প্রশ্নমালা 4

1. ক. নিচের সমীকরণগুলির সমাধান কর ঃ (উৎপাদকের সাহায্যে)

(i) $x^2 - 3x - 28 = 0$; (ii) $10x^2 - 31x + 15 = 0$;

(iii) $x^2 - 10x + 23 = 0$; (iv) $x^2 - 6x + 34 = 0$

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x-c} = 0$ সমীকরণের মূলগুলি বাস্তব সংখ্যা হবে, যদি c বাস্তব সংখ্যা হয়।

2. p এবং q পূর্ণসংখ্যা হলে, প্রমাণ কর যে, $x^2 + 2x = (2p + 2q + 1)(2p + 2q - 1)$ সমীকরণটির উভয় মূল পূর্ণ সংখ্যা হবে।

3. $2x^2 - 2(a + d)x + a^2 + d^2 = 0$ সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব সংখ্যা হলে, প্রমাণ কর যে, $a = d$.

4. (i) m এর মান কত হলে, $x^2 - (3m - 1)x + (5m + 1) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় সমান হবে?

(ii) k– এর মান কত হলে, $(4 - k)x^2 + (2k + 4)x + (8k + 1) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় সমান হবে ?

(iii) k– এর মান কত হলে, $(k - 1)x^2 - (k + 2)x + 4 = 0$ সমীকরণের মূলগুলি বাস্তব এবং সমান হবে ?

[রা. '০৮; য. '১২; দি. ঢা. ২০১৩]

(iv) k এর মান কত হলে, $(3k + 1)x^2 - (k + 11)x + 9 = 0$ সমীকরণের মূল দুইটি জটিল হবে?

[বুয়েট '১১-'১২]

5. (i) a, b, c বাস্তব সংখ্যা হলে, প্রমাণ কর যে, $x^2 - 2(a + b)x + (a + b)^2 + c^2 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় জটিল সংখ্যা হবে।

(ii) p এবং q মূলদ হলে, প্রমাণ কর যে, $(p^2 - q^2)\, x^2 + 2\,(p^2 + q^2)x + (p^2 - q^2) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় সব সময় মূলদ হবে। [ঢা. '০৫; কু. '১৬]

(iii) প্রমাণ কর যে, $(x - a)\,(x - b) + (x - b)\,(x - c) + (x - c)\,(x - a) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় সর্বদাই বাস্তব হবে। [ব. ১৩]

(iv) যদি a, b, c মূলদ এবং $a + b + c = 0$ হয়, তবে দেখাও যে,
$(b + c - a)x^2 + (c + a - b)x + (a + b - c) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় মূলদ হবে।
[ঢা. '১২; '১৪; কু. ১৩]

(v) যদি a, b, c বাস্তব হয়, তাহলে $x^2 - (a + b)\,x + ab - c^2 = 0$ সমীকরণের মূলগুলি বাস্তব হবে। যদি মূল দুইটি সমান হয়, তবে a, b, c এর মান সম্পর্কে কি সিদ্ধান্ত গ্রহণ করা যাবে? [কু. '১৪]

6. (i) $ax^2 + 2bx + c = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব সংখ্যা ও অসমান হলে, প্রমাণ কর যে,
$x^2 + 2(a + c)\,x + (a^2 + c^2 + 2b^2) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় জটিল সংখ্যা হবে।

(ii) $x^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের মূল দুইটি বাস্তব ও অসমান হলে, দেখাও যে,
$2x^2 - 4\,(1 + c)x + (b^2 + 2c^2 + 2) = 0$ সমীকরণের মূল দুইটি জটিল হবে। [কুয়েট '০৫-'০৬]

7. (i) $(a^2 + b^2)\, x^2 - 2(ap + bq)x + p^2 + q^2 = 0$ এর মূলদ্বয় পরস্পর সমান হলে,
প্রমাণ কর যে, $\frac{a}{b} = \frac{q}{p}$.

