$\therefore$ (i)^2 + (ii)^2 $\Rightarrow F^2 = u^2 + v^2\cos^2\alpha + w^2\cos^2\gamma + 2uv\cos\alpha + 2vw\cos\alpha\cos\gamma + 2wu\cos\gamma + v^2\sin^2\alpha + w^2\sin^2\gamma + 2vw\sin\alpha\sin\gamma.$

$\Rightarrow F^2 = u^2 + v^2(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha) + w^2(\cos^2\gamma + \sin^2\gamma) + 2uv\cos\alpha + 2wu\cos\gamma +$
$2vw(\cos\alpha\cos\gamma + \sin\alpha\sin\gamma)$

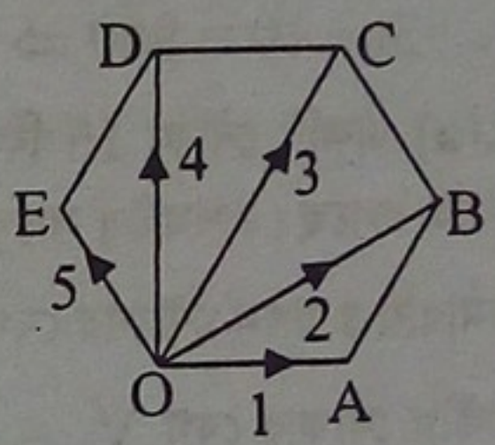
$= u^2 + v^2 + w^2 + 2uv\cos\alpha + 2wu\cos\gamma + 2QR\cos(\gamma - \alpha)$

$\therefore$ লব্ধির মান $F = (u^2 + v^2 + w^2 + 2uv\cos\alpha + 2vw\cos\beta + 2wu\cos\gamma)^{1/2}$ (প্রমাণিত)

4(b) 1, 2, 3, 4, 5 মানের বেগগুলো কোন সুষম ষড়ভুজের একটি কৌণিক বিন্দু থেকে যথাক্রমে অপর কৌণিক বিন্দুগুলোর দিকে ক্রিয়ারত আছে। এদের লব্ধির মান নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ মনে করি, OABCDE সুষম ষড়ভুজের OA, OB, OC, OD, OF বরাবর যথাক্রমে 1, 2, 3, 4, 5 মানের বেগগুলো ক্রিয়াশীল এবং এদের লব্ধির মান w কেজি ওজন, যা OA এর সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে।

তাহলে, $\angle AOE = 180° - \frac{360^0}{6} = 120°$ এবং



$\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle DOE = \frac{120^0}{4} = 30°$

এখন OA এবং OD বরাবর লম্বাংশ নিয়ে পাই,

$w\cos\theta = 1\cos 0° + 2\cos 30° + 3\cos 60° + 4\cos 90° + 5\cos 120°$

$= 1 + 2\times\frac{\sqrt{3}}{2} + 3\times\frac{1}{2} + 4\times 0 + 5\times -\frac{1}{2} = \sqrt{3}$ ..... (i) এবং

$w\sin\theta = 1\sin 0° + 2\sin 30° + 3\sin 60° + 4\sin 90° + 5\sin 120°$

$= 1\times 0 + 2\times\frac{1}{2} + 3\times\frac{\sqrt{3}}{2} + 4\times 1 + 5\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 5 + 4\sqrt{3}$ ..... (ii)

(i)^2 + (ii)^2 $\Rightarrow w^2 = (\sqrt{3})^2 + (5 + 4\sqrt{3})^2 = 3 + 25 + 48 + 40\sqrt{3} = 76 + 40\sqrt{3}$

(ii) $\div$ (i) $\Rightarrow \tan\theta = (5 + 4\sqrt{3})/\sqrt{3} \Rightarrow \theta = \tan^{-1}(4 + 5/\sqrt{3})$

