	3·00 টাকা	
N_1	30	12	60
N_2	15	15	60
N_3	6	18	36

যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামের সাহায্যে খাদ্যের এমন একটি সমন্বয় নির্ণয় কর যা সর্বনিম্ন খরচে ঐ ব্যক্তির দৈনিক প্রয়োজন মিটাবে। **[সি.'০১; চ.'০৪]**

সমাধান : মনে করি, x একক X খাদ্য এবং y একক Y খাদ্য প্রয়োজন। তাহলে, মোট খরচ $z = x + 3y$

সীমাবদ্ধতা : (পুষ্টি N_1) $30x + 12y \geq 60 \Rightarrow 5x + 2y \geq 10$,

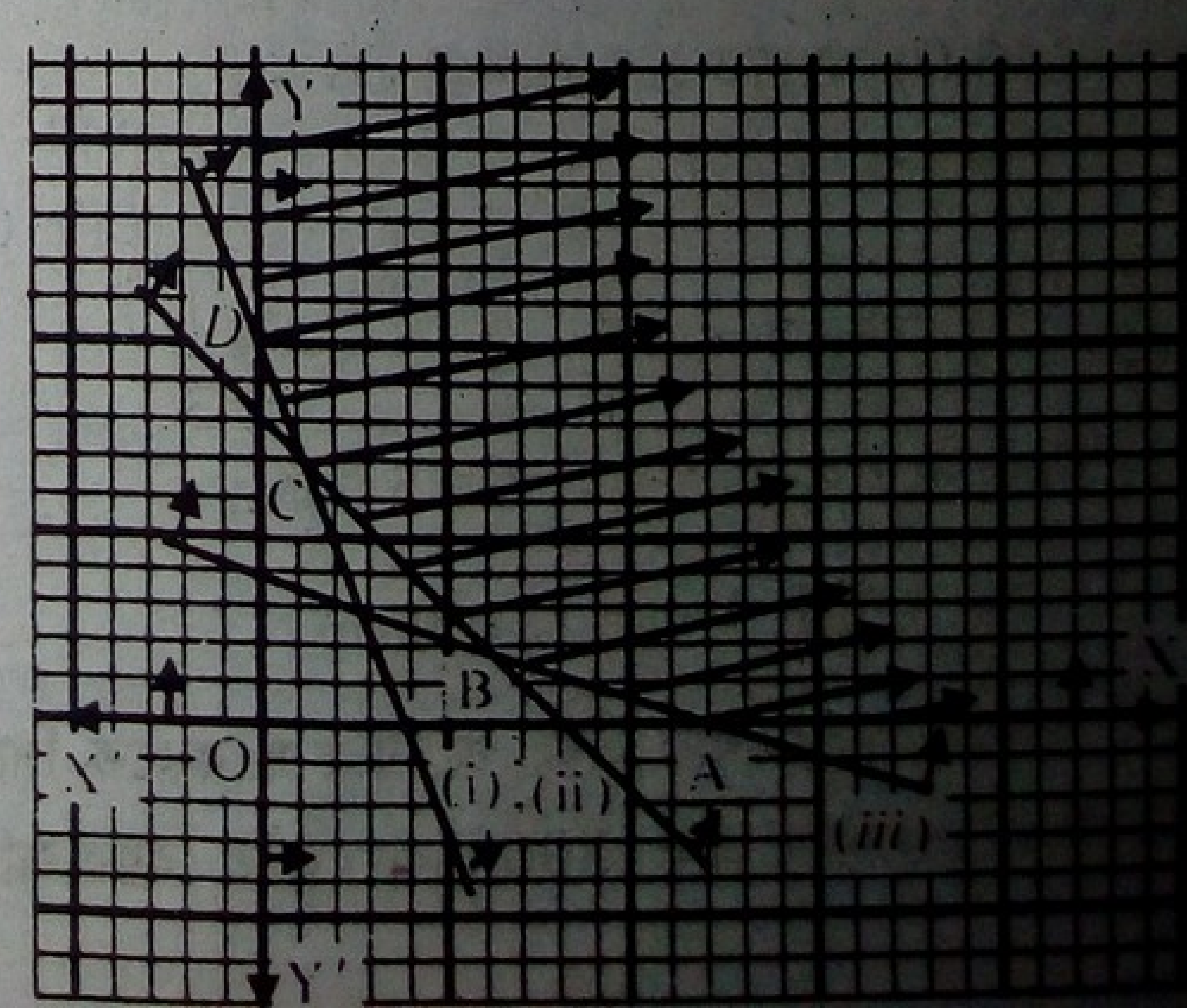
(পুষ্টি N_2) $15x + 15y \geq 60 \Rightarrow x + y \geq 4$.

(পুষ্টি N_3) $6x + 18y \geq 36 \Rightarrow x + 3y \geq 6$ এবং $x \geq 0, y \geq 0$.

অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $5x + 2y = 10 \Rightarrow \frac{x}{2} + \frac{y}{5} = 1 \cdots\cdots$ (i).

$x + y = 4 \Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{4} = 1 \cdots\cdots$ (ii), $x + 3y = 6 \Rightarrow \frac{x}{6} + \frac{y}{2} = 1 \cdots\cdots$ (iii) এবং $x = 0$, $y = 0$.

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা X'OX ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 2 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i), (ii) ও (iii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।



AB, BC ও CD রেখাংশত্রয়ের উপরস্থ ও তাদের ডানপার্শ্বস্থ বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে বিধায় ঐ অঞ্চলটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, A(6,0), (ii) ও (iii) এর ছেদবিন্দু B(3,1), (i) ও (ii) এর ছেদবিন্দু C(2/3 , 10/3) এবং D(0 , 5)।

এখন, A(6,0) বিন্দুতে $z = 6 + 3 \times 0 = 6$.

B(3, 1) বিন্দুতে $z = 3 + 3 \times 1 = 6$.