(ii) $(a^2 - bc)x^2 + 2(b^2 - ac)\,x + (c^2 - ab) = 0$ এর মূলদ্বয় পরস্পর সমান হলে, প্রমাণ কর যে,
$b = 0$ অথবা $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$.

8. প্রমাণ কর যে, কেবল $p = q$ হলে, $2x^2 - 2(p + q)x + (p^2 + q^2) = 0$ এর মূলদ্বয় বাস্তব হতে পারে। [য. '১০]

9. $(a^2 + b^2)\, x^2 + 2\,(ac + bd)x + (c^2 + d^2) = 0$ এর মূলদ্বয় বাস্তব হলে, প্রমাণ কর যে, তারা পরস্পর সমান হবে। পরস্পর সমান মূলদ্বয় নির্ণয় কর।

10. যদি $p^2 x^2 + 6pqx + pr + 8q^2 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় সমান হয়, তবে প্রমাণ কর যে,
$pr(x + 1)^2 = 4q^2 x$ সমীকরণটির মূলদ্বয়ও সমান হবে। [য. '০৯; রা. '১৬]

11. (i) দেখাও যে, $(h^2 - a^2)\, x^2 - 2hkx + (k^2 - b^2)$ একটি পূর্ণ বর্গ হবে, যদি $\frac{h^2}{a^2} + \frac{k^2}{b^2} = 1$ হয়। [সি. '১০]

(ii) $x^2 + ax + b = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় অসমান বাস্তব সংখ্যা হলে, প্রমাণ কর যে, k এর যে কোন বাস্তব মানের জন্য $x^2 + ax + b + k(2x + a) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ও বাস্তব সংখ্যা এবং অসমান হবে।

(iii) k এর মান কত হলে, $x^2 - (k + 7)\, x + 27 = 0$ সমীকরণের একটি মূল অপরটির তিন গুণ হবে?

(iv) $ax^2 + bx + c = 0$ এর মূলদ্বয়ের অনুপাত 3 ঃ 4 হলে, প্রমাণ কর যে, $12b^2 = 49ac$. [চ. '১১]

(v) $ax^2 + bx + c = 0$ এর মূলদ্বয়ের অনুপাত 4 ঃ 5 হলে, প্রমাণ কর যে, $20b^2 = 81ac$.

(vi) $ax^2 + bx + b = 0$ এর মূলদ্বয়ের অনুপাত m ঃ n হলে, প্রমাণ কর যে,

$$\sqrt{\frac{m}{n}} + \sqrt{\frac{n}{m}} + \sqrt{\frac{b}{a}} = 0.$$

[কু. '১০; রা. '১২, '১৪; ব. সি. '১২; কু. য. '১৪, বুয়েট '০৮–'০৯]

12. (i) k এর মান কত হলে, $(k + 1)x^2 + 2(k + 3)x + 2k + 3$ রাশিটি পূর্ণ বর্গ হবে? [কু. '০৬; বুয়েট '১১–১২]

(ii) k এর মান কত হলে $(k^2 - 3)x^2 + 3kx + (3k + 1) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় পরস্পর উল্টা হবে। [কু. '১০]

13. (i) যদি $x^2 + px + q = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের পার্থক্য 1 হয়, তবে প্রমাণ কর যে, [ঢা. '০৭; ব. ০৮; রা. '১৩]

$p^2 + 4q^2 = (1 + 2q)^2$.

(ii) $2bx^2 + 2(a + b)x + 3a = 2b$ সমীকরণের একটি মূল অপরটির দ্বিগুণ হলে, প্রমাণ কর যে, [চ. '০১, '১৬; সি. '১৪, '১৬]

$a = 2b$ অথবা $4a = 11b$.

(iii) $x^2 - px + q = 0$ সমীকরণের মূল দুইটি ক্রমিক পূর্ণসংখ্যা সংখ্যা হলে, প্রমাণ কর যে, [ব. '১০; য. '১১; ঢা. '১৩]

$p^2 - 4q - 1 = 0$.

