

প্রশ্নমালা 7.1

প্রমাণ কর : (প্রশ্ন 1 - 19)

1. (i) $\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{1}{3} = \frac{\pi}{4}$.

(ii) $\tan^{-1} \frac{1}{5} + \tan^{-1} \frac{1}{7} + \tan^{-1} \frac{11}{23} = \frac{\pi}{4}$.

(iii) $\tan^{-1} \frac{1}{3} - \tan^{-1} \frac{1}{5} + \tan^{-1} \frac{1}{7} = \tan^{-1} \frac{3}{11}$.

2. (i) $2 \tan^{-1} \frac{1}{3} + \tan^{-1} \frac{1}{7} = \frac{\pi}{4}$ [রা. '০৫]

(ii) $\tan^{-1} \frac{1}{4} + \tan^{-1} \frac{2}{9} + \tan^{-1} \frac{1}{5} + \tan^{-1} \frac{1}{8} = \frac{\pi}{4}$.

(iii) $2 \tan^{-1} \frac{1}{5} + \tan^{-1} \frac{1}{7} + 2 \tan^{-1} \frac{1}{8} = \frac{\pi}{4}$.

3. (i) $\sin^{-1} \frac{4}{5} + \cos^{-1} \frac{2}{\sqrt{5}} = \tan^{-1} \frac{11}{2}$ [ব. '১০; সি. '১২; দি. '১৩]

(ii) $\sin^{-1} \frac{1}{3} + \cos^{-1} \sqrt{\frac{2}{3}} = \tan^{-1} \sqrt{2}$. (iii) $\sec^{-1} \frac{13}{5} - \operatorname{cosec}^{-1} \frac{\sqrt{5}}{2} = \tan^{-1} \frac{2}{29}$ [চ. '০২]

4. (i) $\cot^{-1} \frac{5}{3} + \sin^{-1} \frac{3}{5} = \tan^{-1} \frac{27}{11}$ [বুয়েট '০৩-'০৪] (ii) $\cos^{-1} \frac{63}{65} + 2 \tan^{-1} \frac{1}{5} = \tan^{-1} \frac{3}{4}$.

(iii) $\cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{2} \sin^{-1} \frac{3}{5} + \tan^{-1} \frac{1}{3} = \tan^{-1} 2$.

[য. '১৩; চ.সি. '১১; ঢা. কু. দি. '১৪; ঢা. '১৪, '১৬]

5. (i) $\sin^{-1} \frac{3}{5} + \frac{1}{2} \cos^{-1} \frac{5}{13} - \cot^{-1} 2 = \tan^{-1} \frac{28}{29}$ [কু. '১২; ব.চ.সি. '১৩; রা. '১৪]

(ii) $\sin^{-1} \frac{2a}{1+a^2} - \cos^{-1} \frac{1-b^2}{1+b^2} = 2 \tan^{-1} x$ হলে দেখাও যে, $x = \frac{a-b}{1+ab}$ [সি. '০৩; য. '০৫; দি. '১১]

6. $4 \sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{17}} - \tan^{-1} \frac{79}{401} = \frac{\pi}{4}$.

7. (i) $\tan^{-1} \frac{2}{3} = \frac{\pi}{2} - \sec^{-1} \frac{\sqrt{13}}{2}$; [সি. '১০; ঢা. '১১]

(ii) $\tan^{-1} \frac{1}{4} + \tan^{-1} \frac{2}{9} = \frac{1}{2} \cos^{-1} \frac{3}{5}$.

8. $4 \left(\sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{5}} + \cot^{-1} 3 \right) = \pi$. [ঢা. '০৯; ব. '১১; দি. '১২]

9 (i) $\{\cos(\sin^{-1} x)\}^2 = \{\sin(\cos^{-1} x)\}^2$

(ii) $2 \sin^{-1} x = \sin^{-1} (2x \sqrt{1-x^2})$.

(iii) $\sin(3 \sin^{-1} x) = 3x - 4x^3$.