$C(\frac{2}{3}, \frac{10}{3})$ বিন্দুতে $z = \frac{2}{3} + 3 \times \frac{10}{3} = 10\frac{2}{3}$

A(6,0) ও B(3, 1) বিন্দুতে সবচেয়ে কম খরচ 6 একক। কিন্তু ঐ ব্যক্তি X ও Y দুই রকমের খাদ্য গ্রহণ করে।

$\therefore$ X প্রকারের 3 একক ও Y প্রকারের 1 একক দ্বারা সর্বনিম্ন খরচে ঐ ব্যক্তির দৈনিক প্রয়োজন মিটাবে।

5(d) নিম্নের প্রদত্ত তালিকা থেকে সমাধান বের কর এবং সর্বনিম্ন ব্যয়ে প্রয়োজনীয় পুষ্টি সমন্বিত খাদ্যের সর্বোৎকৃষ্ট সমন্বয় কর: [কু.'০১]

খাদ্যের প্রকৃতি	N_1	N_2	N_3	প্রতি এককের মূল্য
খাদ্য I	20	10	4	1·00 টাকা
খাদ্য II	8	10	12	2·00 টাকা
ন্যূনতম প্রয়োজন	40	40	24	

সমাধান : মনে করি, x একক খাদ্য I এবং y একক খাদ্য II প্রয়োজন। তাহলে, মোট খরচ $z = x + 2y$

সীমাবদ্ধতা ঃ (পুষ্টি N_1) $20x + 8y \geq 40 \Rightarrow 5x + 2y \geq 10$,

(পুষ্টি N_2) $10x + 10y \geq 40 \Rightarrow x + y \geq 4$.

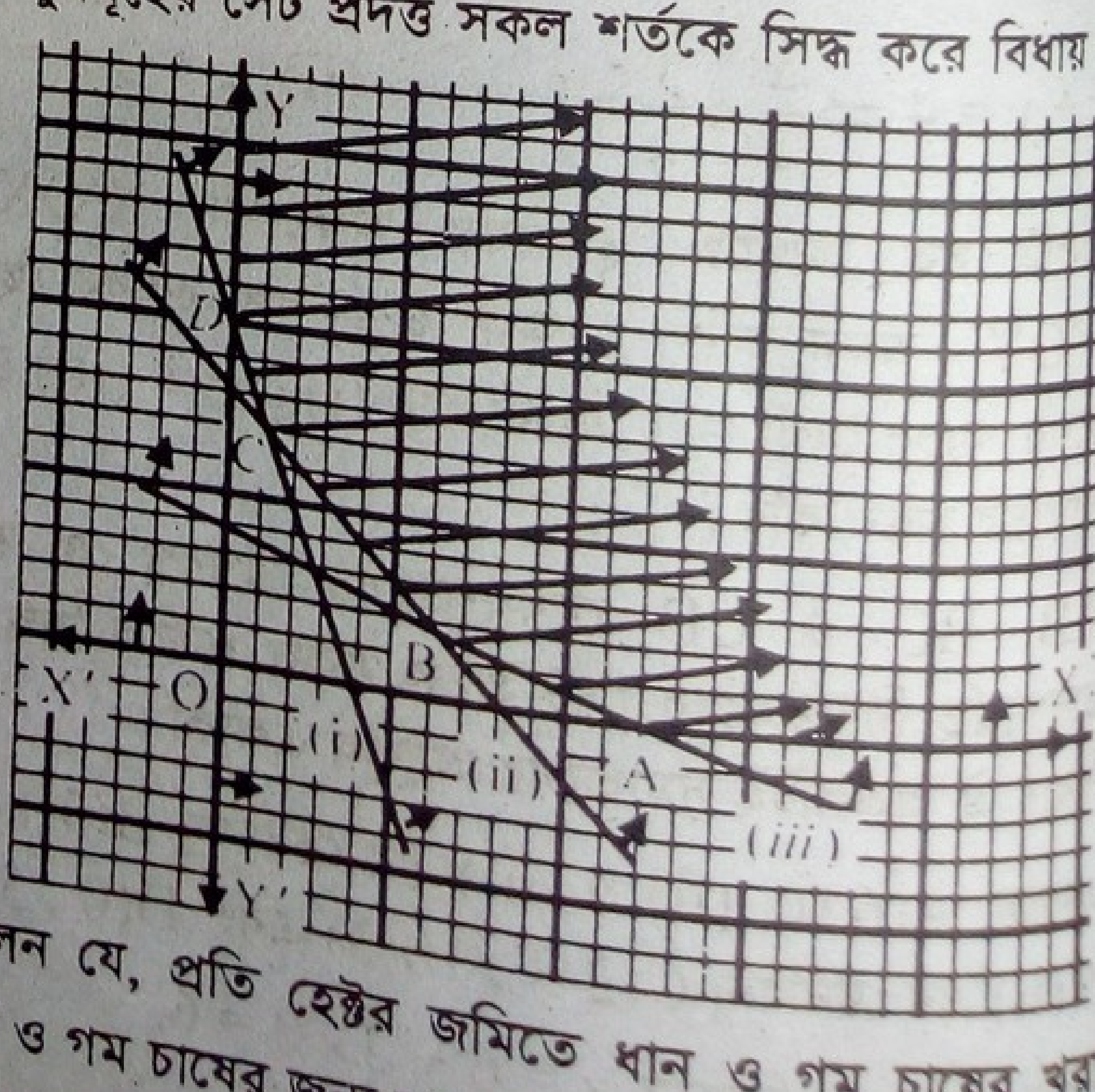
(পুষ্টি N_3) $4x + 12y \geq 24 \Rightarrow x + 3y \geq 6$ এবং $x \geq 0, y \geq 0$.

অসমতাগুলোর অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $5x + 2y = 10 \Rightarrow \frac{x}{2} + \frac{y}{5} = 1 \cdots\cdots$ (i).

$x + y = 4 \Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{4} = 1 \cdots\cdots$ (ii). $x + 3y = 6 \Rightarrow \frac{x}{6} + \frac{y}{2} = 1 \cdots\cdots$(iii) এবং $x = 0, y = 0$.

একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা X'OX ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 2 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i),(ii) ও (iii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

AB, BC ও CD রেখাংত্রয়ের উপরস্থ ও তাদের ডানপার্শ্বস্থ বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে বিধায় ঐ অঞ্চলটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।



এখানে, A(6,0), (ii) ও (iii) এর ছেদবিন্দু B(3,1), (i) ও (ii) এর ছেদবিন্দু C(2/3 , 10/3) এবং D(0 , 5)।

এখন, A(6,0) বিন্দুতে $z = 6 + 2 \times 0 = 6$.

