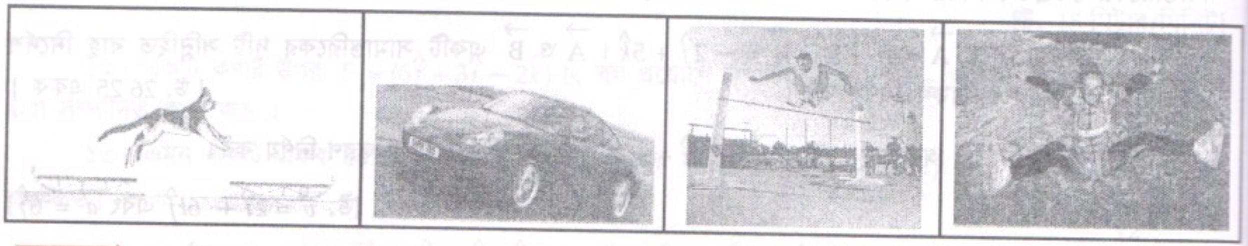
৩

গতিবিদ্যা
DYNAMICS

প্রধান শব্দ (Key Words) : প্রসঙ্গ কাঠামো, সরণ, গড় দ্রুতি, তাৎক্ষণিক দ্রুতি বা দ্রুতি, গড় বেগ, তাৎক্ষণিক বেগ বা বেগ, সমবেগ, গড় ত্বরণ, তাৎক্ষণিক ত্বরণ বা ত্বরণ, সমত্বরণ, পড়ন্ত বস্তুর সূত্র, প্রক্ষেপক, বিচরণ কাল, পাল্লা, বৃত্তাকার গতি, সুষম বৃত্তাকার গতি, কেন্দ্রমুখী বা অভিকেন্দ্র ত্বরণ।



সূচনা
Introduction

গতিবিদ্যা হলো গতি সংক্রান্ত বিজ্ঞান। ইহা বেগ, ত্বরণ, বল এবং বড় বস্তুর শক্তি; যেমন উড়োজাহাজ, রেল গাড়ি, মোটর গাড়ি এবং ছোট বস্তু যেমন পরমাণু, ইলেক্ট্রন ইত্যাদির গতি নিয়ে আলোচনা করে। গতিবিদ্যা কোনো বস্তুর উপর আরোপিত অথবা প্রয়োগকৃত বলের ফলে সৃষ্ট গতির অনুসন্ধান, প্রকৃতি এবং সম্পর্ক স্থাপন করে। একটি গতিশীল বস্তুর গতির বৈশিষ্ট্যসমূহ প্রকাশের জন্য আমাদের গতি সংক্রান্ত বিভিন্ন রাশির প্রয়োজন।

ফুটবল, টেনিস, ক্রিকেট খেলার পূর্বে কীভাবে খেলা শুরু করতে হবে তার সম্পর্কে যেমন সাধারণ জ্ঞান থাকা প্রয়োজন তেমনি গতিবিদ্যার শুরুতে গতি সম্পর্কে অবগত হবার পর একজন শিক্ষার্থী বেগ, ত্বরণ, পড়ন্ত বস্তুর সূত্র, মহাকর্ষ এবং গতির বিভিন্ন লেখচিত্রে তার প্রয়োগ ঘটাতে সক্ষম হবে।

এ অধ্যায় পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা—

- জড় কাঠামোর ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- পরম গতি ও আপেক্ষিক গতি বর্ণনা করতে পারবে।
- গতি বর্ণনায় অন্তরীকরণ ও যোগজীকরণের প্রাথমিক ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- অবস্থান-সময় ও বেগ-সময় লেখচিত্র বিশ্লেষণ করতে পারবে।
- প্রক্ষেপকের গতি বিশ্লেষণ করতে পারবে।
- পড়ন্ত বস্তুর সূত্র ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- সুষম বৃত্তীয় গতি ব্যাখ্যা করতে পারবে।

৩.১ জড় কাঠামো
Inertial Frame

যেকোনো সরলরেখা বরাবর গতিশীল একটি বস্তুর সরণ, বেগ, ত্বরণ ইত্যাদিকে স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় যেকোনো একটি অক্ষ বরাবর বিবেচনা করে বস্তুটির গতিকে সম্পূর্ণভাবে বর্ণনা করা যায়। কোনো গতির বর্ণনার জন্য একটি প্রসঙ্গ কাঠামোর প্রয়োজন হয় যার সাপেক্ষে গতি বিবেচনা করা হয়। একটি বস্তু X-অক্ষ বরাবর গতিশীল হলে তার সরণ, বেগ, ত্বরণ যথাক্রমে x, v_x, a_x হবে। এক্ষেত্রে দেখা যায় কোনো বস্তুর গতির সম্যক অবস্থা বা গতিশীল বস্তুর অবস্থান নির্ণয়ের জন্য প্রয়োজন হয় কোনো না কোনো প্রসঙ্গ স্থানাঙ্ক কাঠামো (coordinate system)। এই স্থানাঙ্ক ব্যবস্থাকে বলা হয় প্রসঙ্গ কাঠামো। সবচেয়ে সহজ এবং পরিচিত প্রসঙ্গ কাঠামো হলো কার্তেসীয় অক্ষ পদ্ধতি (Cartesian coordinate system)। এর দ্বারা একটি বস্তুকণার অবস্থান তিনটি পরস্পর লম্ব অক্ষ X, Y, Z দ্বারা নির্দিষ্ট করা যায়।

তোমার পড়ার ঘরে একটি প্রজাপতি প্রবেশের পর এদিক-ওদিক উড়তে দেখ। এখন মনে কর প্রজাপতিটি তোমার পড়ার ঘরে বুক সেলফ এর উপর এসে বসল। প্রজাপতিটিকে নির্দিষ্ট করতে ঘরের যেকোনো কোণাকে মূলবিন্দু (origin) ধরে দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা বরাবর নির্দিষ্ট পরিমাণ স্থান, ফিতা দিয়ে পরিমাপ করে প্রজাপতির অবস্থান নির্দিষ্ট করা যায়। মনে করা যাক ঘরের কোণা থেকে দৈর্ঘ্য বরাবর 5m, প্রস্থ বরাবর 3m এবং উচ্চতা

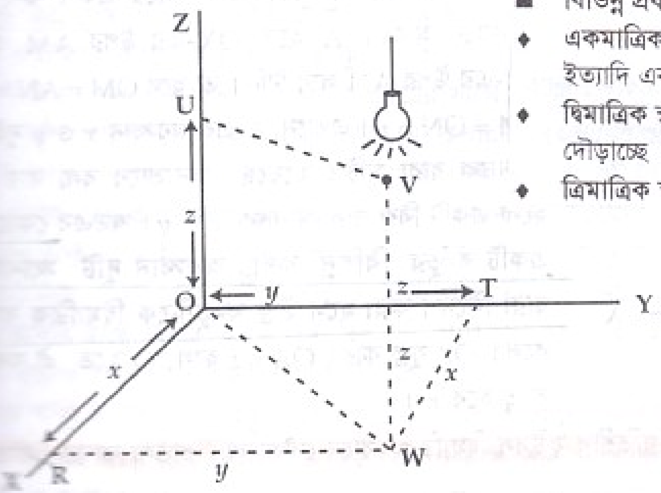
ঘরের 2m মেপে প্রজাপতিটিকে নির্দিষ্ট করা হলো। এক্ষেত্রে প্রজাপতির স্থানাঙ্ক হবে (5, 3, 2); আবার তুমি যদি ঘরের বাইরের কোনো বিন্দুকে মূলবিন্দু ধরে প্রজাপতির অবস্থান নির্ণয় করতে যাও তাহলে স্থানাঙ্ক ব্যবস্থা পরিবর্তিত হবে। কার্তেসীয় পদ্ধতি ছাড়াও বস্তুর অবস্থান অন্যভাবে নির্ণয় করা যায়। যেমন গোলকভিত্তিক (spherical) বা সিলিন্ডারভিত্তিক (cylindrical) স্থানাঙ্ক নির্দেশ পদ্ধতি। অর্থাৎ **কোনো বস্তুর গতির বর্ণনার জন্য ত্রিমাত্রিক স্থানে যে সুনির্দিষ্ট স্থানাঙ্ক ব্যবস্থা বিবেচনা করা হয় এবং যার সাপেক্ষে বস্তুটির গতি বর্ণনা করা হয় তাকে প্রসজ্গ কাঠামো বলে।** ভূপৃষ্ঠ, গ্রহ, সূর্য, কোনো বিন্দু ইত্যাদিকে প্রসজ্গ কাঠামো হিসেবে বিবেচনা করতে পার। তবে এদের সব সময়ই সুনির্দিষ্ট করতে হবে। কোনো বস্তুর স্থানাঙ্ক সময় ও প্রসজ্গ কাঠামোর সাপেক্ষে পরিবর্তিত অথবা স্থির থাকতে পারে। কোনো বস্তুর সকল বিন্দুর স্থানাঙ্ক যদি সময় ও প্রসজ্গ কাঠামোর সাপেক্ষে স্থির থাকে তাহলে বস্তুর এই অবস্থাকে স্থিতি বলে। বস্তুটির যেকোনো বিন্দুর স্থানাঙ্ক যদি সময় ও প্রসজ্গ কাঠামোর সাপেক্ষে পরিবর্তিত হয় তাহলে বস্তুর এই অবস্থাকে গতি বলে।

পৃথিবী পৃষ্ঠে বা মহাবিশ্বে কোনো কিছুর অবস্থান নির্দেশ করার জন্য আমাদের একটি বিন্দুকে স্থির করতে হয়। এই বিন্দুকে আমরা **মূলবিন্দু** বা **প্রসজ্গ বিন্দু** বলি, আর যে দৃঢ় বস্তর সাথে তুলনা করে আমরা অন্য বস্তুর অবস্থান, স্থিতি ও গতি নির্ণয় করি তাকে **প্রসজ্গ কাঠা**

তুমি ব্রিজের উপর একটি গাড়িকে দাঁড়ানো দেখে তার অবস্থান যদি প্রসজ্গ কাঠামোর মাধ্যমে প্রকাশ করতে চাও তবে তোমাকে একটি স্থানাঙ্ক ব্যবস্থা বিবেচনা করতে হবে। ৩˙১ চিত্রে ব্রিজের উপর রাখা একটি গাড়ির অবস্থান দ্বিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় X অক্ষের দিকে OP দূরত্ব এবং Y অক্ষের দিকে OQ দূরত্ব প্রকাশের মাধ্যমে মূলবিন্দুর সাপেক্ষে গঠিত প্রসজ্গ কাঠামোতে গাড়িটির অবস্থান নির্দেশ করছে। এক্ষেত্রে $OP = x = 2$ একক এবং $OQ = y$ $= 2$ একক নির্দেশ করে অর্থাৎ গাড়িটির অবস্থানের স্থানাঙ্ক হবে চিত্র ৩˙১ অনুযায়ী (2, 2)।

তুমি যখন ডাইনিং টেবিলে খেতে বস তখন

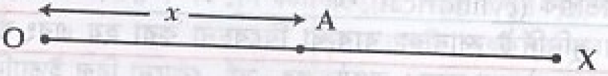
নির্দিষ্ট করতে হবে। এখানে মূলবিন্দু এবং অক্ষত্রয় সমন্বয়ে একটি ত্রিমাত্রিক প্রসজ্গ কাঠামো (Three dimensional space) গঠিত হয়েছে। ৩˙২ চিত্রে V দ্বারা বাল্বের অবস্থান নির্দেশ করা হয়েছে। চিত্র অনুযায়ী $OR = WT = x$, $OT = RW = y$ এবং $OU = VW = z$। তাহলে বালবটির অবস্থানের স্থানাঙ্ক হবে (x, y, z)। আপেক্ষিক স্থিতি এবং আপেক্ষিক গতি নির্ণয়ের জন্যে প্রসজ্গ বিন্দু (বা প্রামাণ্য বিন্দু) ও প্রসজ্গ কাঠামো (বা প্রামাণ্য কাঠামো)-এর প্রয়োজন।



চিত্র ৩˙২

- ■ **প্রসঙ্গ কাঠামোতে গতির প্রকারভেদ:**
  - **রৈখিক বা একমাত্রিক গতি:** সোজা সড়কে গাড়ির গতি।
  - **সমতলীয় বা দ্বিমাত্রিক গতি:** গতি সমতলের উপর সীমাবদ্ধ। যেমন– দেওয়াল বা মেঝের উপর পিঁপড়ার গতি, টেবিলের উপর মার্বেলের গতি।
  - **স্থানিক গতি বা ত্রিমাত্রিক গতি:** কোন স্থানে পাখির গতি স্থানিক গতি।
  - **চলন গতি:** একটি পাথরকে কিছু উঁচু হতে ফেলে দিলে তা খাড়া সরল রেখায় নিচের দিকে পড়ে।
- ■ **চলন গতি দুই ধরনের:**
  - **সরল চলন গতি/ ঋজু গতি:** পড়ন্ত অথবা সরল পথ বরাবর বস্তুর গতি।
  - **বক্র চলন গতি:** আকাবাকা বা বক্র পথে চলন্ত জীপের বা রেলগাড়ির গতি।
  - **ঘূর্ণন গতি:** বৈদ্যুতিক পাখার গতি, ঘড়ির কাটার গতি, যাতার গতি।
  - **পর্যায় গতি/ পর্যায়বৃত্ত গতি:** ঘড়ির কাটার গতি, বাষ্প ও পেট্রোল ইঞ্জিনের সিলিন্ডারের মধ্যে পিষ্টনের গতি, দোলনার গতি, বৈদ্যুতিক পাখার গতি।
  - **দোলন গতি:** দেয়াল ঘড়ির গতি।
- ■ **বিভিন্ন প্রকার প্রসঙ্গ কাঠামোর উদাহরণ:**
  - **একমাত্রিক স্থানঃ** একটি দীর্ঘ সরু দন্ড, একটি দীর্ঘ সরু সূতা, ঝুলন্ত সূতা ইত্যাদি একমাত্রিক বস্তু ভাবা যায়।
  - **দ্বিমাত্রিক স্থান:** ফুটবল খেলার মাঠে একটি গতিশীল ফুটবল দ্বিমাত্রিক স্থানে দৌড়াচ্ছে। পাতলা কাগজ, পাতলা ধাতব পাত্র ইত্যাদি দ্বিমাত্রিক বস্তু।
  - **ত্রিমাত্রিক স্থান:** টেবিল, চেয়ার, ইট, পাথর ইত্যাদি ত্রিমাত্রিক বস্তু।

(১) একমাত্রিক স্থান (One dimensional space) : মনে করি একটি কণা একটি সরলরেখা OX-বরাব গতিশীল। বিভিন্ন সময়ে কণাটির অবস্থান একটি বিন্দু সাপেক্ষে নির্ণয় করতে হয়। যে বিন্দুর সাপেক্ষে কণা অবস্থান নির্ণয় করা হয়, তাকে প্রসঙ্গ বিন্দু বা নির্দেশ বিন্দু বলে। চিত্রে O-কে প্রসঙ্গ বিন্দু ধরে নেয়া হয়েছে।



চিত্র ৩.৩

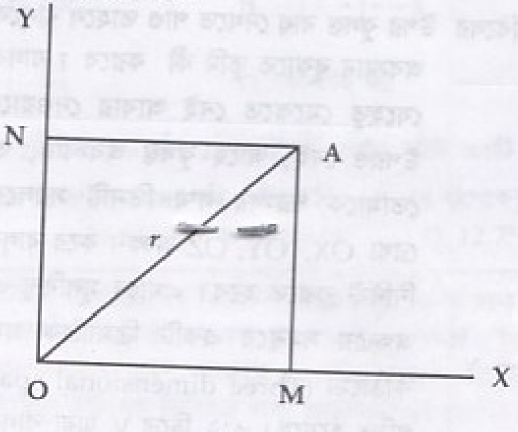
OX সরলরেখাকে X-অক্ষ বলা হয়। প্রসঙ্গ বিন্দু O এবং X-অক্ষ নিয়ে গঠিত হয়েছে একটি একমাত্রি কাঠামো। এ কাঠামোর সাহায্যে কণার যেকোনো সময়ের অবস্থান নির্ণয় করা হয় [চিত্র ৩.৩]।

মনে করি একটি নির্দিষ্ট সময়ে কণাটি A অবস্থানে আছে। উক্ত সময়ে O বিন্দু হতে কণা দূরত্ব $= OA = x$। কণাটি স্থিতিশীল হলে x-এর একটিমাত্র মান থাকবে। আর কণাটি গতিশীল হলে x-এর মা বিভিন্ন হবে। এখানে x-কে স্থানাঙ্ক বলা হয়। একটিমাত্র স্থানাঙ্ক দ্বারা কণাটির অবস্থান নির্দেশিত হওয়ায় কণা একমাত্রিক স্থানে অবস্থিত। **যে বস্তুর বিভিন্ন কণার অবস্থান একটিমাত্র স্থানাঙ্ক দ্বারা নির্দেশ করা হ তাকে একমাত্রিক প্রসঙ্গ কাঠামো বলে।**

মুক্তভাবে পড়ন্ত একটি বস্তুর গতি আলোচনা করলে দেখা যাবে বিভিন্ন সময়ে বস্তুর অবস্থান বিভিন্ন হবে এর গতি একটি একমাত্রিক কাঠামো দ্বারা প্রকাশ করা যাবে। যে বিন্দু হতে বস্তুটি পড়তে শুরু করে তাকে প্রস **বিন্দু** বলে এবং এর গতিপথ X-অক্ষ ধরা হবে।

উদাহরণ : একটি দীর্ঘ সরু দণ্ড, একটি দীর্ঘ সরু সূতা, ঝুলন্ত সূতা ইত্যাদি একমাত্রিক বস্তু ভাবা যায়।

(২) দ্বিমাত্রিক স্থান (Two dimensional space) : মনে করি একটি কণা একটি সমতলে অবস্থি ধরি কণাটি গতিশীল। সেজন্য বিভিন্ন সময়ে এর অবস্থান বিভিন্ন হবে। এর অবস্থান সূচিত করার লক্ষ্যে পরস্প দুটি লম্বিক সরলরেখার দরকার। চিত্রে OX ও OY এরূপ দুটি সরলরেখা। এই দুটি সরলরেখা পরস্পর O বিন্দু মিলিত হয়েছে। অতএব O হলো **প্রসঙ্গ বিন্দু বা মূল বিন্দু** (reference or origin)। এখানে OX-কে X অক্ষ OY-কে Y অক্ষ বলা হয়। প্রসঙ্গ বিন্দু এবং অক্ষ দুটি মিলে একটি কাঠামো তৈরি হয়েছে। এর নাম **দ্বিমাত্রি কাঠামো** [চিত্র ৩.৪]।



চিত্র ৩.৪

মনে করি একটি নির্দিষ্ট সময়ে একটি কণা অবস্থানে আছে। A হতে OX-এর উপর AM OY-এর উপর AN লম্ব টানি। তা হলে $OM = AN =$ $AM = ON = y$। এখানে A-এর অবস্থান x ও y দুই স্থানাঙ্ক দ্বারা সূচিত হয়েছে। অন্যভাবে বলা যায় হলো একটি বিন্দু যার স্থানাঙ্ক x ও y। অতএব **কোনো একটি বস্তুর বিভিন্ন কণার অবস্থান দুটি স্থানা দ্বারা নির্দেশ করা হলে উক্ত বস্তুটিকে দ্বিমাত্রিক বস্** বলে। OA যুক্ত করি। $OA = r$ হলে, O হতে ঐ কণ দূরত্ব হবে r।

উদাহরণ : ফুটবল খেলার মাঠে একটি গতিশীল ফুটবল দ্বিমাত্রিক স্থানে দৌড়াচ্ছে। পাতলা কাগজ, পাত ধাতব পাত ইত্যাদি দ্বিমাত্রিক বস্তু। ১৩-১৪

(৩) ত্রিমাত্রিক স্থান (Three dimensional space) : মনে করি বায়ু ভর্তি কামরার মধ্যে একটি কণ অবস্থিত। কণাটির অবস্থান নির্দেশ করার জন্য পরস্পর লম্বভাবে অবস্থিত তিনটি সরলরেখা দরকার। ধরি সরলরে তিনটি যথাক্রমে OX, OY এবং OZ। সরলরেখা তিনটি পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে। অতএব O বিন্

হলো **মূল বিন্দু** বা প্রসঙ্গ বিন্দু। এখানে OX কে X অক্ষ, OY কে Y-অক্ষ এবং OZ-কে Z-অক্ষ বলা হয়। মূল বিন্দু O এবং তিনটি অক্ষ মিলে যে কাঠামো তৈরি হয়েছে তার নাম **ত্রিমাত্রিক প্রসঙ্গ কাঠামো** [চিত্র ৩'৫]।

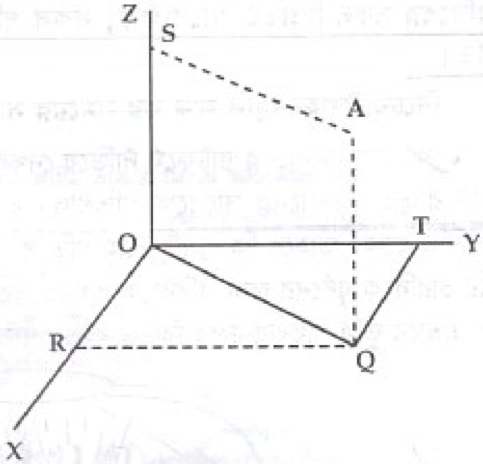
মনে করি কোনো নির্দিষ্ট সময়ে কণাটি A অবস্থানে আছে। A হতে XY তলের উপর AQ লম্ব টানি। Q হতে OX-এর উপর QR এবং OY-এর উপর QT লম্ব টানি। A হতে OZ-এর উপর AS লম্ব টানি।

তাহলে OR = QT = x

OT = RQ = y

এবং OS = AQ = z

এখানে A-এর অবস্থান x, y এবং z এই তিনটি স্থানাঙ্ক দ্বারা নির্দেশ করা হয়েছে। মূল বিন্দু O এবং এই তিনটি স্থানাঙ্কসহ এই কাঠামোকে ত্রিমাত্রিক কাঠামো বলে। কোনো একটি বস্তুর বিভিন্ন কণা এই কাঠামোয় অবস্থান করলে বস্তুটিকে ত্রিমাত্রিক বস্তু বলে।



চিত্র ৩'৫

উদাহরণ : টেবিল, চেয়ার, ইট, পাথর ইত্যাদি ত্রিমাত্রিক বস্তু।

হাতে কলমে কাজ: ফুটবল মাঠে দুই দল ছেলেরা ফুটবল খেলছে, আবার তোমার পড়ার ঘরে একটি প্রজাপতি ছুটোছুটি করছে। এই দুটি ঘটনাকে প্রসংগ কাঠামো ব্যবস্থায় উপস্থাপন কর। ফুটবলের অবস্থান বিভিন্ন সময়ে বিভিন্ন হবে কী ?