(iv) $\cos \left(2 \tan^{-1} \frac{1}{7} \right) = \sin \left(4 \tan^{-1} \frac{1}{2} \right)$ [রা. '১৩]

(v) $\sin^{-1}(-\cos x) + \sin^{-1}(\cos 3x) = 2x$ [ঢা. দি. সি. '০৯]

(vi) $\sin^{-1}(\sqrt{2} \sin \theta) + \sin^{-1}(\sqrt{\cos 2\theta}) = \frac{\pi}{2}$ [কু. য. '১১, ব. '১৩; দি. '১৪]

10. $\cos^{-1} \sqrt{\frac{2}{3}} - \cos^{-1} \frac{\sqrt{6+1}}{2\sqrt{3}} = \frac{\pi}{6}$.

11. $\tan(2 \tan^{-1} x) = 2 \tan(\tan^{-1} x + \tan^{-1} x^3)$. [কু. '০৭; চ. '০৯, '১৪]

12. $\tan^{-1} \left(\frac{1}{2} \tan 2A \right) + \tan^{-1}(\cot A) + \tan^{-1}(\cot^3 A) = 0$.

13. $\tan^{-1}\{(\sqrt{2}+1) \tan \alpha\} - \tan^{-1}\{(\sqrt{2}-1) \tan \alpha\} = \tan^{-1}(\sin 2\alpha)$. [চ. '১০, দি. '১৩]

14. (i) $\tan^{-1} \sqrt{x} = \frac{1}{2} \cos^{-1} \frac{1-x}{1+x}$. [কু. '০৮; টেক্সটাইন '০৮-০৯]

(ii) $\tan^{-1} x = \frac{1}{2} \operatorname{cosec}^{-1} \frac{1+x^2}{2x}$.

(iii) $2 \tan^{-1} \left\{ \sqrt{\frac{a-b}{a+b}} \tan \frac{\theta}{2} \right\} = \cos^{-1} \frac{b+a \cos \theta}{a+b \cos \theta}$. [কু. '০৮, '১১; য. '০৯, সি. '১৩; ঢা. '১৪]

(iv) $2 \tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{a}{b}} \tan \frac{\theta}{2} \right) = \sin^{-1} \frac{2\sqrt{ab} \sin \theta}{b+a+(b-a) \cos \theta}$

(v) $\tan \left\{ \frac{1}{2} \sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2} + \frac{1}{2} \cos^{-1} \frac{1-x^2}{1+x^2} \right\} = \frac{2x}{1-x^2}$. [কু. '১৪]

15. $\tan^{-1} \frac{a^2-b^2}{1+a^2b^2} + \tan^{-1} \frac{b^2-c^2}{1+b^2c^2} + \tan^{-1} \frac{c^2-a^2}{1+c^2a^2} = 0$.

16. $\tan^{-1} x = 2 \tan^{-1} [\operatorname{cosec} \tan^{-1} x - \tan \cot^{-1} x]$. [দি. '১০; রা. '১১; য. '১২]

17. (i) $\sec^2(\tan^{-1} 2) + \operatorname{cosec}^2(\cot^{-1} 3) = 15$, [ব. '১২; ঢা. রা. '১৩; চ. সি. '১৪]

(ii) $\sec^2(\tan^{-1} 4) + \tan^2(\sec^{-1} 3) = 25$, [কু. '১৩; ছয়েট '১১-'১২]

(iii) $\sin^2(\cos^{-1} \frac{1}{3}) - \cos^2(\sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}}) = \frac{2}{9}$. [রা. চ. '০৭; টেক্সটাইন '০৯-'১০]

(iv) $\operatorname{cosec}^2(\tan^{-1} \frac{1}{2}) - 3 \sec^2(\cot^{-1} \sqrt{3}) = 1$. [ঢা. '০৩]

18. (i) $\cot \cos^{-1} \sin \tan^{-1} \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$. [ঢা. '০২, রা. '১৬]

(ii) $\sin \cot^{-1} \tan \cos^{-1} x = x$. [রা. '০৮; ব. '০৯; সি. '১১; রা. '১২; সি.; য. '১৪]

(iii) $\cos \tan^{-1} \cot \sin^{-1} x = x$.