B(3, 1) বিন্দুতে $z = 3 + 2 \times 1 = 5$.

$C(\frac{2}{3}, \frac{10}{3})$ বিন্দুতে $z = \frac{2}{3} + 2 \times \frac{10}{3} = 7\frac{1}{3}$

B(3, 1) বিন্দুতে সবচেয়ে কম খরচ 5 টাকা।

$\therefore$ 3 একক খাদ্য I, 1 খাদ্য II প্রয়োজন।

6 একজন কৃষক ধান এবং গমের চাষ করতে গিয়ে দেখলেন যে, প্রতি হেক্টর জমিতে ধান ও গম চাষের খরচ যথাক্রমে 1200 টাকা এবং 800 টাকা। প্রতি হেক্টর জমিতে ধান ও গম চাষের জন্য যথাক্রমে 4 জন ও 6 জন শ্রমিকের

প্রয়োজন হয়। সর্বাধিক 26 জন শ্রমিক নিয়োগ করে এবং 4800 টাকা বিনিয়োগ করে x হেক্টর জমিতে ধান এবং y হেক্টর জমিতে গম চাষ করে তিনি সর্বোচ্চ জমি চাষ করতে চান। নিম্নের প্রশ্নগুলির উত্তর দাও।

(a) অভীষ্ট ফাংশন হবে -

A. $1200x + 800y$ B. $4x + 6y$ C. $4x + 6y \le 12$ D. $x + y$.

(b) মোট খরচের শর্ত হবে –

A. $1200x + 800y < 4800$ B. $3x + 2y \le 12$ C. $2x + 3y \le 13$ D. $2x + 3y > 13$

(c) অশূন্য সীমবদ্ধতা কোনটি ?

A. $x \le 0, y \le 0$ B. $x \ge 0, y \le 0$ C. $x \ge 0, y \ge 0$ D. $x = 0, y \le 0$

উত্তর : (a) D (b) A (c) C

7. একজন ফেরিওয়ালা দৈনিক দুই প্রকারের মোট 500 রসগোল্লা কিনতে পারেন। বড় ও ছোট আকারের রসগোল্লার ক্রয়মূল্য যথাক্রমে 3 টাকা ও 1 টাকা। প্রতিটি বড় রসগোল্লায় লাভ ছোট রসগোল্লার লাভের দ্বিগুণ। ঐ ফেরিওয়ালা সর্বোচ্চ লাভের জন্য 1100 টাকা বিনিয়োগ করে x সংখ্যক বড় এবং y সংখ্যক ছোট রসগোল্লা ক্রয় করেন।

(a) যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামিং কাকে বলে?

(b) যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামটির সমস্যা গঠন কর।

(c) লেখচিত্রের সাহায্যে যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামটির সমস্যা সমাধান কর।

সমাধান : (b) যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামটির সমস্যা গঠন :

মনে করি, ঐ ফেরিওয়ালা সর্বোচ্চ লাভের জন্য x সংখ্যক বড় এবং y সংখ্যক ছোট রসগোল্লা কিনবেন।

প্রতিটি ছোট রসগোল্লায় লাভ m টাকা হলে অভিষ্ট ফাংশন $z = 2mx + my$.

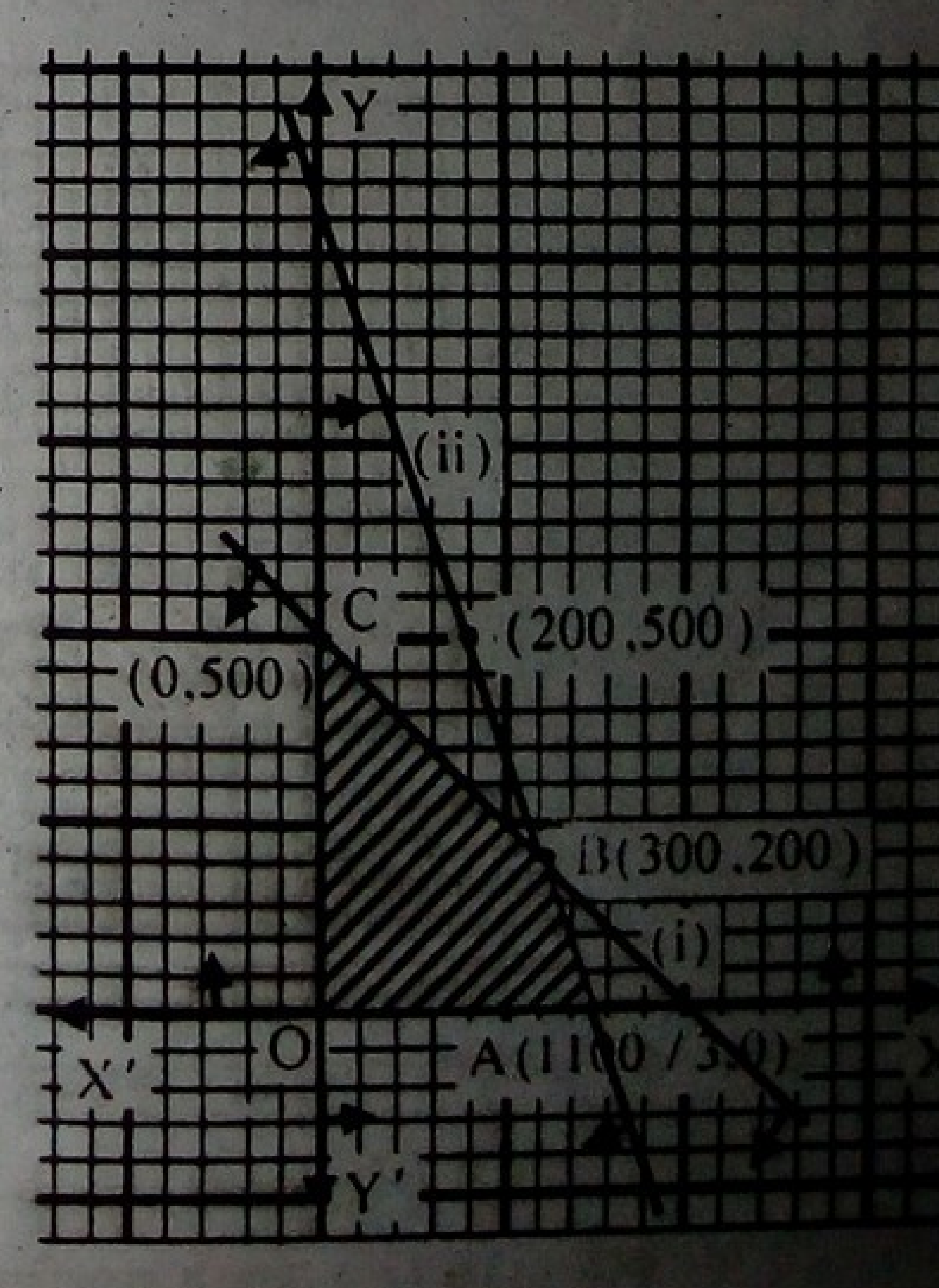
শর্ত ঃ (মোট রসগোল্লা) $x + y \le 500$, (মোট খরচ) $3x + y \le 1100$, $x \ge 0$, $y \ge 0$.