(iv) যদি $x^2 - bx + c = 0$ এবং $x^2 - cx + b = 0$ এর মূলদ্বয়ের পার্থক্য একটি ধ্রুব রাশি হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $b + c + 4 = 0$. [ঢা. '১০, '১৬; সি. কু. '১২; য. '১৩; টেক্সটাইল '০৩–'০৪]

(v) যদি $a_1x^2 + b_1x + c_1 = 0$ এর মূলদ্বয়ের অনুপাত $a_2x^2 + b_2x + c_2 = 0$ এর মূলদ্বয়ের অনুপাতের সমান হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $\frac{b_1^2}{a_1c_1} = \frac{b_2^2}{a_2c_2}$. [য. '০৩]

14. (i) k এর মান কত হলে, $(k^2 - 3)x^2 + 3kx + (3k + 1) = 0$ সমীকরণের একটি মূল অপরটির উল্টো হবে? অতঃপর সমীকরণের মূলদ্বয়ের ধর্ম নির্ণয় কর। [বুয়েট '০৪–'০৫]

(ii) $mx^2 + nx + l = 0$ সমীকরণের মূল দুইটির অনুপাত r হলে, দেখাও যে,

$\frac{(r + 1)^2}{r} = \frac{n^2}{ml}$. [কু. '০৮; বুয়েট '১০–'১১]

15. (i) যদি $x^2 + px + q = 0$ সমীকরণের একটি মূল অপরটির বর্গের সমান হয়, তবে প্রমাণ কর যে,

$$p^3 - q(3p - 1) + q^2 = 0.$$ [ব. '০৫]

(ii) যদি $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের একটি মূল অপরটির বর্গ হয়, তবে প্রমাণ কর যে,

$$c(a - b)^3 = a(c - b)^3.$$ [ব. '০৭]

16. যদি $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের একটি মূল অপরটির বর্গের সমান হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $a^2c + ac^2 + b^3 = 3abc$. [য. '১৬; ঢা. '০৯]

17. $27x^2 + 6x - (p + 2) = 0$ এর একটি মূল অপরটির বর্গের সমান হলে, p এর মান নির্ণয় কর। [ঢা. '০৬; য. '১৩; সি. ১১; রা. চ. ১২; বুয়েট '০৩–'০৪]

18. $\frac{1}{x} + \frac{1}{p - x} = \frac{1}{q}$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের অন্তর r হলে, p কে q ও r এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। [য. দি. '১৪, '১৬]

19. $ax^2 + bx + c = 0$ এর মূল α, β হলে, নিচের প্রতিসম রাশিগুলির মান নির্ণয় কর ঃ

ক. $\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2}$ খ. $\frac{1}{\alpha - 4\beta} + \frac{1}{\beta - 4\alpha}$ গ. $\frac{\alpha}{\beta^2} + \frac{\beta}{\alpha^2}$

ঘ. $(a\alpha + b)^{-2} + (a\beta + b)^{-2}$ [চ. '১২, সি. '১৩, '১৬ ; বুয়েট '০৭–'০৮]

ঙ. $(a\alpha + b)^{-3} + (a\beta + b)^{-3}$.

20. (i) $4x^2 - 5x + 1 = 0$ সমীকরণের মূল দুইটি α ও β হলে, $\alpha + \frac{1}{\beta}$ এবং $\beta + \frac{1}{\alpha}$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণটি নির্ণয় কর। [ঢা. '০৮; রা. '১০; কু. ১১, '১৩; ব. সি. '১৪]

(ii) $5x^2 - 13x + 2 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α ও β হলে, $(\alpha + \beta)$ এবং $\frac{1}{2}\alpha\beta$ মূলদ্বয় দ্বারা গঠিত সমীকরণটি নির্ণয় কর। [চ. '১৬]

