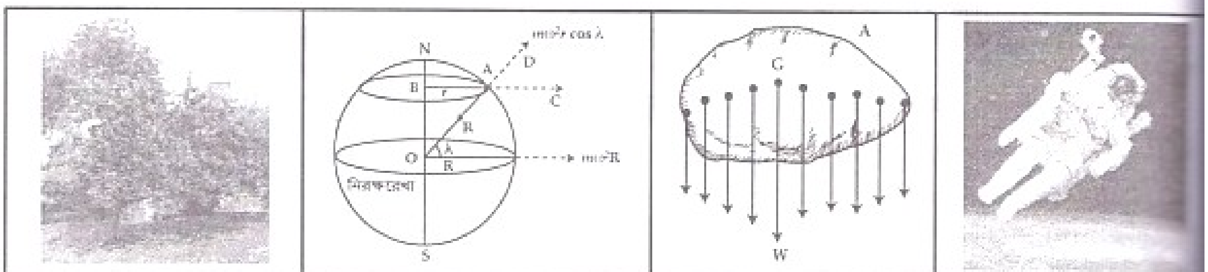
৬

মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ
GRAVITATION AND GRAVITY

প্রধান শব্দ (Key Words) : গ্যালিলিওর সূ… কেপলারের সূত্র, মহাকর্ষ বল, অভিকর্ষজ ত্বর… স্বাভাবিক উপগ্রহ, কৃত্রিম উপগ্রহ, ভূ-স্থির উপগ্… মুক্তিবেগ, মহাকর্ষ সূত্রের ব্যবহার।



ভূমিকা
Introduction

এই বিশ্বের যেকোনো দুটি বস্তু পরস্পর পরস্পরকে আকর্ষণ করে। পদার্থের এই সর্বজনীন ধর্মই হ… মহাকর্ষ। গ্রহগুলি সূর্যকে কেন্দ্র করে নিজ নিজ কক্ষপথে প্রদক্ষিণ করছে। সপ্তদশ শতাব্দিতে জার্মান বিজ্ঞানী কে… গ্রহের এই ঘূর্ণন সম্পর্কে গুরুত্বপূর্ণ সূত্র এবং তথ্য প্রদান করেন। কিন্তু কী ধরনের বল ক্রিয়াশীল তা সঠিক… বুঝাতে সক্ষম হননি। এই সূত্রগুলি ব্যাখ্যা করতে 1681 খ্রিস্টাব্দে স্যার আইজ্যাক নিউটন (Sir Issac New… প্রথম "মহাকর্ষ সূত্র" আবিষ্কার করেন।

এই অধ্যায় পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা—

- পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে গ্যালিলিওর সূত্র ব্যাখ্যা করতে ও পড়ন্ত বস্তুর সূত্র যাচাই করতে পারবে।
- **ব্যবহারিক :**
  পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে গ্যালিলিওর সূত্রের যাচাই।
- গ্রহের গতি সংক্রান্ত কেপলারের সূত্র বর্ণনা করতে পারবে।
- নিউটনের সূত্র ব্যবহার করে কেপলারের সূত্র, গ্রহের গতি ইত্যাদি আলোচনা করতে পারবে।
- মহাকর্ষ সূত্র প্রয়োগ করে মহাকর্ষ বিভব, প্রাবল্য পরিমাপ ও তাদের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় করতে পার…
- অভিকর্ষজ ত্বরণ, মুক্তিবেগের গাণিতিক রাশিমালা প্রতিপাদন করতে পারবে।
- মহাকর্ষ সূত্রের ব্যবহার সম্বন্ধে জানতে পারবে।

৬.১ পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে গ্যালিলিওর সূত্র
Galileo's Laws for Falling Body

আমরা সর্বদা দেখি যে, কোনো বস্তুকে উপর থেকে নিচে ছেড়ে দিলে তা সরাসরি নিচে পৌছায়। … কি কখনও আমরা ভেবে দেখেছি? একই সাথে ভারী এবং হালকা বস্তুকে একই স্থান থেকে নিচে ছেড়ে দিলে … কি একই সাথে একই সময়ে ভূপৃষ্ঠে পৌছায় ?

আমরা দেখি যে, ভারী বস্তু ও হালকা বস্তু একই উচ্চতা থেকে পড়তে দিলে ভারী বস্তু আগে … পৌছায়। যেহেতু বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল অভিকর্ষজ ত্বরণ বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে না, তাই ভারী ও … বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল অভিকর্ষজ ত্বরণ একই। সুতরাং এদের একই সময়ে মাটিতে পৌছানোর কথা। ভারী ও … বস্তুর পতনের সময়ের যে পার্থক্য পাওয়া যায় তা বায়ুর বাধার জন্য। গ্যালিলিও উঁচু মান মন্দিরের ছাদ থেকে … রকমের ভারী বস্তু ফেলে দেখান যে, এরা প্রায় একই সময়ে মাটিতে পৌছায়। বাতাসের বাধা না থাকলে … একত্রেই মাটিতে পৌছাত। বাতাসের মধ্যে বস্তুদ্বয় থাকার জন্য এদের ওজনের বিপরীত দিকে বাতাসের … করে। ভারী বস্তুর চেয়ে হালকা কাগজের ওপর প্লবতা বা উর্ধ্বমুখী বল বেশি হওয়ায় কাগজ দেরিতে মাটিতে …