$\therefore$ বলগুলোর লব্ধির মান $= \sqrt{76 + 40\sqrt{3}} = 2\sqrt{19 + 10\sqrt{3}}$, যা 1 মানের বেগের ক্রিয়ারেখার সাথে $\tan^{-1}(4 + \frac{5}{\sqrt{3}})$ কোণ উৎপন্ন করে।

প্রশ্নমালা IX B

1(a) 200 মি. ও 300 মি. দৈর্ঘ্যের দুইটি ট্রেন একটি স্টেশন থেকে একই দিকে দুইটি সমান্তরাল রেলপথে যথাক্রমে 40 কি.মি./ ঘ. ও 30 কি.মি./ ঘ. বেগে যাত্রা করে। কত সময়ে এরা পরস্পরকে অতিক্রম করবে?

সমাধান ঃ 30 কি.মি./ ঘ. বেগে চলমান ট্রেনের সাপেক্ষে 40 কি.মি./ ঘ. বেগে চলমান ট্রেনের আপেক্ষিক গতিবেগ $w = (40 - 30)$ কি.মি./ ঘ. $= 10$ কি.মি./ ঘ. ।

ALL-PDF-BOOKS.BLOGSPOT.COM

facebook.com/APBFans

পরস্পরকে অতিক্রম করতে হলে 40 কি.মি./ঘ. বেগে চলমান ট্রেনকে $(200 + 300) = 500$ মি. $= \frac{1}{2}$ কি.মি. অতিক্রম করতে হবে।

প্রয়োজনীয় সময় t হলে, $t = \frac{1/2}{10}$ ঘণ্টা $= \frac{60}{20}$ মিনিট $= 3$ মিনিট।

1(b) 400 মি. ও 500 মি. দৈর্ঘ্যের দুইটি ট্রেন দুইটি সমান্তরাল রেলপথে পরস্পরকে বিপরীত দিক হতে অতিক্রিম করে। যদি ১ম ট্রেনের বেগ ২য় ট্রেনের বেগের দ্বিগুণ হয় এবং 10 সেকেন্ডে পরস্পরকে অতিক্রম করে, তবে ১ম ট্রেনের গতিবেগ নির্ণয় কর।

সমাধানঃ মনে করি, ১ম ট্রেনের গতিবেগ $V_1 = 2u$ মি./সে. এবং ২য় ট্রেনের গতিবেগ $V_2 = u$ মি./সে.।

∴ ২য় ট্রেনের সাপেক্ষে ১ম ট্রেনের আপেক্ষিক বেগ $V_{12} = (2u + u)$ মি./সে. $= 3u$ মি./সে.

3u মি./সে. বেগে 10 সেকেন্ডে পরস্পরকে অতিক্রম করতে $(400 + 500)$ মি. $= 900$ মি. অতিক্রম করতে হয়।

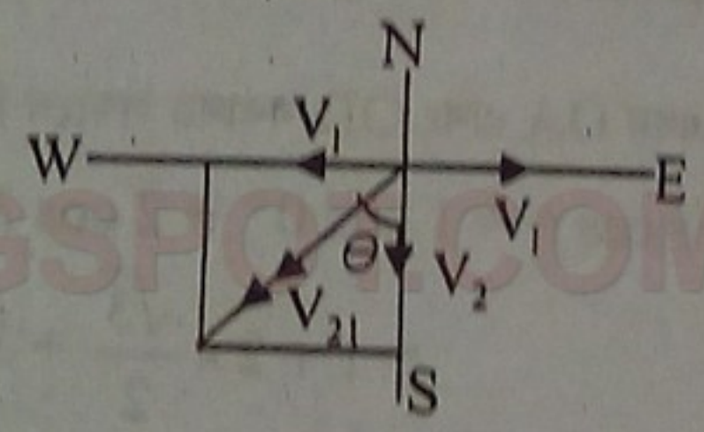
∴ $3u \times 10 = 900 \Rightarrow u = 30$ ∴ ১ম ট্রেনের গতিবেগ $2u$ মি./সে. $= 60$ মি./সে.।

