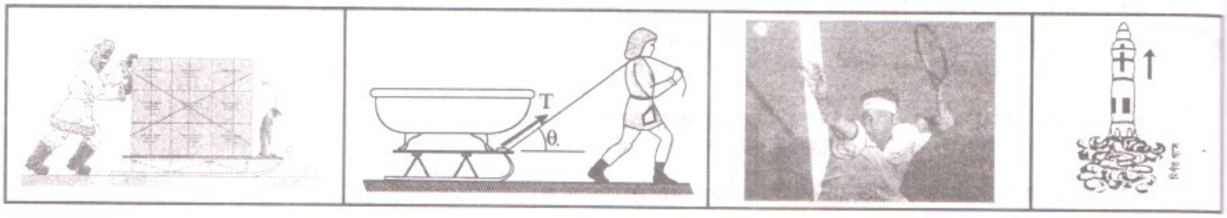
৪

নিউটনিয়ান বলবিদ্যা
NEWTONIAN MECHANICS

প্রধান শব্দ (Key Words) : বল, মৌলিক বল, ভরবেগ, নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র, ঘাত, অভিকর্ষ, মহাকর্ষ সূত্র, মহাকর্ষ, মহাকর্ষীয় প্রাবল্য, জড়তার ভ্রামক, কৌণিক ভরবেগ, চক্রগতির ব্যাসার্ধ, টর্ক, কৌণিক ভরবেগের নিত্যতা বা সংরক্ষণ সূত্র, কেন্দ্রমুখী বল, কেন্দ্রবিমুখী বল, সংঘর্ষ, স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ, অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ, একমাত্রিক সংঘর্ষ।



সূচনা
Introduction

বিজ্ঞানী স্যার আইজাক নিউটন বস্তুর গতি সংক্রান্ত সূত্র নিয়ে প্রথম আলোচনা করেন। তাঁর আবিষ্কৃত তিনটি সূত্র গতিবিদ্যার স্তম্ভস্বরূপ। পদার্থবিদ্যা ও ইঞ্জিনিয়ারিং বিদ্যার বহু সমস্যা এই সূত্র প্রয়োগ করে সফলভাবে সমাধান করা সম্ভব হয়েছে। সরলরৈখিক এবং ঘূর্ণায়মান বস্তুর ক্ষেত্রেও পদার্থবিদ্যার গতি, ভরবেগ এবং সংরক্ষণশীলতার নীতি ব্যাখ্যা ও প্রমাণ নিউটনিয়ান বলবিদ্যার অন্যতম সাফল্য।

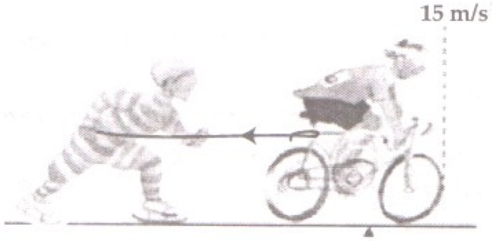
এই অধ্যায় পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা—

- বলের স্বজ্ঞামূলক ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- নিউটনিয়ান বলবিদ্যায় ব্যবহৃত সূত্রগুলো ক্যালকুলাস ব্যবহার করে বিশ্লেষণ করতে পারবে।
- নিউটনের গতিসূত্রের সীমাবদ্ধতা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- রৈখিক ও কৌণিক ভরবেগ সংক্রান্ত রাশিমালা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- কেন্দ্রমুখী ও কেন্দ্রবিমুখী বলের ব্যবহার জানতে পারবে।
- স্থিতিস্থাপক ও অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ ব্যাখ্যা করতে এবং এ সংক্রান্ত সমস্যা সমাধান করতে পারবে।
- **ব্যবহারিক** : পরীক্ষার সাহায্যে একটি ফ্লাই হুইলের জড়তার ভ্রামক নির্ণয় করতে পারবে।

৪.১ বলের স্বজ্ঞামূলক ধারণা
Intuitive Concept of Force

স্থিতি জড়তা, গতি জড়তা, সরণ, বেগ, ত্বরণ সম্পর্কে আমরা আগের অধ্যায়ে জেনেছি। একটি ফুটবলকে কিক করলে তা সহজে সামনের দিকে এগিয়ে যায়। আবার একই আকৃতির একটি লোহার বলে আঘাত করে তাকে একইভাবে সচল করা যায় না। একটি জেট প্লেনকে একা ঠেলে নড়ানো যায় না [চিত্র ৪.১(ক)] কিন্তু নির্দিষ্ট বেগে চলন্ত একটি সাইকেলকে পেছন দিক থেকে টেনে থামানো যায় [চিত্র ৪.১(খ)]। এই উদাহরণগুলো থেকে বোঝা


চিত্র ৪.১ (ক)



চিত্র ৪.১ (খ)

[illegible] যে বস্তুর ভর যত বেশি তার স্থিতি বা গতির অবস্থা পরিবর্তন করা তত কঠিন। অতএব যে বস্তুর ভর যত বেশি হয় তার জড়তাও তত বেশি হয়।

উপরের ঘটনা থেকে আমরা বুঝতে পারি যে, বস্তু স্থির থাকলে তা গতিশীল করতে বা গতিশীল থাকলে তা স্থির করতে বস্তুর উপর বাইরে থেকে স্পর্শীয়ভাবে কিছু একটা প্রয়োগ করতে হবে। আমাদের দৈনন্দিন কাজকর্মে কখনও কোনো বস্তুকে পাশে ঠেলে রাখি, কখনও টান দিয়ে, কখনও বা উঁচু করে একস্থান থেকে অন্যস্থানে নিয়ে যাই। সকল ক্ষেত্রে বল প্রয়োগের জন্য বল প্রয়োগকারীর এবং বস্তুর প্রত্যক্ষ সংস্পর্শ প্রয়োজন। এই ধরনের বলকে বলা হয় **স্পর্শ বল**। স্পর্শ বলের উদাহরণ হলো—ঘর্ষণ বল, সংঘর্ষের ফলে সৃষ্ট বল, টানা বল ইত্যাদি। এক্ষেত্রে বলা যায় কোনো স্থিতিশীল বস্তুকে গতিশীল করতে এবং গতিশীল বস্তুর অবস্থার পরিবর্তন করতে বস্তুর উপর যা প্রযুক্ত করতে হয় তাকেই বল বলে।

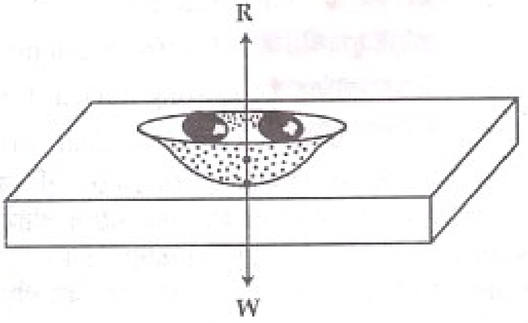
স্প্রিং কর্তৃক বস্তুর উপর প্রযুক্ত বল, ঠেলা গাড়ির উপর প্রযুক্ত বল।

এমনিভাবে প্রকৃতিতেও অনেক ঘটনা ঘটছে যার কারণে দুটি বস্তু একে অপরকে আকর্ষণ করছে বা পরস্পরকে বিকর্ষণ করছে। আবার দুটি বস্তু পাশাপাশি না থাকলেও একে অপরের দ্বারা আকর্ষিত হতে পারে। যেমন গাছের একটি আম পাশের আমকে আকর্ষণ করছে কিনা বা ঐ আমটিকে পৃথিবী আকর্ষণ করছে কিনা তা সহজে বুঝতে পারি না। যখন আমটি গাছ থেকে পড়ে তখন দেখা যায় পৃথিবীর আকর্ষণে বা আমের ভরের কারণে তা দ্রুত মাটি স্পর্শ করছে। এ ধরনের আকর্ষণ বল হলো **মহাকর্ষ বল** অস্পর্শক বল

আবার মেঝের উপর দিয়ে একটি বাক্সকে টানা হলে মেঝে এবং বাক্সের মাঝে একটি বল কাজ করে যা বাক্সের গতিকে বাধা দেয়। এই বাধা প্রদানকারী বলই হলো **ঘর্ষণ বল**।

পরমাণুর কেন্দ্রে নিউক্লিয়াসের মধ্যে নিউক্লিয়নগুলি পাশাপাশি অবস্থান করে। এক্ষেত্রে তাদের মধ্যে এক ধরনের আকর্ষণের জন্যই তারা বিচ্ছিন্ন হয় না। এ ধরনের আকর্ষণের বিষয়টিই হলো **নিউক্লিও বল**।

বাস্তবে এমন কোনো বস্তু নেই যার উপর বাইরে থেকে কোনো বল ক্রিয়া না করে। কিন্তু বস্তুর উপর বাইরে থেকে ক্রিয়ারত দুই বা ততোধিক বলের লব্ধি যদি শূন্য হয় তাহলে, বস্তুর উপর ঐ বলগুলোর ক্রিয়ার কোনো প্রভাব পড়ে না। যেমন একটি টেবিলের উপর দুই দিক থেকে দুটি সমান ও বিপরীতমুখী বল একই রেখায় প্রয়োগ করে একটি টেবিলকে সরাবার চেষ্টা করলে বল দুটির লব্ধি সমান হওয়ায় টেবিলটি স্থির থাকবে। আবার টেবিলের উপর একটি পাত্র রেখে দিলে তার ওজন (W) নিচের দিকে ক্রিয়া করবে। আবার টেবিল কর্তৃক প্রতিক্রিয়া R উপরের দিকে টানছে। এক্ষেত্রে W = R হওয়ায় টেবিলের উপর পাত্রটি স্থির আছে [চিত্র ৪˙২]। **এই সকল বল সবই স্পর্শ বল।**



চিত্র ৪˙২

নিউটনের গতির প্রথম সূত্র থেকে আমরা বল সম্পর্কে ধারণা করতে পারি। অর্থাৎ বস্তুর উপর কিছু প্রয়োগ না করলে স্থির বস্তু চিরকাল স্থির থাকতে চায় আর গতিশীল বস্তু চিরকাল সমবেগে সরল পথে চলতে চায়। এই ধর্মই হলো বস্তুর জড়তা। তাহলে আমরা সিদ্ধান্ত নিতে পারি যে, বাইরে থেকে যে প্রভাব ক্রিয়া করলে কোনো বস্তুর স্থিতি বা গতির অবস্থার বা জড়তার পরিবর্তন ঘটে তাকে বল বলে। কোনো বস্তুর ভর যত বেশি হয় তার জড়তা তত বেশি হয়। জড়তা বেশি হলে স্থির বস্তুকে গতিশীল করতে বেশি বল প্রয়োগ করতে হয়।

যে বাহ্যিক কারণ স্থির বস্তুকে গতিশীল বা

চেষ্টা করে তাকে বল বলে।

কাজ :

- পিচঢালা রাস্তার উপর থেমে থাকা একটি সিএনজি বেবী টেক্সিটা কিছুটা সামনের দিকে এগিয়ে গেল।
- এবার রাস্তায় থেমে থাকা একটি ট্রাককে আগের ম ট্রাকটিকে ঠেলা দাও। দেখবে ট্রাকটি সামনের দিকে বেবী টেক্সি এবং ট্রাকের মধ্যে ট্রাকের ভর অনেক করতে বেবী টেক্সি অপেক্ষা বেশি বল প্রয়োগ করতে

Ft Poundal and erg এর মধ্যে সম্পর্ক

1 Ft poundal =1 poundal × 1 ft =13825 dyne × 30.48 cm

= 13825 × 30.48 × (1 dyne × 1cm)

$= 4.124 \times 10^5 \times 1$ erg $= 4.214 \times 10^5$ erg.

Joule and erg এর মধ্যে সম্পর্ক

1 J = 1N × 1m $= 10^5$ dyne × 10^2 cm

$= 10^5 \times 10^2 \times (1$ dyne × 1 cm$) = 10^7 \times 1$erg $= 10^7$ erg

Ft-Poundal and Joule এর মধ্যে সম্পর্ক

1 ft Poundal = 4.214×10^5 erg

$$= \frac{4.214\times10^5}{10^7}\text{Joule} = \frac{4.214}{10^2} = 0.04214 \text{ Joule}$$

অনুশীলন : বল গতির উপর কী কী প্রভাব বিস্তার করে তার একটা তালিকা তৈরি কর এবং নিচের তালিকার সাথে সঠিকতা যাচাই কর।

বল গতির উপর কী কী প্রভাব বিস্তার করে তার একটি তালিকা তৈরি করা হলো :

(১) প্রযুক্ত বল কোনো স্থির বস্তুকে গতিশীল করতে পারে।

(২) বল প্রয়োগের ফলে গতিশীল বস্তুর বেগ হ্রাস বা বৃদ্ধি পায়।

(৩) প্রযুক্ত বল গতিশীল বস্তুর বেগের তথা গতির দিক পরিবর্তন করতে পারে।

একক : বলের এস. আই. একক নিউটন।

মাত্রা : বলের মাত্রা, $[F] = [MLT^{-2}]$

m ভরের কোনো বস্তুর উপর বল F প্রয়োগ করে a ত্বরণের সৃষ্টি করলে আমরা পাই,

$$F = ma \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (4.1)$$

ভর এবং ত্বরণের গুণফল দ্বারা বল পরিমাপ করা হয়।

বলের প্রকারভেদ

Kinds of forces

প্রকৃতিতে আমরা বিভিন্ন ধরনের বলের সঙ্গে পরিচিত হলেও এবং এদের বিভিন্ন নামকরণ থাকলেও সব বল কিন্তু মৌলিক বল নয়। **যে সকল বল মূল বা অকৃত্রিম অর্থাৎ অন্য কোনো বল থেকে উৎপন্ন হয় না বরং অন্যান্য বলে এ সকল বলের প্রকাশ ঘটে তাকে মৌলিক বল বলে।**

মৌলিকতা অনুসারে প্রকৃতিতে চার ধরনের বল আছে। অন্য যে কোনো ধরনের বলকে এই চারটি বলের যে কোনো একটি বা একাধিক বল দ্বারা ব্যাখ্যা করা যায়। মৌলিক বলগুলো হলো :

(১৩-১৪)

১। মহাকর্ষ বল (Gravitational force)

২। তড়িৎ-চুম্বকীয় বল (Electromagnetic force)

৩। সবল নিউক্লীয় বল (Strong nuclear force)

৪। দুর্বল নিউক্লীয় বল (Weak nuclear force)

১। মহাকর্ষ বল : মহাবিশ্বের যে কোনো দুটি বস্তুর মধ্যে এক ধরনের আকর্ষণ বল ক্রিয়াশীল রয়েছে। এই আকর্ষণ বলকে মহাকর্ষ বল বলা হয়। এই বলের পরিমাণ ক্রিয়াশীল বস্তু দুটির ভরের গুণফলের সমানুপাতিক এবং বস্তুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক। বিজ্ঞানীরা ধারণা করেন যে বস্তুদ্বয়ের মধ্যে এক প্রকার কণার পারস্পরিক বিনিময়ের দ্বারা এই মহাকর্ষ বল ক্রিয়াশীল হয়। এই ধরনের কণার নামকরণ করা হয়েছে গ্রাভিটন (Graviton)।

২। তড়িৎ-চুম্বকীয় বল : দুটি আহিত বা চার্জিত বস্তুর মধ্যে এবং দুটি চুম্বক পদার্থের মধ্যে এক ধরনের বল ক্রিয়াশীল থাকে। এদেরকে যথাক্রমে কুলম্বের তড়িৎ এবং চৌম্বক বল বলা হয়। তড়িৎ এবং চৌম্বক বল আকর্ষণ এবং বিকর্ষণ উভয় ধরনের হতে পারে। তড়িৎ এবং চৌম্বক বল পরস্পর ঘনিষ্ঠভাবে সম্পর্কিত। বস্তুত আপেক্ষিক গতিতে পরিভ্রমণরত দুটি আহিত কণার মধ্যে ক্রিয়াশীল বলই হচ্ছে তড়িৎ-চুম্বকীয় বল। যখন তড়িৎ আধান বা চার্জগুলো গতিশীল হয়, তখন তারা চৌম্বক ক্ষেত্র সৃষ্টি করে। আবার পরিবর্তী (varying) চৌম্বক ক্ষেত্র তড়িৎ ক্ষেত্রের উৎস হিসেবে কাজ করে।

স্থিতিস্থাপক বল, আণবিক গঠন, রাসায়নিক বিক্রিয়া ইত্যাদিতে তড়িৎ-চুম্বকীয় বলের প্রকাশ ঘটে।

৩। সবল নিউক্লীয় বল : একটি পরমাণুর নিউক্লিয়াস প্রোটন ও নিউট্রন দ্বারা গঠিত। এদেরকে সমষ্টিগতভাবে বলা হয় নিউক্লিয়ন (Nucleon)। নিউক্লিয়াসের মধ্যে সমধর্মী ধনাত্মক আধানযুক্ত প্রোটনগুলো খুব কাছাকাছি থাকায় এদের মধ্যে কুলম্বের বিকর্ষণ বল প্রবল হওয়া উচিত এবং নিউক্লিয়াস ভেঙ্গে যাওয়ার কথা। কিন্তু বাস্তবে অনেক নিউক্লিয়াসই স্থায়ী। নিউক্লিয়নের মধ্যে যে মাধ্যাকর্ষণ বল কাজ করে তা এত নগণ্য যে এই বল কুলম্বের বিকর্ষণ বলকে প্রতিমিত (balance) করতে পারে না। সুতরাং নিউক্লিয়াসে অবশ্যই অন্য এক ধরনের সবল বল কাজ করে যা নিউক্লিয়াসকে ধরে রাখে। এই বলকে বলা হয় **সবল নিউক্লীয় বল।** বিজ্ঞানীদের ধারণা যে নিউক্লিয়নের মধ্যে **মেসন** (Meson) নামে এক প্রকার কণার পারস্পরিক বিনিময়ের দ্বারা এই বল ক্রিয়াশীল হয়। এই বল আকর্ষণধর্মী এবং নিউক্লিয়াসের বাইরে ক্রিয়াশীল নয়; অর্থাৎ **স্বল্প** পরিসরে (short range) এই বল ক্রিয়াশীল।

৪। **দুর্বল নিউক্লীয় বল :** প্রকৃতিতে বেশ কিছু মৌলিক পদার্থ (elements) রয়েছে যাদের নিউক্লিয়াস স্বতঃস্ফূর্তভাবে ভেঙ্গে যায় (যেমন ইউরেনিয়াম, থোরিয়াম ইত্যাদি)। এই সমস্ত নিউক্লিয়াসকে বলা হয় তেজস্ক্রিয় নিউক্লিয়াস। তেজস্ক্রিয় নিউক্লিয়াস থেকে তিন ধরনের রশ্মি বা কণা নির্গত হয় যাদেরকে আলফা রশ্মি (α-rays), বিটা রশ্মি (β-rays) এবং গামা রশ্মি (γ-rays) বলা হয়।

তেজস্ক্রিয় নিউক্লিয়াস থেকে যখন বিটা কণা নির্গত হয় তখন একই সঙ্গে শক্তিও নির্গত হয়। কিন্তু পরীক্ষালব্ধ ফলাফল থেকে দেখা যায় যে, নিউক্লিয়াস থেকে যে পরিমাণ শক্তি নির্গত হয় তা বিটা কণার গতিশক্তির চেয়ে বেশি। স্বাভাবিকভাবেই বিজ্ঞানীদের মাঝে প্রশ্ন ওঠে যে β-কণা যদি শক্তির সামান্য অংশ বহন করে, তবে অবশিষ্ট শক্তি যায় কোথায় ? 1930 সালে ডব্লিউ. পাউলি (W. Pauli) প্রস্তাব করেন সে অবশিষ্ট শক্তি অন্য এক ধরনের কণা বহন করে যা β-কণার সঙ্গেই নির্গত হয়। এই কণাকে বলা হয় নিউট্রিনো (neutrino)। এই β-কণা এবং নিউট্রিনো কণার নির্গমন চতুর্থ একটি মৌলিক বলের কারণে ঘটে যাকে বলা হয় **দুর্বল নিউক্লীয় বল**। এই বল সবল নিউক্লীয় বা তড়িৎ-চুম্বকীয় বলের তুলনায় খুবই দুর্বল। এই বলের কারণে অনেক নিউক্লিয়াসের ভাঙ্গন প্রক্রিয়া সংঘটিত হয়।

মৌলিক বলসমূহের তীব্রতার তুলনা

চারটি মৌলিক বলের পরিমাপের আপেক্ষিক সবলতা তুলনা করলে দেখা যায় যে সবচেয়ে শক্তিশালী বল হচ্ছে সবল নিউক্লীয় বল এবং সবচেয়ে দুর্বল হলো মহাকর্ষ বল।

সবল এবং দুর্বল উভয় ধরনের নিউক্লীয় বলের ক্রিয়ার পাল্লা (range) খুবই স্বল্প পাল্লাবিশিষ্ট (short range)। এগুলো নিউক্লিয়াসের পৃষ্ঠের বাইরে ক্রিয়াশীল হয় না। পক্ষান্তরে মহাকর্ষ এবং তড়িৎ-চুম্বকীয় বলের পাল্লা হয় অসীম।

চারটি মৌলিক বলের আপেক্ষিক সবলতা সম্বন্ধে ধারণা লাভের জন্য যদি সবল নিউক্লীয় বলের মান 1 ধরা হয়, তবে দুর্বল নিউক্লীয় বল, তড়িৎ-চুম্বকীয় বল এবং মহাকর্ষ বলের আপেক্ষিক সবলতার মান হবে যথাক্রমে 10^{-12}, 10^{-2} ও 10^{-39}। ২৫.০৫-০৬

চারটি মৌলিক বলের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপনের জন্য বিজ্ঞানীরা বহু বছর ধরে চেষ্টা চালিয়ে যাচ্ছেন। প্রফেসর আব্দুস সালাম, ওয়াইনবার্গ ও গ্লাসো তিনজন বিজ্ঞানী দীর্ঘদিন গবেষণা করে দুর্বল নিউক্লিয় বল এবং তড়িৎ-চুম্বকীয় বলের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করেছেন যা **সালাম-ওয়াইনবার্গের তত্ত্ব** নামে পরিচিত।

৪.২ নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র

Newton's Second Law of Motion

নিউটনের গতির প্রথম সূত্র হতে বলের গুণগত ধারণা পাওয়া যায়। দ্বিতীয় সূত্র থেকে বলের পরিমাপ করা যায়। নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র পড়ার আগে তাই ভরবেগ বলতে কী বোঝায় তা জানা দরকার। মনে কর, দুটি বস্তুর মধ্যে কোনো কারণে সংঘর্ষ ঘটল। সংঘর্ষের পর বস্তুদ্বয় কোনদিকে যাবে তা কীসের দ্বারা নির্ধারণ করবে ? এদের ভর দ্বারা না এদের বেগ দ্বারা ? একটি গতিশীল সাইকেল অপেক্ষা একটি গতিশীল রিকসার ধাক্কা অনেক বেশি কেন ? গতিশীল সাইকেল অপেক্ষা গতিশীল রিকসা থামানো কঠিন কেন ? এ সকল ঘটনার কারণ হলো ভরবেগ।

তাহলে ভরবেগ কী ? বলা যায় ভর ও বেগের সমন্বয়ে কোনো গতিশীল বস্তুতে সৃষ্ট গতির পরিমাণই হলো বস্তুর ভরবেগ। ভর স্থির রেখে বেগ বাড়ালে বস্তুর ভরবেগও বাড়ে। একই বস্তু বেশি বেগে চললে তার ভরবেগ বেশি হয়। বেগ যতগুণ বেশি হয় বস্তুটিকে একই সময়ে থামাতে আগের থেকে ততগুণ বেশি বল প্রয়োগ করতে হয়। একটি গাড়ি যদি দ্বিগুণ বেগে চলে, তাহলে গাড়িটিকে থামাতে আগের থেকে দ্বিগুণ বল প্রয়োগ করতে হয়। রাইফেলের গুলির ভর খুব কম, কিন্তু বেগ অত্যন্ত বেশি, ফলে ভরবেগ বেশি হওয়ায় রাইফেলের গুলির আঘাত প্রচন্ড হয়।

বস্তুর ভর ও বেগের সমন্বয়ে বস্তুতে যে ধর্মের উদ্ভব হয় তাকে বস্তুর ভরবেগ বলে। বস্তুর ভর ও বেগের গুণফল দ্বারা ভরবেগ পরিমাপ করা হয়। গতি জড়তা ভরবেগের সমানুপাতিক। ইহা একটি ভেক্টর রাশি।

একক : ভরবেগের এস. আই. একক $kg\text{-}ms^{-1}$

মাত্রা : $[P] = [MLT^{-1}]$

নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র থেকে ক্রিয়াশীল বল ও সৃষ্ট ত্বরণের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করা যায়।

দি.বো-২০

সূত্র : ভরবেগের পরিবর্তনের হার বস্তুর উপর প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক। এই বল যে দিকে ক্রিয়া করে ভরবেগের পরিবর্তনও সেদিকে ঘটে।

এই সূত্রের সাহায্যে বলের অভিমুখ, পরিমাণ, গুণগত বৈশিষ্ট্য, ত্বরণের সঙ্গে বলের সম্পর্ক, একক বল, বলের একক ও বলের নিরপেক্ষ নীতি সম্বন্ধে জানতে পারা যায়।

$\vec{F} = m\vec{a}$ সমীকরণ প্রতিপাদন (ক্যালকুলাস পদ্ধতিতে)

মনে করি কোনো একটি বস্তুর ভর m এবং এটি $\vec{v}_0$ সমবেগে চলছে [চিত্র ৪.৩]।

ধরি একটি ধ্রুব বল (constant force) $\vec{F}$ এই বস্তুর উপর তার গতির দিকে t সময় ধরে ক্রিয়া করল। ফলে বস্তুর বেগ পরিবর্তিত হয়ে $\vec{v}$ হলো।

চিত্র ৪.৩

কাজেই $\vec{v}$ বেগে গতিশীল বস্তুটির ভরবেগ $\vec{P} = m\vec{v}$ … … … (4.2)

সুতরাং ভরবেগের পরিবর্তনের হার $\dfrac{d\vec{P}}{dt} = \dfrac{d}{dt}(m\vec{v})$

ভরবেগের পরিবর্তনের হার প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক

$$\therefore \quad \vec{F} \propto \frac{d\vec{P}}{dt}$$

$$= k\frac{d\vec{P}}{dt} = k\frac{d}{dt}(m\vec{v})$$

$$\therefore \quad \vec{F} = km\frac{d\vec{v}}{dt} = km\vec{a} \qquad \left[\text{এখানে } k = \text{ ধ্রুবক}, \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a} \right]$$

একক বলের সংজ্ঞা থেকে $k = 1$ দেখানো যায়।

$k = 1$

$$\therefore \quad \vec{F} = m\vec{a} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \quad (4.3)$$

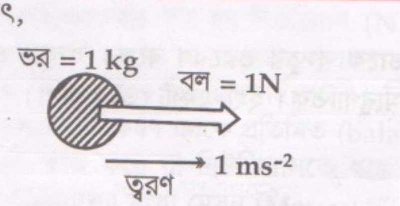
বস্তুটির উপর একটি বল প্রযুক্ত না হয়ে যদি $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3 \ldots \vec{F}_n$ ইত্যাদি বল প্রযুক্ত হয় তাহলে বস্তুটির উপর ক্রিয়াশীল নিট বল $= \sum\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \ldots + \vec{F}_n$.

$\therefore$ নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র হলো $\sum\vec{F} = m\vec{a}$ … … … (4.4)

এখানে ত্বরণের দিক নিট বলের বরাবর। নিউটনের দ্বিতীয় সূত্রের সাহায্যে একক বলের সংজ্ঞা পাওয়া যায়।

একক ভরের কোনো বস্তুর উপর একক ত্বরণ সৃষ্টি করতে যে বল প্রযুক্ত হয়, তাকে একক বল বলে।

অর্থাৎ,



চিত্র ৪.৪

যখন $m = 1$ একক, $|\vec{a}| = 1$ একক, তখন $|\vec{F}| = 1$ একক।

$\therefore$ সমীকরণ (4.4)-এ মানগুলো বসিয়ে আমরা পাই,

$$1 = k \,.\, 1 \times 1$$

$$\therefore \quad k = 1$$

সুতরাং সমীকরণ (4.3) অনুযায়ী আমরা পাই,

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.5)$$

অর্থাৎ বল = ভর × ত্বরণ

এটিই হলো বলের মান নির্দেশক সমীকরণ।

বলের নিরপেক্ষ নীতি

নিউটনের দ্বিতীয় সূত্রানুসারে সময়ের সাথে বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তন বলের ক্রিয়া অভিমুখে সংঘটিত হবে। কাজেই বলের ক্রিয়া অভিমুখে বস্তুতে যে ভরবেগ থাকবে সময়ের সাথে তাই শুধু পরিবর্তিত হবে। একাধিক বলের ক্ষেত্রেও একের ক্রিয়া অন্যের দ্বারা প্রভাবিত হবে না। বস্তুর উপর বলের ক্রিয়ার এই বৈশিষ্ট্যকে বলের নিরপেক্ষ নীতি বা ভৌত অনির্ভরশীলতা বলা হয়।

নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র থেকে আমরা যা জানতে পারলাম তা হলো :

(i) বস্তুর ত্বরণ প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক হয়।

(ii) বলের ক্রিয়া বন্ধ হয়ে গেলে বস্তুটির ত্বরণ বা মন্দন থাকে না।

(iii) বলের অভিমুখই ত্বরণের অভিমুখ।

(iv) বস্তুর উপর বল ক্রিয়া করলে বস্তুটি ত্বরণ নিয়ে চলতে থাকে।

গাণিতিক উদাহরণ

১। একটি বস্তু স্থিরাবস্থায় ছিল। 15 N-এর একটি বল এর উপর 4 সেকেন্ড ধরে কাজ করে এবং তারপর আর কোনো কাজ করল না। বস্তুটি এরপর 9 সেকেন্ডে 54 m দূরত্ব গেল। বস্তুটির ভর বের কর।

যেহেতু বলটি বস্তুর উপর 4s ক্রিয়ার পর আর
সেহেতু বস্তুটি শেষ 9s সময় সমবেগে যাবে।

$$\therefore v = \frac{s}{t_2}$$

$$= \frac{54}{9} = 6\,\text{ms}^{-1}$$

আমরা জানি, $v = v_0 + at_1$

বা, $6 = 0 + a \times 4$

বা, $6 = 4a$ বা, $a = \frac{6}{4}$

$\therefore a = 1{\cdot}5\,\text{ms}^{-2}$

আবার, $F = ma$

বা, $15 = m \times 1{\cdot}5$ বা, $m = \frac{15}{1{\cdot}5}$

$\therefore m = 10\,\text{kg}$

২। একটি বস্তুর উপর 7N মানের একটি
বস্তুটির ভর কত ? বস্তুটির উপর 5N মানের আ
করলে বস্তুটির ত্বরণ কত হবে ?

প্রথম অংশ :

আমরা জানি,

$$F = ma$$

$$\therefore 7 = m \times 3$$

$$\therefore m = \frac{7}{3} = 2{\cdot}33\,\text{kg}$$

- মানুষের হাঁটা, সাবমেরিন, জলযান, ক্ষেপণাস্ত্র রকেট ইত্যাদি নিউটনের তৃতীয় সূত্রানুযায়ী কাজ করে।
- লন রোলার ঠেলার চেয়ে টানা সহজ।
- প্রাত্যহিক জীবনে দুটি বল সবসময়ই অনুভব করে থাকি একটি অভিকর্ষ অপরটি ঘর্ষণ বল।
- রকেটের নির্গত গ্যাসকে Jet বলে।
- ভরবেগের মাত্রা $[MLT^{-1}]$
- বলের ঘাতের মাত্রা $[MLT^{-1}]$
- ধাক্কার মাত্রা $[MLT^{-2}]$
- স্থিতি ঘর্ষণ গুণাংকের, গতি ঘর্ষণ গুণাংকের কোন মাত্রা নেই।
- MKS পদ্ধতিতে বলের একক নিউটন
- MKS পদ্ধতিতে ক্ষমতার একক জুল/সে.
- MKS পদ্ধতিতে শক্তির একক জুল
- MKS পদ্ধতিতে কাজের একক জুল
- নিউটনের গতির প্রথম সূত্রকে জড়তা ও বলের সংজ্ঞা নির্দেশক সূত্র বলে।
- নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্রকে বল পরিমাপক ও বলের প্রকৃতি নির্দেশক সূত্র বলা হয়। এ সূত্র থেকে বলের নিরপেক্ষ একক পাওয়া যায়।
- নিউটনের গতির তৃতীয় সূত্রকে বস্তু সমূহের মধ্যে বলের পারস্পরিক ক্রিয়ার সূত্র বলা হয়।
- হাইড্রোজেন পরমাণুতে ইলেকট্রন ও প্রোটনের মধ্যকার মহাকর্ষ বল 3.6×10^{-47}
- রকেট হতে গ্যাস বের হওয়া ক্রিয়া এবং রকেট উপরে যাওয়া প্রতিক্রিয়া।
- জ্বালানি হিসেবে রকেটে সাধারণত তরল হাইড্রোজেন এবং দহনের জন্য তরল অক্সিজেন থাকে।

মহাকর্ষ বল উদ্ভবের কারন -- গ্রাভিটন কণা, তড়িৎ ও চৌম্বক বল উদ্ভবের কারন -- ফোটন কণা, সবল নিউক্লীয় বল উদ্ভবের কারন -- মেসন কণা, দুর্বল নিউক্লীয় বল উদ্ভবের কারন- Intermediate vector Boson.

দ্বিতীয় অংশ :

মনে করি, লব্ধি বল R

এখন, $R = (P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha)^{\frac{1}{2}}$

$\therefore \quad R = (7^2 + 5^2 + 2 \times 7 \times 5 \times \cos 60°)^{\frac{1}{2}}$

$= \left(49 + 25 + 2 \times 7 \times 5 \times \frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$

$= (74 + 35)^{\frac{1}{2}} = (109)^{\frac{1}{2}} = 10{\cdot}44 \text{ N}$

এখানে,
$P = 7N$
$Q = 5N$
$\alpha = 60°$

আবার, $R = ma'$

$\therefore \quad a' = \frac{R}{m} = \frac{10{\cdot}44}{2{\cdot}33} \text{ ms}^{-2}$

$= 4{\cdot}48 \text{ ms}^{-2}$

এখানে,
$R = 10{\cdot}44N$
$m = 2{\cdot}33 \text{ kg}$
$a' = ?$

উত্তর : বস্তুটির ভর $2{\cdot}33$ kg এবং ত্বরণ $4{\cdot}48 \text{ ms}^{-2}$

৩। 10 N এর একটি বল 2 kg ভরের একটি স্থির বস্তুর উপর ক্রিয়া করে। 4s পর যদি বলের ক্রিয় বন্ধ হয়ে যায় তবে প্রথম থেকে 8s-এ বস্তুটি কত দূরত্ব অতিক্রম করবে ?