ফুটবল খেলার সময় সমতলের উপর ফুটবলের অবস্থান পরিবর্তন হচ্ছে তাই এটিকে দ্বিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় ঘটে। অন্যদিকে প্রজাপতির অবস্থান পড়ার ঘরের [illegible] সাপেক্ষে হয়, তাই এটি ত্রিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় ঘটে। ফুটবলের অবস্থান সময়ের সাথে পরিবর্তিত হবে।

পরম গতি
Absolute Motion

তুমি যখন রাস্তা দিয়ে হেঁটে কলেজে যাও তখন রাস্তার উপর চলন্ত অনেক গাড়ি, রিক্সা এবং আশেপাশে অনেক গাছ দেখতে পাও। এক্ষেত্রে গাড়ি ও রিক্সা গতিশীল আর গাছ স্থির। আবার ভ্যাকুয়াম ক্লিনার দিয়ে যখন মেঝে পরিষ্কার করতে দেখ তখন ভ্যাকুয়াম ক্লিনারের আশেপাশের প্রত্যেকটি বস্তু থেকে ভ্যাকুয়াম ক্লিনারের দূরত্ব এবং দিক ক্রমাগত পরিবর্তন হয়। অর্থাৎ সময়ের সাথে সাথে ভ্যাকুয়াম ক্লিনারের অবস্থানের পরিবর্তন হয়। এক্ষেত্রে আমরা বলি পারিপার্শ্বিকের সাপেক্ষে ভ্যাকুয়াম ক্লিনারটি গতিশীল। সময়ের সাথে সাথে পারিপার্শ্বের সাপেক্ষে যখন কোনো বস্তুর অবস্থানের পরিবর্তন ঘটে তখন তাকে গতিশীল বস্তু বলি। কোনো বস্তু স্থির না গতিশীল তা বুঝার জন্য প্রসঙ্গ বস্তু তথা প্রসঙ্গ কাঠামো বিবেচনা করতে হয়। যেমন গাছের তুলনায় রিক্সাটি যদি গতিশীল হয় তখন আলোচ্য বস্তু বা রিক্সাকে গতিশীল ধরা হয়। আবার রিক্সা ও গাড়ি যদি একই দিকে একই বেগে চলতে থাকে তাহলে সময়ের সাথে তাদের মধ্যবর্তী দূরত্বের কোনো পরিবর্তন হবে না। এক্ষেত্রে একটির তুলনায় অপরটি গতিশীল ধরা হয়। আবার চলন্ত উড়োজাহাজে দুই বন্ধু যদি মুখোমুখি বসে গল্প করতে থাকে তাহলে সময়ের পরিবর্তনের সাথে সাথে তাদের অবস্থানের কোনো পরিবর্তন হবে না। সুতরাং বলা যায় একজনের সাপেক্ষে অপরজন স্থির। আমরা দেখতে পাচ্ছি কোনো বস্তু প্রকৃতপক্ষে স্থির না গতিশীল তা নির্ণয়ে একটি প্রসঙ্গ বস্তু নির্ধারণ করে নিতে হয়।

প্রসঙ্গ বস্তু যদি প্রকৃতপক্ষে স্থির হয় তাহলে তার সাপেক্ষে যে বস্তু স্থিতিশীল রয়েছে সেও প্রকৃতপক্ষে স্থির। এ ধরনের স্থিতিকে আমরা পরম স্থিতি বলি। প্রসঙ্গ বস্তুটি যখন পরম স্থিতিতে থাকে তাহলেই কোনো বস্তু তার সাপেক্ষে স্থির থাকলে সে বস্তুকে পরম স্থিতিশীল বলি। আবার **প্রসঙ্গ বস্তুটি যখন পরম স্থিতিতে থাকে তখন তার সাপেক্ষে অন্য কোনো বস্তু গতিশীল থাকলে তাকে পরম গতি বলি**। এই মহাবিশ্বে আমরা যা কিছু দেখি যেমন চন্দ্র, গ্রহ, উপগ্রহ, পৃথিবী সবই প্রতিনিয়ত সূর্যের চারদিকে ঘুরছে। তাই এক কথায় বলা যায়,

পৃথিবীর উপর অবস্থিত সকল বস্তু স্থির নয়—সকল বস্তু গতিশীল। আমরা যখন কোনো বস্তু স্থিতিশীল না গতিশীল জানার চেষ্টা করি তা কোনো আপাত স্থিতিশীল বস্তুর সাপেক্ষে বিবেচনা করি। এক কথায় বলা যায় **"এ মহাবিশ্বের সকল স্থিতিই আপেক্ষিক, সকল গতিই আপেক্ষিক। কোনো গতিই পরম নয়, পরম নয় কোনো স্থিতি।"**

নিচের উদাহরণগুলি লক্ষ কর সময়ের সাথে সাথে বস্তুর অবস্থান কীভাবে পরিবর্তিত হচ্ছে।

(ক) রাজু স্টেশনের প্লাটফর্মে দাঁড়িয়ে দেখল একটি ট্রেন রাজুকে অতিক্রম করে চলে গেল [চিত্র ৩·৬]। তাহলে ট্রেনটি রাজুর অবস্থানের সাপেক্ষে গতিশীল। এক্ষেত্রে ট্রেনটির এবং রাজুর মধ্যকার দূরত্ব সময়ের সাথে সাথে পরিবর্তিত হচ্ছে। তাহলে কি ট্রেনটি পরম গতি প্রাপ্ত নয় ? ট্রেনটি যদিও রাজুর সাপেক্ষে গতিশীল কিন্তু পৃথিবী নিজে সূর্যের চারদিকে ঘূর্ণনের জন্য পৃথিবীকে কখনও পরম স্থিতি বিবেচনা করা যায় না। এক্ষেত্রে ট্রেনটির গতি পরম গতি নয়। এভাবে তুমি পৃথিবীর উপর বিভিন্ন বস্তুর গতির কথা ভাব এবং পরম স্থিতি ও পরম গতি বুঝার চেষ্টা কর।

চিত্র ৩·৬

(খ) সূর্যের চারদিকে পৃথিবীর আবর্তনের বিস্তৃত তথ্য বিজ্ঞানীরা অনেকদিন আগেই গণনা করেছেন। অর্থাৎ পৃথিবীর গতি হিসাব করে রেলগাড়ির গতি কি নির্ণয় করা যায় না ? কিন্তু সূর্যও স্থির নয়। সমস্ত সৌরজগতই ছায়াপথের মধ্য দিয়ে প্রচণ্ড বেগে ছুটে চলেছে। আবার ছায়াপথগুলোও একে অন্যের সাপেক্ষে গতিশীল। প্রকৃতপক্ষে এই মহাবিশ্বের সমস্ত বস্তুই গতিশীল। সুতরাং পরম গতি নির্ণয় করা অসম্ভব। অতএব বলা যায়, **কোনো বস্তুর স্থিতি অথবা গতি সবসময়ই আপেক্ষিক**।

আপেক্ষিক গতি
Relative Motion

যেকোনো বস্তুর অবস্থান জানতে হলে অন্য আরেকটি বস্তুর প্রয়োজন হয়। তাহলেই এই দ্বিতীয় বস্তু সাপেক্ষে প্রথম বস্তুটির অবস্থান নির্দিষ্ট করা যায়; না হলে বস্তুর অবস্থান বলার কোনো অর্থ হয় না বা বস্তুর গতি সম্পর্কে ধারণা স্পষ্ট হয় না। মনে কর স্রোতহীন একটি নদীতে তুমি নৌকায় মাছ শিকারের জন্য হুইল নিয়ে বসে আছ। দেখতে পেলে দুটি নৌকা প্রতিযোগিতা করে একই দিকে এগিয়ে যাচ্ছে। কিছুক্ষণ পর দেখতে পেলে দুটি নৌকা পরস্পর বিপরীত দিকে যাচ্ছে। এখন তোমার মাথায় চিন্তা আসল একই দিকে গতিশীল নৌকা দুটির মধ্যকার এবং পরস্পর বিপরীত দিকে গতিশীল নৌকা দুটির মধ্যকার বেগ কেমন ? এই ধরনের গতি নির্ণয়ের জন্য দ্বিতীয় আরেকটি বস্তুর সাপেক্ষে গণনা করতে হয়। এই দ্বিতীয় বস্তুটি হলো নির্দেশ বস্তু বা নির্দেশ ফ্রেম।

সাধারণত 'কোনো বস্তুর বেগ' বলতে আমরা পৃথিবী সাপেক্ষে এর বেগ বুঝি। আবার আমরা একটি বস্তু A-এর বেগ পৃথিবীর উপর সচল আরেকটি বস্তু B-এর সাপেক্ষেও নির্ণয় করতে পারি। একে B বস্তুর সাপেক্ষে A বস্তুর আপেক্ষিক বেগ বলে। এক্ষেত্রে কোনো বস্তু সাপেক্ষে আরেকটি বস্তুর আপেক্ষিক বেগ হবে বেগদ্বয়ের ভেক্টর বিয়োগফলের সমান; অর্থাৎ পৃথিবী পৃষ্ঠের উপর সচল কোনো বস্তু সাপেক্ষে আরেকটি বস্তুর আপেক্ষিক বেগ বস্তু দুটির বেগের ভেক্টর বিয়োগফলের সমান।

মনে কর A ও B দুটি বস্তুর বেগ যথাক্রমে v_A এবং v_B হলে B সাপেক্ষে A-এর আপেক্ষিক বেগ

$$v_{AB} = v_A - v_B \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (3.1)$$

আবার A সাপেক্ষে B-এর আপেক্ষিক বেগ

$$v_{BA} = v_B - v_A$$

$$\therefore \quad v_{BA} = - v_{BA} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (3.2)$$

উদাহরণ (ক) : নিচের চিত্র দুটি লক্ষ কর। প্রথম চিত্রে দুটি গাড়ি একই দিকে গতিশীল এবং দ্বিতীয় চিত্রে পরস্পর বিপরীত দিকে গতিশীল। এদের আপেক্ষিক বেগ নির্ণয় করবে কীভাবে ? এক্ষেত্রে দুটি সমান্তরাল সরল চলন গতির ক্ষেত্রে আপেক্ষিক বেগ নির্ণয়ে নিম্নের দুটি গতি বিবেচনা করতে হবে।

(ক) (খ)

চিত্র ৩.৭

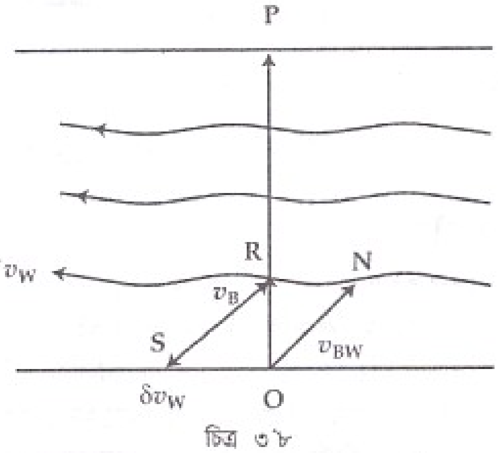
● **সমমুখী গতি** : দুটি বস্তু সরলরেখা বরাবর একই দিকে চললে B বস্তু সাপেক্ষে A বস্তুর আপেক্ষিক বেগের মান বস্তুদ্বয়ের বেগের মানের বিয়োগফলের সমান হয়।

অর্থাৎ $v_{AB} = v_A - v_B$, যদি $v_A > v_B$ হয়, তবে v_{AB} এর অভিমুখ হবে v_A এর অভিমুখের দিকে। সুতরাং B থেকে দেখলে A বস্তুকে সামনের দিকে v_{AB} বেগে এগোতে দেখা যাবে। আবার A থেকে দেখলে B বস্তুকে v_{BA} $(= - v_{AB})$ বেগে পেছনের দিকে যেতে দেখা যাবে। কারণ v_{BA} এর অভিমুখ v_{AB} এর বিপরীতমুখী।

● **বিপরীতমুখী গতি** : দুটি বস্তু সরলরেখা বরাবর বিপরীত দিকে চলতে থাকলে যদি A বস্তুর বেগ v_A কে ধনাত্মক ধরা হয়, তাহলে B বস্তুর বেগ v_B কে ঋণাত্মক ধরতে হবে। এখানে B সাপেক্ষে A বস্তুর আপেক্ষিক বেগ হবে, $v_{AB} = v_A - (- v_B) = v_A + v_B$, যদি $v_A > v_B$ হয়।

সুতরাং B বস্তু থেকে দেখলে A বস্তু v_{AB} বেগে B বস্তুর দিকে এগোচ্ছে বা দূরে চলে যাচ্ছে বলে মনে হবে। যেহেতু $v_{BA} = - v_B - v_A = - (v_B + v_A)$, অতএব A বস্তু থেকে দেখলে মনে হবে যে, B বস্তুটি v_{BA} $(= - v_{AB})$ বেগে A বস্তুর দিকে এগোচ্ছে বা দূরে সরে যাচ্ছে।

(খ) মনে কর এক ব্যক্তি নৌকা করে এপারের কোনো বিন্দু O থেকে নদীর ওপারে ঠিক বিপরীতে অবস্থিত P বিন্দুতে সরাসরি যেতে চায়; তাহলে তাকে ON অভিমুখে নৌকা চালাতে হবে [চিত্র ৩.৮]।



চিত্র ৩.৮

যদি স্রোত সাপেক্ষে নৌকাটির আপেক্ষিক বেগ v_{BW} এবং স্রোতের বেগ v_W হয়, তবে এদের ভেক্টর যোগফল নৌকাটির বেগ v_B কে প্রকাশ করে, অর্থাৎ $\vec{v}_B = \vec{v}_W + \vec{v}_{BW}$.

সিদ্ধান্ত : উপরের উদাহরণ থেকে এ সিদ্ধান্ত নেয়া যায় :

(১) দুটি গতিশীল বস্তু একই দিকে চললে বস্তু দুটির বেগ বিয়োগ করে আপেক্ষিক বেগ পাওয়া যায়।

(২) দুটি গতিশীল বস্তু বিপরীত দিকে চললে আপেক্ষিক বেগ বের করতে বেগ দুটি যোগ করতে হয়।

৩.২ গতি বর্ণনায় অন্তরীকরণ ও যোগজীকরণের প্রাথমিক ধারণা Preliminary Idea of Differentiation and Integration to Describe Motion

অন্তরীকরণ
Differentiation

মনে কর একটি রাশি অন্য একটি রাশির উপর নির্ভরশীল, তাহলে গণিতের ভাষায় এ নির্ভরশীল রাশিটি অপরটির অপেক্ষক (function) হয়।

y রাশিটি x রাশির উপর নির্ভরশীল হলে y, x-এর একটি অপেক্ষক হয়।

$$\text{অর্থাৎ } y = f(x) \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \tag{3.3}$$

আবার y-এর ক্ষুদ্রতম পরিবর্তন Δy এর জন্য x এর ক্ষুদ্রতম পরিবর্তন Δx ধরলে y এবং x এর ক্ষুদ্রতম পরিবর্তনের জন্য লেখা যায়

$$y + \Delta y = f(\Delta x + x) \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \tag{3.4}$$

$$\text{বা, } \Delta y = f(\Delta x + x) - y \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \tag{3.5}$$

$$\text{বা, } \Delta y = f(\Delta x + x) - f(x) \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \tag{3.6}$$

$$\therefore \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(\Delta x + x) - f(x)}{\Delta x} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots$$

এখানে $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ হলো উল্লেখিত ক্ষুদ্রতম পরিবর্তনের জন্য x এর সাপেক্ষে y এর পরিবর্তনের হার। হর Δx এর মান যখন শূন্যের কাছাকাছি হয় তখন (3.6) নং সমীকরণকে লেখা যায়

$$\underset{\Delta x \to 0}{\text{Lt}} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \underset{\Delta x \to 0}{\text{Lt}} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \qquad \ldots \qquad \ldots \tag{3.7}$$

$$\text{বা, } \frac{dy}{dx} = \underset{\Delta x \to 0}{\text{Lt}} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \tag{3.8}$$

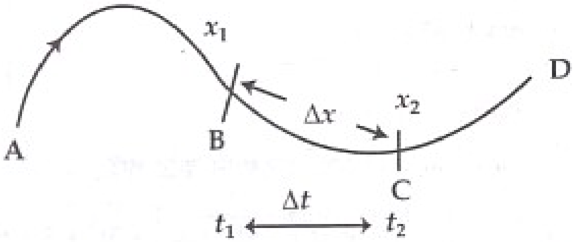
এখানে $\frac{dy}{dx}$ হলো, x এর অতি ক্ষুদ্র পরিবর্তনের জন্য x এর সাপেক্ষে y এর পরিবর্তনের হার। $\frac{dy}{dx}$ কে x এর সাপেক্ষে y এর differential সহগও বলে এবং $\frac{dy}{dx}$ এর মান নির্ণয়ের পদ্ধতিকে অন্তরীকরণ বা ব্যবকলন বলে। গতির বর্ণনার ক্ষেত্রে এই অন্তরীকরণ পদ্ধতি প্রয়োগ করা যায়। এখানে $\frac{dy}{dx}$ একটি প্রতীক, যা y-এর উপর $\frac{d}{dx}$ এর ক্রিয়াকে নির্দেশ করে। ইহা dy ও dx এর ভাগফল নয়। $\frac{dy}{dx}$, x এর সাপেক্ষে y এর পরিবর্তনের হার বুঝায়।

মনে কর তুমি তোমার বন্ধুর মোটর সাইকেলে করে নিউমার্কেট থেকে মতিঝিল যাচ্ছ। তাহলে যাওয়ার তুমি লক্ষ করবে মোটর সাইকেল কখনও একই বেগে চলেনি। কখনও আস্তে কখনও জোরে চলেছে। কখনও চেপে থামতেও হয়েছে। ফলে মোটর সাইকেলটির গতি সুষম ছিল না। কিন্তু তোমাকে যদি মোটর সাইকেলটির নির্ণয় করতে বলা হয় তাহলে তুমি নিউমার্কেট থেকে মতিঝিলের মোট দূরত্ব নিয়ে মোট অতিক্রান্ত সময় দ্বারা করে বেগের মান নির্ণয় করে নিবে। এক্ষেত্রে এই নির্ণেয় বেগ গড় বেগ বুঝাবে। অর্থাৎ সময়ের সাপেক্ষে অবস্থানের পরিবর্তন হবে বেগ v, অর্থাৎ $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$.

$\frac{\Delta x}{\Delta t}$ কে বলা হয় উল্লিখিত সময়ের পরিবর্তনের জন্য x-এর সাপেক্ষে সময়ের পরিবর্তনের হার বা বেগ। সময়ের মান ক্ষুদ্র হলে উক্ত সময়ের বেগই হলো তাৎক্ষণিক বেগ। এক্ষেত্রে এই বেগকে অন্তরীকরণের মাধ্যমে

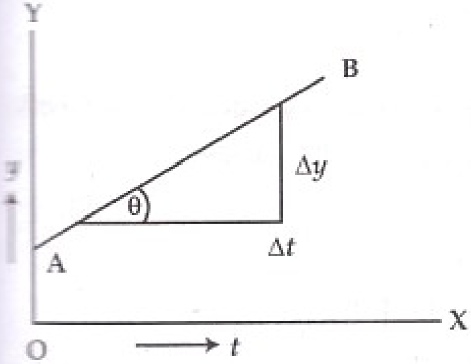
করা যায়; অর্থাৎ $\Delta t \to 0$ হলে $\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ এর নির্দিষ্ট মান পাওয়া যায় তাহলে ঐ সীমাস্থ মানকে অর্থাৎ $\underset{\Delta t \to 0}{\text{Lt}} \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ কে $x(t)$ অপেক্ষকের t এর সাপেক্ষে বৃদ্ধির হার বা অন্তরক সহগ বা তাৎক্ষণিক বেগ বলে।

ধরা যাক একটি কণার গতিপথ AD এবং এই গতিপথের উপর একটি বিন্দু B-তে এর বেগের মান নির্ণয় করতে হবে। তাহলে ধরা যাক t সময়ে কণার অবস্থান B এবং $t + \Delta t$ সময়ে কণার অবস্থান C [চিত্র ৩·৯]।



চিত্র ৩·৯

এক্ষেত্রে B ও C বিন্দুর মধ্যে দূরত্বের ব্যবধান Δx এবং সময়ের ব্যবধান Δt, তাহলে বেগের মান, $v = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$; বলা যায় t-এর সাপেক্ষে x-এর পরিবর্তন হলো অন্তরীকরণের ভাষায় বেগের মান।



চিত্র ৩·১০

আবার t এর Δt পরিবর্তনের জন্য Δy এর অতি ক্ষুদ্র পরিবর্তন লেখচিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ করা যায় [চিত্র ৩·১০]। আলোচ্য ক্ষেত্রে Δy তথা Δt অতি ক্ষুদ্র হলে $\dfrac{\Delta y}{\Delta t}$ সরলরেখাটির ঢাল নির্দেশ করবে।

$$\therefore \quad \underset{\Delta t \to 0}{\text{Lt}} \frac{\Delta y}{\Delta t} = \text{ঢাল}$$

$$\text{বা,} \quad \frac{dy}{dt} = \text{ঢাল}$$

অর্থাৎ সরণ (y) বনাম সময় (t) লেখচিত্র থেকে ঢাল নির্ণয়ের মাধ্যমে সময়ের পরিবর্তনের সাথে সরণের পরিবর্তন দ্বারা বেগ নির্ণয় করতে পারি।

আবার, মনে কর $x = f(t) = t^2$

$$\therefore \quad \frac{dx}{dt} = \underset{\Delta t \to 0}{\text{Lt}} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \underset{\Delta t \to 0}{\text{Lt}} \frac{f(t + \Delta t) - f(t)}{\Delta t} = \underset{\Delta t \to 0}{\text{Lt}} \frac{(t + \Delta t)^2 - t^2}{\Delta t}$$

$$= \underset{p \to 0}{\text{Lt}} \frac{(t + p)^2 - t^2}{p}, \quad \Delta t = p \text{ ধরি}$$

$$= \underset{p \to 0}{\text{Lt}} \frac{2tp + p^2}{p} = \underset{p \to 0}{\text{Lt}} 2t + p = 2t$$

$$\therefore \quad \frac{d}{dt}(t^2) = 2t \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (3.9)$$

নিচের লেখচিত্রে বক্র রেখায় বিভিন্ন বিন্দুতে অঙ্কিত ঢালের মান সমান নয়। এইরূপ লেখচিত্রে কোনো বিন্দুর ঢাল নির্ণয় করতে হলে উক্ত বিন্দু সংলগ্ন এলাকায় অতি ক্ষুদ্র Δt এবং তৎসংলগ্ন Δx বিবেচনা করতে হবে। এই ঢাল ঐ বিন্দুতে অন্তরক সহগের সমান তা দেখানো যায়।

এক্ষেত্রে ঢালের মান $= \dfrac{\Delta t^2}{\Delta x}$ বা, $\dfrac{d}{dx}(t^2) = 2t$ বুঝায়।

৩·১১ নং চিত্রে t^2 বনাম x লেখ অঙ্কন করা হয়েছে।

চিত্র ৩·১১

গাণিতিক উদাহরণ

১। $s=\frac{1}{3}t^3+3t$ সূত্রানুসারে একটি বস্তু সরলরেখায় চলছে। 2 sec পর এর বেগ নির্ণয় কর।

এখানে,
সময়, $t = 2$ sec
বেগ, $v = ?$

মনে করি গতিবেগ $= v$

আমরা জানি, $v=\frac{ds}{dt}$

এখন $s=\frac{1}{3}t^3+3t$

s-কে t এর সাপেক্ষে ব্যবকলন করে পাই,

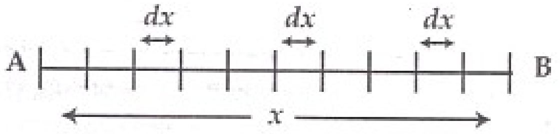
$$\frac{ds}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{3}t^3+3t\right) \quad \text{বা,} \quad v=\frac{1}{3}\times 3t^2+3=t^2+3$$

$\therefore$ 2 sec পরের বেগ $v=(2)^2+3=7$ একক।

যোগজীকরণ বা সমাকলন
Integration

মনে করি একটি দণ্ডের দৈর্ঘ্য x; দণ্ডটিকে অসংখ্য সমান ও ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র অংশে বিভক্ত করা হলো। এরূপ একটি ক্ষুদ্র অংশের দৈর্ঘ্য $= dx$। ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র সকল অংশকে যোগ করলে সমগ্র দণ্ডের দৈর্ঘ্য x নির্ণয় করা যায়।

$$\therefore \quad \sum dx = x \qquad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.10)$$



চিত্র ৩·১২

এখানে $\sum$ চিহ্ন যোগজীকরণ বা সমষ্টিকরণ বুঝায়।

সমীকরণ (3.10) কে নিম্নলিখিত উপায়ে লেখা যায়

$$\int dx = x \qquad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.11)$$

'$\int$' প্রতীকটি দ্বারাও যোগজীকরণ বা সমাকলন বুঝায়। এই সমীকরণ হতে দেখা যায় যে, dx এর সমাকলিত মান x এর সমান। তাহলে আমরা বলতে পারি সমাকলন এক ধরনের যোগজীকরণ। উপরের সমীকরণটির উভয় পাশে সমতা আনার জন্য উত্তর লেখার সময় একটি সমাকলন ধ্রুবক c যোগ করে লিখতে হয়, $\int dx = x + c$।

আবার মনে করি একটি ফাংশন $f(t)$ এর সমাকলিত মান, $\int f(t)dt = \mathrm{A}(x)$

তাহলে $f(t)$ কে যোগজ রাশি বা integral রাশি বলে। $f(t)$ এর পর dt দ্বারা বুঝানো হয়েছে যে সমাকলনটি করতে হবে t এর সাপেক্ষে। একে variable বা চলরাশি বলে।

১। কয়েকটি ক্ষেত্রে যোগজীকরণের প্রয়োগ :

- ভেক্টরের সাধারণ সমাকলন স্কেলার রাশির মতোই। মনে করি $\vec{\mathrm{A}}(t)=\hat{i}\,\mathrm{A}_x(t)+\hat{j}\,\mathrm{A}_y(t)+\hat{k}\,\mathrm{A}_z(t)$ ভেক্টরটি একটিমাত্র স্কেলার চলরাশি t-এর সমাকলন; তাহলে,

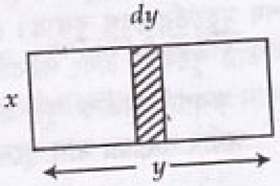
$$\int \vec{\mathrm{A}}(t)\,dt=\hat{i}\int \mathrm{A}_x(t)\,dt+\hat{j}\int \mathrm{A}_y(t)dt+\hat{k}\int \mathrm{A}_z(t)\,dt \text{ হবে।}$$

একে $\vec{\mathrm{A}}(t)$-এর অনিশ্চিত সমাকলন (Indefinite integral) বলে।

- অনেক ক্ষেত্রে সমাকলন ব্যবকলনের বিপরীত প্রক্রিয়া যেমন—

$$\int \cos x\, dx = \sin x$$

$$\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$$



চিত্র ৩.১৩

অর্থাৎ $\sin x$ কে ব্যবকলন করলে $\cos x$ এবং $\cos x$ কে সমাকলন করলে $\sin x$ পাওয়া যায়।

- একটি আয়তক্ষেত্র অসংখ্য ফালির সমন্বয়ে গঠিত হলে যার দৈর্ঘ্য x এবং প্রস্থ dy হলে [চিত্র ৩.১৩] আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল হবে $\int xdy, = x\int dy = xy$

- যদি প্রস্থের সীমা উল্লেখ করে দেওয়া থাকে তাহলে ক্ষেত্রফল $= \int_0^y x\, dy = x\,[y]_0^y = x\,(y-0) = xy$

২। বেগের ক্ষেত্রে সমাকলনের প্রয়োগ :

গতিশীল বস্তুর বেগ নির্ণয় কালে সরণকে মোট সময় দ্বারা ভাগ করে বেগ নির্ণয় করে থাকি। কিন্তু এই বেগ গড়বেগ ছাড়া আর কিছুই নয়। কারণ চলার ক্ষেত্রে বস্তুর গতি কখনও সুষম, কখনও অসম হয়। তাই যদি চলমান পথকে ক্ষুদ্রতম অসংখ্য প্রস্থে বা অংশে বিভক্ত করে প্রতিটি ক্ষুদ্রতম অংশে (dx) এবং এই ক্ষুদ্রতম অংশ অতিক্রমের সময় (dt) দ্বারা ভাগ করি তাহলে ক্ষুদ্রতম অংশের জন্য বেগ নির্ণয় করতে পারি। এরপর এই ক্ষুদ্রতম প্রস্থের জন্য নির্ণেয় বেগ (dv) কে সমাকলন করলে সমগ্র পথের জন্য বস্তুর প্রকৃত বেগ নির্ণয় করতে পারি। সমাকলন পদ্ধতিতে নিচে ইহা দেখানো হলো :

dx অংশের বেগ, $dv = \dfrac{dx}{dt}$ ... ... (3.12)

আবার সমগ্র পথের জন্য বেগ $= \int dv = v + c$ ...