2(a) একটি নৌকা 15 কি.মি./মি. সমবেগে পূর্বদিকে চলছে এবং অপর একটি নৌকা 20 কি.মি./মি. সমবেগে দক্ষিণ দিকে চলছে। প্রথমটির সাপেক্ষে দ্বিতীয় নৌকার অপেক্ষিক বেগের মান ও দিক নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ প্রথম নৌকার বেগ $V_1 = 15$ কি.মি./মি.,

দ্বিতীয় নৌকার বেগ $V_2 = 20$ কি.মি./মি. এবং

বেগদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ $\alpha = 90°$



প্রথম নৌকার সাপেক্ষে দ্বিতীয় নৌকার অপেক্ষিক বেগ V_{21} কি.মি./মি., যা V_2 এর সাথে θ কোণ উৎপন্ন করলে,

$$V_{21} = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 - 2V_1V_2\cos\alpha} = \sqrt{15^2 + 20^2 - 2\times15\times20\cos90^0} = \sqrt{15^2 + 20^2} = 25$$

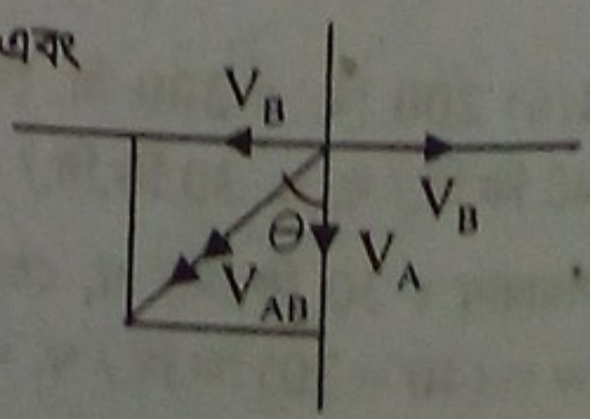
এবং $\tan\theta = \frac{V_1\sin90^0}{V_2 - V_1\cos90^0} = \frac{15}{20} \Rightarrow \theta = \tan^{-1}\frac{3}{4}$

∴ প্রথম নৌকার সাপেক্ষে দ্বিতীয় নৌকার অপেক্ষিক বেগ 25 কি.মি./ঘ., যা দ্বিতীয় নৌকার বেগের সাথে $\tan^{-1}\frac{3}{4}$ কোণ উৎপন্ন কর।

2(b) A ও B দুইটি বাস পরস্পর সমকোণে আনত দুইটি রাস্তা বরাবর যথাক্রমে 40 কি.মি./ঘ. ও 30 কি.মি./ঘ. বেগে চলছে। B বাসের যাত্রীদের ধারণা অনুসারে A বাসের বেগ নির্ণয় কর।

সমাধানঃ A বাসের বেগ $V_A = 40$ কি.মি./মি., B বাসের বেগ $V_B = 30$ কি.মি./মি. এবং

বেগদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ $\alpha = 90°$



B বাসের যাত্রীদের সাপেক্ষে A বাসের অপেক্ষিক বেগ V_{AB} কি.মি./মি., যা V_A এর সাথে θ কোণ উৎপন্ন করলে,

ALL-PDF-BOOKS.BLOGSPOT.COM

facebook.com/APBFans

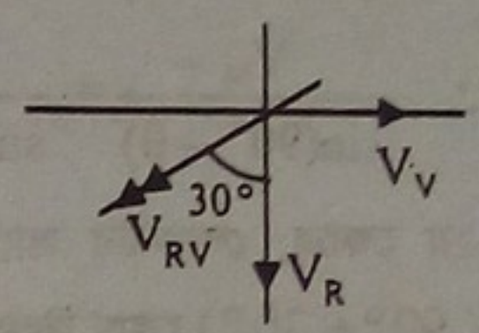
$V_{AB} = \sqrt{V_A^2 + V_B^2 - 2V_A V_B \cos\alpha} = \sqrt{40^2 + 30^2 - 2\times 40\times 30\cos 90^0} = \sqrt{40^2+30^2} = 50$