(iii) একটি সমীকরণ নির্ণয় কর যার মূল দুইটি যথাক্রমে $17x^2 - 3x + 14 = 0$ এর মূলদ্বয়ের যোগফল ও গুণফলের সমান হবে।

(iv) $5x^2 - 13x + 7 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α ও β হলে, $\frac{\alpha^2}{\beta}$ এবং $\frac{\beta^2}{\alpha}$ দ্বারা গঠিত সমীকরণটি নির্ণয় কর।

(v) $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α ও β হলে, $\alpha^2 + \beta$ এবং $\beta^2 + \alpha$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণটি নির্ণয় কর।

(vi) এমন একটি সমীকরণ নির্ণয় কর যার মূল দুইটি যথাক্রমে $x^2 - 2bx + b^2 - a^2 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের সমষ্টি এবং অন্তরফলের যোগবোধক মান হবে। [রা. দি. '১৪; য. '১২; কু. '০৯]

21. (i) $ax^2 + bx - a = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে $a\alpha + b$ এবং $a\beta + b$ মূলদ্বয় দ্বারা গঠিত সমীকরণটি নির্ণয় কর। [ঢা. '০৫]

(ii) $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে, এরূপ সমীকরণ নির্ণয় কর যার মূলদ্বয় $\alpha + \frac{1}{\beta}$ এবং $\beta + \frac{1}{\alpha}$. [কু. '০৮]

22. $px^2 + qx - p = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে, $p\alpha + q$ এবং $p\beta + q$ মূলদ্বয় দ্বারা গঠিত সমীকরণটি নির্ণয় কর এবং প্রমাণ কর যে, $(p\alpha + q)(p\beta + q) = -p^2$. [য. '১০]

23. (i) যদি $x^2 + px + q = 0$ সমীকরণের মূল দুইটি α ও β হয়, তবে প্রমাণ কর যে,

$qx^2 - (p^2 - 2q)x + q = 0$ সমীকরণের একটি মূল $\frac{\alpha}{\beta}$ হবে।

(ii) $x^2 + ax + b = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে, $(\alpha - \beta)^2$ এবং $(\alpha + \beta)^2$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণটি নির্ণয় কর। [ব. য. '০৫]

(iii) $x^2 - 2ax + a^2 - b^2 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β. এমন একটি সমীকরণ গঠন কর যার মূলদ্বয় $\alpha + \beta$ এবং $\alpha - \beta$. $(\alpha > \beta)$ [ঢা. '১০]

(iv) $x^2 + px + q = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় $\alpha + \sqrt{\beta}$ এবং $\alpha - \sqrt{\beta}$ হলে, প্রমাণ কর যে,

$(p^2 - 4q)(p^2x^2 + 4px) - 16q = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\sqrt{\beta}}$ এবং $\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\sqrt{\beta}}$ হবে।

[চুয়েট, '০৭–'০৮]

24. মূলদ সহগবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ গঠন কর যার একটি মূল

ক. $\frac{1}{3 + \sqrt{2}i}$ খ. $\frac{1}{2 - \sqrt{5}}$.

25. যদি $px^2 + 8(q-p)x + 4(4p-8q+r) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় $(4-2\alpha)$এবং $(4-2\beta)$ হয়, তাহলে α ও β মূলবিশিষ্ট সমীকরণটি নির্ণয় কর।

26. (i) $x^2 - 6x + p = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α ও β এবং $8x^2 + 10x + q = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় $\frac{1-\alpha}{\alpha}$ ও $\frac{1-\beta}{\beta}$ হলে, p এবং q এর মান নির্ণয় কর।

(ii) $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β হলে, $cx^2 - 2bx + 4a = 0$ সমীকরণের মূল দুইটি α এবং β এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। [দি. '১০; রা. '১১]

(iii) $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α ও β হলে, $a\,c(x^2+1) - (b^2 - 2ac)\,x = 0$ এর মূলদ্বয়কে α ও β এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। [চ. '০৯, '১৩; বুয়েট '১২-'১৩]

(iv) $x^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের অনুপাত এবং $x^2 + px + q = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের অনুপাত পরস্পর সমান হলে, প্রমাণ কর যে, $b^2q = p^2c$.