আমরা জানি,

$F = ma$

বা, $a = \frac{F}{m} = \frac{10}{2} = 5 \text{ ms}^{-2}$

$\therefore$ ১ম 4s-এ অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$s_1 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$

$= 0 \times 4 + \frac{1}{2} \times 5 \times 4^2 = 40 \text{ m}$

এখানে,
বল, $F = 10 \text{ N}$
ভর, $m = 2 \text{ kg}$
১ম ক্ষেত্রে,
আদিবেগ, $v_0 = 0$
সময়, $t = 4 \text{ s}$
ত্বরণ, $a = ?$
দূরত্ব, $s_1 = ?$

১ম 4s পর বস্তুটির বেগ,

$v = v_0 + at = 0 + 5 \times 4 = 20 \text{ ms}^{-1}$

পরবর্তী 4s-এ অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$s_2 = vt = 20 \times 4 = 80 \text{ m}$

২য় ক্ষেত্রে,
বেগ, $v = 20 \text{ ms}^{-1}$
সময়, $t = 4 \text{ s}$
দূরত্ব, $s_2 = ?$

$\therefore$ ১ম থেকে মোট 8 s-এ অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$s = s_1 + s_2 = 40 + 80 = 120 \text{ m}$

সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড : কোনো কোনো ক্ষেত্রে প্রচণ্ড বল কোনো একটি বস্তুর উপর প্রযুক্ত হয়। এই বলে ক্রিয়াকাল খুব কম হলেও এর প্রভাব দৃষ্টিগ্রাহ্য হয়। এই সময় অন্যান্য বলের প্রভাব থাকলে তা উপেক্ষা করা হ তাহলে এই বলকে কী বল বলে ? এই ধরনের বল ব্যাখ্যা করে বুঝাও।

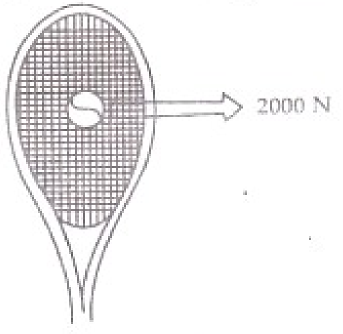
সংঘর্ষ, বিস্ফোরণ, আকস্মিক আঘাত প্রভৃতি ক্ষেত্রে এ ধরনের বল ক্রিয়া করে। ক্যারাম খেলার স্ট্রাইকা দিয়ে গুটিকে আঘাত করা, ক্রিকেট বা টেবিল টেনিস খেলার ব্যাট দিয়ে বলকে আঘাত করা, ফুটবলকে কিক কর হাতুড়ি দিয়ে পেরেক ঠোকা, বাদ্যযন্ত্রের তারে আঘাত করা প্রভৃতি বিশেষ ধরনের বল। একে **ঘাত বল (Impulsiv force)** বলে।

ঘাত বল খুব অল্প সময়ের জন্য ক্রিয়া করে বলে ঐ সময়ের মধ্যে বস্তুটির যে সরণ হয় তা উপেক্ষা করা যায় কিন্তু বলের মান খুব বেশি হওয়ার দরুন বেগের এবং সাথে সাথে ভরবেগের আকস্মিক পরিবর্তন হয়। ঘাত বলে মান সঠিকভাবে জানা সম্ভব হয় না। বস্তুত এর প্রয়োজনও হয় না। বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তন পরিমাপ কর

* ঘাত বলে বেগের পরিবর্তন হয় হঠাৎ কিন্তু সরন তেমন হয়

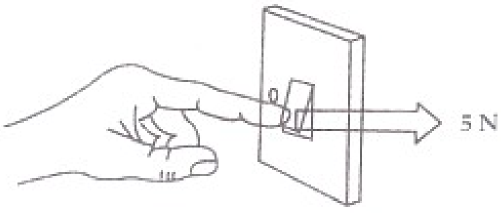
সুতরাং বলের ঘাত জানলেই বলটির ক্রিয়ার মোট ফল জানা যায়। এই কারণেই এরূপ বলকে ঘাত বল বলে। অর্থাৎ **খুব অল্প সময়ের জন্য খুব বড় মানের যে বল কোনো বস্তুর উপর প্রযুক্ত হয় তাকে ঘাত বল বলে।**

উদাহরণ : ধরা যাক, একটি র‍্যাকেট দ্বারা টেনিস বলকে আঘাত করলে প্রচন্ড একটি বল টেনিস বলের উপর আরোপিত হয়। এক্ষেত্রে টেনিস বল এবং র‍্যাকেটের মধ্যকার সংঘর্ষের সময় খুব কম হয়। এই ধরনের বল ঘাত বল [চিত্র ৪.৫(ক)]। আবার ইলেকট্রিক সুইচ যখন অফ বা অন করা হয় তখনও এই ঘাত বল ক্রিয়াশীল হয় [চিত্র ৪.৫(খ)]।



(ক) টেনিস বলের উপর বল

চিত্র ৪.৫ (ক)



(খ) আলো জ্বালাতে সুইচের উপর বল

চিত্র ৪.৫ (খ)

কোনো বল ও বলের ক্রিয়াকালের গুণফলকে ঐ বলের ঘাত (impulse of force) বলে। $\vec{F}$ বল কোনো বস্তুর উপর t সময় ধরে ক্রিয়া করলে

বলের ঘাত, $\vec{J} = \vec{F} \times t$ ৮১-২০, ২১-২২ য২১৩ ... ... (4.6)

$$= \frac{m\vec{v} - m\vec{v}_0}{t} \times t = m\vec{v} - m\vec{v}_0 = \text{ভরবেগের পরিবর্তন}$$

$\therefore$ বলের ঘাত ভরবেগের পরিবর্তনের সমান।

ক্যালকুলাস পদ্ধতি : মনে করি, $\vec{F}$ ধ্রুব বল কোনো একটি বস্তুর উপরে dt সময় ক্রিয়া করে। তাহলে

ঘাত বল, $\vec{J} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}\, dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{d\vec{P}}{dt} \times dt = \int_{\vec{p_1}}^{\vec{p_2}} d\vec{P} = [\vec{P}] = \vec{P}_2 - \vec{P}_1 = \Delta\vec{P}$

$\therefore$ বলের ঘাত ভরবেগের পরিবর্তনের সমান।

গাণিতিক উদাহরণ :

১। 16 N-এর একটি বল 4 kg ভরের উপর 4 s ক্রিয়া করে। বস্তুটির (ক) বেগের পরিবর্তন ও (খ) বলের ঘাত নির্ণয় কর।

মনে করি বেগের পরিবর্তন $= \vec{v} - \vec{v}_0$

ও বলের ঘাত $= \vec{J}$

$\therefore \vec{J} = \vec{F} \times t = m\vec{v} - m\vec{v}_0$

আমরা পাই, $\vec{F} = \frac{m(\vec{v} - \vec{v}_0)}{t}$ ... ... (1)

এখানে,

বল, $\vec{F} = 16\text{ N}$

$m = 4\text{ kg}$

$t = 4\text{ s}$

$\therefore$ সমীকরণ (1) হতে পাই, $(v - v_0) = \frac{F \times t}{m} = \frac{16\text{N} \times 4\text{ s}}{4\text{ kg}} = 16\ \text{ms}^{-1}$

ও বলের ঘাত, $J = F \times t = 16\text{N} \times 4\text{ s}$

$= 64\text{ Ns} =$ ভরবেগের পরিবর্তন

২। 0·05 kg ভরের একটি বস্তু 0·2 ms^{-1} অনুভূমিক বেগে একটি খাঁড়া দেয়ালে ধাক্কা দিয়ে 0·
ms^{-1} বেগে বিপরীত দিকে ফিরে গেল। বলের ঘাত বের কর। [ব. বো. ২০০৬

ধরি বলের ঘাত = J

আমরা পাই, $J = F \times t$ ও $F = \frac{m(v - v_0)}{t}$

$\therefore \quad J = m(v - v_0)$

$\therefore \quad J = 0{\cdot}05 \times (-\ 0{\cdot}1 - 0{\cdot}2)$

এখানে,

$m = 0{\cdot}05$ kg

$v_0 = 0{\cdot}2$ ms^{-1}

$v = -\ 0{\cdot}1$ ms^{-1} (আদি বেগের সাপেক্ষে শেষ বেগ বিপরীতমুখী হেতু ঋণচিহ্ন ব্যবহৃত হয়েছে)

$= -\ 0{\cdot}015$ kg-ms^{-1} (ঋণচিহ্ন প্রমাণ করে যে, J ও v-এর অভিমুখ অভিন্ন)।

$\therefore \quad |J| = 0{\cdot}015$ kg-ms^{-1}

৪·৩ নিউটনের গতিসূত্রগুলোর মধ্যে সম্পর্ক
Relation between Newton's Laws of Motion

নিউটনের গতিসূত্রগুলোর মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করতে হলে সূত্রগুলো সম্পর্কে সম্যক ধারণা অবশ্যই থাকা হবে এবং সূত্রগুলো কী কী বিষয় নিয়ে আলোচনা করে সে সম্পর্কেও আমাদের জ্ঞান থাকা আবশ্যক।

প্রথম সূত্র : বাইরে থেকে প্রযুক্ত বল দিয়ে অবস্থার পরিবর্তন করতে বাধ্য না করলে স্থির ব চিরকাল স্থির থাকবে ও গতিশীল বস্তু চিরকাল সমবেগে সরলরেখায় চলতে থাকবে।

দ্বিতীয় সূত্র : বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তনের হার বস্তুটির উপর প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক এবং বল দিকে প্রযুক্ত হয় ভরবেগের পরিবর্তন সেইদিকে ঘটে।

তৃতীয় সূত্র : প্রত্যেক ক্রিয়ার সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়া আছে।

প্রথম সূত্র থেকে আমরা বুঝতে পারি যে, বাইরে থেকে কোনো প্রভাব ক্রিয়া না করলে কোনো বস্তু নি অবস্থার পরিবর্তন চায় না। স্থির বস্তু স্থির থাকবে আবার গতিশীল বস্তু গতিশীল অবস্থায় চলতে থাকবে। ব জড়তা ধর্মের কারণে এরূপ ঘটে। এই জড়তার বিরুদ্ধে কিছু করতে হলে অর্থাৎ স্থির বস্তুকে গতিশীল করতে আবার গতিশীল বস্তুর গতির পরিবর্তন ঘটাতে হলে তার উপর বল প্রয়োগ করতে হবে। এই ধারণা থেকে নিউট গতির ২য় সূত্র প্রয়োগ করতে পারি। কোনো বস্তুর ভর যত বেশি হয় তার ভরবেগও তত বেশি হবে। মনে গতিশীল অবস্থায় একটি বস্তুর ভর m এবং বেগ v; আর একটি বস্তুর ভর 2 m কিন্তু বেগ একই অর্থাৎ বেগ তাহলে প্রথম বস্তুর ভরবেগ = mv এবং দ্বিতীয় বস্তুর ভরবেগ = 2 mv। বাধা দিয়ে অর্থাৎ বল প্রয়োগ করে দুটিকে যদি একই সময়ের মধ্যে থামানো হয় তবে দ্বিতীয়টির ভরবেগের পরিবর্তনের হার প্রথমটির দ্বিগুণ হ দ্বিতীয় সূত্র থেকে আমরা জানি যে, প্রযুক্ত বল বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তনের হারের সমানুপাতিক হয়। অতএব দ্বি বস্তুটিকে একই সময়ের মধ্যে থামাতে গেলে প্রথম বস্তুর থেকে দ্বিগুণ বল প্রয়োগ করতে হয়। আবার যদি স দুটি বল (F) বস্তু দুটির উপর প্রয়োগ করা হয় তাহলে প্রথম বস্তুর ত্বরণ a_1 এবং দ্বিতীয় বস্তুর ত্বরণ a_2 নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র অনুসারে $F = ma_1$ এবং $F = 2\,ma_2$ হবে।

সুতরাং দেখা যায় যে, বস্তুর জড়তার সাথে ভরবেগের ও ত্বরণের মধ্যে একটি সম্পর্ক বিদ্যমান যার মা নিউটনের ১ম ও ২য় সূত্রের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করা যায় বা এক সূত্র হতে অন্য সূত্রে রূপান্তর করা যায়।

অন্যভাবে বস্তু দুটিকে যদি F_1 ও F_2 বলে একই সরলরেখা বরাবর প্রয়োগ করা হয়, তাহলে চলতে চ কোনো এক সময় বস্তু দুটি সংঘর্ষে লিপ্ত হতে পারে। যখনই সংঘর্ষে লিপ্ত হয় তখন ২য় বস্তুটি ১ম বস্তুর সমান ও বিপরীতমুখী প্রতিক্রিয়া বল প্রয়োগ করে। এক্ষেত্রে যে বলের কারণে দ্বিতীয় বস্তু আঘাতপ্রাপ্ত হয়, ক্রিয়া বল বলে আর এই বস্তুটি আঘাতপ্রাপ্তির পর বিপরীত দিকে প্রথম বস্তুর উপর যে বল প্রয়োগ করে প্রতিক্রিয়া বল বলে। নিউটনের তৃতীয় সূত্র অনুযায়ী জানা যায় এই ক্রিয়া এবং প্রতিক্রিয়া সমান।

উপরের ঘটনা থেকে লক্ষ করা যায় যে, বস্তুর জড়তা বল প্রয়োগে ত্বরণ সৃষ্টি এবং ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়ার কর্মকাণ্ডই নিউটনের গতির প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় সূত্রের পারস্পরিক সম্পর্ক সম্বন্ধীয় ঘটনা।

গাণিতিকভাবে নিউটনের গতিসূত্রগুলোর মধ্যে নিম্নোক্ত উপায়ে পারস্পরিক সম্পর্ক স্থাপন করা যায়

■ ২য় সূত্র এবং ১ম সূত্রের মধ্যে সম্পর্ক :

নিউটনের গতির ২য় সূত্র থেকে জানি ভরবেগের পরিবর্তনের হার প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক

অর্থাৎ $= \frac{m\vec{v} — m\vec{v_0}}{t} \propto \vec{F} \qquad \therefore \frac{m(\vec{v} — \vec{v_0})}{t} \propto \vec{F}$

বা, $m\vec{a} = k\vec{F}$, $k = 1$ হলে

$\vec{F} = m\vec{a}$, এখানে $\vec{F}$ = প্রযুক্ত বল, $\vec{a}$ = ত্বরণ, $\vec{v_0}$ = আদিবেগ, $\vec{v}$ = শেষবেগ

বাইরে থেকে বল প্রযুক্ত না হলে $\vec{F} = 0$ হয় এবং $\vec{a} = 0$ হয়।

কিন্তু বস্তুর ভর শূন্য হয় না তাই $m \neq 0$, সুতরাং $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 0$ অর্থাৎ $\vec{v}$ = ধ্রুবক ... (4.7)

তাই বলা যায় বাহ্যিক বলের ক্রিয়া না থাকলে বেগের কোনো পরিবর্তন হয় না। স্থির বস্তু স্থির আর গতিশীল বস্তুর গতির কোনো পরিবর্তন হয় না। অর্থাৎ বাহ্যিক বলের অনুপস্থিতিতে বস্তুকণার ভরবেগ সব সময় সমান বা ধ্রুব থাকে।

■ ১ম সূত্র এবং ৩য় সূত্রের মধ্যে সম্পর্ক :

নিউটনের গতির ১ম সূত্র থেকে আমরা জানি বাহ্যিক বল ক্রিয়া না করলে ভরবেগ ধ্রুব থাকে।

অর্থাৎ ভরবেগ, $\vec{P} = m\vec{v}$ = ধ্রুবক ... ... (4.8)

t এর সাপেক্ষে ব্যবকলন করে পাই

$$\therefore \frac{d\vec{P}}{dt} = m\frac{d(\vec{v})}{dt} \qquad \dots \qquad \dots \qquad \dots \qquad (4.9)$$

আবার দুটি বস্তুর মধ্যে একটি বস্তু যখন অপরটির উপর বল প্রয়োগ করে তখন লব্ধি ভরবেগের পরিবর্তনের হারের মান সমান ও বিপরীত হয়।

$$\therefore \frac{d\vec{P_1}}{dt} = —\frac{d\vec{P_2}}{dt}$$

$$\frac{d}{dt}(m_1\vec{v_1}) = —\frac{d}{dt}(m_2\vec{v_2}) \qquad \dots \qquad \dots \qquad \dots \qquad [4.9(a)]$$

বা, $m_1\vec{a_1} = — m_2\vec{a_2}$ বা, $\vec{F_1} = —\vec{F_2}$, অর্থাৎ ক্রিয়া বল = প্রতিক্রিয়া বল।

$\therefore$ [4.9(a)] এই সমীকরণ দ্বারা নিউটনের গতির ১ম ও ৩য় সূত্রের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করা যায়।

■ ২য় সূত্র এবং ৩য় সূত্রের মধ্যে সম্পর্ক :

নিউটনের গতির ২য় সূত্র থেকে আমরা জানি, ভরবেগের পরিবর্তনের হারই হলো প্রযুক্তি বল। ঘাত বল বিবেচনা করলে লেখা যায়, ঘাত বল = ভরবেগের পরিবর্তন। এক্ষেত্রে যে বলের কারণে ঘাত সৃষ্টি হয় বিপরীত ক্রমে সেই বলের কারণে প্রতিঘাত সৃষ্টি হয়। এক্ষেত্রে বলা যায় ক্রিয়া = প্রতিক্রিয়া। ইহাই নিউটনের ৩য় সূত্র।

৪.৪ নিউটনের গতিসূত্রের ব্যবহার
Applications of Newton's Laws of Motion

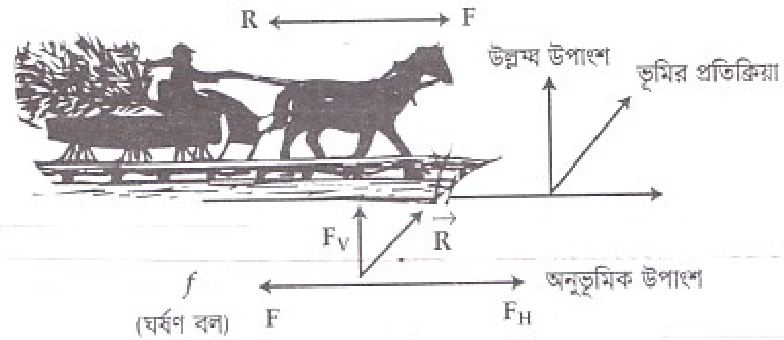
একটি বস্তু যখন অন্য একটি বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করে তখন দ্বিতীয় বস্তুটিও প্রথম বস্তুটির উপর একটি সমান ও বিপরীতমুখী বল প্রয়োগ করে। এই ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া সংক্রান্ত বলের বিবরণ আমরা নিউটনের তৃতীয় সূত্র থেকে জেনেছি। প্রকৃতিতে বল সব সময় জোড়ায় জোড়ায় ক্রিয়া করে। প্রকৃতিতে একক বিচ্ছিন্ন বল বলে কিছু থাকতে পারে না। দুটি বলের একটি অপরের পরিপূরক। এদের একটি ক্রিয়া অপরটি প্রতিক্রিয়া বল। ক্রিয়া বল

যতক্ষণ থাকে প্রতিক্রিয়া বলও ততক্ষণ স্থায়ী হয়। নিউটনের গতিসূত্রের কয়েকটি ব্যবহারিক প্রয়োগ উদাহর সাহায্যে বর্ণনা করা হলো।

● ঘোড়ার গাড়ির চলাচল :

ঘোড়ার গাড়ি রাস্তায় যখন চলে তখন ঘোড়ার কাঁধে বেল্ট বা হাতলের উপর F বল প্রয়োগ করে গাড়ি সামনের দিকে নিয়ে যায়; সাথে সাথে গাড়িও ঘোড়াকে পেছনের দিকে সমান ও বিপরীতমুখী F বলে টানতে থা স্বাভাবিকভাবে প্রশ্ন করা যায় যে, গাড়িটি সামনের দিকে কী করে এগোয় ? নিচের চিত্রটি লক্ষ কর।

আরোহীসহ গাড়িটি সামনের দিকে এগোয় কী করে? : গাড়িটিকে সামনের দিকে চালাবার জন্য মাটির উপর তির্যকভাবে বল প্রয়োগ করে। সঙ্গে সঙ্গে মাটি ঘোড়ার উপর সমান ও বিপরীতমুখী প্রতিক্রিয়া প্রয়োগ করে। এই বলকে অনু দিকে এবং উল্লম্ব দিকে যথাক্র এবং F_V উপাংশে বিশ্লেষণ যায়।উল্লম্ব উপাংশ F_V ঘো ওজনকে প্রশমিত করে। এখন অনুভূমিক উপাংশ F_H ঘোড়ার গাড়ি দ্বারা পেছনের দিকে প্রতিক্রিয়া বল (R)-এর চেয়ে হয়, তাহলে $F_H - R$ বলের ঘোড়া সামনের দিকে এগিয়ে যায় অর্থাৎ গাড়িটি সামনের দিকে এগিয়ে যায় [চিত্র ৪.৬]।



চিত্র ৪.৬

এখন গাড়ির গতি পৃথকভাবে বিবেচনা করলে দেখা যায় যে, এর উপর দুটি বল ক্রিয়া করছে—

(i) মাটির সংস্পর্শে থাকার দরুন চাকার উপর ঘর্ষণ বল f; এই বল গাড়ির গতিকে বাধা দেয়।

(ii) ঘোড়া দ্বারা প্রযুক্ত বল F; এই বল গাড়িকে সামনের দিকে এগিয়ে নিতে চেষ্টা করে।

যখন F বলের মান f-এর মানের চেয়ে বেশি হয়, তখনই গাড়ি $F - f$ বলের ক্রিয়ায় সামনের দিকে চল করে। এখন চালকসহ গাড়ি যদি সমবেগে চলে অর্থাৎ ত্বরণ শূন্য হলে প্রথম সূত্র অনুযায়ী ওদের উপর ক্রিয়ার বল শূন্য হবে। সুতরাং $F_H - F = 0$ এবং $F - f = 0$ অর্থাৎ $F = F_H = f$ চালকসহ গাড়ি ত্বরণ নিয়ে চললে ত্বরণ হবে $\frac{F_H - F}{M}$ এবং গাড়ির ত্বরণ হবে $\frac{F - f}{M_R}$; এখানে M এবং M_R যথাক্রমে ঘোড়া এবং গাড়ির ভর। F f বল দুটি স্বনিয়ন্ত্রক বল, এদের মান এমনভাবে নিয়ন্ত্রিত হয় যাতে ঘোড়া এবং গাড়ির ত্বরণ সমান হয়। ফলে ও গাড়ি একসঙ্গে এগিয়ে যায়।

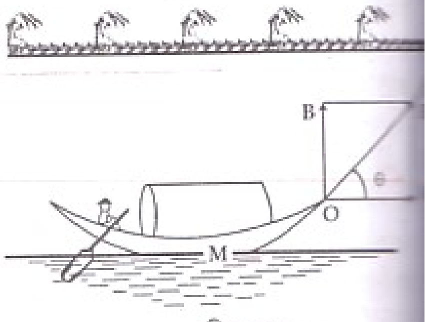
● নৌকার গুণ টানা :

মনে করি M একটি নৌকা। এর O বিন্দুতে গুণ বেঁধে OR বরাবর নদীর পাড় দিয়ে $\vec{F}$ বলে টেনে হচ্ছে। বিভাজন পদ্ধতি দ্বারা O বিন্দুতে F-কে দুটি উপাংশে বিভাজিত করা যায়; যথা—অনুভূমিক উপাংশ উপাংশ [চিত্র ৪.৭]।

অনুভূমিক উপাংশ = $F \cos \theta$, এর দিক OA বরাবর।

উল্লম্ব উপাংশ = $F \sin \theta$, এর দিক OB বরাবর।

বলের অনুভূমিক উপাংশ $F \cos \theta$ নৌকাকে সামনের দিকে এগিয়ে নিয়ে যায় এবং উল্লম্ব উপাংশ $F \sin \theta$ নৌকাটিকে পাড়ের দিকে টানে। কিন্তু নৌকার হাল দ্বারা উল্লম্ব উপাংশ $F \sin \theta$ প্রতিহত করা হয়। গুণ যত লম্বা হবে, θ-এর মান তত কম হবে ফলে $F \sin \theta$-এর মান কম হবে এবং $F \cos \theta$-এর মান বেশি হবে। ফলে নৌকা দ্রুত সামনের দিকে এগিয়ে যাবে।



চিত্র ৪.৭

বন্দুক থেকে গুলি ছোড়া :

বন্দুক থেকে গুলি ছুড়লে গুলিটি প্রচণ্ড বেগে সামনে ছুটে যায়। বন্দুকটি গুলির উপর যদি F বল প্রয়োগ করে, তাহলে গুলিটিও বন্দুকের উপর সমান ও বিপরীতমুখী বল প্রয়োগ করে। এই প্রতিক্রিয়া বলের জন্য বন্দুকটিও পেছন দিকে এগিয়ে যায় [চিত্র ৪.৮]।

চিত্র ৪.৮

ভরবেগ দিয়েও এর কারণ ব্যাখ্যা করা যায়। গুলি ছোড়ার আগে বন্দুক ও গুলি উভয়েই স্থির থাকে। অতএব বন্দুকের ভরবেগ শূন্য এবং গুলির ভরবেগ শূন্য। সুতরাং তাদের মোট আদি ভরবেগ শূন্য। গুলি ছোঁড়ার পর বারুদের বিস্ফোরণের ফলে গুলি একটি বেগে সামনের দিকে যায়। ফলে এটি সামনের দিকে একটি ভরবেগ প্রাপ্ত হয়। ভরবেগের নিত্যতা অনুসারে গুলি ছোঁড়ার পরেও তাদের মোট ভরবেগ শূন্য হবে। ফলে বন্দুককেও গুলির সমান ও বিপরীতমুখী একটি ভরবেগ লাভ করতে হবে। ফলে বন্দুককে অবশ্যই পেছনের দিকে গতিপ্রাপ্ত হতে হবে [চিত্র ৪.৮]।

মনে করি M ভরের একটি বন্দুক হতে m ভরের একটি গুলি $\vec{v}$ বেগে বের হয়ে গেল। আবার মনে করি গুলি ছোঁড়ার পর বন্দুকের বেগ = $\vec{V}$।

$\therefore$ গুলি ছোঁড়ার আগে তাদের মোট ভরবেগ = 0

গুলি ছোঁড়ার পর তাদের মোট ভরবেগ = বন্দুকের ভরবেগ + গুলির ভরবেগ = $M\vec{V} + m\vec{v}$

কিন্তু ভরবেগের নিত্যতা সূত্র অনুসারে আগের ও পরের ভরবেগ সমান।

$$\therefore \quad M\vec{V} + m\vec{v} = 0$$

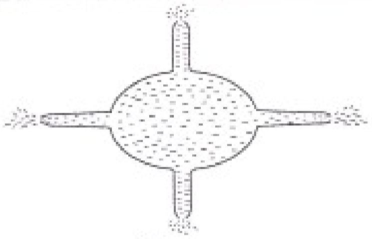
$$m\vec{v} = -M\vec{V} = M(-\vec{V}) \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.10)$$

অর্থাৎ গুলির ভর × গুলির বেগ = বন্দুকের ভর × বন্দুকের পশ্চাৎ বেগ।

এই সমীকরণ থেকে আরও বলা যায়, গুলির বেগ > বন্দুকের পশ্চাৎ বেগ।

ক্রিয়াকর্ম : উড়ন্ত পাখি ডানা দিয়ে বাতাসকে পিছনের দিকে ঠেলে দেয়, অর্থাৎ বল প্রয়োগ করে। ফলে বাতাস পাখির ডানাতে সমান ও বিপরীতমুখী প্রতিক্রিয়া বল প্রয়োগ করে। তবুও পাখি সামনের দিকে এগিয়ে যায় কীভাবে? বাতাস না থাকলে পাখি উড়তে পারবে কী? সেখানে ক্রিয়া-প্রতিক্রিয়া বলের প্রভাব থাকবে কী?

হাতে কলমে কাজ : বাতাসে পানি ছিটাবার একটি ঘুরন্ত যন্ত্র নাও। এবার যন্ত্রটিতে পানি দ্বারা পূর্ণ করে বাঁকা নলগুলোর মুখ এক সাথে খুলে দাও। কী দেখতে পারছ? পানি ছিটাবার যন্ত্রের নলের মুখগুলো ঘুরছে। এর কারণ কী?



চিত্র ৪.৯

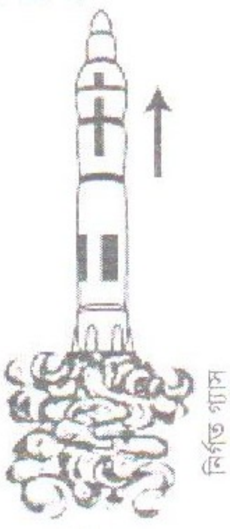
এই যন্ত্রের মধ্যে দিয়ে পানি পাঠালে বাঁকা নলগুলির সরু মুখ দিয়ে জোরে পানি বেরুতে থাকে [চিত্র ৪.৯]। এজন্য পানির গতির বিপরীত দিকে নলের গায়ে প্রতিক্রিয়া বল প্রযুক্ত হয় বলে যন্ত্রটি ঘুরতে থাকে। ফলে চারদিকে পানি ছিটকে পড়ে।

মহাশূন্যে অভিযান :

মহাশূন্যে অভিযানকালে যখন রকেট উপরের দিকে ধাবিত হয় তখন যদি তোমরা রকেটের দিকে তাকাও তাহলে এর পেছন দিয়ে সাদা মেঘের মতো ধোঁয়া নির্গত হতে দেখবে। কেন এমন ধোঁয়া দেখা যায় তার কারণ বলতে

রকেট থেকে যে গ্যাস বের হয় তাকে বলে Jet গ্যা

পারবে কী ? জ্বালানি দহনের ফলে অতি উচ্চ চাপে গ্যাস উৎপন্ন হয়। এই গ্যাসের কুণ্ডলী আমরা পৃথিবী থেকে অনেক সময় দেখতে পাই। এই গ্যাস রকেট-এর পেছনে একটি সরু নলের মধ্য দিয়ে তীব্র বেগে বেরিয়ে আসে। এর ফলে যে প্রচণ্ড বিপরীতমুখী প্রতিক্রিয়া বল সৃষ্টি হয়, সেই বলের ক্রিয়ায় রকেট তীব্র বেগে সামনের দিকে এগিয়ে যায় [চিত্র ৪.১০]।



চিত্র ৪.১০

কৃত্রিম উপগ্রহের বহুল ব্যবহার অত্যাধুনিক যোগাযোগ ব্যবস্থার উন্নয়নে এবং মহাকাশ গবেষণায় বিরাট অবদান রেখেছে। এর মূলে রয়েছে রকেট চালনার ক্রমাগত উন্নতি সাধন।

যদিও গ্যাস হাল্কা কিন্তু উচ্চ বেগের কারণে নির্গত গ্যাসের ভরবেগ খুব বেশি হয়। ভরবেগের সংরক্ষণ নীতি অনুযায়ী রকেটও সমান কিন্তু বিপরীতমুখী ভরবেগ প্রাপ্ত হয় এবং উচ্চ বেগে উপরে ওঠে যায়। জ্বালানি হিসেবে রকেটে সাধারণত তরল হাইড্রোজেন এবং দহনের জন্য তরল অক্সিজেন থাকে। বিশেষ প্রক্রিয়ায় এবং নিয়ন্ত্রিত হারে তরল হাইড্রোজেন ও অক্সিজেনকে দহন প্রকোষ্ঠে প্রবেশ করানো হয়। জ্বালানির দহন ক্রিয়ার ফলে উৎপন্ন উচ্চ চাপের গ্যাস অত্যন্ত উচ্চ বেগে রকেটের নিচের দিকে নির্গমন পথ দিয়ে বেরিয়ে আসে।

মনে করা যাক একটি রকেট মহাশূন্যে গতিশীল। ফলে বাতাসের বাধা এবং অভিকর্ষের প্রভাব উপেক্ষা করা যায়। যেহেতু রকেট থেকে গ্যাস নির্গমনের ফলে গ্যাসের গতির বিপরীত দিকে রকেটের উপর একটি বল বা ধাক্কার সৃষ্টি হয়, ফলে রকেট দ্রুত গতিতে সামনের দিকে এগিয়ে যায়। ফলে রকেটের সাহায্যে মুক্তি বেগ ($11.2\ \text{kms}^{-1}$) অর্জন করে অভিকর্ষজ ত্বরণের বাধা কাটিয়ে মহাশূন্যে ভূ-উপগ্রহ স্থাপনসহ নানাবিধ অভিযান সফল হয়েছে।

ধরা যাক প্রযুক্ত ধাক্কা $= \text{F}$

রকেটের ভর $= \text{M}$

Δt সময়ে নির্গত গ্যাসের ভর $= \Delta m$

গ্যাসের নির্গত বেগ $= v$

Δt সময় ব্যবধানে গ্যাসের ভরবেগের পরিবর্তন $= (\Delta m)v$

ভরবেগের নিত্যতার সূত্র অনুযায়ী,

Δt সময়ে ভরবেগের পরিবর্তন = রকেটের উপর প্রযুক্ত বলের ঘাত সমান

$$\therefore \quad (\Delta m)v = \text{F} \times \Delta t$$

$$\text{F} = \left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)v, \text{ এখানে } \boxed{\frac{\Delta m}{\Delta t} = \text{জ্বালানি ব্যবহারের হার/গ্যাস নির্গমনের হার–}}$$

রকেটের তাৎক্ষণিক ত্বরণ a হলে, $\text{F} = \text{M}a$

100%

$$a = \frac{\text{F}}{\text{M}} = \frac{1}{\text{M}}\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)v \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (4.11)$$

এই সমীকরণ থেকে দেখা যায়,

- রকেটের ভর কমালে ত্বরণ বৃদ্ধি পায়।
- রকেটের ত্বরণ বৃদ্ধি করতে হলে গ্যাস নির্গমনের হার বাড়াতে হবে।
- গ্যাসের আপেক্ষিক বেগ বৃদ্ধি করলে ত্বরণও বৃদ্ধি পাবে।

গাণিতিক উদাহরণ

১। একটি রকেট প্রতি সেকেন্ডে 0'07 kg জ্বালানি খরচ করে। রকেট থেকে নির্গত গ্যাসের বেগ 100 kms^{-1} হলে রকেটের উপর কত বল ক্রিয়া করে ? (এখানে অভিকর্ষ বলের প্রভাব উপেক্ষা করা যেতে পারে)।

দেয়া আছে,

প্রতি সেকেন্ডে জ্বালানি খরচ,

$$\frac{dm}{dt} = 0'07 \text{ kg s}^{-1}$$

এবং নির্গত গ্যাসের বেগ, $v_r = 100 \text{ kms}^{-1} = 1 \times 10^5 \text{ ms}^{-1}$

আমরা জানি, $F = v_r \, dm/dt - mg$

অভিকর্ষ বলের প্রভাব না থাকলে ($g = 0$), রকেটের উপর ক্রিয়াশীল বল,

$$F = v_r \frac{dm}{dt} = 1 \times 10^5 \text{ ms}^{-1} \times 0'07 \text{ kg} = 7 \times 10^3 \text{ N}$$

২। একটি রকেট ঊর্ধ্বমুখী যাত্রার প্রথম 2 সেকেন্ডে এর ভরের $\frac{1}{50}$ অংশ হারায়। রকেট হতে নিষ্ক্রান্ত গ্যাসের গতিবেগ 2500 ms^{-1} হলে রকেটের ত্বরণ বের কর।

প্রশ্নানুসারে, $dm = \frac{m}{50}$

$dt = 2 \text{ s}$

$v_r = 2500 \text{ ms}^{-1}$

আমরা জানি,

$$m\frac{dv}{dt} = v_r \frac{dm}{dt} - mg$$

বা, $\frac{dv}{dt} = a = \frac{v_r}{m}\left(\frac{dm}{dt}\right) - g$

বা, $a = \frac{2500 \text{ ms}^{-1}}{m} \cdot \frac{m}{50 \times 2 \text{ s}} - 9'8 \text{ ms}^{-2}$

$= 25 \text{ ms}^{-2} - 9'8 \text{ ms}^{-2} = 15'2 \text{ ms}^{-2}$

৪.৫ নিউটনের গতিসূত্রের সীমাবদ্ধতা
Limitation of Newton's Laws of Motion

নিউটনের গতিসূত্রের উপর ভিত্তি করে যে বলবিদ্যার উদ্ভব এবং উন্নয়ন সাধিত হয়েছে তাকে নিউটনের বলবিদ্যা বা Classical Mechanics বলা হয়। এই বলবিদ্যার সাহায্যে পৃথিবীর উপর বস্তুর গতি এবং মহাকাশে গ্রহ-নক্ষত্রাদির গতি বিশ্লেষণ করা যায়। এই সকল বস্তুর গতির জন্য নিউটনের গতিসূত্রগুলো ব্যবহার করে নির্ভুল সমাধানে আসা যায়। এই সকল বস্তুর গতি বিশ্লেষণে নিউটনিয়ান বলবিদ্যা বা ক্লাসিক্যাল বলবিদ্যা বিশেষ সাফল্য অর্জন করেছে। এজন্য নিউটনিয়ান বলবিদ্যাই আধুনিক পদার্থবিজ্ঞানের গোড়া পত্তন করেছে।

নিউটনিয়ান বলবিদ্যায় ধরা হয়েছে যে কোনো বস্তুর ভর অথবা দৈর্ঘ্য তার দ্রুতির উপর নির্ভর করে না। আরো মনে করা হয়েছে যে কোনো পরিমাপক যন্ত্রপাতির কার্যকলাপ তাদের গতির জন্য পরিবর্তিত হয় না। এই বলবিদ্যায় স্থান (space) ও কাল (time) উভয়কেই মৌলিক হিসেবে গ্রহণ করা হয়েছে এবং তাদের প্রত্যেকটি অন্য কোনো কিছুর সাপেক্ষে আপেক্ষিক নয়। নিউটনের গতিসূত্রের প্রথম সূত্রে শুধু জড়তা সম্পর্ক কাঠামোর সাপেক্ষেই সঠিকভাবে প্রকাশ করা যায়। এজন্য নিউটনিয়ান বলবিদ্যায় কোনো এক পরম স্থির সম্পর্ক কাঠামো কল্পনা করতে হয়।

কিন্তু বিজ্ঞানী আইনস্টাইন অনেক গবেষণার মাধ্যমে এই সিদ্ধান্তে উপনীত হন যে বিশ্বজগতের পরম স্থির বলে কোনো কিছুই নেই। সব কিছুই গতিশীল তবে এক বস্তু হয়তো অন্য কোনো বস্তুর সাপেক্ষে স্থির অবস্থায় আছে বলে মনে করা যেতে পারে। তিনি আরও প্রমাণ করেছেন যে পদার্থবিজ্ঞানের সূত্রসমূহ যে কোনো সম্পর্ক