এবং $\tan\theta = \dfrac{V_B \sin 90^0}{V_A - V_B\cos 90^0} = \dfrac{30}{40} \Rightarrow \theta = \tan^{-1}\dfrac{3}{4}$

∴ B বাসের যাত্রীদের ধারণা অনুসারে A বাসের বেগ 50 কি.মি./ঘ. , যা A বাসের বেগের সাথে $\tan^{-1}(3/4)$ কোণ উৎপন্ন কর।

3(a) একটি ভ্যান গাড়ি সোজা রাস্তায় 40 km/h বেগে চলে এবং বৃষ্টি উলম্বভাবে পড়ে। যদি বৃষ্টি ভ্যান গাড়িতে উলম্বের সাথে 30° কোণে আঘাত করে তবে বৃষ্টির বেগ নির্ণয় কর।

সমাধানঃ ধরি, ভ্যান গাড়ির বেগ V_V কি.মি./ঘ., বৃষ্টির বেগ V_R কি.মি./ঘ. এবং ভ্যান গাড়ির সাপেক্ষে বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগ V_{RV} কি.মি./ঘ.। তাহলে , $V_V = 40$, $V_V \wedge V_R = 90°$, $V_R \wedge V_{RV} = 30°$ এবং $V_V \wedge V_{RV} = (90°+30°)$. বেগের সাইন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

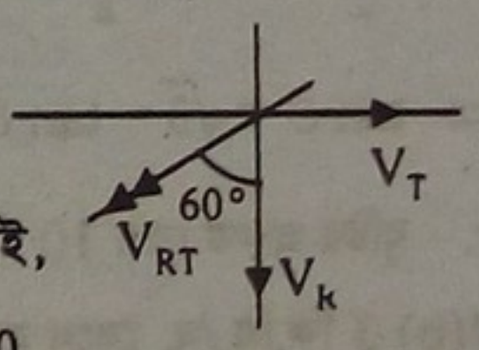


$$\frac{V_V}{\sin 30^0} = \frac{V_R}{\sin(90^0+30^0)} = \frac{V_{RV}}{\sin 90^0} \Rightarrow \frac{V_V}{\sin 30^0} = \frac{V_R}{\cos 30^0} \Rightarrow \frac{40}{1/2} = \frac{V_R}{\sqrt{3}/2}$$

$\Rightarrow V_R = 40\sqrt{3}$. ∴ বৃষ্টির বেগ $40\sqrt{3}$ কি.মি./ঘ.

3(b) বৃষ্টি 30 মি./সে. বেগে খাড়াভাবে পড়ছে।.একজন রেলগাড়ির যাত্রীর কাছে তা খাড়ারেখার সাথে 60° কোণে পড়ছে বলে মনে হয়। রেলগাড়ির বেগ নির্ণয় কর।

সমাধানঃ ধরি, রেলগাড়ির বেগ V_T মি./সে., বৃষ্টির বেগ V_R মি./সে. এবং রেলগাড়ির সাপেক্ষে বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগ V_{RT} । তাহলে , $V_R = 30$, $V_T \wedge V_R = 90°$, $V_R \wedge V_{RT} = 60°$ এবং $V_T \wedge V_{RT} = (90°+60°)$. বেগের সাইন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

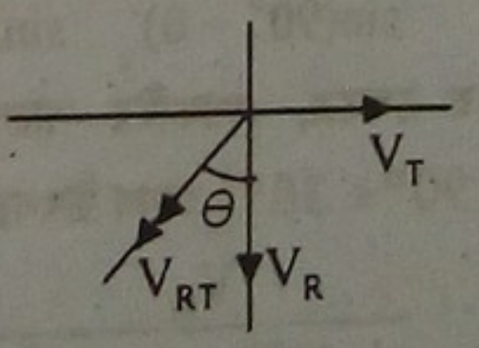


∴ $\dfrac{V_T}{\sin 60^0} = \dfrac{V_R}{\sin(90^0+60^0)} = \dfrac{V_{RT}}{\sin 90^0} \Rightarrow \dfrac{V_T}{\sin 60^0} = \dfrac{V_R}{\cos 60^0} \Rightarrow \dfrac{V_T}{\sqrt{3}/2} = \dfrac{30}{1/2}$

