প্রশ্নমালা IX D

1. (a) মাধ্যাকর্ষণের প্রভাবে 500 মিটার উচ্চ স্থান হতে পড়ন্ত কোন বস্তু-

(i) যে বেগ প্রাপ্ত হয় তা নির্ণয় কর। (ii) 4 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় কর। (iii) ভূমিতে পতনকাল নির্ণয় কর।

সমাধানঃ এখানে, পড়ন্ত বস্তুটির আদিবেগ $u = 0$, উচ্চতা $h = 500$ m.

(i) 4 সেকেন্ডে প্রাপ্ত বেগ $= u + gt = 0 + 9{\cdot}8 \times 4 = 39{\cdot}2$ ms^{-1}.

(ii) 4 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব $= ut + \frac{1}{2}gt^2 = 0 + \frac{1}{2} \times 9{\cdot}8 \times 4^2 = 78{\cdot}4$ m.

(iii) ধরি, t সেকেন্ড পরে বস্তুটি ভূমিতে পতিত হয়।

তাহলে, $h = ut + \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 500 = 0 + \frac{1}{2} \times 9{\cdot}8 \times t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{1000}{9{\cdot}8} \Rightarrow t = 10{\cdot}1015$ (প্রায়)

∴ বস্তুটির ভূমিতে পতনকাল $10{\cdot}1015$ সেকেন্ড (প্রায়)।

1(b) একটি ব্রীজের উপর থেকে একটি পাথরের টুকরা $12{\cdot}4$ ms^{-1} বেগে খাড়া নিম্নদিকে নিক্ষেপ করলে তা 2 সেকেন্ডে পানিতে আঘাত করে। পানিতে আঘাতের সময় পাথরের বেগ নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ পাথরের টুকরাটি $u = 12{\cdot}4$ ms^{-1} বেগে খাড়া নিম্নদিকে নিক্ষেপ করে $t = 2$ সে. v ms^{-1} বেগে পানিতে আঘাত করলে, $v = u + gt = 12{\cdot}4 + 9{\cdot}8 \times 2 = 32$. ∴ পানিতে আঘাতের সময় পাথরের বেগ 32 ms^{-1}.

(c) ভূ-পৃষ্ঠের উর্ধ্বে h_1, h_2, h_3 উচ্চতা থেকে তিনটি বস্তু খাড়া নিচের দিকে যথাক্রমে v_1, v_2, v_3 বেগে ছোড়া হল। এরা একই সাথে ভূ-পৃষ্ঠে পড়লে প্রমাণ কর যে, $h_1 - h_2 : h_2 - h_3 : h_3 - h_1 = v_1 - v_2 : v_2 - v_3 : v_3 - v_1$

প্রমাণ ঃ মনে করি, বস্তু তিনটি t সময়ে ভূ-পৃষ্ঠে পড়ে। তাহলে, $h = ut + \frac{1}{2}gt^2$ সূত্রের সাহায্যে পাই,

$h_1 = v_1 t + \frac{1}{2}gt^2 \ldots\ldots$(i), $h_2 = v_2 t + \frac{1}{2}gt^2 \ldots\ldots$ (ii), $h_3 = v_3 t + \frac{1}{2}gt^2 \ldots\ldots$ (iii)

(i) − (ii) $\Rightarrow h_1 - h_2 = t(v_1 - v_2) \Rightarrow t = \frac{h_1 - h_2}{v_1 - v_2}$

তদ্রূপ, (ii) − (iii) $\Rightarrow t = \frac{h_2 - h_3}{v_2 - v_3}$ এবং (iii) − (i) $\Rightarrow t = \frac{h_3 - h_1}{v_3 - v_1}$

∴ $\frac{h_1 - h_2}{v_1 - v_2} = \frac{h_2 - h_3}{v_2 - v_3} = \frac{h_3 - h_1}{v_3 - v_1}$ অর্থাৎ $h_1 - h_2 : h_2 - h_3 : h_3 - h_1 = v_1 - v_2 : v_2 - v_3 : v_3 - v_1$

2(a) ভূমি হতে 19·6 মি./সে. বেগে খাড়া উপরের দিকে কোন বস্তু নিক্ষিপ্ত হল।

(i) বস্তুটি কত উপরে উঠবে? (ii) তার উত্থানকাল কত? (iii) কতক্ষণ পরে 14 মিটার উপরে উঠবে? (iv) কতক্ষণ পরে ভূমিতে পতিত হবে? (v) 3 সেকেন্ড পরে কোথায় থাকবে এবং তখন তার বেগের মান ও দিক নির্ণয় কর।

সমাধানঃ দেওয়া আছে বস্তুটির আদিবেগ $u = 19{\cdot}6$ মি./সে.।

(i) বৃহত্তম উচ্চতা $= \frac{u^2}{2g} = \frac{(19{\cdot}6)^2}{2 \times 9{\cdot}8} = 19{\cdot}8$ মিটার।

ALL PDF-BOOKS.BLOGSPOT.COM

facebook.com/APBFans

(ii) উত্থানকাল $= \frac{u}{g} = \frac{19\cdot6}{9\cdot8} = 2$ সেকেন্ড।

(iii) মনে করি, বস্তুটি t সেকেন্ড পরে h = 14 মিটার উপরে উঠবে। তাহলে, $h = ut - \frac{1}{2}gt^2$

$\Rightarrow 14 = 19\cdot6\,t - \frac{1}{2}\times 9\cdot8\,t^2 \Rightarrow 4\cdot9\,t^2 - 19\cdot6\,t + 14 = 0 \Rightarrow 0\cdot7\,t^2 - 2\cdot8\,t + 2 = 0$

$\Rightarrow 7t^2 - 28t + 20 = 0 \Rightarrow t = \frac{28 \pm \sqrt{28^2 - 4\times7\times20}}{2\times7} = \frac{28 \pm \sqrt{784-560}}{14}$

$= 3\cdot069$ বা, $0\cdot9309$ (প্রায়)

∴ নির্ণেয় সময় 0·9309 সেকেন্ড প্রায় এবং 3·069 সেকেন্ড প্রায়।

(iv) বিচরণকাল = 2× উত্থানকাল = 2×2 = 4 সেকেন্ড। ∴ বস্তুটি 4 সেকেন্ড পরে ভূমিতে পতিত হবে ।

(v) বস্তুর উত্থানকাল $= \frac{u}{g} = \frac{19\cdot6}{9\cdot8} = 2$ সেকেন্ড। সুতরাং বস্তুটি 2 সে. পরে বৃহত্তম উচ্চতা হতে নিম্নদিকে গতিশীল হবে । বৃহত্তম উচ্চতা হতে 1 সেকেন্ডে বস্তুটির পতিত দূরত্ব $= \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}\times9\cdot8\times1 = 4\cdot9$ মিটার এবং বৃহত্তম উচ্চতা

$= \frac{u^2}{2g} = \frac{(19\cdot6)^2}{2\times9\cdot8} = 19\cdot8$ মিটার।

∴ বস্তুটি প্রক্ষেপের 3 সেকেন্ড পরে ভূমি হতে (19·8 − 4·9) =14·7 মিটার উপরে থাকবে এবং তখন তার বেগ = 0 + 9·8×1 = 9·8 মি./সে. ও গতি নিম্নমুখী।

2(b) একটি বল u বেগে খাড়া উপরেরর দিকে নিক্ষেপ করলে তা t_1 ও t_2 সেকেন্ডে h উচ্চতায় অবস্থান করে। প্রমাণ কর যে, (i) $h = \frac{1}{2}gt_1t_2$ [রা.'০৬,'১০; ঢা.'১১,'১৩; ব.'১১] (ii) $u = \frac{1}{2}g(t_1 + t_2)$

প্রমাণ ঃ মনে করি, বলটি u বেগে খাড়া উপরেরর দিকে নিক্ষেপ করলে তা t সেকেন্ডে h উচ্চতায় উঠে।

∴ $h = ut - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 2h = 2ut - gt^2 \Rightarrow gt^2 - 2ut + 2h = 0 \cdots$ (i) ; যা t এর একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

ধরি, t এর মান দুইটি t_1 ও t_2 $(t_2 > t_1)$। তাহলে, h উচ্চতায় উত্থান = t_1 এবং পতনকাল = t_2.