যদি বেগের মান নির্দিষ্ট করা থাকে তাহলে উপরোক্ত সমাকলনটি ঐ সীমার মধ্যে রেখে সমাধান করলে প্রকৃত বেগ জানা যায়। উদাহরণস্বরূপ বলা যায় বেগের মান $v = 0$ থেকে $v = v$ হলে (3.12) নং সমীকরণকে এই সীমার মধ্যে সমাকলন করলে মোট বেগ পাওয়া যায়।

এক্ষেত্রে মোট বেগ $= \int_0^v dv = [v]_0^v = (v-0) = v$

সুতরাং বলা যায় ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র অংশের যোগফলই হলো মোট বা সমাকলন। একটি বাস্তব উদাহরণ দ্বারা বিষয়টি সম্বন্ধে ধারণা পাওয়া যায়। যেমন একজন মানুষ যখন টিভি স্টুডিওতে ক্যামেরার সামনে খবর পাঠ করে তখন তার ধারণকৃত ছবিটি অসংখ্য টুকরায় বিভক্ত করা হয়, আবার এটি যখন টিভির পর্দায় পৌছে তখন টুকরা টুকরা ছবিগুলো একত্রিত হয়ে পূর্ণাঙ্গ চিত্রে রূপ নেয়। এক্ষেত্রে স্টুডিওতে খণ্ড খণ্ড ছবিতে পরিণত হবার নাম ব্যবকলন আর টিভির পর্দায় খণ্ড খণ্ড চিত্র একত্রিত হওয়ার প্রক্রিয়াকে সমাকলন বা যোগজীকরণ বলে।

গতিবিষয়ক বিভিন্ন রাশি
Different quantities related to motion

(১) গড় বেগ (Average velocity) : যে কোনো সময় ব্যবধানে কোনো বস্তুর মোট সরণকে ঐ সময় ব্যবধান দিয়ে ভাগ করলে যে রাশি পাওয়া যায় তাকেই বস্তুটির গড় বেগ বলে।

ব্যাখ্যা : মনে করি Δt সময় ব্যবধানে একটি বস্তুর মোট সরণ $\Delta\vec{r}$

$\therefore$ গড় বেগ, $\overline{\vec{v}} = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$

যদি বস্তুটির গতি একমাত্রিক হয় এবং বস্তুটি X-অক্ষ বরাবর গতিশীল হয়, সেক্ষেত্রে বেগের একটিমাত্র উপাংশ থাকে। উপাংশটি হবে—

[∵ একমাত্রিক কাঠামোতে $\vec{r} = x\hat{i}$]

$$\overline{\vec{v}_x} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\,\hat{i}$$

এবং গড় বেগের মান $\overline{v_x} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$।

(২) তাৎক্ষণিক বেগ বা বেগ (Instantaneous velocity or velocity) : সময়ের ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে বস্তুর সরণের হারকে তাৎক্ষণিক বেগ বা বেগ বলা হয়। তাৎক্ষণিক বেগ বলতে কোনো বস্তু বিশেষ মুহূর্তের বেগ বুঝায়। কোনো বস্তুর তাৎক্ষণিক বেগ নির্ণয় করতে হলে যে মুহূর্তের বেগ নির্ণয় করতে হ ঠিক তার পূর্ববর্তী এবং পরবর্তী মুহূর্তে বস্তুটির অবস্থান জানা প্রয়োজন। পূর্ববর্তী এবং পরবর্তী মুহূর্ত বা সময়ের ব্যবধান অবশ্যই অত্যন্ত ক্ষুদ্র হতে হবে (প্রায় শূন্যের কাছাকাছি)।

অর্থাৎ সময়ের মান শূন্যের কাছাকাছি হলে উক্ত সময়ে সরণের পরিবর্তনের হারকে তাৎক্ষণিক বেগ বলে।

সুতরাং তাৎক্ষণিক একমাত্রিক বেগ $\vec{v}_x = \underset{\Delta t \to 0}{\mathrm{Lt}} \dfrac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \dfrac{d\vec{x}}{dt}$

উপরের আলোচনা থেকে তাৎক্ষণিক বেগ বা বেগের নিম্নোক্ত সংজ্ঞা দেয়া যায় :

সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে গড় বেগের সীমান্তিক মানকেই তাৎক্ষণিক বেগ বা বেগ বলে।

(৩) মধ্য বেগ (Mean velocity) : কোনো একটি গতিশীল বস্তুর প্রথম এবং শেষ বেগ-এর অভিমু একই হলে তাদের যোগফলের অর্ধেককে মধ্য বেগ বলে।

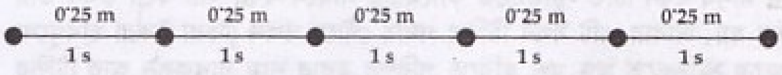
মনে করি, কোনো নির্দিষ্ট দিকে একটি বস্তুর আদি বা প্রথম বেগ $\vec{v}_0$ এবং শেষ বেগ $\vec{v}$.

$\therefore$ মধ্য বেগ $= \dfrac{\vec{v}_0 + \vec{v}}{2}$

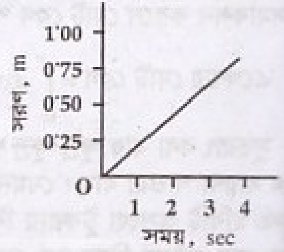
(৪) সমবেগ (Uniform velocity) : কোনো বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বলের মান ও দিক ধ্রুব থাকলে, ঐ বস্তুর বেগও ধ্রুব থাকে। বস্তুর এই ধ্রুব বেগকে সমবেগ বলে।

উদাহরণ : শব্দের বেগ, আলোর বেগ ইত্যাদি।

ব্যাখ্যা : ৩·১৪ (ক) চিত্রে পাঁচটি বিন্দু দ্বারা 1 সেকেন্ড পর পর কোনো একটি সরলরেখা বরাবর একই দি গতিশীল একটি বস্তুর অবস্থান প্রকাশ করা হয়েছে। এখানে পর পর দুটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব 0·25m। গ অনুসারে বস্তুটি একই অভিমুখে প্রতি সেকেন্ড 0·25m দূরত্ব অতিক্রম করছে এবং সমান সময়ে সমান পথ অতিক্রম করছে। কাজেই বস্তুর এ বেগ সমবেগ এবং সমবেগের মান 0·25 ms^{-1}। ৩·১৪(খ) চিত্রে সরণ বনাম সময় লেখচিত্র দ্বারা সমবেগ দেখানো হয়েছে।



চিত্র ৩·১৪ (ক)

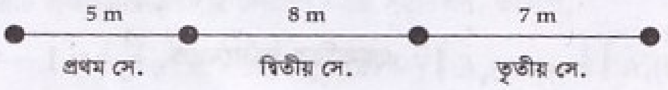


চিত্র ৩·১৪ (খ)

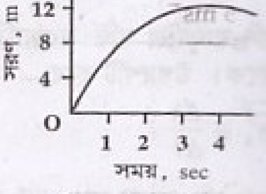
একটি বস্তুর সমবেগ 5 ms^{-1}। উক্তিটির অর্থ বস্তুটি একটি নির্দিষ্ট দিকে প্রতি সেকেন্ডে 5m দূ অতিক্রম করে চলছে।

(৫) অসম বেগ (Variable velocity) : যদি ভিন্ন ভিন্ন সময়ে বস্তুর বেগ ভিন্ন ভিন্ন হয় তবে তা অসম বেগ বলে। কাজেই সময়ের সাথে সরণের হারের মান অথবা দিক অথবা উভয়েই পরিবর্তিত হলে সরণের হারই অসম বেগ।

ব্যাখ্যা : ধরি, একটি গতিশীল বস্তু কোনো একটি দিকে প্রথম সেকেন্ডে 5m, দ্বিতীয় সেকেন্ডে 8m এ তৃতীয় সেকেন্ডে 7m পথ অতিক্রম করল [চিত্র ৩·১৫ (ক)]। এখানে বস্তু সমান সময়ে সমান পথ অতিক্রম করছে না। সুতরাং বস্তুর এই বেগ অসম বেগ। অসম বেগের লেখচিত্র ৩·১৫ (খ)-এ দেখানো হয়েছে।



চিত্র ৩·১৫ (ক)



চিত্র ৩·১৫ (খ)

(৬) তাৎক্ষণিক ত্বরণ বা ত্বরণ (Instantaneous acceleration or acceleration) : কোনো একটি গতিশীল বস্তুর সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে বেগ পরিবর্তনের হারকে তাৎক্ষণিক ত্বরণ বা সংক্ষেপে ত্বরণ বলে।

ব্যাখ্যা : ধরা যাক, অত্যন্ত অল্প সময়ে Δt -এ কোনো বস্তুর বেগ পরিবর্তন $\Delta \vec{v}$ হয়। বস্তুটির বেগের পরিবর্তনকে যে খুবই স্বল্প সময়ে এ পরিবর্তন ঘটেছে তা দিয়ে ভাগ করলে তাৎক্ষণিক ত্বরণ পাওয়া যায়।

অতএব, তাৎক্ষণিক ত্বরণ, $\vec{a} = \underset{\Delta t \to 0}{\mathrm{Lt}} \dfrac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$

সুতরাং, তাৎক্ষণিক ত্বরণকে নিম্নলিখিত উপায়ে সংজ্ঞায়িত করা হয় :

সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে, গড় ত্বরণের সীমান্তিক মান ত্বরণের সমান।

ত্বরণের মান হবে, $a = \left| \dfrac{d\vec{v}}{dt} \right|$

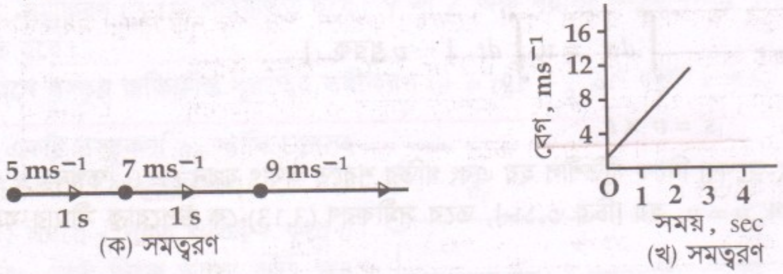
উল্লেখ্য, **কোনো বিন্দুতে তাৎক্ষণিক ত্বরণ ঐ বিন্দুতে বস্তুটির বেগের লম্ব বরাবর হবে।**

(৭) ত্বরণ দুই প্রকার। যথা—**(ক) সমত্বরণ (uniform acceleration)** ও **(খ) অসমত্বরণ (variable acceleration)।**

(ক) সমত্বরণ : ত্বরণ যদি সব সময় ধ্রুব হয় তবে তাকে সমত্বরণ বলে। অভিকর্ষের টানে মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর ত্বরণ সমত্বরণ। সমত্বরণশীল বস্তুতে সমবল ক্রিয়া করে। সমত্বরণে ত্বরণের মান ও দিক উভয়ই ধ্রুব থাকে।

৩˙১৬ (ক) চিত্রে একটি সরলরেখা বরাবর বস্তুর পর পর সেকেন্ডের বেগ দেখিয়ে তার ত্বরণের প্রকৃতি নির্দেশ করা হয়েছে। ৩·১৬ (খ) চিত্রে লেখচিত্রের সাহায্যে সমত্বরণ দেখানো হয়েছে। এখানে সমত্বরণের মান $2\mathrm{ms}^{-2}$। সমত্বরণের ক্ষেত্রে লেখচিত্র সরলরেখা এবং ঢাল সর্বত্র সমান হয়।

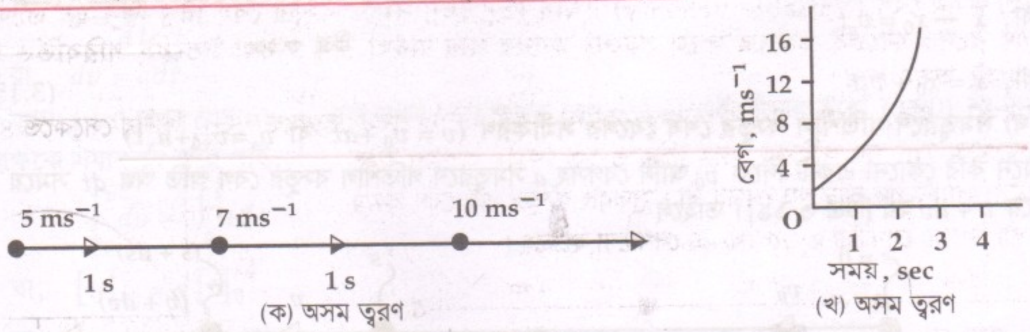
একটি বস্তুর সমত্বরণ $10\,\mathrm{ms}^{-2}$—এই উক্তি দ্বারা বুঝা যায় একই দিকে বস্তুর বেগ প্রতি সেকেন্ডেই $10\,\mathrm{ms}^{-1}$ বৃদ্ধি পাচ্ছে।



(ক) সমত্বরণ (খ) সমত্বরণ

চিত্র ৩˙১৬

(খ) অসম ত্বরণ : সময়ের সাথে যখন ত্বরণ ভিন্ন ভিন্ন হয় তখন তাকে অসম ত্বরণ বলে। ত্বরণের মান ও দিক, কিংবা মান অথবা দিক পরিবর্তনের জন্য অসম ত্বরণ সৃষ্টি হতে পারে। বাস, ট্রেন, মোটরগাড়ি ইত্যাদির ত্বরণ অসম ত্বরণের উদাহরণ। এক কথায় গতিশীল প্রায় বস্তুর ত্বরণই অসম ত্বরণ।



(ক) অসম ত্বরণ (খ) অসম ত্বরণ

চিত্র ৩˙১৭

৩˙১৭ (ক) ও (খ) চিত্রে যথাক্রমে সরলরেখা ও লেখচিত্র দ্বারা অসম ত্বরণ দেখানো হয়েছে। লেখচিত্রে বিভিন্ন বিন্দুতে ঢাল ভিন্ন ভিন্ন হয়।

৩৮-৩৯

৩.৩ অন্তরীকরণ ও যোগজীকরণ-এর সাহায্যে গতির সমীকরণ প্রতিপাদন

Derivation of Equations of motion using differentiation and integration

পূর্বের অনুচ্ছেদে দূরত্ব, সরণ, বেগ, ত্বরণ ইত্যাদি রাশিগুলো সম্বন্ধে আলোচনা করা হয়েছে। এই রাশিগুলে পরস্পর সম্পর্কযুক্ত। এগুলোকে কয়েকটি সমীকরণের সাহায্যে প্রকাশ করা হয়। এই সমীকরণগুলোকে গতি সমীকরণ বলে। অন্তরীকরন ও যোগজীকরণ ব্যবহার করে এ সমীকরণগুলো নিম্নে প্রতিপাদন করা হলো :

(ক) সমবেগে গতিশীল বস্তুর দূরত্বের সমীকরণ ($s = vt$ বা, $x = x_0 + v_x t$)

মনে করি একটি বস্তু নির্দিষ্ট দিকে সমবেগে গতিশীল।

ধরি, বস্তুটির সমবেগ= v

আদি সরণ = 0

t সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব = s

অতি ক্ষুদ্র সময় dt সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব ds হলে

$t + dt$ সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব = $s + ds$

আমরা জানি,

$$\text{বেগ, } v = \frac{ds}{dt}$$

$$\text{বা, } ds = v dt \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.13)$$

যখন $t = 0$, তখন $s = 0$ এবং $t = t$ তখন $s = s$

সমীকরণ (3.13)-কে উল্লিখিত সীমার মধ্যে সমাকলন করে পাওয়া যায়

$$\int_0^s ds = \int_0^t v dt$$

$$\text{বা, } \int_0^s ds = v \int_0^t dt \quad [\because v \text{ ধ্রুবক}]$$

$$\text{বা, } s = v \times t \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.14)$$

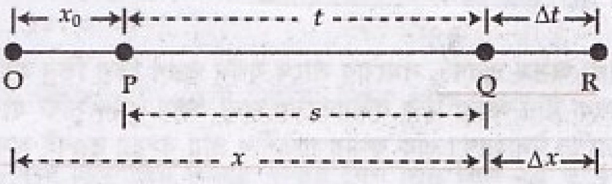
যদি বস্তুটি X-অক্ষের দিকে গতিশীল হয় এবং গতির শুরুতে অর্থাৎ যখন $t = 0$, তখন $s = x_0$ এবং যখন $t =$ তখন $s = x$ এবং বেগ, $v = v_x$ হয় [চিত্র ৩.১৮], তবে সমীকরণ (3.13)-কে উপরোক্ত সীমার মধ্যে সমাকলন ক পাই,

$$\int_{x_0}^{x} ds = v_x \int_0^t dt$$

$$\text{বা, } [s]_{x_0}^{x} = v_x [t]_0^t$$

$$\text{বা, } x - x_0 = v_y t$$

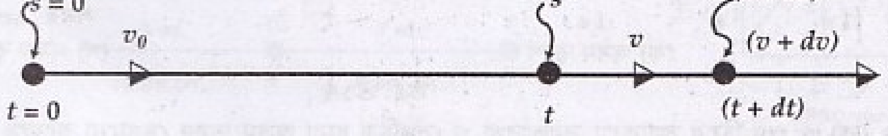
$$\text{বা, } x = x_0 + v_x t \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.15)$$



চিত্র ৩.১৮

(খ) সমত্বরণে গতিশীল বস্তুর শেষ বেগের সমীকরণ ($v = v_0 + at$ বা $v_x = v_{x0} + a_x t$)

মনে করি কোনো একটি দিকে v_0 আদি বেগসহ a সমত্বরণে গতিশীল বস্তুর বেগ অতি অল্প dt সময়ে v হতে বৃদ্ধি পেয়ে $v + dv$ হয় [চিত্র ৩.১৯]। তাহলে



চিত্র ৩.১৯

ত্বরণের সংজ্ঞা অনুসারে,

ত্বরণ $a = \dfrac{dv}{dt}$

বা, $dv = adt$ … … (3.16)

যখন, $t = 0$, তখন $v = v_0$ এবং যখন $t = t$, তখন $v = v$। এই সীমার মধ্যে সমীকরণ (3.16)-এর উভয় পক্ষকে সমাকলন করে পাই,

$$\int_{v_0}^{v} dv = \int_{0}^{t} a\,dt$$

বা, $\int_{v_0}^{v} dv = a\int_{0}^{t} dt$

বা, $[v]_{v_0}^{v} = a[t]_0^t$

বা, $v - v_0 = at$

বা, $v = v_0 + at$ … … (3.17)

বস্তু সম মন্দনে চললে, মন্দন = — ত্বরণ = $-a$ এবং সেক্ষেত্রে

$v = v_0 - at$ … … (3.18)

বি. দ্র. X অক্ষ বরাবর গতিশীল বস্তুর ক্ষেত্রে আদিবেগ v_{x0}, শেষ বেগ v_x এবং ত্বরণ a_x ধরলে সমীকরণ (3.17) পরিবর্তিত হবে।

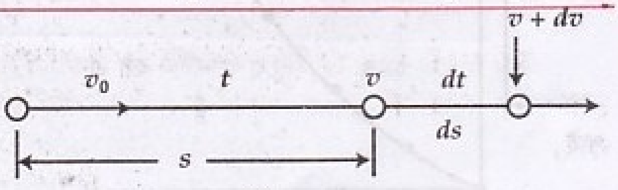
$v_x = v_{x0} + a_x t$ … … (3.19)

অনুরূপভাবে, সমীকরণ (3.18) পরিবর্তিত হবে। Y বা Z অক্ষ বরাবর গতির ক্ষেত্রে x-এর স্থলে যথাক্রমে y বা z ব্যবহার করতে হবে।

(গ) সমত্বরণে বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্বের সমীকরণ ($s = v_0t + \frac{1}{2}at^2$ বা, $x = x_0 + v_{x_0}t + \frac{1}{2}a_x t^2$)

মনে করি, একটি বস্তুকণা v_0 আদি বেগসহ a সমত্বরণে কোনো নির্দিষ্ট দিকে গতিশীল।

বস্তুকণাটি t সময়ে s দূরত্ব অতিক্রম করে v বেগ প্রাপ্ত হয় এবং একই দিকে আরো অতি ক্ষুদ্র সময় dt পরে ds দূরত্ব অতিক্রমের পর $v + dv$ বেগ প্রাপ্ত হয় [চিত্র ৩·২০]।



চিত্র ৩·২০

এখন, তাৎক্ষণিক ত্বরণের সংজ্ঞানুসারে আমরা পাই,

$a = \dfrac{dv}{dt}$

বা, $dv = adt$ … … … (3.20)

যখন, $t = 0$ তখন বেগ $v = v_0$ এবং যখন $t = t$ তখন বেগ $v = v$; এই সীমার মধ্যে (3.20) নং সমীকরণের উভয় পক্ষকে সমাকলন করে পাই,

$$\int_{v_0}^{v} dv = \int_{0}^{t} a\,dt$$

বা, $[v]_{v_0}^{v} = a[t]_0^t$

বা, $v - v_0 = a(t - 0)$

বা, $v = v_0 + at$ … … … (3.21)

আবার, তাৎক্ষণিক বেগের সংজ্ঞানুসারে,

$$v = \frac{ds}{dt}$$

বা, $ds = vdt$

বা, $ds = (v_0 + at)dt$ [(3.21) নং সমীকরণের সাহায্যে]

বা, $ds = v_0dt + atdt$ … … … (3.22)

আবার, যখন সময়, $t = 0$ অর্থাৎ গণনার শুরুতে $s = 0$ এবং t সময় পরে $s = s$; এই সীমার মধ্যে (3.22) নং সমীকরণের উভয় পক্ষকে সমাকলন করে পাই,

$$\int_0^s ds = \int_v^t v_0 dt + \int_v^t a\,t\,dt$$

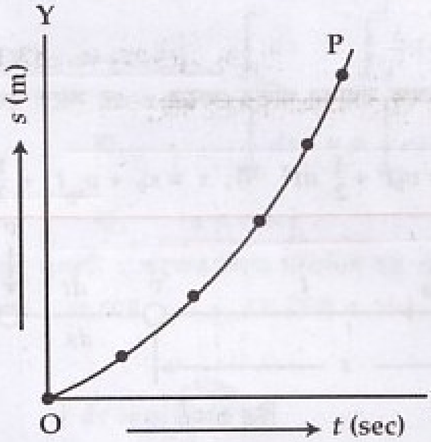
বা, $\int_0^s ds = v_0 \int_v^t dt + a \int_v^t t\,dt$

বা, $\left[s\right]_0^s = v_0 \left[t\right]_0^t + a \left[\frac{t^2}{2}\right]_0^t$

বা, $(s - 0) = v_0 (t - 0) + a\left(\frac{t^2}{2} - \frac{0^2}{2}\right)$

বা, $s = v_0t + \frac{1}{2}at^2$ … … … (3.23)

আবার, বস্তুটি স্থির অবস্থান হতে সমত্বরণে গতিশীল হলে, আমরা পাই,



চিত্র ৩.২১

$$s = 0 \times t + \frac{1}{2}at^2$$

বা, $s = 0 + \frac{1}{2}at^2$

বা, $s = \frac{1}{2}at^2$

বা, $s = ধ্রুবক \times t^2$ $\left[\because \frac{1}{2}a = ধ্রুবক\right]$

বা, $\boxed{s \propto t^2}$

অর্থাৎ স্থির অবস্থান হতে সম-ত্বরণে চলমান বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব সময়ের বর্গের সমানুপাতিক।

চিত্র ৩.২১-এ সময়ের সঙ্গে সরণের লেখচিত দেখানো হয়েছে।

যদি বস্তুটি X অক্ষ বরাবর গতিশীল হয় এবং $t = 0$ সময়ে আদিবেগ $= v_{x_0}$, অন্য যেকোনো সময় t-তে শে বেগ $= v$ ও সমত্বরণ a_x ধরা হলে সমীকরণ (3.23) লেখা যায়, $s = v_{x_0}t + \frac{1}{2}a_xt^2$

এখন $t = 0$ সময়ে বস্তুটির আদি অবস্থান x_0 এবং t সময়ে এর অবস্থান x হলে, $s = x - x_0$ হবে। সেক্ষেত্রে

$$s = x - x_0 = v_{x_0}t + \frac{1}{2}a_xt^2$$

বা, $x = x_0 + v_{x_0}t + \frac{1}{2}a_xt^2$ … … … (3.24)

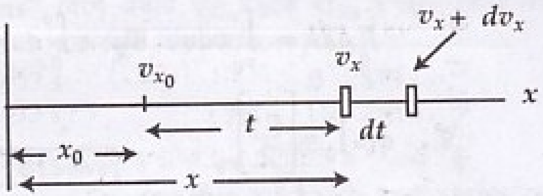
বস্তু a সমত্বরণে না চলে a সমমন্দনে চললে, মন্দন = —ত্বরণ = $-a$ সমীকরণ (3.24) হতে পাই,

$$s = v_0t - \frac{1}{2}at^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.25)$$

মনে করি, একটি বস্তু X-অক্ষ বরাবর a_x সমত্বরণে গতিশীল এবং গণনার শুরুতে অর্থাৎ যখন $t = 0$ তখন বস্তুটির আদি অবস্থান = x_0, বেগ = v_{x_0} এবং t সময় পরে অবস্থান = x, বেগ = v_x; এখন, বস্তুটি একই দিকে আরও ক্ষুদ্র সময় dt পরে, dx দূরত্ব অতিক্রম করে $v_x + dv_x$ বেগ প্রাপ্ত হলে, তাৎক্ষণিক ত্বরণের সংজ্ঞানুসারে আমরা পাই,

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}$$

বা, $dv_x = a_x dt$ ... ... (3.26)



চিত্র ৩·২২

(3.26) নং সমীকরণকে যথাযথ সীমা তথা $t = 0$ ও $t = t$ এবং v_{x_0} ও v_x সীমার মধ্যে সমাকলন করে পাই,

$$\int_{v_{x_0}}^{v_x} dv_x = \int_0^t a_x dt$$

বা, $[v_x]_{v_{x_0}}^{v_x} = a_x [t]_0^t$

বা, $v_x - v_{x_0} = a_x (t - 0)$

বা, $v_x = v_{x_0} + a_x t$ ... ... (3.27)