(v) $x^2 + px + q = 0$ এর মূলদ্বয় α ও β এবং $x^2 + p_1x + q_1 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় γ ও δ হলে, $(\alpha-\gamma)(\alpha-\delta) + (\beta-\gamma)(\beta-\delta)$ এর মান p, p_1, q, q_1 এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।

27. $bx^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β $(\alpha \neq \beta)$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\alpha^2 + \alpha$ এবং $\beta^2 + \beta$ মূলদ্বয়বিশিষ্ট সমীকরণটি $b^2x^2 + 2bcx + c^2 = 0$ হবে। যদি D_1 এবং D_2 যথাক্রমে প্রথম ও দ্বিতীয় সমীকরণের পৃথায়কের সমান হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $\frac{D_2}{D_1} = 0$.

28. $ax^2 + 2bx + c = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α ও β এবং $Ax^2 + 2Bx + C = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় $(\alpha+\delta)$ ও $(\beta+\delta)$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\frac{b^2 - ac}{a^2} = \frac{B^2 - AC}{A^2}$.

29. প্রমাণ কর যে, $2p^2x^2 + 2pqx + q^2 - 3p^2 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের বর্গের সমষ্টি একটি স্বাভাবিক সংখ্যা হবে।

30. $x^2 + px + \frac{1}{4}(p^2 - q^2) = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α ও β হলে, প্রমাণ কর যে, $x^2 + (p \pm q)x \pm pq = 0$ সমীকরণগুলির যে কোনটির মূল দুইটি হবে $\alpha+\beta$ ও $\alpha-\beta$. [রা. '০২]

31. $x^2 + kx - 6k = 0$ এবং $x^2 - 2x - k = 0$ সমীকরণ দুইটির একটিমাত্র সাধারণ মূল থাকলে k এর মানগুলি নির্ণয় কর। [রা. '০৭, '১৬; ব. '০৭; ঢা. '১২; সি. '১৩]

32. (i) যদি $px^2 + qx + 1 = 0$ এবং $qx^2 + px + 1 = 0$ সমীকরণ দুইটির একটিমাত্র সাধারণ মূল থাকে, তবে প্রমাণ কর যে, $p + q + 1 = 0$. [য. '১৬; দি. '১০; রা. সি. '১১]

(ii) যদি $ax^2 + 2cx + b = 0$ এবং $ax^2 + 2bx + c = 0$ সমীকরণদ্বয়ের একটি সাধারণ মূল থাকে, তবে $a + 4b + 4c$ এর মান নির্ণয় কর। [বুয়েট, '০৯-'১০]

(iii) যদি $x^2 + px + q = 0$ এবং $x^2 + qx + p = 0$ সমীকরণদ্বয়ের একটি সাধারণ মূল থাকে, তবে $2x^2 + (p+q-2)x = (p+q-2)^2$ সমীকরণের মূলদ্বয় নির্ণয় কর। [বুয়েট '০২-'০৩]

33. $x^2 + px + q = 0$ এবং $x^2 + qx + p = 0$ সমীকরণদ্বয়ের একটিমাত্র সাধারণ মূল থাকলে, প্রমাণ কর যে, এদের অপর মূল দুইটি $x^2 + x + pq = 0$ সমীকরণটির মূলদ্বয় হবে। [দি. '১২]

34. $ax^2 + bx + c = 0$ এর একটি মূল $cx^2 + bx + a = 0$ সমীকরণের একটি মূলের দ্বিগুণ হলে, প্রমাণ কর যে, $2a = c$ অথবা $(2a + c)^2 = 2b^2$. [য. ব. '১১; ঢা. '১১, '১৪]