(i) এর মূলদ্বয়ের গুণফল, $t_1t_2 = \frac{2h}{g}$ ∴ $h = \frac{1}{2}gt_1t_2$

(i) এর মূলদ্বয়ের যোগফল, $t_1 + t_2 = -\frac{-2u}{g}$ ∴ $u = \frac{1}{2}g(t_1 + t_2)$

2(c) একটি কণা ভূমি থেকে u বেগে উল্লম্বভাবে উপরে নিক্ষিপ্ত হল। যদি $u^2 > 2gh$ হয়, তবে দেখাও যে, কণাটি $\frac{2}{g}\sqrt{u^2 - 2gh}$ সময়ের ব্যবধানে দুইবার h উচ্চতায় থাকবে।

ALLPUREBOOKS.BLOGSPOT.COM

facebook.com/APBFans

প্রমাণ ঃ আমরা জানি, $h = ut - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow gt^2 - 2ut + 2h = 0$

$\therefore \quad t = \frac{2u \pm \sqrt{4u^2 - 8gh}}{2g} = \frac{u}{g} \pm \frac{\sqrt{u^2 - 2gh}}{g}$

যেহেতু $u^2 > 2gh$ অর্থাৎ $u^2 - 2gh > 0$, সুতরাং t এর মান দুইটি বস্তব ও অসমান।

$\therefore$ খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তু তার গতিপথের যেকোন বিন্দু দুইটি ভিন্ন সময়ে দুই বার অতিক্রম করে।

$\therefore$ নির্দিষ্ট h উচ্চতা অতিক্রম করার সময়ের পার্থক্য $= \left(\frac{u}{g} + \frac{\sqrt{u^2 - 2gh}}{g}\right) - \left(\frac{u}{g} - \frac{\sqrt{u^2 - 2gh}}{g}\right)$

$$= \frac{2}{g}\sqrt{u^2 - 2gh}$$

3(a) $10\,ms^{-1}$ বেগে উর্ধ্বগামী একটি বেলুন থেকে একখন্ড পাথর ফেলে দেয়া হল। পাথরখন্ডটি 10 সেকেন্ডে ভূমিতে পতিত হলে কত উঁচু থেকে পাথরখন্ডটি ফেলা হয়েছিল? [ব.'০৩]

সমাধান ঃ এখানে, পাথরখন্ডটির আদিবেগ u = বেলুনের বেগ = 10 মি./সে., বিচরণকাল t = 10 সে.।

ধরি, পাথরখন্ডটি h মি. উঁচু হতে ফেলা হয়েছিল। তাহলে, $h = -ut + \frac{1}{2}gt^2$

$h = -10 \times 10 + \frac{1}{2} \times 9{\cdot}8 \times 10^2 = -100 + 490 = 390.$ $\therefore$ নির্ণেয় উচ্চতা = 390 মিটার।

3(b) একটি মিনারের শীর্ষ হতে $14{\cdot}5\ ms^{-1}$ বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত একটি বস্তু 5 সেকেন্ড পরে মিনারের পাদদেশে পতিত হয়। মিনারের উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ এখানে, বস্তুটির আদিবেগ u = 14·5 মি./সে., বিচরণকাল t = 5 সে.।

$\therefore$ মিনারের উচ্চতা $h = -ut + \frac{1}{2}gt^2 = -14{\cdot}5 \times 5 + \frac{1}{2} \times 9{\cdot}8 \times 5^2 = -72{\cdot}5 + 122{\cdot}5 = 50$ মিটার।

3(c) সমবেগে খাড়া উর্ধ্বগামী একটি বেলুন যখন ভূমি হতে 420 মিটার উপরে তখন বেলুন হতে একটি পাথরের টুকরা ছেড়ে দেওয়া হল। পাথরের টুকরাটি যদি 10 সে. পরে মাটিতে পড়ে তবে ছেড়ে দেওয়ার ঠিক পরেই তা কত উচ্চতায় উঠবে নির্ণয় কর।

সমাধানঃ ধরি, পাথরটি ছাড়ার সময়ে বেলুন ও পাথরের উর্ধ্বমূখী বেগ u মি./সে.। তাহলে, $h = -ut + \frac{1}{2}gt^2$ সূত্র হতে পাই, $420 = -u \times 10 + \frac{1}{2} \times 9{\cdot}8 \times 10^2 \Rightarrow 10u = 490 - 420 \Rightarrow u = 7$

$\therefore$ পাথরটি ছেড়ে দেওয়ার ঠিক পরেই তা $\frac{u^2}{2g} = \frac{7^2}{2 \times 9{\cdot}8} = 2{\cdot}5$ মিটার উপরে উঠবে।

3(d) 4·5 সেকেন্ড সমবেগে খাড়া উপরের দিকে উঠার পর একটি বেলুন হতে একটি ভারী বস্তু পড়ে গেল। যদি বস্তুটি 7 সেকেন্ডে ভূমিতে পড়ে তবে বেলুনের গতিবেগ এবং কত উঁচু হতে বস্তুটি পড়েছিল তা নির্ণয় কর। [সি.'০১; দি.'১১]

ALL PDF BOOKS BLOGSPOT.COM

facebook.com/APBFans

সমাধান ঃ ধরি, বেলুনটির গতিবেগ u মি./সে. এবং তা h মি. উচ্চতায় উঠার পর বস্তুটি পড়ে গেল।

তাহলে, $h = 4{\cdot}5\,u$ ... ... (i) এবং $h = -u \times 7 + \frac{1}{2} \times 9{\cdot}8 \times 7^2$, [$h = -ut + \frac{1}{2}gt^2$ সূত্র দ্বারা।]

$\Rightarrow 4{\cdot}5\,u = -7u + 240{\cdot}1 \Rightarrow 11{\cdot}5u = 240{\cdot}1 \Rightarrow u = 20{\cdot}88$ (প্রায়)

(i) হতে পাই, $h = 4{\cdot}5 \times 20{\cdot}88 = 93{\cdot}96$ (প্রায়)

∴ বেলুনটির গতিবেগ 20·88 মি./সে. (প্রায়) এবং 93·96 মিটার (প্রায়) উচ্চতায় উঠার পর বস্তুটি পড়ে গেল।

4(a) একটি কূপের মধ্যে একখন্ড পাথর ফেলার 3·5 সেকেন্ড পরে এর তলদেশে পাথরের পতন শব্দ শোনা গেল। শব্দের বেগ 327 ms^{-1} হলে, কূপের গভীরতা নির্ণয় কর। [$g = 9.81\ ms^{-2}$]

সমাধান ঃ মনে করি, কূপের গভীরতা h মি. এবং পাথর খন্ডটি কূপের তলদেশে পৌছে t সেকেন্ডে।

তাহলে, তলদেশে সৃষ্ট পতন শব্দ (3·5 – t) সেকেন্ডে কূপের উপরে আসে।

পাথর পতনের ক্ষেত্রে, $h = 0 + \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times 9{\cdot}81t^2 = \frac{981}{200}t^2$, [∵ পাথরের আদিবেগ u = 0]

শব্দের ক্ষেত্রে, $h = 327\,(3{\cdot}5 - t) \Rightarrow \frac{981}{200}t^2 = 327\,(3{\cdot}5 - t) \Rightarrow 3t^2 = 200(3{\cdot}5 - t)$

$\Rightarrow 3t^2 + 200\,t - 700 = 0 \Rightarrow 3t^2 + 210t - 10t - 700 = 0$

$\Rightarrow 3t(t + 70) - 10\,(t + 70) = 0 \Rightarrow (t + 70)(3t - 10) = 0 \therefore t = \frac{10}{3}$, [∵ t > 0]

∴ কূপের গভীরতা $h = \frac{981}{200} \times \frac{100}{9} = \frac{109}{2} = 54{\cdot}5$ মিটার।

4(b) একটি শূন্য কুয়ার মধ্যে অবাধে পড়ন্ত একখন্ড পাথর 19·6 ms^{-1} গতিবেগে এর তলদেশে পতিত হল। পাথর ফেলার $2\frac{2}{35}$ সেকেন্ড পর এর পতন শব্দ শোনা গেলে শব্দের গতিবেগ নির্ণয় কর। [রা.'০৪; য.'০৯]

সমাধান ঃ মনে করি, কূপের গভীরতা h মি. এবং পাথর খন্ডটি কূপের তলদেশে পৌছে t সেকেন্ডে।

তাহলে, তলদেশে সৃষ্ট পতন শব্দ $(2\frac{2}{35} - t) = (\frac{72}{35} - t)$ সেকেন্ডে কূপের উপরে আসে।

পাথর পতনের ক্ষেত্রে ঃ $v^2 = u^2 + 2gh$ সূত্র হতে পাই, $(19{\cdot}6)^2 = 0 + 2 \times 9{\cdot}8h \Rightarrow h = 19{\cdot}6$