যেহেতু বস্তুর ওপর ক্রিয়াশীল অভিকর্ষজ ত্বরণ বস্তুর ভরের ওপর নির্ভর করে না, তাই ভারী বস্তু ও কাগজের ওপর ক্রিয়াশীল অভিকর্ষজ ত্বরণ একই।

পড়ন্ত বস্তু সম্পর্কে গ্যালিলিও তিনটি সূত্র দিয়েছেন। এগুলোকে পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে গ্যালিলিওর সূত্র বলে। যা স্থির অবস্থা থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে প্রযোজ্য।

সূত্রগুলো নিম্নে প্রদত্ত হলো :

১ম সূত্র : বায়ুশূন্য স্থানে বা বাধাহীন পথে সকল বস্তুই নিশ্চল অবস্থা হতে যাত্রা করে সমান দ্রুততায় নিচে নামে অর্থাৎ সমান সময়ে সমান দূরত্ব অতিক্রম করে।

ব্যাখ্যা : ছোট, বড় ও বিভিন্ন ওজনের কতকগুলো বস্তু একই উচ্চতা হতে ও স্থিরাবস্থা হতে ছেড়ে দিলে বাধাহীন পথে তারা সমান দ্রুততায় অর্থাৎ ত্বরণে গতিশীল থাকবে এবং একই সময়ে মাটিতে পড়বে।

২য় সূত্র : বাধাহীন পথে পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ে প্রাপ্ত বেগ ঐ সময়ের সমানুপাতিক। কোনো পড়ন্ত বস্তু t সময়ে v বেগ প্রাপ্ত হলে, গাণিতিকভাবে লেখা যায়, $v \propto t$।

ব্যাখ্যা : অভিকর্ষের টানে স্থিরাবস্থা হতে বাধাহীন পথে নিচের দিকে পড়বার সময় কোনো বস্তুর বেগ যদি এক সেকেন্ড পরে v হয় তবে তার বেগ দুই সেকেন্ড পরে $v \times 2$, তিন সেকেন্ড পরে $v \times 3$ ইত্যাদি হবে। সাধারণভাবে বলা যায় যে, কোনো একটি পড়ন্ত বস্তুর বেগ t_1 ও t_2 সময়ে যথাক্রমে v_1 ও v_2 হলে,

$$\frac{v_1}{t_1} = \frac{v_2}{t_2} \quad \text{বা,} \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{t_1}{t_2} \quad \therefore v \propto t$$

৩য় সূত্র : বাধাহীন পথে পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব ঐ সময়ের বর্গের সমানুপাতিক। কোনো পড়ন্ত বস্তু t সময়ে h দূরত্ব অতিক্রম করলে গাণিতিক নিয়মে লেখা যায়, $h \propto t^2$।

ব্যাখ্যা : অভিকর্ষের টানে স্থিতাবস্থা হতে বাধাহীন পথে নিচের দিকে পড়বার সময় কোনো বস্তু যদি প্রথম সেকেন্ডে h দূরত্ব অতিক্রম করে তবে বস্তুটি দুই সেকেন্ডে $2^2 \times h$, তিন সেকেন্ডে $3^2 \times h$ ইত্যাদি দূরত্ব অতিক্রম করবে।

কাজেই বস্তুটি t_1 ও t_2 সেকেন্ডে যথাক্রমে h_1 ও h_2 দূরত্ব অতিক্রম করলে,

$$\frac{h_1}{t_1^2} = \frac{h_2}{t_2^2} \quad \text{বা,} \quad \frac{h_1}{h_2} = \frac{t_1^2}{t_2^2} \quad \therefore h \propto t^2$$

ক্রিয়াকর্ম : একটি লোহার বল এবং একটি কাগজ ছাদের উপর থেকে নিচে ফেলে দিলে একত্রে মাটিতে পড়ে না কেন?

বাতাসের মধ্যে বস্তুদ্বয় পতনের সময় এদের ওজনের বিপরীতে বাতাসের প্লবতা কাজ করে। ভারী বস্তুর চেয়ে হালকা বস্তুতে প্লবতা বা ঊর্ধ্বমুখী বল বেশি হওয়ায় তা দেরীতে মাটিতে পৌঁছায়।

কাজ : যে কোনো উচ্চতা থেকে পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে অভিকর্ষীয় ত্বরণ সুষম থাকে না—ব্যাখ্যা কর।

অভিকর্ষীয় ত্বরণ উচ্চতার উপর নির্ভর করে। তাই বিভিন্ন উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ বিভিন্ন হয়। কম উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ বেশি এবং বেশি উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ কম।

৬.২ ব্যবহারিক
Experimental

পরীক্ষণের নাম :	**পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে গ্যালিলিওর সূত্রের যাচাই**
পিরিয়ড : ২	**Verification of Galileo's Law of a Falling body**