$\Rightarrow V_T = 30\sqrt{3}$. ∴ রেলগাড়ির বেগ $30\sqrt{3}$ মি./ সে. ।

3(c) 45 কি.মি./ঘ. বেগে চলমান একটি ট্রেনের যাত্রী দেখছে যে, খাড়ারেখায় পড়ন্ত বৃষ্টির ধারার আপেক্ষিক বেগের দিক উল্লম্ব রেখার সাথে $\tan^{-1}\dfrac{3}{2}$ কোণ উৎপন্ন করে। বৃষ্টির আসল বেগ বের কর।

সমাধানঃ ধরি, ট্রেনের বেগ V_T কি.মি./ঘ., বৃষ্টির আসল বেগ V_R কি.মি./ঘ. এবং ট্রেনের সাপেক্ষে বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগ V_{RT} । তাহলে , $V_T = 45$, $V_T \wedge V_R = 90°$, $V_R \wedge V_{RT} = \theta = \tan^{-1}\dfrac{3}{2}$ এবং $V_T \wedge V_{RT} = (90°+\theta)$.



বেগের সাইন সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

facebook.com/APBFans

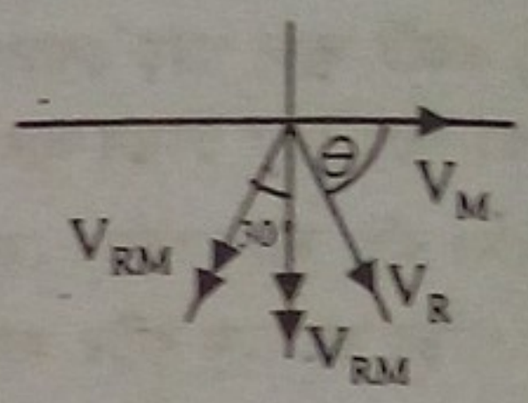
$$\frac{V_T}{\sin\theta}=\frac{V_R}{\sin(90^0+\theta)}=\frac{V_{RT}}{\sin 90^0}\Rightarrow\frac{V_T}{\sin\theta}=\frac{V_R}{\cos\theta}\Rightarrow 45=V_R\tan\theta=V_R\times\frac{3}{2}\Rightarrow V_R=30$$

∴ বৃষ্টির আসল বেগ 30 কি.মি./ঘ.।

4(a) বৃষ্টির দিনে একজন লোক 5 কি.মি./ঘ. বেগে হেঁটে দেখল বৃষ্টি খাড়াভাবে পড়ছে। তার বেগ দ্বিগুণ করে দেখল বৃষ্টি খাড়া রেখার সাথে 30° কোণে পড়ছে। বৃষ্টির প্রকৃত বেগ নির্ণয় কর।

সমাধানঃ ধরি, বৃষ্টির প্রকৃত বেগ V_R , যা লোকটির বেগ V_M এর সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে।

১ম ক্ষেত্রে, লোকটির সাপেক্ষে বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগ V_{RM} (ধরি), যা $V_M = 5$ কি.মি./ঘ. বেগের সাথে 90° কোণ উৎপন্ন করে।



$$\therefore\ \frac{V_M}{\sin(90^0-\theta)}=\frac{V_R}{\sin 90^0}\Rightarrow\frac{5}{\cos\theta}=V_R\ \cdots\cdots(i)$$