$v = u + gt$ সূত্র হতে পাই, $19{\cdot}6 = 0 + 9{\cdot}8t \Rightarrow t = 2$

শব্দের বেগ V মি./সে. হলে, $h = V(\frac{72}{35} - t) \Rightarrow 19{\cdot}6 = V(\frac{72}{35} - 2) = \frac{2}{35}V \Rightarrow V = 343$

∴ শব্দের বেগ 343 মি./সে.।

5(a) নির্দিষ্ট বেগে উল্লম্বভাবে ভুমি থেকে নিক্ষিপ্ত একটি বস্তুকণা t সেকেন্ড সময়ে h উচ্চতায় উঠে এবং আরও t′ সেকেন্ড সময় পরে এটা ভূমিতে ফিরে আসে। প্রমাণ কর যে, (i) কণার আদিবেগ = $\frac{1}{2}g(t + t')$

ALL BDEBOOKS BLOGSPOT.COM

facebook.com/APBFans

(ii) $h = \frac{1}{2} g t t'$. [ব.'০৩,'০৬,'০৯; সি.'০৪,'০৯; ঢা.'০৪,'০৯; চ.'০৫; কু.'০৮,'১৩; য.'১০]

(iii) বৃহত্তম উচ্চতা $= \frac{1}{8} g(t + t')^2$

প্রমাণ ঃ এখানে বস্তুকণাটির বিচরণকাল $= (t + t')$ সেকেন্ড।

মনে করি, u নির্দিষ্ট বেগে উল্লম্বভাবে ভূমি থেকে নিক্ষিপ্ত বস্তুকণাটি t সেকেন্ড সময়ে h উচ্চতায় উঠে।

$\therefore \quad h = ut - \frac{1}{2} gt^2 \cdots\cdots (1)$ এবং কণার বিচরণকাল $= t + t' = \frac{2u}{g} \therefore$ কণার আদিবেগ $u = \frac{1}{2} g(t + t')$

সমীকরণ (1) এ u এর মান বসিয়ে পাই, $h = \frac{1}{2} g(t + t')t - \frac{1}{2} gt^2 = \frac{1}{2} gt(t + t' - t) \therefore h = \frac{1}{2} gt t'$

বৃহত্তম উচ্চতা $= \frac{u^2}{2g} = \frac{1}{2g} \{\frac{1}{2} g(t + t')\}^2 = \frac{1}{8} g(t + t')^2$

5(b) একটি বস্তু ভূমি থেকে উল্লম্ব ভাবে উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে, তা 6 সেকেন্ড পুনরায় ভূমিতে পতিত হয়। বস্তুটির নিক্ষেপণ বেগ, সর্বাধিক উচ্চতা এবং উত্থান কাল নির্ণয় কর। $g = 9.8\,ms^{-2}$.

সমাধান ঃ মনে করি, বস্তুটির নিক্ষেপণ বেগ u মি.সে.।

প্রশ্নমতে, বিচরণকাল $\frac{2u}{g} = 6 \Rightarrow u = 3g = 3 \times 9{\cdot}8 = 29{\cdot}4 \therefore$ বস্তুটির নিক্ষেপণ বেগ 29·4 মি.সে.।

সর্বাধিক উচ্চতা $= \frac{u^2}{2g} = \frac{(29 \cdot 4)^2}{2 \times 9 \cdot 8} = 44{\cdot}1$ মিটার এবং উত্থান কাল $= \frac{1}{2}$ (বিচরণকাল) $= \frac{6}{2} = 3$ সেকেন্ড।

6(a) 100 মিটার উঁচুতে অবস্থিত কোন বিন্দু হতে একটি বস্তু নিচে ছেড়ে দেয়া হল। একই সময়ে ভূমি থেকে অন্য একটি বস্তুকে $25\,ms^{-1}$ বেগে খাড়া উপরে নিক্ষেপ করা হলে, কোথায় তারা মিলিত হবে?

সমাধান ঃ মনে করি, নিক্ষিপ্ত হবার t সেকেন্ড পরে h মিটার উচ্চতায় তারা মিলিত হবে।

$\therefore$ খাড়া উপরে নিক্ষিপ্ত বস্তুর ক্ষেত্রে, $h = 25t - \frac{1}{2} gt^2 \cdots\cdots$(i)

নিচে ছেড়ে দেয়া বস্তুর ক্ষেত্রে, $100 - h = \frac{1}{2} gt^2 \cdots\cdots$(ii)

(i) + (ii) $\Rightarrow 100 = 25t \Rightarrow t = 4$

$\therefore \quad h = 25 \times 4 - \frac{1}{2} \times 9{\cdot}8 \times 4^2 = 100 - 78{\cdot}4 = 21{\cdot}6$ মিটার উচ্চতায় বস্তু দুইটি মিলিত হবে।

6(b) h মিটার উচু একটি মিনারের চূড়া থেকে এটি পাথর নিচে ছেড়ে দেয়ার মুহূর্তে এর পাদদেশ থেকে অপর একটি পাথর এরূপ বেগে খাড়া উপরে নিক্ষেপ করা হল যেন তা কোন রকমে মিনারের চূড়ায় পৌছতে পারে। কত উঁচুতে এরা পরস্পরকে অতিক্রম করবে?

সমাধান ঃ মনে করি, মিনারের পাদদেশ থেকে u মি./ সে.^{2} বেগে নিক্ষিপ্ত হবার t সেকেন্ড পরে ভূমি থেকে x মিটার উচ্চতায় পাথর দুইটি পরসপারকে অতিক্রম করবে।

ALL PDF BOOKS BLOGSPOT.COM

facebook.com/APBFans

∴ খাড়া উপরে নিক্ষিপ্ত পাথরের ক্ষেত্রে, $h=\frac{u^2}{2g}\Rightarrow u=\sqrt{2gh}$ এবং $x=ut-\frac{1}{2}gt^2=\sqrt{2gh}\,t-\frac{1}{2}gt^2$ ...(i)

নিচে ছেড়ে দেয়া পাথরের ক্ষেত্রে, $h-x=\frac{1}{2}gt^2$ ...(ii)

(i) + (ii)$\Rightarrow h=\sqrt{2gh}\,t\Rightarrow t=\sqrt{\frac{h}{2g}}$

∴ $x=\sqrt{2gh}\times\sqrt{\frac{h}{2g}}-\frac{1}{2}\times g\times\frac{h}{2g}=h-\frac{h}{4}=\frac{3h}{4}$ মিটার উচ্চতায় বস্তু দুইটি মিলিত হবে।

(c) 288 ft উচ্চ মিনারের চূড়া হতে একটি পাথর ছেড়ে দেওয়া হল। একই সময়ে অপর একটি পাথর মিনারের পাদদেশ হতে খাড়া উপরে নিক্ষেপ করা হল। এরা একই সাথে ভূমিতে পতিত হলে দ্বিতীয় পাথরের নিক্ষেপ বেগ নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ মনে করি, দ্বিতীয় পাথরের নিক্ষেপ বেগ u ফুট/ সে. । t সেকেন্ড পরে পাথর দুটি ভূমিতে পতিত হলে,নিচে ছেড়ে দেয়া পাথরের ক্ষেত্রে, $288=0+\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow 576=32\times t^2\Rightarrow t^2=18\Rightarrow t=3\sqrt{2}$

খাড়া উপরে নিক্ষিপ্ত পাথরের ক্ষেত্রে, বিচরণকাল $2t=\frac{2u}{g}\Rightarrow u=32\times 3\sqrt{2}=96\sqrt{2}$ ফুট/ সেকেন্ড।

7(a) 176·4 m উঁচু হতে অবাধে পড়ন্ত একটি বস্তু 19·6 m নিচে পড়ার মুহূর্তে অপর একটি বস্তুকে 78·4 স উঁচু হতে নিচে ফেলে দেয়া হল। প্রমাণ কর যে, তারা একই সাথে ভূমিতে পতিত হবে।

প্রমাণ ঃ মনে করি, 176·4 m উঁচু হতে অবাধে পড়ন্ত ১ম বস্তুটি t_1 সেকেন্ডে 19·6 m নিচে এবং t_2 সেকেন্ডে ভূমিতে পতিত হয়। তাহলে,

$h=ut+\frac{1}{2}gt^2$ সূত্র দ্বারা পাই, $19\cdot6=\frac{1}{2}\times 9.8t_1^{\,2}\Rightarrow t_1^{\,2}=4\Rightarrow t_1=2$