তত্ত্ব (Theory) :

যেকোনো বস্তুকে ছেড়ে দিলে অভিকর্ষের ক্রিয়ায় নিচের দিকে পড়ে। সাধারণভাবে বস্তু যে উচ্চতা থেকে পড়ে তা পৃথিবীর ব্যাসার্ধের তুলনায় অত্যন্ত ক্ষুদ্র। এজন্য বস্তুর নিম্নমুখী গতির ক্ষেত্রে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান স্থির

থাকে বলে ধরা যায়। অভিকর্ষের ক্রিয়ায় পতনশীল বস্তুর উপর যদি বায়ুর বাধা না থাকে অর্থাৎ বস্তু যদি অবাধে পতনশীল হয়, তবে নিম্নোক্ত সহজ সূত্রগুলো ঐ গতির ক্ষেত্রে প্রযোজ্য হয়।

স্থিরাবস্থা থেকে অবাধে পতনশীল বস্তুর ক্ষেত্রে—

১. শূন্যস্থানে সকল বস্তুই সমান দ্রুততায় নিচে নামে।

২. কোনো নির্দিষ্ট সময়ে বস্তু যে বেগ লাভ করে তা ঐ সময়ের সমানুপাতিক হয়।

৩. কোনো নির্দিষ্ট সময়ে বস্তু যে দূরত্ব অতিক্রম করে তা ঐ সময়ের বর্গের সমানুপাতিক হয়।

প্রথম সূত্র : একই উচ্চতায় স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় বিভিন্ন আকারের সকল পড়ন্ত বস্তু সমান সময়ে সমান দূরত্ব অতিক্রম করে।

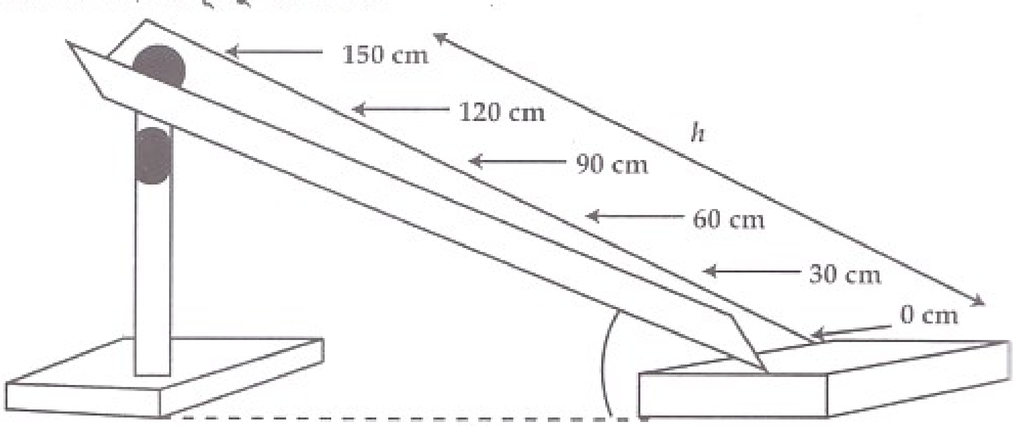
দ্বিতীয় সূত্র : স্থির অবস্থা থেকে বিনা বাধায় কোনো পড়ন্ত বস্তুর বেগ সময়ের সমানুপাতিক। অর্থাৎ পড়ন্ত বস্তুটি t_1 সময়ে v_1 বেগ, t_2 সময়ে v_2 বেগ এবং t_3 সময়ে v_3 বেগ প্রাপ্ত হলে,

$\frac{v_1}{t_1} = \frac{v_2}{t_2} = \frac{v_3}{t_3} =$ ধ্রুবক হবে বা $\frac{v}{t} =$ ধ্রুবক বা $v \propto t$ হবে।

তৃতীয় সূত্র : স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় কোনো পতনশীল বস্তু নির্দিষ্ট সময়ে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তা ঐ সময়ের বর্গের সমানুপাতিক। ধরা যাক, কোনো পড়ন্ত বস্তু t_1 সময়ে h_1 দূরত্ব, t_2 সময়ে h_2 দূরত্ব এবং t_3 সময়ে h_3 দূরত্ব অতিক্রমে করল। তাহলে,

$\frac{h_1}{t_1^2} = \frac{h_2}{t_2^2} = \frac{h_3}{t_3^2} =$ ধ্রুবক হবে বা $\frac{h}{t^2} =$ ধ্রুবক বা $h \propto t^2$ হবে।

পরীক্ষার সাহায্যে সূত্রগুলোর প্রমাণ :



চিত্র ৬·১

যন্ত্রপাতি : ১. একটি আনত মসৃণ তল, ২. একটি মিটার স্কেল, ৩. একটি স্টপওয়াচ, ৪. কয়েকটি মার্বেল

পরীক্ষণ পদ্ধতি :