আবার, তাৎক্ষণিক বেগের সংজ্ঞানুসারে পাই,

$$v_x = \frac{dx}{dt}$$

বা, $dx = v_x dt$ বা, $dx = (v_{x0} + a_x t)\, dt$ ... ... (3.28) [(3.27) নং এর সাহায্যে]

(3.28) নং এর উভয় পক্ষকে x_0 ও x এবং $t = 0$ ও t সীমার মধ্যে সমাকলন করে পাই,

$$\int_{x_0}^{x} dx = \int_0^t (v_{x_0} + a_x t)\, dt$$

বা, $[x]_{x_0}^{x} = v_{x_0} [t]_0^t + a_x \left[\frac{t^2}{2}\right]_0^t$

বা, $x - x_0 = v_{x_0} t + a_x \times \frac{t^2}{2}$

বা, $x = x_0 + v_{x_0} t + \frac{1}{2} a_x t^2$

(ঘ) **সমত্বরণে বস্তুর আদি বেগ, শেষ বেগ এবং দূরত্বের মধ্যে সম্পর্ক ($v^2 = v_0^2 + 2as$ বা, $v_x^2 = v_{x0}^2 + 2a(x - x_0)$:** মনে করি কোনো একটি সরলরেখা বরাবর a সমত্বরণে গতিশীল একটি বস্তুর আদি বেগ = v_0; t সময় পরে তার শেষ বেগ = v এবং উক্ত সময়ে বস্তুটি s দূরত্ব অতিক্রম করে। v, v_0, a ও s-এর সম্পর্কজনিত সমীকরণ প্রতিপাদন করতে হবে।

তাৎক্ষণিক ত্বরণের সংজ্ঞানুসারে,

$$a = \frac{dv}{dt}$$

বা, $a = \frac{dv}{ds} \times \frac{ds}{dt}$

বা, $a = \frac{dv}{ds} \times v$

বা, $ads = v \times dv$ ... ... (3.29)

যখন, $s = 0$ তখন $v = v_0$ এবং যখন $s = s$ তখন $v = v$; এই সীমার মধ্যে (3.29) নং সমীকরণের উভয় পক্ষকে সমাকলন করে পাই,

$$\int_0^s a ds = \int_{v_0}^{v} v dv \quad \text{বা, } a\int_0^s ds = \int_{v_0}^{v} v\, dv$$

$$\text{বা, } \quad a\big[s\big]_0^s = \left[\frac{v^2}{2}\right]_{v_0}^{v}$$

$$\text{বা, } \quad a(s-0) = \left(\frac{v^2}{2} - \frac{v_0^2}{2}\right)$$

$$\text{বা, } \quad as = \frac{v^2 - v_0^2}{2}$$

$$\text{বা, } \quad 2as = v^2 - v_0^2$$

$$\text{বা, } \quad v^2 = v_0^2 + 2as \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (3.30)$$

আবার, বস্তুটি স্থির অবস্থান হতে সমত্বরণে চলা শুরু করলে, আমরা পাই,

$$v^2 = 0^2 + 2as$$

$$\text{বা, } \quad v^2 = 2as$$

$$\text{বা, } \quad v^2 = \text{ধ্রুবক} \times s \quad [\because 2a \text{ ধ্রুব সংখ্যা}]$$

$$\text{বা, } \quad v^2 \propto s$$

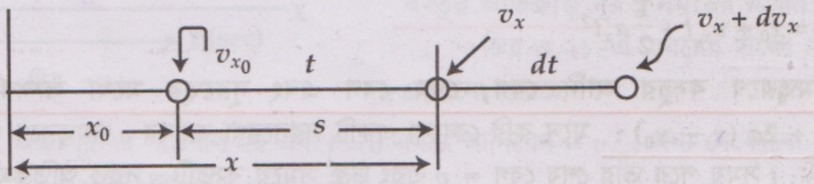
$$\text{বা, } \quad \boxed{v \propto \sqrt{s}}$$

অর্থাৎ স্থির অবস্থান হতে সমত্বরণে গতিশীল কোনো বস্তুর শেষ বেগ অতিক্রান্ত দূরত্বের বর্গমূলের সমানুপাতিক।

$v_x^2 = v_x^2 + 2a_x(x - x_0)$ প্রতিপাদন :

মনে করি, একটি বস্তু X-অক্ষ বরাবর a_x সমত্বরণে গতিশীল।

গণনার শুরুতে, অর্থাৎ যখন সময়, $t = 0$; তখন বস্তুটির আদিবেগ $= v_{x0}$ এবং আদি অবস্থান $= x_0$ এবং t সময় পরে বেগ $= v_x$ এবং অবস্থান $= x$



চিত্র ৩·২৩

এখন, বস্তুটি ঐ X-অক্ষ বরাবরই আরও অতি ক্ষুদ্র সময় dt পরে $v_x + dv_x$ বেগ প্রাপ্ত হলে, তাৎক্ষণিক ত্বরণের সংজ্ঞানুসারে, আমরা পাই,

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}$$

$$\text{বা, } \quad a_x = \frac{dv_x}{dx} \times \frac{dx}{dt}$$

$$\text{বা, } \quad a_x = \frac{dv_x}{dx} \times v_x$$

$$\text{বা, } \quad a_x dx = v_x \times dv_x \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (3.31)$$

যখন $x = x_0$ তখন $v = v_{x0}$ এবং যখন $x =$
পক্ষকে সমাকলন করে পাই,

$$\int_{x_0}^{x} a_x dx = \int_{v_{x0}}^{v_x} v_x dv_x$$

বা, $a_x \int_{x_0}^{x} dx = \int_{v_{x0}}^{v_x} v_x dv_x$

বা, $a_x \left[x\right]_{x_0}^{x} = \left[\frac{v_x^2}{2}\right]_{v_{x0}}^{v_x}$

বা, $a_x (x - x_0) = \left(\frac{v_x^2}{2} - \frac{v_{x_0}^2}{2}\right)$

বা, $a_x (x - x_0) = \frac{v_x^2 - v_{x_0}^2}{2}$

বা, $v_x^2 - v_{x_0}^2 = 2a_x (x - x_0)$

বা, $v_x^2 = v_{x_0}^2 + 2a_x (x - x_0)$

01. যদি একটি বস্তু ২য় সেকেন্ডে 10 m এবং ৩য় সেকেন্ডে 20 m সমত্বরণে অতিক্রম করে তবে এর ত্বরণ কত? [14-15]

A. 8 ms^{-2} B. 10 ms^{-2}
C. 15 ms^{-2} D. 20 ms^{-2}

Ans **B** **Solve** $a = \frac{S_2 - S_1}{t_2 - t_1} = \frac{20 - 10}{3 - 2} = 10\ ms^{-2}$

02. 9.2 ms^{-1} বেগে একটি ক্ষুদ্র বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে কত সময় পরে বস্তুটি ফিরে আসবে? [11-12]

A. 3.453 s B. 1.878 s
C. 2.433 s D. 4.293 s

Ans **B** **Solve** $T = \frac{2u}{g} = \frac{2 \times 9.2}{9.8} = 1.878$ sec

03. ভূমির সাথে 30° কোণে আনত একটি মসৃণ তল বরাবর একটি বস্তু অভিকর্ষের টানে স্থিরাবস্থা হতে সরল চলন গতিতে 9.8m দূরত্ব অতিক্রম করার পর কত বেগ লাভ করবে? [10-11]

A. 10.4ms^{-1} B. 9.8ms^{-1}
C. 12.6ms^{-1} D. 2.4ms^{-1}

Ans **B** **Solve** $v = \sqrt{2 \times g \times h}$ =9.8 m/s ; h= 9.8 sin 30=4.9

৩.৩ অবস্থান-সময় ও বেগ-সময় লেখচিত্র
Position-Time and Velocity-Time Graphs

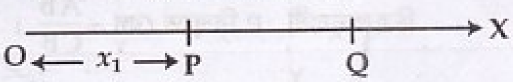
বস্তুর অবস্থানের পরিবর্তন অবস্থান-সময় এবং বেগের পরিবর্তন বেগ-সময় লেখচিত্রের সাহায্যে প্রকাশ করা যায়।

অবস্থান-সময় লেখচিত্র
Position-time Graphs

সময় অতিবাহিত হওয়ার সাথে সাথে একটি গতিশীল বস্তুর অবস্থানের পরিবর্তন ঘটে। এই সম্পর্ক লেখচিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ করা যায়। এক্ষেত্রে গ্রাফ কাগজে X-অক্ষ বরাবর সময় (t) Y-অক্ষ বরাবর অবস্থানের পরিবর্তন (Δx) স্থাপন করা হয়। এই লেখচিত্রকে অবস্থান-সময় লেখচিত্র বলে। এই লেখচিত্র থেকে বস্তুর বেগ নির্ণয় করা হয়। নিম্নে সুষম, অসম বস্তুর গতি বুঝানো হয়েছে এবং সরল রেখা বরাবর গতি বিবেচনা করা হয়েছে।

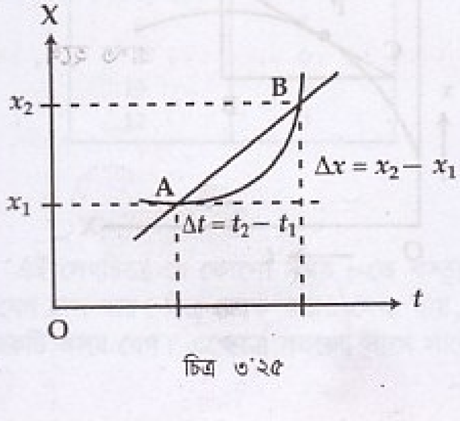
১. কোনো বস্তু একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে কোনো নির্দিষ্ট দূরত্বে অবস্থিত হলে সেই বিন্দু থেকে বস্তুর দূরত্বকে অবস্থান (position) বলে।

মনে কর একটি বস্তু X-অক্ষ বরাবর গতিশীল। বস্তুটি যখন P বিন্দুতে তখন মূলবিন্দু O থেকে বস্তুটির দূরত্ব x_1 এবং Q বিন্দুতে যখন অবস্থান করে তখন দূরত্ব x_2। X-অক্ষ বরাবর বস্তুর এরূপ গতি চিত্র ৩.২৪ দ্বারা প্রকাশ করা যায়।



চিত্র ৩.২৪

আবার মনে করি কোনো একটি বস্তু t_1 সময়ে A বিন্দুতে এবং t_2 সময়ে B বিন্দুতে অবস্থান করে। X-অক্ষ বরাবর A ও B বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে x_1 এবং x_2। এক্ষেত্রে t_2 এবং t_1 সময়ের মধ্যকার ব্যবধান $\Delta t = t_2 - t_1$ চিত্র ৩.২৫ এ দেখানো হলো।



চিত্র ৩.২৫

২. লেখচিত্রের সাহায্যেও কোনো বস্তুর গতির বিষয়ে আলোচনা করা যায়। এই পদ্ধতিতে Y-অক্ষ বরাবর সরণ, বেগ বা ত্বরণের মানকে এবং x-অক্ষ বরাবর সময় সূচিত করে লেখচিত্র আঁকা যায়।

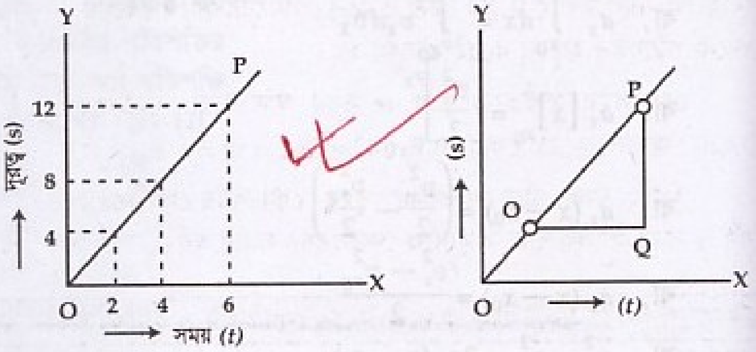
দূরত্ব-সময় লেখচিত্র
Distance-time Graphs

(i) দূরত্ব-সময় লেখচিত্র (সমবেগের ক্ষেত্রে) :

একটি মোটর সাইকেলের গতি সমতল রাস্তায় ২ মিনিট পরপর নিচের সারণিতে (৩'১) দেখান হলো।

সারণি ৩'১ : দূরত্ব–সময়

সময় t (min)	দূরত্ব s (km)
0	0
2	4
4	8
6	12



চিত্র ৩'২৬

সমবেগে গতিশীল বস্তু একই সময়ে একই দূরত্ব অতিক্রম করবে। সুতরাং সময় সাপেক্ষে দূরত্বের লেখচিত্র মূল বিন্দুগামী একটি সরলরেখা OP হয় [চিত্র ৩'২৬]।

$$\text{OP রেখার ঢাল} = \frac{PQ}{OQ} = \frac{\text{দূরত্ব}}{\text{সময়}} = \text{বেগ}$$

অতএব বস্তুর সমবেগ দূরত্ব-সময় লেখচিত্রের নতির সমান হয়। অর্থাৎ যে কোনো সময়ে বেগের মান হবে ঐ বিন্দুতে অঙ্কিত ঢালের মান।

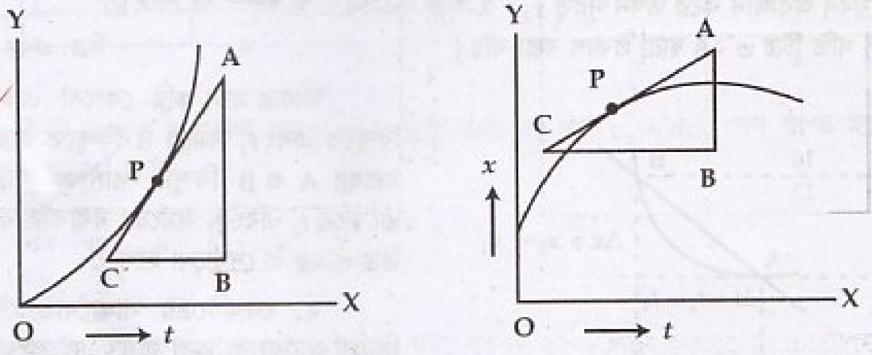
কাজ : একটি গ্রাফ কাগজে তোমার পছন্দমতো ও সুবিধাজনক মান নিয়ে উপরের সারণিতে বর্ণিত গতির জন্য দূরত্ব-সময় লেখচিত্রটি অংকন কর। এই লেখচিত্র থেকে এবং 10 মিনিটে অতিক্রান্ত দূরত্ব ও বেগ নির্ণয় কর।

(ii) দূরত্ব-সময় লেখচিত্র (অসম বেগের ক্ষেত্রে) :

অসম বেগে গতিশীল বস্তু একই সময়ে একই দূরত্ব অতিক্রম করে না। অবস্থান (x) ও সময় (t) এর লেখচিত্র বক্ররেখা হয়। যেকোনো সময়ের বেগ নির্ণয়ে ঐ বিন্দু হতে স্পর্শক টেনে ঢাল নিলে বেগ পাওয়া যায়। ৩'২৭ চিত্রে P বিন্দুতে বেগ নির্ণয় করা হয়েছে।

এরূপ বক্ররেখার ঢাল বিভিন্ন বিন্দুতে বা ভিন্ন ভিন্ন সময়ে ভিন্ন হয়। এই ঢালের মান ঐ সময়ে অসম বেগের মান নির্দেশ করে।

চিত্র অনুযায়ী, P বিন্দুতে বেগ $= \frac{AB}{CB}$।



(ক) (খ)

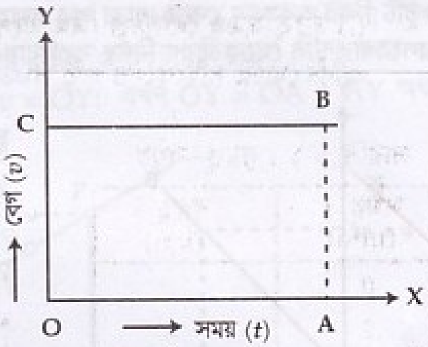
চিত্র ৩'২৭

বেগ-সময় লেখচিত্র
Velocity-time Graphs

(i) বেগ-সময় লেখচিত্র (সমবেগের ক্ষেত্রে) : সমবেগে চলমান বস্তুর সময় সাপেক্ষে বেগের লেখচিত্র সময় অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখা CB হয় [চিত্র ৩.২৮]। সময়ের সাথে বেগের কোনো পরিবর্তন হয় না বলেই এরকম হয়।

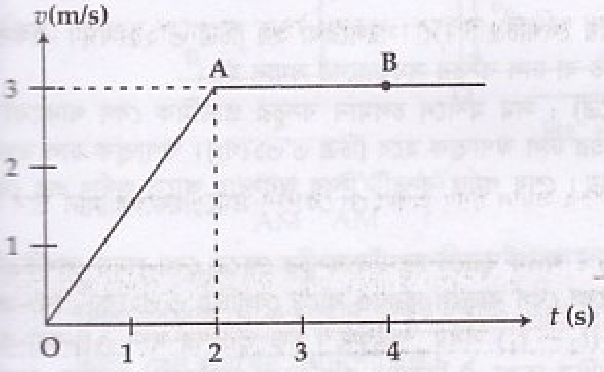
বেগ-সময় লেখচিত্রে বেগ ও সময় অক্ষ দ্বারা সীমাবদ্ধ OABC আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= OC \times OA = vt = s$

অর্থাৎ বস্তু দ্বারা অতিক্রান্ত দূরত্ব বেগ-সময় লেখচিত্রের বেগ ও সময় অক্ষের দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রফলের সমান হয়।

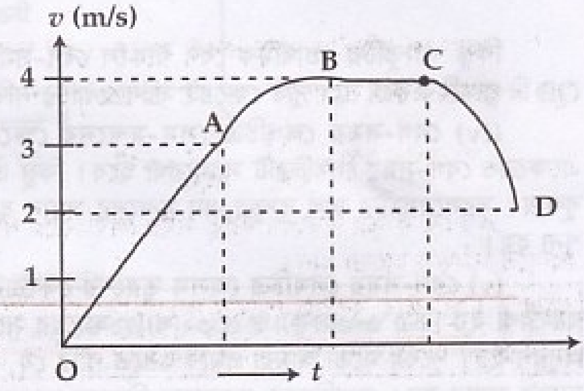


চিত্র ৩.২৮

কর্ম অনুশীলন I. একটি গ্রাফ কাগজে নিচের লেখচিত্রটি ৩.২৯(ক) অঙ্কন কর এবং A এবং B বিন্দুতে বেগ ব্যাখ্যা কর।



চিত্র ৩.২৯(ক)



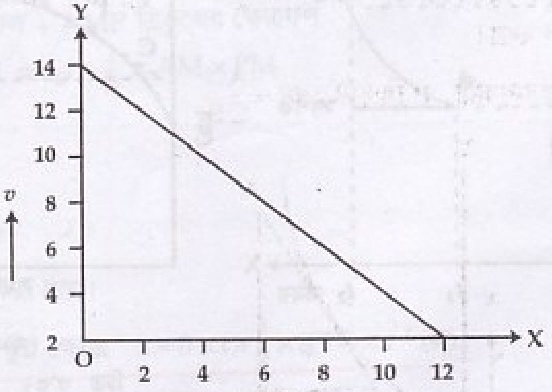
চিত্র ৩.২৯(খ)

কর্ম অনুশীলন II. একটি গ্রাফ কাগজে লেখচিত্রটি ৩.২৩(খ) অঙ্কন কর এবং A, B, C, D বিন্দুতে বেগ ব্যাখ্যা কর।

(ii) বেগ-সময় লেখচিত্র (অসমবেগের ক্ষেত্রে) : $t = 0$ sec থেকে 2 sec পর পর বেগ হ্রাসের মান সারণি ৩.২ দেওয়া হলো। প্রাপ্ত মান থেকে $v — t$ লেখচিত্র অঙ্কন করলে লেখচিত্রটি নিম্নরূপ হয় [চিত্র ৩.৩০]।

সারণি : ৩.২

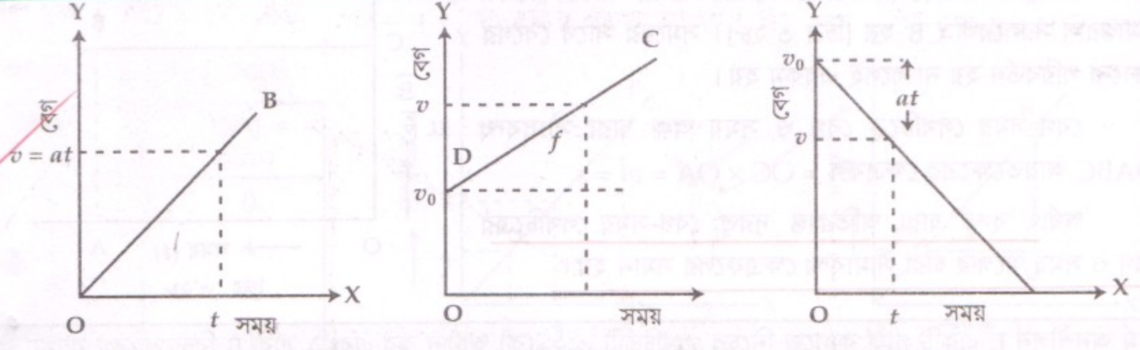
সময় t sec	বেগ v ms^{-1}
0	14
2	12
4	10
6	8
8	6
10	4
12	0



চিত্র ৩.৩০

এই লেখচিত্রে যে কোনো সময় t-তে বস্তুর বেগ v নির্ণয় করা যায়। চিত্র থেকে দেখা যায় সময়ের সাথে সাথে বেগ হ্রাস পায়। চিত্র থেকে আরও দেখা যায়, 0 সময়ে বস্তুর বেগ 14 ms^{-1} এবং 12 sec সময়ে বেগ শূন্য। এটি একটি অসম বেগ। এক্ষেত্রে সময়ের সাথে সাথে বেগ হ্রাস পাচ্ছে এবং প্রতিক্ষেত্রে ত্বরণ (বা মন্দন) ধ্রুব থাকে।

(iii) বেগ-সময় লেখচিত্র (সমত্বরণের ক্ষেত্রে) : সমত্বরণে সরলরেখা বরাবর সচল বস্তুর বেগ-সময় লেখচিত্রটি একটি সরলরেখা হয়। একই সময় অবকাশে একই পরিমাণ বেগ বৃদ্ধি হয় বলে লেখচিত্রটি এরূপ হয়। বস্তুটি স্থির অবস্থান থেকে যাত্রা শুরু করলে সরলরেখাটি মূল বিন্দুগামী হয়, ৩·৩১(ক) চিত্রে OB সরলরেখা। এই সরলরেখার ঢাল থেকে ত্বরণ নির্ণয় করা যায়।



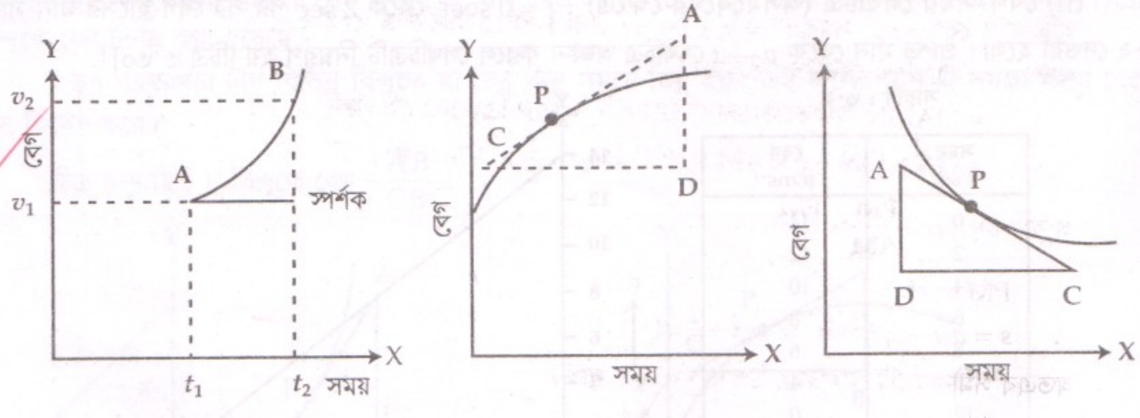
(ক) (খ) (গ)

চিত্র ৩·৩১

কিন্তু বস্তুটির প্রাথমিক বেগ থাকলে বেগ-সময় লেখচিত্রটি DC সরলরেখা হয় [চিত্র ৩·২৫(খ)]। এখানে OD = প্রাথমিক বেগ v_0। দুটি ক্ষেত্রেই সরলরেখাটির নতি বা ঢাল বস্তুর সমত্বরণের সমান হয়।

(iv) বেগ-সময় লেখচিত্র (সম-মন্দনের ক্ষেত্রে) : সম মন্দনে চলমান বস্তুর প্রাথমিক বেগ থাকবেই। এক্ষেত্রেও বেগ-সময় লেখচিত্রটি সরলরেখা হবে। কিন্তু এর ঢাল ঋণাত্মক হবে [চিত্র ৩·৩১(গ)]। ঋণাত্মক ঢাল মন্দন বুঝায়। সরলরেখাটির ঢাল বস্তুর সম মন্দনের সমান হয়। শেষ পর্যন্ত বস্তুটি স্থির অবস্থায় আসে অর্থাৎ এর বেগ শূন্য হয়।

(v) বেগ-সময় লেখচিত্র (অসম ত্বরণের ক্ষেত্রে) : অসম ত্বরণে চলমান বস্তুর ক্ষেত্রে বেগ-সময় লেখচিত্রটি বক্ররেখা হয় [চিত্র ৩·৩২(ক) ও ৩·৩২(খ)]। সময়ের সঙ্গে বেগ বাড়লে ত্বরণও বাড়ে লেখচিত্র ৩·৩২(ক), (খ)-এর অনুরূপ হয়। পূর্বের মতো আমরা প্রমাণ করতে পারি যে, $(t_2 - t_1)$ সময় অবকাশে গড় ত্বরণের মান AB জ্যা-এর ঢালের সমান হয়। লেখচিত্রের যেকোনো বিন্দুতে তাৎক্ষণিক ত্বরণ ঐ বিন্দুতে লেখচিত্রের স্পর্শকের ঢালের সমান হয়। সময়ের সঙ্গে লেখচিত্রটির ঢাল বাড়তে থাকে। এ থেকে বোঝা যায় যে, ত্বরণ স্থির নয় [চিত্র ৩.২৬(খ)] বরং সময়ের সঙ্গে বাড়ছে।



(ক) (খ) (গ)

চিত্র ৩·৩২

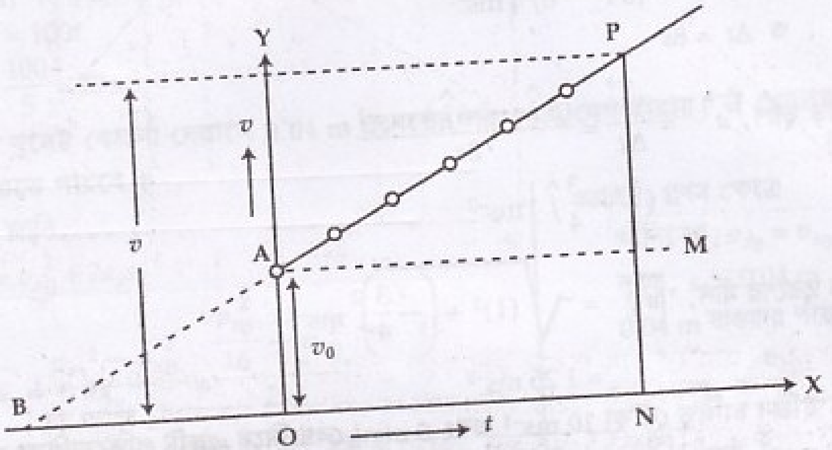
বস্তুর বেগ সময়ের সাথে কমলে বা মন্দন হলে লেখচিত্রটি ৩·৩২(গ) চিত্রের অনুরূপ হয়। P বিন্দুর ত্বরণ ΔADC এর ঢাল থেকে পাওয়া যায়।

$$\therefore \text{ত্বরণ} = \text{ঢাল} = \frac{AD}{DC}.$$

গতি সংক্রান্ত সমীকরণ বেগ-সময় লেখচিত্রের সাহায্যে উপস্থাপন

(a) $v = v_0 + at$ সমীকরণের ক্ষেত্রে লেখচিত্র

এই সমীকরণে দুটি চলরাশি আছে, একটি হলো সময় t অপরটি হলো বেগ v। t কে X অক্ষে এবং v কে Y অক্ষে স্থাপন করে একটি বস্তুকণার বেগ-সময় লেখচিত্র আঁকা হলো [চিত্র ৩'৩৩]। চিত্রে P বিন্দু হতে Y অক্ষের উপর PY লম্ব টানি। মনে করি t সময়ে বস্তুর চূড়ান্ত বেগ $= v =$ OY; এখন OY = OA + AY অর্থাৎ $v = v_0 + at$.