কাঠামো সাপেক্ষে প্রকাশ করা হোক না কেন তাদের বিন্যাস প্রণালী অপরিবর্তনীয় থাকে। এটিই হলো বিজ্ঞানী আইনস্টাইন-এর আপেক্ষিক তত্ত্ব (Theory of relativity) এর মূল ধারণা। এই তত্ত্বকে সকল ক্ষেত্রে প্রযোজ্য করার জন্য বিজ্ঞানী আইনস্টাইন নিউটনিয়ান গতিসূত্র সম্পর্কিত সমীকরণগুলোর অনেক রদবদল করেন। এই রদবদল তিনি নানা প্রকার পরীক্ষা নিরীক্ষার মাধ্যমে প্রমাণ করেছেন। এগুলোর মধ্যে একটি হলো এই যে, বস্তুর ভর দ্রুতির উপর নির্ভর করে। ফলে বল প্রয়োগে বস্তুর যে ত্বরণ ঘটে তাও স্থির থাকে না অর্থাৎ বস্তুর ত্বরণ তার দ্রুতির উপর নির্ভর করে। উপরন্তু বস্তুর দৈর্ঘ্য এবং সময় বিরামও গতির উপর নির্ভর করে। পরিমাপক যন্ত্রপাতির পরিমাপন ফলও গতির উপর নির্ভর করে। বিজ্ঞানী আইনস্টাইনের আপেক্ষিক তত্ত্ব পদার্থবিজ্ঞানে অনেক নতুন ধারণার সৃষ্টি করেছে এবং পুরানো ধারণাগুলোর অনেক পরিবর্তন সাধন করেছে। যে সব বস্তুর দ্রুতি প্রায় আলোকের দ্রুতির কাছাকাছি হয়, সে সব ক্ষেত্রে নিউটনিয়ান বলবিদ্যা কার্যকরী হয় না। এরূপ উচ্চ দ্রুতি বা গতি বিশ্লেষণে আপেক্ষিকতত্ত্ব বিষয়ক (Relativistic) বলবিদ্যা ব্যবহার করতে হয়।

অণু পরমাণুর গতি বিশ্লেষণেও নিউটনিয়ান বলবিদ্যা কার্যকরী হয় না। এসব ক্ষুদ্র কণার গতি বিশ্লেষণে কণা বলবিদ্যা (Quantum Mechanics) ব্যবহার করতে হয়। কিন্তু তাই বলে নিউটনিয়ান বলবিদ্যা অকেজো হয়ে যায়নি।

পদার্থবিদ্যা কতগুলো অনড় মতবাদের সমষ্টি নয়—একটি ক্রমোন্নতিশীল বিজ্ঞান। দেখা যায় যে, পদার্থবিজ্ঞান ব্যাপক পূর্ণতর হয়ে ওঠে 1660 সালে নিউটনীয় বলবিদ্যা, 1870 সালে ম্যাক্সওয়েলের তড়িৎ চৌম্বক তত্ত্ব, 1905 সালে আইনস্টাইনের আপেক্ষিক তত্ত্ব এবং 1925 সালে কোয়ান্টাম বলবিদ্যা আবিষ্কারের পর থেকে। দেখা যায় যে, নিউটনীয় বলবিদ্যার তত্ত্বসমূহ সীমিত ক্ষেত্রে প্রযোজ্য কিছু সীমাবদ্ধতা রয়েছে।

গত কয়েক দশকে ইলেকট্রন, প্রোটন ও অন্যান্য মৌলিক কণিকার মতো সম্ভাব্যময় দ্রুত গতিসম্পন্ন ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র কণিকার উপর পরিমাপ করা সম্ভব হয়েছে কোয়ান্টাম বলবিদ্যার সাহায্যে। নিউটনের গতিসূত্র এরূপ দ্রুত গতিসম্পন্ন কণার গতি বর্ণনার ক্ষেত্রে বা পরিমাপ করতে সক্ষম হয় নি। আবার নিউটনীয় বলবিদ্যার নিয়মসমূহ $\frac{v}{c} \ll 1$ এই সীমায় এত সুন্দরভাবে কাজ করে, কিন্তু উচ্চ দ্রুতিতে ধাবমান মৌলিক কণাসমূহের সংঘর্ষ, ক্ষয় ও মিথস্ক্রিয়ার সঠিক বিবরণ দেওয়া যায় না। তবুও নিউটনীয় বলবিদ্যার গুরুত্ব মোটেও কম নয়। আলোর গতিতে চলমান সকল দ্রুতি সীমায় প্রযোজ্য—এমন একটি অধিকতর সাধারণ তত্ত্বের একটি বিশেষ পরস্থিতি হিসেবে নিউটনের গতিসূত্রকে আমরা গণ্য করতে পারি না। আমরা দৈনন্দিন যে সকল জিনিস পত্র নিয়ে নাড়াচাড়া করি, সেগুলোর ভর ইলেকট্রনের ভর ($m = 9{\cdot}1 \times 10^{-31}$kg) অপেক্ষা অনেক বেশি। এটি একটি চিত্তাকর্ষক ব্যাপার যে, যার সাথে 'কণিকা' ধারণার নিবিড় সম্পর্ক রয়েছে সে কণিকা ধারণা চিরায়ত বলবিদ্যার ভিত্তিমূল। এই বলবিদ্যা বা নিউটনের গতিসূত্রের সাহায্যে কণিকার অবস্থান (x) এবং বেগ (v_x) একই সঙ্গে নিখুঁতভাবে পরিমাপ করতে পারি না। এই অনিশ্চয়তা আমরা হাইসেনবার্গের সুবিখ্যাত অনিশ্চয়তা সম্পর্কের মাধ্যমে নিম্নরূপে প্রকাশ করি :

$$\Delta x \cong \frac{h}{m\Delta v_x}$$ যেখানে h = প্লাঙ্কের ধ্রুবক।

নিউটনীয় বলবিদ্যা হলো একটি অধিকতর সাধারণ তত্ত্বের গুরুত্বপূর্ণ বিশিষ্ট রূপ মাত্র, যা 1925–1926 সালের দিকে হাইসেনবার্গ, স্রোডিঞ্জার, বর্ন, 1927 সালের ডিরাক তত্ত্ব এবং অন্যান্য পদার্থবিদ দ্বারা উদ্ভাবিত কোয়ান্টাম বলবিদ্যার মতো অপেক্ষাকৃত কম ভরের কণাসমূহের আলোচনায় অপারগতা প্রদর্শন করে।

সংক্ষেপে নিউটনের গতিসূত্রের সীমাবদ্ধতা আলোচনা করা হলো :

- নিউটনের গতিসূত্র বৃহৎ আকৃতির বস্তুর জন্য প্রযোজ্য। যে সকল কণার ভর খুবই কম যেমন ইলেকট্রন, প্রোটন, নিউট্রন ইত্যাদির ক্ষেত্রে নিউটনের গতিসূত্র প্রযোজ্য নয়।

- ক্ষুদ্র ভর (10^{-31} kg) বিশিষ্ট সকল কণার বেগ বেশি হয়, অর্থাৎ প্রায় আলোর বেগের কাছাকাছি হয় ফলে গতিশীল অবস্থায় এরা তরঙ্গ রূপ আচরণ করে। এ সকল বস্তুর ক্ষেত্রে নিউটনের গতিসূত্র প্রযোজ্য নয়। এসব ক্ষেত্রে আপেক্ষিকতা তত্ত্ব প্রযোজ্য।

- আবার বস্তুর ত্বরণ যখন খুব কম ($< 10^{-10}$ ms^{-2}) হয় তখন নিউটনের গতিসূত্র প্রয়োগে ভালো ফল পাওয়া যায় না। এক্ষেত্রে বল ত্বরণের বর্গের সমানুপাতিক হয়। নিউটনের গতিসূত্র কেবলমাত্র বল ত্বরণের সমানুপাতিক ক্ষেত্রে প্রযোজ্য।

- কোনো বস্তু স্থির কাঠামোতে বা সমবেগে চলমান হলে নিউটনের গতিসূত্র প্রযোজ্য হয়। অন্যথায় প্রযোজ্য হবে না।

৪.৬ বল, ক্ষেত্র ও প্রাবল্যের ধারণা

Concept of Force, Field and Intensity

পূর্বের অনুচ্ছেদে বল কী এবং এর প্রকারভেদ সম্পর্কে ধারণা প্রদান করা হয়েছে। আমরা জেনেছি, 'যে বাহ্যিক কারণে বস্তুর গতি বা স্থিতি অবস্থার পরিবর্তন ঘটায় বা ঘটাতে চায় তাকে বল বলে।' বল একটি ভেক্টর রাশি।

বলের প্রকৃতি (Nature of Force) : মহাকর্ষ বল দুটি বস্তুর মধ্যকার আকর্ষণ বল। দুটি চার্জিত বস্তু পরস্পরকে আকর্ষণ করে যখন চার্জ দুটি বিপরীতধর্মী হয় অর্থাৎ একটি ধনাত্মক বা অপরটি ঋণাত্মক হয় এবং বিকর্ষণ করে যখন চার্জ দুটি সমধর্মী হয়। মহাকর্ষ বল মাধ্যমের উপর নির্ভর করে না। কিন্তু তড়িৎ বল মাধ্যমের উপর নির্ভরশীল।

ক্ষেত্র (Field) : একটি চার্জের চারদিকে বিস্তৃত অঞ্চল জুড়ে এর প্রভাব লক্ষ করা যায়। ঐ অঞ্চলে অন্য একটি চার্জ আনলে, সেটি বল অনুভব করে। আবার দ্বিতীয় চার্জ প্রথম চার্জের উপর বল প্রয়োগ করে। অর্থাৎ চার্জ দুটির মধ্যে ক্রিয়াশীল বল পারস্পরিক। এখন চার্জের মান বাড়লে বল বাড়বে। আবার চার্জ দুটির মধ্যে দূরত্ব বাড়লে বলের মান কমে যায়।

অনুরূপভাবে, একটি বস্তুর চারদিকে অঞ্চল জুড়ে এর প্রভাব লক্ষ করা যায়। ঐ অঞ্চলে অপর একটি বস্তু থাকলে সেটি বল অনুভব করে। এই বল মহাকর্ষীয় বল। এই বল পারস্পরিক; অর্থাৎ একে অপরের উপর ক্রিয়াশীল হয়। এখন বস্তুর ভর বৃদ্ধি পেলে বলের মান বাড়ে। আবার বস্তুদ্বয়ের মধ্যে দূরত্ব বাড়লে বলের মান কমে।

উপরোক্ত আলোচনা থেকে দেখা যায় যে, দুটি বস্তুর মধ্যে কিংবা, দুটি চার্জের মধ্যে ক্রিয়াশীল বল সংস্পর্শ ছাড়াই দূর থেকে ক্রিয়া করে। কিন্তু প্রশ্ন জাগে যে চার্জ দুটির মধ্যে কোনো ভৌত সংযোগ ছাড়াই কীভাবে বল ক্রিয়া করে। বিখ্যাত বিজ্ঞানী মাইকেল ফ্যারাডে প্রথম অনুধাবন করেন যে, চার্জের চারদিকে এক ধরনের আলোড়ন সৃষ্টি হয় যার ফলে ঐ অঞ্চলে কোনো চার্জ স্থাপন করলে সেটি বল অনুভব করে। তিনি এই আলোড়নের নাম দেন তড়িৎ ক্ষেত্র। সুতরাং তড়িৎ ক্ষেত্রের নিম্নোক্ত সংজ্ঞা দেয়া যায় :

সংজ্ঞা : **কোনো একটি চার্জের চারদিকে যে অঞ্চল জুড়ে তার প্রস্তাব বিস্তার করে সেই অঞ্চলকে ঐ চার্জের তড়িৎ ক্ষেত্র বলে।**

অনুরূপ, মহাকর্ষ বিষয়ক আলোচনায় ক্ষেত্রের ধারণা প্রয়োগ করা হয়। এ ধারণা অনুযায়ী, "কোনো বস্তুর চারদিকে যে স্থান জুড়ে তার আকর্ষণ বল অনুভূত হয়, সে স্থানকে ঐ বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র বলে।" অতএব, মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র মহাকর্ষীয় বল সঞ্চালনের মধ্যস্থতাকারী হিসেবে ক্রিয়া করে।

ক্ষেত্র প্রাবাল্য (Field Intensity) : তড়িৎ ক্ষেত্র বা মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের সর্বত্র এর প্রভাব সমান নয়। চার্জিত বা আহিত বস্তুর কাছাকাছি তড়িৎ ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে একটি চার্জ যতটুকু বল অনুভব করে দূরে তার চেয়ে কম বল অনুভব করবে। আবার চার্জিত বস্তুর চার্জের পরিমাণ বেশি হলে ঐ একই বিন্দুতে কম চার্জের বস্তু অপেক্ষা বেশি বল অনুভূত হবে। তড়িৎ ক্ষেত্রের এই দুর্বলতা বা সবলতা একটি তড়িৎ রাশি দ্বারা প্রকাশ করা হয়। একে তড়িৎ ক্ষেত্রের প্রাবল্য বা তড়িৎ প্রাবল্য বলে।

সংজ্ঞা : **তড়িৎ ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে একক আধান বা চার্জের উপর ক্রিয়াশীল বলকে তড়িৎ ক্ষেত্রের প্রাবল্য বা তড়িৎ প্রাবল্য বলে।**

এখন তড়িৎ বল $\vec{F}$ হলে এবং চার্জ q_0 হলে সংজ্ঞানুসারে তড়িৎ প্রাবল্য $\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \text{ বা, } \vec{F} = q_0 \vec{E}}$ এটি ভেক্টর রাশি। এর একক হলো NC^{-1}।

অনুরূপ, মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের সকল বিন্দুতে একই বল ক্রিয়াশীল নয়। অর্থাৎ মহাকর্ষীয় প্রাবল্য ভিন্নতর হয়। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে প্রাবল্য বা তীব্রতা নির্ণয় করতে ঐ বিন্দুতে একক ভরের একটি বস্তু বিবেচনা করা হয়। একক ভরের বস্তুটি যে বল লাভ করে তা দিয়েই মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের প্রাবল্য পরিমাপ করা হয়।

সংজ্ঞা : **মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে একক ভরের একটি বস্তু স্থাপন করলে তার উপর যে বল প্রযুক্ত হয়, তাকে ঐ ক্ষেত্রের দরুন ঐ বিন্দুতে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য বলে।**

অতএব, মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে m ভরের বস্তুর উপর $\vec{F}$ বল ক্রিয়া করলে ঐ বিন্দুতে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের প্রাবল্য হবে,

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{m}} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (4.12)$$

প্রাবল্যের মান ও দিক দুই–ই আছে। প্রাবল্যের অভিমুখই মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের অভিমুখ নির্দেশ করে। এর একক হলো Nkg^{-1}।

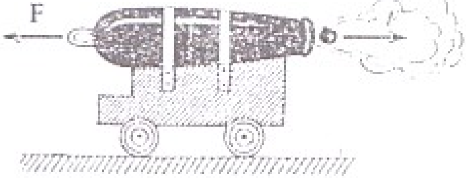
৪·৭ রৈখিক ভরবেগের নিত্যতা

Conservation of Linear Momentum

রৈখিক ভরবেগের নিত্যতার নীতি পদার্থবিজ্ঞানের অন্যতম গুরুত্বপূর্ণ বিষয়। নিউটনের গতিসূত্র থে নীতি পাওয়া যায়। কতগুলি বস্তু পরস্পরের উপর বল (ক্রিয়া-প্রতিক্রিয়া) প্রয়োগ করতে পারে এবং তার প্রভাবে হতে পারে, কিন্তু বাইরে থেকে কোনো বল প্রয়োগ না করলে তাদের মোট ভরবেগ সবসময় অপরিবর্তিত তোমরা লক্ষ করে থাকবে চেয়ারে বসে থাকা অবস্থায় কোনো লোক চেয়ারের উপর বল প্রয়োগ করে চেয়ারটি পারে না। এর কারণ কী ব্যাখ্যা করতে পারবে ? চেয়ার ও লোকটি স্থির বলে এদের মোট ভরবেগ শূন্য। লোকটি চেয়ারকে তুলতে চেষ্টা করলে অর্থাৎ চেয়ারের উপর উপরের দিকে বল প্রয়োগ করলে চেয়ারটি লোকটির নিচের দিকে সমান প্রতিক্রিয়া বল প্রয়োগ করবে। কিন্তু এই বল দুটিই হলো চেয়ার ও লোকটির মধ্যে ক্রিয়াকৃত যেহেতু বাইরে থেকে কোনো বল প্রয়োগ হচ্ছে না। তাই চেয়ার ও লোকটির মোট ভরবেগ শূন্যই থাকবে। ফলে উপরে উঠবে না। একইভাবে চেয়ারে বসে থাকা কোনো ব্যক্তি হাত দিয়ে উপরের দিকে চুল টেনে নিজেকে দিকে তুলতে পারবে না। আবার গাড়ি বন্ধ হয়ে গেলে যাত্রীরা যদি গাড়ির মধ্যে থেকে গাড়িকে ঠেলতে তাহলেও গাড়ি চলবে না। এই সকল প্রশ্নের উত্তর রৈখিক ভরবেগের নিত্যতার সূত্র বা সংরক্ষণ নীতি থেকে যায়।

নিউটনের গতির তৃতীয় সূত্র থেকে আমরা ভরবেগের নিত্যতার সূত্র সম্পর্কে জানতে পারি। ভর নিত্যতার সূত্র ছোট-বড় পার্থিব বা মহাজাগতিক সব বস্তুর ক্ষেত্রে সমভাবে প্রযোজ্য। নিউটনের গতির প্রথম থেকে আমরা জানি কোনো বস্তুর উপর প্রযুক্ত নিট বল যদি শূন্য হয়, তাহলে চলমান একটি বস্তু সরল সমদ্রুতিতে চলতে থাকে অর্থাৎ এর বেগ ধ্রুব থাকে। সময়ের সাপেক্ষে বেগ $\vec{v}$ ধ্রুব থাকলে ভরবেগ $\vec{p} = m$ সময়ের সাপেক্ষে ধ্রুব থাকে। অন্য কথায় বলা যায় কোনো বস্তুর উপর বাহ্যিক বল ক্রিয়া না করলে বা নিট বল হলে মোট ভরবেগ ধ্রুব থাকে। ইহাই রৈখিক ভরবেগের নিত্যতার নীতি বা সংরক্ষণ নীতি।

রৈখিক ভরবেগের সংরক্ষণ নীতি : একাধিক বস্তুর উপর বাহ্যিক বল ক্রিয়া না করলে বা প্রযুক্ত নিট বল শূন্য হলে ঐ সকল বস্তুর মোট রৈখিক ভরবেগ ধ্রুব থাকে বা ভরবেগের কোনো পরিবর্তন হয় না। উদাহরণগুলো লক্ষ কর এবং কীভাবে রৈখিক ভরবেগের নিত্যতার সূত্র কার্যকর হচ্ছে তা ব্যাখ্যা করতে পারবে।



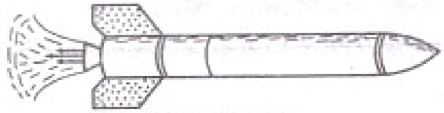
চিত্র ৪·১১

উদাহরণ ১। কামান থেকে গোলা ছুঁড়লে গোলাটি বেগে সামনে ছুটে যায়। গুলি ছোড়ার পূর্বে কামান ও গুলি ছিল ফলে ভরবেগ শূন্য ছিল। কিন্তু গুলি ছোড়ার পর গো একটি ভরবেগ প্রাপ্ত হয়। কামানটি গোলার ভরবেগের সমান বিপরীতমুখী একটি ভরবেগ লাভ করে। এই কারণেই কাম পেছন দিকে গতিপ্রাপ্ত হয় অর্থাৎ পিছু হটে [চিত্র ৪·১১]।

উদাহরণ ২। আরোহী নৌকা থেকে লাফিয়ে নামলে নৌকাটি পিছিয়ে যায়। লাফ দেবার আগে নৌকা ও আরোহী স্থির ছিল বলে ওদের মোট ভরবেগ শূন্য ছিল। সামনে লাফ দেওয়ায় আরোহী সচল হয়ে ভরবেগ লাভ করে। ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র অনুযায়ী মোট ভরবেগ শূন্য থাকে। তাই নৌকাটিতে সমান ও বিপরীতমুখী ভরবেগ সৃষ্টি হয়। ফলে নৌকাটি সচল হয়ে পিছিয়ে যায় [চিত্র ৪·১২]।

চিত্র ৪·১২

উদাহরণ ৩। জ্বালানি দহনের ফলে উৎপন্ন গ্যাস তীব্রবেগে পেছনের দিকে বেরিয়ে যায় বলে রকেট বা জেট যান সমান ভরবেগ নিয়ে সামনের দিকে এগিয়ে যায় [চিত্র ৪·১২(ক)।

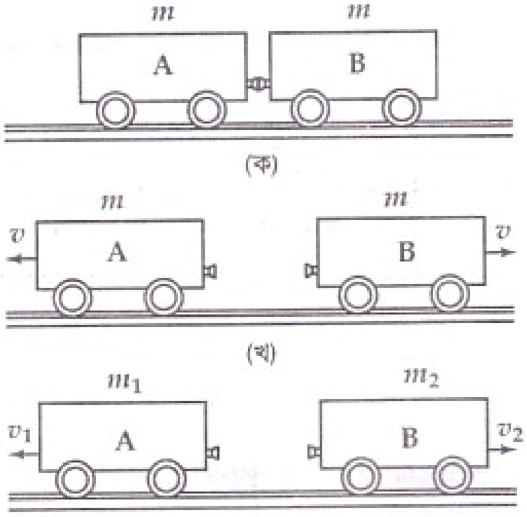


চিত্র ৪·১২(ক)

ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্রের সত্যতা যাচাই
Verification of Conservation Law

ক. পরীক্ষণ পদ্ধতি : ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্রটি যাচাই করার জন্য নিচের পরীক্ষণগুলি অনুশীলন কর।

পরীক্ষা–১। সমান ভরের দুটি খেলনা গাড়ি (A) ও (B) নাও। মনে কর এদের ভর $m_1 = m_2 = m$। একটি সংনমিত (compressed) স্প্রিংকে মধ্যে রেখে গাড়ি দুটিকে সুতো দিয়ে শক্ত করে বাঁধ [চিত্র ৪.১৩(ক)]। এবার একটি দেশলাই কাঠি জ্বেলে সুতোটিকে পুড়িয়ে দাও।



(ক)

(খ)

(গ)

চিত্র ৪·১৩

সুতা পোড়াবার পর স্প্রিংটি প্রসারিত হবে। ফলে গাড়ি দুটি পরস্পরের বিপরীত দিকে চলে যাবে এবং স্প্রিংটি মাটিতে পড়ে যাবে। গাড়ি দুটির বেগ পরিমাপ কর। দেখতে পাবে যে, এদের মান সমান [চিত্র ৪·১৩(খ)]।

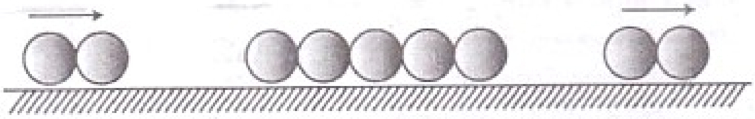
রেলের উপর চক দিয়ে আগে থেকে দুটি গাড়ির পেছন দিকে দুটি দাগ কেটে রাখলে ওদের মধ্যে দূরত্ব পেরোতে একটি গাড়ি কত সময় নেয় তা স্টপওয়াচ দিয়ে মাপা সহজ হবে। এক্ষেত্রে দূরত্বকে সময় দিয়ে ভাগ করে গাড়ির বেগ নির্ণয় কর।

এই পরীক্ষা ভরবেগের সংরক্ষণ নীতি সমর্থন করে। প্রথমে গাড়ি দুটি স্থির ছিল বলে ওদের মোট ভরবেগ শূন্য ছিল। বিপরীত দিকে যায় বলে একটি গাড়ির বেগ ধনাত্মক হলে অপরটির বেগ ঋণাত্মক হবে।

সুতরাং গতিশীল অবস্থায় গাড়ি দুটির মোট ভরবেগ = $mv - mv = 0$ = গাড়ি দুটির মোট প্রাথমিক ভরবেগ।

গাড়ি দুটির ভর m_1 ও m_2 বিবেচনা করলে [চিত্র ৪·১৩(গ)], আগের পদ্ধতিতে বেগ v_1 এবং v_2 পরিমাপ করলে দেখা যায় যে, m_1v_1 ও m_2v_2 সমান হয়। কিন্তু v_1 ও v_2-এর দিক বিপরীতমুখী হওয়ায় গাড়ি দুটির মোট ভরবেগ শূন্য থাকে।

পরীক্ষা–২ : সাতটি বা আটটি সমান ভরের বিলিয়ার্ড বল নিয়ে এই পরীক্ষাটি করতে পার। একটি মসৃণ টেবিলের উপর বলগুলিকে শ্রেণিবন্ধভাবে পরস্পরের সাথে ছুঁইয়ে একই সরলরেখায় রাখ [চিত্র ৪·১৪]। গড়িয়ে দিয়ে ঐ শ্রেণির যেকোনো প্রান্তে যদি আঘাত কর বলগুলির বিপরীত প্রান্তের একটি বল সমান বেগে সামনের দিকে গড়িয়ে যায়।



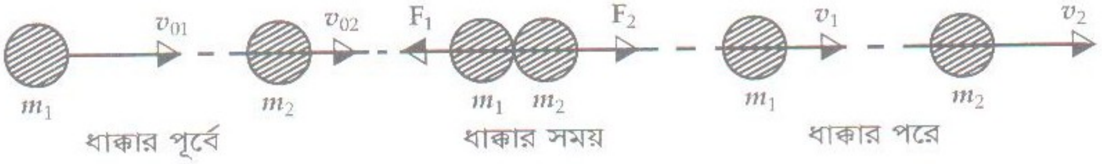
চিত্র ৪·১৪

দুটি বলকে একসাথে গড়িয়ে দিয়ে পরীক্ষাটি করলে দেখা যায়, সংঘর্ষের পর শ্রেণির বিপরীত প্রান্ত থেকে দুটি বল একই বেগে একসাথে সামনের দিকে গড়িয়ে যায়। অনুরূপভাবে তিনটি বল দিয়ে আঘাত করলে শ্রেণির অপর

প্রান্ত থেকে তিনটি বল গড়িয়ে যায় [চিত্র ৪.১৪]। স্বাভাবিকভাবে প্রশ্ন করা যায় যে, দুটি বলকে একসাথে গড়িয়ে দিয়ে আঘাত করলে অপর প্রান্ত থেকে একটি বল দ্বিগুণ বেগ নিয়ে গড়িয়ে যায় না কেন? এখানে যদিও ভরবেগের সংরক্ষণ নীতি মান্য হয়; কিন্তু যান্ত্রিক শক্তির সংরক্ষণ নীতি লঙ্ঘিত হয়।

খ. গাণিতিক পদ্ধতি : গাণিতিকভাবে ভরবেগের নিত্যতা বা সংরক্ষণশীলতা যাচাই করা যায়।

মনে করি কোনো একটি সরল রেখায় m_1 এবং m_2 ভরের দুটি বস্তুকণা যথাক্রমে $\vec{u_1}$ ও $\vec{u_2}$ বেগে একই দিকে চলছে [চিত্র ৪.১৫]। এখানে $\vec{u_1} > \vec{u_2}$। কোনো এক সময়ে প্রথম বস্তুকণাটি পেছনের দিক হতে দ্বিতীয় বস্তুকণাটিকে ধাক্কা দিল এবং এর পর বস্তুকণা দুটি একই সরলরেখায় ও একই দিকে যথাক্রমে $\vec{v_1}$ ও $\vec{v_2}$ বেগে চলতে লাগল।



চিত্র ৪.১৫

মনে করি ধাক্কাজনিত ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়ার কার্যকাল t। তা হলে

বস্তুকণা দুটির আদি ভরবেগের সমষ্টি $= m_1\vec{u_1} + m_2\vec{u_2}$

বস্তুকণা দুটির শেষ ভরবেগের সমষ্টি $= m_1\vec{v_1} + m_2\vec{v_2}$

ভরবেগের নিত্যতা সূত্রানুসারে প্রমাণ করতে হবে যে, $m_1\vec{u_1} + m_2\vec{u_2} = m_1\vec{v_1} + m_2\vec{v_2}$

প্রমাণ :

প্রথম বস্তুকণার ভরবেগের পরিবর্তনের হার $= \dfrac{m_1\vec{v_1} - m_1\vec{u_1}}{t}$

$=$ প্রতিক্রিয়া বল $= \vec{F_1}$

$=$ প্রথম বস্তুকণার উপর দ্বিতীয় বস্তুকণার প্রতিক্রিয়া বল।

দ্বিতীয় বস্তুকণার ভরবেগের পরিবর্তনের হার

$= \dfrac{m_2\vec{v_2} - m_2\vec{u_2}}{t}$ $=$ ক্রিয়া বল $= \vec{F_2}$

$=$ দ্বিতীয় বস্তুকণার উপর প্রথম বস্তুকণার প্রযুক্ত বল।

কিন্তু বস্তুকণা দুটির ভরবেগের পরিবর্তনের হার (অর্থাৎ ক্রিয়া বল ও প্রতিক্রিয়া বল) সমান ও বিপরীত। অর্থাৎ

$$\vec{F_2} = -\vec{F_1}$$

$$\therefore \quad \frac{m_2\vec{v_2} - m_2\vec{u_2}}{t} = -\frac{m_1\vec{v_1} - m_1\vec{u_1}}{t}$$

বা, $m_2\vec{v_2} - m_2\vec{u_2} = -m_1\vec{v_1} + m_1\vec{u_1}$

বা, $m_1\vec{u_1} + m_2\vec{u_2} = m_1\vec{v_1} + m_2\vec{v_2}$ .... $=$ একটি ধ্রুব ভেক্টর

$\therefore$ বস্তুকণা দুটির আদি ভরবেগের সমষ্টি $=$ বস্তুকণা দুটির শেষ ভরবেগের সমষ্টি।

অর্থাৎ $\sum m\vec{v} =$ ধ্রুব ভেক্টর। ... ... (4.13)

সুতরাং **দুটি বস্তুর মধ্যে ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়াজনিত বলের ফলে মোট ভরবেগের কোনো পরিবর্তন হয় না, একটি বস্তু যে পরিমাণ ভরবেগ হারায়, অপরটি ঠিক সমপরিমাণ ভরবেগ লাভ করে অর্থাৎ ধাক্কার আগে ও পরে মোট ভরবেগ একই থাকে।** অতএব ভরবেগের নিত্যতা সূত্রটি প্রমাণিত হলো।

গাণিতিক উদাহরণ

১। 4 kg ভরের একটি পাখি একটি আম গাছে বসে আছে। পাখিটিকে 200 ms^{-1} বেগে 200 g ভরের একটি বুলেট অনুভূমিকভাবে আঘাত করল। বুলেটটি পাখির মধ্যে রয়ে গেলে পাখিটির অনুভূমিক বেগ কত হবে নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

$$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2$$

বা, $4 \times 0 + 0{\cdot}02 \times 200 = 4 \times v_1 + 0{\cdot}02 \times 0$

বা, $0 + 4 = 4v_1 + 0$

বা, $4v_1 = 4$

$\therefore \quad v_1 = 1 \text{ ms}^{-1}$

এখানে,

পাখির ভর, $m_1 = 4 \text{ kg}$

গুলির ভর, $m_2 = 20 \text{ g} = \frac{20}{1000} \text{ kg} = 0{\cdot}02 \text{ kg}$

পাখির আদিবেগ, $u_1 = 0$

গুলির আদিবেগ, $u_2 = 200 \text{ ms}^{-1}$

পাখির শেষ বেগ, $v_1 = ?$

গুলির শেষ বেগ, $v_2 = 0$

২। 40 kg ও 60 kg ভরের দুটি বস্তু যথাক্রমে 10 ms^{-1} ও 5 ms^{-1} বেগে পরস্পর বিপরীত দিক থেকে অল্প সময় একে অপরকে ধাক্কা দিল। ধাক্কার পর বস্তুদ্বয় একত্রে যুক্ত হয়ে কত বেগে চলবে ?