এবং $176\cdot4=0+\frac{1}{2}\times 9.8t_2^{\,2}\Rightarrow t_2^{\,2}=36\Rightarrow t_2=6.$

∴ ১ম বস্তুটি পরবর্তী (176·4−19·6) = 156·8 মি. নিচে নামে (6 − 2) = 4 সেকেন্ডে।

আবার, 78·4 m উঁচু হতে অবাধে পড়ন্ত ২য় বস্তুটি t সেকেন্ডে ভূমিতে পতিত হলে,

$h=ut+\frac{1}{2}gt^2$ সূত্র দ্বারা পাই, $78\cdot4=0+\frac{1}{2}\times 9.8t^2\Rightarrow t^2=16\Rightarrow t=4$

∴ বস্তু দুইটি একই সাথে ভূমিতে পতিত হবে।

7(b) ভূমি থেকে 122·5 মিটার উচুতে অবস্থিত কোন বিন্দু হতে P বস্তুকে নিচে ছেড়ে দেয়া হল। P বস্তুটি 44·1 মিটার নিচে নামার মুহূর্তে একই বিন্দু হতে Q বস্তুকে নিচে u বেগে নিক্ষেপ করা হল। এরা একই সঙ্গে ভূমিতে পতিত হয়। u এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ মনে করি, 122·5 m উঁচু হতে অবাধে পড়ন্ত P বস্তুটি t_1 সেকেন্ডে 44·1 m নিচে এবং t_2 সেকেন্ডে ভূমিতে পতিত হয়। তাহলে,

$h=ut+\frac{1}{2}gt^2$ সূত্র দ্বারা পাই, $44\cdot1=0+\frac{1}{2}gt_1^{\,2}\Rightarrow 44\cdot1=\frac{1}{2}\times 9.8t_1^{\,2}\Rightarrow t_1^{\,2}=9\Rightarrow t_1=3$

facebook.com/APBFans

এবং $122{\cdot}5 = 0 + \frac{1}{2} \times 9.8 t_2^{\,2} \Rightarrow t_2^{\,2} = 25 \Rightarrow t_2 = 5.$

প্রশ্নমতে, 122·5 m উঁচু হতে u বেগে নিচে নিক্ষিপ্ত Q বস্তুটি (5 − 3) = 2 সেকেন্ডে ভূমিতে পতিত হয়।

$\therefore \quad h = ut + \frac{1}{2} gt^2$ সূত্র দ্বারা পাই, $122{\cdot}5 = u \times 2 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times 2^2 \Rightarrow 122{\cdot}5 = 2u + 19{\cdot}6 \Rightarrow 2u = 102{\cdot}9$

$\therefore$ u = 51·45 মি./ সে.।

8(a) 49 ms^{-1} বেগে একটি বলকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হল এবং 2 সে. পরে একই বিন্দু হতে একই বেগে অপর একটি বল একই দিকে নিক্ষেপ করা হল। কোথায় এবং কখন তারা মিলিত হবে? [ব.'০৫,'০৮]

সমাধান ঃ মনে করি, ২য় বস্তুটি নিক্ষিপ্ত হবার t সেকেন্ড পরে নিক্ষপণ বিন্দু হতে h মিটার উচ্চতায় এরা মিলিত হয়। তাহলে, ১ম বস্তুটি (t + 2) সেকেন্ডে h মিটার উচ্চতায় উঠে।

১ম বস্তুর ক্ষেত্রে, $h = 49(t+2) - \frac{1}{2} g(t+2)^2 = 49t + 98 - \frac{1}{2} g(t^2 + 4t + 4) \ldots \ldots$ (i)

২য় বস্তুর ক্ষেত্রে, $h = 49t - \frac{1}{2} gt^2 \ldots \ldots$ (ii)

(i) − (ii) $\Rightarrow 0 = 98 - \frac{1}{2} g(4t+4) \Rightarrow 9.8(4t+4) = 196 \Rightarrow 4t + 4 = 20 \Rightarrow t = 4$

(ii) হতে পাই, $h = 49 \times 4 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times 16 = 196 - 78.4 = 117{\cdot}6$

$\therefore$ ২য় বস্তুটি নিক্ষিপ্ত হবার 4 সেকেন্ড পরে নিক্ষপণ বিন্দু হতে 117·6 মিটার উচ্চতায় বস্তু দুটি মিলিত হয়।

8(b) ভূমি থেকে একটি কণা u ms^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করার t সেকেন্ড পরে একই স্থান হতে একই বেগে অপর একটি কণা একই দিকে ছোড়া হলে, প্রমাণ কর যে, তারা $\frac{4u^2 - g^2t^2}{8g}$ মিটার উঁচুতে মিলিত হবে। [রা.'০৩; কু.'১০]

প্রমাণ ঃ মনে করি, ২য় বস্তুটি নিক্ষিপ্ত হবার t_1 সেকেন্ড পরে নিক্ষপণ বিন্দু হতে h মিটার উচ্চতায় বস্তু দুটি মিলিত হয়। তাহলে, ১ম বস্তুটি (t_1 + t) সেকেন্ডে h মিটার উচ্চতায় উঠে।

১ম বস্তুর ক্ষেত্রে, $h = u(t_1 + t) - \frac{1}{2} g(t_1 + t)^2 = ut_1 + ut - \frac{1}{2} g(t_1^{\,2} + 2t_1 t + t^2) \ldots \ldots$ (i)

২য় বস্তুর ক্ষেত্রে, $h = ut_1 - \frac{1}{2} gt_1^{\,2} \ldots \ldots$ (ii)

(i) − (ii) $\Rightarrow 0 = ut - \frac{1}{2} g(2t_1 t + t^2) \Rightarrow 2u = g(2t_1 + t) \Rightarrow 2t_1 = \frac{2u}{g} - t \Rightarrow t_1 = \frac{2u - gt}{2g}$

(ii) হতে পাই, $h = u\left(\frac{2u-gt}{2g}\right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{2u-gt}{2g}\right)^2 = u\left(\frac{2u-gt}{2g}\right) - \frac{4u^2 - 4ugt + g^2t^2}{8g}$

ALL-PDF-BOOKS.BLOGSPOT.COM

facebook.com/APBFans

এবং $122{\cdot}5 = 0 + \frac{1}{2}\times 9.8t_2^{\,2} \Rightarrow t_2^{\,2} = 25 \Rightarrow t_2 = 5.$

প্রশ্নমতে, 122·5 m উঁচু হতে u বেগে নিচে নিক্ষিপ্ত Q বস্তুটি (5 − 3) = 2 সেকেন্ডে ভূমিতে পতিত হয়।

$\therefore$ $h = ut + \frac{1}{2}gt^2$ সূত্র দ্বারা পাই, $122{\cdot}5 = u\times 2 + \frac{1}{2}\times 9.8\times 2^2 \Rightarrow 122{\cdot}5 = 2u + 19{\cdot}6 \Rightarrow 2u = 102{\cdot}9$

$\therefore$ u = 51·45 মি./ সে.।

8(a) 49 ms^{-1} বেগে একটি বলকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হল এবং 2 সে. পরে একই বিন্দু হতে একই বেগে অপর একটি বল একই দিকে নিক্ষেপ করা হল। কোথায় এবং কখন তারা মিলিত হবে? [ব.'০৫,'০৮]

সমাধান ঃ মনে করি, ২য় বস্তুটি নিক্ষিপ্ত হবার t সেকেন্ড পরে নিক্ষপণ বিন্দু হতে h মিটার উচ্চতায় এরা মিলিত হয়। তাহলে, ১ম বস্তুটি (t + 2) সেকেন্ডে h মিটার উচ্চতায় উঠে।

১ম বস্তুর ক্ষেত্রে, $h = 49(t+2) - \frac{1}{2}g(t+2)^2 = 49t + 98 - \frac{1}{2}g(t^2+4t+4) \ldots\ldots$ (i)

২য় বস্তুর ক্ষেত্রে, $h = 49t - \frac{1}{2}gt^2 \ldots\ldots$ (ii)

(i) − (ii) $\Rightarrow 0 = 98 - \frac{1}{2}g(4t+4) \Rightarrow 9.8(4t+4) = 196 \Rightarrow 4t + 4 = 20 \Rightarrow t = 4$

(ii) হতে পাই, $h = 49\times 4 - \frac{1}{2}\times 9.8\times 16 = 196 - 78.4 = 117{\cdot}6$