(iv) $\cos \tan^{-1} \sin \cot^{-1} x = \sqrt{\frac{1+x^2}{2+x^2}}$. [য. দি. '০৯; ঢা. '১০; চ. '১২]

$$(v) \sin \cos^{-1} \tan \sec^{-1} \frac{x}{y} = \frac{\sqrt{2y^2 - x^2}}{y} \quad [\text{সি. '০৯, ব. '১১; ব. '১৪}]$$

$$(vi) \cot \cos^{-1} \sin \tan^{-1} x = x \quad [\text{দি. '১৬}]$$

19. (i) যদি $\sin^{-1} x + \sin^{-1} y = \frac{\pi}{2}$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, (i) $x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2} = 1$.

$$(ii) x^2 + y^2 = 1.$$

[য. '১০, '১৪; ব. রা. '১২; ঢা. '১৩]

20. (i) $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y + \tan^{-1} z = \pi$ হলে প্রমাণ কর যে, $x + y + z = xyz$. [কু. '১২]

(ii) $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y + \tan^{-1} z = \frac{\pi}{2}$ হলে, দেখাও যে, $yz + zx + xy = 1$.

(iii) $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y + \cos^{-1} z = \pi$ হলে, প্রমাণ কর যে, $x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1$. [কু. '১৬]

(iv) যদি $A + B + C = \pi$, $\tan^{-1} 2 = A$ এবং $\tan^{-1} 3 = B$ হয়, তবে দেখাও যে, $C = \frac{\pi}{4}$.

[চ. '১৩, '১৬]

(v) $\tan^{-1} x + \frac{1}{2} \sec^{-1} \frac{1+y^2}{1-y^2} + \frac{1}{2} \operatorname{cosec}^{-1} \frac{1+z^2}{2z} = \pi$ হলে দেখাও যে, $x + y + z = xyz$.

[চ. '১১]

21. (i) $\sin(\pi \cos \theta) = \cos(\pi \sin \theta)$ হলে, দেখাও যে, $\theta = \pm \frac{1}{2} \sin^{-1} \frac{3}{4}$.

[ঢা. '১০; দি. '১২; কু. '১৩]

(ii) $\sin(\pi \cos \theta) = \cos(\pi \sin \theta)$ হলে, দেখাও যে, $\theta = \pm \frac{\pi}{4} + \cos^{-1} \frac{1}{2\sqrt{2}}$. [য. '১৬]

(iii) $\sec \theta - \operatorname{cosec} \theta = \frac{4}{3}$ হলে দেখাও যে, $\theta = \frac{1}{2} \sin^{-1} \frac{3}{4}$.

22. $\cos^{-1} \frac{x}{a} + \cos^{-1} \frac{y}{b} = \theta$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\frac{x^2}{a^2} - \frac{2xy}{ab} \cos \theta + \frac{y^2}{b^2} = \sin^2 \theta$. [ব. রা '১৪]

23. সমাধান কর :

(a) $\tan^{-1} \frac{1-x}{1+x} = \frac{1}{2} \tan^{-1} x$

[বুয়েট '০৬-'০৭]

(b) $\tan^{-1} \frac{x-1}{x-2} + \tan^{-1} \frac{x+1}{x+2} = \frac{\pi}{4}$

(c) $\tan(\cos^{-1} x) = \sin(\tan^{-1} 2)$. [বুয়েট '১২-'১৩]

(d) $\cos^{-1} x - \sin^{-1} x = \cos^{-1} x\sqrt{3}$;

(e) $\tan^{-1} x + 2 \cot^{-1} x = \frac{2\pi}{3}$. [বুয়েট '১০-'১১]

(f) $\sec^{-1} \frac{x}{a} - \sec^{-1} \frac{x}{b} = \sec^{-1} b - \sec^{-1} a$.

(g) $\tan^{-1} \sin \tan^{-1} x = \cos^{-1} \sqrt{\frac{3}{5}}$.

(h) $\tan^{-1} \frac{x-1}{x+1} + \tan^{-1} \frac{2x-1}{2x+1} = \tan^{-1} \frac{23}{36}$.

উত্তরমালা

23. (a) $\frac{1}{\sqrt{3}}$; (b) $\pm \frac{1}{\sqrt{2}}$; (c) $\frac{\sqrt{5}}{3}$; (d) $0, \pm \frac{1}{2}$; (e) $\sqrt{3}$; (f) ab ; (g) $\sqrt{2}$; (h) $\frac{4}{3}$.