প্রথম বস্তুর বেগ ধনাত্মক বিবেচনা করলে দ্বিতীয় বস্তুর বেগ ঋণাত্মক।

আমরা জানি, $m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \text{(i)}$

মনে করি, যুক্ত অবস্থায় বস্তুদ্বয়ের বেগ $= v$

অর্থাৎ $v_1 = v_2 = v$ হলে, $m_1u_1 + m_2u_2 = v(m_1 + m_2)$

$40 \times v + 60v = 40 \times 10 + 60\,(-5)$

বা, $100v = 400 - 300$

বা, $100v = 100$

$\therefore \quad v = 1 \text{ ms}^{-1}$

এখানে,

$m_1 = 40 \text{ kg}$

$m_2 = 60 \text{ kg}$

$u_1 = 10 \text{ ms}^{-1}$

$u_2 = -5 \text{ ms}^{-1}$

$v_1 = v_2 = v$

নিউটনের গতির তৃতীয় সূত্র ও ভরবেগের নিত্যতা

Newton's Third Law of Motion and Conservation of Momentum

নিউটনের তৃতীয় সূত্র ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া ছাড়া আর কিছুই নয়। একটি বস্তু যখন অন্য একটি বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করে তখন দ্বিতীয় বস্তুটিও প্রথম বস্তুর উপর একটি সমান ও বিপরীতমুখী বল প্রয়োগ করে। প্রথম বস্তু দ্বিতীয় বস্তুর উপর যে বল প্রয়োগ করে তাকে যদি ক্রিয়া (Action) ধরা হয়, তবে দ্বিতীয় বস্তু কর্তৃক প্রথম বস্তুটির উপর প্রযুক্ত বলকে প্রতিক্রিয়া (Reaction) বলা হয়।

দুটি বস্তু স্থির থাকুক বা গতিশীল হোক একে অপরকে স্পর্শ করুক বা পরস্পর থেকে দূরে থাকুক নিউটনের তৃতীয় সূত্র সকল ক্ষেত্রে প্রযোজ্য হবে।

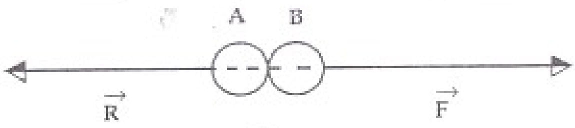
ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া সম্পর্ক কার্যকারণ সম্পর্ক নয়। ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া একে অপরের সরণে বা পরে ক্রিয়াশীল হয় না। বল দুটি সব সময় একসঙ্গে ক্রিয়া করে। ক্রিয়া যতক্ষণে স্থায়ী হয়, প্রতিক্রিয়াও ঠিক ততক্ষণ স্থায়ী হয়। ক্রিয়া বন্ধ হলে প্রতিক্রিয়াও বন্ধ হয়ে যায়।

প্রকৃতিতে বল সকল সময় জোড়ায় জোড়ায় ক্রিয়া করে। প্রকৃতিতে একক বিচ্ছিন্ন বল বলে কিছু থাকতে পারে না। আমরা যখন বলি, একটি বল ক্রিয়া করছে আসলে দুটি ক্রিয়াশীল বলের মধ্যে একটির কথা বলি। এই দুটি বল একে অপরের পরিপূরক।

উপরিউক্ত আলোচনা হতে নিউটনের গতির তৃতীয় সূত্র সম্বন্ধে একটি ধারণা পাওয়া যায়। সূত্রটি হলো :

প্রত্যেক ক্রিয়ার একটি সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়া রয়েছে। অর্থাৎ **প্রত্যেক ক্রিয়ামূলক বলের একটি সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়ামূলক বল রয়েছে।** এই সূত্রকে বস্তুসমূহের মধ্যে বলের পারস্পরিক ক্রিয়ার সূত্র বলা হয়। কাজেই ক্রিয়ামূলক বল $\vec{F}$ ও প্রতিক্রিয়ামূলক বল $\vec{R}$ হলে, $\vec{F} = -\vec{R}$

ব্যাখ্যা : নিউটনের তৃতীয় সূত্রানুসারে যদি একটি বস্তু A অপর একটি বস্তু B-এর উপর বল প্রয়োগ ক তা হলে B বস্তুও A বস্তুর উপর সমান ও বিপরীতমুখী বল প্রয়োগ করবে [চিত্র ৪˙১৬]।



চিত্র ৪˙১৬

A-এর দ্বারা প্রযুক্ত বল হলো ক্রিয়া এ B-এর দ্বারা প্রযুক্ত বল হলো প্রতিক্রিয়া। কাজে ক্রিয়া $\vec{F}$ ও প্রতিক্রিয়া $\vec{R}$ হলে, $\vec{F} = -\vec{R}$

ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া দুটি ভিন্ন বস্তুর উপর প্রযুক্ত হয়। ক্রিয়া না থাকলে প্রতিক্রিয়াও থাকে না। ক্রিয়া প্রতিক্রিয়া বলের কার্যকাল t হলে $\vec{F} \times t = -\vec{R} \times t$ ... ... (4.14)

অর্থাৎ , ক্রিয়াজনিত বলের ঘাত = —প্রতিক্রিয়াজনিত বলের ঘাত।

এটি স্থির বা গতিশীল যে-কোনো বস্তুর ক্ষেত্রে সমভাবে প্রযোজ্য।

নিচে কয়েকটি উদাহরণের সাহায্যে নিউটনের গতির তৃতীয় সূত্র এবং ভরবেগের নিত্যতা ব্যাখ্যা করা হলো

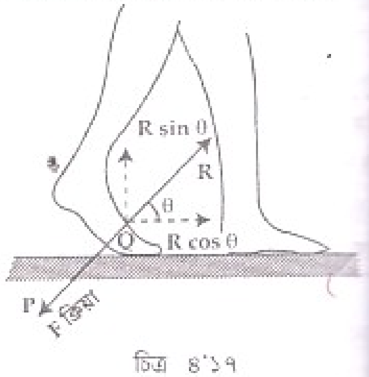
উদাহরণ :

টেবিলের উপর বই থাকা : একটি টেবিলের উপর বই রাখা হলে বই-এর ওজন টেবিলের উপর লম্ব চাপ প্রয়োগ করবে। এটিই ক্রিয়া। নিউটনের গতির তৃতীয় সূত্রানুসারে টেবিল বই-এর উপর উপরের দি সমপরিমাণ বল প্রয়োগ করবে। এটি হলো প্রতিক্রিয়া। ক্রিয়া এবং প্রতিক্রিয়া সমান ও বিপরীত হওয়ায় বইটি টেবি উপর সাম্যাবস্থায় থাকে।

বন্দুক হতে গুলি ছোঁড়া : যখন বন্দুক হতে শিকারী গুলি ছোঁড়ে তখন সে পেছন দিকে একটা ধাক্কা অনু করে। প্রাথমিক অবস্থায় বন্দুক ও গুলি উভয়েরই বেগ শূন্য থাকে। ফলে তাদের মিলিত ভরবেগ শূন্য থাকে। ছোঁড়া হলে তা সামনের দিকে একটা ভরবেগ প্রাপ্ত হয়। নিউটনের তৃতীয় সূত্রানুসারে বন্দুকটি গুলির সমান বিপরীত ভরবেগ প্রাপ্ত হবে অর্থাৎ বন্দুকটি সমান ভরবেগে পেছনের দিকে যাবে এবং শিকারী পেছন দিকে অনুভব করবে।

নৌকা থেকে লাফ দেয়া : যখন আরোহী নৌকা হতে নদীর পাড়ে লাফিয়ে পড়ে, তখন নৌকাটিকে পে ছুটে যেতে দেখা যায়। আরোহী নৌকার উপর যে বল প্রয়োগ করে তাতে নৌকাটি পেছনে যায়। নিউটনের তৃ সূত্রানুসারে নৌকাও আরোহীর উপর সমান ও বিপরীতমুখী বল প্রয়োগ করে। ফলে আরোহী তীরে পৌছায়।

পায়ে হাঁটা : আমরা যখন পায়ে হেঁটে চলি তখন সামনের পা মাটির উপর লম্বভাবে নিচের দিকে একটা বল প্রয়োগ করে। এর নাম ক্রিয়া। মাটিও সামনের পায়ের তলার উপর সমান ও বিপরীতমুখী বল প্রয়োগ করে। এর নাম প্রতিক্রিয়া। ক্রিয়া এবং প্রতিক্রিয়া সমান এবং বিপরীত হওয়ায় সামনের পা স্থির থাকে। কিন্তু পেছনের পা মাটির উপর Q বিন্দুতে তির্যকভাবে $\vec{F}$ পরিমাণ বল QP বরাবর ক্রিয়া করে [চিত্র ৪˙১৭]। এই বল অনুভূমিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে। নিউটনের তৃতীয় সূত্রানুসারে মাটি পায়ের তলার উপর সমান ও বিপরীতমুখী প্রতিক্রিয়া বল প্রয়োগ করে। মনে করি প্রতিক্রিয়া বল $\vec{R}$। ফলে $\vec{R} = -\vec{F}$। প্রতিক্রিয়া বলের অনুভূমিক অংশক $R \cos \theta$ আমাদেরকে সাম দিকে এগিয়ে নেয় এবং উল্লম্ব অংশক $R \sin \theta$ শরীরের ওজন বহন করতে সাহায্য করে।



চিত্র ৪˙১৭

কিন্তু পিচ্ছিল পথে চলা শক্ত হয়। কারণ পথ পিচ্ছিল হলে মাটির উপর যথেষ্ট বল প্রয়োগ করা পারে সম্ভব হয় না। ফলে পায়ের উপর মাটির প্রতিক্রিয়া বল এবং সাথে সাথে প্রতিক্রিয়া বলের অনুভূমিক অং হয়। এজন্যে পিচ্ছিল পথে চলা শক্ত হয়। মার্বেলের তৈরি মেঝে, বালুকাময় রাস্তায় হাঁটতে একই সমস্যা।

কাজ : যখন ব্যাট দিয়ে বলকে আঘাত কর তখন বলের উপর ব্যাটের ক্রিয়ার ফলে বলটি সামনে যায় এবং উপর বলের সমান ও বিপরীতমুখী প্রতিক্রিয়ার ফলে ব্যাটও খানিকটা পেছনে সরে যায়। —কারণ ব্যাখ্যা কর

নিউটনের গতিসূত্র ও ভরবেগের নিত্যতার গাণিতিক ব্যাখ্যা
Newton's third law and Mathematical Explanation of Conservation of Momentum

নিউটনের গতির প্রথম সূত্র থেকে আমরা জানি যে, কোনো বস্তুর উপর প্রযুক্ত বল যদি শূন্য হয়, তাহলে বস্তুটি সরল পথে ধ্রুব বেগে চলতে থাকে। সময়ের সাপেক্ষে বেগ $\vec{v}$ যদি ধ্রুব হয়, তাহলে ভরবেগও $\left(\vec{P} = m\vec{v}\right)$ সময়ের সাপেক্ষে ধ্রুব থাকে।

সূত্র : যখন কোনো ব্যবস্থার উপর প্রযুক্ত বাহ্যিক বল শূন্য হয়, তখন ব্যবস্থাটির মোট ভরবেগ সংরক্ষিত থাকে।

মনে করি m_1 ও m_2 ভরের দুটি বস্তু আছে। এই বস্তু সমষ্টির উপর বাহ্যিক কোনো বল প্রযুক্ত হচ্ছে না। অতএব বস্তু দুটি কেবলমাত্র পারস্পরিক ক্রিয়া-প্রতিক্রিয়া বলের প্রভাবে চলছে। যদি m_1 এর উপর m_2 দ্বারা প্রযুক্ত বল F_1 হয় তাহলে নিউটনের তৃতীয় সূত্র অনুযায়ী m_2 এর উপর m_1 এর সমান ও বিপরীতমুখী বল F_2 প্রয়োগ করবে অর্থাৎ

$$F_1 = -F_2 \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (4.15)$$

ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া বল একই সময় ধরে প্রযুক্ত হয়।

মনে করি m_1 ও m_2 ভরের বস্তু দুটির ভরবেগ যথাক্রমে P_1 এবং P_2। অতএব নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র অনুযায়ী

$$F_1 = \frac{dP_1}{dt} \text{ এবং } F_2 = \frac{dP_2}{dt}$$

∴ সমীকরণ (4.15) থেকে পাই,

$$\frac{dP_1}{dt} = -\frac{dP_2}{dt} \qquad \text{বা, } \frac{dP_1}{dt} + \frac{dP_2}{dt} = 0$$

$$\text{বা, } \frac{d}{dt}(P_1 + P_2) = 0 \qquad \therefore \; P_1 + P_2 = \text{ধ্রুবক।}$$

অর্থাৎ বাহ্যিক বল প্রযুক্ত না হলে ভরবেগ ধ্রুব থাকে। **এটাই ভরবেগের সংরক্ষণ নীতি।**

উপরের আলোচনা হতে আমরা যে সকল বিষয় জানতে পেরেছি তা হলো :

(১) নীতিটি প্রতিপাদন করার সময় ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া বলের প্রকৃতি নিয়ে আলোচনা করা হয় নি।

(২) এই নীতি যেকোনো ধরনের পারস্পরিক ক্রিয়ার ক্ষেত্রে প্রযোজ্য।

(৩) ভরবেগ একটি ভেক্টর রাশি। অর্থাৎ এই নীতি অনুযায়ী বিচ্ছিন্ন বস্তু সমষ্টির ভরবেগের পরিবর্তন কেবলমাত্র বাইরে থেকে বল প্রয়োগ দ্বারাই করা যায়।

(৪) এ নীতির সাহায্যে একাধিক বস্তুর মধ্যে পারস্পরিক ক্রিয়া সম্পর্কে জটিল সমস্যার সমাধান করা যায়।

হাতে কলমে কাজ: তুমি রিকসার উপর বসে রিকসার চালককে রিকসা চালাতে বলো। রিকসা চলতে থাকবে। এখন তোমার রিকসা সমতল রাস্তা থেকে যখন উঁচু রাস্তার দিকে চলবে তখন রিকসার গতি কমে যাবে। এবার তুমি গদি থেকে ওঠে দাঁড়িয়ে জোরে সামনের দিকে শরীরকে এগিয়ে নিয়ে রিকসার গদিতে বল প্রয়োগ করে বস। রিকসা সামনের দিকে আগের চেয়ে বেশি জোরে চলবে কেন? ব্যাখ্যা কর।

উঁচু রাস্তার কারণে রিকসার বেগ কমে যায়, ফলে ভরবেগও কমে যায়। পুনরায় রিকসায় বল প্রয়োগ করার কারণে ভরবেগ সৃষ্টি হয়। ফলে রিকসা সামনে এগিয়ে যাবে। কিন্তু মোট ভরবেগ সংরক্ষিত হয়।

গাণিতিক উদাহরণ

১। 6 kg ভরের একটি বন্দুক হতে 0·01 kg ভরের একটি গুলি 300 ms^{-1} বেগে বের হয়ে গেল। বন্দুকের পশ্চাৎ বেগ নির্ণয় কর।

মনে করি বন্দুকের পশ্চাৎ বেগ = V

ভরবেগের নিত্যতা সূত্র হতে আমরা পাই,

$$Mv = mV \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (i)$$

এখানে, $M = 6\,\text{kg}$
$m = 0{\cdot}01\,\text{kg}$
$V = 300\,\text{ms}^{-1}$
$v = ?$

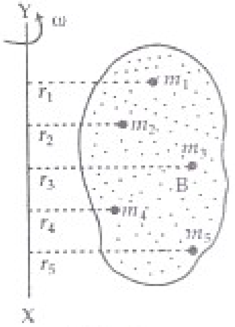
∴ সমীকরণ (i) হতে পাই, $v = \dfrac{mV}{M} = \dfrac{0{\cdot}01\,\text{kg} \times 300\,\text{ms}^{-1}}{6\,\text{kg}} = 0{\cdot}5\,\text{ms}^{-1}$

৪.৮ জড়তার ভ্রামক ও কৌণিক ভরবেগ

Moment of Inertia and Angular Momentum

জড়তার ভ্রামক (Moment of Inertia) : যখন কোনো দৃঢ় বস্তু একটি নির্দিষ্ট অক্ষে আবদ্ধ থাকে, ত ঐ বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করলে, আবদ্ধ থাকার কারণে বস্তুটি সরলরেখায় চলতে পারে না। বস্তুটি অ চারদিকে ঘুরে এবং বস্তুর প্রতিটি কণার কৌণিক সরণ হয়। অক্ষের সাপেক্ষে বস্তুর এ ধরনের গতিকে ঘূর্ণন আবর্ত গতি বলে। অক্ষ বস্তুর ভেতরে বা বাইরে থাকতে পারে।

একটি দৃঢ় বস্তু কোনো একটি স্থির অক্ষের চারদিকে আবর্তিত হতে থাকলে ঐ অক্ষের সাপেক্ষে বস্তু জড়তার ভ্রামক বলতে অক্ষ হতে প্রতিটি কণার দূরত্বের বর্গ ও কণাটির ভরের গুণফলের সমষ্টিকে বুঝায়। 02-06



চিত্র ৪.১৮

ব্যাখ্যা : মনে করি B একটি দৃঢ় বস্তু [চিত্র ৪.১৮]। এটি এ নির্দিষ্ট অক্ষ XY-এর চারদিকে ω সমকৌণিক বেগে ঘুরছে। যদি বস্ত $m_1, m_2, m_3 \ldots\ldots\ldots m_n$ ভরের অসংখ্য বস্তুকণার সমষ্টি হয় এ ভরগুলো ঘূর্ণন অক্ষ হতে যথাক্রমে $r_1, r_2, r_3 \ldots\ldots\ldots r_n$ দূরে অবস্থিত তাহলে সংজ্ঞানুসারে ঐ অক্ষ সাপেক্ষে,

প্রথম কণার জড়তার ভ্রামক $= m_1 r_1^2$

দ্বিতীয় কণার জড়তার ভ্রামক $= m_2 r_2^2$

তৃতীয় কণার জড়তার ভ্রামক $= m_3 r_3^2$

ও n-তম কণার জড়তার ভ্রামক $= m_n r_n^2$

অতএব, সংজ্ঞানুসারে সমগ্র বস্তুটির ঐ অক্ষ সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক,

$$\begin{aligned} \mathrm{I} &= m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \ldots\ldots\ldots m_n r_n^2 \\ &= \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (4.16) \end{aligned}$$

$\left[\sum_{i=1}^{n} \right.$ চিহ্ন দ্বারা রাশিগুলোর সমষ্টি বুঝানো হয়েছে। $\left. \right]$

সমাকলনের সাহায্যে জড়তার ভ্রামক নিম্নোক্তভাবে প্রকাশ করা যায়,

$$\mathrm{I} = \int r^2 dm \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (4.17)$$

এখানে dm হচ্ছে বস্তুটির অতি ক্ষুদ্র অংশের ভর এবং r হচ্ছে ঘূর্ণন অক্ষ হতে ঐ ক্ষুদ্র অংশটির দূরত্ব।

জড়তার ভ্রামকের একক ও মাত্রা সমীকরণ (Unit and dimension of moment of inertia) :

এম. কে. এস. ও এস. আই. পদ্ধতিতে জড়তার ভ্রামকের একক কিলোগ্রাম-মিটার^2 (kg-m^2)। ০৫-০৬

এর মাত্রা সমীকরণ $[\mathrm{I}] = [$ ভর $\times$ দূরত্ব$^2] = [\mathrm{ML}^2]$

চক্রগতির ব্যাসার্ধ

Radius of gyration

কোনো দৃঢ় বস্তুর মোট ভরকে যদি একটি নির্দিষ্ট বিন্দুতে কেন্দ্রীভূত ধরা হয় যাতে একটি নি অক্ষের সাপেক্ষে ঐ কেন্দ্রীভূত বস্তুকণার জড়তার ভ্রামক অক্ষ সাপেক্ষে সমগ্র দৃঢ় বস্তুর জড়তার ভ্রাম সমান হয় তাহলে লেখা যায়,

$$\mathrm{I} = \sum mr^2 = \mathrm{MK}^2 \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (4.18)$$

এখানে, $\mathrm{M} = \sum m =$ সমগ্র বস্তুটির ভর

এবং $\mathrm{K} =$ ঘূর্ণন অক্ষ হতে যে বিন্দুতে সমগ্র ভর কেন্দ্রীভূত আছে, ঐ বিন্দুর দূরত্ব।

K-কে চক্রগতির ব্যাসার্ধ বলা হয়।

অতএব, চক্রগতির ব্যাসার্ধের নিম্নোক্ত সংজ্ঞা দেয়া যায় :

সংজ্ঞা : যদি কোনো দৃঢ় বস্তুর একটি নির্দিষ্ট বিন্দু যেখানে বস্তুটির সমস্ত ভর কেন্দ্রীভূত আছে হয় এবং ঘূর্ণন অক্ষ সাপেক্ষে ঐ বিন্দুতে জড়তার ভ্রামক সমগ্র বস্তুটির জড়তার ভ্রামকের সমান হয়, অক্ষ হতে ঐ বিন্দুর দূরত্বকে চক্রগতির ব্যাসার্ধ বলা হয়।

সমীকরণ (4.18) হতে পাই, $\mathrm{K} = \sqrt{\dfrac{\mathrm{I}}{\mathrm{M}}} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (4.1$

নির্দিষ্ট অক্ষের সাপেক্ষে কোনো বস্তুর চক্রগতির ব্যাসার্ধ 0·2 m বলতে বুঝায় যে ঐ অক্ষ হতে 0·2 m দূরে বস্তুটির সমগ্র ভর কেন্দ্রীভূত আছে বিবেচনা করে জড়তার ভ্রামক নির্ণয় করলে বস্তুটির মোট জড়তার ভ্রামক পাওয়া হবে।

কৌণিক ভরবেগ
Angular Momentum

সংজ্ঞা : ঘূর্ণনরত কোনো বস্তুকণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর ও রৈখিক ভরবেগের ভেক্টর গুণফলকে কৌণিক ভরবেগ বলে।

ব্যাখ্যা : মনে করি $\vec{r}$ = ঘূর্ণন কেন্দ্রের সাপেক্ষে কোনো বস্তুকণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর

এবং $\vec{P}$ = বস্তুর রৈখিক ভরবেগ অতএব, সংজ্ঞানুসারে বস্তুটির কৌণিক ভরবেগ

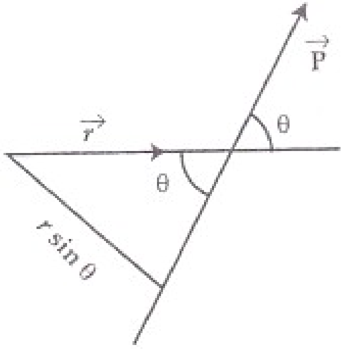
$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.20)$$

এটি একটি ভেক্টর রাশি।

মান ও দিক : কৌণিক ভরবেগের মান, $L = rP \sin\theta$

এখানে θ হচ্ছে $\vec{r}$ ও $\vec{P}$-এর মধ্যবর্তী কোণ [চিত্র ৪'১৯]। ঘূর্ণন কেন্দ্র হতে ভরবেগের ক্রিয়ারেখার লম্ব দূরত্ব হচ্ছে $r \sin\theta$। অতএব, কোনো বস্তুকণার ভরবেগ ও ঘূর্ণন কেন্দ্র হতে ভরবেগের ক্রিয়া রেখার লম্ব দূরত্বের গুণফল কৌণিক ভরবেগের মান নির্দেশ করে।

$\vec{r}$ ও $\vec{P}$ যে তলে অবস্থিত $\vec{L}$ এর দিক হবে ঐ তলের লম্ব বরাবর। ক্রস গুণনের নিয়ম দ্বারা $\vec{L}$-এর দিক নির্ধারিত হবে।



চিত্র ৪'১৯

অনুসিদ্ধান্ত : কণাটি বৃত্তাকার পথে বৃত্তের কেন্দ্রের সাপেক্ষে গতিশীল হলে, $\vec{r}$ ও $\vec{P}$-এর মধ্যবর্তী কোণ θ = 90°। সেক্ষেত্রে

$$L = rP \sin\theta = rP = r(mv) = mr\,(r\,\omega) = mr^2\omega \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.21)$$

একক ও মাত্রা সমীকরণ : এম. কে. এস. ও এস. আই. পদ্ধতিতে কৌণিক ভরবেগের একক হচ্ছে kgm^2s^{-1} এবং মাত্রা সমীকরণ

$$[L] = [\text{ভরবেগ} \times \text{দূরত্ব}] = [MLT^{-1}\,L] = [ML^2T^{-1}]$$

কৌণিক ভরবেগ এবং কৌণিক বেগের মধ্যে সম্পর্ক
Relation between angular momentum and angular velocity

মনে করি একটি বস্তু ω কৌণিক বেগে একটি অক্ষের চারদিকে ঘুরছে। বস্তুটি অনেকগুলো বস্তুকণার সমষ্টি হলে আমরা লিখতে পারি,

$$L = l_1 + l_2 + l_3 + \ldots\ldots + l_n \qquad [\text{ এখানে } l_1,\ l_2 \ldots\ldots l_n \text{ পরস্পর সমান্তরাল।}]$$

$$\begin{aligned}
\text{বা,}\quad L &= r_1p_1 + r_2p_2 + r_3p_3 + \ldots\ldots + r_np_n \\
&= r_1m_1v_1 + r_2m_2v_2 + \ldots\ldots + r_nm_nv_n \\
&= r_1m_1\omega r_1 + r_2m_2\omega r_2 + \ldots\ldots\ldots \\
&= m_1r_1^2\omega + m_2r_2^2\omega + \ldots\ldots\ldots \\
&= \omega\,\Sigma\,mr^2 \\
&= I\omega
\end{aligned}$$

অর্থাৎ

$$L = I\omega \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.22)$$

এটি হলো কৌণিক ভরবেগ এবং কৌণিক বেগের সম্পর্ক। উক্ত সম্পর্ক হতে কৌণিক ভরবেগের অপর এক সংজ্ঞা দেয়া যেতে পারে।

সংজ্ঞা : ঘূর্ণন অক্ষ সাপেক্ষে কোনো একটি বস্তুর জড়তার ভ্রামক এবং কৌণিক বেগের গুণফল কৌণিক ভরবেগ বলে।

চিত্র ৪·২০

কৌণিক ভরবেগের ভেক্টর রূপ : কৌণি ভরবেগ একটি ভেক্টর রাশি। এই ভেক্টরের অভিমুখ ঘূর্ণা বরাবর। একটি দক্ষিণাবর্তী স্ক্রুকে কণার আবর্তনে দিকে ঘোরালে স্ক্রুটি যেদিকে অগ্রসর হয় কৌণি ভরবেগ ভেক্টর সেদিকে ক্রিয়া করে [চিত্র ৪·২০]।

গাণিতিক উদাহরণ

১। একটি ধাতব গোলকের ভর 6 g। এটিকে 3 m দীর্ঘ একটি সুতার এক প্রান্তে বেঁধে প্রতি সেকেন্ডে বার ঘুরানো হচ্ছে। এর কৌণিক ভরবেগ কত ?

আমরা জানি,

$$L = I\omega$$

এবং $I = mr^2$

$$\therefore \quad L = mr^2 \times \omega = mr^2 \frac{2\pi}{T} \left(\because \omega = \frac{2\pi}{T} \right)$$

$$= \frac{0{\cdot}006 \times (3)^2 \times 2 \times 3{\cdot}14}{0{\cdot}25}$$

$$= 1{\cdot}356 \text{ kg m}^{-2}\text{s}^{-1}$$

এখানে,

গোলকের ভর, $m = 6 \text{ g} = 0{\cdot}006 \text{ kg}$

সুতার দৈর্ঘ্য বা

বক্রপথের ব্যাসার্ধ, $r = 3 \text{ m}$

প্রতি সেকেন্ডে ঘূর্ণন সংখ্যা, $n = 4 \text{ c/s}$

$$\therefore \quad T = \frac{1}{n} = \frac{1}{4} \text{s}^{-1} = 0{\cdot}25 \text{ s}^{-1}$$

কৌণিক ভরবেগ, $L = ?$

২। একটি চাকার ভর 5 kg এবং চক্রগতির ব্যাসার্ধ 25 cm। এর জড়তার ভ্রামক কত? চাকা 4 rad s^{-2} কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করতে কত মানের টর্ক প্রয়োগ করতে হবে ?

আমরা জানি,

$$I = MK^2$$

$$\therefore \quad I = 5 \times (0{\cdot}25)^2$$

$$= 0{\cdot}3125 \text{ kg-m}^2$$

এখানে,

$M = 5 \text{ kg}$

$K = 25 \text{ cm} = 0{\cdot}25 \text{ m}$

$I = ?$

আবার, $\tau = I\alpha$

$$\therefore \quad \tau = 0{\cdot}3125 \times 4$$

$$= 1{\cdot}25 \text{ N-m}$$

এখানে,

$I = 0{\cdot}3125 \text{ kg-m}^2$

$\alpha = 4 \text{ rads}^{-2}$

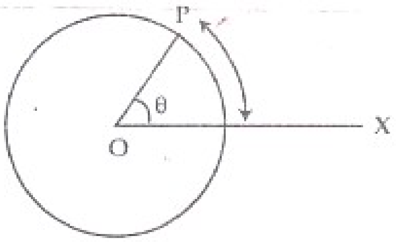
$\tau = ?$

৪·৯ কৌণিক ভরবেগ সংক্রান্ত রাশিমালা
Terms Related to Angular Momentum

কৌণিক সরণ
Angular displacement

মনে করি, এই বইয়ের পাতার মতো যেকোনো একটি সমতলের উপর একটি কণা কোনো নির্দিষ্ট বিন্দু এর চারদিকে বৃত্ত পথে ঘুরছে। এখানে ঘূর্ণাক্ষ বৃত্তের কেন্দ্র O বিন্দু দিয়ে যাবে এবং বৃত্তের তলের সঙ্গে লম্ব হ

চিত্র ৪'২১]। যেকোনো মুহূর্তে কণাটির অবস্থান জানার জন্য ঐ সমতলে একটি স্থির সরলরেখা OX কল্পনা করতে হয়। OX কে নির্দেশ রেখা (reference line) বলে।



চিত্র ৪'২১

কণাটি নির্দেশ রেখা অতিক্রম করার মুহূর্ত থেকে সময় গণনা শুরু করলে মনে করি, t সময় পর কণাটির অবস্থান হলো P। স্পষ্টত OP ব্যাসার্ধ OX রেখার সঙ্গে যে θ কোণ উৎপন্ন করে তা জানলেই কণাটির অবস্থান সম্পূর্ণরূপে জানা যায়। θ কোণকে কণার কৌণিক সরণ (angular displacement) বলে। OP ব্যাসার্ধ ভেক্টর।

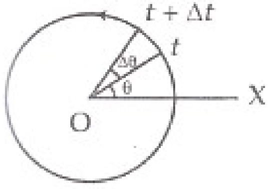
সংজ্ঞা : বৃত্তীয় গতিতে সচল কণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর কোনো নির্দিষ্ট সময়ের অবকাশে যে কোণে সরে যায়, তাকে ঐ সময়ের অবকাশে কণাটির কৌণিক সরণ বলে।

রেডিয়ান এককে প্রকাশ করলে কৌণিক সরণ θ এর সঙ্গে সংশ্লিষ্ট বৃত্তের চাপ s-এর সম্পর্ক খুবই সরল হয়। বৃত্তের ব্যাসার্ধ r হলে লেখা যায়, $\theta = \frac{s}{r}$ … … … (4.23)

কৌণিক বেগ ০৬-০১-০২

Angular velocity

রৈখিক গতির মতো কৌণিক গতিও সম বা অসম (ত্বরিত) হতে পারে। **কৌণিক গতি অসম হলে কৌণিক সরণ এবং অতিক্রান্ত সময়ের অনুপাতকে কণার গড় কৌণিক বেগ (average angular velocity) বলে।** একে ω অক্ষর দিয়ে প্রকাশ করা হয়। কৌণিক বেগ ধনাত্মক বা ঋণাত্মক হতে পারে। কৌণিক সরণের মতো একই রীতি এখানে অনুসরণ করা হয়।



চিত্র ৪'২২

অতি ক্ষুদ্র সময়ের অবকাশ Δt তে কণার কৌণিক সরণ $\Delta\theta$ হলে [চিত্র ৪'২২] ঐ সময়ের অবকাশে কণার গড় কৌণিক বেগ হবে

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \qquad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.24)$$

কোনো নির্দিষ্ট মুহূর্তে কৌণিক বেগ জানতে হলে সময়ের অবকাশকে ক্ষুদ্র থেকে ক্ষুদ্রতর করতে হয়। সময়ের অবকাশের সীমাস্থ মান শূন্য হলে ঐ অবকাশে গড় কৌণিক বেগ তাৎক্ষণিক কৌণিক বেগের (instantaneous angular velocity) সমান হয়। সুতরাং, অতি ক্ষুদ্র সময়ে কৌণিক সরণের পরিবর্তনের তাৎক্ষণিক হারকে তাৎক্ষণিক কৌণিক বেগ (ω) বলে।

অর্থাৎ $\omega = \underset{\Delta t \to 0}{\mathrm{Lt}} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$

সাধারণত কৌণিক বেগ বলতে তাৎক্ষণিক কৌণিক বেগ বোঝায়।

কৌণিক বেগের মান স্থির থাকলে বৃত্তীয় গতিকে সমবৃত্তীয় গতি (uniform circular motion) বলে। সমবৃত্তীয় গতির ক্ষেত্রে t সময়ে কৌণিক সরণ θ হলে কৌণিক বেগের মান হয়

$$\omega = \frac{\theta}{t} \text{ অথবা } \theta = \omega t \qquad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.25)$$

এই সমীকরণটি সমরৈখিক গতির সমীকরণ $s = vt$-এর অনুরূপ।

একক : সাধারণত কৌণিক বেগকে রেডিয়ান/সেকেন্ড (radian/sec বা সংক্ষেপে rad/s) এককে প্রকাশ করা হয়। যন্ত্রবিদ্যা বা ইঞ্জিনিয়ারিং-এ আরেকটি একক প্রচলিত আছে। এর নাম আবর্তন/মিনিট (revolution per minute, সংক্ষেপে rpm)।

কৌণিক বেগের মাত্রা : $[\omega] = \left[\frac{\text{রৈখিক বেগ}}{\text{ব্যাসার্ধ}}\right] = \frac{[LT^{-1}]}{[L]} = [T^{-1}]$

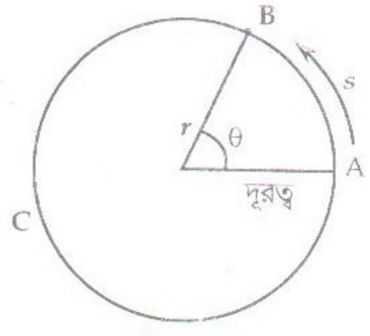
একবার পূর্ণ আবর্তন করতে কণার যে সময় লাগে তাকে **পর্যায়কাল** (time period) বলে। একটি পূর্ আবর্তন বলতে 2π রেডিয়ান কৌণিক সরণ বোঝায়। সুতরাং পর্যায়কাল T হলে (4.25) সমীকরণ অনুযায়ী

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T}} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.26)$$

$\frac{1}{T}$ একক সময়ে পূর্ণ আবর্তনের সংখ্যা বোঝায়। একে **কম্পাঙ্ক** (frequency) বলে। কম্পাঙ্ককে 'n' দিয়ে সূচিত করলে আমরা পাই, $\boxed{\omega = 2\pi n}$ ... ... (4.27)

৪.১০ কৌণিক বেগ ও রৈখিক বেগের মধ্যে সম্পর্ক
Relation between angular velocity and linear velocity

আমরা জানি, রৈখিক পথে নির্দিষ্ট দিকে কোনো একটি বস্তুর প্রতি সেকেন্ডের রৈখিক সরণই রৈখিক বেগ এবং বৃত্তাকার পথে কোনো একটি বস্তুর প্রতি সেকেন্ডের কৌণিক সরণই কৌণিক বেগ। রৈখিক বেগকে v_0 অথবা v এবং কৌণিক বেগকে ω দ্বারা প্রকাশ করা হয়। রৈখিক বেগ এবং কৌণিক বেগের সম্পর্কজনিত সমীকরণটি এখন প্রতিপাদন করা হবে।



চিত্র ৪.২৩

মনে করি একটি বস্তুকণা r ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্তের পরিধি বরাবর ω সমকৌণিক বেগে ঘুরছে [চিত্র ৪.২৩]। যদি T সেকেন্ডে কণাটি বৃত্তের সম্পূর্ণ পরিধি একবার ঘুরে আসে তবে কৌণিক বেগের সংজ্ঞানুসারে,

$$\boxed{\omega = \frac{\text{কৌণিক দূরত্ব}}{\text{সময়}} = \frac{2\pi}{T}}$$

$$\text{বা, } \boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.28)$$

এখন যদি বৃত্তাকার পথে না ঘুরে কণাটি v বেগে একই সময়ে সরলরেখায় বৃত্তের পরিধির সমান পথ T সময়ে অতিক্রম করে, তবে

$$v = \frac{\text{বৃত্তের পরিধি}}{\text{পরিধির সমান দূরত্ব অতিক্রম করতে সময়}} = \frac{2\pi r}{T}$$

$$\text{বা, } T = \frac{2\pi r}{v} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.29)$$

সমীকরণ (4.28) এবং সমীকরণ (4.29) হতে আমরা পাই, $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{v}$

$$\text{বা, } \frac{1}{\omega} = \frac{r}{v}$$

$$\text{বা, } \boxed{v = \omega r} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.30)$$

অর্থাৎ, **রৈখিক বেগ = কৌণিক বেগ × বৃত্তের ব্যাসার্ধ।**

উল্লেখ থাকে যে, বৃত্তীয় গতি যদি অসম হয়, তবুও যে কোনো বিন্দুতে $v = \omega r$। বস্তুটি সমকৌণিক বেগে চললে ω = ধ্রুবক। অতএব $v \propto r$ অর্থাৎ রৈখিক বেগ ঘূর্ণন অক্ষ হতে দূরত্বের সমানুপাতিক।

উদাহরণ—ধান মাড়াইয়ের চাতালে দূরবর্তী গরুকে সবচেয়ে বেশি বেগে হাঁটতে হয়।

গাণিতিক উদাহরণ

১। একটি কণা 1·5 m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে 120 বার আবর্তন করে। এর (ক) রৈখিক বেগ, (খ) পর্যায়কাল এবং (গ) কৌণিক বেগ কত ? [রা. বো. ২০০১]

আমরা জানি,

(ক) রৈখিক বেগ, $v = \omega r$

$$\therefore \quad v = 2\pi n r = 2 \times 3{\cdot}142 \times 2 \times 1{\cdot}5 = 18{\cdot}852 \text{ ms}^{-1}$$

এখানে,

বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ, $r = 1{\cdot}5$ m

আবর্তন বা কম্পন সংখ্যা, $n = \dfrac{120}{1 \text{ min}} = \dfrac{120}{60 \text{ s}} = 2 \text{ s}^{-1} = 2 \text{ Hz}$

(খ) পর্যায়কাল, $\text{T} = \dfrac{t}{\text{N}} = \dfrac{60}{120} = 0{\cdot}5\text{s}$

(গ) কৌণিক বেগ, $\omega = 2\pi n = \dfrac{2\pi}{\text{T}} = \dfrac{2 \times 3{\cdot}142}{0{\cdot}5} = 12{\cdot}568 \text{ rads}^{-1}$

উত্তর : (ক) $18{\cdot}852 \text{ ms}^{-1}$, (খ) $0{\cdot}5$s, (গ) $12{\cdot}568 \text{ rads}^{-1}$.

