

প্রশ্নমালা 1.1

1. মান নির্ণয় কর :

(i) $|-3 - 5|, ||-2| - |-6||$. (ii) $|-1 - 8| + |3 - 1|; ||2 - 6| - |1 - 9||$. [ব. '০৫]

(iii) $||5 - 6| - |15 - 18||$. (iv) $13 + |-1 - 4| - 3 - |-8|$. [কু. '১০; রা. '১৩]

2. দেখাও যে, যেকোনো বিজোড় সংখ্যার বর্গ বিজোড় সংখ্যা।
3. দেখাও যে, $\sqrt{3}$ অমূলদ সংখ্যা। [রা. '১২; কু. '১৩, য. '১৩, ১৬; সি.চ.তা. '১১; ব. '১২; চ. '১৪]
4. প্রমাণ কর যে, $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ মূলদ হতে পারে না।
5. দেখাও যে, দুইটি অসমান মূলদ সংখ্যার মধ্যে অন্য মূলদ সংখ্যা আছে।
6. একটি আবৃত দশমিক নিয়ে প্রমাণ কর যে, আবৃত দশমিককে মূলদ সংখ্যায় প্রকাশ করা যায়।
7. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ সেটের গরিষ্ঠ নিম্নসীমা ও লঘিষ্ঠ উর্ধ্বসীমা নির্ণয় কর।
8. দেখাও যে, $B = \{x \in \mathbf{R} : 0 < x < 2\}$ হলে,
 - (i) B এর একটি উর্ধ্বসীমা 2;
 - (ii) B এর একটি নিম্নসীমা 0;
 - (iii) B এর একটি উর্ধ্বসীমা -1 নয়;
 - (iv) কোনো ঋণাত্মক সংখ্যাই B এর উর্ধ্বসীমা নয়।
9. দেখাও যে, $A = \{x \in \mathbf{R} : 0 \leq x \leq 5\}$ হলে,
 - (i) A এর গরিষ্ঠ নিম্নসীমা 0;
 - (ii) যে কোনো ঋণাত্মক সংখ্যাই A এর একটি নিম্নসীমা;
 - (iii) A এর লঘিষ্ঠ উর্ধ্বসীমা 5;
 - (iv) 5 এর চেয়ে বড় যে কোনো সংখ্যাই A এর উর্ধ্বসীমা।
10. প্রমাণ কর যে, $S = \{x \in \mathbf{R} : -3 \leq x < 1\}$ এর লঘিষ্ঠ উর্ধ্বসীমা 1, যা সেটের বৃহত্তম মান নয়।
11. (i) বাস্তব সংখ্যার সেট $S = \{x : 2x^2 - 7x + 3 \leq 0\}$ এর $Sup S$ এবং $Inf S$ নির্ণয় কর।