১. একটি আনত তলকে ভূমি বা টেবিলের উপর চিত্রানুযায়ী স্থাপন কর। আনত তলটির শীর্ষবিন্দু এর উচ্চতা ভূমি থেকে মিটার স্কেল দিয়ে পরিমাপ কর। এবার একটি চকের সাহায্যে আনত তলের উপর 30 cm ব্যবধানে কয়েকটি দাগ দাও।

২. প্রথমে একটি মার্বেলকে উপরের দাগাঙ্কিত বিন্দু হতে ছাড়ার সাথে সাথে স্টপওয়াচ চালু কর। মার্বেলটি ভূমি বা টেবিল স্পর্শ করার সাথে সাথে স্টপওয়াচ বন্ধ কর। স্টাপওয়াচ থেকে সময় (t_1) এবং মিটার স্কেলের সাহায্যে মার্বেল কর্তৃক অতিক্রান্ত দূরত্ব (h_1) নির্ণয় কর। এই পদ্ধতিতে আরো দুইবার পাঠ নিয়ে তিনটি পাঠের গড় মান নির্ণয় কর।

৩. পুনরায় মার্বেলটিকে উপর থেকে দ্বিতীয় দাগাঙ্কিত বিন্দু হতে ছাড়ার সাথে সাথে স্টপওয়াচ চালু কর। মার্বেলটি ভূমি বা টেবিল স্পর্শ করার সাথে সাথে স্টপওয়াচ বন্ধ কর। স্টাপওয়াচ থেকে সময় (t_2) এবং মিটার স্কেলের সাহায্যে মার্বেল কর্তৃক অতিক্রান্ত দূরত্ব (h_2) নির্ণয় কর। এই পদ্ধতিতে আরো দুইবার পাঠ নিয়ে তিনটি পাঠের গড় মান নির্ণয় কর।

৪. একইভাবে মার্বেলটিকে অন্যান্য দাগাঙ্কিত বিন্দু হতে ছেড়ে দিয়ে ভূমি পর্যন্ত দূরত্ব এবং সময় পরিমাপ কর এবং নিচের ছকে তা লিপিবন্ধ কর।

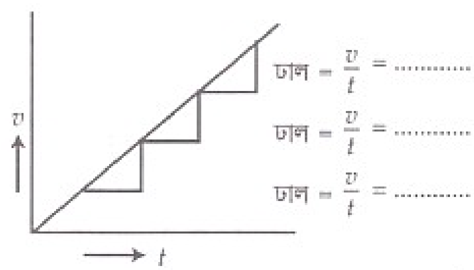
পরীক্ষণ ছক–১

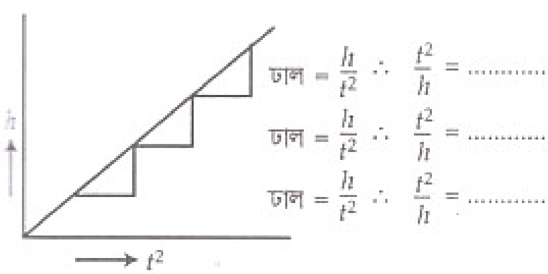
পর্যবেক্ষণ সংখ্যা	দূরত্ব h (cm)	সময় t (s)	গড় সময় t (s)	বেগ $v = \frac{s}{t}$ (cms^{-1})	t^2 (s^2)	$\frac{h}{t^2}$ (cms^{-2})
1	150					
2	120					
3	90					
4	60					
5	30					
6	0					

হিসাব :

I. v—t লেখচিত্র অঙ্কন :

X অক্ষ বরাবর t এবং Y অক্ষ বরাবর v নিয়ে লেখচিত্র অঙ্কন করলে মূল বিন্দুগামী একটি সরলরেখা পাওয়া যায়। এই সরলরেখার বিভিন্ন বিন্দুতে কয়েকটি ঢাল নির্ণয় করা হয়। দেখা যায় যে, প্রতি ক্ষেত্রে ঢাল = $\frac{v}{t}$ = ধ্রুব রাশি হয় বা $v \propto t$ হয়।





II. h—t^2 লেখচিত্র অঙ্কন :

X অক্ষ বরাবর t^2 এবং Y অক্ষ বরাবর h নিয়ে লেখচিত্র অঙ্কন করলে মূল বিন্দুগামী একটি সরলরেখা পাওয়া যায়। এই সরলরেখার বিভিন্ন বিন্দুতে কয়েকটি ঢাল নির্ণয় করা হয়। দেখা যায় যে, প্রতি ক্ষেত্রে $\frac{h}{t^2} = \frac{1}{\text{ঢাল}}$ = ধ্রুবক হয় বা h = ধ্রুবক $\times\, t^2$ হয় বা $h \propto t^2$ হয়।

ফলাফল :

১. প্রাপ্ত মান থেকে দেখা যায় সমান সময়ে মার্বেলটি সমান দূরত্ব অতিক্রম করে। অতএব **প্রথম সূত্রটি প্রমাণিত হলো।**

২. v—t লেখচিত্র হতে দেখা যায় যে, $v \propto t$ হয় অতএব **দ্বিতীয় সূত্রটি প্রমাণিত হলো।**