প্রশ্নমালা 7.2

1. সমাধান কর : (যখন $0^\circ < \theta < 360^\circ$)

(i) $\tan^2 \theta + \cot^2 \theta = 2$; [ব. '০৭] (ii) $4(\cos^2 \theta + \sin \theta) = 5$; [দি. '১২]

(iii) $2 \sin^2 \theta - 5 \cos \theta + 1 = 0$; (iv) $2(\sin \theta \cos \theta + \sqrt{3}) = \sqrt{3} \cos \theta + 4 \sin \theta$;

(v) $\tan^2 \theta + \sec \theta = -1$; (vi) $3 \tan^2 \theta + 1 = \frac{2\sqrt{3}}{\cot \theta}$; (vii) $3 \tan^2 \theta - 4\sqrt{3} \sec \theta + 7 = 0$;

(viii) $\cot^2 \theta - 2\sqrt{2} \operatorname{cosec} \theta + 3 = 0$; (ix) $1 - 2 \sin \theta - 2 \cos \theta + \cot \theta = 0$. [চ. '১৬]

সাধারণ সমাধান কর : (ব্যবধির উল্লেখ থাকলে সম্ভাব্য মানগুলিসহ)

2. $\tan^2 x + \sec^2 x = 3$. 3. (i) $\tan x + \tan 3x = 0$. (ii) $\cot 2x - \cot 4x = \sqrt{2}$.

4. (i) $\tan \theta + \cot \theta = 2$.

(ii) $\cot \theta - \tan \theta = 2$, যখন $0 < \theta < 2\pi$.

(iii) $\tan^2 \theta - 2\sqrt{3} \sec \theta + 4 = 0$. [রা. '১৪]

(iv) $\tan^2 \theta - 3 \operatorname{cosec}^2 \theta + 1 = 0$. [বুয়েট '০৩-'০৪; টেক্সটাইন '০৫-'০৬]

5. $\operatorname{cosec} x + \cot x = \sqrt{3}$.

6. $\sec^2 \frac{x}{2} = 2\sqrt{2} \tan \frac{x}{2}$. [ব. '১৩]

7. (i) $4(\sin^2 \theta + \cos \theta) = 5$, যখন $-2\pi < \theta < 2\pi$; [ব.সি.রা. '১০; চ. '১১]

(ii) $\sec^2 \theta + \tan^2 \theta = 3 \tan \theta$. [দি. '০৯]

8. $2 \sin^2 \theta = 3 \cos \theta$, যখন $0 < \theta < 2\pi$. [য. '০৯]

9. $\cot \theta + \tan \theta = 2 \sec \theta$, যখন $-2\pi < \theta < 2\pi$.

[ঢা. '১০; দি. '১১; সি. '১২, '১৬; য. '১২; চ. '১৩; কু. '১৪]

10. (i) $\sin^2 2\theta - 3 \cos^2 \theta = 0$; [কু. '১০; চ. '১১] (ii) $\cos 2x + \sin x = 1$.

11. $2 \sin x \sin 3x = 1$, যখন $0 < x < 2\pi$. [রা. '১০; দি. '১২; য. '১৩, '১৬; ঢা. '১৪]

12. $4 \sin \theta \cos \theta = 1 - 2 \sin \theta + 2 \cos \theta$; যখন $0^\circ < \theta < 180^\circ$. [সি. '১৩]

13. (i) $\tan^3 \theta - \sec^2 \theta = 4 \tan^2 \theta - 5 \tan \theta$;

(ii) $\sin 2x \tan x + 1 = \sin 2x + \tan x$;

(iii) $\cos^3 x - \cos x \sin x = \sin^3 x + 1$;

(iv) $\sin 2\theta + 4 \cos \theta = \sqrt{3} \sin \theta + 2\sqrt{3}$.

14. $\frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} + \tan \theta = 2$. [সি. '১৩]

15. $\sin^2 2\theta - \sin^2 \theta = \frac{1}{3} \sin 3\theta$.