35. (i) যদি $x^2 + bx + c = 0$ এবং $x^2 + mx + n = 0$ সমীকরণদ্বয়ের একটি সাধারণ মূল থাকে, তাহলে প্রমাণ কর যে, সাধারণ মূলটি $\frac{bn - cm}{m - b}$ এর বর্গমূল হবে।

(ii) $ax^2 + bx + c = 0$ এর একটি মূল $a_1x^2 + b_1x + c_1 = 0$ এর একটি মূলের উল্টা *(Reciprocal)* হলে, প্রমাণ কর যে, $(a a_1 - cc_1)^2 = (bc_1 - a b_1)(b_1c - a_1b)$.

(iii) $x^2 - px + q = 0$ এর একটি মূল $x^2 - p_1x + q_1 = 0$ এর একটি মূলের অর্ধেক হলে, প্রমাণ কর যে, $(4q - q_1)^2 = 2(2p_1q - pq_1)(2p - p_1)$.

36. $p + q + r = 0$ হলে, প্রমাণ কর যে, $x^2 + px + qr = 0$, $x^2 + px + rp = 0$ এবং $x^2 + rx + pq = 0$ সমীকরণগুলির প্রতি জোড়ায় একটি করে সাধারণ মূল আছে।

37. $ax^2 + bx + c$ এবং $cx^2 + bx + a$ দ্বিঘাত রাশিদ্বয়ের কেবল একটি সাধারণ উৎপাদক থাকার শর্তের সম্পর্কটি নির্ণয় কর।

38. যদি x এর মান বাস্তব হয়, তাহলে a এর কোন মানের জন্য $4x^2 - 3ax + 1 - a^2$ রাশিটির মান সব সময় ধনাত্মক হবে?

39. x এর মান বাস্তব হলে, $-9x^2 + 6px + q^2$ এর সর্বোচ্চ মান নির্ণয় কর।

40. প্রমাণ কর যে, x বাস্তব সংখ্যা হলে, $\frac{2x^2 + 4x + 1}{x^2 + 4x + 2}$ এর মান যেকোনো বাস্তব সংখ্যা হতে পারে।

41. x বাস্তব সংখ্যা হলে, প্রমাণ কর যে, $\frac{x^2 - 2x + 2}{x^2 - x + 1}$ এর মান 2 এবং $\frac{2}{3}$ এর মধ্যে থাকে।

ত্রিঘাত সমীকরণ সম্পর্কিত প্রশ্ন

42. (i) $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ সমীকরণের মূলগুলি α, β, γ হলে, $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$ এর মান নির্ণয় কর।
(ii) যদি $x^3 + px + q = 0$ এর মূলগুলি α, β, γ হয়, তবে $\sum\alpha^2\beta^2$ এর মান নির্ণয় কর।
[চুয়েট '১২-'১৩]

43. (i) $3x^3 - 2x^2 + 1 = 0$ সমীকরণের মূলগুলি α, β, γ হলে, $\Sigma\alpha^2\beta$ এর মান নির্ণয় কর। **[য.'০৫]**
(ii) $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের মূলগুলি α, β, γ হলে, $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3$ এর মান নির্ণয় কর। **[রা. '১০, ১৩]**
(iii) $x^3 + px + r = 0$ সমীকরণের মূলগুলি a, b, c হলে, $(b - c)^2 + (c - a)^2 + (a - b)^2$ এর মান নির্ণয় কর। **[চ. '০৫]**

44. যদি $x^3 - px^2 + qx - r = 0$ সমীকরণের মূলগুলি a, b, c হয়, তবে মান নির্ণয় কর ঃ
(i) $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$ **[দি. '০৯]** (ii) $\frac{1}{b^2c^2} + \frac{1}{c^2a^2} + \frac{1}{a^2b^2}$. **[সি. '০৯' চ. '১৪]**

45. $x^3 - px + q = 0$ সমীকরণের মূলগুলি α, β, γ হলে, মান নির্ণয় কর ঃ
(i) $(\beta + \gamma)(\gamma + \alpha)(\alpha + \beta)$ (ii) $(\beta + \gamma - \alpha)(\gamma + \alpha - \beta)(\alpha + \beta - \gamma)$.