চিত্র ৩'৩৩

এখানে ঢাল, $a = \frac{PM}{AM} = \frac{AY}{AM} = \frac{AY}{t}$

$\therefore$ $v = v_0 + at$ সমীকরণটি লেখচিত্রে উপস্থাপন করা যায়।

স্থির অবস্থান থেকে চলমান বস্তুর ক্ষেত্রে $v_0 = 0, a =$ ধ্রুবক হয় $\therefore$ $v = 0 +$ ধ্রুবক $\times t$ $\therefore$ $v \propto t$

অর্থাৎ বেগ সময়ের সমানুপাতিক।

(b) $s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ সমীকরণের ক্ষেত্রে লেখচিত্র

চিত্র ৩'৩৩-এ v বনাম t লেখচিত্রটি একটি সরলরেখা। চিত্রে PN ⊥ OX ; AM ⊥ PN

ধরি আদি বেগ $= v_0$, সমত্বরণ $= a$, ON $= t$ এবং t সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব $= s$.

এখন s = OAPN ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

= OAMN আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল + AMP ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$= OA \times ON + \frac{1}{2} \times AM \times PM = v_0 t + \frac{1}{2} \times AM \times PM$

আবার ঢাল, $a = \frac{PM}{AM} = \frac{PM}{t}$

$\therefore \quad PM = at$

$\therefore \quad s = v_0 t + \frac{1}{2} t \times at = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

অতএব সমীকরণটি লেখচিত্রে উপস্থাপন করা যায়।

স্থির অবস্থান থেকে সমত্বরণে চলমান বস্তুর ক্ষেত্রে $s = 0 \times t + \frac{1}{2} \times$ ধ্রুবক $\times t^2$

বা, $s =$ ধ্রুবক $\times t^2$ বা, $s \propto t^2$

অর্থাৎ সরণ সময়ের বর্গের সমানুপাতিক।

অনুরূপভাবে বেগ-সময় লেখচিত্রের সাহায্যে $v^2 = v_0{}^2 + 2as$ প্রতিপাদন করা যায়। এক্ষেত্রে স্থির অবস্থান এবং সমত্বরণে চলমান বস্তুর ক্ষেত্রে $v \propto \sqrt{s}$ হয়। অর্থাৎ বেগ দূরত্বের বর্গমূলের সমানুপাতিক।

গাণিতিক উদাহরণ

১। একটি বস্তুর বেগ 8s-এ $(4\hat{i} + 2\hat{j})$ ms⁻¹ হতে বৃদ্ধি পেয়ে $(12\hat{i} - 4\hat{j})$ ms⁻¹ হলো। গড় ত্বর নির্ণয় কর।

প্রশ্নানুযায়ী, $\Delta \vec{v} = \{(12\hat{i} - 4\hat{j}) - (4\hat{i} + 2\hat{j})\}\ \text{ms}^{-1}$

$$= (8\hat{i} - 6\hat{j})\ \text{ms}^{-1}$$

ও $\Delta t = 8s$

$\therefore$ গড় ত্বরণ, $\vec{a} = \dfrac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \dfrac{(8\hat{i} - 6\hat{j})\ \text{ms}^{-1}}{8s}$

$$= (\hat{i} - \frac{3}{4}\hat{j})\ \text{ms}^{-2}$$

এবং গড় ত্বরণের মান, $|\vec{a}| = \sqrt{(1)^2 + \left(-\frac{3}{4}\right)^2}\ \text{ms}^{-2}$

$$= 1\text{·}25\ \text{ms}^{-2}$$

২। দুটি ইঞ্জিন চালিত নৌকা $10\ \text{ms}^{-1}$ এবং $5\ \text{ms}^{-1}$ বেগ নিয়ে একটি প্রতিযোগিতা শুরু করে। তাদের ত্বরণ যথাক্রমে $2\ \text{ms}^{-2}$ এবং $3\ \text{ms}^{-2}$। যদি নৌকা দুটি একই সময়ে শেষ প্রান্তে পৌঁছায় তবে তারা কত সময় প্রতিযোগিতায় অংশগ্রহণ করেছিল ?

প্রথম নৌকার ক্ষেত্রে

$$s = v_{01}t + \frac{1}{2}a_1t^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad (i)$$

দ্বিতীয় নৌকার ক্ষেত্রে

$$s = v_{02}t + \frac{1}{2}a_2t^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad (ii)$$

সমীকরণ (i) ও (ii) থেকে পাই

$$v_{01}t + \frac{1}{2}a_1t^2 = v_{02}t + \frac{1}{2}a_2t^2$$

$$(v_{01} - v_{02})t = \frac{1}{2}(a_2 - a_1)t^2 \quad \ldots \quad (iii)$$

বা, $(10 - 5)t = \frac{1}{2}(3 - 2)t^2$ বা, $5t = \frac{1}{2} \times t^2$

বা, $5 = \frac{1}{2}t$

$\therefore$ $t = 10$ sec

এখানে

প্রথম নৌকার আদিবেগ $v_{01} = 10$ ms

প্রথম নৌকার ত্বরণ $a_1 = 2\ \text{ms}^{-2}$

দ্বিতীয় নৌকার আদিবেগ $= v_{02} = 5$ m

দ্বিতীয় নৌকার ত্বরণ $a_2 = 3\ \text{ms}^{-2}$

৩। একটি ট্রেন স্থির অবস্থান হতে $10\ \text{ms}^{-2}$ ত্বরণে চলতে আরম্ভ করল। একই সময়ে একটি গাড়ি $100\ \text{ms}^{-1}$ সমবেগে ট্রেনের সমান্তরালে চলা শুরু করল। ট্রেন গাড়িটিকে কখন পিছনে ফেলে যাবে ?

মনে করি, ট্রেনটি t সময় পরে s দূরত্ব অতিক্রম করে গাড়িটিকে পিছনে ফেলবে।

ট্রেনের ক্ষেত্রে

$$s = v_{01}t = \frac{1}{2}a_1t^2$$

বা, $s = 0 + \frac{1}{2} \times 10 \times t^2$

বা, $s = 5t^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad (i)$

এখানে,

ট্রেনের আদিবেগ, $v_{01} = 0$

ত্বরণ, $a_1 = 10\ \text{ms}^{-2}$

গাড়ির আদিবেগ, $v_{02} = 100\ \text{ms}^{-1}$

গাড়ির ত্বরণ, $a_2 = 0$

গাড়ির ক্ষেত্রে

$$s = v_{02}t + \frac{1}{2}a_2t^2$$

বা, $s = 100t + \frac{1}{2} \times 0$

বা, $s = 100t$ … … … (ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণ থেকে

$$5t^2 = 100t$$

$$\therefore \quad t = \frac{100}{5} = 20 \text{ s.}$$

৪। একটি বুলেট কোনো দেয়ালে 0˙04 m প্রবেশের পর 75% বেগ হারায়। ঐ দেয়ালে বুলেটটি আর কতদূর প্রবেশ করতে পারবে ? [রা. বো. ২০১০]

আমরা জানি,

$$v_{x_1}{}^2 = v_{x0}^2 + 2a_xs_1$$

বা, $a_x = \dfrac{v_{x_1}{}^2 - v_{x0}^2}{2s_1} = \dfrac{\dfrac{v_{x0}^2}{16} - v_{x0}^2}{2s_1}$

$$= \frac{-15v_{x0}^2}{32s_1} = \frac{-15v_{x0}^2}{32 \times 0{\cdot}04} = \frac{-15v_{x0}^2}{1{\cdot}28}$$

এখানে, প্রথম ক্ষেত্রে

আদিবেগ, $v_{x_0} = v_{x_0}$

দূরত্ব, $s_1 = 0{\cdot}04$ m

0˙04 m যাওয়ার পরে শেষ বেগ

$$v_{x_1} = \frac{v_{x_0}}{4}$$

ত্বরণ, $a_x = ?$

আবার, $v_{x_2}{}^2 = v^2{}_{x01} + 2a_xs_2$

$$0 = \frac{vx_0^2}{16} + 2 \times \left(\frac{-15vx_0^2}{1{\cdot}28}\right) \times s_2 = \frac{v_{x0}^2}{16} + \frac{30v_{x0}^2}{1{\cdot}28}s_2$$

$$= \frac{30v_{x0}^2}{1{\cdot}28}s_2 = \frac{v_{x0}^2}{16}$$

$$\therefore \quad s_2 = \frac{1{\cdot}28}{480} = 2{\cdot}67 \times 10^{-3} \text{ m}$$

এখানে, দ্বিতীয় ক্ষেত্রে

আদিবেগ, $v_{x01} = \dfrac{v_{x_0}}{4}$

ত্বরণ, $a_x = -15\,v_{x0}^2 \;/\; 32 \times {\cdot}04$

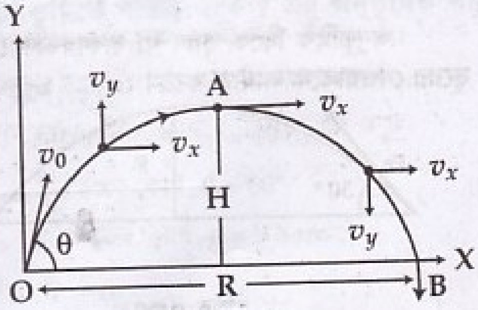
শেষ বেগ, $v_{x_2} = 0$

দূরত্ব, $s_2 = ?$

৩˙৪ প্রক্ষেপণ গতি

Projectile Motion

তুমি যদি স্টেডিয়ামে কখনও ক্রিকেট খেলা দেখতে যাও তাহলে বাউন্ডারি থেকে ছোঁড়া ক্রিকেট বলের গতি লক্ষ করলে দেখবে বলটি প্রথমে ভূমি থেকে উপরে ওঠে পুনরায় বাঁকা পথে ভূমিতে ফিরে আসে। আবার বন্দুক থেকে উপরের দিকে ছোঁড়া বুলেটের গতি, নিক্ষিপ্ত তীর বা বর্শার গতি, বিমান থেকে নিক্ষিপ্ত বোমার গতি সকল ক্ষেত্রে একই প্রকার গতিপথ লক্ষ করা যায়।এই ধরনের বক্রগতিকে প্রাসের গতি বলে এবং গতিপথকে প্রক্ষেপণ (trajectory) বলে। ইহা একটি অধিবৃত্ত। এ ধরনের গতি দ্বিমাত্রিক গতি। বাতাসের বাধা উপেক্ষা করলে প্রাসের গতি কেবলমাত্র অভিকর্ষের ক্রিয়ায় হয়। প্রাসের গতিপথ সর্বদা প্যারাবোলা বা অধিবৃত্ত হয়। প্রাস সর্বোচ্চ উচ্চতায় পৌঁছালে এর বেগ সর্বনিম্ন হয়। আবার সর্বাধিক উচ্চতায় প্রাসের গতি একমাত্রিক হয়। প্রাস প্রক্ষেপণ বিন্দু হতে অনুভূমিক দিকে সর্বাধিক যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে প্রাসের পাল্লা (Range) বলে। অনুভূমিক বরাবর প্রাসের ত্বরণ, $a_x = 0$, উল্লম্ব বরাবর প্রাসের ত্বরণ, $a_y = -g$ হয়। প্রক্ষেপণ বিন্দুতে প্রাসের মূলবিন্দুর স্থানাঙ্ক



চিত্র ৩˙৩৪

$x = 0$, $y = 0$ হয়। মনে কর O বিন্দু হতে θ কোণে একটি প্রাসকে v_0 আদিবেগে উপরের দিকে নিক্ষেপ হলো [চিত্র ৩˙৩৪]। প্রাসের প্রাথমিক বেগ v_0 কে দুটি উপাংশে বিভক্ত করা যায়। একটি উপাংশ OX বরাবর, উপাংশ OY বরাবর। উপাংশ দুটি হলো $v_{x_0} = v_0 \cos\theta$ এবং $v_{y_0} = v_0 \sin\theta$।

আমরা প্রক্ষেপ মুহূর্ত থেকে সময় গণনা করতে পারি। অর্থাৎ $t = 0$ সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব x হলে সমীকরণ অনুযায়ী $x = v_{x_0}t + \frac{1}{2}a_x t^2$

$$x = v_0 \cos\theta t + 0 \quad [\because \text{ অনুভূমিক গতি } v_{x0} = v_0 \cos\theta]$$

$$\therefore \quad t = \frac{x}{v_0 \cos\theta} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (3$$

আবার $a_x = -g$ হওয়ায় t সময় পর উল্লম্ব দিকে প্রাসের বেগ বা উল্লম্ব গতি

$$v_y = v_{y_0} - gt = v_0 \sin\theta - gt \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (3$$

t সময় পর প্রাস যদি y উচ্চতায় আরোহণ করে, তবে

$$y = v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2 = v_0 \sin\theta\, t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (3$$

t সময়ে লব্ধি বেগ, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

লব্ধি বেগ অনুভূমিক দিকের সাথে α কোণ করলে, $\tan\alpha = \frac{v_y}{v_x}$

t এর মান (3.34) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই

$$y = v_0 \sin\theta \times \frac{x}{v_0 \cos\theta} - \frac{1}{2}g \times \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2\theta}$$

$$y = (\tan\theta)x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2\theta}x^2$$

$$y = ax - bx^2 \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (3.35)$$

ইহা একটি প্যারাবোলা বা অধিবৃত্তের সমীকর

এখানে $a = \tan\theta$, $b = \frac{g}{2v_0^2 \cos^2\theta}$

এই রাশি দুটি প্রক্ষেপ পথে ধ্রুব থাকে। সুতরাং প্রাসের গতিপথ একটি প্যারাবোলা।

গাণিতিক উদাহরণ

১। অনুভূমিকের সাথে 30° কোণ করে ভূ-পৃষ্ঠ হতে 40 ms⁻¹ বেগে শত্রুপক্ষের একটি বিমানের একটি কামানের গোলা নিক্ষেপ করা হলো। গোলাটি 30 m দূরে অবস্থিত একটি দেয়ালকে কত উচ্চ আঘাত করবে ?

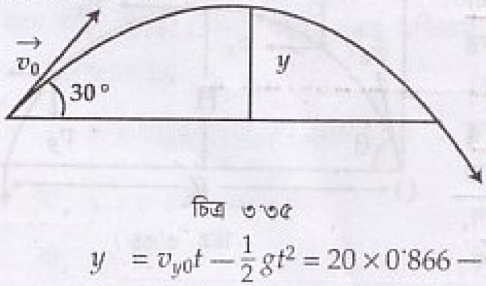
মনে করি গোলাটি y উচ্চতায় দেওয়ালকে আঘাত করে।

আদিবেগের অনুভূমিক উপাংশ

$$v_{x0} = v_0 \cos 30^\circ$$
$$= 40 \cos 30^\circ = 34˙641 \text{ ms}^{-1}$$

এখানে,
নিক্ষেপ কোণ, $\theta = 30^\circ$
আদিবেগ, $v_0 = 40 \text{ ms}^{-1}$
উচ্চতা, $y = ?$

অনুভূমিক দিকে ত্বরণ না থাকার কারণে বেগের উপাংশ অপরিবর্তিত থাকবে। ধরি t সময় পর গোলাটি 3 দূরের দেওয়ালকে আঘাত করে।



চিত্র ৩˙৩৫

$$\therefore \quad v_{x0}t = 30$$

$$t = \frac{30}{34˙641} = 0˙866 \text{ sec}$$

আদিবেগের উল্লম্ব উপাংশ,

$$v_{y0} = 40 \sin 30^\circ = 20 \text{ ms}^{-1}$$

t সময় পর উল্লম্ব সরণ

$$y = v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2 = 20 \times 0˙866 - \frac{1}{2} \times 9˙8 \times (0˙866)^2 = 13˙645 \text{ m}$$

সর্বাধিক উচ্চতা (H) : সর্বোচ্চ বিন্দু A-তে বেগের উল্লম্ব উপাংশের মান শূন্য হয় অর্থাৎ $v_y = 0$ হয়

সেক্ষেত্রে (3.33) সমীকরণ থেকে $v_0 \sin\theta - gt = 0,\ t = \dfrac{v_0 \sin\theta}{g}$ … … (3.36)

(3.34) নং সমীকরণে $y = \mathrm{H}$ এবং t এর মান বসিয়ে পাওয়া যায়

$$\mathrm{H} = v_0 \sin\theta \times \left(\frac{v_0 \sin\theta}{g}\right) - \frac{1}{2}\,\frac{g v_0^2 \sin^2\theta}{g^2}$$

$$\mathrm{H} = \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{g} - \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g}$$

$$= \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{g}\left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g}$$

$$\therefore \boxed{\mathrm{H} = \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g}} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.37)$$

বিচরণ কাল (T) : এক্ষেত্রে উঠা এবং নামার জন্য $y = 0$ হয়

ফলে (3.34) নং সমীকরণ থেকে $v_0 \sin\theta t - \frac{1}{2} g t^2 = 0$

$$\therefore \quad t\left(v_0 \sin\theta - \frac{1}{2} g t\right) = 0 \text{ অথবা } t = 0$$

$$\therefore \boxed{t = \frac{2 v_0 \sin\theta}{g}}$$

$t = 0$ হলে প্রাসের প্রাথমিক অবস্থা 0-কে নির্দেশ করে। অতএব বিচরণ কাল $t = \mathrm{T}$ বসিয়ে পাই

$$✓\ \mathrm{T} = \frac{2 v_0 \sin\theta}{g} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.38)$$

প্রক্ষেপণ সীমা বা পাল্লা (R) : অনুভূমিক দিকে OB = পাল্লা = R

অতএব পাল্লা , $\mathrm{R} = v_{x_0}\mathrm{T} = v_0 \cos\theta \mathrm{T} = v_0 \cos\theta \times \dfrac{2 v_0 \sin\theta}{g} = \dfrac{2 v_0^2 \sin\theta \cos\theta}{g}$

$$\mathrm{R} = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\theta \quad ১২\text{-}১৩ \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.39)$$

সর্বাধিক পাল্লা (R_{max}) :

v_0 এর যেকোনো প্রদত্ত মানে R সর্বাধিক হয় যখন $\sin 2\theta = 1$ বা $2\theta = 90°$ হয় বা $\theta = 45°$ হয়।

$$\therefore \boxed{\mathrm{R}_{max} = \frac{v_0^2 \sin 90°}{g} = \frac{v_0^2}{g}}$$

অর্থাৎ 45° নিক্ষেপণ কোণে নিক্ষিপ্ত বস্তুর পাল্লা সর্বাধিক।

গাণিতিক উদাহরণ

১। $49\ \mathrm{ms^{-1}}$ বেগে ভূমির সাথে 60° কোণে একটি বস্তুকে শূন্যে নিক্ষেপ করা হলো। এটা সর্বোচ্চ কত উপরে উঠবে ? এতে কত সময় লাগবে ? কত সময় পর এটা ভূমিতে পতিত হবে ? এর অনুভূমিক পাল্লা কত হবে ?

এখানে,

নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 49\ \mathrm{ms^{-1}}$

নিক্ষেপণ কোণ, $\theta = 60°$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9{\cdot}8\ \mathrm{ms^{-2}}$

সর্বাধিক উচ্চতা

$$\mathrm{H} = \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g}$$

$$= \frac{(49)^2 \times (\sin 60°)^2}{2 \times 9{\cdot}8} = 91{\cdot}87\ \mathrm{m}$$

সর্বোচ্চ উচ্চতায় উঠতে t_m সময় লাগলে

$$t_m = \frac{v_0 \sin\theta}{g} = \frac{49 \times \sin 60°}{9{\cdot}8} = 4{\cdot}33\ \mathrm{sec}$$

ভূমিতে আসার সময় T হলে

$$T = \frac{2v_0 \sin\theta}{g} = \frac{2 \times 49 \times \sin 60^\circ}{9{\cdot}8} = 8{\cdot}66 \text{ s}$$

$$\text{পাল্লা, } R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g} = \frac{(49)^2 \times \sin(2 \times 60^\circ)}{9{\cdot}8} = 212{\cdot}18 \text{ m}$$

২। একটি প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা 79·53 m এবং বিচরণকাল 5·3 sec। নিক্ষেপণ বেগ ও নিক্ষেপ কোণ নির্ণয় কর। [ঢা. বো. ২০১০; চ. বো. ২০০৯, ২০০

আমরা জানি,

$$T = \frac{2v_0 \sin\theta_0}{g} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \text{(i)}$$

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g} = \frac{v_0^2\, 2\sin\theta_0 \cos\theta_0}{g} \quad \ldots \quad \ldots \quad \text{(ii)}$$

এখানে, $R = 79{\cdot}53$ m
$T = 5.3$ sec
$g = 9{\cdot}8 \text{ ms}^{-2}$

সমীকরণ (i) ও (ii) থেকে পাই, $\dfrac{T}{R} = \dfrac{\dfrac{2v_0 \sin\theta_0}{g}}{\dfrac{v_0^2\, 2\sin\theta_0 \cos\theta_0}{g}}$ বা, $\dfrac{5{\cdot}3}{79{\cdot}53} = \dfrac{1}{v_0 \cos\theta_0}$

বা, $v_0 \cos\theta_0 = 15{\cdot}006 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \text{(iii)}$

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$$T = \frac{2\, v_0 \sin\theta_0}{9{\cdot}8}$$

$$\therefore \quad v_0 \sin\theta_0 = \frac{9{\cdot}8}{2} \times T = \frac{9{\cdot}8}{2} \times 5{\cdot}3 = 25{\cdot}97 \quad \ldots \quad \ldots \quad \text{(iv)}$$

সমীকরণ (iii) ও (iv) থেকে পাই,

$$\tan\theta_0 = \frac{25{\cdot}97}{15{\cdot}006} = 1{\cdot}7306 \qquad \therefore \quad \theta_0 = 60^\circ$$

সমীকরণ (iii)-এ θ_0-এর মান বসিয়ে পাই, $v_0 \cos 60^\circ = 15{\cdot}006$

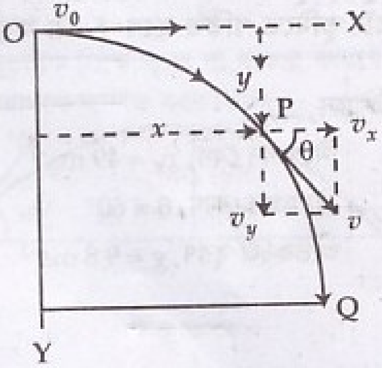
$$v_0 \times 0{\cdot}5 = 15{\cdot}006$$

$$\therefore \quad v_0 = \frac{15{\cdot}006}{0{\cdot}5} = 30 \text{ ms}^{-1}$$

অনুভূমিকভাবে নিক্ষিপ্ত বস্তুর বা প্রাসের গতির সমীকরণ

Equation of motion of a horizontal projectile

ধরি একটি বস্তুকে O বিন্দু হতে v_0 বেগে অনুভূমিক দিকে নিক্ষেপ করা হলো [চিত্র ৩·৩৬]। বায়ুর বা ও উচ্চতার সাথে g-এর পরিবর্তন অগ্রাহ্য করলে নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতিপথের যে কোনো বিন্দুতে অনুভূমিক বেগ অ এবং v_0 হবে। কিন্তু নিক্ষিপ্ত বস্তুর বেগের খাড়া উপা না থাকায় অভিকর্ষীয় ত্বরণের দরুন খাড়া নিচের দি বস্তুর বেগ সময়ের সমানুপাতে বৃদ্ধি পাবে। ধরি t সেকে পরে বস্তুটি অনুভূমিক দিকে x দূরত্ব ও খাড়া নিচের দি y দূরত্ব অতিক্রম করে P বিন্দুতে এল এবং P বিন্দু বস্তুটির বেগ v ও v-এর অনুভূমিক ও উল্লম্ব অংশকের ম যথাক্রমে v_x ও v_y। তা হলে,



চিত্র ৩·৩৬

$$v_x = v_0 = v\cos\theta$$

$$\text{ও } v_y = 0 + gt = gt = v\sin\theta$$

$$\therefore \quad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

এখানে অনুভূমিকের সাথে v-এর কৌণিক ব্যবধান θ।

$$\therefore \quad \tan\theta = \frac{v_y}{v_x}$$

আবার, $x = v_0 \times t$ … … …(3.40) [∵ অনুভূমিক দিকে ত্বরণ = 0]

ও $y = \frac{1}{2}\,gt^2$ … … …(3.41) [∵ উল্লম্ব দিকে আদি বেগ = 0]

সমীকরণ (3.40) হতে t-এর মান সমীকরণ (3.41)-এ বসিয়ে পাওয়া যায়—

$$y = \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0}\right)^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.42)$$

$$\therefore \quad x^2 = \frac{2v_0^2}{g}\,y$$

উপরের সমীকরণে $\frac{2v_0^2}{g} = 4\text{A}$ বসিয়ে পাওয়া যায়,

$$x^2 = 4\text{A}y \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.43)$$

এটি একটি অধিবৃত্তের সমীকরণ। কাজেই বাধাহীন পথে অনুভূমিকভাবে নিক্ষিপ্ত বস্তুর বা প্রাসের গতিপথ প্যারাবোলা (Parabola) বা অধিবৃত্ত রচনা করে।

গাণিতিক উদাহরণ

১। ভূ-পৃষ্ঠ থেকে 490 m উঁচুতে একটি বিম
কোনো বিন্দু A এর উপর উল্লম্ব অবস্থানে এসে সে
বিন্দুতে আঘাত করল। AB এর দূরত্ব কত ?