কৌণিক ত্বরণ
Angular acceleration

অনেক ক্ষেত্রে আবর্তনরত কণার কৌণিক বেগ বাড়ে বা কমে। কৌণিক বেগ পরিবর্তিত হলে বোঝা যায় যে কণাটি কৌণিক ত্বরণ নিয়ে চলছে।

আবর্তনরত কণার গড় **কৌণিক ত্বরণ** (average angular acceleration) বলতে কোনো নির্দিষ্ট সময়ের অবকাশে সময়ের সঙ্গে কৌণিক বেগের পরিবর্তনের হার বোঝায়।

সুতরাং, অতি ক্ষুদ্র সময়ের অবকাশ Δt-তে কৌণিক বেগের পরিবর্তন $\Delta\omega$ হলে ঐ অবকাশে গড় কৌণিক ত্বরণ হবে,

$$\vec{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.31)$$

সময়ের অবকাশ শূন্যের নিকটবর্তী হলে সীমাস্থ ক্ষেত্রে তাৎক্ষণিক কৌণিক ত্বরণ (instantaneous angular acceleration) পাওয়া যায়।

ক্যালকুলাস-এর নিয়ম ব্যবহার করে পাই,

$$\alpha = \underset{\Delta t \to 0}{\text{Lt}} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad \text{বা, } \alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt}\frac{d\theta}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.32)$$

কৌণিক ত্বরণ বলতে সাধারণত তাৎক্ষণিক কৌণিক ত্বরণ বোঝায়। এর একক রেডিয়ান প্রতি সেকেন্ড প্রতি সেকেন্ড অর্থাৎ রেডিয়ান/সেকেন্ড^2 (rad s^{-2})।

আবর্তনরত কণার কৌণিক ত্বরণ ধ্রুবক হলে তাৎক্ষণিক কৌণিক ত্বরণ যেকোনো সময়ের অবকাশে গড় কৌণিক ত্বরণের সমান হয়। এক্ষেত্রে t সময়ে কৌণিক বেগের বৃদ্ধি ω হলে, কৌণিক ত্বরণ, $\boxed{\alpha = \dfrac{\omega}{t}}$

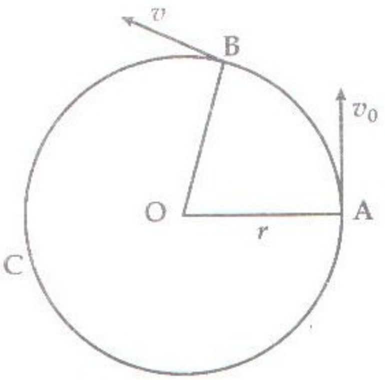
কৌণিক ত্বরণের মাত্রা, $[\alpha] = \left[\dfrac{\omega}{\text{T}}\right] = \left[\dfrac{\text{T}^{-1}}{\text{T}}\right] = [\text{T}^{-2}]$

৪·১১ কৌণিক ত্বরণ ও রৈখিক ত্বরণের মধ্যে সম্পর্ক
Relation between angular accelaration and linear accelaration

মনে করি একটি বস্তুকণা r ব্যাসার্ধবিশিষ্ট [চিত্র ৪·২৪] বৃত্তের পরিধি বরাবর অসম বৃত্তাকার গতিতে আবর্তন করছে। বস্তুকণাটির t সময়ে রৈখিক বেগ = v, কৌণিক বেগ = ω, রৈখিক ত্বরণ = a এবং কৌণিক ত্বরণ = α।

আমরা জানি,

$$v = \omega r \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad 4.33$$



চিত্র ৪.২৪

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

এবং $a = \frac{dv}{dt}$

সমীকরণ 4.33-এর উভয় পক্ষকে t-এর সাপেক্ষে ব্যবকলন করে পাই,

$$\frac{dv}{dt} = \omega\frac{dr}{dt} + \frac{d\omega}{dt}r = \frac{rd\omega}{dt} \quad [\because r = \text{ধ্রুবক}]$$

বা, $a = \alpha r \quad [\because \frac{d\omega}{dt} = \alpha]$

অর্থাৎ $\boxed{\text{রৈখিক ত্বরণ} = \text{কৌণিক ত্বরণ} \times \text{ব্যাসার্ধ}}$

৩১১-০৩

গাণিতিক উদাহরণ

১। পৃথিবী থেকে চাঁদের দূরত্ব $3{\cdot}84 \times 10^5$ km এবং চাঁদ পৃথিবীকে বৃত্তাকার কক্ষপথে 27.3 দিনে একবার প্রদক্ষিণ করে। চাঁদের কৌণিক এবং রৈখিক দ্রুতি নির্ণয় কর।

এখানে,

$r = 3{\cdot}84 \times 10^5$ km

T $= 27{\cdot}3$ days $= 27{\cdot}3 \times 24 \times 60 \times 60$ s

$\omega = ?$

$v_T = ?$

আমরা জানি,

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \text{ এবং } v_T = r\omega$$

$$\therefore \omega = \frac{2 \times 3{\cdot}14}{27{\cdot}3 \times 24 \times 60 \times 60}$$

$$= 2{\cdot}662 \times 10^{-6} \text{ rad s}^{-1}$$

এবং $v_T = r\omega = 3{\cdot}84 \times 10^5 \times 2{\cdot}662 \times 10^{-6} = 1{\cdot}022 \text{ kms}^{-1}$

২। একটি বৈদ্যুতিক পাখা মিনিটে 1500 বার ঘুরে। সুইচ বন্ধ করার 4 মিনিট পর পাখাটি বন্ধ হয়ে যায়। পাখাটির কৌণিক ত্বরণ কত ? থেমে যাওয়ার আগে পাখাটি কত বার ঘুরবে ? [চ. বো. ২০০৭]

এখানে,

আদি কৌণিক বেগ, $\omega_0 = 1500 \text{ rev.min}^{-1} = \frac{1500 \times 2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}} = 50\,\pi \text{ rads}^{-1}$

সময়, t = 4 মিনিট $= 4 \times 60 \text{ s} = 240 \text{ s}$

শেষ কৌণিক বেগ, $\omega = 0$

কৌণিক ত্বরণ, $\alpha = ?$

কৌণিক সরণ, $\theta = ?$

আমরা জানি,

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

বা, $\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t}$

$$= \frac{0 - 50\pi \text{ rads}^{-1}}{240 \text{ s}}$$

$$= -0{\cdot}654 \text{ rad s}^{-2}$$

আবার,

$$\theta = \left(\frac{\omega_0 + \omega}{2}\right)t$$

বা, $\theta = \left(\frac{50\pi \text{ rad s}^{-1} + 0}{2}\right) \times 240 \text{ s} = 6000\,\pi \text{ rad}$

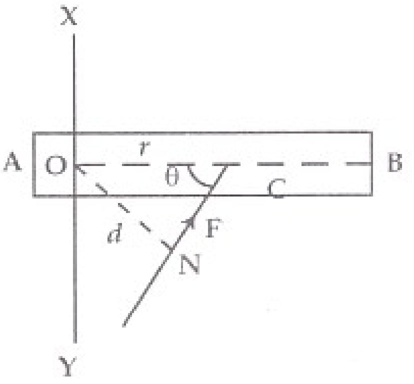
$\therefore$ থেমে যাওয়ার আগে পাখাটির ঘূর্ণন সংখ্যা $= \frac{6000\,\pi}{2\,\pi} = 3000$ rev.

উত্তর : $-0{\cdot}654 \text{ rad s}^{-2}$, 3000 rev.

৪.১০ টর্ক বা বলের ভ্রামক
Torque or Moment of a force

কোনো দৃঢ় বস্তু একটি বিন্দুকে কেন্দ্র করে ঘুরতে পারে। যেমন দেয়ালে ঝুলানো ফটো পেরেক ও সুতার সংযোগ বিন্দুর সাপেক্ষে ঘুরতে থাকে; আবার গাড়ির চাকা তার অক্ষের সাপেক্ষে ঘুরতে পারে।

কোনো নির্দিষ্ট অক্ষের চারদিকে ঘূর্ণায়মান কোনো বস্তুতে ত্বরণ সৃষ্টির জন্য প্রযুক্ত দ্বন্দ্বের ভ্রামককে টর্ক বা বলের ভ্রামক বলে। একে τ (টাউ) দ্বারা সূচিত করা হয়।



চিত্র ৪·২৫

ব্যাখ্যা : ধরা যাক, O বিন্দুতে একটি পাতলা পাত অনুভূমিক অবস্থায় এমনভাবে আবদ্ধ আছে যে তা উল্লম্ব অক্ষ XOY-এর চতুর্দিকে O-কে কেন্দ্র করে ঘুরতে পারে [চিত্র ৪·২৫]। পাতটিকে এর কোনো বিন্দু C-তে বল প্রয়োগ করে ঘুরালে দেখা যায় যে,

(১) প্রযুক্ত বলের মান যত বেশি হবে, তার ঘূর্ণন সৃষ্টির ক্ষমতাও তত বেশি হবে।

(২) O হতে প্রযুক্ত বল F-এর লম্ব দূরত্ব d যত বেশি হবে, ঐ বলে ঘূর্ণন সৃষ্টির ক্ষমতাও তত বেশি হবে।

(৩) বলের ক্রিয়ামুখ O বিন্দু অভিমুখী হলে, পাতটিতে কোনো ঘূর্ণন হবে না।

উপরিউক্ত কারণে **কোনো অক্ষ বা বিন্দুর সাপেক্ষে কোনো বলের ভ্রামকের মান বলের পরিমাণ ও অক্ষ হতে বলের ক্রিয়া রেখার লম্ব দূরত্ব d-এর গুণফল দ্বারা নির্দিষ্ট হয়।**

$$\therefore \quad \tau = d \times F \qquad \dots \qquad \dots \qquad (4.34)$$

বা, **বলের ভ্রামক বা টর্ক = বল × লম্ব দূরত্ব**

চিত্র ৪·২৫-এ O হতে F বলের ক্রিয়াবিন্দু C-এর দূরত্ব = r ও F বলের ক্রিয়ারেখা NC-এর দূরত্ব = d এবং $\angle NCO = \theta$ নির্দেশ করা হয়েছে।

কাজেই, $ON = d = r \sin \theta$

$$\therefore \qquad \tau = d \times F = r F \sin \theta$$

ভেক্টর বীজগণিতের সাহায্যে τ-কে নিম্ন উপায়ে লেখা হয়,

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \qquad \dots \qquad \dots \qquad \dots \qquad (4.35)$$

এখানে, $\vec{r}$ ও $\vec{F}$ যথাক্রমে অবস্থান ভেক্টর ও প্রযুক্ত বল। r ও F যে তলে অবস্থিত τ-এর দিক হবে ঐ তলের অভিলম্ব বরাবর। ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে অর্থাৎ বামাবর্তে (anti-clockwise) ঘূর্ণনের জন্য τ-এর অভিমুখ হচ্ছে উপর দিকে এবং মান ধনাত্মক। ঘড়ির কাঁটার দিকে অর্থাৎ দক্ষিণাবর্তে (clockwise) ঘূর্ণনের জন্য τ-এর অভিমুখ নিচের দিকে এবং মান ঋণাত্মক।

সমীকরণ (4.35) অনুসারে টর্কের নিম্নোক্ত গাণিতিক সংজ্ঞা দেয়া যায়।

সংজ্ঞা : অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণনরত বস্তুর উপর যে বিন্দুতে বল ক্রিয়াশীল ঐ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর ও প্রযুক্ত বলের ভেক্টর গুণফলকে টর্ক বলে।

টর্ক বা বলের ভ্রামকের একক (Unit of torque or moment of a force)

এস. আই. পদ্ধতিতে টর্ক বা বলের ভ্রামকের একক নিউটন-মিটার (N-m)। 08-05

টর্ক বা বলের ভ্রামকের মাত্রা সমীকরণ (Dimension of torque or moment of force)

টর্ক বা বলের ভ্রামকের সংজ্ঞা হতে এর মাত্রা সমীকরণ প্রতিপাদন করা যায়। বলের ভ্রামকের মাত্রা সমীকরণ,

[টর্ক বা বলের ভ্রামক] = [বল × দূরত্ব] = $[MLT^{-2} \times L]$ = $[ML^2T^{-2}]$

৪·১১ টর্ক, জড়তার ভ্রামক ও কৌণিক ত্বরণ

Torque, Moment of Inertia and Angular Accelaration

আমরা জানি সরলরেখায় চলমান কোনো বস্তুতে ত্বরণ সৃষ্টির জন্যে বল প্রয়োগের প্রয়োজন। তেমনি নির্দিষ্ট অক্ষের চারদিকে ঘূর্ণায়মান কোনো বস্তুতে ত্বরণ সৃষ্টির জন্যে একটি দ্বন্দ্বের প্রয়োজন হয়। এই দ্বন্দ্বের ভ্রামককে টর্ক বলে।

ধরি একটি বস্তু একটি নির্দিষ্ট অক্ষ XY-এর চারদিকে ω সমকৌণিক বেগে ঘুরছে [চিত্র ৪·১৮]। এখন তার উপর একটি যুগল প্রয়োগ করায় তার কৌণিক বেগ বৃদ্ধি পাবে অর্থাৎ বস্তুতে কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি হবে। বস্তুতে সৃষ্ট এই কৌণিক ত্বরণ তার প্রত্যেকটি কণার কৌণিক ত্বরণের সমান। কিন্তু ঘূর্ণাক্ষ হতে কণাগুলো বিভিন্ন দূরত্বে অবস্থান করে বিভিন্ন রৈখিক ত্বরণ লাভ করবে। ঘূর্ণাক্ষ হতে কণার দূরত্ব যত বেশি হবে রৈখিক ত্বরণের মানও তত বেশি হবে।

ধরি বস্তুটি m_1, m_2, m_3 ইত্যাদি ভরের কতকগুলো কণার সমন্বয়ে গঠিত এবং ঘূর্ণাক্ষ হতে কণাগুলোর দূরত্ব যথাক্রমে r_1, r_2, r_3 ইত্যাদি।

বর্ণনা অনুসারে, বস্তুটির প্রত্যেকটি কণার কৌণিক ত্বরণ, $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$

তা হলে m_1 ভরের বস্তু কণাটির রৈখিক ত্বরণ $= r_1\frac{d\omega}{dt}$

$\therefore$ ঐ কণার উপর প্রযুক্ত বল = ভর × রৈখিক ত্বরণ $= m_1 r_1 \frac{d\omega}{dt}$

$\therefore$ ঘূর্ণাক্ষের সাপেক্ষে কণাটির উপর ক্রিয়ারত বলের ভ্রামক = বল × ঘূর্ণাক্ষ হতে বস্তু কণার দূরত্ব

$$= m_1 r_1 \frac{d\omega}{dt} \times r_1 = m_1 r_1^2 \frac{d\omega}{dt}$$

অনুরূপভাবে লেখা যায় $m_2, m_3, m_4, \ldots \ldots \ldots$ ইত্যাদি ভরের বস্তুকণার উপর ক্রিয়ারত বলের ভ্রামক যথাক্রমে $m_2 r_2^2\frac{d\omega}{dt}, m_3 r_3^2\frac{d\omega}{dt}, m_4 r_4^2\frac{d\omega}{dt}$ ইত্যাদি।

তা হলে উপরিউক্ত ভ্রামকগুলোর সমষ্টিই উক্ত বস্তুর উপর ক্রিয়ারত দ্বন্দ্বের ভ্রামক বা টর্ক,

$$\tau = m_1 r_1^2\frac{d\omega}{dt} + m_2 r_2^2\frac{d\omega}{dt} + m_3 r_3^2\frac{d\omega}{dt} + m_4 r_4^2\frac{d\omega}{dt} + \cdots\cdots\cdots$$

$$= (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \ldots)\frac{d\omega}{dt} = \frac{Id\omega}{dt} = I\alpha$$

$$\therefore \boxed{\tau = I\frac{d\omega}{dt} = I\alpha} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.36)$$

বা, টর্ক = জড়তার ভ্রামক × কৌণিক ত্বরণ। কৌণিক ত্বরণের আবর্তনরত বস্তুকণার উপর ক্রিয়ারত দ্বন্দ্বের টর্ক হবে ঘূর্ণাক্ষের সাপেক্ষে তার জড়তার ভ্রামক ও কৌণিক ত্বরণের গুণফলের সমান।

আবার $\frac{d\omega}{dt} = 1$ হলে, $\tau = I$

$\therefore$ **কোনো অক্ষের চারদিকে ঘূর্ণায়মান কোনো দৃঢ় বস্তুর উপর যে টর্ক ক্রিয়া করলে তাতে একক কৌণিক ত্বরণের সৃষ্টি হয় তাকে ঐ অক্ষের সাপেক্ষে তার জড়তার ভ্রামক বলে।** সমীকরণ (4.36) টর্ক জড়তার ভ্রামক এবং কৌণিক ত্বরণের মধ্যে সম্পর্ক নির্দেশ করে।

গাণিতিক উদাহরণ

১। একটি চাকার ভর 5 kg এবং কোনো অক্ষ সাপেক্ষে চক্রগতির ব্যাসার্ধ 0·2 m। এর জড়তার ভ্রামক কত ? চাকাটিতে 2 rad s^{-2} কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করতে কত মানের টর্ক প্রয়োগ করতে হবে ?

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} I &= MK^2 \\ &= 5 \times (0{\cdot}2)^2 \\ &= 5 \times 0{\cdot}04 \\ &= 0{\cdot}2 \text{ kg m}^2 \end{aligned}$$

এখানে,

$M = 5$ kg

$K = 0{\cdot}2$ m

$I = ?$

আবার,

$$\begin{aligned} \tau &= I\alpha \\ &= 0{\cdot}2 \times 2 \\ &= 0{\cdot}4 \text{ N-m} \end{aligned}$$

এখানে,

$I = 0{\cdot}2$ kgm^2

$\alpha = 2$ rad s^{-2}

$\tau = ?$

৪.১২ জড়তার ভ্রামক সংক্রান্ত দুটি উপপাদ্য

Two theorems relating moment of inertia

কোনো একটি বিশেষ অক্ষের সাপেক্ষে দৃঢ় বস্তুর জড়তার ভ্রামক নির্ণয়ের দুটি সহজ উপপাদ্য আছে।

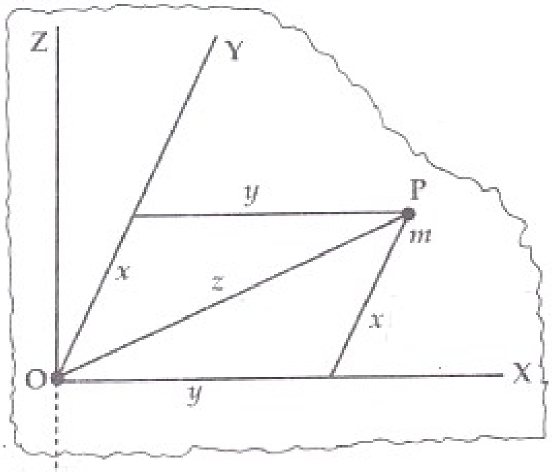
উপপাদ্য দুটির একটিকে (১) লম্ব অক্ষসমূহের উপপাদ্য এবং অপরটিকে (২) সমান্তরাল অক্ষসমূহের উপপাদ্য বলে। নিম্নে পাত আকৃতির বস্তুর ক্ষেত্রে উপপাদ্য দুটি আলোচনা করা হলো।

(১) লম্ব অক্ষ উপপাদ্য (Perpendicular axes theorem) : কোনো পাতলা সমতল পাতের তলে অবস্থিত দুটি পরস্পর লম্ব অক্ষের সাপেক্ষে পাতটির জড়তার ভ্রামকদ্বয়ের সমষ্টি ঐ পাতে অবস্থিত দুই অক্ষের ছেদ বিন্দুতে অঙ্কিত লম্ব অক্ষ সাপেক্ষে পাতটির জড়তার ভ্রামকের সমান হবে।

ব্যাখ্যা : মনে করি কোনো সমতল পাতের উপর অবস্থিত দুটি পরস্পর লম্ব অক্ষ OX এবং OY বরাবর এদের জড়তার ভ্রামক যথাক্রমে I_x ও I_y। ধরি ঐ পাতে অবস্থিত দুই অক্ষের ছেদ বিন্দুতে অঙ্কিত লম্ব OZ বরাবর পাতের জড়তার ভ্রামক I_z। প্রমাণ করতে হবে যে, $\boxed{I_x + I_y = I_z}$

অঙ্কন : একটি পাতলা সমতল পাত নিই। এই পাতের উপর OX এবং OY দুটি পরস্পর লম্ব অঙ্কন করি [চিত্র ৪.২৬]।

এখন OX এবং OY অক্ষ দুটির ছেদ O-তে পাতের উপর লম্ব টানি।



চিত্র ৪.২৬

প্রমাণ : সমতল পাতের উপর P একটি বিন্দু নিই যার ভুজ কোটি x, y এবং z। এখন P বিন্দুতে m ভরের একটি কণা বিবেচনা করি। OZ অক্ষ সাপেক্ষে কণাটির জড়তার ভ্রামক $= mz^2$।

$\therefore$ OZ অক্ষ সাপেক্ষে সমগ্র পাতের জড়তার ভ্রামক

$$I_z = \Sigma mz^2 = \Sigma m(x^2 + y^2) = \Sigma mx^2 + \Sigma my^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.37)$$

কিন্তু, $\Sigma my^2 = I_x$ এবং $\Sigma mx^2 = I_y$

অতএব সমীকরণ (4.37) হতে পাই

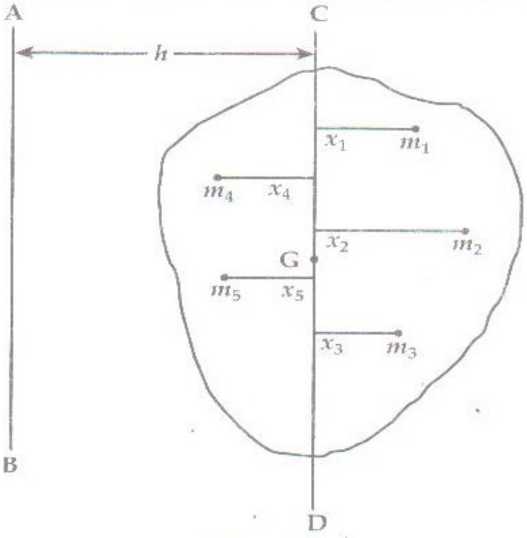
$$I_z = I_y + I_x$$

বা $I_z = I_x + I_y$ … … … (4.38)

∴ উপপাদ্যটি প্রমাণিত হলো।

(২) সমান্তরাল অক্ষ উপপাদ্য (Parallel axes theorem) : যে কোনো অক্ষের সাপেক্ষে কোনো সমতল পাতলা পাতের জড়তার ভ্রামক পাতটির ভারকেন্দ্রগামী তার সমান্তরাল অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক এবং পাতের ভর ও ঐ দুই অক্ষের মধ্যবর্তী দূরত্বের বর্গের গুণফলের সমষ্টির সমান।

ব্যাখ্যা : ধরা যাক কাগজের তলে অবস্থিত AB কোনো একটি অক্ষ এবং CD তার সমান্তরাল আর একটি অক্ষ। CD অক্ষটি M ভরের পাতলা সমতল পাতের ভারকেন্দ্র G দিয়ে অতিক্রান্ত [চিত্র ৪'২৭]। যদি সমান্তরাল অক্ষদ্বয় AB ও CD-এর মধ্যবর্তী দূরত্ব h এবং AB ও CD-এর সাপেক্ষে পাতটির জড়তার ভ্রামক যথাক্রমে I ও I_G হয় তবে উপপাদ্য অনুসারে প্রমাণ করতে হবে যে, $I = I_G + Mh^2$



চিত্র ৪'২৭

প্রমাণ : ধরি পাতটি m_1, m_2, m_3 ইত্যাদি ভরের বস্তুকণার সমন্বয়ে গঠিত। CD অক্ষ হতে কণাগুলোর দূরত্ব যথাক্রমে x_1, x_2, x_3 ইত্যাদি। তা হলে AB অক্ষের সাপেক্ষে m_1 ভরের কণার জড়তার ভ্রামক

$$= m_1(x_1 + h)^2 = m_1x_1^2 + m_1h^2 + 2m_1x_1h$$

অনুরূপভাবে AB অক্ষের সাপেক্ষে m_2 ভরের কণার জড়তার ভ্রামক

$$= m_2x_2^2 + m_2h^2 + 2m_2x_2h\ ;$$

m_3 ভরের কণার জড়তার ভ্রামক

$= m_3x_3^2 + m_3h^2 + 2m_3x_3h$ ইত্যাদি।

∴ AB অক্ষের সাপেক্ষে সমগ্র পাতের জড়তার ভ্রামক I হলে উপরোক্ত জড়তার ভ্রামকগুলোর সমষ্টির সমান।

$$\therefore \quad I = m_1x_1^2 + m_1h^2 + 2m_1x_1h + m_2x_2^2 + m_2h^2 + 2m_2x_2h + m_3x_3^2 + m_3h^2 + 2m_3x_3h + \dots \dots$$

$$= \Sigma mx^2 + h^2\Sigma m + 2h\Sigma mx.$$

এখানে, Σmx = CD অক্ষের সাপেক্ষে সমগ্র পাতের ভর ভ্রামক। কিন্তু সমগ্র পাতের ওজন G বিন্দু দিয়ে CD রেখা বরাবর নিম্নমুখে ক্রিয়া করায় CD অক্ষের সাপেক্ষে পাতটির ভর ভ্রামক,

$\Sigma mx = 0$ আবার $\Sigma m = M$ ও $I_G = \Sigma mx^2$

$$\therefore \quad I = I_G + Mh^2 \qquad \dots \quad \dots \quad \dots \qquad (4.39)$$

৪'১৩ কয়েকটি বিশেষ ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামক ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ নির্ণয়

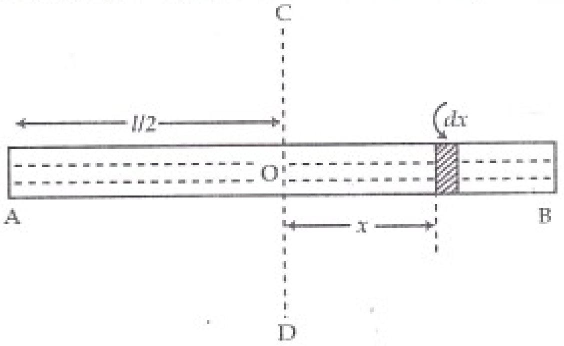
Determination of moment of inertia and radius of gyration for some special cases

১। সরু ও সুষম দণ্ডের মধ্যবিন্দু দিয়ে ও তার দৈর্ঘ্যের অভিলম্বভাবে অতিক্রান্ত অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণায়মান ঐ দণ্ডের জড়তার ভ্রামক

ধরি l দৈর্ঘ্য ও M ভরবিশিষ্ট একটি সুষম সরু দণ্ড AB-এর দৈর্ঘ্যের মধ্যবিন্দু O দিয়ে ও দৈর্ঘ্যের লম্বভাবে অতিক্রান্ত অক্ষ CD-এর চতুর্দিকে ঘুরছে [চিত্র ৪'২৮] । এই অক্ষের সাপেক্ষে তার জড়তার ভ্রামক ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ নির্ণয় করতে হবে।

দণ্ডটি সুষম হেতু তার প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভর = $\frac{M}{l}$ । কাজেই CD অক্ষ হতে x দূরে অবস্থিত dx দৈর্ঘ্যের একটি ক্ষুদ্র অংশের ভর dM হলে $dM = \frac{M}{l}dx$ । dx অংশটি ক্ষুদ্র হওয়ায় তার প্রতিটি কণা CD অক্ষ হতে x দূরে

অবস্থিত গণ্য করা যায়। সুতরাং CD অক্ষের সাপেক্ষে dx অংশের জড়তার ভ্রামক $= dM \times x^2 = \frac{M}{l} \times dx \times x^2$ এবং একে $x = l/2$ এবং $x = -l/2$ সীমার মধ্যে সমাকলন করলে সমগ্র দণ্ডের জড়তা ভ্রামক পাওয়া যাবে।



চিত্র ৪'২৮

∴ CD অক্ষের সাপেক্ষে সমগ্র দণ্ডটির জড়তার ভ্রামক,

$$I = \int_{-l/2}^{l/2} \left(\frac{M}{l}\right) \times dx \times x^2 = \frac{M}{l} \int_{-l/2}^{l/2} x^2 dx = \frac{M}{l}\left[\frac{x^3}{3}\right]_{-l/2}^{l/2}$$

$$= \frac{M}{3l}\left[\left(\frac{l}{2}\right)^3 - \left(-\frac{l}{2}\right)^3\right] = \frac{M}{3l}\left(\frac{l^3}{8} + \frac{l^3}{8}\right) \qquad \therefore \boxed{I = \frac{M}{12} l^2}$$

ধরি চক্রগতির ব্যাসার্ধ K

$$\therefore \quad MK^2 = \frac{M}{12} l^2$$

$$\therefore \quad \boxed{K = \frac{l}{\sqrt{12}} = \frac{l}{2\sqrt{3}}} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (4.40)$$

২। সুষম পাতলা আয়তাকার পাতের কেন্দ্রবিন্দু বা ভারকেন্দ্র দিয়ে লম্বভাবে অতিক্রান্ত অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক

ধরি একটি সুষম পাতলা আয়তাকার পাত ABCD [চিত্র ৪'২৯]। এর ভর M, দৈর্ঘ্য l = AB = CD ও প্রস্থ = b = AD = BC।পাতটি তার কেন্দ্রবিন্দু বা ভার কেন্দ্র O দিয়ে লম্বভাবে অতিক্রান্ত অক্ষ XOY অক্ষের সাপেক্ষে ঘুরছে।

এখন, EF অক্ষ O বিন্দুগামী এবং AB বাহুর সমান্তরাল এবং GH অক্ষ O বিন্দুগামী এবং AD বাহুর সমান্তরাল। EF এবং GH পরস্পর লম্ব। XOY অক্ষ EF ও GH-এর উপর লম্ব।

লম্ব-অক্ষ উপপাদ্য অনুসারে XOY অক্ষের সাপেক্ষে ঐ পাতের জড়তার ভ্রামক,

$$I = \frac{Ml^2}{12} + \frac{Mb^2}{12}$$

বা, $\boxed{I = \frac{M}{12}(l^2 + b^2)}$

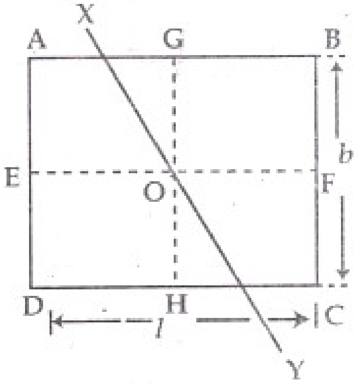
আবার, $I = MK^2$

বা, $MK^2 = I = \frac{M}{12}(l^2 + b^2)$

বা, $K^2 = \frac{l^2 + b^2}{12}$

বা, $K = \sqrt{\frac{l^2 + b^2}{12}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{l^2 + b^2}{3}}$

$$\therefore \boxed{\text{চক্রগতির ব্যাসার্ধ}, K = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{l^2 + b^2}{3}}} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (4.41)$$

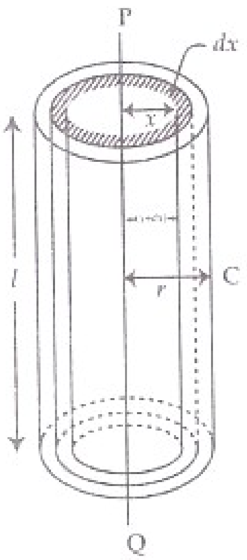


চিত্র ৪'২৯

৩। নিজ অক্ষের চতুর্দিকে ঘূর্ণায়মান একটি নিরেট চোঙের জড়তার ভ্রামক ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ

ধরি একটি সুষম নিরেট চোঙ C-এর ভর M, দৈর্ঘ্য l ও ব্যাসার্ধ r [চিত্র ৪'৩০]। এটি নিজ অক্ষ PQ- চতুর্দিকে ঘুরছে। PQ সাপেক্ষে এর জড়তার ভ্রামক ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ নির্ণয় করতে হবে। বর্ণনা অনুসারে চোঙ আয়তন = $\pi r^2 \times l$

$$\text{চোঙের উপাদানের ঘনত্ব} = \frac{\text{ভর}}{\text{আয়তন}} = \frac{M}{\pi r^2 l}$$



চিত্র ৪'৩০

PQ-এর চতুর্দিকে x ব্যাসার্ধ ও dx বিস্তারবিশিষ্ট একটি ফাঁপা সমাক্ষীয় পাত চোঙ বিবেচনা করি।

এই পাতলা চোঙের প্রস্থচ্ছেদ = $2\pi x dx$, আয়তন = $2\pi x \times dx \times l$ ও ভর = আয়তন × ঘনত্ব

$$= 2\pi x \times dx \times l \times \frac{M}{\pi r^2 l}$$

$$= \frac{2Mxdx}{r^2}$$

dx বিস্তারের এই চোঙটি পাতলা হেতু তার প্রতিটি কণা PQ হতে x দূরে বিবে করা যায়। কাজেই PQ-এর সাপেক্ষে এই পাতলা চোঙের জড়তার ভ্রামক

$$= \frac{2Mxdx}{r^2} \times x^2 = \frac{2M}{r^2} x^3 dx$$

সমগ্র চোঙটিকে সমাক্ষীয় অনুরূপ অনেকগুলো পাতলা ফাঁপা চোঙের সম গঠিত বিবেচনা করা যায়।

কাজেই $x = 0$ ও $x = r$ এই সীমার মধ্যে উপরোক্ত ফাঁপা চোঙের জড়তা ভ্রামককে সমাকলন করলে নিজ অক্ষ PQ-এর সাপেক্ষে সমগ্র চোঙটির জড়তার ভ্রা I পাওয়া যাবে।

$$\therefore \quad I = \int_0^r \frac{2M}{r^2} x^3 dx = \frac{2M}{r^2} \int_0^r x^3 dx = \frac{2M}{r^2} \left[\frac{x^4}{4}\right]_0^r$$

$$= \frac{2M}{4r^2} \left[r^4 - 0\right]$$

$$\therefore \quad I = \frac{1}{2} Mr^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.42)$$

এক্ষেত্রে চক্রগতির ব্যাসার্ধ K হলে,

$$MK^2 = \frac{1}{2} Mr^2$$

$$\therefore \boxed{K = \frac{r}{\sqrt{2}}} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.43)$$

৪'১৪ ব্যবহারিক

Experimental

পরীক্ষণের নাম : পিরিয়ড : ২	**একটি ফ্লাই হুইলের জড়তার ভ্রামক নির্ণয়।** **Determination of moment of Inertia of a Fly Wheel.**

তত্ত্ব : মনে করি একটি চাকার কৌণিক বেগ ω এর ব্যাসার্ধ r হলে বস্তুটির রৈখিক বেগ $v = \omega r$। চাকার জড়তার ভ্রামক I হয়, এবং চাকাটি অক্ষ দণ্ডের সাপেক্ষে ঘুরতে থাকলে তার

$$\text{ঘূর্ণন গতিশক্তি, } E = \frac{1}{2} I\omega^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad (i)$$

চাকাটির প্রতি ঘূর্ণনের জন্য ঘর্ষণের বিরুদ্ধে W পরিমাণ কাজ হয়। m ভরের বস্তু ভূমিতে পড়ার পূর্বে ঘূর্ণন সংখ্যা n_1 হলে মোট কাজের পরিমাণ = Wn_1। m ভরের বস্তুটি h উচ্চতা হতে পড়লে তার

$$\text{স্থিতিশক্তি } = mgh \quad \ldots \quad \ldots \quad (ii)$$

আমরা জানি অক্ষ দণ্ডের স্থিতি = অক্ষ দণ্ডের গতিশক্তি + চাকার ঘূর্ণন গতিশক্তি + চাকার মোট কাজের পরিমাণ

$$বা,\ mgh = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} I\omega^2 + Wn_1$$

$$বা,\ mgh = \frac{1}{2} m\,\omega^2 r^2 + \frac{1}{2} I\omega^2 + Wn_1 \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (iii)$$

অক্ষ দণ্ডের সাথে যুক্ত সুতার প্রান্তে m ভরের বস্তুটি অক্ষদণ্ড হতে বিচ্ছিন্ন হবার পর ঘূর্ণায়মান চাকাটি n_2 বার ঘুরার পর থেমে গেলে, ঘর্ষণের বিরুদ্ধে ব্যয়িত কাজ = Wn_2

$$\therefore\ Wn_2 = \frac{1}{2} I\omega^2$$

$$বা,\ W = \frac{I\omega^2}{2n_2} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (iv)$$

সমীকরণ (iii)-এ W এর মান বসিয়ে পাই,

$$mgh = \frac{1}{2} m\omega^2 r^2 + \frac{1}{2} I\omega^2 +$$

$$বা,\ mgh = \frac{1}{2} m\omega^2 r^2 + \frac{1}{2} I\omega^2 \Big($$

$$বা,\ 2mgh = m\omega^2 r^2 + I\omega^2 \Big(1$$

$$বা,\ I\omega^2 \left(1 + \frac{n_1}{n_2}\right) = 2mgh - n$$

$$\therefore\ I = \frac{2mgh - m\omega^2 r^2}{\omega^2 \left(1 + \frac{n_1}{n_2}\right)}$$

যন্ত্রপাতি : একটি লোহার অক্ষ দণ্ড, ভারী
ক্যালিপার্স।

যন্ত্রের বর্ণনা : ঘূর্ণায়মান একটি ভারী চাকা
এক প্রান্তে বেঁধে অন্য প্রান্তে m ভরের বস্তুকে বেঁ

পরীক্ষা পদ্ধতি : (১) প্রথমে স্লাইড ক্যালিপ

(২) এরপর ঘূর্ণন সংখ্যা নির্ণয়ের জন্য অক্ষদ
দিয়ে দাগ দিয়ে চাকা ঘুরিয়ে অক্ষদণ্ডের উপর সু
হয় এবং সুতার অপর প্রান্তে ভর বেঁধে R অবস্থা
দিলে চাকাটি কয়েক বার ঘুরার পর সুতাসহ ভরা
পতিত হবে। এই অবস্থায় ভার S বিন্দু স্পর্শ করে
বার ঘুরল তার সংখ্যা n_1 এবং সময় নির্ণয় করতে হয়

এখন সুতাকে পুনরায় অক্ষ দণ্ডের উপর প্যা
অপর প্রান্তে ভার বেঁধে R অবস্থানে এনে ভারকে
দিতে হবে যে সময়ে ভারটি মাটি স্পর্শ করে সেই মুহূ
চালু করতে হবে। অক্ষ দণ্ডটি স্থির অবস্থায় আসার
স্টপ ওয়াচ বন্ধ করা হয়। মোট সময় এবং চাকাটি
স্থির হলো অর্থাৎ ঘূর্ণন সংখ্যা (n_2) গণনা করা হয়।