- (ii) বাস্তব সংখ্যা R এর উপসেট $S = \{x : 5x^2 - 16x + 3 < 0\}$ এর বৃহত্তম নিম্নসীমা ($\text{Inf } S$) এবং ক্ষুদ্রতম ঊর্ধ্বসীমা ($\text{sup } S$) নির্ণয় কর। [কুয়েট '০৪-'০৫]
12. পরম মান চিহ্নের সাহায্যে প্রকাশ কর :
- (i) $2 \leq x \leq 8$ [য. '০৭] (ii) $-5 < x < 7$ [রা. '১৩] (iii) $3 < x < 7$ (iv) $-7 < x < -1$. [চ. '০৯]
- (v) $-2 < x < 6$ (vi) $8 \leq x \leq 2$ (vii) $-2 < 3 - x < 8$.
 (viii) $-1 < 2x - 3 < 5$. [য. '১০, '১৪; ব. '১১; সি. দি. '১৪; কুয়েট '১০-'১১] [য. '১২]
13. যদি $x < y$ এবং $y < z$ হয়, তবে দেখাও যে $x < z$. [য. '১২]
14. (i) যদি $a < b$ হয়, তবে দেখাও যে, $a + c < b + c$.
 (ii) যদি $a > b$ হয়, তবে দেখাও যে, $a + c > b + c$. যেখানে a, b, c বাস্তব সংখ্যা [রা. '০৮; চ. '১২]
 (iii) যদি $a, b, c \in R$ এবং $a + b = a + c$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $b = c$. [য. রা. '১১; চা. '১২]
 (iv) যদি $a, b, c \in R$, $ac = bc$ এবং $c \neq 0$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $a = b$
 [দি.চ. '১০; দি.ব. '১৩; কু. '১৪, '১৬]
 (v) যদি $a, b \in R$ হয়, তবে দেখাও যে, $(-a)(-b) = ab$ [সি. '১১, '১৬]
 (vi) প্রমাণ কর যে, যদি $a \in R$ হয়, তবে $a \cdot 0 = 0$ [দি. '১৬; চা. '০৯; রা. '১৪]
15. পরম মান চিহ্ন ব্যবহার না করে অসমতাগুলি প্রকাশ কর :
- (i) $|x| < 3$. [চা. '০৩] (ii) $|x - 2| < 5$. [দি. '১১] (iii) $|x - 3| < 7$. [কু. '০৫]
 (iv) $|3 - x| > 7$
16. পরম মান চিহ্ন ব্যবহার না করে অসমতাটি প্রকাশ কর : $|2x + 3| < 7$. [চা. '০৯; চ. '১২; রা. '১৬]
17. (i) $\frac{1}{|1 - 5x|} \leq 3$ (যেখানে $x \neq \frac{1}{5}$) সমাধান কর এবং সমাধান সেট সংখ্যারেখায় দেখাও।
 (ii) পরম মান চিহ্ন ছাড়া প্রকাশ কর : $2 \leq \frac{1}{|x - 1|}$, যখন $x \neq 1$ [রা. '১৫; কুয়েট '০৫-'০৬]
18. পরম মান চিহ্ন ব্যতীত প্রকাশ কর : $\frac{1}{|3x + 1|} \geq 5$. (এখানে $x \neq -\frac{1}{3}$)
 [য. '০৮; চ. '১৩; কুয়েট '১০-'১১]
19. সমাধান কর : (ক) $|5x - 3| < 4$ (খ) $|3x + 2| < 7$. [চ. ব. '০১; সি. '১২]
20. সমাধান কর : (ক) $|2x - 3| > 8$ (খ) $|x - 5| > 4$. [চা. '০২; ব. সি. '১৪]
21. সমাধান কর :
- (ক) $|x + 1| < 3$. (খ) $\frac{1}{|3x - 5|} > 2$. (এখানে $x \neq \frac{5}{3}$) [কু. '১৩]
 (গ) $|2x + 1| < 3$. (ঘ) $|3x - 4| < 2$ [রা. '০৮; দি. '১৩]
22. বাস্তব রেখার সাহায্যে সমাধান কর : $|x| \leq 4$.
23. $|2x - 5| < 3$ কে সমাধান কর এবং সমাধান সেট সংখ্যারেখায় দেখাও। [চা. '১৩; কু. '০৮; চ. '১৪]
24. $|2x + 4| < 6$ কে সমাধান কর এবং সমাধান সেট সংখ্যারেখায় দেখাও।
25. (ক) $|2x + 5| < 1$ কে সমাধান কর এবং সমাধান সেট সংখ্যারেখায় দেখাও। [য. '০৯, '১২]
 (খ) $|2 - 8x| \leq 6$ অসমতাটি সমাধান কর এবং সমাধান সেট সংখ্যারেখায় দেখাও। [রা. '১৪]
 (গ) $\frac{1}{x + 1} > \frac{2}{x - 1}$ অসমতাটি সমাধান কর এবং সমাধান সেট সংখ্যারেখায় দেখাও। [দি. '১৬]

26. x এর বাস্তব মান নির্ণয় কর যার জন্য $\frac{x-1}{|x|}$ বাস্তব সংখ্যা।
27. $|x^2 - 1| \leq 3$ সমাধান কর এবং সমাধান সেট সংখ্যারেখায় দেখাও।
28. $|x - 1| < \frac{1}{10}$ হলে, দেখাও যে $|x^2 - 1| < \frac{21}{100}$. [ব. '১৩; রা. দি. '১২; য. ঢা. '১৪; চ. '১২, '১৬]
29. প্রমাণ কর যে, $\sqrt{a^2} = |a|$.
30. প্রমাণ কর যে, $|a|^2 = a^2$.
31. প্রমাণ কর যে, $|a - b| \leq |a| + |b|$. [য. '১০; দি. '১৪; ঢা. '১৬]
32. a এবং b বাস্তব সংখ্যা হলে, প্রমাণ কর যে, $|a - b| \geq ||a| - |b||$. [ঢা. '১১]
33. প্রমাণ কর যে, $|a - c| \leq |a - b| + |b - c|$.