৩. h—t^2 লেখচিত্র হতে দেখা যায় যে, $h \propto t^2$ হয় অতএব **তৃতীয় সূত্রটি প্রমাণিত হলো।**

সতর্কতা এবং আলোচনা :

(১) প্রতিটি মার্বেল আনত তলের শীর্ষে একই বিন্দু থেকে ছাড়তে হবে।

(২) মার্বেল পতনে যেন কোনো বাধার সৃষ্টি না হয় সেদিকে লক্ষ রাখতে হবে।

(৩) দূরত্ব এবং সময় সঠিকভাবে পরিমাপ করতে হবে।

(৪) পরীক্ষণীয় স্থানে বাতাসের বাধা যাতে মার্বেল পতনে বাধার সৃষ্টি করতে না পারে সেদিকে লক্ষ রাখতে হবে।

গাণিতিক উদাহরণ

১। অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে আনত 60 m দৈর্ঘ্যের একটি ঘর্ষণহীন তলে একটি মার্বেলকে সর্বোচ্চ অবস্থান থেকে ছেড়ে দেয়া হলো। প্রথম সেকেন্ডে মার্বেলটি 2·5 m দূরত্ব অতিক্রম করলে ভূমিতে পৌঁছতে মার্বেলটির কত সময় লাগবে ?

আমরা জানি,

$h = at^2$

বা, $2{\cdot}50 = a(1)^2$

$a = 2{\cdot}50\ \text{ms}^{-2}$

এখানে, $h = 2{\cdot}5$ m

ভূমিতে পৌঁছতে t সময় লাগে,

$\therefore\ h = at^2$ বা, $60 = at^2$

বা, $at^2 = 60$

বা, $t^2 = \frac{60}{a}$

$\therefore\ t = \sqrt{\frac{60}{a}} = \sqrt{\frac{60}{2{\cdot}50}} = 4{\cdot}9$ sec

এখানে, $h = 60$ m, $t = ?$

৬·৩ গ্রহের গতি সম্পর্কিত কেপলারের সূত্র
Kepler's Laws about Motion of the Planets

অতি প্রাচীনকাল হতে গ্রহ-নক্ষত্রের গতিবিধি সম্পর্কে বিজ্ঞানীদের যথেষ্ট আগ্রহ ছিল। ষোড়শ শতাব্দী ডেনমার্কের জ্যোতির্বিদ টাইকোব্রে (Tycho-Brahe) মঙ্গল গ্রহের গতিবিধি লক্ষ করেন এবং কিছু তথ্য সং করেন। তাঁর এ গবেষণা লব্ধ তথ্য এবং অন্যান্য পর্যবেক্ষণের সাহায্যে 1618 খ্রিস্টাব্দে ডেনমার্কের অপর জ্যোতি জোহান কেপলার (Johann Kepler) সিদ্ধান্তে উপনীত হন যে, গ্রহগুলো কোনো এক বলের প্রভাবে সূর্যকে কে করে অবিরাম ঘুরছে। এই সম্পর্কে তিনি তিনটি সূত্র প্রদান করেন। তাঁর নাম অনুসারে এই তিনটি সূত্রকে কেপলা এর গ্রহ সম্পর্কীয় গতিসূত্র (Kepler's laws of planetary motion) বলা হয়। সূত্র তিনটি নিম্নে আলো হলো—

কক্ষীয় (১) **উপবৃত্ত সূত্র (Law of ellipse) : প্রতিটি গ্রহ সূর্যকে উপবৃত্তের ফোকাসে রেখে একটি উপবৃত্ত পথে প্রদক্ষিণ করছে।**

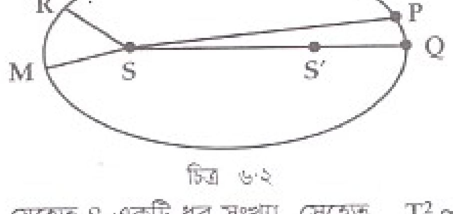
(২) **ক্ষেত্রফল সূত্র (Law of area) : গ্রহ এবং সূর্যের সংযোগকারী ব্যাসার্ধ রেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে।**

পর্যায়কাল (৩) **সময়ের সূত্র (Law of time) : প্রতিটি গ্রহের পর্যায়কালের বর্গ সূর্য হতে তার গড় দূরত্বের ঘনফলের সমানুপাতিক।** (১৩-১৪)

ব্যাখ্যা :

১ম সূত্র : এই সূত্র সূর্যের চারদিকে গ্রহের কক্ষপথের আকৃতি প্রকাশ করে। মনে করি S এবং S′ একটি উপবৃত্তের দুটি নাভি। ধরি S নাভিটি সূর্যের ফোকাসে অবস্থিত [চিত্র ৬·২]। কেপলারের প্রথম সূত্র অনুসারে যে কোনো গ্রহ সূর্যকে S বিন্দুতে রেখে একটি উপবৃত্তাকার পথে ঘুরছে।