(c) লেখচিত্রের সাহায্যে যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামটির সমস্যা সমাধান :

অসমতাগুলোর অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ, $x + y = 500$

$$\Rightarrow \frac{x}{500} + \frac{y}{500} = 1 \cdots (i)$$

$3x + y = 1100$, যা $(300, 200)$, $(200, 500)$ বিন্দুগামী।



একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষরেখা X'OX ও YOY' অঙ্কন করি। x-অক্ষ ও y-অক্ষ বরাবর ছোট 1 বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = 50 একক ধরে (i) ও (iii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

OABC চতুর্ভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব, এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

এখানে, $A(\frac{1100}{3}, 0)$. (i) ও (ii) এর ছেদবিন্দু $B(300, 200)$ এবং $C(0, 500)$।

$O(0,0)$ বিন্দুতে $z = 2m \times 0 + m \times 0 = 0$,

$A(\frac{1100}{3}, 0)$ বিন্দুতে $z = 2m \times \frac{1100}{3} + m \times 0 = 733 \cdot 33m$,

$B(300, 200)$ বিন্দুতে $z = 2m \times 300 + m \times 200 = 800m$,

$C(0, 500)$ বিন্দুতে $z = 2m \times 0 + m \times 500 = 500m$

$\therefore$ $B(300, 200)$ বিন্দুতে z এর সর্বোচ্চ মান $= 800m$

$\therefore$ ঐ ফেরিওয়ালা 300 টি বড় ও 200 টি ছোট রসগোল্লা কিনতে পারেন।

ব্যবহারিক অনুশীলনী

1. $x + 4y \leq 80, 2x + 3y \leq 90, x \geq 0, y \geq 0$ শর্তাধীনে $z = 45x + 80y$ এর সর্বোচ্চ মান নির্ণয় কর।

পরীক্ষণ নং 1	তারিখ :

পরীক্ষণের নাম : লেখচিত্রের সাহায্যে দ্বিমাত্রিক যোগাশ্রয়ী পোগ্রামিং এ অভীষ্ট ফাংশন $Z = 45x + 80y$ এর মান সর্বোচ্চকরণ।

শর্তাবলী : $x + 4y \leq 80$, $2x + 3y \leq 90$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

মূলতত্ত্ব : প্রদত্ত অসমতা $x + 4y \leq 80$, $2x + 3y \leq 90$, $x \geq 0$ এবং $y \geq 0$ এর লেখচিত্র অঙ্কন করে অনুকূল এলাকার কৌণিক বিন্দুগুলির স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি। কৌণিক বিন্দুগুলির স্থানাঙ্কের মান বসিয়ে $Z = 45x + 80y$ এর সর্বোচ্চ মান নির্ণয় করি।

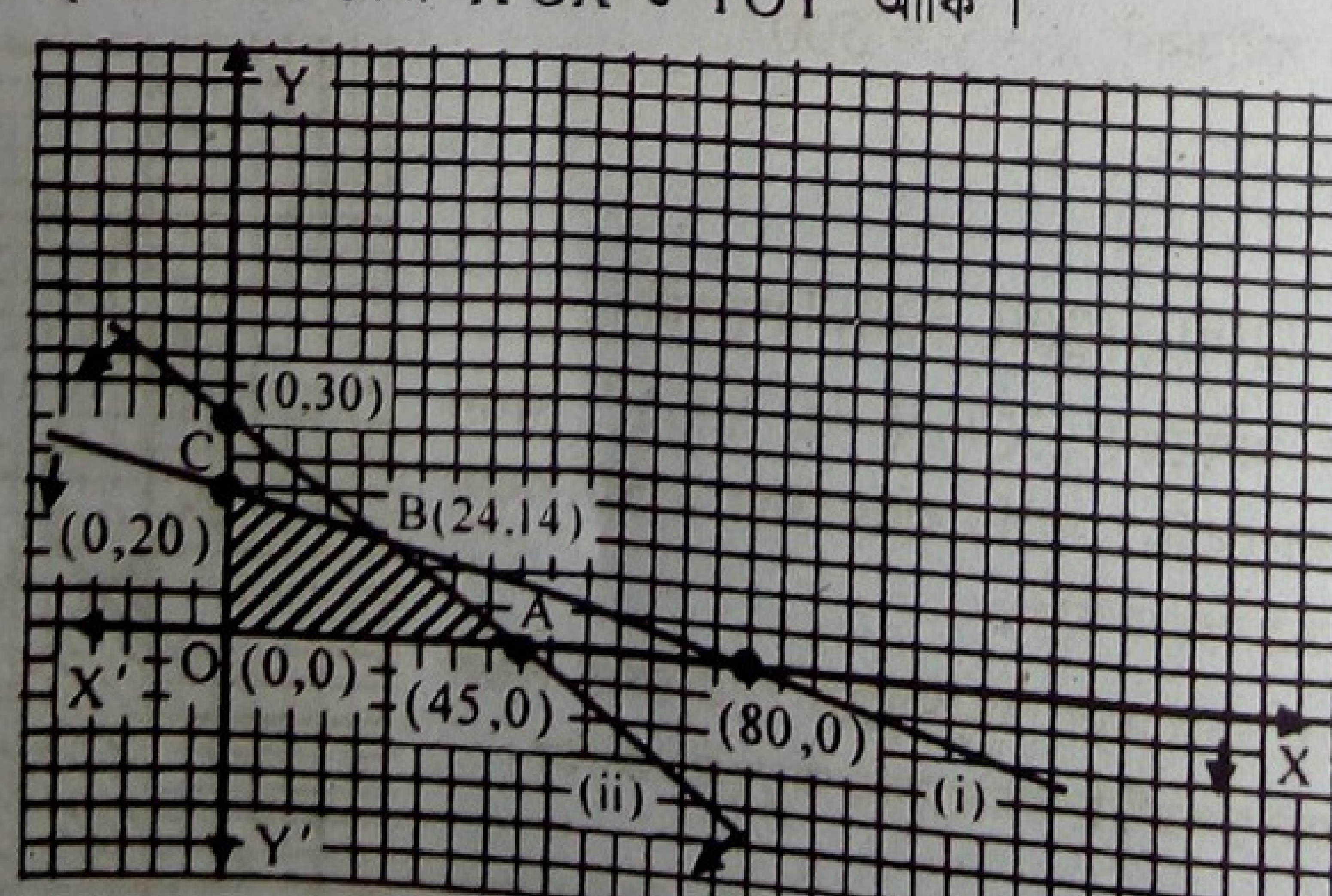
প্রয়োজনীয় উপকরণ : (i) পেন্সিল (ii) স্কেল (iii) গ্রাফ পেপার (iv) ইরেজার (v) শার্পনার (vi) ক্যালকুলেটর ইত্যাদি।