46. যদি α, β, γ ত্রিঘাত সমীকরণ $2x^3 + 3x^2 - x - 1 = 0$ এর মূল হয়, তবে ঐ ত্রিঘাত সমীকরণ গঠন কর যার মূলগুলি $\frac{1}{2\alpha}, \frac{1}{2\beta}, \frac{1}{2\gamma}$.

47. $x^3 + px + q = 0$ সমীকরণের মূলগুলি α, β, γ হলে, ঐ ত্রিঘাত সমীকরণটি গঠন কর যার মূলগুলি $\frac{\alpha + \beta}{\gamma^2}, \frac{\beta + \gamma}{\alpha^2}, \frac{\alpha + \gamma}{\beta^2}$.

48. মূলদ সহগবিশিষ্ট ত্রিঘাত সমীকরণ গঠন কর যার দুইটি মূল -3 এবং $2 + 3i$.

49. **সমাধান কর ঃ**
(ক) $x^3 - 9x^2 + 23x - 15 = 0$, যদি একটি মূল 3 হয়।

(খ) $x^3 - 7x^2 + 8x + 10 = 0$, যদি একটি মূল $1 + \sqrt{3}$ হয়।

(গ) $x^3 - 9x^2 + 24x - 20 = 0$, যদি দুইটি মূল পরস্পর সমান হয়।

(ঘ) $5x^3 - 31x^2 + 31x - 5 = 0$, যদি দুইটি মূলের গুণফল 1 হয়।

(ঙ) $x^4 + 3x^3 - 19x^2 - 3x + 18 = 0$, যদি দুইটি মূল 1 এবং -1 হয়।

(চ) $x^4 - 10x^3 + 21x^2 + 10x - 22 = 0$, যদি একটি মূল $5 + \sqrt{3}$ হয়।

(ছ) $4x^3 + 16x^2 - 9x - 36 = 0$, যদি দুইটি মূলের যোগফল 0 হয়। [চ. '১৪]

(জ) $x^3 - 5x^2 + 2x + 8 = 0$, যদি একটি, মূল অপর একটি মূলের দ্বিগুণ হয়;

(ঝ) তবে $3x^3 - 13x^2 - x + 6 = 0$, যদি দুইটি মূলের যোগফল 5 হয়। [কু. '১১]

(ঞ) $x^3 - 9x^2 + 14x + 24 = 0$, যদি দুইটি মূলের অনুপাত 3 ঃ 2 হয়।

(ট) $2x^3 - x^2 - 22x - 24 = 0$ এর দুইটি মূলের অনুপাত 3 ঃ 4 হয়। [সি. '১০; দি. '১১; চ. '১৩]

50. $x^3 - 5x^2 + 17x - 13 = 0$ সমীকরণটির একটি মূল 1 হলে, অপর মূল দুইটি নির্ণয় কর।

[ঢা. '০৪; য. ০৭; ব. '১২]

51. একটি মূল $1 + i$ হলে $x^4 - 5x^3 + 10x^2 - 10x + 4 = 0$ সমীকরণটি সমাধান কর। [চ. '০৩]

52. 'a' এর বাস্তব মান কত হলে, $x^3 + 3ax^2 + x + 1 = 0$ সমীকরণের মূলগুলি সমান্তর প্রগমণে থাকবে? সমীকরণটির মূলগুলিও নির্ণয় কর।

[বুয়েট '১৪–'১৫]

উত্তরমালা

1. ক. (i) 7, – 4; (ii) $\frac{5}{2}, \frac{3}{5}$; (iii) $5 + \sqrt{2}, 5 - \sqrt{2}$; (iv) $3 + 5i, 3 - 5i$. **4.** (i) $3, -\frac{1}{9}$.