২য় ক্ষেত্রে, লোকটির সাপেক্ষে বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগ V_{RM} (ধরি), যা $V_M = 10$ কি.মি./ঘ. বেগের সাথে $(90°+30°)$ কোণ উৎপন্ন করে।

$$\therefore\ \frac{V_M}{\sin(90^0-\theta+30^0)}=\frac{V_R}{\sin(90^0+30^0)}\Rightarrow\frac{10}{\cos(30^0-\theta)}=\frac{V_R}{\cos 30^0}=\frac{2}{\sqrt{3}}V_R\ \cdots\cdots(ii)$$

$$(i)\div(ii)\Rightarrow\frac{5}{\cos\theta}\times\frac{\cos(30^0-\theta)}{10}=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\cos 30°\cos\theta+\sin 30°\sin\theta=\sqrt{3}\cos\theta$$

$$\Rightarrow\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta+\frac{1}{2}\sin\theta=\sqrt{3}\cos\theta\Rightarrow\frac{1}{2}\sin\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta$$

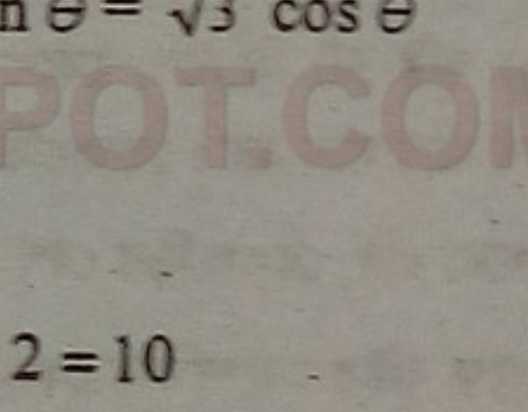
$$\Rightarrow\tan\theta=\sqrt{3}=\tan 60°\Rightarrow\theta=60°.$$ (i) হতে পাই, $V_R=\frac{5}{\cos 60^0}=5\times 2=10$

∴ বৃষ্টির প্রকৃত বেগ 10 কি.মি./ঘ.।

4(b) 3 কি.মি./ঘ. বেগে ভ্রমণরত এক ব্যক্তিকে বৃষ্টির ধারা খাড়াভাবে আঘাত করে; তাঁর বেগ 5 কি.মি./ঘ. হলে বৃষ্টির ধারা তাঁকে ভূপৃষ্ঠের সাথে 30° কোণে আঘাত করে। বৃষ্টির প্রকৃত বেগ ও দিক নির্ণয় কর।

সমাধানঃ ধরি, বৃষ্টির প্রকৃত বেগ V_R কি.মি./ঘ., যা লোকটির বেগ V_M কি.মি./ঘ. এর সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে।

১ম ক্ষেত্রে, লোকটির সাপেক্ষে বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগ V_{RM} (ধরি), যা $V_M = 3$ কি.মি./ঘ. বেগের সাথে 90° কোণ উৎপন্ন করে।



$$\therefore\ \frac{V_M}{\sin(90^0-\theta)}=\frac{V_R}{\sin 90^0}\Rightarrow\frac{3}{\cos\theta}=V_R\ \cdots\cdots(i)$$

২য় ক্ষেত্রে, লোকটির সাপেক্ষে বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগ V_{RM} (ধরি), যা $V_M = 5$ কি.মি./ঘ. বেগের সাথে $(90°+30°)$ কোণ উৎপন্ন করে।

$$\therefore\ \frac{V_M}{\sin(90^0-\theta+30^0)}=\frac{V_R}{\sin(90^0+30^0)}\Rightarrow\frac{5}{\cos(30^0-\theta)}=\frac{V_R}{\cos 30^0}=\frac{2}{\sqrt{3}}V_R\ \cdots\cdots(ii)$$

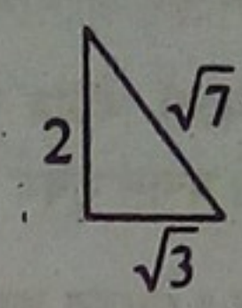
ALL-PDF-BOOKS.BLOGSPOT.COM

facebook.com/APBFans

(i) ÷ (ii) $\Rightarrow \frac{3}{\cos\theta} \times \frac{\cos(30^\circ - \theta)}{5} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 6(\cos 30^\circ \cos\theta + \sin 30^\circ \sin\theta) = 5\sqrt{3}\cos\theta$