২য় সূত্র : এই সূত্র কক্ষীয় বেগ এবং সূর্য ও গ্রহের মধ্যবর্তী দূরত্বের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করে। মনে করি কোনো গ্রহ t সময়ে P অবস্থান হতে Q অবস্থানে আসে। যদি একই সময়ে ঐ গ্রহ M অবস্থান হতে R অবস্থানে আসে, তবে কেপলারের দ্বিতীয় সূত্র হতে পাই, PQS-এর ক্ষেত্রফল এবং MSR-এর ক্ষেত্রফল সমান হবে।



চিত্র ৬·২

৩য় সূত্র : এই সূত্র গ্রহের কক্ষপথের আকার এবং অতিক্রান্ত সময়ের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করে। মনে করি T গ্রহের পর্যায়কাল অর্থাৎ সূর্যকে একবার প্রদক্ষিণ করতে যে সময় লাগে তার মান T। যদি $2a$ পরাক্ষের দৈর্ঘ্য হয়, তবে কেপলারের তৃতীয় সূত্র হতে আমরা পাই, $T^2 \propto 8a^3$

যেহেতু 8 একটি ধ্রুব সংখ্যা, সেহেতু, $T^2 \propto a^3$

উক্ত সমীকরণ হতে কেপলারের তৃতীয় সূত্রটিকে সামান্য পরিবর্তন করে নিম্নরূপে লিখা যায়—

প্রতিটি গ্রহের পর্যায়কালের বর্গ গ্রহের কক্ষপথের পরাক্ষের অর্ধেকের ঘন-এর সমানুপাতিক।

উপরের সূত্র থেকে দেখা যায় যে, কোনো গ্রহের আবর্তন কাল এবং সূর্য থেকে এর গড় দূরত্ব জানা থাকলে অন্য যেকোনো গ্রহের আবর্তন কাল পর্যবেক্ষণ করে সূর্য থেকে এই দ্বিতীয় গ্রহের গড় দূরত্ব নির্ণয় করা যায়।

কেপলারের সূত্র বিশ্লেষণে নিম্নলিখিত বিষয়গুলি লক্ষণীয় :

(১) গ্রহের আবর্তন কাল এর ভরের উপর নির্ভর করে না।

(২) সূর্য থেকে গ্রহের গড় দূরত্ব যত কম হয় অর্থাৎ গ্রহ সূর্যের যত নিকটে থাকে এর আবর্তনকাল তত কম হয়।

৬.৪ মহাকর্ষ
Gravitation

মহাকর্ষ বল (Gravitational Force) : বিখ্যাত বিজ্ঞানী স্যার আইজাক নিউটন আবিষ্কার করেন যে, এ মহাবিশ্বের যেকোনো দুটি বস্তুকণার মধ্যে একটি পারস্পরিক আকর্ষণ বল রয়েছে। দুটি বস্তুকণার মধ্যকার এই পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে কখনও মহাকর্ষ আবার কখনও অভিকর্ষ বলে। এ দুটি বলের মধ্যে পার্থক্য রয়েছে। তাহলে প্রশ্ন জাগে মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ কী ?

মহাকর্ষ : নভোমণ্ডলে অবস্থিত দুটি বস্তু বা বস্তুকণার মধ্যকার পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে মহাকর্ষ বলে।

অভিকর্ষ : পৃথিবী এবং অন্য একটি বস্তু বা বস্তুকণার মধ্যকার আকর্ষণ বলকে অভিকর্ষ বা মাধ্যাকর্ষণ বলে।

উদাহরণ : সূর্য ও চন্দ্রের মধ্যকার আকর্ষণ বল মহাকর্ষ অন্যদিকে পৃথিবী এবং আমের মধ্যকার আকর্ষণ বল অভিকর্ষ।

নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র   ব্যর্থতা → ৩১০
Newton's Law of Gravitation

1687 খ্রিস্টাব্দে বিখ্যাত বিজ্ঞানী স্যার আইজাক নিউটন আপেল পতন এবং গ্রহ উপগ্রহের গতি পর্যবেক্ষণ করে মহাকর্ষের যে সূত্র আবিষ্কার করেন তা নিম্নোক্তভাবে সংজ্ঞায়িত করা যায় :

সূত্র : মহাবিশ্বের যেকোনো দুটি বস্তুকণা পরস্পরকে আকর্ষণ করে। এই আকর্ষণ বল বস্তু দুটির ভরের গুণফলের সমানুপাতিক এবং এদের মধ্যকার দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক।

ব্যাখ্যা : নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র বিশ্লেষণ করলে

পরিমাণ সম্বন্ধীয় এবং একটি অংশ বলের প্রকৃতি সম্বন্ধ

মনে করি, দুটি বস্তুকণার ভর যথাক্রমে m_1 ও

মধ্যে আকর্ষণ বল F হয়, তাহলে মহাকর্ষ সূত্রানুসারে

(i) $F \propto m_1 m_2$

(ii) $F \propto \frac{1}{d^2}$

(i) ও (ii)-কে যুক্ত করলে

$F \propto \frac{m_1 m_2}{d^2}$ বা, $F = ধ্রুবক \frac{m_1 m_2}{d^2}$

$$F = G\frac{m_1 m_2}{d^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (6.1)$$