$\therefore$ ২য় বস্তুটি নিক্ষিপ্ত হবার 4 সেকেন্ড পরে নিক্ষপণ বিন্দু হতে 117·6 মিটার উচ্চতায় বস্তু দুটি মিলিত হয়।

8(b) ভূমি থেকে একটি কণা u ms^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করার t সেকেন্ড পরে একই স্থান হতে একই বেগে অপর একটি কণা একই দিকে ছোড়া হলে, প্রমাণ কর যে, তারা $\frac{4u^2 - g^2t^2}{8g}$ মিটার উঁচুতে মিলিত হবে।

[রা.'০৩; কু.'১০]

প্রমাণ ঃ মনে করি, ২য় বস্তুটি নিক্ষিপ্ত হবার t_1 সেকেন্ড পরে নিক্ষপণ বিন্দু হতে h মিটার উচ্চতায় বস্তু দুটি মিলিত হয়। তাহলে, ১ম বস্তুটি ($t_1 + t$) সেকেন্ডে h মিটার উচ্চতায় উঠে।

১ম বস্তুর ক্ষেত্রে, $h = u(t_1 + t) - \frac{1}{2}g(t_1+t)^2 = ut_1 + ut - \frac{1}{2}g(t_1^{\,2} + 2t_1t + t^2) \ldots\ldots$ (i)

২য় বস্তুর ক্ষেত্রে, $h = ut_1 - \frac{1}{2}gt_1^{\,2} \ldots\ldots$ (ii)

(i) − (ii) $\Rightarrow 0 = ut - \frac{1}{2}g(2t_1t + t^2) \Rightarrow 2u = g(2t_1 + t) \Rightarrow 2t_1 = \frac{2u}{g} - t \Rightarrow t_1 = \frac{2u - gt}{2g}$

(ii) হতে পাই, $h = u\left(\frac{2u-gt}{2g}\right) - \frac{1}{2}g\left(\frac{2u-gt}{2g}\right)^2 = u\left(\frac{2u-gt}{2g}\right) - \frac{4u^2 - 4ugt + g^2t^2}{8g}$

facebook.com/APBFans

$$= \frac{8u^2 - 4ugt - 4u^2 + 4ugt - g^2t^2}{8g} = \frac{4u^2 - g^2t^2}{8g}$$

$\therefore$ $\frac{4u^2 - g^2t^2}{8g}$ মিটার উচ্চতায় বস্তু দুটি মিলিত হয়। (প্রমাণিত)

8(c) একটি বস্তু196 ms^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ করা হল। অপর একটি বস্তু এর 6 সেকেন্ড পরে একই স্থান থেকে একই দিকে নিক্ষেপ করলে এরা পরস্পর প্রথম বস্তুটির বৃহত্তম উচ্চতায় মিলিত হয়। দ্বিতীয় বস্তুটির নিক্ষেপ বেগ নির্ণয় কর।

[বুয়েট '০৭]

সমাধান ঃ এখানে, ১ম বস্তুটির নিক্ষেপ বেগ $u = 196\ ms^{-1}$

$\therefore$ ১ম বস্তুটির বৃহত্তম উচ্চতায় উত্থানকাল $t = \frac{u}{g} = \frac{196}{9.8} = 20$ সেকেন্ড এবং

বৃহত্তম উচ্চতা $H = \frac{u^2}{2g} = \frac{(196)^2}{2\times 9.8} = 1960$ মিটার।

প্রশ্নমতে, ২য় বস্তুটি $(20 - 6) = 14$ সেকেন্ডে 1960 মিটার উচ্চতায় উঠে।

২য় বস্তুটির নিক্ষেপ বেগ u মি./সে. হলে $h = ut - \frac{1}{2}gt^2$ সূত্র দ্বারা পাই,

$$1960 = u\times 14 - \frac{1}{2}\times 9.8\times 14^2 \Rightarrow 14u = 1960 + 960{\cdot}4 = 2920{\cdot}4 \Rightarrow u = 208{\cdot}6$$

$\therefore$ দ্বিতীয় বস্তুটির নিক্ষেপ বেগ 208·6 মি./সে.।

8(d) একটি কণা u বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হল। এর n সে. পরে অপর একটি কণাকে একই স্থান হতে v বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হল। যদি তারা প্রথম কণাটির বৃহত্তম উচ্চতায় মিলিত হয় তবে দেখাও যে, $v - u = g^2n^2/2(u - ng)$.

প্রমাণ ঃ ১ম বস্তুটির বৃহত্তম উচ্চতায় উত্থানকাল $t = \frac{u}{g}$ সেকেন্ড এবং বৃহত্তম উচ্চতা $H = \frac{u^2}{2g}$ মিটার।

প্রশ্নমতে, ২য় বস্তুটি $(\frac{u}{g} - n) = \frac{u - ng}{g}$ সেকেন্ডে $\frac{u^2}{2g}$ মিটার উচ্চতায় উঠে।

$\therefore$ $h = ut - \frac{1}{2}gt^2$ সূত্র দ্বারা পাই, $\frac{u^2}{2g} = v\times(\frac{u - ng}{g}) - \frac{1}{2}g\times(\frac{u - ng}{g})^2$

$\Rightarrow u^2 = 2v(u - ng) - (u^2 - 2ung + n^2g^2) \Rightarrow u^2 = 2uv - 2vng - u^2 + 2ung - n^2g^2$

$\Rightarrow 2u^2 - 2uv + 2vng - 2ung = n^2g^2 \Rightarrow 2\{-u(v - u) + (v - u)ng\} = n^2g^2$

$\Rightarrow 2(v - u)(ng - u) = n^2g^2 \quad \therefore v - u = g^2n^2/2(u - ng)$.

8(e) 160ft উচ্চ একটি মিনারের শীর্ষ ও পাদদেশ থেকে দুটি বস্তু একই সময়ে যথাক্রমে 20 ft/s এবং 100 ft/s বেগে খাড়া উপরে নিক্ষেপ করা হল। তারা কোথায় কখন মিলিত হবে? মিলিত হবার সময় এদের গতির দিক নির্ণয় কর।

facebook.com/APBFans

সমাধান ঃ মনে করি, মিনারের শীর্ষ হতে নিক্ষিপ্ত বস্তুটি t সেকেন্ডে h ফুট উচ্চতায় উঠে এবং পাদদেশ থেকে নিক্ষিপ্ত বস্তুটি একই t সেকেন্ডে k ফুট উচ্চতায় উঠে ।

বস্তু দুটি t সেকেন্ডে মিলিত হলে, $k = h + 160 \Rightarrow 100t - \frac{1}{2}gt^2 = 20t - \frac{1}{2}gt^2 + 160$

$\Rightarrow 100t - 20t = 160 \Rightarrow t = 2$ এবং $k = 100 \times 2 - \frac{1}{2} \times 32 \times 4 = 200 - 64 = 136$

∴ নিক্ষিপ্ত হবার 2 সেকেন্ড পর ভূমি হতে 136 ফুট উচ্চতায় বস্তু দুটি মিলিত হয়।

এখন, $v = u - gt$ সূত্র দ্বারা পাই,

2 সেকেন্ড পর শীর্ষ হতে নিক্ষিপ্ত বস্তুটির বেগ $= 20 - 32 \times 2 = -44$ ফুট/সে. < 0, যা নিম্নমুখী।

2 সেকেন্ড পর পাদদেশ হতে নিক্ষিপ্ত বস্তুটির বেগ $= 100 - 32 \times 2 = 36$ ফুট/সে. > 0, যা ঊর্ধ্বমুখী।

8(f) একই স্থান থেকে দুটি পাথর খাড়া উপরে নিক্ষেপ করা হল। এদের একটি অপরটি অপেক্ষা 48 মিটার উপরে উঠে এবং নিক্ষেপণ বিন্দুতে 3 সেকেন্ড পর প্রত্যাবর্তন করে। পাথর দুইটির নিক্ষেপণ বেগ নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ মনে করি, পাথর দুইটির নিক্ষেপণ বেগ যথাক্রমে u_1 ও u_2 মি./সে. $(u_1 > u_2)$, বিচরণকাল T_1 ও T_2 সেকেন্ড এবং সর্বাধিক উচ্চতা H_1 ও H_2 মিটার।

প্রশ্নমতে, $T_1 - T_2 = 3 \Rightarrow \frac{2u_1}{g} - \frac{2u_2}{g} = 3 \Rightarrow u_1 - u_2 = \frac{3}{2} \times 9.8 = 14{\cdot}7$ ..... (i)