- বলের মোমেন্ট বা ভ্রামক বা টর্ক সাধারণত τ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- কেন্দ্রমুখী বলের মান প্রযুক্ত বলের মানের সমান এবং বিপরীতমুখী।
- কেন্দ্রমুখী বলকে প্রশমিত করার জন্যই সাইকেল আরোহী তার শরীরকে বক্র পথের কেন্দ্রের দিকে হেলিয়া রাখে।
- Road Banking গাড়ীর দ্রুতি ও বাঁকের ব্যাসার্ধের উপর নির্ভর করে গাড়ীর ভরের উপর নয়।
- জড়তার মোমেন্ট হ্রাস করার জন্যই দৌড়ে চলার সময় হাত গুটিয়ে রাখা হয়।
- দ্বন্দ্বের দুটি বলের মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্বকে বাহু বলে।
- দ্বন্দ্বের ভ্রামক ঘূর্ণন অক্ষের অবস্থানের উপর নির্ভরশীল নয়।
- পৃথিবী ও সূর্যের মধ্যে যে সব বল কাজ করে তা হলো:
- মহাকর্ষ বল
- অভিকেন্দ্র বল
- অভিকর্ষ বল
- অপকেন্দ্রিক বল
- মোচড় বা টর্ক বা ব্যবর্তন বল = জড়তার ভ্রামক × কৌণিক ত্বরণ
- টর্ককে τ দ্বারা সূচিত করা হয়।
- দৌড়ানোর সময় হাত গুটিয়ে রাখা হয় জড়তার ভ্রামক হ্রাস করতে।
- একই জায়গায় চক্রাকারে ঘোরার সময় হাত প্রসারিত করা হয় জড়তার ভ্রামক বাড়ানোর জন্য।
- একটি মোটর যখন এর চাক দণ্ডের উপর টর্ক প্রয়োগ করে তখন চাকদণ্ড ও মোটরের উপর সমান ও বিপরীত মুখী টর্ক প্রয়োগ করে।
- সমঘূর্ণন গতিতে চললে গতির কোন পরিবর্তন হয় না, সব সময় দ্রুতি সমান থাকে।
- ব্যাংকিং করা হয় কেন্দ্রমুখী বল বাড়ানোর জন্য। ব্যাংকিং না করলে কেন্দ্রবিমুখী বলের প্রভাবে গাড়ি উল্টে যাবে।
- **সংঘর্ষ:** দুটি বস্তু যদি একটা খুব বড় মানের বলে খুব অল্প সময়ের জনে
পরস্পরকে আঘাত করে তাহলে তাকে বলা হয় সংঘর্ষ। সংঘর্ষ ২ প্রকার:

1. স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ: দুটি বস্তুর মধ্যে সংঘর্ষ হলে যদি মোট গতি শ
সংরক্ষিত থাকে তাহলে তাকে স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলে। যেমন: পরমাণ
ইলেকট্রন ইত্যাদির মধ্যে সংঘর্ষ।

2. অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ: দুটি বস্তুর মধ্যে ধাক্কা লাগলে বা সংঘর্ষ হলে য
বস্তুগুলোর মোট গতিশক্তি সংরক্ষিত না হয় তাহলে তাকে অস্থিতিস্থাপক সংঘ
বলে। যেমন: বন্দুকের গুলি যখন লক্ষ্যবস্তুতে যুক্ত হয়।

- **নিউটনের গতিসূত্রের সীমাবদ্ধতা:** নিউটনের গতিসূত্র আলোর বে
কাছাকাছি বেগ সম্পন্ন কণার ক্ষেত্রে প্রয়োগ করা যায় না। পরমাণুর অভ্য
ইলেকট্রনের গতি অথবা দুটি প্রোটনের মধ্যে ধাক্কা ইত্যাদি ক্ষেত্রে এই
প্রযোজ্য নয় কারণ উভয়ক্ষেত্রেই কণার বেগ প্রায় আলোর বেগের সমান।

ব্যাখ্যা : সূত্রানুযায়ী বাহ্যিক টর্কের ক্রিয়াতেই কেবলমাত্র বস্তুর কৌণিক বেগের তথা কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তন সম্ভব। টর্কের ক্রিয়া ছাড়া বস্তুর কৌণিক বেগ হবে সমকৌণিক বেগ। আর বস্তু আপনা হতেই তার কৌণিক ভরবেগের উপর প্রভাব ফেলতে পারে না। কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তনকারীই হচ্ছে টর্ক। সুতরাং, বস্তুর উপর টর্কের লব্ধি শূন্য হলে ঐ বস্তুর কৌণিক ত্বরণও শূন্য হবে।

(২) দ্বিতীয় সূত্র : ঘূর্ণনরত কোনো বস্তুর কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তনের হার ঐ বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল টর্কের সমানুপাতিক এবং টর্ক যে দিকে ক্রিয়া করে কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তনও ঐ দিকে ঘটে।

ব্যাখ্যা : সূত্রানুযায়ী কৌণিক ভরবেগ $L = I\omega$ -এর পরিবর্তনের হার $\frac{dL}{dt}$ প্রযুক্ত টর্ক τ-এর সমানুপাতিক।

অর্থাৎ, $\tau \propto \frac{dL}{dt} \propto I\frac{d\omega}{dt}$

$\propto I\alpha$

বা, $\tau = KI\alpha$

এখানে K একটি সমানুপাতিক ধ্রুবক। এস. আই. এককে $K = 1$

$$\therefore \ \vec{\tau} = I\vec{\alpha} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (4.44)$$

টর্ক τ-এর অভিমুখেই কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তন dL সংঘটিত হবে।

বর্ণনা অনুযায়ী কৌণিক ত্বরণের উৎসই টর্ক।

তৃতীয় সূত্র : প্রত্যেক ক্রিয়ামূলক টর্কের একটি সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়ামূলক টর্ক আছে।

ব্যাখ্যা : বস্তু A অপর একটি বস্তু B-এর উপর $\vec{\tau_{12}}$ টর্ক প্রয়োগ করলে B বস্তুও A-এর উপর সমান ও বিপরীতমুখী টর্ক $\vec{\tau_{21}}$ প্রয়োগ করবে। এখানে A কর্তৃক B-এর উপর প্রযুক্ত টর্ক $\vec{\tau_{12}}$ ক্রিয়ামূলক টর্ক ও B কর্তৃক A-এর উপর প্রযুক্ত টর্ক $\vec{\tau_{21}}$ হচ্ছে প্রতিক্রিয়ামূলক টর্ক।

$$\therefore \ \vec{\tau_{12}} = -\vec{\tau_{21}} \text{ ও } \tau_{12} = \tau_{21}$$

প্রতিক্রিয়ামূলক টর্কের দিক ক্রিয়ামূলক টর্কের বিপরীতমুখী, তাই ঋণাত্মক চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।

৪·১৬ কৌণিক ভরবেগের নিত্যতা

Conservation of angular momentum

কৌণিক গতির জন্য নিউটনের প্রথম সূত্র হতে আমরা জানি বাহ্যিক টর্কের ক্রিয়াতেই কেবলমাত্র বস্তুর কৌণিক বেগের তথা কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তন হয়। টর্কের ক্রিয়া না থাকলে বস্তুটি সমকৌণিক বেগে ঘুরতে থাকে। অর্থাৎ সময়ের সাপেক্ষে কৌণিক বেগ ধ্রুব হয়। ফলে কৌণিক ভরবেগও ধ্রুব হয়। একে কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র বলে। সুতরাং বলা যায়, **কোনো বস্তুর উপর টর্কের লব্ধি শূন্য হলে বস্তুটির কৌণিক ভরবেগ সংরক্ষিত থাকে।**

গাণিতিক প্রমাণ : আমরা জানি কৌণিক ভরবেগ,

$$L = I\omega \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (4.45)$$

এখানে L বস্তুর কৌণিক ভরবেগ, I জড়তার ভ্রামক এবং ω কৌণিক বেগ।

সমীকরণ (4.45)-কে সময়ের সাপেক্ষে ব্যবকলন করে পাওয়া যায়,

$$\frac{dL}{dt} = \frac{d}{dt}(I\omega) = I\frac{d\omega}{dt}$$

কিন্তু $\frac{d\omega}{dt} = \alpha$

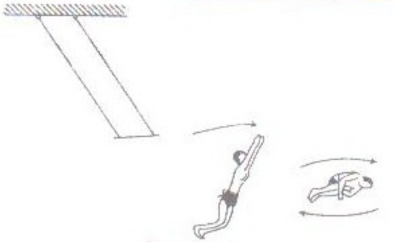
অতএব, $\frac{dL}{dt} = I\alpha = \tau$ [নিউটনের কৌণিক গতির ২য় সূত্র অনুসারে]

এখন $\tau = 0$, অর্থাৎ বস্তুর উপর টর্ক ক্রিয়াশীল না হলে,

$$\frac{dL}{dt} = 0 \quad \therefore \; L = \text{ধ্রুবক}$$

কাজেই, **বস্তুর উপর ক্রিয়ারত বহিস্থ টর্কের লব্ধি শূন্য হলে, ঘূর্ণায়মান বস্তুর কৌণিক ভরবেগে পরিবর্তন হবে না। এটিই কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র।**

উদাহরণ : তোমরা সার্কাসে ট্রাপিজ খেলা দেখে থাকলে দেখবে খেলোয়াড়রা শূন্যে নানা রকম কসরৎ দেখায় দোলনা থেকে লাফ দেয়ার সময় খেলোয়াড়ের হাত ও পা সোজ প্রসারিত থাকে। এই সময় তার কৌণিক বেগ খুব কম থাকে এবার হাত ও পা গুটিয়ে বুকের কাছে আনলে খেলোয়াড়ে কৌণিক বেগ বেড়ে যায়; ফলে তার পক্ষে শূন্যে পর প ডিগবাজী খাওয়া সম্ভব হয়। হাত পা গুটিয়ে নেয়ার জন খেলোয়াড়টির জড়তার ভ্রামক (I) কমে যায়; কিন্তু তার কৌণিক ভরবেগ $L = I\omega$ ধ্রুব থাকে বলে I কমে যাওয়ায় কৌণিক বেগ ω বেড়ে যায় [চিত্র ৪˙৩২]।



চিত্র ৪˙৩২

যাচাই কর : ডাইভিং বোর্ড থেকে লাফ দেয়ার সময় অথবা বরফের উপর স্কেটিং করতে করতে পায়ের আঙ্গুলে উপর ভর দিয়ে ঘোরার যে কসরৎ দেখানো হয় সেগুলোর ব্যাখ্যা দাও।

গাণিতিক উদাহরণ

১। 40 kg ভরের একটি বালক নাগরদোলায় চড়ে 20 m ব্যাসের বৃত্তাকার পথে 6 rpm কৌণিক বেগে ঘুরছে। বালকটির কৌণিক ভরবেগ নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

$$L = I\omega = mr^2\omega = 40 \times (10)^2 \times \frac{1}{5}\pi \text{ kg m}^2\text{s}^{-1}$$
$$= 2.512 \times 10^3 \text{ kg m}^2\text{s}^{-1}$$

এখানে $\omega = \frac{6 \times 2\pi}{60} = \frac{1}{5}\pi \text{ rad s}^{-1}$

$m = 40 \text{ kg}$

$r = \frac{d}{2} = \frac{20 \text{ m}}{2} = 10 \text{ m}$

২। মঙ্গল গ্রহ সূর্যকে কেন্দ্র করে 2.28×10^{11} m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে ঘুরে নিয়ে এর কৌণিক ভরবেগ নির্ণয় কর। মঙ্গল গ্রহের ভর 6.46×10^{23} kg এবং আবর্তন কাল 5.94×10^7 s।

আমরা জানি, কৌণিক ভরবেগ,

$$L = I\omega = mr^2 \times W = mr^2 \times \frac{2\pi}{T}$$
$$= \frac{6.46 \times 10^{23} \times (2.28 \times 10^{11}) \times 2 \times 3.14}{5.94 \times 10^7}$$
$$= 3.55 \times 10^{39} \text{ kgm}^2\text{s}^{-1}$$

এখানে,

ব্যাসার্ধ $= 2.28 \times 10^{11}$ m

ভর, $m = 6.46 \times 10^{23}$ kg

আবর্তন কাল, $T = 5.94 \times 10^7$ s

কৌণিক ভরবেগ, $L = ?$

৪˙১৭ কেন্দ্রমুখী বল ও কেন্দ্রবিমুখী বল
Centripetal and Centrifugal Force

কেন্দ্রমুখী বল
Centripetal force

নিউটনের প্রথম সূত্র অনুযায়ী গতি জড়তার জন্য সচল বস্তু সব সময় সমবেগে সরলরেখা বরাবর চলতে চায়। কাজেই বাইরে থেকে কোনো বল ক্রিয়া না করলে বস্তুর গতির অভিমুখ আপনা আপনি পাল্টায় না। বৃত্তপথে আবর্তনরত বস্তুর গতির অভিমুখ প্রতি মুহূর্তে পাল্টে যায়; সুতরাং ঐ বস্তুর উপর নিশ্চয়ই বাইরে থেকে একটি বল সবসময় ক্রিয়া করে।

আগেই আমরা দেখেছি যে, m ভরের কোনো বস্তু যখন r ব্যাসার্ধের বৃত্তপথে v দ্রুতি নিয়ে ঘুরতে থাকে তখন ঐ বস্তুর উপর সবসময় কেন্দ্রাভিমুখী ত্বরণ $\frac{v^2}{r}$ ক্রিয়া করে। নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র অনুযায়ী একটি বল ক্রিয়া করায়

এই ত্বরণ সৃষ্টি হচ্ছে। স্পষ্টত এই বলও কেন্দ্রাভিমুখী হবে অর্থাৎ ব্যাসার্ধ বরাবর বৃত্তের কেন্দ্রের দিকে ক্রিয়া করবে এবং এর মান বস্তুর ভর ও অভিকেন্দ্র ত্বরণের গুণফলের সমান অর্থাৎ $\frac{mv^2}{r}$ -এর সমান হবে। কোনো কারণে এই বলের ক্রিয়া বন্ধ হলে বস্তুটিকে বৃত্তপথে ঘোরাবার জন্য কোনো বল থাকবে না। তখন বস্তুটি বৃত্তের স্পর্শক বরাবর ছুটে যাবে এবং সমবেগে সরলরেখায় চলতে থাকবে।

যে বলের ক্রিয়ায় কোনো বস্তু সমদ্রুতিতে বৃত্তপথে চলতে থাকে এবং যে বল সবসময় বস্তুর গতিপথের সঙ্গে লম্বভাবে ভেতরের দিকে অর্থাৎ বৃত্তের কেন্দ্রাভিমুখে ক্রিয়া করে তাকে কেন্দ্রমুখী বা অভিকেন্দ্র বল (Centripetal force) বলা হয়।

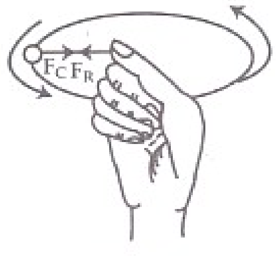
m ভরের বস্তু r ব্যাসার্ধের বৃত্তপথে সমদ্রুতি v নিয়ে চলতে থাকলে অভিকেন্দ্র বলের মান $\frac{mv^2}{r}$ হয়। কৌণিক বেগে প্রকাশ করলে অভিকেন্দ্র বলের মান হয় $m\omega^2 r$.

কেন্দ্রমুখী বল একটি কার্যহীন বল :

অভিকেন্দ্র বল সব সময় গতিপথের লম্বদিকে ক্রিয়া করায় ঐ বলের অভিমুখে বস্তুর কোনো সরণ হয় না। সুতরাং অভিকেন্দ্র বল কোনো কাজ করে না। এই কারণে অভিকেন্দ্র বলকে কার্যহীন বল (no-work force) বলে।

কেন্দ্রবিমুখী প্রতিক্রিয়া : বৃত্তপথে আবর্তনরত বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল অভিকেন্দ্র বল বাইরে থেকে প্রযুক্ত হয়। বাইরে থেকে যে বস্তু ঐ বল প্রয়োগ করে তার উপর প্রথম বস্তুটি নিউটনের তৃতীয় সূত্রানুযায়ী সমান ও বিপরীতমুখী বল প্রয়োগ করে। স্পষ্টত এই প্রতিক্রিয়া বল বৃত্তের কেন্দ্র থেকে ব্যাসার্ধ বরাবর বাইরের দিকে ক্রিয়া করে। একে কেন্দ্রবিমুখী প্রতিক্রিয়া (centrifugal reaction) বলে।

মনে কর, একটি পাথরের টুকরাকে সুতোয় বেঁধে বৃত্তাকার পথে ঘোরানো হচ্ছে [চিত্র ৪·৩৩]। পাথরটির উপর সবসময় সুতোর মাধ্যমে অভিকেন্দ্র বল F_C ক্রিয়া করছে। এখানে সুতোর টানই হলো প্রয়োজনীয় অভিকেন্দ্র বল। সুতোটি হঠাৎ ছিড়ে গেলে অভিকেন্দ্র বল F_C-এর ক্রিয়া বন্ধ হয়ে যায়; সঙ্গে সঙ্গে পাথরটি বৃত্তের স্পর্শক বরাবর সরলরেখায় সমবেগে ছুটে যায়। বৃত্তাকার পথে ঘুরবার সময় পাথরটি হাতের উপর সমান ও বিপরীতমুখী অপকেন্দ্র প্রতিক্রিয়া F_R প্রয়োগ করে; ফলে হাতের উপর কেন্দ্র থেকে বাইরের দিকে একটি টান অনুভূত হয়। অন্যান্য ক্রিয়া-প্রতিক্রিয়ার মতো এখানেও F_C এবং F_R একই বস্তুর উপর ক্রিয়া করে না; দুটি পৃথক বস্তু যেমন, যথাক্রমে পাথর খণ্ড ও হাতের উপর ক্রিয়া করে। সুতো ছিড়ে গেলে দুটি বলই একসঙ্গে লোপ পায়।



চিত্র ৪·৩৩

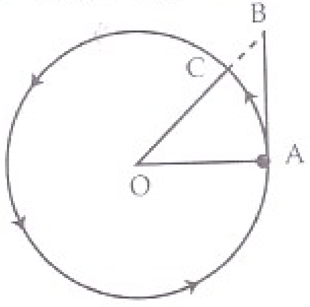
অভিকেন্দ্র বলের আরও অনেক উদাহরণ দেয়া যায়। সৌর জগতের প্রতিটি গ্রহ সূর্যের চারদিকে আবর্তন করে। সূর্য ঐ সব গ্রহের উপর যে মহাকর্ষীয় আকর্ষণ প্রয়োগ করে, তা গ্রহগুলির উপর অভিকেন্দ্র বল রূপে ক্রিয়া করে।

কেন্দ্রবিমুখী বল বা অপকেন্দ্র বল
Centrifugal force

আগেই আমরা দেখেছি যে বৃত্তপথে আবর্তনরত প্রতিটি বস্তুর উপর সবসময় বৃত্তের কেন্দ্রাভিমুখী একটি বল অর্থাৎ অভিকেন্দ্র বল ক্রিয়া করে। পৃথিবী সূর্যকে প্রদক্ষিণ করে। এখানে পৃথিবীর উপর সূর্যের মহাকর্ষীয় আকর্ষণ বল হলো অভিকেন্দ্র বল। স্বাভাবিকভাবে প্রশ্ন উঠতে পারে— অভিকেন্দ্র বল কোন বলের দ্বারা প্রশমিত হয় ? কোন বাধার জন্য পৃথিবী সোজা সূর্যের দিকে ছুটে যায় না ? আপাতদৃষ্টিতে মনে হয় যে সূর্যের আকর্ষণের সমান ও বিপরীতমুখী আরেকটি বল পৃথিবীর উপর ক্রিয়া করছে। এই আপাত প্রতীয়মান বলকে কেন্দ্রবিমুখী বল বা অপকেন্দ্র বল (centrifugal force) বলা হয়। স্পষ্টত অপকেন্দ্র বল অভিকেন্দ্র বলের সমান ও বিপরীতমুখী। কিন্তু মনে রাখতে হবে যে, অপকেন্দ্র বলের কোনো বাস্তব অস্তিত্ব নেই। তাই প্রকৃতপক্ষে অভিকেন্দ্র বল কোনো বাস্তব বলের (real force) দ্বারা প্রতিমিত হচ্ছে না। অভিকেন্দ্র বা অপকেন্দ্র বল একটি অলীক বল।

বৃত্তপথে আবর্তনরত সব বস্তুরই বৃত্তের স্পর্শক বরাবর ছুটে যাওয়ার প্রবণতা থাকে; যেমন, ঘুরন্ত পাথরের উদাহরণে সুতো ছিড়ে গেলে পাথরটি স্পর্শক বরাবর ছুটে যায়। মনে করি, বৃত্তপথে আবর্তনরত একটি বস্তু কোনো

মুহূর্তে A বিন্দুতে অবস্থান করছে [চিত্র ৪.৩৪]। যদি বস্তুর উপর বৃত্তের কেন্দ্র O এর দিকে কোনো অভিকেন্দ্র বল ক্রিয়া না করত, তাহলে বস্তুটি অল্প সময় পর স্পর্শক বরাবর অন্য কোনো বিন্দু B-তে পৌঁছত। কিন্তু অভিকেন্দ্র বল সবসময় ক্রিয়া করে বলে বস্তুটি O কেন্দ্রের দিকে কিছুটা এগিয়ে আসে এবং অবশেষে B-এর বদলে বৃত্তপথের আরেকটি বিন্দু C-তে পৌঁছায়। অর্থাৎ অভিকেন্দ্র বলের প্রভাবেই প্রতিমুহূর্তে বস্তুটি বৃত্তপথে ঘুরতে বাধ্য হয়। সুতরাং বস্তুর ঘূর্ণন গতিতে অভিকেন্দ্র বলের ক্রিয়া সবসময় বজায় থাকে। কাজেই অভিকেন্দ্র বল কোনো বাস্তব বল দ্বারা প্রতিমিত হয় না। এজন্য অভিকেন্দ্র বলের বিপরীত দিকে ক্রিয়ারত অপকেন্দ্র বলের উপস্থিতিকে আপাত সত্য বলে ধরা হয়। তাই একে অলীক বল (pseudo force) বলা হয়।

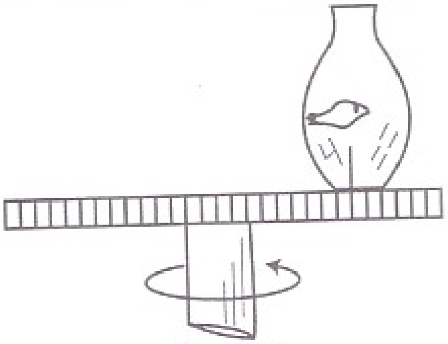


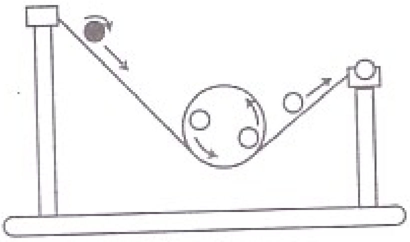
চিত্র ৪.৩৪

সমদ্রুতিতে বৃত্তপথে আবর্তনরত বস্তুর উপর অভিকেন্দ্র বলের সমান ও বিপরীতমুখী অর্থাৎ কেন্দ্র থেকে বাইরের দিকে একটি অলীক বল ক্রিয়া করে। একে কেন্দ্রবিমুখী বা অপকেন্দ্র বল বলে।

তোমরা নিচের পরীক্ষাগুলো নিজে অথবা কয়েক গ্রুপ করে প্রদর্শন কর

পরীক্ষণ ১ : একটি ঘুরন্ত টেবিলের উপর অক্ষ থেকে কিছু দূরে একটি জ্বলন্ত মোমবাতি বসাও। মোমবাতিটি যাতে বাতাসে নিভে না যায় সেজন্য একটি চিমনি দিয়ে ওটিকে ঢেকে দাও। দেখা যায় যে বাতিটির শিখা টেবিলের কেন্দ্রের দিকে ঝুঁকে পড়ছে [চিত্র ৪.৩৫]। এর কারণ ব্যাখ্যা কর।


চিত্র ৪.৩৫


চিত্র ৪.৩৬

পরীক্ষণ ২ : টিনের বা অ্যালুমিনিয়ামের একটি লম্বা পাত বাঁকিয়ে ৪.৩৬ চিত্রের মতো একটি পথ তৈরি কর। ঐ পথের প্রান্ত থেকে একটি মার্বেল গড়িয়ে দাও। মার্বেলটিকে যথেষ্ট গড়িয়ে দিলে দেখা যায় যে, মার্বেলটি বৃত্তাকার পথটুকুতে নিচে পড়ে গিয়ে পুরো একপাক ঘুরে আসে। এখানে মার্বেলের অপকেন্দ্র বল দ্বারা প্রতিমিত হয়। অনুরূপ পরীক্ষা আংশিক পা বালতি বা গ্লাস নিয়ে করা যায়। ওদের উল্লম্ব তলে জোরে ঘো দেখা যায় যে পানি পড়ছে না। এর কারণ ব্যাখ্যা কর।

কেন্দ্রমুখী এবং কেন্দ্রবিমুখী বলের ব্যবহার
Applications of Centripetal and Centrifugal Forces

ব্যবহারিক দৃষ্টান্ত
Practical examples

১। রাস্তার 'ব্যাঙ্কিং' (Banking of roads) :

(ক) অনুভূমিক রাস্তায় গাড়ির বাঁক নেয়া : মনে করি, অনুভূমিক রাস্তার মোড়ে একটি গাড়ি বাঁক এখানে গাড়ির চাকা এবং রাস্তার মধ্যে ঘর্ষণ বল বাঁক নেয়ার জন্য প্রয়োজনীয় অভিকেন্দ্র বল সরবরাহ করে।

ঘর্ষণ স্থিতি ঘর্ষণ এবং স্বনিয়ন্ত্রক। বাঁক নেয়ার সময় গাড়ির চাকাগুলি বাইরের দিকে ছিটকে যেতে চায়। ঘর্ষণ বল রাস্তার বাঁকের কেন্দ্রাভিমুখী ক্রিয়া করে এই হড়কে যাওয়ার প্রবণতাকে বাধা দেয়। গাড়িটি খুব দ্রুত বেগে চলতে চলতে বাঁক নিলে প্রয়োজনীয় অভিকেন্দ্র বলের মানও খুব বেশি হয়। কিন্তু ঘর্ষণ বলের মান একটি নির্দিষ্ট সীমার বেশি হতে পারে না। তাই গাড়ি খুব দ্রুতগতিতে বাঁক নিলে ঘর্ষণ বল প্রয়োজনীয় অভিকেন্দ্র বল সরবরাহ করতে পারে না। ফলে গাড়িটি রাস্তা থেকে ছিটকে যায়।

মনে করি, m ভরের একটি গাড়ি v দ্রুতি নিয়ে r ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তপথে বাঁক নিচ্ছে। গাড়ির চাকা এবং রাস্তার ক্রিয়াশীল মোট ঘর্ষণ বল F হলে গাড়িটি নিরাপদে বাঁক নেয়ার শর্ত হবে

$$F = \frac{mv^2}{r}$$

F-এর মান যত বেশি হবে গাড়িটি তত বেশি বেগে বাঁক নিতে পারবে। কিন্তু F-এর সর্বোচ্চ মান হলো μmg ; মানে μ হলো গাড়ির চাকা এবং রাস্তার মধ্যে স্থিতি ঘর্ষণ গুণাঙ্ক। অর্থাৎ, $F \leq \mu mg$.

সুতরাং, গাড়িটি নিরাপদে বাঁক নেয়ার শর্ত হলো

$$\frac{mv^2}{r} \leq \mu mg$$

বা, $v^2 \leq \mu rg$

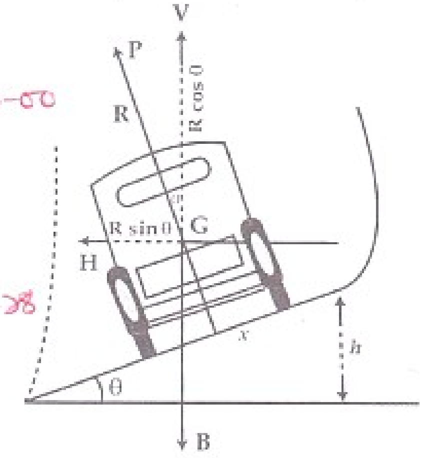
বা, $v \leq (\mu rg)^{1/2}$

গাড়ির দ্রুতি এই মান থেকে অর্থাৎ $(\mu rg)^{1/2}$ থেকে বেশি হলে গাড়ি রাস্তা থেকে ছিটকে যাবে।

(খ) ব্যাঙ্কিং যুক্ত রাস্তায় গাড়ির বাঁক নেয়া : অনুভূমিক রাস্তায় গাড়ি জোরে বাঁক নিলে গাড়ির চাকা এবং রাস্তার মধ্যে ক্রিয়াশীল ঘর্ষণ বল চাকার ক্ষতি করে। এই শক্তি কমাবার জন্য এবং গাড়ি ছিটকে গিয়ে দুর্ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা রোধ করার জন্য প্রতিটি বাঁকে রাস্তার বাইরের দিক ভেতরের দিকের চেয়ে কিছুটা উঁচু করা হয় অর্থাৎ রাস্তাটি বাঁকের কেন্দ্রের দিকে একটু ঢালু করা থাকে। একে রাস্তার 'ব্যাঙ্কিং' বলে। এর ফলে গাড়ি বাঁক নেয়ার জন্য প্রয়োজনীয় অভিকেন্দ্র বলের একাংশ গাড়ির উপর রাস্তা দ্বারা প্রযুক্ত প্রতিক্রিয়া বলের অনুভূমিক উপাংশ যোগান দেয়; বাকি অংশ ঘর্ষণ থেকে আসে। ব্যাঙ্কিং কোণের মান সঠিক হলে প্রতিক্রিয়ার অনুভূমিক উপাংশ থেকেই প্রয়োজনীয় অভিকেন্দ্র বল পাওয়া যায়; তখন ঘর্ষণ বলের কোনো ভূমিকা থাকে না।

২১-২১-৩৩

২৩-২৪



চিত্র ৪.৩৭

এখানে গাড়ির উপর দুটি বল ক্রিয়া করছে— (i) গাড়ির ওজন W খাড়া নিচের দিকে ক্রিয়া করে এবং (ii) রাস্তা দ্বারা প্রযুক্ত প্রতিক্রিয়া R রাস্তার তলের সঙ্গে লম্বভাবে উপরের দিকে ক্রিয়া করে [চিত্র ৪.৩৭]। মনে করি, রাস্তার তল অনুভূমিক তলের সঙ্গে θ কোণে আনত; θ-কে ব্যাঙ্কিং কোণ (angle of banking) বলে। প্রতিক্রিয়া R-এর উল্লম্ব উপাংশ R cos θ গাড়ির ওজন W-কে প্রতিমিত করে এবং অনুভূমিক উপাংশ R sin θ প্রয়োজনীয় অভিকেন্দ্র বলের যোগান দেয়। গাড়ির ভর m, দ্রুতি v এবং রাস্তার বাঁকের ব্যাসার্ধ r হলে

$$R \sin \theta = \frac{mv^2}{r}$$

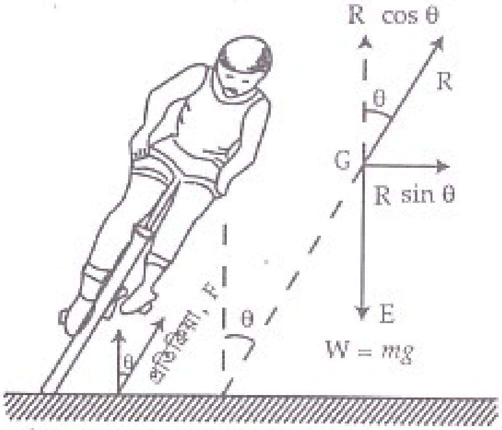
$$R \cos \theta = W = mg$$

ভাগ করে পাই, $$\boxed{\tan \theta = \frac{v^2}{rg}} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.46)$$

এই সমীকরণ থেকে সঠিক ব্যাঙ্কিং কোণের মান নির্ণয় করা যায়। এই মান গাড়ির দ্রুতি v-এর উপর নির্ভর করে; এজন্য গাড়ির বেগের কেবলমাত্র একটি নির্দিষ্ট মানের জন্যই রাস্তার বাঁকে সঠিকভাবে ব্যাঙ্কিং করা যায়।

বর্তমানে আধুনিক হাইওয়ের (Highway) প্রতিটি বাঁকে দুর্ঘটনা এড়াবার জন্য ব্যাঙ্কিং করা হয়। রেললাইনের বাঁকেও ব্যাঙ্কিং করা হয়; বাইরের লাইনটিকে ভেতরের লাইন থেকে উঁচু করে বসানো হয়। প্রতিটি বাঁকের মুখে সর্বোচ্চ দ্রুতিসীমা লেখা বোর্ড টাঙানো থাকে; ফলে চালকরা এই সীমার বেশি বেগে গাড়ি চালাবার বিপদ সম্পর্কে সজাগ থাকেন। তাই দুর্ঘটনার সম্ভাবনা কমে যায়।

২। সাইকেল আরোহীর বাঁক নেওয়া : কোনো সাইকেল আরোহীর বাঁক নেওয়ার ঘটনাও আমরা অনুরূপভাবে আলোচনা করতে পারি। বাঁক নেওয়ার সময় সাইকেলসহ আরোহী আপনা আপনিই ভেতরের দিকে অর্থাৎ রাস্তার বাঁকের কেন্দ্র যেদিকে সেদিকে ঝুঁকে পড়ে [চিত্র ৪.৩৮]। ফলে সাইকেলসহ আরোহী আনতভাবে রাস্তার উপর চাপ দেয়; অতএব রাস্তার প্রতিক্রিয়া R অনুভূমিক তলের সঙ্গে θ কোণ করে সাইকেলের উপর প্রযুক্ত হয়। এই প্রতিক্রিয়ার অনুভূমিক উপাংশই প্রয়োজনীয় অভিকেন্দ্র বলের যোগান দেয়। যদি বাঁকের মুখে ভারসাম্য রক্ষা করার জন্য সাইকেলসহ আরোহী উল্লম্ব রেখার সঙ্গে কোণ করে ভেতরের দিকে ঝোঁকে তাহলে প্রতিক্রিয়া বল R এর উল্লম্ব এবং অনুভূমিক উপাংশ হবে R cos θ এবং R sin θ। প্রতিক্রিয়ার এই উল্লম্ব উপাংশ আরোহীসমেত সাইকেলের ওজন mg-কে প্রশমিত করে আর অনুভূমিক উপাংশই প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল $\frac{mv^2}{r}$ সরবরাহ করে।



চিত্র ৪.৩৮ : সাইকেল আরোহীর বাঁক নেওয়া।

$$\therefore \quad R\cos\theta = mg$$

$$\text{এবং } R\sin\theta = \frac{mv^2}{r} \quad \text{বা, } \tan\theta = \frac{v^2}{rg} \qquad \therefore \ \theta = \tan^{-1}\left(\frac{v^2}{rg}\right)$$

সাইকেলসহ আরোহীকে এই θ কোণে বাঁক নিতে হবে। আরোহীর বেগ যত বেশি হবে বাঁকের ব্যাসার্ধ তত কম হবে এবং তাকে তত বেশি হেলতে হবে। উপরিউক্ত সমীকরণ থেকে সাইলেকসহ আরোহীর বেগ $v = \sqrt{rg \tan}$ নির্ণয় করা যায়।

৩। গ্রহগুলোর গতি (Motion of the planets) : গ্রহগুলো নিজ নিজ কক্ষপথে সূর্যের চারদিকে আবর্তন করছে। এখানে প্রতিটি গ্রহের উপর ক্রিয়ারত সূর্যের মহাকর্ষীয় আকর্ষণ বলই হলো প্রয়োজনীয় অভিকেন্দ্র বল।

অনুরূপভাবে গ্রহের চারদিকে আবর্তনরত উপগ্রহের ক্ষেত্রে অভিকেন্দ্র বল হলো গ্রহের মহাকর্ষীয় আকর্ষণ বল।

গাণিতিক উদাহরণ

১। 50 m ব্যাসের বৃত্তাকার পথে কোনো মোটর সাইকেল আরোহী কত বেগে ছুটলে উল্লম্ব তলের *সাথে তিনি 30° কোণে আনত থাকবেন ?*

আমরা জানি,

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

$$\text{বা, } v^2 = rg\tan\theta$$

$$\text{বা, } v = \sqrt{rg\tan\theta}$$

$$\therefore \ v = \sqrt{25 \times 9.8 \times \tan(30^\circ)}$$

$$= \sqrt{25 \times 9.8 \times 0.577}$$

$$= 11.89\ \text{ms}^{-1}$$

এখানে,

$r = \frac{50}{2}\ \text{m} = 25\ \text{m}$

$\theta = 30^\circ$

$g = 9.8\ ms^{-2}$

$v = ?$

২। 200 m ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বাঁকা পথে $50{\cdot}4\ \text{kmh}^{-1}$ বেগে গাড়ি চালাতে পথটি কত কোণে কাত করে রাখতে হবে ? রাস্তাটি 2 m প্রশস্থ হলে, বাইরের পার্শ্ব ভেতরের পার্শ্ব অপেক্ষা কত উঁচু হতে হবে ?