এখানে G = মহাকর্ষ ধ্রুবক বা সর্বজনীন ধ্রুবক। ইহা বস্তু দুটির মধ্যকার প্রকৃতি, যেমন প্রবেশ্যতা, প্রবণতা, দিকদর্শিতা এবং বস্তুকণা দুটির ভৌত অবস্থার উপর নির্ভর করে না।

❑ বিজ্ঞানী ও আবিষ্কার:

বিজ্ঞানী	আবিষ্কার
নিউটন	মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ বল গ্রহ সমূহের আবর্তনের কারন পড়ন্ত বস্তুর সূত্র সমূহের প্রমাণ
গ্যালিলিও	পড়ন্ত বস্তুর সূত্র
কেপলার	গ্রহ সমূহ ঘূর্ণনের তিনটি সূত্র
টাইকো ব্রাহে	মঙ্গল গ্রহের গতিবিধি লক্ষ্য করে গ্রহ নক্ষত্র সম্পর্কে তথ্য সংগ্রহ করে
পয়েন্টিং ও ফিলিপস	G এর মানের উপর তাপমাত্রার প্রভাব নেই প্রমাণ করেন
ক্যাভেন্ডিস	G এর মান নির্ণয়

◆ পড়ন্ত বস্তুর ওজন নেই প্রমাণ করেন গ্যালিলিও।

মহাকর্ষ সূত্রের ভেক্টর রূপ :

মহাকর্ষ সূত্রকে ভেক্টর রাশির দ্বারা নিম্নলিখিতভাবে লেখা যায় :

$$\vec{F}_{21} = -G\frac{m_1 m_2}{r_{12}^3}\vec{r}_{12}$$

এখানে $\vec{F}_{21}$ হচ্ছে দ্বিতীয় বস্তুর উপর প্রথম বস্তুর সদিক বল (আকর্ষণ), $\vec{r}_{12}$ হচ্ছে প্রথম বস্তু হতে দ্বিতীয় বস্তুর সদিক দূরত্ব।

যেহেতু প্রথম বস্তু আকর্ষণ করে দ্বিতীয় বস্তুকে নিজের দিকে টানছে অর্থাৎ $\vec{F}_{21}$ এবং দিক $\vec{r}_{12}$ এর বিপরীত, সুতরাং উপরিউক্ত সমীকরণে ঋণাত্মক চিহ্ন ব্যবহৃত হয়েছে। কিন্তু মহাকর্ষ বলের মান সূচক। সুতরাং ঋণাত্মক চিহ্ন ব্যবহৃত হয়নি।

সমীকরণ (6.16) থেকে মহাকর্ষ বলের প্রকৃতি সম্বন্ধেও জানা যায়।

মহাকর্ষ বলের প্রকৃতি :

(i) মহাকর্ষ বল দুটি বস্তুর মধ্যকার পারস্পরিক আকর্ষণ বল।
(ii) মহাকর্ষ বল বস্তু দুটির সংযোগ সরলরেখা বরাবর ক্রিয়া করে।
(iii) মহাকর্ষ বল বস্তুদ্বয়ের মাধ্যমের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে না।
(iv) মহাকর্ষ বল বস্তুদ্বয়ের ভরের গুণফলের সমানুপাতিক হয়।

উপর থেকে কোনো বস্তুকে অবাধে নিচে পড়তে দিলে তা নিচে পড়ে অর্থাৎ পৃথিবী পৃষ্ঠে পড়ে। আম গাছের আম সব সময় মাটিতে পতিত হয়। কিন্তু কখনও কি ভেবে দেখেছ, আম কেন গাছ থেকে পড়ে উপরের দিকে যায় না? আসলে কোনো বস্তুকে পৃথিবী তার কেন্দ্রের দিকে টানে। আবার বস্তুটিও পৃথিবীকে সমান ও বিপরীতমুখী বলে আকর্ষণ করে। যেকোনো পার্থিব বস্তুর তুলনায় পৃথিবীর ভর বহুগুণে বেশি হয়। তাই এই বলের ক্রিয়ায় পৃথিবীর গতি উপেক্ষণীয় হয়, তাই সব সময় বস্তুটি পৃথিবীর দিকে পড়ে, পৃথিবী বস্তুর দিকে এগিয়ে যায় না। **সেজন্য আম গাছ থেকে পড়ে উপরের দিকে যায় না।**