16. (i) $\cot 2x = \cos x + \sin x$. [কু. '১১]

(ii) $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin 2x$

(iii) $\frac{\sqrt{3}}{\sin 2x} - \frac{1}{\cos 2x} = 4$. [বুয়েট '০৬-'০৭]

17. $\cos x + \sqrt{3} \sin x = \sqrt{2}$. [য. '১২; সি. '১৪, '১৬; চ. '১৪]

18. (i) $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

(ii) $\sin \theta + \cos \theta = 1$ [সি. '০৯; চ. '১০; দি. '১৬]

(iii) $\cos \theta - \sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$, যখন $-\pi < \theta < \pi$. [দি. কু. '১৩]

19. (i) $\sin x + \sqrt{3} \cos x = \sqrt{3}$;

(ii) $\sqrt{3} \cos x + \sin x = 1$; যখন $-2\pi < x < 2\pi$. [য. '১০, '১৪; ঢা. '১১; ব. '১৪]

20. $\sqrt{3} \sin \theta - \cos \theta = 2$, যখন $-2\pi < \theta < 2\pi$.

[ঢা. '১৩, '১৬; রা. '১১; চ. '১২; বুয়েট ছুয়েট '০৭-'০৮]

21. $\cos \theta + 2 \sin \theta = 1$. [বুয়েট '০৫-'০৬]

22. $\sin x + \cos x = \sin 2x + \cos 2x$. [য. '১১; চ. '১২; ঢা. '১৩; দি. য. '১৪]

23. $\operatorname{cosec} \theta + \sec \theta = 2\sqrt{2}$. 24. $\cos 3\theta = \cos 2\theta$.

25. (i) $\cos x + \cos 2x + \cos 3x = 0$; [ঢা. '০৫; কু. '১৩; রা. '১৬]

(ii) $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$; [রা. '০৭; ব. '১৩]

(iii) $\cos \theta - \cos 7\theta = \sin 4\theta$; [ঢা. '১০, '১৪; ব. '১১; চ. '১৪]

(iv) $\cos \theta + \cos 3\theta + \cos 5\theta + \cos 7\theta = 0$, যখন $0 < \theta < \pi$.

26. $\cos 6x + \cos 4x = \sin 3x + \sin x$ [কু. '১৪, '১৬; রা. '১৪]

27. $\sin 3\theta + \sin 5\theta + \sin 7\theta + \sin 9\theta = 0$.

28. (i) $\sqrt{2} \cos 3\theta - \cos \theta = \cos 5\theta$. [সি. '১০; য. '১৩]
(ii) $\sin 7\theta - \sqrt{3} \cos 4\theta = \sin \theta$ [দি. '১০; রা. '১৩; ঢা. '১৬]
29. (i) $\sin 5\theta \cos \theta = \sin 6\theta \cos 2\theta$;
(ii) $\cos 9x \cos 7x = \cos 5x \cos 3x$. [ঢা. '১২, '১৬]
30. $\tan x + \tan 2x + \tan x \tan 2x = 1$. [ঢা. '০৯; ব. '১১]
31. (i) $\tan \theta + \tan 2\theta + \sqrt{3} \tan \theta \tan 2\theta = \sqrt{3}$. [ব. চ. '০৯; সি. '১৪]
(ii) $\sqrt{3}(\tan x + \tan 2x) + \tan x \tan 2x = 1$. [রা. য. '১১; চ. দি. '১৩]
(iii) $\cot x + \cot 2x + \cot 3x = \cot x \cot 2x \cot 3x$
(iv) $\tan \theta + \tan 2\theta + \tan 3\theta = 0$ [ব. '১১]
32. $4 \cos x \cos 2x \cos 3x = 1$, যখন $0 < x < \pi$. [দি. '১১, '১৪, '১৬; কু. রা. '১২]
33. $\tan 2\theta \tan \theta = 1$. [কু. য. ব. '১০; ঢা. '১১; ব. '১২]
34. $\sin \theta + \sin 2\theta + \sin 3\theta = 1 + \cos \theta + \cos 2\theta$. [চ. '০৮; বুয়েট '০৮-'০৯]
35. $\cos 7\theta = \cos 3\theta + \sin 5\theta$, যখন $-90^\circ < \theta < 90^\circ$. [ঢা. '০৮-'০৯]
36. 0° এবং 360° এর মধ্যবর্তী সব মানসহ সমাধান কর :
- (i) $1 + \sqrt{3} \tan^2 \theta = (1 + \sqrt{3}) \tan \theta$; [ব. '১৪]
(ii) $\sec 4\theta - \sec 2\theta = 2$, [ঢা. '০৮; কু. '১১; ছুয়েট '০৩-'০৪]
(iii) $(2 + \sqrt{3}) \cos \theta = 1 - \sin \theta$;
(iv) $4 \cot 2\theta = \cot^2 \theta - \tan^2 \theta$.
37. যদি $\sin(\pi \cot \theta) = \cos(\pi \tan \theta)$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $\operatorname{cosec} 2\theta$, বা $\cot 2\theta$ এর মান $\left(n + \frac{1}{4}\right)$ এর সমান, যখন n এর মান একটি পূর্ণ সংখ্যা হয়।
38. যদি $\sin A = \sin B$ এবং $\cos A = \cos B$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $A = B$, অথবা এদের পার্থক্য 2π এর সমকোণের যেকোনো গুণিতকের সমান।
39. যদি $a \cos \theta + b \sin \theta = c$ সমীকরণের দুইটি সমাধান যথাক্রমে α ও β হয়, তবে প্রমাণ কর যে,