কার্যপদ্ধতি :

1. অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ $x + 4y = 80$, $2x + 3y \leq 90$ কে ছেদক আকারে প্রকাশ করে পাই,

$\frac{x}{80} + \frac{y}{20} = 1 \cdots$ (i), $\frac{x}{45} + \frac{y}{30} = 1 \cdots \cdots$ (ii)

2. একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষ রেখা $X'OX$ ও YOY' আঁকি।



3. x অক্ষ ও y অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের 1 বাহুর দৈর্ঘ্য = 5 একক ধরে (i) নং রেখাস্থ (80, 0) ও (0, 20); (ii) নং রেখাস্থ (45,0) ও (0, 30) বিন্দুগুলি গ্রাফ পেপারে স্থাপন করি এবং সরু পেন্সিল দিয়ে প্রতি জোড়া সংযোগ করে যথাক্রমে (i)ও (ii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

4. (0, 0) বিন্দু $x + 4y \leq 80$ অসমতাকে সিদ্ধ করে ($\because 0 \leq 80$ সত্য)। সুতরাং (i) রেখাছ ও এর (0, 0) বিন্দুর পার্শ্বস্থ সকল বিন্দুর সেট ঐ অসমতার সমাধান। তদ্রূপ, (ii) রেখাছ ও এর (0, 0) বিন্দুর পার্শ্বস্থ সকল বিন্দুর সেট $2x + 3y \leq 90$ অসমতার সমাধান। তাছাড়া $x \geq 0$ ও $y \geq 0$ দ্বারা বুঝায় সমাধানের অনুকূল এলাকা ১ম চতুর্ভাগে অবস্থিত।

5. OABC চতুর্ভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব, এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

6. OABC চতুর্ভুজের কৌণিক বিন্দুর স্থানাঙ্ক O(0, 0), A(45, 0), (i) ও (ii) এর ছেদবিন্দু B(24,14) এবং C(0, 20)

7. অভীষ্ট ফাংশনে কৌণিক বিন্দুগুলির মান বসিয়ে Z এর সর্বোচ্চ মান নির্ণয় করি।

ফল সংকলন :

কৌণিক বিন্দু	$Z = 45x + 80y$	Z_{max}
O(0, 0)	$Z = 45 \times 0 + 80 \times 0 = 0$	2200
A(45, 0)	$Z = 45 \times 45 + 80 \times 0 = 2025$	
B(24,14)	$Z = 45 \times 24 + 80 \times 14 = 2200$	
C(0,20)	$Z = 45 \times 0 + 80 \times 20 = 1600$	

ফলাফল : Z এর সর্বোচ্চ মান = 2200.

2. $11x + 6y \geq 132, x + y \geq 18, x + 4y \geq 24, x \geq 0, y \geq 0$ শর্তাধীনে $z = 80x + 50y$ এর সর্বনিম্ন মান নির্ণয় কর।

পরীক্ষণ নং	তারিখ ঃ

পরীক্ষণের নাম : লেখচিত্রের সাহায্যে দ্বিমাত্রিক যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামিং এ অভীষ্ট ফাংশন $z = 80x + 50y$ এর সর্বনিম্ন মান নির্ণয়।

শর্তাবলী : $11x + 6y \geq 132, x + y \geq 18, x + 4y \geq 24, x \geq 0, y \geq 0$

মূলতত্ত্ব ঃ প্রদত্ত অসমতা $11x + 6y \geq 132$, $x + y \geq 18$ এবং $x + 4y \geq 24$ এর লেখচিত্র অঙ্কন করে অনুকূল এলাকার কৌণিক বিন্দুগুলির স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি। কৌণিক বিন্দুগুলির স্থানাঙ্কের মান বসিয়ে $Z = 80x + 50y$ এর সর্বনিম্ন মান নির্ণয় করি।

প্রয়োজনীয় উপকরণ ঃ (i) পেন্সিল (ii) স্কেল (iii) গ্রাফ পেপার (iv) ইরেজার (v) শার্পনার (vi) ক্যালকুলেটর ইত্যাদি।