মনে করি O অবস্থানে বিমানটি থেকে বস্তুটি
ফেলা হলো; অতএব OA = 490 m, t সময় পর বস্তুটি
বিন্দুতে আঘাত করল। উল্লম্ব দিকে বস্তুটির প্রাথমিক বে
শূন্য।

$$\therefore \quad h = v_{y_0}\,t + \frac{1}{2}\,gt^2$$

$$\text{বা,} \quad 490 = 0 + \frac{1}{2} \times 9{\cdot}8t^2$$

$$\text{বা,} \quad 490 = 4{\cdot}9\,t^2 \quad \text{বা,} \quad t^2 = 100$$

$$\therefore \quad t = 10\,\text{sec}$$

$$\therefore \quad \text{অনুভূমিক সরণ,}\ x = v_{x_0} \times t = 147 \times 10 =$$

২। একটি ফুটবলকে ভূমির সাথে 30° কোণে
বেগের মান কত হবে নির্ণয় কর।

মনে করি, ফুটবলটি যে বিন্দু হতে কিক করা হলে
এবং খাড়া উপরের দিক Y অক্ষ ধনাত্মক।

শেষ বেগের অনুভূমিক ও উল্লম্ব উপাংশ যথাক্রমে

$$v = \sqrt{v_x^{\,2} + \;v_y^{\,2}}$$

আদি বেগের অনুভূমিক ও উল্লম্ব উপাংশ যথাক্রমে

আমরা পাই, $v_x = v_{x_0} + a_x t = v_0 \cos\theta + a$

$= v_0 \cos\theta = 40 \cos 30° = 3$

- গতিশীল কণাটির তিনটি ত্বরণ থাকে। যথা ঃ
  1. বৃত্তপথে ঘূর্ণনরত বস্তুর কেন্দ্র ও কণার মধ্যে সংযোগকারী কেন্দ্রমুখী ত্বরণ।
  2. স্পর্শী ত্বরণ।
  3. কৌনিক ত্বরণ।
- বৃত্তীয় গতি এক ধরনের ঘূর্ণন গতি।
- বায়ুর বাধা না থাকলে একটি বস্তুকে অনুভূমিকের সাথে 45^0 কোণে উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তার অনুভূমিক পাল্লা সর্বাধিক হবে।
- সেকেণ্ডের কাঁটার প্রান্তের রৈখিকবেগ সবচেয়ে বেশি এবং ঘন্টার কাঁটার প্রান্তের রৈখিকবেগ সবচেয়ে কম।
- একটি প্রসঙ্গ বিন্দু ও দুইটি অক্ষের দ্বারা সূচিত কাঠামোকে দ্বিমাত্রিক কাঠামো বলে।
- একটি প্রসঙ্গ বিন্দু ও তিনটি অক্ষের দ্বারা সূচিত কাঠামোকে ত্রিমাত্রিক কাঠামো বলে।
- একটি নির্দিষ্ট দিকে কোনো একটি গতিশীল বস্তু কোনো সময়ে যে পরিমাণ দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে ঐ বস্তুর সরণ ভেক্টর বলে।
- সমত্বরণে গতিশীল বস্তুর তাৎক্ষণিক ত্বরণ যে কোনো সময় ব্যবধান বা অবকাশের গড় ত্বরণের সমান।
- রৈখিক বেগ ঘূর্ণন অক্ষ হতে দূরত্বের সমানুপাতিক।
- প্রাসের গতিপথ প্রধানত নিক্ষেপণ বেগ, নিক্ষেপণ কোণ ও অভিকর্ষজ ত্বরণের উপর নির্ভরশীল।
- ঘূর্ণন যদি কোন অক্ষকে কেন্দ্র করে সম্পাদিত হয় তবে ঐ অক্ষকে ঘূর্ণন অক্ষ বলে।
- কোন বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান দৈর্ঘ্যের বৃত্তচাপ বৃত্তের কেন্দ্রে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে এক রেডিয়ান বলে।
- ঘূর্ণায়মান বস্তুর প্রতিটি কণার কৌণিক ত্বরণ বা মন্দন সমান।
- কোন ঘড়ির কাঁটার প্রান্তের রৈখিকবেগ সর্বাধিক ও কেন্দ্রের শূন্য।
- রৈখিক ত্বরণ = কৌণিক ত্বরণ × ব্যাসার্ধ
- রৈখিক বেগ = কৌণিক বেগ × ব্যাসার্ধ
- ঘূর্ণন গতিশক্তি = ½ (জড়তার মোমেন্ট × কৌনিক বেগ^2)
- একটি ঘূর্ণায়মান চাকার অক্ষ সংলগ্ন বস্তু কণার রৈখিক বেগ সবচেয়ে কম এবং চাকার পরিধিস্থ বস্তু কণার রৈখিক বেগ সবচেয়ে বেশি।

এবং $v_y = v_{y_0} + a_y t \ = v_0 \sin\theta + a_y t$

বা, $v_y \ = 40 \sin 30° + (-9˙8) \times 2$ [উল্লম্ব উপাংশ নিম্নমুখী হওয়ায় $a_y = -g = -9˙8 \text{ ms}^{-2}$]

$= 20 - 19˙6 = 0˙4 \text{ ms}^{-1}$

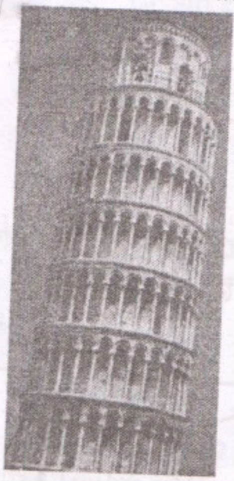
$\therefore v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(34˙64)^2 + (0˙4)^2}$

$= \sqrt{1199˙9 + 0˙16} = \sqrt{1200} = 34˙64 \text{ ms}^{-1}$

৩˙৫ পড়ন্ত বস্তুর সূত্র

Laws of Falling Bodies

তুমি যদি কখনও ছাদের উপর থেকে এক টুকরা কাগজ ও এক খণ্ড পাথর একই সাথে নিচে ফেলে দা তাহলে কী দেখতে পাবে ? দেখবে যে, পাথর খণ্ডটি কাগজ অপেক্ষা আগে মাটিতে পৌঁছেছে।


চিত্র ৩˙৩৮

আমরা জানি যে, বস্তুর এই খাড়াভাবে পতনের কারণ অভিকর্ষজ বা পৃথিবী আকর্ষণ বা অভিকর্ষ। অভিকর্ষজ ত্বরণ বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে না, তাহলে কাগজে টুকরা এবং পাথর খণ্ডটি একই সময়ে মাটিতে পৌঁছাল না কেন ? এক্ষেত্রে বাতাসের বা বস্তু দুটির ভিন্ন সময়ে মাটিতে পতনের ক্ষেত্রে দায়ী। ইতালিয় বিজ্ঞানী গ্যালিলি গ্যালিলিও পড়ন্ত বস্তুর গতি নিয়ে গবেষণা করেন এবং পরীক্ষালব্ধ কিছু সূত্র দেন। তিনি 1589 খ্রিস্টাব্দে পিসা শহরের বিখ্যাত 180 ফুট উঁচু হেলানো একটি স্তম্ভের ছাদ থে বিভিন্ন ধরনের ভারী বস্তু ফেলে দেখান যে, তারা প্রায় একই সময়ে মাটিতে পৌঁছায় [চি ৩˙৩৮]। ভারী ও হালকা বস্তুর পতনের ক্ষেত্রে সামান্য এই সময়ের পার্থক্য বায়ুর বাধা জন্য ঘটে। পরবর্তীকালে বিজ্ঞানী নিউটন গিনি ও পালক পরীক্ষার সাহায্যে এই তথ্যে সত্যতা প্রমাণ করেন। গ্যালিলিও এ ধরনের মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর গতি সংক্রান্ত তিনটি সূ প্রদান করেন। সূত্রগুলো হলো :

প্রথম সূত্র : একই উচ্চতায় স্থির অবস্থান থেকে মুক্তভাবে সকল পড়ন্ত বস্তু সমান সময়ে সমান দূরত্ব অতিক্রম করে।

ব্যাখ্যা : মনে করা যাক, m_1 ও m_2 ভরের দুটি বস্তু উঁচু কোনো স্থির অবস্থান থেকে সম্পূর্ণ বাধাহীনভাবে t সময়ে h_1 ও h_2 নিম্নমুখী দূরত্ব অতিক্রম করে। তাই এক্ষেত্রে $h_1 = h_2$.

দ্বিতীয় সূত্র : স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময় (t)-এ প্রাপ্ত বেগ (v) ঐ সময়ের সমানুপাতিক।

ব্যাখ্যা : ধরা যাক, একটি বস্তু উঁচু কোনো স্থির অবস্থান থেকে সম্পূর্ণরূপে বাধাহীনভাবে ভূমিতে পতিত হচ্ছে। এক্ষেত্রে t সময়ে বস্তুটির বেগ v হলে $v \propto t$

বা, $\frac{v}{t} =$ ধ্রুবক বা, $\frac{v_1}{t_1} = \frac{v_2}{t_2} =$ ধ্রুবক

এখানে v_1 ও v_2 হলো যথাক্রমে t_1 ও t_2 সময়ে বেগ।

তৃতীয় সূত্র : স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তু নির্দিষ্ট সময়ে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তা ঐ সময়ের বর্গের সমানুপাতিক। (১৫-১৬) (১৬-১৭)

ব্যাখ্যা : ধরা যাক একটি বস্তু উঁচু কোনো স্থির অবস্থান থেকে সম্পূর্ণ বাধাহীনভাবে ভূমিতে পতিত হচ্ছে। এক্ষেত্রে t সময়ে বস্তুটির অতিক্রান্ত দূরত্ব h হলে $h \propto t^2$

$\frac{h}{t^2} =$ ধ্রুবক। বা, $\frac{h_1}{t_1^2} = \frac{h_2}{t_2^2} =$ ধ্রুবক

এখানে h_1 ও h_2 যথাক্রমে t_1 ও t_2 সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব।

04. 1 ডিগ্রী সমান —— রেডিয়ান [08-09]

A. 57.3
B. 0.0175
C. 0.05
D. 1.5

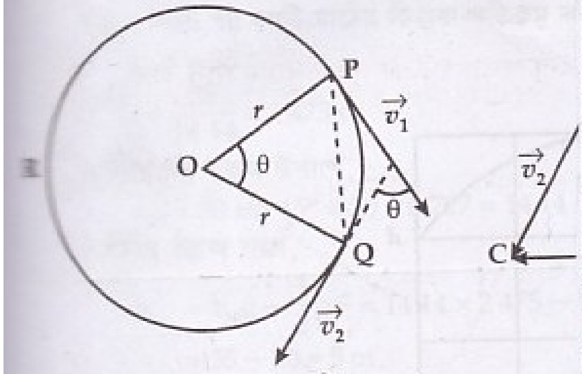
Ans | B | Solve $1^\circ = \frac{\pi}{180}$ rad ... ।৩৩ ত্রি

কৌণিক বেগ	রৈখিক বেগ
১. কৌণিক পথে একটি বস্তুর কৌণিক সরণের হারকে কৌণিক বেগ বলে।	১. নির্দিষ্ট দিকে রৈখিক পথে কোন একটি বস্তুর স্থান পরিবর্তনের হারকে এর রৈখিক বেগ বলে।
২. একক সময়ের অতিক্রান্ত কৌণিক দূরত্ব দ্বারা কৌণিক বেগ পরিমাপ করা হয়।	২. একক সময়ের অতিক্রান্ত রৈখিক দূরত্ব দ্বারা রৈখিক বেগ পরিমাপ করা হয়।
৩. এর সমীকরণ $\omega = \frac{d\theta}{dt}$	৩. এর সমীকরণ, $V = \frac{dr}{dt}$
৪. এর মাত্রা সমীকরণ $[T^{-1}]$	৪. এর মাত্রা সমীকরণ $[LT^{-1}]$
৫. এর একক হলো রেডিয়ান/সে, ডিগ্রী/সে.	৫. এর একক মিটার/সে.
৬. রৈখিক বেগকে বৃত্তপথের ব্যাসার্ধ দ্বারা ভাগ করলে কৌণিক বেগ পাওয়া যায়।	৬. কৌণিক বেগকে বৃত্তপথের ব্যাসার্ধ দ্বারা গুণ করলে রৈখিক বেগ পাওয়া যায়।
৭. বস্তু সমকৌণিক বেগে চললেও এর রৈখিক ত্বরণ থাকে।	৭. বস্তু সমরৈখিক বেগে চললে এর রৈখিক ত্বরণ থাকে না।
৮. আবর্তনরত কোন বস্তুর বিভিন্ন কণার কৌণিক বেগ সর্বদা একই থাকে।	৮. আবর্তনরত কোন একটি বস্তুর বিভিন্ন কণার রৈখিক বেগ বিভিন্ন হয়।

■ **তথ্য:**

- ◆ দ্রুতি পরিমাপক যন্ত্রের নাম– স্পিডোমিটার
- ◆ বেগ পরিমাপক যন্ত্রের নাম– ভেলাটোমিটার
- ◆ একটি বস্তুকে যে বেগে ভূমি থেকে নিক্ষেপ করা হয় বস্তুটি ঠিক একই বেগে ভূমিকে আঘাত করবে।

বাহু ত্রিভুজ এবং $\angle BAC = \angle POQ = \theta$ । কাজে



চিত্র ৩.৪১

এখানে বৃত্তচাপ PQ-কে জ্যা PQ-এর সমান ধর য়। কেননা এমতাবস্থায় বৃত্তচাপ PQ ও জ্যা PQ প্রায় $\Delta t \to 0$ হলে, P ও Q-এর মধ্যবর্তী দূরত্ব ও θ বিন্দু হবে এবং $\Delta\vec{v}$ ও $\vec{v}_1$ বা $\vec{v}_2$-এর মধ্যবর্তী কোণ $\varphi = 90^\circ$ অর্থাৎ $\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ কেন্দ্রের দিকে ক্রিয়া করবে।

কাজেই তাৎক্ষণিক ত্বরণের মান,

$$a = \text{Lt}_{\Delta t \to 0} \left| \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \right| = \frac{v^2}{r} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.49)$$

$\therefore$ r ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে v সমদ্রুতিতে আবর্তনরত বস্তুর উপর সর্বদাই বৃত্তপথের কেন্দ্রের দিকে একটি ত্বরণ $a = \frac{v^2}{r}$ ক্রিয়া করে।

সমীকরণ (3.49) বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান কোনো বস্তুর কেন্দ্রমুখী ত্বরণের রাশিফল।

$\therefore$ বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনরত m ভরের বস্তুর উপর ক্রিয়ারত কেন্দ্রমুখী বল F হলে নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র অনুযায়ী, $F = ma$

বা, $F = m\frac{v^2}{r}$

বস্তুটির কৌণিক বেগ ω হলে, $v = \omega r$ হেতু

$$F = \frac{mv^2}{r} = \frac{m\omega^2 r^2}{r} = m\omega^2 r$$

06. স্থির অবস্থা থেকে যাত্রা করে একটি বস্তু প্রথম সেকেন্ডে lm দূরত্ব অতিক্র করল। পরবর্তী lm অতিক্রম করতে বস্তুটির কত সময় লাগবে? [11-12]

A. 1sec
B. 1.414sec
C. 0.414sec
D. None

Ans | C | Solve $t = \sqrt{S_1 + S_2} - 1$

$= \sqrt{(1+1)} - 1 = \sqrt{2} - 1 = 0.414$ sec

গাণিতিক উদাহরণ

১। হাইড্রোজেন পরমাণুর ইলেকট্রন নিউক্লি চক্রপথে $2{\cdot}2 \times 10^6\ ms^{-1}$ বেগে ঘুরছে। ইলেকট্রনের

আমরা জানি, অভিলম্ব ত্বরণ,

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{(2{\cdot}2 \times 10^6)^2}{5{\cdot}2 \times 10^{-11}}$$

$$= \frac{2{\cdot}2 \times 2{\cdot}2 \times 10^{12} \times 10^{11}}{5{\cdot}2}$$

$$= 9{\cdot}31 \times 10^{22}\ ms^{-2}$$

03. একটি বস্তুকে ভূপৃষ্ঠ থেকে খাড়া উপরে নিক্ষেপ করলে উহা 10 সে বাতাসে থাকে। বস্তুটি কত সময়ে সর্বোচ্চ স্থানে পৌছুবে? [07-08]

A. 8 সেকেন্ড
B. 6 সেকেন্ড
C. 5 সেকেন্ড
D. 4 সেকেন্ড

Ans | C | Solve

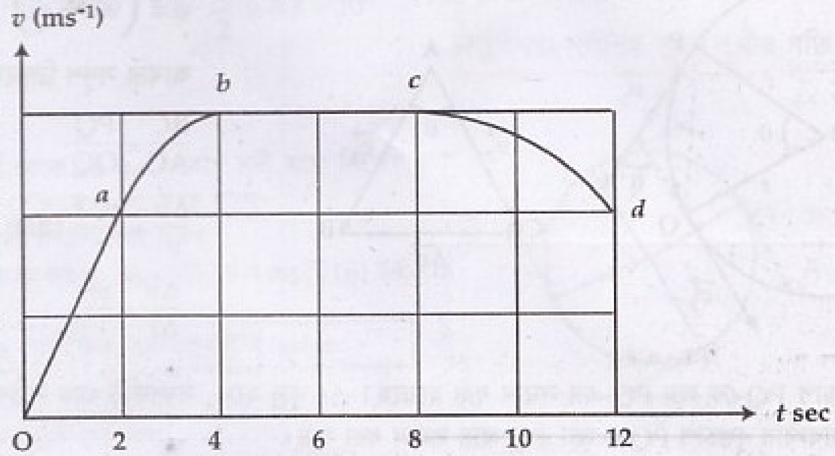
$T = t_1 + t_2$
$T = t_1 + t_1 = 2t_1$
$10 = 2t_1 \therefore t_1 = 5sec$

t_1 = সর্বোচ্চ উচ্চতায় উঠতে সময়
= সর্বোচ্চ উচ্চতা হতে নামতে সময় = t_2

T = মোট সময় = 10 sec

উচ্চতর দক্ষতাভিত্তিক নমুনা গাণিতিক উদাহরণ

১। স্বাধীনতা দিবসে কলেজের 100m দৌড় প্রতিযোগিতায় রুবেলের গতিবেগ সময়ের সাথে কীভা পরিবর্তিত হয়েছিল তা নিম্নে গ্রাফে দেখানো হলো :



(ক) রুবেল 4 sec ও 8 sec এর মধ্যে কত দূরত্ব অতিক্রম করেছে ?

(খ) উদ্দীপক অনুসারে রুবেলের ত্বরণ বিশ্লেষণ কর।

সমাধান : (ক) রুবেল 4 এবং 8 sec-এর মধ্যবর্তী সময়ে সমবেগে দৌড়াচ্ছে

কাজেই $v = 6\ ms^{-1}$, $t = (8 — 4) = 4$ sec

$\therefore$ দূরত্ব $s = vt = 6 \times 4 = 24$ m

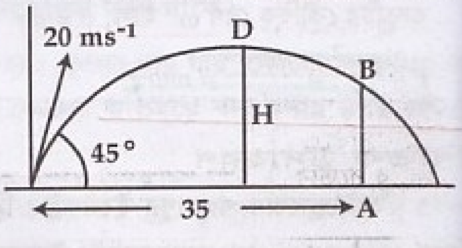
(খ) 0 থেকে a বিন্দুতে অসমবেগে আবার a থেকে b তে অসমবেগে আবার b থেকে c তে বেগ সমান হওয়ায় এখানে ত্বরণ = 0। আবার c হতে d তে বেগ হ্রাস পায় অর্থাৎ মন্দন হয়।

আবার a বিন্দুতে ত্বরণ $= \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4 — 2}{2 — 0} = \frac{2}{2} = 1\ ms^{-2}$

b বিন্দুতে ত্বরণ $= 0$

c বিন্দুতে ত্বরণ $= 0$, d তে মন্দন $= \frac{4}{12} = \frac{1}{3}\ ms^{-2}$

২। একটি ক্রিকেট টেস্টে তামিম একটি বলকে ব্যাটের সাহায্যে আঘাত করায় বলটি 45° কোণে এবং 20 ms^{-1} বেগে বোলারের মাথার উপর দিয়ে মাঠের বাইরের দিকে যেতে শুরু করে। মধ্য মাঠ থেকে বিপক্ষ দলের একজন ফিল্ডার দৌড়াতে শুরু করলেন। ফিল্ডারটি বলের লাইনে পৌঁছানোর আগেই সেটি দর্শক গ্যালারিতে পৌঁছে গেল। মাঠের ভেতর বলটির অতিক্রান্ত দূরত্ব 35 m, ঐ স্থানে $g = 9˙8\ ms^{-2}$। (ক) ব্যাটে আঘাত পাওয়া বলটি সর্বাধিক কত উচ্চতায় উঠবে ? (খ) উদ্দীপকের ফিল্ডার উর্ধ্বে লাফ দিয়ে 3 m উচ্চতায় বল ধরতে পারেন। তিনি যদি সময় মতো বলের লাইনে পৌঁছতে পারতেন তাহলে তিনি বলটি ধরতে সক্ষম হতেন কি ? উত্তরের সপক্ষে গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও।



(ক) মনে করি, বলটি সর্বাধিক উচ্চতা H-এ উঠবে।

আমরা জানি,

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

$$\therefore\ H = \frac{(20)^2 \times (\sin 45°)^2}{2 \times 9˙8} = \frac{400 \times 0˙5}{2 \times 9˙8}$$

$$= 10˙2\ m$$

এখানে,

আদিবেগ, $v_0 = 20\ ms^{-1}$

নিক্ষেপ কোণ, $\theta = 45°$

মাঠের দূরত্ব, $x = 35$ m

$g = 9˙8\ ms^{-2}$

(খ) মনে করি বলটি y উচ্চতায় মাঠ অতিক্রম করে।

এখন, আদিবেগের অনুভূমিক উপাংশ,

$$v_{x0} = v_0 \cos 45° = 20 \times 0{\cdot}707 = 14{\cdot}14 \text{ ms}^{-1}$$

ধরি, t সময় পর বলটি মাঠের সীমানা অতিক্রম করে।

$$\therefore \quad v_{x0}t = 35$$

$$\therefore \quad t = \frac{35}{14{\cdot}14} = 2{\cdot}475 \text{ s}$$

আদিবেগের উল্লম্ব উপাংশ,

$$v_{y0} = 20 \sin 45° = 20 \times 0{\cdot}707 = 14{\cdot}14 \text{ ms}^{-1}$$

t সময়ে উল্লম্ব সরণ,

$$y \quad = v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2 = 14{\cdot}14 \times 2{\cdot}475 - \frac{1}{2} \times 9{\cdot}8 \times (2{\cdot}475)^2$$

$$= 35 - 30 = 5 \text{ m}$$

ফিল্ডার লাফ দিয়ে 3 m উচ্চতায় পৌছতে পারেন, কিন্তু বলটি 5 m উপর দিয়ে মাঠ অতিক্রম করে। সুতরাং ফিল্ডার বলটি ধরতে পারতেন না।

অনুসন্ধান : 100 মিটার দৌড়ে শিক্ষার্থীর ত্বরণ নির্ণয় এবং লেখচিত্রে তা বিশ্লেষণ।

উদ্দেশ্য : বিভিন্ন সময়ে অতিক্রান্ত গড় দ্রুতি নির্ণয়, বেগ-সময় লেখচিত্র অঙ্কন এবং যে কোনো সময়ে গড় ত্বরণ নির্ণয়।