(ii) 0, 3. **(iii)** 2, 10. **(iv)** $1 < k < 85$. **5.** (v) $a = b$ এবং $c = 0$. **9.** $-\frac{ac + bd}{a^2 + b^2}$

11. (iii) 5, –19. **12. (i)** 3, –2; **(ii)** 4, –1. **14.** (i) 4, –1, **17.** 6, –1. **18.** $2q \pm \sqrt{4q^2 + r^2}$

19. ক. $\frac{b^2 - 2ac}{c^2}$ **খ.** $\frac{3ab}{25ac - 4b^2}$ **গ.** $\frac{-b(b^2 - 3ac)}{ac^2}$ **ঘ.** $\frac{b^2 - 2ac}{a^2c^2}$ **(ঙ)** $\frac{b(b^2 - 3ac)}{a^3c^3}$

20. (i) $4x^2 - 25x + 25 = 0$; **(ii)** $25x^2 - 70x + 13 = 0$. **(iii)** $289x^2 - 289x + 42 = 0$.

(iv) $175x^2 - 832x + 245 = 0$

(v) $a^3x^2 + a(ab - b^2 + 2ac)x + c^2a - b^3 + 3abc + a^2c = 0$. **(vi)** $x^2 - 2(a+b)x + 4ab = 0$.

21. (i) $x^2 - bx - a^2 = 0$; **(ii)** $c\,ax^2 + b(c + a)x + (c + a)^2 = 0$.

22. $x^2 - qx - p^2 = 0$. **23. (ii)** $x^2 - 2(a^2 - 2b)x + a^4 - 4a^2b = 0$. **(iii)** $x^2 - 2(a + b)x + 4ab = 0$.

24. ক. $11x^2 - 6x + 1 = 0$, **খ.** $x^2 + 4x - 1 = 0$. **25.** $px^2 - 4qx + r = 0$.

26. (i) $p = 8, q = 3$. **(ii)** $-\frac{2}{\alpha}, -\frac{2}{\beta}$. **(iii)** $\frac{\beta}{\alpha}, \frac{\alpha}{\beta}$ **(iv)** $p^2 - 2(q - q_1) - pp_1$.

31. 0, 3, 8. **32.** **(ii)** 0, **(iii)** $\frac{-3}{2}$, 3. **32.** (ii) 0, **(iii)** $\frac{-3}{2}$, 3.

37. $c + a = \pm b$. **38.** $\left(\frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5}\right)$ ব্যবধিতে। **39.** $p^2 + q^2$. **42.** **(i)** $p^2 - 2q$. **(ii)** p^2 **43.** **(i)** 1;

(ii) $3ab - a^3 - 3c$; **(iii)** $-6q$. **44.** **(i)** $\frac{q^2 - 2pr}{r^2}$ **(ii)** $\frac{p^2 - 2q}{r^2}$. **45.** **(i)** q **(ii)** $8q$.

46. $4x^3 + 2x^2 - 3x - 1 = 0$. **47.** $qx^3 - px^2 - 1 = 0$. **48.** $x^3 - x^2 + x + 39 = 0$. **49. ক.** 1, 3, 5;

খ. 5, $1 + \sqrt{3}$, $1 - \sqrt{3}$; **গ.** 2, 2, 5; **ঘ.** 1, 5, $\frac{1}{5}$; **(ঙ)** -1, 1, -6, 3;

(চ) -1, 1, $5 + \sqrt{3}$, $5 - \sqrt{3}$; **(ছ)** $\frac{3}{2}, \frac{-3}{2}, -4$; **(জ)** 2, 4, -1; **(ঝ)** $-\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}(5 \pm \sqrt{13})$.

(ঞ) 6, 4, -1. **(ট)** $-\frac{3}{2}$, -2, 4. **50.** $1 + 3i$, $1 - 3i$, **51.** $1 + i$, $1 - i$, 1, 2.

52. a = -1, মূলগুলি : $1, 1 \pm \sqrt{2}$.