$$\sin(\alpha + \beta) = \frac{2ab}{a^2 + b^2}$$
40. $1 + \cos(y - z) + \cos(z - x) + \cos(x - y) = 0$ হলে, দেখাও যে, $(y - z)$ অথবা, $(z - x)$ অথবা, $(x - y)$ হবে π এর বিজোড় গুণিতকের সমান।

উত্তরমালা

অন্য কিছু উল্লেখ করা না হলে প্রত্যেক প্রশ্নের উত্তরের সংগে ব্যবহৃত n এর মান যেকোনো পূর্ণ সংখ্যা ধরতে হবে।

1. (i) $45^\circ, 135^\circ, 225^\circ$ এবং 315° ; (ii) 30° এবং 150° ; (iii) 60° এবং 300° ; (iv) 120° এবং 60° ; (v) কেবল 180° ; (vi) 30° এবং 210° ; (vii) 30° এবং 330° ; (viii) 45° এবং 135° ; (ix) $30^\circ, 135^\circ, 150^\circ$ এবং 315° .

2. $n\pi \pm \frac{\pi}{4}$. 3. (i) $\frac{1}{4}n\pi$; (ii) $\{4n + (-1)^n\} \frac{\pi}{16}$. 4. (i) $(4n + 1) \frac{\pi}{4}$. (ii) $\frac{\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}, \frac{9\pi}{8}, \frac{13\pi}{8}$.

(iii) $2n\pi \pm \alpha$, যখন $\alpha = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}}$; (iv) $n\pi \pm \frac{\pi}{3}$.

5. $2n\pi + \frac{\pi}{3}$. 6. $n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{4}$. 7. (i) $\pm \frac{\pi}{3}, \pm \frac{5\pi}{3}$. (ii) $n\pi + \alpha$, যেখানে $\tan \alpha = \frac{1}{2}$

8. $\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$. 9. $-\frac{11\pi}{6}, -\frac{7\pi}{6}, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$. 10. (i) $(2n + 1) \frac{\pi}{2}, n\pi \pm \frac{\pi}{3}$.

(ii) $\frac{1}{6} \{6n + (-1)^n\} \pi$.

11. $\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}$ এবং $\frac{11\pi}{6}$; 12. $30^\circ, 120^\circ$ এবং 150° ;

13. (i) $n\pi + \pi/4, n\pi + \alpha, n\pi + \beta$; যখন $\tan \alpha = 2 + \sqrt{3}$ এবং $\tan \beta = 2 - \sqrt{3}$;

(ii) $n\pi + \pi/4, \frac{1}{4}(4n + 1)\pi$;

(iii) $2n\pi, 2n\pi - \frac{\pi}{2}$; (iv) $2n\pi \pm \frac{\pi}{6}$. 14. $2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$. 15. $n\pi, n\pi \pm \frac{\pi}{3}, n\pi + (-1)^n$

α , যখন $\sin \alpha = \frac{1}{3}$. 16. (i) $n\pi - \frac{\pi}{4}, \frac{n\pi}{2} + (-1)^n \frac{\alpha}{2}$, যখন $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$.