$\Rightarrow 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta + 6 \times \frac{1}{2}\sin\theta = 5\sqrt{3}\cos\theta \Rightarrow 3\sin\theta = 2\sqrt{3}\cos\theta$

$\Rightarrow \tan\theta = \frac{2}{\sqrt{3}} \therefore \cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$, [পার্শ্বের ত্রিভুজ হতে।]



(i) হতে পাই, $V_R = 3 \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \sqrt{21}$

∴ বৃষ্টির প্রকৃত বেগ $\sqrt{21}$ কি.মি./ঘ., যা অনুভূমিকের সাথে অর্থাৎ ব্যক্তির বেগের সাথে $\tan^{-1}\frac{2}{\sqrt{3}}$ কোণ উৎপন্ন করে।

প্রশ্নমালা IX C

1(a) একটি বিমান 50 কি.মি./ঘ. বেগে সরল রাণওয়ে স্পর্শ করে এবং 300 মি. দূরত্ব অতিক্রম করে থামে। মন্দন সুষম হলে বিমানটি থামতে প্রয়োজনীয় সময় নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ বিমানের আদিবেগ $u = 50$ কি.মি./ঘ. $= 50 \times \frac{1000}{3600}$ মি./ সে. $= \frac{125}{9}$ মি./ সে., দূরত্ব $s = 300$ মি.

এবং শেষবেগ $v = 0$ । বিমানটি থামতে প্রয়োজনীয় সময় t সেকেন্ড এবং মন্দন f মি./ সে.^{2} হলে,

$v^2 = u^2 - 2fs$ সূত্র হতে পাই, $0 = (\frac{125}{9})^2 - 2f \times 300 \Rightarrow f = \frac{125 \times 125}{9 \times 9 \times 600} = \frac{5 \times 125}{81 \times 24}$

এবং $v = u - ft$ সূত্র হতে পাই, $0 = \frac{125}{9} - \frac{5 \times 125}{81 \times 24}t \Rightarrow t = \frac{125}{9} \times \frac{81 \times 24}{5 \times 125} = \frac{216}{5} = 43.2$

∴ নির্ণেয় সময় 43.2 সেকেন্ড।

1(b) একটি কণা নির্দিষ্ট বেগে যাত্রা করে সমত্বরণে চলে 3 সেকেন্ডে 81 ফুট দূরত্ব অতিক্রম করার সাথে সাথে ত্বরণ নিষ্ক্রিয় হয় এবং কণাটি পরবর্তী 3 সেকেন্ডে 72 ফুট দূরত্ব অতিক্রম করে।কণাটির আদিবেগ ও ত্বরণ নির্ণয় কর। [য.'০৪]

সমাধান ঃ ধরি, কণাটির u ফুট/ সে. আদিবেগে এবং f ফুট/ সে.^{2} সমত্বরণে যাত্রা করে 3 সেকেন্ডে ৮১ ফুট অতিক্রম করে v ফুট/ সে. বেগ প্রাপ্ত হয় । তাহলে,

$v = u + ft$ সূত্র হতে পাই, $v = u + 3f$ ……(i) এবং

$s = ut + \frac{1}{2}ft^2$ সূত্র হতে পাই, $81 = 3u + \frac{1}{2}f \times 9 \Rightarrow 27 = u + \frac{3}{2}f$ … …(ii)

ত্বরণ নিষ্ক্রিয় হলে কণাটি পরবর্তী 3 সেকেন্ডে v সমবেগে 72 ফুট দূরত্ব অতিক্রম করে।

∴ $s = vt$ সূত্র হতে পাই, $72 = 3v \Rightarrow v = 24$

∴ (i) হতে পাই, $24 = u + 3f$ … … (iii)

facebook.com/APBFans