যন্ত্রপাতি : মিটার স্কেল, থামা ঘড়ি, দড়ি অথবা মাপ ফিতা, স্পিডোমিটার যা প্রত্যেকের জুতার ভিতরে বসানো থাকবে।

কাজের ধারা :

১. স্কুলের খেলার মাঠের (স্কুলের নিজস্ব মাঠ না থাকলে অন্য কোনো মাঠে) এক প্রান্তে চুনের গুড়া দিয়ে দাগ দাও।
২. এই দড়ি থেকে 20 মিটার দূরে দূরে আরো 5টি দাগ দাও। সুতরাং 5নং দাগটি হবে 100 মিটার দূরে।
৩. প্রথম দাগের কাছে তুমি দাড়াও এবং বাঁকি 4টির পাশে তোমার চার বন্ধু ঘড়ি নিয়ে দাঁড়াবে।
৪. শিক্ষক বাঁশিতে ফুঁ দেওয়ার সাথে সাথে তুমি দৌড় শুরু করবে এবং প্রত্যেকে যার যার স্পিডোমিটার চালু করবে।
৫. দৌড়বিদ যখন যার সামনের দড়ি অতিক্রম করবে তখন সে তার স্পিডোমিটার বন্ধ করবে। স্পিডোমিটার থেকে ঐ দূরত্বের জন্য বেগ পাওয়া যাবে।
৬. দূরত্বকে সময় দিয়ে ভাগ করে ঐ সময় ব্যবধানের জন্য বা ঐ দূরত্বের জন্য বেগ পাওয়া যাবে।
৭. এখন একটি ছক কাগজে X-অক্ষের দিকে সময় (t) এবং Y-অক্ষের দিকে বেগ (v) স্থাপন করে একটি লেখচিত্র অঙ্কন কর।
৮. লেখচিত্র থেকে যে কোনো সময়ে বেগ এবং এই সময় ব্যবধানের গড় ত্বরণ নির্ণয় কর।
৯. লেখচিত্রটি পুনরায় অঙ্কন কর। এখন যে কোনো দুটি সময়ের জন্য তাৎক্ষণিক ত্বরণ বের কর।
১০. বিভিন্ন দ্রুতিতে হেঁটে এবং দৌড়ে এই পরীক্ষাটির পুনরাবৃত্তি কর।
১১. এভাবে প্রত্যেক শিক্ষার্থী পরীক্ষণটি সম্পন্ন কর।

অনুসন্ধানের ছক

পাঠ	অতিক্রান্ত দূরত্ব (m)	সময় (s)	বেগ v ms^{-1}	গড় ত্বরণ $= \frac{\text{বেগ}}{\text{সময়}}$ ms^{-2}
1				
2				
3				
4				

সার-সংক্ষেপ

প্রসঙ্গ কাঠামো	যে দৃঢ় বস্তু বা বিন্দুর সাপেক্ষে কোনো স্থানে অন্য বিন্দু বা বস্তুকে নির্দি করা হয়, তাকে প্রসঙ্গ কাঠামো বলে।
সরণ	কোনো বস্তুর সরণ একটি ভেক্টর রাশি যার মান বস্তুটির শেষ এবং আ অবস্থানের মধ্যে ন্যূনতম দূরত্ব এবং দিক হলো আদি থেকে শেষ অবস্থানে দিকে।
গড় দ্রুতি	কোনো বস্তু কর্তৃক অতিক্রান্ত মোট দূরত্ব এবং মোট ব্যয়িত সময়ের ভাগফলে গড় দ্রুতি বলে।
তাৎক্ষণিক দ্রুতি বা দ্রুতি	সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সঙ্গে বস্তুর দূরত্বের পরিবর্তনে হারকে তাৎক্ষণিক দ্রুতি বা দ্রুতি বলে।
গড় বেগ	যে কোনো সময় ব্যবধানে কোনো বস্তুর মোট সরণকে ঐ সময় ব্যবধান দি ভাগ করলে যে রাশি পাওয়া যায় তাকেই বস্তুটির গড় বেগ বলে।
তাৎক্ষণিক বেগ বা বেগ	সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সঙ্গে বস্তুর সরণের পরিবর্তনে হারকে তাৎক্ষণিক বেগ বা বেগ বলে।
সমবেগ	কোনো বস্তুর বেগ সবসময় ধ্রুব থাকলে ঐ বেগকে সমবেগ বলে।
গড় ত্বরণ	কোনো একটি গতিশীল বস্তুর বেগের বৃদ্ধি এবং ঐ বৃদ্ধির জন্য ব্যয়িত সমরে ভাগফলকে গড় ত্বরণ বলে।
তাৎক্ষণিক ত্বরণ বা ত্বরণ	সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে কোনো একটি গতিশীল বস্তুর বেগ বৃদি হারকে তাৎক্ষণিক ত্বরণ বা ত্বরণ বলে।
সমত্বরণ	ত্বরণ যদি সবসময় ধ্রুব হয় তবে তাকে সমত্বরণ বলে।
পড়ন্ত বস্তুর সূত্র	পড়ন্ত বস্তুর তিনটি সূত্র রয়েছে। সূত্রগুলো নিম্নে বিবৃত হলো।
১ম সূত্র	বায়ুশূন্য স্থানে সকল বস্তুই স্থির অবস্থান হতে যাত্রা করে সমান সময়ে সম পথ অতিক্রম করে।
২য় সূত্র	বাধাহীন পথে পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ের প্রাপ্ত বেগ ঐ সময়ের সমানুপাতি
৩য় সূত্র	বাধাহীন পথে পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ের অতিক্রান্ত দূরত্ব ঐ সময়ের ব সমানুপাতিক।
প্রাস বা প্রক্ষেপক	কোনো একটি বস্তুকে অনুভূমিকের সাথে তির্যকভাবে উপরের দিকে নিক্ষে করা হলে তাকে প্রাস বা প্রক্ষেপক বলে।
বিচরণ কাল বা ভ্রমণকাল	নিক্ষেপের মুহূর্ত হতে সমতলে ফিরে আসতে নিক্ষিপ্ত বস্তুর যে সময় লা তাকে বিচরণ কাল বা ভ্রমণ কাল বলে।
পাল্লা	নিক্ষেপণ বিন্দু ও বিচরণ পথের শেষ প্রান্ত বিন্দুর মধ্যবর্তী রৈখিক দূরত্বকে পা বলে।
বৃত্তীয় গতি	কোনো বস্তুকণা যদি কোনো অক্ষ বা বিন্দুকে কেন্দ্র করে একটি বৃত্তাকার প গতিশীল থাকে, তবে বস্তুকণার এই গতিকে বৃত্তীয় গতি বলে।
সুষম বৃত্তীয় গতি	বৃত্তাকার পথে সমদ্রুতিতে ঘূর্ণায়মান কোনো বস্তুকণার গতিকে সুষম বৃত্তীয় গ বলে।
কেন্দ্রমুখী বা অভিকেন্দ্র ত্বরণ	কোনো বস্তু কণা যখন বৃত্তাকার পথে ঘুরতে থাকে তখন বৃত্তের ব্যাসার্ধ বরা এবং কেন্দ্রের অভিমুখে বস্তুকণার উপর যে ত্বরণ ক্রিয়া করে তাকে কেন্দ্রমুখী অভিকেন্দ্র ত্বরণ বলে।

অনুশীলনী

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

পরম স্থিতিশীল প্রসঙ্গ বস্তুর সাপেক্ষে কোনো বস্তুর গতিকে কী বলে ?

(ক) পরম গতি
(খ) আপেক্ষিক গতি
(গ) পরম স্থিতি
(ঘ) কোনোটাই নয়

অবস্থান-সময় লেখ নির্দেশ করে—

(ক) ত্বরণ
(খ) সরণ
(গ) বেগ
(ঘ) দ্রুতি

বেগ বনাম সময় লেখচিত্রের ঢাল বস্তুর কী নির্দেশ করে ?

(ক) সরণ
(খ) দ্রুতি
(গ) বেগ
(ঘ) ত্বরণ

এক ব্যক্তি s প্রস্থের একটি রাস্তা সোজাসুজি পার হচ্ছে। প্রথম অর্ধেক যায় v_1 সমদ্রুতিতে এবং বাকী অর্ধেক যায় v_2 সমদ্রুতিতে। ব্যক্তিটির গড় দ্রুতি কত ?

(ক) $\sqrt{\frac{2v_1v_2}{v_1+v_2}}$
(খ) $\sqrt{\frac{v_1+v_2}{2}}$
(গ) $\frac{v_1+v_2}{2}$
(ঘ) $\frac{2v_1v_2}{v_1+v_2}$

একটি বস্তু স্থিতিশীল অবস্থা হতে যাত্রা করে 5 ms^{-2} সমত্বরণে চলতে লাগল। 5 s-এ বস্তুটি কত পথ অতিক্রম করবে ?

(ক) 50 m
(খ) 55 m
(গ) 60·5 m
(ঘ) 62·5 m

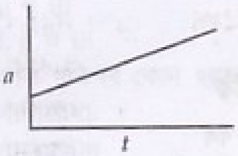
নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ৬ ও ৭নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

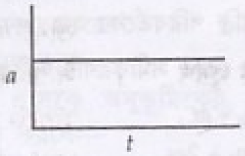
$x = \frac{1}{3}t^3 + 3t$ মিটার, সমীকরণটি একটি বস্তুর সরণ নির্দেশ করে।

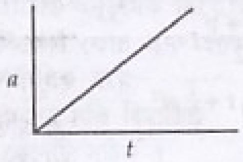
৬। 3 s পরে বস্তুর বেগ কত ?

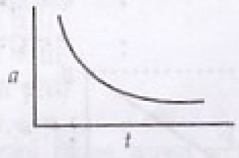
(ক) $9\ ms^{-1}$
(খ) $12\ ms^{-1}$
(গ) $6\ ms^{-1}$
(ঘ) $15\ ms^{-1}$

৭। উদ্দীপক থেকে প্রাপ্ত তথ্য অনুসারে নিচের কোন লেখচিত্রটি ঠিক ?

(ক)


(খ)


(গ)


(ঘ)


$s = \left(\frac{1}{3}t^3 + 3t\right)$ সূত্রানুসারে একটি বস্তু সরলরেখায় চলছে। ৮ ও ৯নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

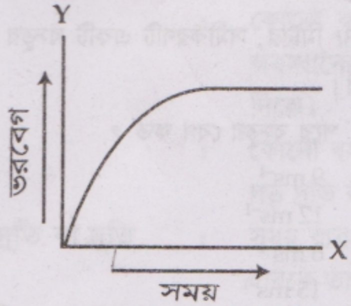
৮। 2 s পর বস্তুটির বেগ হবে—

(ক) 5 একক
(খ) 7 একক
(গ) 9 একক
(ঘ) 3 একক

৯। 4 s পর বস্তুটির ত্বরণ হবে—

(ক) 8 একক
(খ) 6 একক
(গ) 10 একক
(ঘ) 2 একক

১০। একটি গাড়ি স্থির অবস্থা হতে ত্বরণশীল হলো। নিচের গ্রাফটি সময়ের বিপরীতে গাড়িটির ভরবেগ নির্দেশ করছে— [ঢা. বো. ২০১৫]

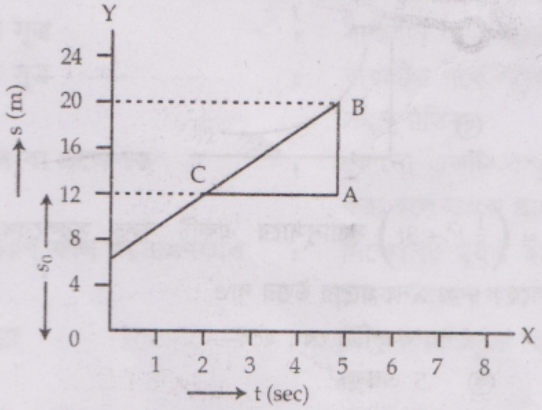


কোনো নির্দিষ্ট সময়ে গ্রাফটির ঢাল গাড়িটির কী নির্দেশ করে ?

(ক) বেগ
(খ) গতিশক্তি
(গ) প্রযুক্ত বল
(ঘ) গতিশক্তি পরিবর্তনের হার

১১। গতি সংক্রান্ত কোন সমীকরণটি সঠিক নয় ?

(ক) $v = v_0 + at$
(খ) $v^2 = v_0 + 2as$
(গ) $s = \frac{v_0 + v}{2} t$
(ঘ) $s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$



লেখচিত্র থেকে ১২ ও ১৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

১২। লেখচিত্রটির ঢাল $= \frac{AB}{AC}$, গতিবিষয়ক কোন রাশিটি প্রকাশ করে ?

(ক) ত্বরণ
(খ) বেগ
(গ) দ্রুতি
(ঘ) সরণ

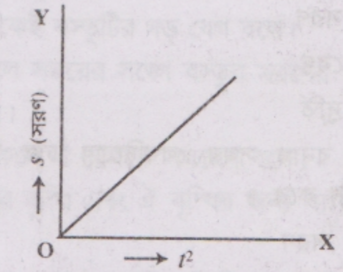
১৩। লেখচিত্রটির নিম্নলিখিত বৈশিষ্ট্য দেখা যায়—

(i) s বনাম t লেখচিত্রটি একটি সরলরেখা হবে
(ii) আদিবেগ শূন্য হলে লেখচিত্রটি মূল বিন্দুগামী সরলরেখা হবে
(iii) লেখচিত্রটির Y-অক্ষের ছেদক আদি দূরত্ব প্রকাশ করে

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i
(খ) i ও ii
(গ) ii ও iii
(ঘ) i, ii ও iii

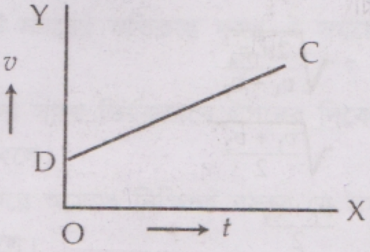
১৪।



লেখটি গতিশীল বস্তুর কোন্ অবস্থা নির্দেশ করে ?

(ক) সমবেগ
(খ) সমত্বরণ
(গ) সমমন্দন
(ঘ) অসম ত্বরণ

১৫। নিচের বেগ-সময় লেখচিত্র থেকে নিম্নরূপ সিদ্ধান্ত গ্রহণ করা যায়—

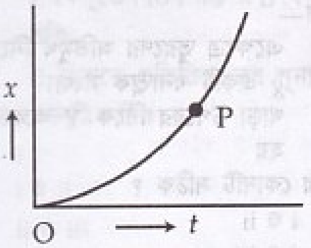


(i) বস্তুটি সমত্বরণে গতিশীল
(ii) সরলরেখার ঢাল থেকে ত্বরণ নির্ণয় করা যায়
(iii) বস্তুটি স্থির অবস্থান থেকে যাত্রা শুরু করেছে

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i ও ii
(খ) ii ও iii
(গ) i ও iii
(ঘ) i, ii ও iii

১৬। নিচের অবস্থান সময় লেখচিত্র থেকে পাওয়া যায়—



(i) বক্ররেখাটি সমবেগে বস্তুটির গতি নির্দেশ করে

(ii) বক্ররেখায় P বিন্দুতে ঢাল নিলে ঐ অবস্থানে বেগ পাওয়া যায়

(iii) বস্তুটি অসম ত্বরণে গতিশীল

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i ও ii

(খ) i ও iii

(গ) ii ও iii

(ঘ) i, ii ও iii

১৭। স্থির অবস্থান থেকে সুষম ত্বরণে চলমান বস্তুর ক্ষেত্রে নিম্নের কোন সম্পর্কটি সঠিক ?

(ক) $s \propto t^2$

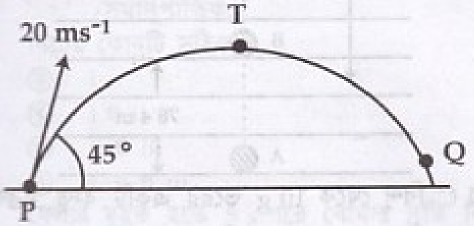
(খ) $s \propto \sqrt{t}$

(গ) $s \propto \sqrt{v}$

(ঘ) $s \propto t$

উদ্দীপকটি পড়ে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

বাতাসের বাধার অনুপস্থিতিতে একটি পাথরকে চিত্রানুযায়ী P বিন্দু হতে তির্যকভাবে ছুঁড়ে দেওয়া হলো। পাথরটির গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দু T এবং পাথরটির ভূমি স্পর্শ করার পূর্ব মুহূর্তে Q বিন্দুতে পৌঁছায়।



১৮। পাথরটির সর্বাধিক অনুভূমিক পাল্লা কত ?

(ক) 81·6 ms^{-1} [ঢা. বো. ২০১৫]

(খ) 40·8 ms^{-1}

(গ) 28·8 ms^{-1}

(ঘ) 2·04 ms^{-1}

১৯। পাথরটির বেগের উল্লম্ব উপাংশ—

(ক) T বিন্দুতে শূন্য [ঢা. বো. ২০১৫]

(খ) T বিন্দুতে Q বিন্দুর তুলনায় বেশি

(গ) Q বিন্দুতে T বিন্দুর তুলনায় বেশি

(ঘ) Q এবং T বিন্দুতে সমান

২০। প্রাসের নিক্ষেপণ বেগের—

(i) অনুভূমিক উপাংশের মান সময়ের সাথে পরিবর্তন হয় না

(ii) উল্লম্ব উপাংশের মান সময়ের সাথে পরিবর্তন হয় না

(iii) সার্বিক মান সময়ের সাথে পরিবর্তন হয়

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i ও ii

(খ) i ও iii

(গ) ii ও iii

(ঘ) i, ii ও iii

২১। প্রক্ষেপকের গতিপথ কোন ধরনের হয় ?

(ক) সরলরেখা

(খ) প্যারাবোলা

(গ) বদ্ধবক্র রেখা

(ঘ) বৃত্তাকার

২২। একটি প্রাসকে অনুভূমিকের সাথে তির্যকভাবে নিক্ষেপ করলে—

(i) প্রাসের অনুভূমিক দিকে ত্বরণ সর্বাধিক হবে

(ii) নিক্ষেপ কোণ 45° হলে অনুভূমিক পাল্লা সর্বাধিক হবে

(iii) প্রাসের গতি দ্বিমাত্রিক

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i ও ii

(খ) i ও iii

(গ) ii ও iii

(ঘ) i, ii ও iii

২৩। প্রক্ষেপকের বিচরণ কালের সমীকরণ কোনটি ?

(ক) $T = \frac{2v_0 \sin \theta_0}{g}$

(খ) $T = \frac{v_0 \cos \theta_0}{g}$

(গ) $T = \frac{v_0 \sin \theta_0}{g}$

(ঘ) $T = \frac{2v_0 \cos \theta_0}{g}$

২৪। একটি বস্তুকে অনুভূমিকের সাথে 45° কোণে 9·8 ms^{-1} বেগে নিক্ষেপ করলে কতদূরে গিয়ে পড়বে ?

(ক) 19·6 m

(খ) 9·8 m

(গ) 15 m

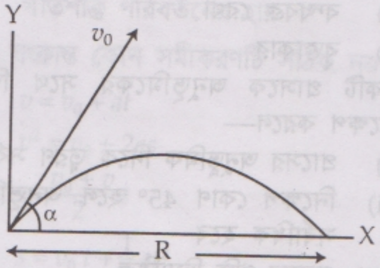
(ঘ) 36 m

২৫। একটি প্রাসের তাৎক্ষণিক বেগের অভিমুখ—
(ক) উল্লম্ব দিকে
(খ) বিচরণ পথের স্পর্শক বরাবর
(গ) অনুভূমিক দিকে
(ঘ) বিচরণ পথের লম্ব বরাবর

২৬। বাধাহীন পথে অনুভূমিকভাবে প্রাসের গতিপথ কোনটি?
(ক) প্যারাবোলা
(খ) হাইপারবোলা
(গ) উপবৃত্তাকার
(ঘ) বৃত্তাকার

২৭। প্রাসের সর্বোচ্চ অতিক্রান্ত উচ্চতার সমীকরণ কোনটি?
(ক) $H = \frac{v_0^2}{g}$
(খ) $H = \frac{v_0^2}{2g}$
(গ) $H = \frac{2v_0^2}{g}$
(ঘ) $H = \frac{v_0}{g}$

২৮।



প্রক্ষিপ্ত বিন্দু ও বিচরণ পথের শেষ প্রান্ত বিন্দুর মধ্যবর্তী অনুভূমিক দূরত্বকে অনুভূমিক পাল্লা বলে। অনুভূমিক পাল্লা

$R = v_0^2 \cdot \frac{\sin 2\alpha}{g}$ ……… (1)

(1) নং সমীকরণটিতে R-এর মান সর্বোচ্চ হবে—
(i) sin 2α এর মান সর্বোচ্চ হলে
(ii) α = 45° হলে
(iii) $\alpha = \left(\frac{\pi}{4}\right)$ হলে

নিচের কোনটি সঠিক ?
(ক) i
(খ) i ও ii
(গ) ii ও iii
(ঘ) i, ii ও iii

২৯। বাধাহীন পথে পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ে প্রাপ্ত বেগ ঐ সময়ের—
(ক) সমানুপাতিক
(খ) ব্যস্তানুপাতিক
(গ) বর্গের সমানুপাতিক
(ঘ) বর্গের ব্যস্তানুপাতিক

৩০। মুক্তভাবে পরন্ত কোনো বস্তুর ত্বরণ $\vec{a} = -g\hat{j}$, এখানে ঋণাত্মক চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে, কারণ—
(i) এক্ষেত্রে ত্বরণের অভিমুখ নিচের দিকে
(ii) g একটি ধনাত্মক সংখ্যা
(iii) খাড়া উপরের দিকে Y অক্ষ ধনাত্মক ধরা হয়

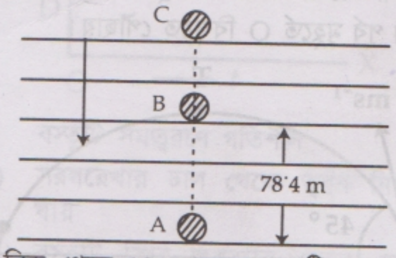
নিচের কোনটি সঠিক ?
(ক) i ও ii
(খ) i ও iii
(গ) ii ও iii
(ঘ) i, ii ও iii

৩১। মুক্তভাবে পড়ন্ত কোনো বস্তুর প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্বের অনুপাত—
(ক) 1 : 1 : 1
(খ) 1 : 2 : 3
(গ) 1 : 3 : 5
(ঘ) 1 : 4 : 9

৩২। একটি বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে সর্বোচ্চ উচ্চতায় এর বেগ হবে—
(ক) সর্বাধিক
(খ) শূন্য
(গ) আদিবেগ
(ঘ) অসীম

৩৩। একটি বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে সর্বোচ্চ উচ্চতায় পৌছার সময়—
(ক) $t = \frac{v_0}{2g}$
(খ) $t = \frac{2v_0}{g}$
(গ) $t = \frac{v_0}{g}$
(ঘ) $t = v_0 g$

নিচের চিত্রটি পর্যবেক্ষণ কর এবং ৩৪ ও ৩৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



চিত্রে C বিন্দু থেকে 10 g ভরের একটি বস্তু মুক্তভাবে পড়ছে।

৩৪। B বিন্দুতে বস্তুটির বিভব শক্তি কত ?
(ক) 1·25 J
(খ) 2·77 J
(গ) 7·68 J
(ঘ) 7·69 J

চিত্রের বস্তুটির ক্ষেত্রে—

(i) কৃত কাজ ঋণাত্মক

(ii) C বিন্দুতে বিভবশক্তি = B বিন্দুতে মোট শক্তি

(iii) B বিন্দুতে প্রতিক্রিয়া বল শূন্য

নিচের কোন্‌টি সঠিক ?

- ⓚ i
- ⓚh i ও ii
- ⓖ ii ও iii
- ⓖh i, ii ও iii

পড়ন্ত বস্তুর গতির সমীকরণ—

(i) $v^2 = 2gh$

(ii) $h_t = \frac{1}{2}g(2t - 1)$

(iii) $h = gt^2$

নিচের কোন্‌টি সঠিক ?

- ⓚ i
- ⓚh i ও ii
- ⓖ ii ও iii
- ⓖh i, ii ও iii

গিনি ও পালক পরীক্ষার সাহায্যে বিজ্ঞানী নিউটন পড়ন্ত বস্তুর কোন সূত্র প্রমাণ করেন?

- ⓚ ১ম সূত্র
- ⓚh ২য় সূত্র
- ⓖ ৩য় সূত্র
- ⓖh ৪র্থ সূত্র

পড়ন্ত বস্তুর সূত্র হলো—

(i) বায়ুশূন্য স্থানে সকল বস্তুই স্থির অবস্থান হতে যাত্রা করে সমান সময়ে সমান পথ অতিক্রম করে

(ii) বাধাহীনভাবে পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ের প্রাপ্ত বেগ ঐ সময়ের সমানুপাতিক

(iii) বাধাহীনভাবে পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ের প্রাপ্ত বেগ ঐ সময়ের বর্গের সমানুপাতিক

নিচের কোন্‌টি সঠিক ?

- ⓚ i
- ⓚh i ও ii
- ⓖ ii ও iii
- ⓖh i, ii ও iii

ফেলার মুহূর্ত হতে 5 s পরে বোমার দ্রুতি নির্ণয় কর।

- ⓚ 154·95 ms^{-1}
- ⓚh 54 ms^{-1}
- ⓖ 254 ms^{-1}
- ⓖh 300 ms^{-1}

৪০। একটি পাথর A কোনো দালানের ছাদ থেকে নিচে ফেলে দেয়া হলো। অন্য একটি পাথর B কৌণিক-ভাবে নিচে নিক্ষিপ্ত হলো। কোন পাথরটি ভূমিতে আগে পৌছবে ?

- ⓚ A পাথরটি
- ⓚh B পাথরটি
- ⓖ দুটি পাথর একই সময়ে পৌছবে
- ⓖh পাথর দুটির ভরের উপর নির্ভর করবে

৪১। বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে—

(i) অতিক্রান্ত দূরত্ব সময়ের সমানুপাতিক

(ii) নির্দিষ্ট সময়ে বস্তুটির প্রাপ্ত বেগ ঐ সময়ের সমানুপাতিক

(iii) সকল বস্তু সমান সময়ে সমান দূরত্ব অতিক্রম করে

নিচের কোনটি সঠিক ?