কার্যপদ্ধতি ঃ

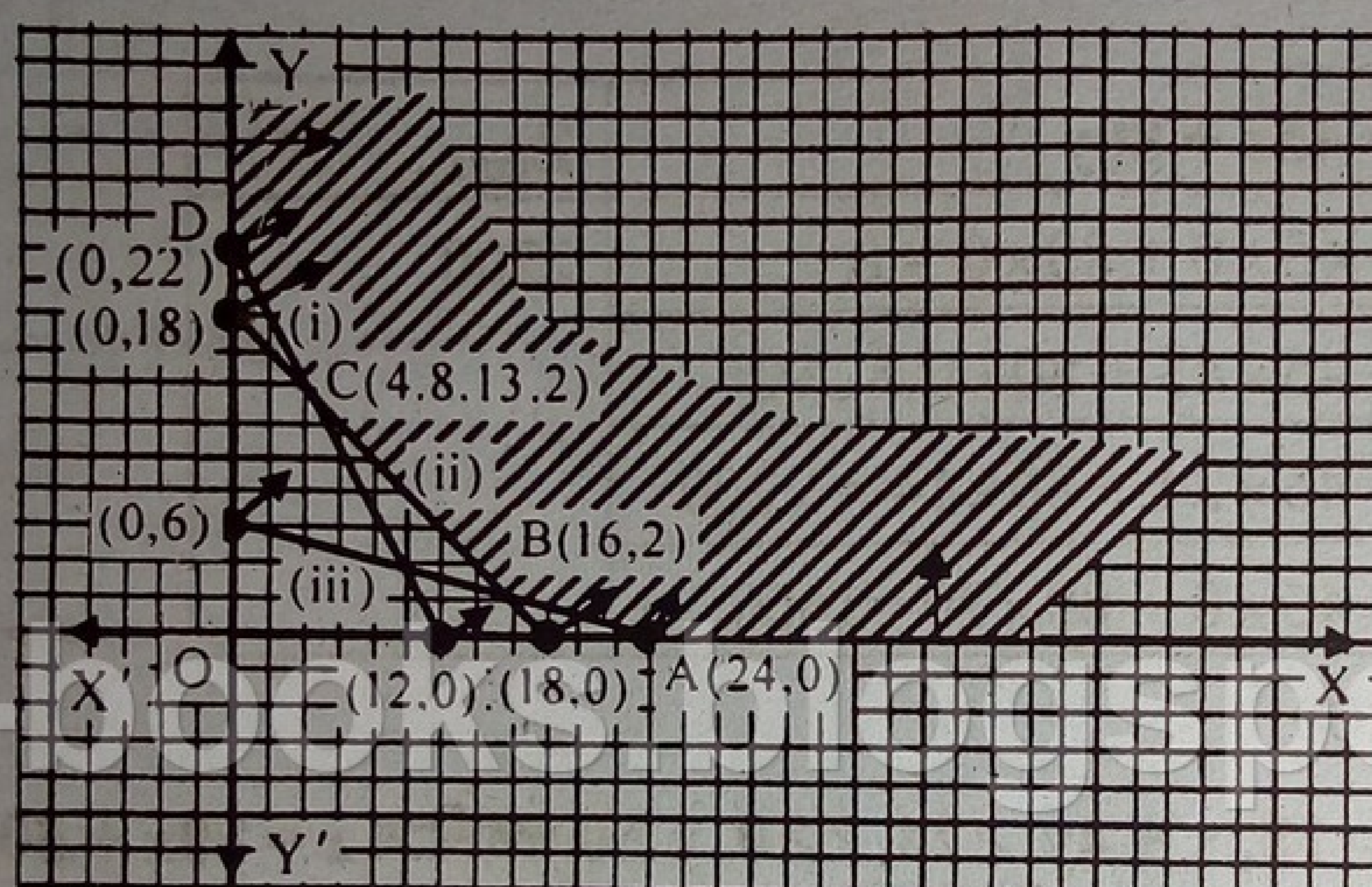
1. অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ $11x + 6y = 132 \Rightarrow \frac{x}{12} + \frac{y}{22} = 1 \cdots\cdots$ (i),

$x + y = 18 \Rightarrow \frac{x}{18} + \frac{y}{18} = 1 \cdots$ (ii) ও $x + 4y = 24 \Rightarrow \frac{x}{24} + \frac{y}{6} = 1 \cdots$ (iii).

2. একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষ রেখা X'OX ও YOY' আঁকি। $6x + 6y = 108$ $x = 24/5$

3. x অক্ষ ও y অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের 2 বাহুর দৈর্ঘ্য $= 1$ একক ধরে (i) নং রেখাস্থ (12, 0) ও (0, 22) ; (ii) নং রেখাস্থ (18,0) ও (0, 18) ; (iii) নং রেখাস্থ (24, 0) ও (0, 6) বিন্দুগুলি গ্রাফ পেপারে স্থাপন করি এবং সরু পেন্সিল দিয়ে প্রতি জোড়া সংযোগ করে যথাক্রমে (i), (ii) ও (iii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

4. (0, 0) বিন্দু $11x + 6y \geq 132$ অসমতাকে সিদ্ধ করেনা ($\because 0 \geq 132$ সত্য নয়)। সুতরাং (i) রেখাস্থ ও এর (0, 0) বিন্দুর বিপরীত পার্শ্বস্থ সকল বিন্দুর সেট ঐ অসমতার সমাধান। (0, 0) বিন্দু $x + y \geq 18$ অসমতাকে সিদ্ধ করে না ($\because 0 \geq 18$ সত্য নয়)। সুতরাং (ii) রেখাস্থ ও এর (0, 0) বিন্দুর বিপরীত পার্শ্বস্থ সকল বিন্দুর সেট ঐ অসমতার সমাধান। আবার (0, 0) বিন্দু $x + 4y \geq 24$ অসমতাকে সিদ্ধ করে না ($\because 0 \geq 24$ সত্য নয়)। সুতরাং (iii) রেখাস্থ ও এর (0, 0) বিন্দুর বিপরীত পার্শ্বস্থ সকল বিন্দুর সেট ঐ অসমতার সমাধান। তাছাড়া $x \geq 0$ ও $y \geq 0$ দ্বারা বুঝায় সমাধানের অনুকূল এলাকা ১ম চতুর্ভাগে অবস্থিত।



5. AB, BC ও CD রেখাত্রয়ের উপরস্থ ও তাদের ডানপার্শ্বস্থ বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে বিধায় ঐ অঞ্চলটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

6. কৌণিক বিন্দুগুলির স্থানাঙ্ক : A(24, 0), (ii) ও (iii) এর ছেদবিন্দু B(16,2), C(4·8, 13·2) এবং D(0,22).