উত্তরমালা

1. (i) 8, 4 (ii) 11, 4 (iii) 2 (iv) 7. 7. গরিষ্ঠ নিম্নসীমা = 1, লঘিষ্ঠ উর্ধ্বসীমা = 6.
11. (i) $\text{Sup } S = 5, \text{Inf } S = \frac{1}{2}$; (ii) $\text{Inf } S = \frac{1}{5}, \text{Sup } S = 3$.
12. (i) $|x - 5| \leq 3$ (ii) $|x - 1| < 6$ (iii) $|x - 5| < 2$ (iv) $|x + 4| < 3$ (v) $|x - 2| < 4$
 (vi) $|x + 3| \leq 5$. (vii) $|x| < 5$. (viii) $|2x - 5| < 3$. 15. (i) $-3 < x < 3$. (ii) $-3 < x < 7$.
 (iii) $-4 < x < 10$. (iv) $\{x \in \mathbf{R} : x < -4\} \cup \{x \in \mathbf{R} : x > 10\}$ 16. $-5 < x < 2$.
17. (i) $\{x \in \mathbf{R} : x \leq \frac{2}{5}\} \cup \{x \in \mathbf{R} : x \geq \frac{4}{15}\}$, যেখানে $x \neq \frac{1}{5}$
 (ii) $\{x \in \mathbf{R} : \frac{1}{2} \leq x < 1\} \cup \{x \in \mathbf{R} : 1 < x \leq \frac{3}{2}\}$
18. $\frac{-2}{5} \leq x \leq \frac{-4}{15}$, যখন $x \neq \frac{-1}{3}$.
19. (ক) $-\frac{1}{5} < x < \frac{7}{5}$. (খ) $-3 < x < \frac{5}{3}$. 20. (ক) $\{x \in \mathbf{R} : x > \frac{11}{2}\} \cup \{x \in \mathbf{R} : x < \frac{-5}{2}\}$
 (খ) $\{x \in \mathbf{R} : x > 9\} \cup \{x \in \mathbf{R} : x < 1\}$.
21. (ক) $-4 < x < 2$. (খ) $\frac{9}{6} < x < \frac{11}{6}$, যখন $x \neq \frac{5}{3}$.
- (গ) $-2 < x < 1$. (ঘ) $\frac{2}{3} < x < 2$. 22. $-4 \leq x \leq 4$. 23. $1 < x < 4$. 24. $-5 < x < 1$.
25. (ক) $-3 < x < -2$; (খ) $-\frac{1}{2} \leq x \leq 1$. (গ) $x < -3$. 26. $\mathbf{R} - \{0\}$. 27. $-2 < x < 2$.

প্রশ্নমালা 1.2

নিচের অসমতাবলি সমাধান কর এবং সমাধান সেট সংখ্যা রেখায় দেখাও :

1. $5x - 16 < 2x + 5.$

2. $\frac{1}{x-5} < 2,$ যেখানে $x \neq 5.$

3. $(2x + 3)(x - 2) \leq 0$

4. $(x + 4)(3x - 2) \geq 0.$

5. $\frac{x+2}{x+1} > \frac{x-3}{x-4}$

6. $\frac{x(x-2)}{x-3} < 0$

7. $\frac{2x+1}{3x-1} < \frac{3x+1}{2x-1}$

8. $\frac{x-4}{x-2} > \frac{x-6}{x-3}$

নিচের যোগাশ্রয়ী অসমতা যুগলের লেখচিত্র অঙ্কন করে সমাধান সেট এলাকা চিহ্নিত কর:

9. $2x - 3y - 2 \geq 0$ এবং $2x + 3y + 4 \leq 0$

10. $x + y - 5 \leq 0$ এবং $2x + y - 6 \geq 0$

11. $3x - 3y - 5 \geq 0$ এবং $3x + y \leq 6$

উত্তরমালা

1. $S = \{x \in \mathbf{R} : x < 7\}$

2. $S = \{x \in \mathbf{R} : x > \frac{11}{2}, x \neq 5\}$

3. $S = \{x \in \mathbf{R} : \frac{-3}{2} \leq x \leq 2\}.$

4. $S = \{x \in \mathbf{R} : x \leq -4\} \cup \{x \in \mathbf{R} : x \geq \frac{2}{3}\}$

5. $S = \{x \in \mathbf{R} : -1 < x < 4\}$

6. $S = \{x \in \mathbf{R} : x < 0\} \cup \{x \in \mathbf{R} : 2 < x < 3\}$

7. $S = \{x \in \mathbf{R} : x < \frac{1}{3}\} \cup \{x : x \in \mathbf{R} > \frac{1}{2}\}$

8. $S = \{x \in \mathbf{R} : 0 < x < 2\} \cup \{x \in \mathbf{R} : x > 3\}$