আমরা জানি,

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

বা, $\tan\theta = \dfrac{(14)^2}{200 \times 9{\cdot}8} = 0{\cdot}1$

$\therefore\ \theta = \tan^{-1}(0{\cdot}1)$

$= 5{\cdot}7^\circ$

θ-এর মান ক্ষুদ্র হলে,

$\tan\theta = \sin\theta = \dfrac{h}{x}$ · লেখা যায়

এবং $\tan\theta = \dfrac{h}{x}$ $\quad\therefore\ 0{\cdot}1 = \dfrac{h}{2}$

$\therefore\ h = 0{\cdot}1 \times 2 = 0{\cdot}2\ \text{m}$

এখানে,

ব্যাসার্ধ, $r = 200\ \text{m}$

বেগ, $v = 50{\cdot}4\ \text{kmh}^{-1}$

$= \dfrac{50{\cdot}4 \times 1000}{3600}\ \text{ms}^{-1}$

$= 14\ \text{ms}^{-1}$

$g = 9{\cdot}8\ \text{ms}^{-2}$

$\theta = ?$

$x = 2\ \text{m}$

উচ্চতা, $h = ?$

৪.১৮ সংঘর্ষ
Collision

অতি অল্প সময়ের জন্য বৃহৎ কোনো বল ক্রিয়া করে বস্তুর গতির হঠাৎ ও ব্যাপক পরিবর্তন করাকে সংঘাত বা সংঘর্ষ বলে। ব্যাট দ্বারা ক্রিকেট বলকে আঘাত করা, ক্যারামের স্ট্রাইকার দ্বারা গুটিকে আঘাত করা, কামান হতে গোলা ছোঁড়া ইত্যাদি সংঘাত বা সংঘর্ষের উদাহরণ। একটি আলফা কণা যখন একটি স্বর্ণ নিউক্লিয়াসের খুবই নিকটে আসে তখন অল্প সময়ের জন্য উহারা পরস্পরকে প্রচণ্ড বলে বিকর্ষণ করে। এই ঘটনাকে সংঘর্ষ বলে।

সংঘর্ষ দুই প্রকার; যথা—

(ক) স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ (Elastic Collision) এবং

(খ) অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ (Inelastic Collision)

স্থিতিস্থাপক এবং অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ
Elastic and Inelastic Collision

স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ
Elastic Collision

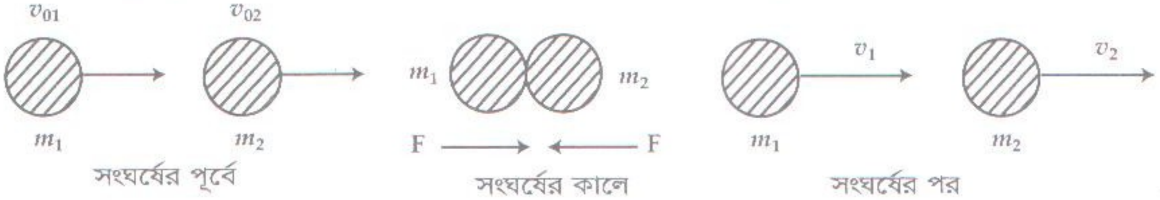
অণু বা পরমাণুর মধ্যে এবং ইলেকট্রন, প্রোটন, নিউট্রন ইত্যাদি কণার মধ্যে যখন সংঘর্ষ ঘটে তখন মোট গতিশক্তি সংরক্ষিত থাকে। এই ধরনের সংঘর্ষ পূর্ণ স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলে মনে করা যায়। এই ধরনের সংঘর্ষ একটি আদর্শ ঘটনা, বাস্তবে এ রকম সংঘর্ষ দেখতে পাওয়া যায় না। সুতরাং বলা যায় যে, **সংঘর্ষের আগে ও পরে দুটি বস্তুর আপেক্ষিক বেগ অপরিবর্তিত থাকে সেই সংঘর্ষকে পূর্ণ স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলে।** এই সংঘর্ষের আগে বস্তু দুটির মোট গতিশক্তি যা ছিল সংঘর্ষের পরেও মোট গতিশক্তি একই থাকে।

উদাহরণ : দুটি কাচের বা ইস্পাতের বলের সংঘর্ষ প্রায় পূর্ণ স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ হয়।

আবার যে সংঘর্ষের পর বস্তু দুটি যুক্ত না হয়ে পরস্পর থেকে বিচ্ছিন্ন হয়ে যায়, কিন্তু সংঘর্ষের পর ওদের আপেক্ষিক বেগ সংঘর্ষের আগের আপেক্ষিক বেগের চেয়ে কম হয়, তাকে **আংশিক স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলে।** এই ধরনের সংঘর্ষে মোট গতিশক্তি সংরক্ষিত হয় না। সংঘর্ষের সময় কিছু পরিমাণ গতিশক্তি অন্য শক্তি মূলত তাপশক্তিতে রূপান্তরিত হয়। বাস্তবে এই ধরনের সংঘর্ষই সাধারণত ঘটে।

পূর্ণ স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের ক্ষেত্রে,

মনে করি m_1 এবং m_2 ভরের দুটি বস্তু একই সরলরেখায় একই দিকে যথাক্রমে v_{01} এবং v_{02} আদিবেগে চলার সময় মুখোমুখি সংঘর্ষ (head-on collision) ঘটালো। ধরি সংঘর্ষটি পূর্ণ স্থিতিস্থাপক [চিত্র ৪'৩৯]।



সংঘর্ষের পূর্বে সংঘর্ষের কালে সংঘর্ষের পর

চিত্র ৪'৩৯ : পূর্ণ স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ

সংঘাতের (impact) সময় বস্তু দুটি পরস্পরের উপর বিপরীতমুখী ক্রিয়া প্রতিক্রিয়া বল F প্রয়োগ করে। F একটি ঘাত বল এবং এর ক্রিয়ায় প্রতিটি বস্তুরই ভরবেগের পরিবর্তন ঘটে। মনে করি, সংঘর্ষের পর বস্তু দুটি একই সরলরেখায় একই দিকে যথাক্রমে v_1 এবং v_2 বেগ নিয়ে চলতে থাকে। সংঘর্ষের আগে ও পরে বস্তু দুটির বেগের অভিমুখ একই দিকে ধরা হয়েছে। এখানে $v_{01} > v_{02}$ হলে বস্তু দুটির মধ্যে সংঘর্ষ ঘটবে এবং $v_2 > v_1$ হলে বস্তু দুটি সংঘর্ষের পর বিচ্ছিন্ন হয়ে যাবে।

এক্ষেত্রে সংঘর্ষের পূর্বে আপেক্ষিক বেগ $= v_{01} - v_{02}$

সংঘর্ষের পর আপেক্ষিক বেগ $= v_2 - v_1$

সংজ্ঞানুযায়ী $v_{01} - v_{02} = v_2 - v_1$

ভরবেগের নিত্যতার সূত্র অনুযায়ী,

সংঘর্ষের আগে মোট ভরবেগ = সংঘর্ষের পরে মোট ভরবেগ

$$m_1v_{01} + m_2v_{02} = m_1v_1 + m_2v_2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.47)$$

এই সমীকরণ থেকে v_1 এবং v_2 মান নির্ণয় করা যায়। এই দুই বেগ থেকে সংঘর্ষের পরের গতিশক্তিও নির্ণয় করা যায়।

আবার সংঘর্ষের পূর্বের গতিশক্তি $=\frac{1}{2}mv_{01}{}^2 + \frac{1}{2}mv_{02}{}^2$ পূর্ণ স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে গতিশক্তি সংরক্ষিত হয়। তাই সংঘর্ষের পূর্বের ও পরের গতিশক্তি উভয় পাশে সমান লেখে সমাধান করলে আমরা পাই,

$$\frac{1}{2}mv_1{}^2 + \frac{1}{2}mv_2{}^2 = \frac{1}{2}mv_{01}{}^2 + \frac{1}{2}mv_{02}{}^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.48)$$

অর্থাৎ সংঘর্ষের পরের গতিশক্তি = সংঘর্ষের পূর্বের গতিশক্তি।

বিশেষ ক্ষেত্র :

100%

(i) $m_1 = m_2$ হলে, $v_{01} = v_2$ এবং $v_{02} = v_1$ হয়।

(ii) আবার $v_{02} = 0$ হলে, $v_1 = 0$ এবং $v_2 = v_{01}$ হয়।

(iii) $m_2 >> m_1$ হলে, $v_1 = — v_{01}$ এবং $v_2 << v_{01}$।

সুতরাং যদি কোনো হালকা বস্তুর সঙ্গে কোনো বহুগুণ ভারী স্থির বস্তুর সংঘর্ষ ঘটে, তবে ভারী বস্তু কার্যত স্থিরই থাকে এবং হালকা বস্তুটি প্রায় সমান বেগে বিপরীত দিকে ছুটে যায়।

(iv) $m_1 >> m_2$ হয়, তবে $v_1 = v_{01}$ এবং $v_2 = 2v_{01}$।

অর্থাৎ হালকা বস্তুর সাথে ভারী বস্তুর সংঘর্ষ ঘটলে সংঘর্ষের পর ভারী বস্তুর বেগ অপরিবর্তিত থাকে কিন্তু হালকা বস্তুর বেগ দ্বিগুণ হয়।

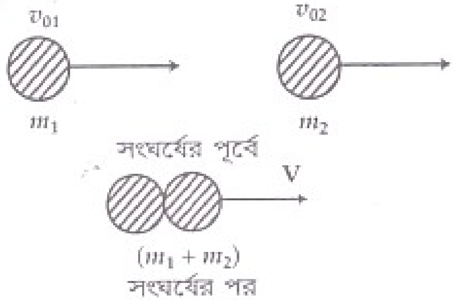
হতে কলমে কাজ : তুমি হাতে একটি বল নাও। এবার এটিকে একটি টেবিলের উপর ছুড়ে দাও। টেবিলটি কো দিকে যাবে? বলটি টেবিলে ধাক্কা খেয়ে বিপরীত দিকে আসবে কেন?

কোনো হালকা বস্তু কোনো ভারী স্থির বস্তুর সঙ্গে সংঘর্ষে লিপ্ত হলে ভারী বস্তুটি স্থির থাকে এবং হালক বস্তুটি প্রায় দ্বিগুণ বেগে বিপরীত দিকে ছুটে যায়।

অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ
Inelastic collision

তোমরা দুটি কাঁদামাটির নরম বলকে সংঘর্ষ ঘটাও তাহলে দেখতে পাবে যে, এই সংঘর্ষে মোট গতিশক্তি সংরক্ষিত হয় না। এই ধরনের সংঘর্ষও একটি আদর্শ ঘটনা। এ ধরনের সংঘর্ষ অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ। অর্থাৎ যে সংঘর্ষের পর বস্তু দুটি পরস্পরের সঙ্গে যুক্ত হয়ে একটি বস্তুরূপে চলতে থাকে অর্থাৎ যে সংঘর্ষের পর বস্তু দুটির আপেক্ষিক বেগ শূন্য হয়, তাকে অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলে।

৪˙৪০ চিত্রে পূর্ণ অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ দেখানো হয়েছে। m_1 এবং m_2 ভরের দুটি বস্তু একই সরলরেখায় একই দিকে যথাক্রমে v_{01} এবং v_{02} বেগে চলে পরস্পরের সঙ্গে মুখোমুখি সংঘর্ষ ঘটাল। সংঘর্ষের পর বস্তু দুটি পরস্পর যুক্ত হয়ে একই দিকে v বেগে চলতে থাকে।



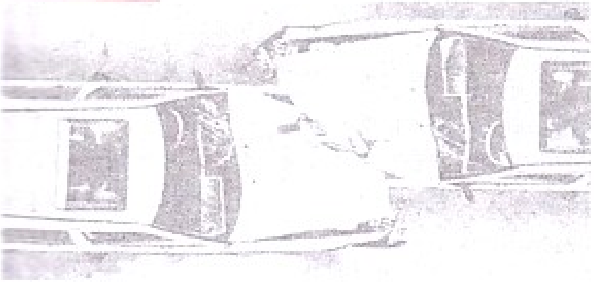
চিত্র ৪˙৪০ : পূর্ণ অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ

এখন রৈখিক ভরবেগের সংরক্ষণ নীতি থেকে পাই,
সংঘর্ষের আগে মোট ভরবেগ = সংঘর্ষের পরে মোট ভরবেগ

$$\therefore \quad m_1 v_{01} + m_2 v_{02} = (m_1 + m_2) v$$

$$\text{বা,} \quad v = \frac{m_1 v_{01} + m_2 v_{02}}{m_1 + m_2} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (4.49)$$

সংঘর্ষের আগে মোট গতিশক্তি $\frac{1}{2} m v_{01}{}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{02}{}^2$ এবং সংঘর্ষের পর মোট গতিশক্তি $\frac{1}{2}\ (m_1 + m_2) v^2$ বিয়োগ করে গতিশক্তি ক্ষয় নির্ণয় করা যায়। দেখা যায় যে, গতিশক্তির ক্ষয় আপেক্ষিক বেগ $(v_{01} - v_{02})$ এর বর্গের সমানুপাতিক হয়।



চিত্র ৪˙৪১

যাচাই কর : পাশের চিত্রটি লক্ষ কর [চিত্র ৪˙৪১]। গাড়িটি কি ধরনের সংঘর্ষে লিপ্ত হয়েছে ? স্বভাবতই গাড়িটির সংঘর্ষের পর আপেক্ষিক বেগ 0। যদি সংঘর্ষের পূর্বে গাড়িদ্বয়ের বেগ যথাক্রমে u_1, u_2 হয় তাহলে সংঘর্ষের পরে বেগ v এর সমীকরণটি লিখে প্রকাশ কর।

গাণিতিক উদাহরণ

১। 3 ms⁻¹ বেগে 2 kg ভরের একটি বলের সঙ্গে 0˙5 kg ভরের আরেকটি স্থির বলের সোজাসুজি সংঘর্ষ ঘটে। যদি (ক) সংঘর্ষের পর এরা একত্রে অন্যের সঙ্গে আটকে যায় এবং (খ) সংঘর্ষটি পূর্ণ স্থিতিস্থাপক হয়, তবে সংঘর্ষের পর বল দুটির বেগ কত হবে ?

সমাধান : (ক) সংঘর্ষের পর বল দুটি একে অন্যের সঙ্গে আটকে যায় বলে সংঘর্ষটি পূর্ণ অস্থিতিস্থাপক হবে। এখানে সংঘর্ষের পর বল দুটির বেগ একই হবে।

ভরবেগের সংরক্ষণশীলতার নীতি অনুযায়ী

$$m_1 v_{01} + m_2 v_{02} = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$\therefore$ এক্ষেত্রে $v_1 = v_2 = v$ বসালে এবং $v_2 = 0$ ধরলে আমরা পাই,

$$2 \times 3 + 0 = (2 + 0{\cdot}5) \times v$$

সুতরাং $v = 2{\cdot}4\ \text{ms}^{-1}$

(খ) সংঘর্ষটি পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বলে পূর্ণ স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের ক্ষেত্রে আমরা জানি,

$$v_{01} - v_{02} = v_2 - v_1$$
$$3 - 0 = (v_2 - v_1)$$
$$\therefore \quad v_2 - v_1 = 3 \text{ ms}^{-1} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \text{(i)}$$

আবার ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র অনুযায়ী

$$m_1v_{01} + m_2v_{02} = m_1v_1 + m_2v_2$$
$$2 \times 3 + 0 = 2v_1 + 0\cdot5v_2$$
$$\therefore \quad 2v_1 + 0\cdot5v_2 = 6 \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \text{(ii)}$$

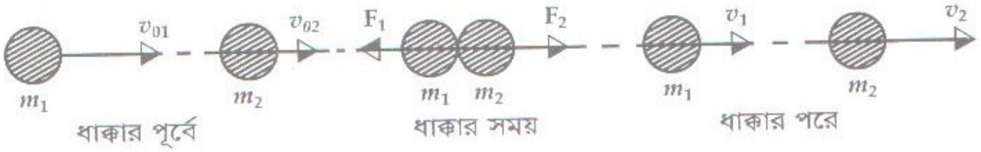
(i) ও (ii) সমাধান করে পাই, $v_1 = 18 \text{ ms}^{-1}$ এবং $v_2 = 4\cdot8 \text{ ms}^{-1}$

সুতরাং সংঘর্ষের পর বল দুটি একই দিকে অগ্রসর হবে।

একমাত্রিক সংঘর্ষ
One-dimensional Collision

বাচ্চারা যখন মার্বেল খেলে তখন একটি মার্বেল আর একটি মার্বেলকে ধাক্কা দিলে তা যদি ধাক্কার পর সরল পথে চলতে থাকে তাহলে যে সংঘর্ষ হয় তা একমাত্রিক সংঘর্ষ। অর্থাৎ **সংঘাতাধীন বস্তু দুটির আপেক্ষিক গতিবেগ সংঘর্ষের আগে ও পরে একই সরলরেখা বরাবর হলে, ঐ সংঘাতকে একমাত্রিক সংঘর্ষ বলে।**

মনে করি কোনো একটি সরলরেখায় m_1 এবং m_2 ভরের দুটি বস্তুকণা যথাক্রমে x অক্ষ বরাবর v_{01} এবং v_{02} বেগে একই দিকে চলছে [চিত্র ৪.৪২]। এখানে $v_{01} > v_{02}$। কোনো এক সময়ে প্রথম বস্তুকণাটি পেছনের দিক হতে দ্বিতীয় বস্তুকণাকে ধাক্কা দিল এবং এরপর বস্তুকণা দুটি একই সরলরেখায় ও একই দিকে যথাক্রমে v_1 এবং v_2 বেগে চলতে লাগল।



চিত্র ৪.৪২

এখানে m_2 ভরের বস্তুর উপর প্রযুক্ত ক্রিয়া বল F_1 এবং m_2 ভরের বস্তুটিও m_1 ভরের বস্তুটিতে F_2 প্রতিক্রিয়া সৃষ্টি করে।

আবার মনে করি ধাক্কাজনিত ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়ার কার্যকাল t, তা হলে

বস্তুকণা দুটির আদি ভরবেগের সমষ্টি $= m_1v_{01} + m_2v_{02} \quad \cdots \quad \cdots \quad (4.50)$

বস্তুকণা দুটির শেষ ভরবেগের সমষ্টি $= m_1v_1 + m_2v_2$

নিউটনের গতির তৃতীয় সূত্র অনুসারে

ক্রিয়া = প্রতিক্রিয়া $\quad \therefore \quad F_2 = -F_1$

সংঘর্ষের সময় ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া বল একই সময় ব্যাপি ক্রিয়া করে।

ধরি সংঘর্ষকালীন সময় এবং সংঘর্ষের পর বস্তু দুটি পরিবর্তিত v_{01} এবং v_{02} বেগে একই সরলরেখা বরাব চলতে থাকবে। এই ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়ার ফলে বস্তু দুটির ত্বরণ যথাক্রমে a_1 এবং a_2 হয়।

$$\therefore \quad F_1 = -F_2$$
$$\therefore \quad m_1a_1 = -m_2a_2$$
$$\text{বা,} \quad m_1\frac{(v_1 - v_{01})}{t} = -m_2\frac{(v_2 - v_{02})}{t}$$
$$\text{বা,} \quad m_1v_1 - m_1v_{01} = -m_2v_2 + m_2v_{02}$$
$$\text{বা,} \quad m_1v_{01} + m_2v_{02} = m_1v_1 + m_2v_2 \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (4.51)$$

ভরবেগের সংরক্ষণশীলতার নীতি অনুযায়ী সংঘর্ষের পূর্বের ভরবেগ = সংঘর্ষের পরের ভরবেগ

এই সমীকরণ একমাত্রিক সংঘর্ষের সমীকরণ।

গাণিতিক উদাহরণ

১। পানিতে স্থিরভাবে ভাসমান 200 kg একটি বোটের উপর দুই বিপরীত প্রান্তে দুইজন বালক দাঁড়িয়ে আছে। তাদের ভর যথাক্রমে 40 kg এবং 70 kg। যদি তারা প্রত্যেকে এক সাথে 4 ms^{-1} অনুভূমিক বেগে বোট থেকে লাফ দেয় তাহলে বোটটি কোনদিকে কত বেগে গতিশীল হবে ?

আমরা জানি,

$$m_1u_1 + m_2u_2 + m_3u_3 = m_1v_1 + m_2v_2 + m_3v_3$$

বা, $0 + 0 + 0 = 40 \times 4 + 70 \times — 4 + 200 \times v_3$

বা, $— 120 + 200\, v_3 = 0$

$\therefore\quad v_3 = 0\text{·}6$ ms^{-1}, এবং দিক হবে m_2 ভরের দিকে

দেয়া আছে

প্রথম বালকের ভর, $m_1 = 40$ kg
দ্বিতীয় বালকের ভর, $m_2 = 70$ kg
বোটের ভর, $m_3 = 200$ kg

লাফ দেবার আগে,

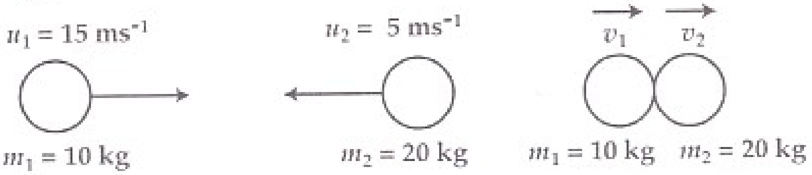
প্রথম বালকের বেগ, $u_1 = 0$
দ্বিতীয় বালকের বেগ, $u_2 = 0$
বোটের বেগ, $u_2 = 0$

লাফ দেবার পর,

প্রথম বালকের বেগ, $v_1 = 4$ ms^{-1}
দ্বিতীয় বালকের বেগ, $v_2 = — 4$ ms^{-1}
বোটের বেগ, $v_3 = ?$

উচ্চতর দক্ষতাভিত্তিক নমুনা গাণিতিক উদাহরণ

১। নিচের চিত্রটি লক্ষ কর। উদ্দীপকে উল্লিখিত ঘটনার মিলিত বেগ কত হবে এবং গতিশক্তি সংরক্ষিত হবে কী? ব্যাখ্যা কর।



সংঘর্ষের পূর্বে সংঘর্ষের পর

চিত্র অনুযায়ী, আমরা জানি,

$$m_1u_1 — m_2u_2 = (m_1 + m_2)v$$

$$10 \times 15 — 20 \times 5 = (10 + 20)\,(v)$$

বা, $150 — 100 = 30 \times v$ বা, $50 = 30\,v$

$\therefore\quad v = \frac{5}{3}$ ms^{-1}

দুটি বস্তুর স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে ভরবেগ সংরক্ষিত হয় কিন্তু গতিশক্তি সংরক্ষিত নাও হতে পারে।

সংঘর্ষের পূর্বে গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mu_1^2 + \frac{1}{2}mu_2^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times (15)^2 + \frac{1}{2} \times 20 \times (5)^2$

$= 5 \times (15)^2 + 10 \times 25 = 1125 + 250 = 1375$ J

সংঘর্ষের পরের গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2$ | $v_1 = v_2 = v = \frac{5}{3}$ ms^{-1}

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times \left(\frac{5}{3}\right)^2 + \frac{1}{2} \times 20 \times \left(\frac{5}{3}\right)^2$$

$$= 5 \times \frac{25}{9} + 10 \times \frac{25}{9} = \frac{25}{9}(5 + 10) = \frac{25}{9} \times 15 = 41\text{·}67 \text{ J}$$

দেখা যাচ্ছে যে, উভয় ক্ষেত্রে গতিশক্তি সমান নয়। অর্থাৎ গতিশক্তি সংরক্ষিত হবে না।

২। একটি ট্রেন 200 m ব্যাসার্ধের একটা রেল লাইনের বাঁকে ঘুরছে। দুটি পাতের মধ্যবর্তী দূরত্ব 1m ঘণ্টায় 50·4 km বেগে চলন্ত গাড়ীর ঘোরার জন্য রেল লাইনের ভেতরের ও বাইরের পাতের উচ্চতা সমা হলে কী ঘটবে আর না হলে কী ঘটবে ? ব্যাখ্যা কর।

আমরা জানি,

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

বা, $\tan\theta = \frac{(14)^2}{200 \times 9{\cdot}8} = 0{\cdot}1$

বা, $\tan\theta = 0{\cdot}1$

θ এর মান ক্ষুদ্র হলে $\tan\theta = 0{\cdot}1$ লেখা যায়।

ধরি দুটি লাইনের মধ্যে দূরত্ব $= x$

এক লাইন হতে অন্য লাইনের উচ্চতা h রাখা হলো

$$\therefore \quad \tan\theta = \frac{h}{x}$$

বা, $h = 0{\cdot}1 \times 1 = 0{\cdot}1$ m.

এখানে,

$r = 200$ m

$g = 9{\cdot}8$ ms^{-2}

$v = 50{\cdot}4$ km h^{-1}

$= \frac{50{\cdot}4 \times 1000}{60 \times 60} = 14$ ms^{-1}

$r = 1$ m

ভেতরের লাইন অপেক্ষা বাইরের লাইন 0·1 m উঁচু করে তৈরি করলে রেল গাড়িটি নির্বিঘ্নে চলতে পারবে। কারণ কেন্দ্রবিমুখী বা অপকেন্দ্র বলের প্রভাব থেকে রেল গাড়িকে মুক্ত করতে হলে বাইরের লাইনকে অবশ্যই উঁচু কে স্থাপন করতে হবে। আর যদি দুটি লাইন সমান উচ্চতায় থাকে তাহলে বাঁক নেওয়ার সময় প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী ব সরবরাহ করতে হয়। কেন্দ্রমুখী বলের অভাবে গতি জড়তার কারণে যানবাহন উল্টে যাওয়ার সম্ভাবনা থাকে। এই জড়তাকে প্রশমিত করতে বাইরের লাইনকে ভেতরের লাইন অপেক্ষা উঁচু করে তৈরি করতে হয়।

সার-সংক্ষেপ

বল	: যে বাহ্যিক কারণ বস্তুর গতি বা স্থিতি অবস্থার পরিবর্তন ঘটায় বা ঘটাতে চা তাকে বল বলে।
মৌলিক বল	: যে সকল বল মূল বা অকৃত্রিম অর্থাৎ অন্য কোনো বল থেকে উৎপন্ন হয় না তাকে মৌলিক বল বলে।
মৌলিক বলের প্রকারভেদ	: মৌলিক বল চার ধরনের। যথা—মহাকর্ষ বল, তড়িৎ-চুম্বকীয় বল, সবল নিউক্লি বল ও দুর্বল নিউক্লিয় বল।
ভরবেগ	: বস্তুর ভর ও বেগের সমন্বয়ে বস্তুতে যে ধর্মের উদ্ভব হয় তাকে বস্তুর ভরবেগ বলে। ভরবেগ = ভর × বেগ।
নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র	: ভরবেগের পরিবর্তনের হার বস্তুর উপর প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক। এই বল যে দিকে ক্রিয়া করে ভরবেগের পরিবর্তনও সেদিকে ঘটে।
ঘাত বল	: খুব অল্প সময়ের জন্য খুব বড় মানের যে বল কোনো বস্তুর উপর প্রযুক্ত হয় তাকে ঘাত বল বলে।
ঘাত	: কোনো বল ও বলের ক্রিয়াকালের গুণফলকে ঐ বলের ঘাত বলে।
জড়তার ভ্রামক	: কোনো অক্ষ সাপেক্ষে ঘূর্ণনরত কোনো বস্তুর প্রতিটি কণায় ভর ও অক্ষ হতে তাদের প্রত্যেকের লম্ব দূরত্বের বর্গের গুণফলকে জড়তার ভ্রামক বলে।
কৌণিক ভরবেগ	: ঘূর্ণনরত কোনো বস্তুকণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর ও রৈখিক ভরবেগের ভেক্টর গুণফলকে কৌণিক ভরবেগ বলে।
চক্রগতির ব্যাসার্ধ	: যদি কোনো দৃঢ় বস্তুর একটি নির্দিষ্ট বিন্দু যেখানে বস্তুটির সমস্ত ভর কেন্দ্রীভূত আছে ধরা হয় এবং ঘূর্ণন অক্ষ সাপেক্ষে ঐ বিন্দুতে জড়তার ভ্রামক সমগ্র বস্তুটির জড়তার ভ্রামকের সমান হয়, তবে অক্ষ হতে ঐ বিন্দুর দূরত্বকে চক্রগতির ব্যাসার্ধ বলা হয়।
টর্ক	: কোনো নির্দিষ্ট অক্ষের চারদিকে ঘূর্ণায়মান কোনো বস্তুতে ত্বরণ সৃষ্টির জন্য প্রযুক্ত দ্বন্দ্বের ভ্রামককে টর্ক বা বলের ভ্রামক বলে।

কৌণিক ভরবেগের নিত্যতা বা সংরক্ষণ সূত্র	বস্তুর উপর ক্রিয়ারত বহিস্থ টর্কের লব্ধি শূন্য হলে, ঘূর্ণায়মান বস্তুর কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তন হবে না। এটিই কৌণিক ভরবেগের নিত্যতা বা সংরক্ষণ সূত্র।
কেন্দ্রমুখী বল	যে বলের ক্রিয়ায় কোনো বস্তু সমদ্রুতিতে বৃত্তপথে চলতে থাকে এবং যে বল সবসময় বস্তুর গতিপথের সঙ্গে লম্বভাবে ভেতরের দিকে অর্থাৎ বৃত্তের কেন্দ্রাভিমুখে ক্রিয়া করে তাকে কেন্দ্রমুখী বা অভিকেন্দ্র বল (Centripetal force) বলা হয়।
কেন্দ্রবিমুখী বল	সমদ্রুতিতে বৃত্তপথে আবর্তনরত বস্তুর উপর অভিকেন্দ্র বলের সমান ও বিপরীতমুখী অর্থাৎ কেন্দ্র থেকে বাইরেরর দিকে একটি অলীক বল ক্রিয়া করে। একে কেন্দ্রবিমুখী বা অপকেন্দ্র বল বলে।
সংঘর্ষ	অতি অল্প সময়ের জন্য বৃহৎ কোনো বল ক্রিয়া করে বস্তুর গতির হঠাৎ ও ব্যাপক পরিবর্তন করাকে সংঘাত বা সংঘর্ষ বলে।
স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ	সংঘর্ষের আগে ও পরে দুটি বস্তুর আপেক্ষিক বেগ অপরিবর্তিত থাকলে সংঘর্ষটিকে পূর্ণ স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলে।
অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ	যে সংঘর্ষের পর বস্তুটি পরস্পরের সঙ্গে যুক্ত হয়ে একটি বস্তুরূপে চলতে থাকে অর্থাৎ যে সংঘর্ষের পর বস্তু দুটির আপেক্ষিক বেগ শূন্য হয়, তাকে অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলে।
একমাত্রিক সংঘর্ষ	সংঘাতাধীন বস্তু দুটির আপেক্ষিক গতিবেগ সংঘর্ষের আগে ও পরে একই সরলরেখা বরাবর হলে ঐ সংঘর্ষকে একমাত্রিক সংঘর্ষ বলে।

অনুশীলনী

(ক) বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১। সবচেয়ে শক্তিশালী বল হচ্ছে—

(ক) মহাকর্ষ বল
(খ) তড়িৎ চুম্বকীয় বল
(গ) সবল নিউক্লিয় বল
(ঘ) দুর্বল নিউক্লিয় বল

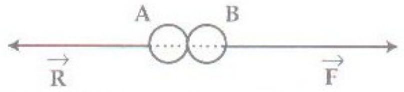
২। নিচের বলগুলোর মধ্যে কোন্‌টি সবচেয়ে দুর্বল ?

(ক) মহাকর্ষ বল
(খ) তড়িৎ চুম্বকীয় বল
(গ) সবল নিউক্লিয় বল
(ঘ) দুর্বল নিউক্লিয় বল

৩। বলের মাত্রা সমীকরণ কোনটি ?

(ক) $[MLT^{-2}]$
(খ) $[MLT^{-1}]$
(গ) $[ML^2T^{-1}]$
(ঘ) $[ML^2T^{-2}]$

৪।



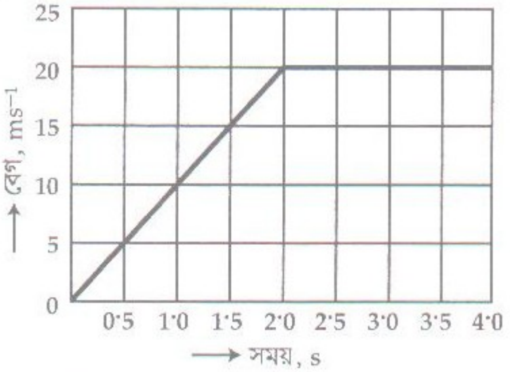
চিত্রটি নিউটনের কোন্ সূত্র প্রকাশ করে ?

(ক) ১ম সূত্র
(খ) ২য় সূত্র
(গ) ৩য় সূত্র
(ঘ) ২য় ও ৩য় সূত্র

৫। জানা ভরের একটি গাড়ি সমত্বরণে গতিশীল। গাড়িটির উপর ক্রিয়ারত লব্ধি বল পাওয়া যাবে কোন সূত্র প্রয়োগ করে ?

(ক) নিউটনের ১ম সূত্র
(খ) নিউটনের ২য় সূত্র
(গ) নিউটনের ৩য় সূত্র
(ঘ) স্টোকস-এর সূত্র

নিচের লেখচিত্রে একটি বস্তুর সময়ের সাথে বেগের পরিবর্তন দেখানো হয়েছে। লেখচিত্রের আলোকে ৬নং ও ৭নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৬। 4s-এ বস্তুটি কত দূর যাবে ?

(ক) 20 m
(খ) 40 m
(গ) 60 m
(ঘ) 80 m

৭। ৩য় সেকেন্ডে বস্তুটির ত্বরণ—

(ক) $10\ ms^{-2}$

(খ) $7\ ms^{-2}$

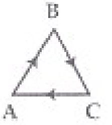
(গ) $5\ ms^{-2}$

(ঘ) $0\ ms^{-2}$

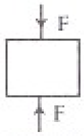
৮। বলের ভারসাম্য নির্দেশ করে—

(i)

(ii)



(iii)



নিচের কোন্‌টি সঠিক ?

(ক) i

(খ) i ও ii

(গ) ii ও iii

(ঘ) i, ii ও iii

৯। নিউক্লিয়নের মধ্যে কোন কণার পারস্পরিক বিনিময়ের দ্বারা সবল নিউক্লিয় বলের উৎপত্তি হয়?

(ক) গ্রাভিটন

(খ) নিউট্রিনো

(গ) মেসন

(ঘ) ইলেকট্রন

১০। নিউটনের গতির সূত্র থেকে আমরা জানতে পারি—

(i) বস্তুর উপর বল ক্রিয়া করলে বস্তুটি ত্বরণ নিয়ে চলতে থাকে।

(ii) বস্তুর ত্বরণ প্রযুক্ত বলের বর্গের সমানুপাতিক

(iii) বলের অভিমুখই ত্বরণের অভিমুখ

নিচের কোন্‌টি সঠিক ?

(ক) i ও ii

(খ) i ও iii

(গ) ii ও iii

(ঘ) i, ii ও iii

১১। নিম্নের তত্ত্বের ভিত্তিতে জানা যায়—

(i) ভর বৃদ্ধি পেলে স্থিতি জড়তা বৃদ্ধি পায়

(ii) সবচেয়ে শক্তিশালী বল মহাকর্ষ বল

(iii) মেসন নামে এক প্রকার কণার পরস্পরিক বিনিময় দ্বারা দুর্বল নিউক্লিয় বল ক্রিয়াশীল হয়।

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i

(খ) i ও ii

(গ) ii ও iii

(ঘ) i, ii ও iii

নিচের তথ্যটি থেকে ১২ ও ১৩নং প্রশ্নের উত্তর দাও

6 kg ভরের একটি বন্দুক থেকে 10 g ভরের একটি 300 ms^{-1} বেগে বের হয়ে গেল, বুলেটটি বের সময় একটি বল পেছনের দিকে ধাক্কা দিল।

১২। বন্দুকের আদি ভরবেগ কত ?

(ক) 0·4 kg ms^{-1}

(খ) 0·8 kg ms^{-1}

(গ) 0·18 kg ms^{-1}

(ঘ) 0 kg ms^{-1}

১৩। বন্দুকটি কত বেগে পেছনে সরে আসবে ?

(ক) − 0·5 ms^{-1}

(খ) 0·5 ms^{-1}

(গ) 5 ms^{-1}

(ঘ) 50 ms^{-1}

১৪। একটি নৌকাকে লগি দিয়ে গতিশীল কর নিচের কোন রাশি নৌকাকে সামনের এগিয়ে নিয়ে যায় ?

(ক) লগি কর্তৃক প্রযুক্ত বলের উল্লম্ব উপাং

(খ) লগি কর্তৃক প্রযুক্ত বলের অনুভূমিক উ

(গ) প্রতিক্রিয়া বলের উল্লম্ব উপাংশ

(ঘ) প্রতিক্রিয়া বলের অনুভূমিক উপাংশ

১৫। নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্রে $m\vec{a} = K\vec{F}$,

(i) K একটি সমানুপাতিক ধ্রুবক

(ii) K এর মান রাশিগুলির এককের নির্ভর করে

(iii) K-এর মান S. I. পদ্ধতিতে 1

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii

(খ) i ও iii

(গ) ii ও iii

(ঘ) i, ii ও iii

১৬। একটি বস্তু সাম্যাবস্থায় বা স্থির থাক এর—

(i) বেগ শূন্য হয়

(ii) সরণ শূন্য হয়

(iii) ত্বরণ শূন্য হয়

নিচের কোন্‌টি সঠিক ?