এবং $H_1 - H_2 = 48 \Rightarrow \frac{u_1^2}{2g} - \frac{u_2^2}{2g} = 48 \Rightarrow (u_1 + u_2)(u_1 - u_2) = 96 \times 9.8$

$\Rightarrow (u_1 + u_2) \times 14.7 = 940.8 \Rightarrow u_1 + u_2 = 64$ ..... ((ii)

(i) + (ii) $\Rightarrow 2u_1 = 78{\cdot}7 \therefore u_1 = 39{\cdot}35$ এবং $u_2 = 64 - 39{\cdot}35 = 24{\cdot}65$

∴ পাথর দুইটির নিক্ষেপণ বেগ যথাক্রমে 39·35 ও 24·65 মি./সে. ।

9(a) নির্দিষ্ট উচ্চতায় কোনো বিন্দু হতে দুইটি বস্তুর একটি খাড়া উপরে এবং অন্যটি নিম্নদিকে একই সময়ে একই বেগে নিক্ষেপ করা হল। প্রথমটি t_1 সময়ে এবং দ্বিতীয় t_2 সময়ে ভূমিতে পতিত হল। উক্ত বিন্দু হতে এদের যে কোনোটি অবাধে নিচে পড়লে দেখাও যে, $\sqrt{t_1 t_2}$ সময়ে তা ভূমিতে পৌঁছিবে।

প্রমাণ ঃ মনে করি, h উচ্চতায় কোনো বিন্দু হতে u বেগে বস্তু দুটি নিক্ষেপ করা হল। তাহলে,

উপরে নিক্ষিপ্ত বস্তুর ক্ষেত্রে, $h = -ut_1 + \frac{1}{2}gt_1^2$ ..... (i) এবং

নিম্নদিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর ক্ষেত্রে, $h = ut_2 + \frac{1}{2}gt_2^2$ ..... (ii)

(ii) − (i) $\Rightarrow 0 = u(t_1 + t_2) + \frac{1}{2}g(t_2^2 - t_1^2) \Rightarrow u = \frac{1}{2}g(t_1 - t_2)$

(ii) হতে পাই, $h = \frac{1}{2}g(t_1 - t_2) \times t_2 + \frac{1}{2}gt_2^2 = \frac{1}{2}g(t_1t_2 - t_2^2 + t_2^2) = \frac{1}{2}gt_1t_2$

ALL-PDF-BOOKS.BLOGSPOT.COM

facebook.com/APBFans

আবার, উক্ত বিন্দু হতে এদের যে কোনটি অবাধে নিচে পড়লে তা T সময়ে ভূমিতে পতিত হয়।

$h = 0 + \frac{1}{2}gT^2 \Rightarrow \frac{1}{2}gt_1t_2 = \frac{1}{2}gT^2 \Rightarrow T^2 = t_1t_2 \ \therefore T = \sqrt{t_1t_2}$ সময়ে তা ভূমিতে পৌছিবে।

9(b) একখন্ড পাথর একটি টাওয়ারের চূড়া থেকে $23.1\ ms^{-1}$ বেগে খাড়া উপরে নিক্ষেপ করা হল। এর 3 সেকেন্ড পরে একই স্থান থেকে অপর একখন্ড পাথর নিচে ফেলা হল। এরা একই সাথে ভূমিতে পতিত হলে টাওয়ারের উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ মনে করি, টাওয়ারের চূড়া থেকে নিক্ষিপ্ত পাথরটি t সেকেন্ডে ভূমিতে পতিত হয়। টাওয়ারের উচ্চতা h মিটার হলে, $h = -23{\cdot}1\ t + \frac{1}{2}gt^2$ ..... (i)

টাওয়ারের চূড়া থেকে পড়ন্ত অপর পাথরটি $(t-3)$ সেকেন্ডে ভূমিতে পতিত হয়।

$\therefore\ h = \frac{1}{2}g(t-3)^2 = \frac{1}{2}g(t^2 - 6t + 9)$ ..... (ii)

(ii) − (i) $\Rightarrow 0 = 23{\cdot}1\ t + \frac{1}{2}g(-6t+9) \Rightarrow 23{\cdot}1\ t + \frac{1}{2}\times 9{\cdot}8\times(-6t+9) = 0$

$\Rightarrow\ 23{\cdot}1\ t - 29{\cdot}4t\ + 44{\cdot}1 = 0 \Rightarrow 6{\cdot}3\ t = 44{\cdot}1 \Rightarrow\ t = 7$

$\therefore$ টাওয়ারের উচ্চতা $h = -23{\cdot}1\ \times 7 + \frac{1}{2}\times 9.8\times 49 = -161{\cdot}7 + 240{\cdot}1 = 78{\cdot}4$ মিটার।

10(a) f ms^{-2} সুষম ত্বরণে উঠন্ত একটি লিফ্টের উপর থেকে লিফ্টের সাপেক্ষে v ms^{-1} আপেক্ষিক বেগে খাড়া উর্ধ্বে একটি বল নিক্ষেপ করা হল। t সেকেন্ড পরে বলটি পুনরায় লিফ্টে ফিরে আসলে প্রমাণ কর যে, $f + g = 2v/t$

সমাধান ঃ মনে করি, বলটি নিক্ষেপের সময় লিফ্টের বেগ ছিল u মি./সে.। যেহেতু লিফ্টের সাপেক্ষে বলটির আপেক্ষিক বেগে v মি./সে., সেহেতু বলটির খাড়া উপরের দিকে প্রকৃত বেগ = (u + v) মি./সে.।

বলটি নিক্ষিপ্ত হবার t সেকেন্ড পরে পুনরায় তা লিফ্টে ফিরে আসে বিধায় লিফ্ট ও বল উভয়ে t সেকেন্ডে একই উচ্চতা h মিটার (ধরি) অতিক্রম করে।

$\therefore$ বলটির ক্ষেত্রে, $h = (u+v)t - \frac{1}{2}gt^2$ ..... (i) এবং লিফ্টের ক্ষেত্রে, $h = ut + \frac{1}{2}ft^2$ ..... (ii)

(i) − (ii) $\Rightarrow 0 = vt - \frac{1}{2}gt^2 - \frac{1}{2}ft^2 \Rightarrow v = \frac{1}{2}(g+f)t \ \therefore\ f + g = 2v/t$ (Proved)

10(b) স্থিতাবস্থায় ভূপৃষ্ঠ হতে 4 ফুট/সে.^{2} সমত্বরণে উর্ধ্বগামী একটি লিফ্ট 8 সেকেন্ড উঠার মুহূর্তে একটি বস্তু নিচে ফেলা হলে কত সময়ে তা ভূপৃষ্ঠে পড়বে?

সমাধান ঃ এখানে, ত্বরণ f = 4 ফুট/সে.^{2}, সময় t = 8 সেকেন্ড। ধরি, লিফ্টটি 8 সেকেন্ডে h ফুট উঠে v ফুট/সে. গতিবেগ প্রাপ্ত হয়।

$\therefore\ v = u + ft = 0 + 4\times 8 = 32$ এবং $h = ut + \frac{1}{2}ft^2 = 0 + \frac{1}{2}\times 4\times 8^2 = 128$

বস্তুটি ফেলার t সেকেন্ড পর ভূমিতে পতিত হলে, $128 = -32t + \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 128 = -32t + \frac{1}{2}\times 32\times t^2$

facebook.com/APBFans

$\Rightarrow t^2 - 2t - 8 = 0 \Rightarrow (t-4)(t+2) = 0 \Rightarrow t = 4, [\because t>0]$

$\therefore$ বস্তুটি ফেলার 4 সেকেন্ড পর তা ভূমিতে পতিত হয়।

11(a) একটি খাড়া টাওয়ারের শীর্ষবিন্দু থেকে একটি কণা নিচে ছেড়ে দেয়া হল। কণাটি এর শেষতম সেকেন্ডে টাওয়ারের উচ্চতার $\frac{8}{9}$ অংশ অতিক্রম করে। টাওয়ারের উচ্চতা নির্ণয় কর। [য.'০৫]

সমাধান ঃ মনে করি, টাওয়ারের উচ্চতা h মিটার এবং কণাটি t সেকেন্ডে h মিটার অতিক্রম করে।

$\therefore h = 0 + \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}gt^2$ ..... (i).