- ⓚ i ও ii
- ⓚh i ও iii
- ⓖ ii ও iii
- ⓖh i, ii ও iii

৪২। রৈখিক ত্বরণ ও কৌণিক ত্বরণের সম্পর্ক—

- ⓚ $a = \frac{r}{\alpha}$
- ⓚh $a = \frac{\alpha}{r}$
- ⓖ $a = r^2\alpha$
- ⓖh $a = r\alpha$

৪৩। কৌণিক বেগ, ω = ...

(i) $\frac{2\pi}{T}$

(ii) $\frac{v}{r}$

(iii) $2\pi n / t$

নিচের কোনটি সঠিক ?

- ⓚ i
- ⓚh i ও ii
- ⓖ ii ও iii
- ⓖh i, ii ও iii

৪৪। একটি বস্তু r ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে v সমদ্রুতিতে ঘুরছে। এক্ষেত্রে—

(i) বস্তুটির ত্বরণ নেই

(ii) বস্তুটির ত্বরণ আছে

(iii) বস্তুটির কৌণিক বেগ $\omega = \frac{v}{r}$

নিচের কোনটি সঠিক ?

- ⓚ i
- ⓚh i ও ii
- ⓖ ii ও iii
- ⓖh i, ii ও iii

একটি বোমারু বিমান 147 ms^{-1} বেগে অনুভূমিক বরাবর চলার পথে 490 m উঁচু হতে একটি বোমা ফেলে দিল। ৪৫ ও ৪৬নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৪৫। বোমাটি কোথায় মাটিতে পতিত হবে ?

ⓚ 470 m
ⓚ 970 m
ⓖ 1470 m
ⓖ 250 m

৪৬। কেন্দ্রমুখী ত্বরণের রাশিমালা হলো—

ⓚ $a = \frac{v^2}{r}$
ⓚ $a = \frac{v}{r^2}$
ⓖ $a = \frac{v}{r}$
ⓖ $a = \frac{r^2}{v}$

৪৭। সুষম বৃত্তীয় গতিতে—

(i) ত্বরণ থাকে না
(ii) বেগের অভিমুখ বৃত্তের স্পর্শক বরাবর
(iii) ত্বরণের অভিমুখ বৃত্তের কেন্দ্রমুখী

নিচের কোনটি সঠিক ?

ⓚ i ও ii
ⓚ i ও iii
ⓖ ii ও iii
ⓖ i, ii ও iii

৪৮। 1 rps = ? [ঢা. বো. ২০১৫]

ⓚ $\frac{\pi}{2}$ $rads^{-1}$
ⓚ π $rads^{-1}$
ⓖ 2π $rads^{-1}$
ⓖ 4π $rads^{-1}$

উত্তর :

১। ক	২। গ	৩। ঘ	৪। গ	৫। ঘ	৬। খ	৭। গ	৮। খ	৯। ক	১০। গ
১১। গ	১২। গ	১৩। ঘ	১৪। খ	১৫। ক	১৬। গ	১৭। ক	১৮। খ	১৯। ক	২০। খ
২১। খ	২২। গ	২৩। ক	২৪। খ	২৫। খ	২৬। ক	২৭। খ	২৮। ঘ	২৯। ক	৩০। গ
৩১। ঘ	৩২। খ	৩৩। খ	৩৪। গ	৩৫। গ	৩৬। খ	৩৭। ক	৩৮। খ	৩৯। ক	৪০। গ
৪১। গ	৪২। ঘ	৪৩। খ	৪৪। গ	৪৫। গ	৪৬। ক	৪৭। গ	৪৮। গ		

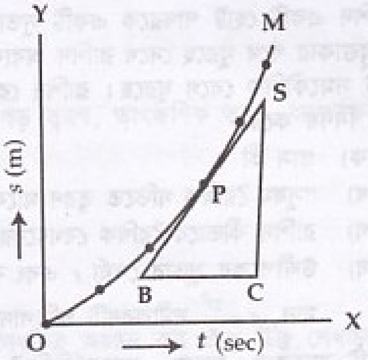
(খ) সৃজনশীল প্রশ্ন

১। কমলাপুর রেলস্টেশন থেকে একটি ট্রেন 0·5 ms^{-1} সমত্বরণে চলতে আরম্ভ করল। একই সময়ে একটি খরগোশ 5 ms^{-1} সমবেগে ট্রেনটির সমান্তরাল পথে যাত্রা শুরু করল। এক পর্যায়ে ট্রেনটি খরগোশটিকে অতিক্রম করে।

(ক) তাৎক্ষণিক বেগ কী ?
(খ) সমদ্রুতিতে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে না কেন ?
(গ) খরগোশটি কত মিটার দূরত্ব অতিক্রম করার পর ট্রেনটি খরগোশটিকে পেছনে ফেলবে ?
(ঘ) উদ্দীপকের ঘটনাটি নিউটনের গতির তৃতীয় সমীকরণটিকে সমর্থন করে কী ? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও।

২। তানিয়া একটি বস্তুকে 180 m উঁচু একটি মিনারের চূড়া হতে ফেলে দিল। একই সময়ে তার বন্ধু জয়ীতা একটি বস্তুকে 60 ms^{-1} বেগে খাড়া ওপরের দিকে নিক্ষেপ করল। নিক্ষিপ্ত বস্তুটি সর্বোচ্চ উচ্চতায় ওঠে আবার ভূমিতে পতিত হয়।

(ক) সুষম বেগ কী ?
(খ) পড়ন্ত বস্তুর ত্বরণ সুষম ত্বরণ কেন ?
(গ) উদ্দীপকের দুই বন্ধুর বস্তু দুটি কখন এবং কোথায় মিলিত হবে ?
(ঘ) খাড়া ওপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতির সমীকরণ বিশ্লেষণের মাধ্যমে বস্তুটির সর্বাধিক উচ্চতার রাশিমালা বের কর।

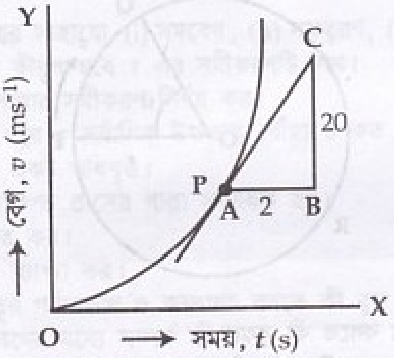


(ক) সুষম ত্বরণ কী ?

(খ) তাৎক্ষণিক ত্বরণ বলতে কী বুঝায় ?

(গ) স্থিরাবস্থা হতে যাত্রা শুরু করে একটি বস্তু 10 সেকেন্ডে 300 m দূরত্ব অতিক্রম করে। বস্তুটির ত্বরণ কত ?

(ঘ) উদ্দীপকের লেখচিত্রের কী কী বৈশিষ্ট্য পরিলক্ষিত হয় ? বিশ্লেষণ কর।



চিত্রে একটি বস্তুর সময়ের সঙ্গে বেগের লেখচিত্র দেখানো হয়েছে।

(ক) ত্বরণ কী ?

(খ) লেখচিত্রটির সকল বিন্দুতে তাৎক্ষণিক বেগের মান কী সমান ? ব্যাখ্যা কর।

(গ) P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (5, 10) হলে OP-এর জন্য বস্তুটির গড় বেগ কত ?

(ঘ) P বিন্দুতে বস্তুটির তাৎক্ষণিক বেগ নির্ণয় কর। প্রদত্ত লেখচিত্রের সাহায্যে কী গতির ৩য় সমীকরণ প্রতিপাদন করা যাবে ? উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও।

চিত্রের একটি বস্তু ধনাত্মক x-অক্ষের দিকে a সমত্বরণে গতিশীল।

(ক) সমত্বরণ কী ?

(খ) বস্তুর ওপর ধ্রুব বল না পরিবর্তনশীল বল ক্রিয়া করছে ব্যাখ্যা কর।

(গ) $v_0 = 0$ এবং সমত্বরণ $5\ ms^{-2}$ হলে 5 s পরে গড় বেগ ও অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় কর।

(ঘ) উদ্দীপকের ঘটনা অনুসারে t সময়ে বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্বের সমীকরণ বের কর।

৬। ঢাকা থেকে একটি বাস 60 kmh^{-1} সমবেগে সোজা উত্তর দিকে রওনা দিল। একই সময়ে অপর একটি বাস একই সমবেগে সোজা পূর্বদিকে রওনা দিল।

(ক) সমবেগ কী ?

(খ) বাস দুটির প্রত্যেকটির ওপর ক্রিয়ারত লব্ধি বল কত এবং কেন ?

(গ) 3 ঘণ্টা পর বাস দুটির মধ্যে দূরত্ব কত হবে ?

(ঘ) বাস দুটির বেগ কী সমান ? ব্যাখ্যা কর। কত ঘণ্টা পরে বাস দুটির মধ্যে দূরত্ব 800 km হবে ?

৭। রাশিদ একটি ছোট্ট পাথরকে একটি সুতা দিয়ে বেঁধে সুতার অপর প্রান্ত ধরে পাথরটিকে ঘুরাতে থাকে। পাথর একটি বৃত্তাকার পথে ঘুরছে দেখে রাশিদ অবাক দৃষ্টিতে চেয়ে থাকে। এবার রাশিদ তার গ্রামোফোনটি অন করে দে রেকর্ডটি সমকৌণিক বেগে ঘুরছে। রাশিদ রেকর্ডের উপর কেন্দ্র হতে 0'12 m ও 0'18 m দূরের বিন্দুতে রৈখিক বে অনুপাত নির্ণয় করে।

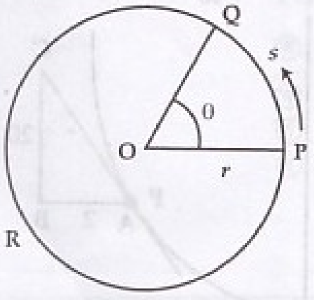
(ক) প্রাস কী ?

(খ) "সুষম রৈখিক গতিতে ত্বরণ থাকে না, কিন্তু বৃত্তাকার গতিতে ত্বরণ থাকে"—ব্যাখ্যা কর।

(গ) রাশিদ কীভাবে রৈখিক বেগদ্বয়ের অনুপাত নির্ণয় করে ?

(ঘ) উদ্দীপকের সুতার দৈর্ঘ্য r এবং বৃত্তাকার পথে পাথরটি v সমদ্রুতিতে ঘূর্ণনরত। পাথরটির অভিলম্ব ত্বরে মান, $a = \frac{v^2}{r}$ সমীকরণটি প্রতিপাদন কর।

৮। একটি বস্তুকণা t সময়ে r ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের s বৃত্তচাপ অতিক্রম করে এবং কেন্দ্রে 0 রেডিয়ান কোণ উৎপন্ন করে



(ক) কৌণিক বেগ কী ?

(খ) দ্বিমাত্রিক ক্ষেত্রে সরণ ভেক্টর বলতে কী বুঝায় ?

(গ) $t = 0'1s$ এবং $s = 3m$ হলে কণাটির আবর্তনকাল এবং কৌণিক বেগ কত ?

(ঘ) সমকৌণিক বেগে গতিশীল বস্তুকণার রৈখিক বেগ ঘূর্ণন অক্ষ হতে দূরত্বের সমানুপাতিক হবে কী উদ্দীপকের আলোকে বিশ্লেষণ কর।

৯। হাইড্রোজেন পরমাণুর ইলেকট্রন নিউক্লিয়াসকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার কক্ষপথে ঘুরছে।

(ক) কেন্দ্রমুখী ত্বরণ কী ?

(খ) কেন্দ্রমুখী বল এর গাণিতিক সমীকরণটি লিখ।

(গ) বৃত্তের ব্যাসার্ধ যদি $5'2 \times 10^{-11}$ m হয় এবং ইলেকট্রনের বেগ যদি $2'20 \times 10^{6}$ ms^{-1} হয় তাহলে কেন্দ্রমু ত্বরণ কত হবে ?

(ঘ) ইলেকট্রন যদি সমদ্রুতিতে চলে তাহলে কী কেন্দ্রমুখী ত্বরণ পাওয়া যাবে ? উদ্দীপকের আলোকে বিশ্লেষ কর।

১০। 20 m উঁচু একটি দালানের ছাদ থেকে একটি লোক 40 ms^{-1} বেগে অনুভূমিকভাবে বুলেট ছুঁড়ল। একই সম অপর একটি লোক একই উচ্চতা হতে একটি বুলেট স্থির অবস্থা হতে নিচে ফেলে দিল। [বাতাসের বাধা অনুপস্থিত।

(ক) অনুভূমিক পাল্লা কী ?

(খ) প্রাস গতির ক্ষেত্রে সর্বাধিক উচ্চতার সমীকরণটি লিখ।

(গ) ১ম বুলেট কর্তৃক অতিক্রান্ত অনুভূমিক দূরত্ব নির্ণয় কর।

(ঘ) কোন বুলেটটি আগে ভূমিতে আঘাত করবে ? উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও।

(গ) কাঠামোবদ্ধ ও রচনামূলক প্রশ্ন

১। জড় প্রসঙ্গে কাঠামো কী ? এর প্রয়োজনীয়তা উল্লেখ কর।

২। এক মাত্রিক, দ্বি-মাত্রিক, ত্রি-মাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় জড় প্রসঙ্গে কাঠামোর সাহায্যে কীভাবে কোনে বস্তুর অবস্থান নির্ণয় করা যায় ?

৩। পরম গতি কী ? "এ মহাবিশ্বের সকল স্থিতিই আপেক্ষিক, সকল গতিই আপেক্ষিক। কোনো গতিই পরম নয়, পরম নয় কোনো স্থিতি।"—উক্তিটির ব্যাখ্যা দাও।

৪। পরম গতি ও পরম স্থিতি বলতে কী বুঝ ?

৫। পরম গতি বা পরম স্থিতি নেই কেন—ব্যাখ্যা কর।

৬। আপেক্ষিক গতি কাকে বলে ?

৭। তাৎক্ষণিক বেগ এবং আপেক্ষিক বেগের সংজ্ঞা দাও।

৮। গড়বেগ থেকে কীভাবে তাৎক্ষণিক বেগ নির্ণয় করা যায় ?

৯। সংজ্ঞা লেখ : সরণ, বেগ, গড় বেগ, তাৎক্ষণিক বেগ, ত্বরণ, গড় ত্বরণ, তাৎক্ষণিক ত্বরণ, আপেক্ষিক বেগ, সমত্বরণ।

১০। সরণ, বেগ ও ত্বরণের মাত্রা লিখ।

১১। অবস্থান-সময় লেখ থেকে কীভাবে বেগ নির্ণয় করা যায় ?

১২। বেগ-সময় লেখ থেকে কীভাবে ত্বরণ নির্ণয় করা যায় ?

১৩। ক্যালকুলাস পদ্ধতিতে প্রমাণ কর : $x = x_0 + v_{x0}t + \frac{1}{2}a_x t^2$

১৪। অসমবেগ কিন্তু সমত্বরণে গতিশীল বস্তুর বেগ বনাম সময় লেখচিত্র অঙ্কন কর এবং উক্ত লেখচিত্র থেকে প্রমাণ কর যে, $s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$

১৫। সরণ বনাম সময় লেখচিত্রের সাহায্যে (i) সমবেগ, (ii) সমত্বরণ, (iii) সমমন্দন প্রকাশ কর।

১৬। প্রাস কী ? প্রাসের গতিপথ কীরূপ হবে ? এর সমীকরণটি লিখ।

১৭। প্রাসের সর্বাধিক উচ্চতা, পাল্লার সমীকরণ নির্ণয় কর।

১৮। প্রাসের বেগ কোথায় শূন্য হবে ? সর্বাধিক উচ্চতায় পৌঁছাতে কত সময় লাগবে ?

১৯। দেখাও যে প্রাসের গতিপথ একটি অধিবৃত্ত।

২০। দেখাও যে, 45° কোণে নিক্ষিপ্ত প্রাসের পাল্লা সর্বাধিক হয়।

২১। পড়ন্ত বস্তুর সূত্রগুলি বিবৃত কর।

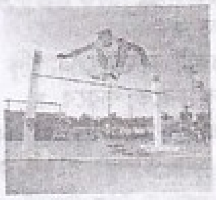
২২। পড়ন্ত বস্তুর দ্বিতীয় সূত্রটি ব্যাখ্যা কর।

২৩। বৃত্তাকার পথে চলমান বস্তুর পর্যায়কাল ও কম্পাঙ্ক বলতে কী বুঝ ? এদের মধ্যে সম্পর্ক কী ?

২৪। রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগের মধ্যে সম্পর্ক কী ?

(ঘ) ক্রিয়াকর্ম

চিত্রে প্রদর্শিত লাফের সাথে প্রক্ষেপকের গতির সাদৃশ্যমূলক প্রতিবেদন তৈরি কর এবং শ্রেণি কক্ষে তা উপস্থাপন কর।



(ঙ) কাজ (গাণিতিক সমস্যা)

১। একটি মটর গাড়ি ঘণ্টায় 316·8 km বেগে চলে। ব্রেক চেপে একে 2 min-এ থামিয়ে দেয়া হলো। মন্দন এবং স্থিতিতে আসার পূর্ব মুহূর্ত পর্যন্ত অতিক্রান্ত দূরত্ব বের কর। [উ: $\frac{11}{15}\ \mathrm{ms^{-2}}$.; 5280 m]

২। সরণ $\vec{r} = 4x^2t^3\hat{i} + 2y^2t^2\hat{j}$ হলে ব্যবকলনের সাহায্যে বেগ ও ত্বরণ নির্ণয় কর। [উ: $12x^2t^2\hat{i} + 4y^2t\hat{j}$; $24x^2t\hat{i} + 4y^2\hat{j}$]

৩। একটি বস্তু স্থির অবস্থান হতে যাত্রা আরম্ভ করে প্রথম সেকেন্ডে 1 m দূরত্ব অতিক্রম করে। পরবর্তী 1 m দূরত্ব অতিক্রম করতে বস্তুটির কত সময় লাগবে বের কর। [উ. 0·41 sec]

৪। কোনো কণার অবস্থান ভেক্টর $\vec{r} = \{30\ \mathrm{ms^{-1}})\,t + 4{\cdot}2\ \mathrm{m}\}\,\hat{i} + (15{\cdot}3\ \mathrm{m})\,\hat{j}$ হলে বেগ নির্ণয় কর। [উ. $3{\cdot}0\ \mathrm{ms^{-1}}\ \hat{i}$]

৫। সমত্বরণে গতিশীল বস্তুর ক্ষেত্রে, $s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ সমীকরণ হতে ক্যালকুলাসের সাহায্যে দেখাও যে, $v = v_0 + at$.

৬। স্থিরাবস্থা হতে চলতে আরম্ভ করে 625 m দূরত্ব অতিক্রম করলে একটি বস্তুর বেগ 125 $\mathrm{ms^{-1}}$ হলো। ত্বরণ নির্ণয় কর। [উ. 12·5 $\mathrm{ms^{-2}}$]

৭। ঘণ্টায় 40 km বেগে চলন্ত একটি গাড়িকে 6s যাবত 1·5 $\mathrm{ms^{-2}}$ হারে ত্বরিত করা হলো। এর শেষ বেগ কত হবে এবং ত্বরণ কালে এটি কতদূর চলবে ? [উ. 20·11 $\mathrm{ms^{-1}}$, 93·66 m]

৮। দুটি মোটর গাড়ি 16 $\mathrm{ms^{-1}}$ এবং 12 $\mathrm{ms^{-1}}$ বেগে একই সময়ে যাত্রা শুরু করে এবং একই সময়ে গন্তব্যে পৌঁছায়। গাড়ি দুটির ত্বরণ যথাক্রমে 5 $\mathrm{ms^{-2}}$ এবং 4 $\mathrm{ms^{-2}}$ হলে তাদের গন্তব্যে পৌঁছাতে কত সময় লেগেছিল এবং গন্তব্যের দূরত্ব কত ছিল ? [উ. 8 s, 256 m, 128 m]

৩০। একটি দালানের ছাদ থেকে একটি পাথর অনুভূমিকভাবে 20 ms^{-1} বেগে নিক্ষেপ করা হলো। 3s পরে পাথরটির বেগ কত হবে ? ($g = 9{\cdot}8\ ms^{-2}$) [উ. 35·58 ms^{-1}]

৩১। একটি প্রস্তর খন্ডকে 98 ms^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। (i) কতক্ষণ ধরে এটি উপরে উঠবে ? (ii) 4s পরে এর বেগ কত হবে ? (iii) যাত্রাস্থানে ফিরে আসতে এর কত সময় লাগবে ?
[উ. 10 s, 58·8 ms^{-1}, 20s]

৩২। একটি মিনারের শীর্ষদেশ থেকে একটি বন্দুকের গুলি অনুভূমিকভাবে 980 ms^{-1} বেগে ছোঁড়া হলো এবং গুলি 2s পরে ভূমি স্পর্শ করল। মিনারের উচ্চতা এবং মিনারের পাদদেশ হতে যে স্থানে গুলি ভূমি স্পর্শ করল তার দূরত্ব নির্ণয় কর। [উ. 19·6 m; 19·60 m]

৩৩। 98 m উঁচু একটি মিনারের চূড়া হতে একটি বস্তুকে ছেড়ে দেয়া হলো। একই সময়ে অন্য একটি বস্তুকে ভূমি হতে 24·5 ms^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। কখন এবং কোথায় বস্তু দুটি মিলিত হবে ?
[উ. 4 s, 19·3 m]

৩৪। একটি প্রাসকে 10 ms^{-1} বেগে নিক্ষেপ করা হলো। প্রাসটির সর্বাধিক অনুভূমিক পাল্লা নির্ণয় কর।
[উ. 10·204 m]

৩৫। কত কাণে নিক্ষেপ করলে একটি প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা তার সর্বাধিক উচ্চতার সমান হবে ?
[উ. 15·96°]

৩৬। একটি প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা 96m এবং আদিবেগ 66 ms^{-1}. নিক্ষেপ কোণ কত ? [উ. 6·24°]

৩৭। একটি বস্তু কণাকে অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে 50 ms^{-1} বেগে উপর দিকে নিক্ষেপ করা হলো। বস্তুটি সর্বাধিক কত উচ্চতা অতিক্রম করবে এবং ঐ উচ্চতা অতিক্রম করতে কত সময় লাগবে ? (g = 10N/kg)
[উ: 31·25 m, 2·5 s]

৩৮। একটি ফুটবলকে ভূমির সাথে 30° কোণে 30 ms^{-1} বেগে কিক করা হলো। 1 sec পরে ফুটবলের বেগের মান কত হবে? [উ: 26·495 ms^{-1}]

৩৯। একটি প্রাস অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে 40 ms^{-1} বেগের উপর দিকে নিক্ষিপ্ত হলে তার বিচরণকাল নির্ণয় কর। (g = 10 N/kg) [উ: 4 s]

৪০। অনুভূমিকের সাথে 60° কোণ করে ভূ-পৃষ্ঠ হতে 60 ms^{-1} বেগে একটি বুলেট ছোঁড়া হলো। বুলেটটি 50 m দূরে একটি দালানকে কত উচ্চতায় আঘাত করবে ? [উ: 73 m]

৪১। .একজন প্যারাসুট আরোহী মুক্ত হয়ে বাধাহীনভাবে 50m নিচে পতিত হয়েছে। যখন প্যারাসুটটি খুলেছে তখন গতি হ্রাসের হার হলো 2ms^{-2} এবং সে 3ms^{-1} গতিতে মাটিতে এসে পৌঁছেছে। কত উচ্চতায় সে মুক্ত হয়েছিল ?
[বুয়েট ভর্তি পরীক্ষা : ২০১১-১২]

৪২। একটি বস্তুকে 40 ms^{-1} বেগে অনুভূমিকের সাথে 60° কোণে নিক্ষেপ করা হলো। সর্বাধিক উচ্চতা এবং অনুভূমিক পাল্লা নির্ণয় কর। [উ. 61·22 m, 141·39 m]

৪৩। একটি কণা 4·5 m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে 225 বার আবর্তন করে। এর রৈখিক বেগ কত ? [উ. 106 ms^{-1}]

৪৪। পৃথিবীর চারদিকে চাঁদের কক্ষপথের ব্যাসার্ধ $3{\cdot}85 \times 10^5$ km। কক্ষপথ একবার প্রদক্ষিণ করতে সময় লাগে 27·3 দিন। চাঁদের কৌণিক দ্রুতি বের কর। [উ. $2{\cdot}665 \times 10^{-6}$ rad.s^{-1}]

৪৫। বৃত্তাকার পথে 72 kmh^{-1} সমদ্রুতিতে চলমান কোনো গাড়ির কেন্দ্রমুখী ত্বরণ 1 ms^{-2} হলে বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ কত ? [উ. 400 m]

৪৬। একটি কণা বৃত্তাকার পথে মিনিটে 300 বার আবর্তন করে। পর্যায়কাল ও কৌণিক বেগ নির্ণয় কর।
[উ. 0·2 s, 31·4 $rads^{-1}$]

৪৭। একটি গ্রামোফোন রেকর্ড সম কৌণিক বেগে ঘুরছে। রেকর্ডের উপর কেন্দ্র হতে 0·12 ও 0·18 m দূরের বিন্দুতে রৈখিক বেগের অনুপাত নির্ণয় কর। [উ. 2 : 3]

৪৮। বৃত্তাকার পথে 3·14 ms^{-1} সমদ্রুতিতে একটি কণা প্রতি সেকেন্ডে 10টি পূর্ণ আবর্তন সম্পন্ন করে। বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ কত ? [উ. 0·05 m]

৪৯। একটি কৃত্রিম উপগ্রহ 7000 km ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তাকার কক্ষপথে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে। উপগ্রহটির পর্যায়কাল 2h হলে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ কত ? [উ. 5·325 ms^{-2}]