7. অভীষ্ট ফাংশনে কৌণিক বিন্দুগুলির মান বসিয়ে Z এর সর্বনিম্ন মান নির্ণয় করি।

ফল সংকলন :

কৌণিক বিন্দু	$Z = 80x + 50y$	Z_{min}
A(24, 0)	$Z = 80 \times 24 + 50 \times 0 = 1920$	1044
B(16, 2)	$Z = 80 \times 16 + 50 \times 2 = 1380$	
C(4·8,13·2)	$Z = 80 \times 6 + 50 \times 6 = 1044$	
D(0,22)	$Z = 80 \times 0 + 50 \times 22 = 1100$	

ফলাফল : Z এর সর্বনিম্ন মান = 1044.

3.

পরীক্ষণ নং	তারিখ ঃ

পরীক্ষণের নাম ঃ একটি ফার্ম A এবং B দুইটি মেশিনের সাহায্যে চেয়ার ও টেবিল দুইটি পণ্য তৈরি করে। A মেশিনে 60 ঘন্টা এবং B মেশিনে 48 ঘন্টা পর্যন্ত কাজ করতে সক্ষম। একটি চেয়ার তৈরি করতে A মেশিনে 2 ঘন্টা এবং B মেশিনে 4 ঘন্টা সময় লাগে। একটি টেবিল তৈরি করতে A মেশিনে 4 ঘন্টা এবং B মেশিনে 2 ঘন্টা সময় লাগে। টেবিল প্রতি 8 টাকা এবং চেয়ার প্রতি 6 টাকা মুনাফা হলে সর্বাধিক মুনাফা পাবার জন্য কয়টি চেয়ার এবং কয়টি টেবিল তৈরি করতে হবে?

মূলতত্ত্ব : সর্বাধিক মুনাফা পাবার জন্য x টি চেয়ার ও y টি টেবিল তৈরি করতে হবে:

মুনাফা, $Z = 6x + 8y$

শর্তাবলী, $2x + 4y \leq 60$, $4x + 2y \leq 48$ এবং $x \geq 0$, $y \geq 0$.

প্রয়োজনীয় উপকরণ ঃ (i) পেন্সিল (ii) স্কেল (iii) গ্রাফ পেপার (iv) ইরেজার (v) শার্পনার (vi) ক্যালকুলেটর ইত্যাদি।

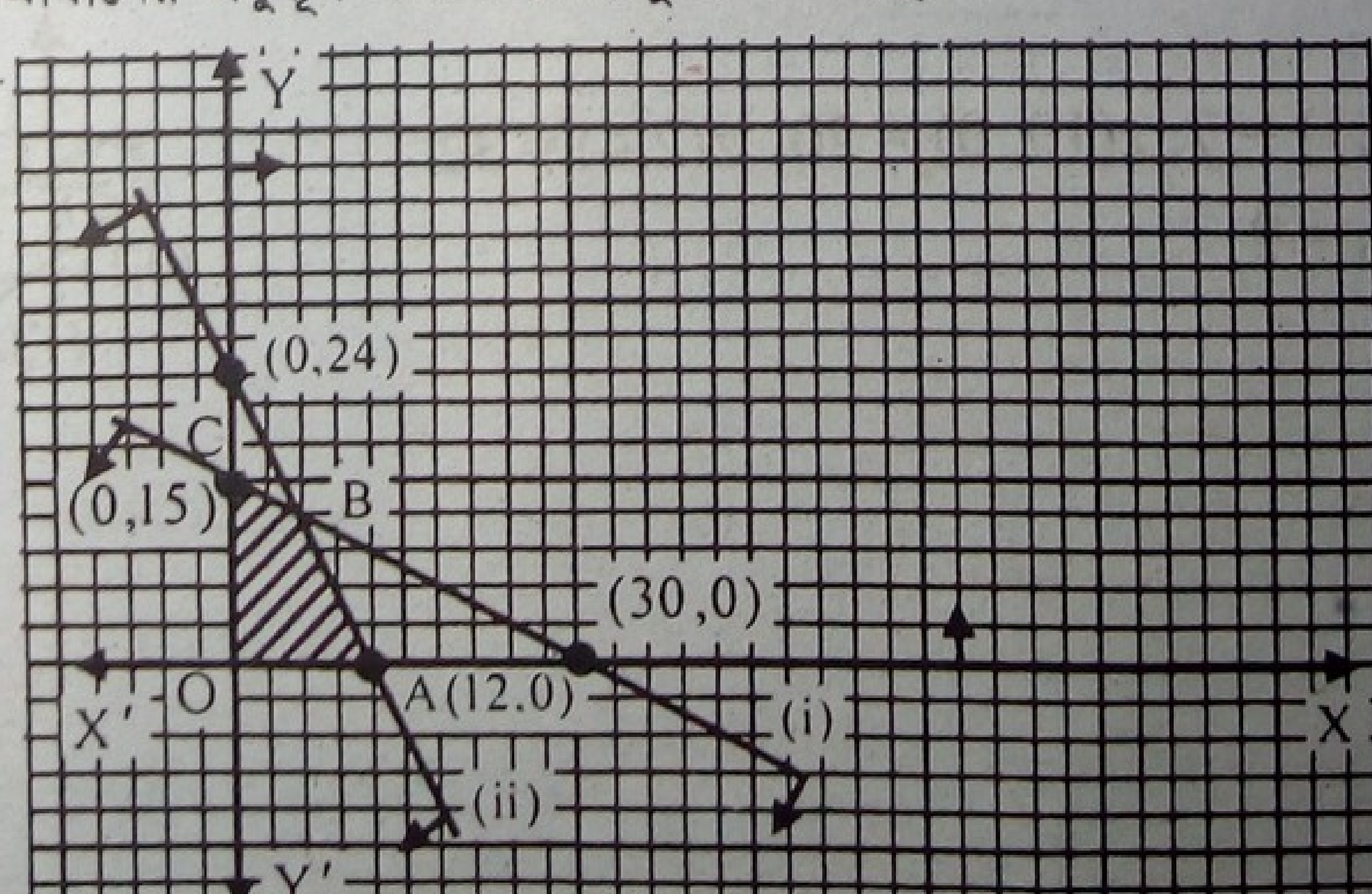
কার্যপদ্ধতি ঃ

1. অসমতাগুলির অনুরূপ রৈখিক সমীকরণ $2x + 4y = 60 \cdots\cdots$ (i) ও $4x + 2y = 48 \cdots\cdots$ (ii) এর ছেদক আকার যথাক্রমে $\frac{x}{30} + \frac{y}{15} = 1$ ও $\frac{x}{12} + \frac{y}{24} = 1$.

2. একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষ রেখা X'OX ও YOY' আঁকি।

3. x অক্ষ ও y অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের 3 বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে (i) নং রেখাস্থ (30, 0) ও (0, 15) ; (ii) নং রেখাস্থ (12,0) ও (0, 24) বিন্দুগুলি গ্রাফ পেপারে স্থাপন করি এবং সরু পেন্সিল দিয়ে প্রতি জোড়া সংযোগ করে যথাক্রমে (i) ও (ii) রেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।

4. (0,0) বিন্দু $2x + 4y \leq 60$ অসমতাকে সিদ্ধ করে ($\because 0 \leq 60$ নয়)। সুতরাং (i) রেখাস্থ ও এর (0, 0) বিন্দুর পার্শ্বস্থ সকল বিন্দুর সেট ঐ অসমতার সমাধান। (0, 0) বিন্দু $4x + 2y \leq 48$ অসমতাকে সিদ্ধ করে ($\because 0 \geq 12$ নয়)। সুতরাং (ii) রেখাস্থ ও এর (0, 0) বিন্দুর পার্শ্বস্থ সকল বিন্দুর সেট ঐ অসমতার সমাধান। তাছাড়া $x \geq 0$ ও $y \geq 0$ দ্বারা বুঝায় সমাধানের অনুকূল এলাকা ১ম চতুর্ভাগে অবস্থিত।



OABC চতুর্ভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার বিন্দুসমূহের সেট প্রদত্ত সকল শর্তকে সিদ্ধ করে। অতএব, এই ক্ষেত্রটিই সমাধানের অনুকূল এলাকা।

6. OABC চতুর্ভুজের কৌণিক বিন্দুর স্থানাঙ্ক : O(0,0), A(12, 0), (i) ও (ii) এর ছেদবিন্দু B(6, 12) এবং C(0, 15) .

7. অভীষ্ট ফাংশনে কৌণিক বিন্দুগুলির মান বসিয়ে Z এর সর্বনিম্ন মান নির্ণয় করি।

ফল সংকলন :

কৌণিক বিন্দু	$Z = 6x + 8y$	Z_{max}
O(0, 0)	$Z = 6\times0 + 8\times0 = 0$	132
A(12, 0)	$Z = 6\times12 + 8\times0 = 72$	
B(6, 12)	$Z = 6\times6 + 8\times12 = 132$	
C(0, 15)	$Z = 6\times0 + 8\times15 = 120$	

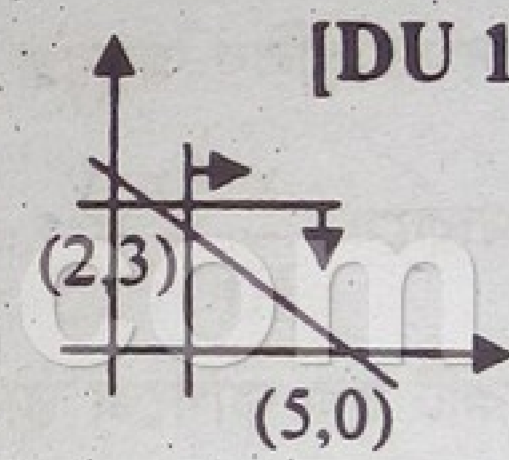
ফলাফল : সর্বাধিক মুনাফা পাবার জন্য 6 টি চেয়ার ও 12 টি টেবিল তৈরি করতে হবে।

ভর্তি পরীক্ষার MCQ:

1. $x\geq0,\ y\geq0,\ x+y=5,\ x\geq2,\ y\leq4$ শর্তসমূহ সাপেক্ষে গরিষ্ঠকরণ করলে $z = 6x + 2y$ রাশিটির সর্বোচ্চ মান– **[DU 10-11]**

Sol^n : (2, 3) বিন্দুতে z = 18 এবং (5,0) বিন্দুতে z = 30

$\therefore\ z_{max} = 18$



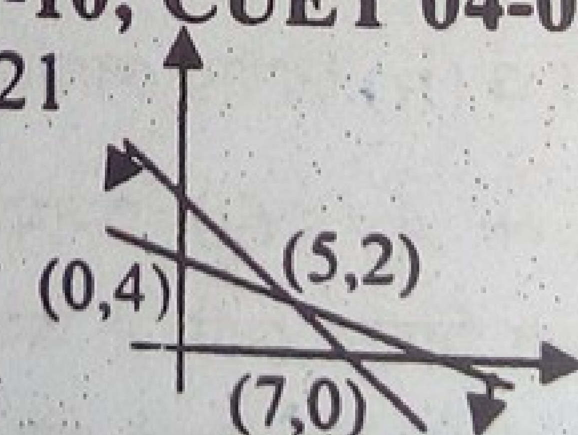
2. সমাধান করঃ গরিষ্ঠকরণ কর, $z = 3x + 4y$ শর্ত হচ্ছে $x + y \leq 7,\ 2x + 5y \leq 20,\ x\geq0,\ y\geq0$.

[DU 09-10; KU 09-10; CUET 04-05; Textile 13-14]

Sol^n : $z(0,4) = 3\times0 + 4\times4 = 16,\ z(7,0) = 3\times7 + 4\times0 = 21$

$z(5,2) = 3\times5 + 4\times2 = 23$

$\therefore$ সমাধানঃ (5, 2)



3. $5x + 10y \leq 50,\ x + y \geq 1,\ y \leq 4,\ x\geq0,\ y\geq0$ শর্তাবলী সাপেক্ষে $z = 2x + 7y$ এর লঘিষ্ঠমান–

[DU 08-09]

Sol^n : $z(1,0) = 2,\ z(0,1) = 7,\ z(10,0) = 20,\ z(2,4) = 32$

$z(0,4) = 28.\ \therefore\ z_{min} = 2$