প্রশ্নমতে, শেষতম অর্থাৎ t তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $\frac{8}{9}h = 0 + \frac{1}{2}g(2t-1)$

$\Rightarrow \frac{8}{9} \times \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}g(2t-1) \Rightarrow \frac{8}{9}t^2 = 2t - 1 \Rightarrow 8t^2 - 18t + 9 = 0 \Rightarrow 8t^2 - 12t - 6t + 9 = 0$

$\Rightarrow 4t(2t-3) - 3(2t-3) = 0 \Rightarrow (2t-3)(4t-3) = 0 \therefore t = \frac{3}{2}, [\because t>1, \therefore 4t-3 \neq 0]$

$\therefore$ টাওয়ারের উচ্চতা $h = \frac{1}{2} \times 9.8 \times (\frac{3}{2})^2 = 11{\cdot}025$ মিটার।

11(b) অবাধে পতনশীল একটি বস্তুর পতনকালের শেষতম সেকেন্ডে 93·1 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করল। কত উঁচু থেকে বস্তুটি পড়েছিল? বস্তুটির পতনকাল নির্ণয় কর। ($g = 9.81\ ms^{-2}$)

ALL-PDF-BOOKS.BLOGSPOT.COM

সমাধান ঃ মনে করি, বস্তুটি h মিটার উঁচু থেকে পড়েছিল এবং পতনকাল t সেকেন্ড। $\therefore h = \frac{1}{2}gt^2$ .....(i)

এখন, শেষতম অর্থাৎ t তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব $= 0 + \frac{1}{2}g(2t-1) = 93{\cdot}1 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 9.8 \times (2t-1) = 93{\cdot}1$

$\Rightarrow 2t - 1 = 19 \Rightarrow 2t = 20 \Rightarrow t = 10$

$\therefore$ বস্তুটির পতনকাল $t = 10$ সেকেন্ড এবং নির্ণেয় উচ্চতা $h = \frac{1}{2} \times 9.8 \times 10^2 = 490$ মিটার।

11(c) একখন্ড পাথর কোন নির্দিষ্ট উচ্চতা হতে ফেলে দেয়া হলে তা শেষ t সেকেন্ডে h মিটার দূরত্ব অতিক্রম করে। দেখাও যে, পতনের মোট সময় $(\frac{h}{gt} + \frac{t}{2})$ সেকেন্ড।

প্রমাণ ঃ মনে করি, পাথরটি H মিটার উঁচু থেকে পড়েছিল এবং পতনকাল T সেকেন্ড। $\therefore H = \frac{1}{2}gT^2$ ..... (i)

প্রথম $(T-t)$ সেকেন্ডে পাথরটির অতিক্রান্ত দূরত্ব H_1 মিটার হলে, $H_1 = \frac{1}{2}g(T-t)^2$ ..... (ii)

$\therefore$ শেষ t সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব $h = H - H_1 = \frac{1}{2}gT^2 - \frac{1}{2}g(T-t)^2 = \frac{1}{2}g(T^2 - T^2 + 2Tt - t^2)$

facebook.com/APBFans

$\Rightarrow \frac{2h}{g} = 2Tt - t^2 \Rightarrow 2Tt = \frac{2h}{g} + t^2 \Rightarrow T = \frac{h}{gt} + \frac{t}{2}$ ∴ পতনের মোট সময় $(\frac{h}{gt} + \frac{t}{2})$ সেকেন্ড।

11(d) একটি বস্তু কণা খাড়াভাবে উপরে নিক্ষিপ্ত হল। প্রমাণ কর যে, তা যে যে সময়ে সর্বোচ্চ উচ্চতার $\frac{3}{4}$ অংশে অবস্থান করে তাদের অনুপাত 1 : 3.

প্রমাণ ঃ মনে করি, কণাটির নিক্ষেপণ বেগ u এবং সর্বাধিক উচ্চতা H. তাহলে, $H = \frac{u^2}{2g}$ ... ...(i)

কণাটি t সময়ে $\frac{3}{4}$ H উচ্চতায় অবস্থান করলে, $\frac{3}{4}H = ut - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \frac{3}{4} \times \frac{u^2}{2g} = ut - \frac{1}{2}gt^2$, [(i) দ্বারা]

$\Rightarrow 3u^2 = 8gut - 4g^2t^2 \Rightarrow 4g^2t^2 - 8gut + 3u^2 = 0$, যা t এর একটি দ্বিঘাত সমীকরণ। কাজেই t এর দুইটি মান থাকবে। ধরি , t এর মান দুইটি t_1, t_2 $(t_1 > t_2)$, যখন কণাটির $\frac{3}{4}H$ উচ্চতায় উত্থানকাল t_2 এবং পতনকাল t_1।

∴ $t_1 + t_2 = -\frac{-8gu}{4g^2} = \frac{2u}{g}$ ... ...(ii) এবং $t_1 t_2 = \frac{3u^2}{4g^2}$.

এখন, $t_1 - t_2 = \sqrt{(t_1 + t_2)^2 - 4t_1t_2} = \sqrt{\frac{4u^2}{g^2} - 4 \times \frac{3u^2}{4g^2}} = \sqrt{\frac{u^2}{g^2}} = \frac{u}{g}$ ... ... (iii)

(ii) + (iii) $\Rightarrow 2t_1 = \frac{3u}{g} \Rightarrow t_1 = \frac{3u}{2g}$ এবং (ii) − (iii) $\Rightarrow 2t_2 = \frac{u}{g} \Rightarrow t_2 = \frac{u}{2g}$

∴ নিণেয় অনুপাত = $t_2 : t_1 = \frac{u}{2g} : \frac{3u}{2g} = 1 : 3$ (Proved)

11(e) তিনটি বল h_1, h_2, h_3 উচ্চতা থেকে যথাক্রমে u_1, u_2, u_3 বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হল। এরা একই সাথে ভূমিতে পতিত হলে প্রমাণ কর যে, $h_1(u_2 - u_3) + h_2(u_3 - u_1) + h_3(u_1 - u_2) = 0$

প্রমাণ ঃ মনে করি, খাড়া উপরে নিক্ষেপ করার t সময় পরে বল তিনটি ভূমিতে পতিত হয়।

∴ $h_1 = -u_1t + \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow h_1(u_2 - u_3) = -u_1(u_2 - u_3)t + (u_2 - u_3) \times \frac{1}{2}gt^2$ ... ... (i)

$h_2 = -u_2t + \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow h_2(u_3 - u_1) = -u_2(u_3 - u_1)t + (u_3 - u_1) \times \frac{1}{2}gt^2$ ... ... (ii)

$h_3 = -u_3t + \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow h_3(u_1 - u_2) = -u_3(u_1 - u_2)t + (u_1 - u_2) \times \frac{1}{2}gt^2$ ... ... (iii)

(i) + (ii) + (iii) $\Rightarrow h_1(u_2 - u_3) + h_2(u_3 - u_1) + h_3(u_1 - u_2) = 0$

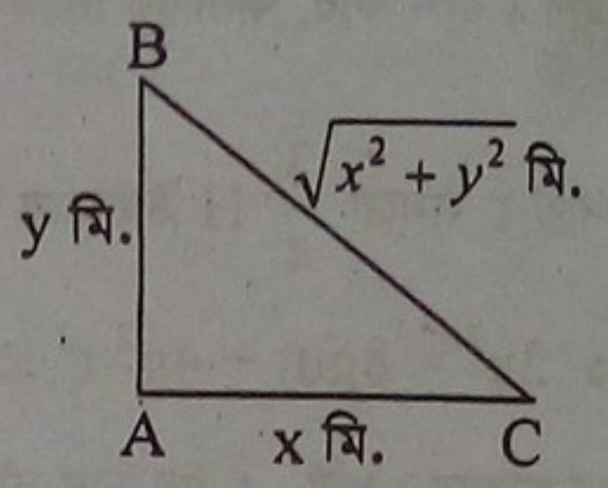
12(a) $\sqrt{2gy}$ ms^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে উঠন্ত একটি রকেট এর বৃহত্তম উচ্চতায় ফেটে গেল। এর শব্দ $\frac{1}{n}$ সেকেন্ডের ব্যবধানে রকেটের যাত্রাস্থান ও এ থেকে x মিটার অনুভূমিক দূরত্বে দুই স্থানে শোনা গেল। প্রমাণ কর যে ,

facebook.com/APBFans

শব্দের বেগ $v = n(\sqrt{x^2+y^2} - y)\, ms^{-1}$ [চ.'১০; দি.'১০]