(ক) i

(খ) i ও ii

(গ) iii

(ঘ) i, ii ও iii

১৭। বলের ঘাত পরিবর্তনের হারকে কী বলে ?

(ক) ভরবেগ

(খ) বল

(গ) ত্বরণ

(ঘ) বেগ

১৮। বলের ঘাত $\vec{J}$—

(i) $\vec{J} = \vec{F} \cdot \vec{s}$

(ii) $\vec{J} = \vec{F} \times t$

(iii) $\vec{J} = m \frac{(\vec{v} - \vec{v}_0)}{t}$

নিচের কোন্‌টি সঠিক ?

(ক) i ও ii

(খ) i ও iii

(গ) ii ও iii

(ঘ) i, ii ও iii

১৯। ভরবেগের মাত্রা সমীকরণ কোনটি ?

(ক) $[MLT^{-1}]$

(খ) $[MLT^{-2}]$

(গ) $[ML^2T]$

(ঘ) $[ML^2T^2]$

২০। ভরবেগের ক্ষেত্রে নিচের সঠিক বিবরণ হলো—

(i) ভরবেগ = ভর × $\frac{\text{সরণ}}{\text{বেগ}}$

(ii) ভরবেগ একটি ভেক্টর রাশি

(iii) ভরবেগের মাত্রা সমীকরণ $[MLT^{-1}]$

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i

(খ) i ও ii

(গ) ii ও iii

(ঘ) i, ii ও iii

২১। 0·05 kg ভরের একটি বস্তু 0·2 ms^{-1} অনুভূমিক বেগে একটি খাঁড়া দেওয়ালে ধাক্কা দিয়ে 0·1 ms^{-1} বেগে বিপরীত দিকে ফিরে গেল। বলের ঘাত কত?

(ক) 0·045 kg ms^{-1}

(খ) — 0·015 kg ms^{-1}

(গ) 0·025 kg ms^{-1}

(ঘ) 0·015 kg ms^{-1}

একটি চাকার ভর 20 kg এবং চক্রগতির ব্যাসার্ধ 0·5 m।

নিম্নোক্ত ২২ ও ২৩নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

২২। চাকাটির জড়তার ভ্রামক কত?

(ক) 25 kgm^2

(খ) 5 kgm^2

(গ) 0·25 kgm^2

(ঘ) 50 kgm^2

২৩। চাকাটিতে 2 rad s^{-2} কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করতে কত মানের টর্ক প্রয়োগ করতে হবে?

(ক) 50 Nm

(খ) 0·5 Nm

(গ) 10 Nm

(ঘ) 100 Nm

২৪। ঘূর্ণনরত কোনো বস্তুকণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর ও রৈখিক ভরবেগের ভেক্টর গুণফলকে কী বলে ?

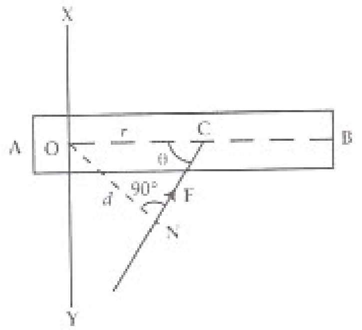
(ক) টর্ক

(খ) কৌণিক ভরবেগ

(গ) জড়তার ভ্রামক

(ঘ) চক্রগতির ব্যাসার্ধ

২৫।



চিত্রে AB বস্তুটি O-কে কেন্দ্র করে XY অক্ষের চতুর্দিকে ঘুরতে পারে।

নিচের কোন্ উত্তরটি ভুল ?

(ক) $\tau = d \times F$

(খ) $\vec{\tau} = \vec{d} \times \vec{F}$

(গ) $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

(ঘ) $\vec{\tau} = \hat{n} rF \sin \theta$

২৬। জড়তার ভ্রামকের একক—

(ক) kgm^{-2}

(খ) kgm

(গ) kgm^{-1}

(ঘ) kgm^2

২৭। টর্ক τ, জড়তার ভ্রামক I ও কৌণিক ত্বরণ α-এর মধ্যে সম্পর্ক হলো—

(ক) $\tau = I^2\alpha$

(খ) $\tau = \sqrt{I\alpha}$

(গ) $\tau = \frac{1}{\alpha}$

(ঘ) $\tau = I\alpha$

২৮। বলের ভ্রামক এর সমীকরণ— [ঢা. বো. ২০১৫]

(i) $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

(ii) $\vec{\tau} = I\vec{\alpha}$

(iii) $\vec{\tau} = \frac{d\vec{l}}{dt}$

নিচের কোনটি সঠিক ?

- ⓚ i ও ii
- ⓚ i ও iii
- ⓚ ii ও iii
- ⓚ i, ii ও iii

২৯। কৌণিক ভরবেগ ও কৌণিক বেগের মধ্যে সম্পর্ক কোনটি ?

- ⓚ $L = I\omega$
- ⓚ $L = \frac{I}{\omega}$
- ⓚ $L = \frac{\omega}{I}$
- ⓚ $L \propto \omega$

৩০। কৌণিক ভরবেগের ক্ষেত্রে—

(i) $L = \vec{r} \times \vec{P}$

(ii) কৌণিক ভরবেগ একটি ভেক্টর রাশি

(iii) কৌণিক ভরবেগের একক kgm^2s^{-1}

নিচের কোন্‌টি সঠিক ?

- ⓚ i
- ⓚ i ও ii
- ⓚ ii ও iii
- ⓚ i, ii ও iii

৩১। কৌণিক গতিসূত্র সম্পর্কিত সমীকরণ—

(i) $\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$

(ii) $L = I\omega$

(iii) $\tau = I\alpha$

নিচের কোন্‌টি সঠিক ?

- ⓚ i
- ⓚ i ও ii
- ⓚ ii ও iii
- ⓚ i, ii ও iii

৩২। কোন্‌টি কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র ?

- ⓚ L = ধ্রুবক
- ⓚ P = ধ্রুবক
- ⓚ τ = ধ্রুবক
- ⓚ F = ধ্রুবক

পৃথিবী থেকে চাঁদের দূরত্ব 3.84×10^5 km এবং চাঁ পৃথিবীকে বৃত্তাকার কক্ষপথে 27.3 দিনে একবার প্রদক্ষি করে। নিচের ৩৩ ও ৩৪নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৩৩। চাঁদের কৌণিক দ্রুতি—

- ⓚ 2.85 rad s^{-1}
- ⓚ $2.66 \times 10^{-6} \text{ rad s}^{-1}$
- ⓚ $2.66 \times 10^{5} \text{ rad s}^{-1}$
- ⓚ $2.85 \times 10^{-6} \text{ rad s}^{-1}$

৩৪। চাঁদের রৈখিক বেগ—

- ⓚ 2.044 km s^{-1}
- ⓚ 1.55 km s^{-1}
- ⓚ 1.022 km s^{-1}
- ⓚ $5 \times 10^{3} \text{ km s}^{-1}$

৩৫। কৌণিক বেগ ω—

(i) $\omega = 2\pi n$

(ii) $\omega = \frac{v}{r}$

(iii) $\omega = \frac{2\pi}{T}$

নিচের কোন্‌টি সঠিক ?

- ⓚ i ও ii
- ⓚ i ও iii
- ⓚ ii ও iii
- ⓚ i, ii ও iii

৩৬। কৌণিক গতি সূত্র সম্পর্কিত সমীকরণ—

(i) $\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$

(ii) $L = I\omega$

(iii) $\tau = I\alpha$

নিচের কোন্‌টি সঠিক ?

- ⓚ i ও ii
- ⓚ i ও iii
- ⓚ ii ও iii
- ⓚ i, ii ও iii

৩৭। কোনটি কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র ?

- ⓚ L = ধ্রুবক
- ⓚ P = ধ্রুবক
- ⓚ τ = ধ্রুবক
- ⓚ F = ধ্রুবক

৩৮। কোনটি সমান্তরাল অক্ষ উপপাদ্য ?

- ⓚ $L = I_x + I_y$
- ⓚ $I = I_G + MK$
- ⓚ $I = F_G + Mh^2$
- ⓚ $I_G = I + MK^2$

৩৯। কোনো অক্ষ সাপেক্ষে একটি লৌহ নির্মিত বস্তুর চক্রগতির ব্যাসার্ধ 0·5 m। বস্তুটির ভর 0·5 kg হলে এর জড়তার ভ্রামক কত ?

ⓚ $0·050\ kgm^2$
ⓚ $0·025\ kgm^2$
ⓖ $0·125\ kgm^2$
ⓖ কোনোটিই নয়

৪০। কেন্দ্রমুখী বল—

(i) একটি কার্যহীন বল
(ii) এটি বস্তুর গতিপথের দিকে ক্রিয়া করে
(iii) এর মান $\frac{mv^2}{r}$

নিচের কোন্‌টি সঠিক ?

ⓚ i ও ii
ⓚ i ও iii
ⓖ ii ও iii
ⓖ i, ii ও iii

৪১। রাস্তার বাঁকে সাইকেল চালানোর সময় আরোহীর নতি কোণ হবে—

(i) $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v^2}{rg}\right)$
(ii) $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\omega^2 r}{g}\right)$
(iii) $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v}{rg}\right)$

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii
ⓚ i ও iii
ⓖ ii ও iii
ⓖ i, ii ও iii

৪২। বাঁক নেওয়ার সময় সাইকেলসহ আরোহীর নতি কোণ হবে—

ⓚ $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v}{rg}\right)$
ⓚ $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v^2}{rg}\right)$
ⓖ $\theta = \sin^{-1}\left(\frac{v}{rg}\right)$
ⓖ $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\omega^2 r}{g}\right)$

৪৩। রাস্তার ব্যাংকিং নির্ভর করে—

(i) গাড়ির ভরের উপর
(ii) গাড়ির দ্রুতির উপর
(iii) রাস্তার বাঁকের ব্যাসার্ধের উপর

নিচের কোন্‌টি সঠিক ?

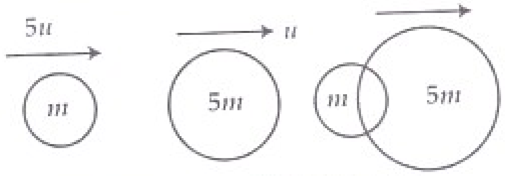
ⓚ i ও ii
ⓚ i ও iii
ⓖ ii ও iii
ⓖ i, ii ও iii

৪৪। একটি গাড়ির নিরাপদে বাঁক নেওয়ার শর্ত হলো—

ⓚ $v \leq (\tan\theta\ rg)^{\frac{1}{2}}$
ⓚ $v \leq (\tan\theta\ rg)$
ⓖ $v > \tan\theta\ rg$
ⓖ $v > (\tan\theta\ rg)^{\frac{1}{2}}$

উদ্দীপকটি পড়ে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

কোনো একটি সরলরেখায় $5u$ বেগে চলমান m ভরের একটি বস্তু একই সরলরেখায় u বেগে চলমান $5m$ ভরের অপর একটি বস্তুকে ধাক্কা দিল এবং ধাক্কার পর বস্তু দুটি একটি দিকে যুক্ত অবস্থায় চলতে থাকল।



৪৫। যুক্ত অবস্থায় বস্তু দুইটির বেগ কত ? [ঢা. বো. ২০১৫]

ⓚ $\frac{3}{10}u$
ⓚ $\frac{10}{6}u$
ⓖ u
ⓖ $\frac{6}{5}u$

৪৬। এই সংঘর্ষের আগে এবং পরে— [ঢা. বো. ২০১৫]

ⓚ গতিশক্তি এবং ভরবেগ উভয়ই স্থির থাকে
ⓚ ভরবেগ বৃদ্ধি পায় এবং গতিশক্তি স্থির থাকে
ⓖ গতিশক্তি এবং ভরবেগ উভয়ই হ্রাস পায়
ⓖ গতিশক্তি হ্রাস পায় এবং ভরবেগ স্থির থাকে

উত্তর :

১। গ	২। ক	৩। ক	৪। গ	৫। খ	৬। গ	৭। ঘ	৮। গ	৯। গ	১০। ঘ
১১। ক	১২। ঘ	১৩। খ	১৪। খ	১৫। ঘ	১৬। খ	১৭। খ	১৮। গ	১৯। ক	২০। গ
২১। খ	২২। খ	২৩। গ	২৪। খ	২৫। খ	২৬। ঘ	২৭। ঘ	২৮। ঘ	২৯। ক	৩০। ঘ
৩১। ঘ	৩২। ক	৩৩। খ	৩৪। গ	৩৫। ঘ	৩৬। ঘ	৩৭। ক	৩৮। গ	৩৯। গ	৪০। খ
৪১। ক	৪২। খ	৪৩। গ	৪৪। ক	৪৫। খ	৪৬। ক				

(খ) সৃজনশীল প্রশ্ন

১। জনাব আনিস একজন দক্ষ শিকারী। সুন্দরবনে হরিণ শিকার করতে গিয়ে তার হাতে 10 kg ভরের বন্দুক থেকে ভরের একটি গুলি 10 ms^{-1} বেগে ছোড়ার সময় বন্দুকে পশ্চাৎ ক্রিয়ার সৃষ্টি হয়। এর ফলে আনিস সাহেব একটু অ পেয়ে পেছনের দিকে সরে যায়।

(ক) ঘর্ষণ কী ?

(খ) নিউটনের গতিবিষয়ক তৃতীয় সূত্র ব্যাখ্যা কর।

(গ) আনিস সাহেবের বন্দুকের পশ্চাৎ বেগ নির্ণয় কর।

(ঘ) উদ্দীপকের ঘটনাটি ভরবেগের নিত্যতা নীতিকে সমর্থন করে কী ? গাণিতিক বিশ্লেষণ করে তোমার ম দাও।

২। ফল ব্যবসায়ী সজীব কাজী ফল কিনে ট্রাক ভর্তি করলেন। ট্রাকসহ ফলের ভর হলো 1600 kg। ট্রাকটি রাতের ঢাকা থেকে চট্টগ্রামে 20 km/h বেগে যাচ্ছিল। হঠাৎ ট্রাকটি রাস্তায় পাশে দাঁড়িয়ে থাকা 1400 kg ভরের একটি ট্রা পিছন থেকে ধাক্কা দেয়। মিলিত অবস্থায় ট্রাক দুটি একই পথে চলতে থাকে।

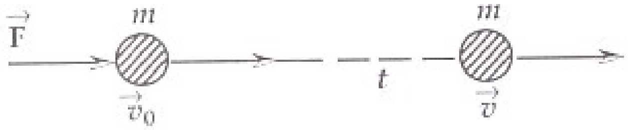
(ক) ভরবেগের সংরক্ষণ নীতি কী ?

(খ) কোনো বস্তুর ভর স্থির রেখে বলের মান হ্রাস বা বৃদ্ধি করলে ত্বরণের মানের কী কোনো পরিবর্তন ব্যাখ্যা কর।

(গ) ধাক্কা খাওয়ার পর মিলিত ট্রাক দুটির বেগ কত হবে ?

(ঘ) "সংঘর্ষের ফলে গাড়ি দুটির ভরবেগ সংরক্ষিত হলেও গতিশক্তি সংরক্ষিত হয় নি"—গাণিতিক বিশ্লে সাহায্যে এর যথার্থতা নিরূপণ কর।

৩।



m ভরবিশিষ্ট একটি বস্তু সমবেগে চলছে। একটি ধ্রুব বল $\vec{F}$ বস্তুটির উপর t সময় ধরে ক্রিয়া করায় বস্তুর হলো।

(ক) নিউটনের দ্বিতীয় সূত্রটি লিখ।

(খ) একটি বস্তু সাম্য অবস্থায় থাকবে যদি এর ত্বরণ শূন্য হয়—ব্যাখ্যা কর।

(গ) বস্তুর ভর 10 kg, $v_0 = 5\ ms^{-1}$, $v = 15\ ms^{-1}$ এবং বলের ক্রিয়াকাল 5 s হলে প্রযুক্ত বলের মান নির্ণয়

(ঘ) নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র হতে প্রথম সূত্র প্রতিপাদন করা যায়—গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখা

৪। 10 kg ও 20 kg ভরের দুটি বস্তু 20 ms^{-1} ও 15 ms^{-1} বেগে পরস্পর বিপরীত দিক থেকে আসার পর একে অ ধাক্কা দিল।

(ক) স্থিতি কোণ কী ?

(খ) ভরবেগের নিত্যতার সূত্রটি ব্যাখ্যা কর।

(গ) ধাক্কার পর বস্তুদ্বয় একত্রে যুক্ত হয়ে কত বেগে চলবে ?

(ঘ) বন্দুকের পশ্চাৎ বেগ ভরবেগের নিত্যতার সূত্র মেনে চলে কী ? গাণিতিক বিশ্লেষণ করে তোমার ম দাও।

৫। নিউটনের গতিসূত্রের ওপর পাঠ চলাকালে স্যার এক ছাত্রকে ১ম সূত্র সম্বন্ধে বলতে বলায় ছাত্রটি বলল, " থেকে কোনো বল বস্তুর ওপর প্রযুক্ত না হলে অর্থাৎ বস্তুর ওপর বলের লব্ধি শূন্য হলে স্থির বস্তু স্থির থাকে গতিশীল বস্তু সমত্বরণে সরলরেখায় চলতে থাকে।" সে আরও বলল, "১ম সূত্র নিয়ে আমাদের বিরক্ত হওয়ার নেই, কারণ নিউটনের ২য় সূত্রে ১ম সূত্র অন্তর্ভুক্ত।"

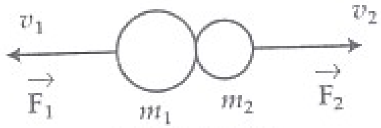
(ক) বল কী ?

(খ) 50 N বল বলতে কী বুঝায় ?

(গ) 100 N বল 10 kg ভরের একটি স্থির বস্তুর ওপর ক্রিয়া করে। 5s-এ বস্তুটি কত দূর যাবে ?

(ঘ) ছাত্রটির শেষের বক্তব্যটি কী সঠিক ? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

সংঘর্ষের পূর্বে



সংঘর্ষের পরে

চিত্রে বিপরীত দিক থেকে আসা দুটি বস্তুকণার সংঘর্ষ দেখানো হয়েছে। এখানে $\overrightarrow{F_1}$ প্রথম বস্তুকণার ওপর দ্বিতীয় বস্তুকণার প্রতিক্রিয়া বল এবং $\overrightarrow{F_2}$ দ্বিতীয় বস্তুকণার ওপর প্রথম বস্তুকণার প্রযুক্ত বল। $\overrightarrow{F_1}$ এবং $\overrightarrow{F_2}$ এর কার্যকাল t।

(ক) বলের ঘাত কী ?

(খ) ভরবেগের নিত্যতা সূত্র ব্যাখ্যা কর।

(গ) $m_2 = 16$ kg, $v_1 = 8$ ms^{-1} এবং $v_2 = 10$ ms^{-1} হলে $\overrightarrow{F_2}$ এর মান কত ?

(ঘ) দেখাও যে, উদ্দীপকের ঘটনাটি ভরবেগের নিত্যতা সূত্র মেনে চলে।

তরুণ গবেষক এম আর মল্লিক ল্যাবরেটরীতে কাজ করার সময় লক্ষ করেন হাইড্রোজেন পরমাণুর ইলেকট্রন নিউক্লিয়াসকে কেন্দ্র করে $5{\cdot}3 \times 10^{-11}$ m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে $2{\cdot}21 \times 10^{6}$ ms^{-1} সমদ্রুতিতে ঘুরছে।

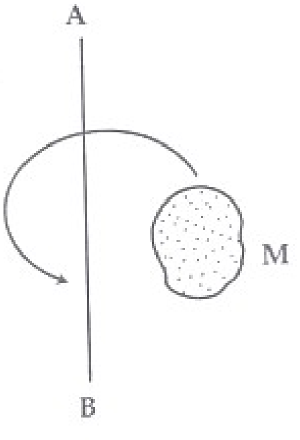
(ক) কৌণিক ভরবেগ কী ?

(খ) বাঁকের মুখে রাস্তা কিংবা রেল লাইন কাত করে রাখা হয় কেন ?

(গ) উদ্দীপকে বর্ণিত ইলেকট্রনের ওপর ক্রিয়ারত লম্ব ত্বরণ ও কেন্দ্রমুখী বল নির্ণয় কর।

(ঘ) উদ্দীপকের আলোকে বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনরত ইলেকট্রনটির কেন্দ্রমুখী বলের রাশিমালা নির্ণয় কর।

চিত্রে M বস্তুটি AB অক্ষের চারদিকে সমকৌণিক বেগে ঘুরছে। বস্তুটির ওপর একটি যুগল বল প্রয়োগ করায় এতে কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি হলো।



(ক) টর্ক কী ?

(খ) জড়তার মোমেন্ট বলতে কী বুঝায় ?

(গ) কৌণিক ভরবেগ এবং কৌণিক বেগের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন কর।

(ঘ) বস্তুটির ওপর ক্রিয়ারত টর্ক তার জড়তার ভ্রামক ও কৌণিক ত্বরণের গুণফলের সমান—গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে প্রমাণ কর।

৯। আল-আমিন 20 g ভরবিশিষ্ট একটি বস্তুকে 4 m দীর্ঘ সুতার একপ্রান্তে বেঁধে বৃত্তাকার পথে ঘুরাচ্ছে। বস্তুটি 5 সেকেন্ডে 20 বার পূর্ণ আবর্তন করছে।

(ক) কেন্দ্রমুখী বল কী?

(খ) বাঁকা পথে দ্রুত গতিশীল গাড়ি কেন উল্টে যায় ব্যাখ্যা কর।

(গ) সুতার টান অর্ধেক করলে বস্তুটির কৌণিক বেগ কত হবে ?

(ঘ) "বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনরত বস্তুটির কৌণিক ত্বরণ থাকবে"—গাণিতিক উপায়ে প্রতিপাদন কর।

(গ) কাঠামোবদ্ধ ও রচনামূলক প্রশ্ন

১। বল কাকে বলে?

২। মৌলিক বল কত প্রকার ও কী কী?

৩। প্রতিটি মৌলিক বল কেন উদ্ভব হয়?

৪। নিউটনের গতির প্রথম সূত্রটি বিবৃত কর।

৫। নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্রটি বিবৃত কর।

৬। নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র থেকে প্রমাণ কর $\vec{F} = m\vec{a}$; এর থেকে প্রথম সূত্র প্রতিপাদন কর।

৭। বন্দুক থেকে গুলি ছুড়লে পিছনের দিকে ধাক্কা দেয় কেন?

৮। নিউটনের গতি সূত্রগুলোর মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন কর।

৯। নিউটনের গতিসূত্রের সীমাবদ্ধতা কী?

১০। একটি দেয়ালে একটি বল ধাক্কা খেয়ে পিছনে ফিরে আসে কেন ? ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ২০১

১০। ঘাত বল কাকে বলে?

১১। বলের ঘাত কী?

১২। দেখাও যে, বলের ঘাত ভরবেগের পরিবর্তনের সমান।

১৩। ভরবেগ কাকে বলে?

১৪। ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্রটি বিবৃত কর।

১৫। ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র প্রমাণ কর।

১৬। জড়তার ভ্রামক কাকে বলে?

১৭। জড়তার ভ্রামকের একক ও মাত্রা লিখ।

১৮। চক্রগতির ব্যাসার্ধ কাকে বলে?

১৯। কৌণিক ভরবেগের সংজ্ঞা দাও।

২০। কৌণিক ভরবেগ ও কৌণিক বেগের মধ্যে সম্পর্ক লিখ।

২১। সংজ্ঞা দাও : কৌণিক সরণ, কৌণিক বেগ, কৌণিক ত্বরণ।

২২। টর্ক কাকে বলে?

২৩। জড়তার ভ্রামকের সাথে টর্ক এবং কৌণিক ত্বরণের সম্পর্ক নির্ণয় কর।

২৪। কৌণিক ভরবেগের নিত্যতা সূত্রটি বিবৃত ও ব্যাখ্যা কর।

২৫। প্রমাণ কর, $L = I\omega$

২৬। কেন্দ্রমুখী বল কাকে বলে? [ঢা. বো. ২০১

২৭। কেন্দ্রবিমুখী বল বলতে কী বুঝ?

২৮। রাস্তার ব্যাংকিং বলতে কী বুঝ?

২৯। রাস্তার বাঁক নেওয়ার জন্য কোনো আরোহীকে সাইকেলসহ বাঁকের দিকে হেলতে হয় কেন?

৩০। স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ কাকে বলে ? [ঢা. বো. ২০১৫] অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলতে কী বুঝ?

৩১। স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের কী কী বৈশিষ্ট্য থাকে?

৩২। একমাত্রিক সংঘর্ষ কাকে বলে?

৩৩। m_1 ও m_2 ভরের দুটি বস্তু v_1 ও v_2 বেগে পরস্পরের সাথে স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে লিপ্ত হলে সংঘর্ষের প বস্তুদ্বয়ের বেগের রাশিমালা নির্ণয় কর।

(ঘ) ক্রিয়াকর্ম

প্রতিবেদন রচনা : ৪.১৫ অনুচ্ছেদের আলোকে আমাদের দৈনন্দিন জীবনে এর প্রভাব সম্পর্কে একটি প্রতিবেদন প্রস্তু করে শিক্ষকের কাছে উপস্থাপন কর।

শিক্ষক সবচেয়ে ভালো প্রতিবেদন নির্বাচন করে শ্রেণিকক্ষে উপস্থাপন করবেন।

(ঘ) কাজ (গাণিতিক সমস্যা)

১। 50 N এর একটি বল 10 kg ভরের একটি স্থির বস্তুর উপর ক্রিয়া করে। যদি 4 s পরে বলটি ক্রিয়া না করে তবে প্রথম হতে 8 s-এ বস্তু কত দূরত্ব অতিক্রম করবে নির্ণয় কর। [উ. 120 m]

২। সমত্বরণে ধাবমান 3 kg ভরের একটি বস্তু এর গতির 5th সেকেন্ডে ও 8th সেকেন্ডে যথাক্রমে 0·18 m এবং 0·30 m দূরত্ব অতিক্রম করে। ক্রিয়াশীল বলের মান নির্ণয় কর। [উ. 0·12 N]

৩। 5 kg ভরের একটি বন্দুক হতে 0·01 kg ভরের একটি গুলি 400 ms^{-1} বেগে বের হয়ে গেল। বন্দুকের পশ্চাৎ বেগ নির্ণয় কর। [উ. 80 ms^{-1}]

৪। 200 kg ভরের একটি মোটর গাড়ি ঘণ্টায় 108 km বেগে চলে। ব্রেকের সাহায্যে গাড়িটিকে 20 m দূরত্বে থামিয়ে দেয়া হলো। বাঁধাদানকারী বলের মান বের কর। [উ. 4500 N]

৫। 5 টনের একটি ট্রাক ঘণ্টায় 36 km বেগে চলছে। এটি 4m দূরত্বে থামাতে হলে কত বলের প্রয়োজন হবে? [উ. 62500 N]

৬। স্থিরাবস্থা থেকে 40 kg ভরবিশিষ্ট কোনো বস্তু নির্দিষ্ট বলের ক্রিয়ার ফলে 2s পর 15 ms^{-1} বেগ অর্জন করে। এর উপর কী পরিমাণ বল কাজ করছে এবং 4s পর এর গতিশক্তি কত হবে? [উ. 300N. 18000 J]

৭। 0·3 kg ভরের রাইফেলের গুলি 30 ms^{-1} বেগে বের হয়ে গেল। রাইফেলটি যদি 0·6 ms^{-1} বেগে পশ্চাৎ দিকে আসতে চায় তবে রাইফেলের ভর নির্ণয় কর। [উ. 1·5 kg]

৮। 20 kg ভরের একটি বস্তুর উপর কী পরিমাণ সবল ক্রিয়া করলে তার বেগ 10s-এ $(4\hat{i} - 5\hat{j} + 3\hat{k})\ ms^{-1}$ হতে বৃদ্ধি পেয়ে $(8\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k})\ ms^{-1}$ হবে। [উ. 24 N]

৯। 900 kg ভরের একটি ট্রাক ঘণ্টায় 60 km বেগে চলে। ব্রেক চেপে ট্রাকটিকে 50 m দূরে থামানো হলো। যদি মাটির ঘর্ষণজনিত বল 200 N হয়, তবে ব্রেক জনিত বলের মান নির্ণয় কর। [উ. 2300 N]

১০। অনুভূমিক দিকে গতিশীল 2 kg ভরের একটি লৌহ গোলক 5 ms^{-1} বেগে একটি দেয়ালে লম্বভাবে ধাক্কা খেয়ে 3 ms^{-1} বেগে বিপরীত দিকে ফিরে গেল। বলের ঘাত কত? [উ. 16 $kgms^{-1}$]

১১। 20 ms^{-1} বেগে আগত 0·2 kg ভরের একটি ক্রিকেট বলকে একজন খেলোয়াড় ক্যাচ (catch) ধরে 0·1 s সময়ের মধ্যে থামিয়ে দিল। খেলোয়াড় কর্তৃক প্রযুক্ত গড় বল কত ? [উ. — 20 N]

১২। 0·6 kg ভরের একটি ফুটবলকে 25 ms^{-1} বেগে গতিশীল থাকা অবস্থায় একজন খেলোয়াড় সজোরে লাথি মারল, ফলে বলটি একই দিকে 40 ms^{-1} বেগ প্রাপ্ত হলো। খেলোয়াড়ের পা কর্তৃক প্রযুক্ত বলের ঘাত কত ? [উ. 9 kg ms^{-1}]

১৩। একটি ঘূর্ণনরত কণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর $r = (2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$ m এবং এ প্রযুক্ত বল $\vec{F} = (6\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k})$ N হলে টর্কের মান ও দিক নির্ণয় কর। [উ. $\sqrt{45}$. — $(3\hat{i} + 6\hat{k})$N-m]

১৪। একটি রকেট প্রতি সেকেন্ডে 7·4 kg জ্বালানি খরচ করে। রকেট থেকে নির্গত গ্যাসের বেগ $2·5 \times 10^3\ ms^{-1}$ হলে রকেটের উপর কত বল ক্রিয়া করে ? [উ. $1·84 \times 10^4$ N]

১৫। 5 kg ভরের একটি বস্তু 10 ms^{-1} বেগে চলন্ত অবস্থায় 3 ms^{-1} বেগে একই দিকে গতিশীল 2 kg ভরের অপর একটি বস্তুর সাথে মিলিত হয়ে এক হয়ে যায়। মিলিত হয়ে একটি বস্তুতে পরিণত হওয়ার পর এর বেগ কত হবে ? [উ. 8 ms^{-1}]

১৬। কোনো অক্ষ সাপেক্ষে একটি বস্তুর জড়তার ভ্রামক 100 kg–m^2। উক্ত অক্ষ সাপেক্ষে বস্তুটির চক্রগতির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। (বস্তুটির ওজন 29·4 N) [উ. 5·77 m]

১৭। 40 kg এবং 60 kg ভরের দুটি বস্তু পরস্পর বিপরীত দিকে যথাক্রমে 10 ms^{-1}এবং 2 ms^{-1} বেগে যাওয়ার পথে একে অপরকে ধাক্কা দিল। ধাক্কার পর বস্তু দুটি এক সাথে যুক্ত থেকে কত বেগে চলতে থাকবে? [উ. 2·8 ms^{-1}]

১৮। কী পরিমাণ টর্কের ক্রিয়ায় 250 kg m^2 জড়তার ভ্রামকের কৌণিক ত্বরণ 4 $rads^{-2}$ হবে ? [উ. 1000 Nm]

১৯। একটি ফ্লাই হুইলের কৌণিক বেগ 2π rad s^{-1} হতে 6π rad s^{-1} - এ উন্নীত করতে 100 J কাজ সম্পন্ন করতে হয়। হুইলটির জড়তার ভ্রামক নির্ণয় কর। [উ. 0·63 kg m^2]

২০। 5 kg ভরের একটি দৃঢ় বস্তু ঘূর্ণন অক্ষ থেকে 1·5 m দূরে 5 rad s^{-1} কৌণিক দ্রুতিতে ঘুরছে। এর জড়ত ভ্রামক এবং ঘূর্ণন গতিশক্তি নির্ণয় কর। [উ. 11·25 kg m^2; 625

২১। একটি কৃত্রিম উপগ্রহ ভূ-পৃষ্ঠ হতে 500 km উচ্চতায় বৃত্তাকার পথে পরিভ্রমণ করছে। 100 min স উপগ্রহটি পৃথিবীকে একবার প্রদক্ষিণ করলে এর কৌণিক ও রৈখিক বেগ নির্ণয় কর।

[উ. $1{\cdot}047 \times 10^{-4}$ rad s^{-1}; 6·806 kgm

২২। একটি চাকার ভর 5 kg এবং কোনো অক্ষ সাপেক্ষে চক্রগতির ব্যাসার্ধ 0·2 m। এর জড়তার ভ্রামক ক চাকাটিতে 2 $rads^{-2}$ কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করতে কত মানের টর্ক প্রয়োগ করতে হবে ? [উ. 0·2 kgm^2; 0·4 N

২৩। একটি চাকতির ব্যাস 2 m ও ভর 20 kg। 1800 rpm কৌণিক দ্রুতিতে চাকতির কৌণিক ভরবেগ হবে? [উ. 600 π kg m

২৪। একটি ফ্লাই হুইলের জড়তার ভ্রামক 0·05 kgm^2। এর কৌণিক বেগ 8 সেকেণ্ডে 60 rmp হতে 300 পর্যন্ত বৃদ্ধি পেলে হুইলের উপর ক্রিয়ারত টর্কের মান নির্ণয় কর। [উ. 0·157 N

২৫। ব্যাসার্ধ ভেক্টর $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ এবং বল $\vec{F} = F_x\hat{i} + F_y\hat{j} + F_z\hat{k}$ হলে টর্ক $\vec{\tau}$ নির্ণয় কর।

[উ. $(yF_x - zF_y)\hat{i} + (zF_x - xF_z)\hat{j} + (xF_y - yF$

২৬। $9{\cdot}1 \times 10^{-31}$ kg ভরের একটি ইলেকট্রন নিউক্লিয়াসকে কেন্দ্র করে $0{\cdot}53 \times 10^{-10}$ m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে ঘুরছে। ঘূর্ণনরত ইলেকট্রনের কেন্দ্রমুখী ত্বরণ এবং কৌণিক বেগ নির্ণয় কর।

[বুয়েট ভর্তি পরীক্ষা, ২০০

২৭। হাইড্রোজেন পরমাণুর ইলেক্ট্রন নিউক্লিয়াসকে কেন্দ্র করে $5{\cdot}3 \times 10^{-11}$ m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে 2·21 ms^{-1} সমদ্রুতিতে ঘুরছে। ইলেক্ট্রনের উপর ক্রিয়ারত লম্ব ত্বরণ ও কেন্দ্রমুখী বল নির্ণয় কর। একবার আবর্তনে ইলে কত সময় লাগে? [ইলেক্ট্রনের ভর = $9{\cdot}1 \times 10^{-31}$ kg] [উ. $9{\cdot}215 \times 10^{22}$ ms^{-2}, $83{\cdot}86 \times 10^{-9}$ N, 1·5 ×

২৮। 0·250 kg ভরের একটি পাথর খণ্ডকে 0·75 m লম্বা একটি সুতার এক প্রান্তে বেঁধে বৃত্তাকার প মিনিটে 90 বার ঘুরালে সুতার উপর কত টান পড়বে? [উ. 16

২৯। 4 kg ভরবিশিষ্ট একটি বস্তুকে 1·5 m দীর্ঘ সুতার সাহায্যে বৃত্তাকার পথে ঘুরানো হচ্ছে। বস্তুটি 5 20 বার পূর্ণ আবর্তন করছে। সুতার টান নির্ণয় কর। [উ.

৩০। 100 m ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বাঁকা পথে 60 kmh^{-1} বেগে গাড়ি চালাতে হলে পথটিকে কত ডিগ্রি আনত রাখতে হবে? [উ.

৩১। 5 kg ভরের একটি বস্তু 4 ms^{-1} বেগে উত্তর দিকে চলছে। 3 kg ভরের অপর একটি বস্তু 2 ms দক্ষিণ দিকে চলছে। কোনো এক সময় বস্তু দুটির মধ্যে সংঘর্ষের ফলে এরা মিলে এক হয়ে গেল। মিলিত বস্তু বেগে, কোন দিকে চলবে? [উ. 1·75 ms^{-1} বেগে উত্তর দিকে

৩২। একটি গাড়ি 50 km/hr বেগে 60 m ব্যাসার্ধের একটি রাস্তায় মোড় নিতে হলে অনুভূমিকের রাস্তাটির আনতি কোণ বা ব্যাংকিং কোণ কত হওয়া প্রয়োজন ? [উ.

৩৩। একজন মোটর সাইকেল আরোহী 100 m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে কত বেগে মোড় নিলে উল্ল সাথে 30° কোণে আনত থাকবে ? [$g = 9{\cdot}8\ ms^{-2}$] [উ. 23

৩৪। 100 m ব্যাসবিশিষ্ট একটি বাঁকা পথে 60 kmh^{-1} বেগে গাড়ি চালাতে হলে পথটিকে কত ডিগ্রী আনত রাখতে হবে ? [উ.