(ii) $n\pi + \frac{\pi}{4}$, যখন $n = 0$ অথবা জোড় পূর্ণ সংখ্যা (iii) $(6n + 1) \frac{\pi}{18}, (3n + 1) \frac{\pi}{3}$.

17. $(24n + 7) \frac{\pi}{12}, (24n + 1) \frac{\pi}{12}$. 18. (i) $2n\pi - \frac{\pi}{12}, 2n\pi + \frac{7\pi}{12}$; (ii) $2n\pi, 2n\pi + \frac{\pi}{2}$.

(iii) $\frac{\pi}{12}, -\frac{7}{12}$ 19. (i) $2n\pi, (6n + 1) \frac{\pi}{3}$; (ii) $-\frac{\pi}{6}, -\frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}$. 20. $-\frac{4\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$.

21. $2n\pi, 2(n\pi + \alpha)$; যখন $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$. 22. $2n\pi, (4n + 1) \frac{\pi}{6}$.

23. $(8n + 3) \frac{\pi}{12}, (8n + 1) \frac{\pi}{4}$. 24. $2n\pi, \frac{2}{5}n\pi$. 25. (i) $(2n + 1) \frac{\pi}{4}, 2n\pi \pm \frac{2\pi}{3}$;

(ii) $\frac{1}{2}n\pi, 2n\pi \pm \frac{2\pi}{3}$; (iii) $\frac{1}{4}n\pi, \frac{1}{3}n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{18}$; (iv) $\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}, \frac{7\pi}{8}, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}$

এবং $\frac{\pi}{2}$. 26. $(2n + 1) \frac{\pi}{2}, (4n - 1) \frac{\pi}{6}, \frac{4n + 1}{14} \pi$.

27. $\frac{n\pi}{6}, (2n + 1) \frac{\pi}{4}, (2n + 1) \frac{\pi}{2}$. 28. (i) $(2n + 1) \frac{\pi}{6}, n\pi \pm \frac{\pi}{8}$;

$$(ii) (2n + 1) \frac{\pi}{8}, \frac{1}{3} n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{9}. \quad 29. (i) n\pi, (2n + 1) \frac{\pi}{14}; \quad (ii) \frac{n\pi}{12}, \frac{n\pi}{4}.$$

$$30. (4n + 1) \frac{\pi}{12}. \quad 31. (i) (3n + 1) \frac{\pi}{9}; \quad (ii) \frac{1}{6} (2n + 1)\pi. \quad (iii) \frac{n\pi}{3} \pm \frac{\pi}{12};$$

$$(iv) \frac{n\pi}{3}, n\pi \pm \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{2}}. \quad 32. \frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}, \frac{7\pi}{8}, \frac{\pi}{3} \text{ এবং } \frac{2\pi}{3}. \quad 33. n\pi \pm \frac{\pi}{6}.$$

$$34. (2n + 1) \frac{\pi}{2}, 2n\pi \pm \frac{2\pi}{3}, n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{6}. \quad 35. \frac{n\pi}{5}, \frac{n\pi}{2} + (-1)^n \left(-\frac{\pi}{12}\right); \text{ সম্ভাব্য মানঃ } \neq$$

$$-75^\circ, -72^\circ, -36^\circ, -15^\circ, 0^\circ, 36^\circ \text{ এবং } 72^\circ. \quad 36. (i) n\pi + \frac{\pi}{4}, n\pi + \frac{\pi}{6}; \text{ সম্ভাব্য মান : } 30^\circ,$$

$$45^\circ, 210^\circ, 225^\circ; \quad (ii) \text{ সাধারণ সমাধানঃ } (2n + 1) \frac{\pi}{2}, (2n + 1) \frac{\pi}{10}; \text{ সম্ভাব্য মান : } k \times 18^\circ, \text{ যখন}$$

$$k = 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19; \quad (iii) \text{ সাধারণ সমাধান : } 2n\pi - \pi/3, 2n\pi + \pi/2; \text{ সম্ভাব্য}$$

$$\text{মান : } 90^\circ, 300^\circ; \quad (iv) \text{ সাধারণ সমাধান : } n\pi \pm \pi/4; \text{ সম্ভাব্য মান : } 45^\circ, 135^\circ, 225^\circ \text{ এবং } 315^\circ.$$