প্রমাণ ঃ মনে করি, A বিন্দু হতে $u = \sqrt{2gy}$ মি./ সে. বেগে খাড়া উপরের দিকে উঠন্ত রকেটটি B বিন্দুতে ফেটে যায় এবং A থেকে x মিটার অনুভূমিক দূরত্বের বিন্দুটি C। তাহলে, $AB = \frac{u^2}{2g} = \frac{2gy}{2g} = y$, $AC = x$ মিটার এবং $BC = \sqrt{x^2+y^2}$ মিটার।

ধরি, B তে সৃষ্ট শব্দ A ও C তে আসতে যথাক্রমে t_1 ও t_2 সেকেন্ড সময় লাগে ($t_2 > t_1$)। দেওয়া আছে, শব্দের বেগ v মি./সে.।



$\therefore$ $BA = y = vt_1 \Rightarrow t_1 = \frac{y}{v}$ এবং $BC = \sqrt{x^2+y^2} = vt_2$

$\Rightarrow t_2 = \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{v}$

প্রশ্নমতে, $t_2 - t_1 = \frac{1}{n} \Rightarrow \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{v} - \frac{y}{v} = \frac{1}{n}$ $\therefore$ শব্দের বেগ $v = n(\sqrt{x^2+y^2} - y)$ মিটার / সেকেন্ড।

12(b) অবাধে পতনশীল একটি বস্তু 49 ms^{-1} বেগে কোন একটি নির্দিষ্ট বিন্দু অতিক্রম করে। এর পূর্ববর্তী ও পরবর্তী 3 সেকেন্ডে বস্তুটির অবস্থান নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ মনে করি, পতনশীল বস্তুটি $v = 49$ মি./সে. বেগে নির্দিষ্ট বিন্দু অতিক্রম করার 3 সেকেন্ড পূর্বে এর বেগ ছিল u মি./সে.। তাহলে, $v = u + gt$ সূত্র হতে পাই, $49 = u + 9{\cdot}8 \times 3 \Rightarrow u = 49 - 29{\cdot}4 = 19{\cdot}6$

$\therefore$ $h = ut + \frac{1}{2}gt^2$ সূত্র হতে পাই,

নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে পূর্ববর্তী 3 সেকেন্ডে বস্তুটির অবস্থান $19{\cdot}6 \times 3 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times 9 = 102{\cdot}9$ মিটার উপরে।

এবং নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে পরবর্তী 3 সেকেন্ডে বস্তুটির অবস্থান $49 \times 3 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times 9 = 191{\cdot}1$ মিটার নিচে।

বিকল্প পদ্ধতি ঃ মনে করি, বস্তুটি t সেকেন্ড আবাধে পতনের পর $v = 49$ মি./সে. বেগে নির্দিষ্ট বিন্দু অতিক্রম করে। তাহলে, $v = 0 + gt \Rightarrow 49 = 9{\cdot}8t \Rightarrow t = 5$.

$\therefore$ পতনশীল বিন্দু হতে নির্দিষ্ট বিন্দুর দূরত্ব $= \frac{1}{2} \times 9.8 \times 5^2 = 122{\cdot}5$ মিটার।

পতনশীল বিন্দু হতে বস্তুটি $(5 - 3) = 2$ সেকেন্ডে $\frac{1}{2} \times 9.8 \times 2^2 = 19{\cdot}6$ মিটার এবং $(5 + 3) = 8$ সেকেন্ডে $\frac{1}{2} \times 9.8 \times 8^2 = 313{\cdot}6$ মিটার অতিক্রম করে।

নির্দিষ্ট বিন্দুর হতে পূর্ববর্তী 3 সেকেন্ডে বস্তুটির অবস্থান $(122{\cdot}5 - 19{\cdot}6) = 102{\cdot}9$ মিটার উপরে এবং পরবর্তী 3 সেকেন্ডে এর অবস্থান $(313{\cdot}6 - 122{\cdot}5) = 191{\cdot}1$ মিটার নিচে।

facebook.com/APBFans

12(c) একটি পতনশীল কণা কিছুক্ষণ অবাধে পতনের পর দেখা গেল পরবর্তী 4 সেকেন্ডে 93·2 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করে। পরবর্তী 4 সেকেন্ডে কত দূরত্ব অতিক্রম করবে?

সমাধান ঃ মনে করি, কণাটি t সেকেন্ড আবাধে পতনের পর পরবর্তী 4 সেকেন্ডে 93·2 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করে। তাহলে, t সেকেন্ড পরে বেগ = gt = 9·8t মি./সে.।

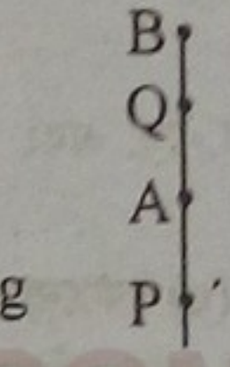
আবার, $93\cdot2 = 9\cdot8t\times4 + \frac{1}{2}\times9.8\times16 \Rightarrow 39\cdot2\,t = 93\cdot2 - 78\cdot4 \Rightarrow t = \frac{14.8}{39.2}$.

পরবর্তী 4 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব d মিটার হলে, $93\cdot2 + d = 9\cdot8t\times8 + \frac{1}{2}\times9.8\times8^2$

$\Rightarrow d = 9\cdot8\times\frac{14.8}{39.2}\times8 + \frac{1}{2}\times9.8\times8^2 - 93\cdot2 = 29\cdot6 + 313\cdot6 - 93\cdot2 = 250$ মিটার।

13. f সমত্বরণে খাড়া উর্ধ্বগামী একটি এরোপ্লেন থেকে একটি বল ফেলে দেয়া হল। 4 সে. পর ইহা থেকে অপর একটি বল ফেলে দেয়া হল । দেখাও যে, ২য় বল ফেলার 2 সে. পর বল দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব হবে 16(g + f) ।

প্রমাণ ঃ মনে করি, A বিন্দু হতে ১ম বলটি ফেলে দেয়া হল যখন এরোপ্লেন এর বেগ u । 4 সে. পর ইহা B বিন্দুতে পৌছা মাত্র ২য় বলটি ফেলে দেয়া হল। তাহলে, ২য় বলটির নিক্ষেপণ বেগ = (u + 4f).



6 সেকেন্ড পর ১ম বলটির অবস্থান P এবং 2 সেকেন্ড পর ২য় বলটির অবস্থান Q হলে,

$-AP = u\times6 - \frac{1}{2}g\times6^2 = 6u - 18g$ এবং $-BQ = (u + 4f)\times2 - \frac{1}{2}\times g\times2^2 = 2u + 8f - 2g$

ALL-PDF-BOOKS.BLOGSPOT.COM

4 সেকেন্ডে এরোপ্লেন এর অতিক্রান্ত দূরত্ব $AB = u\times4 + \frac{1}{2}\times f\times4^2 = 4u + 8f$

$\therefore\ PQ = AP + AB - BQ = -6u + 18g + 4u + 8f + 2u + 8f - 2g = 16g + 16f = 16(g + f)$

14. একটি ক্রিকেট বল খাড়া উপরে নিক্ষেপ করা হল। সর্বাধিক উচ্চতায় পৌছার শেষ অর্ধ সেকেন্ডে বলটি কত দূরত্ব অতিক্রম করবে?

সমাধান ঃ সর্বাধিক উচ্চতায় পৌছার শেষ অর্ধ সেকেন্ডে বলটির উত্থানে অতিক্রান্ত দূরত্ব

= সর্বাধিক উচ্চতা থেকে প্রথম অর্ধ সেকেন্ডে বলটির পতনে অতিক্রান্ত দূরত্ব, [∵ উত্থানকাল = পতনকাল]

$= 0\times\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\times g\times(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{8}\times32$ ফুট = 4 ফুট।

প্রশ্নমালা IX E

1(a) একটি বস্তু 98 ms^{-1} বেগে অনুভূমিক তলের সাথে 60° কোণে প্রক্ষিপ্ত হল। 320 m উচ্চতায় তার বেগের মান ও দিক নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ দেওয়া আছে, বস্তুটির নিক্ষেপণ বেগ u = 98 মি./সে., নিক্ষেপণ কোণ $\alpha = 60°$।

ধরি, 320 মি. উচ্চতায় বস্তুটির বেগ v মি./সে. এবং তা অনুভূমিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে। তাহলে,

$v^2\sin^2\theta = (u\sin\alpha)^2 - 2gh = (98\times\sin60°)^2 - 2\times9\cdot8\times320 = 7203 - 6272 = 931$

$v\cos\theta = u\cos\alpha = 98\times\cos60° = 49 \Rightarrow v^2\cos^2\theta = 49^2$

facebook.com/APBFans