উপরের আলোচনায় স্পষ্ট যে, প্রত্যেক বস্তুকে পৃথিবী তার কেন্দ্রের দিকে টানে বা আকর্ষণ করে। এই আকর্ষণ বলই হলো বস্তুর ওজন। অর্থাৎ ওজন হলো কোনো বস্তুর উপর প্রযুক্ত অভিকর্ষ। এই ওজন সর্বদা বস্তুর ভারকেন্দ্র দিয়ে খাড়া নিচের দিকে ক্রিয়া করে।

m ভরের বস্তুর ওজন W হলে আমরা লেখতে পারি,

$$W = mg \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots$$

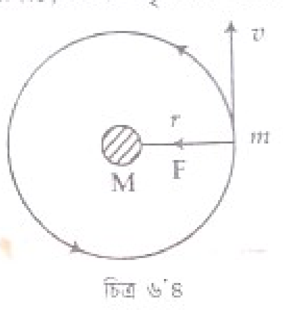
অর্থাৎ ওজন = ভর × অভিকর্ষজ ত্বরণ

অভিকর্ষজ ত্বরণের মান পরিবর্তিত হলে বস্তুর ওজনও সমহারে পরিবর্তিত হয়। অর্থাৎ বস্তুর ওজন পরিবর্তনশীল, বস্তুর ওজন স্থান নিরপেক্ষ নয়। বস্তুর ওজন তার একটি মৌলিক বৈশিষ্ট্য নয়। বস্তুর ওজন থাকতে পারে, নাও থাকতে পারে।

কোনো একটি বস্তু যে পরিমাণ বল দ্বারা পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে আকৃষ্ট হয় তাকে তার ওজন বা ভার বলে।

৬.৫ নিউটনের সূত্র থেকে কেপলারের সূত্র
Kepler's Law from Newton's Law

মনে করি সূর্যকে কেন্দ্র করে r ব্যাসার্ধের কক্ষপথে একটি গ্রহ v দ্রুতিতে আবর্তন করছে [চিত্র ৬.৪]। সূর্যের ভর M, গ্রহের (পৃথিবী) ভর m এবং গ্রহের পর্যায়কাল T হলে,



চিত্র ৬.৪

নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র অনুযায়ী দুটি বস্তুর মধ্যকার মহাকর্ষ বল

$$F_g = \frac{GMm}{r^2} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots$$

এখানে G = মহাকর্ষ ধ্রুবক

আবার গ্রহের বৃত্তাকার গতির জন্য প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল

$$F_c = \frac{mv^2}{r} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots$$

গ্রহের উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বলই এই কেন্দ্রমুখী বল যোগান দেয়।

$\therefore \quad F_g = F_C$

বা, $\dfrac{GMm}{r^2} = \dfrac{mv^2}{r}$

বা, $\dfrac{GM}{r} = v^2 \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (6.5)$

উপগ্রহটির পর্যায়কাল T হলে অর্থাৎ r ব্যাসার্ধের কক্ষপথে সূর্যকে একবার আবর্তন করতে T সময় প্রয়োজন হলে এর রৈখিক বেগ হবে $v = \dfrac{2\pi r}{T}$

$\therefore$ (6.3) নং সমীকরণে মান বসিয়ে পাই

$\dfrac{GM}{r} = \left(\dfrac{2\pi r}{T}\right)^2$

বা, $\dfrac{GM}{r} = \dfrac{4\pi^2 r^2}{T^2}$

$\therefore \quad T^2 = \left(\dfrac{4\pi^2}{GM}\right) \times r^3 \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (6.6)$

এই সমীকরণে $\left(\dfrac{4\pi^2}{GM}\right)$ ধ্রুবরাশি।

$\therefore \quad T^2 =$ ধ্রুবক $\times r^3$

$\boxed{T^2 \propto r^3} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (6.7)$

অর্থাৎ গ্রহের পর্যায়কালের বর্গ কক্ষপথের গ্রহ হতে সূর্যের মধ্যবর্তী দূরত্বের ঘন-এর সমানুপাতিক। ইহাই কেপলারের সূত্র (তৃতীয় সূত্র)।

গাণিতিক উদাহরণ

১। সূর্যের চারদিকে আবর্তনরত মঙ্গলগ্রহের কক্ষপথের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর কক্ষপথের ব্যাসার্ধের 1.53 গুণ। পৃথিবীতে 365 দিনে এক বছর হলে মঙ্গলগ্রহে কত দিনে এক বছর হবে ?

আমরা জানি,

$\dfrac{T_1^2}{R_1^3} = \dfrac{T_2^2}{R_2^3}$

বা, $T_2^2 = \left(\dfrac{R_2}{R_1}\right)^3 \times T_1^2$

$\therefore \quad T_2 = \left\{\left(\dfrac{1.53}{1}\right)^3 \times (365)^2\right\}^{\frac{1}{2}}$

$= 691$ d

এখানে,

পৃথিবীর পর্যায়কাল, $T_1 = 365$ d

মঙ্গলগ্রহের পর্যায়কাল, $T_2 = ?$

পৃথিবী ও মঙ্গলগ্রহের কক্ষপথের ব্যাসার্ধ R_1 ও R_2 হলে, $\dfrac{R_2}{R_1} = \dfrac{1.53}{1}$

২। সূর্যের চারদিকে পৃথিবীর কক্ষপথের ব্যাসার্ধ 1.5×10^{11} m এবং আবর্তনকাল 3.156×10^7 sec। সূর্যের ভর নির্ণয় কর। ($G = 6.7 \times 10^{-11}$ Nm^2 kg^{-2}) [য. বো. ২০০৯]

আমরা জানি, সূর্যের ভর,

$M = \dfrac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$

$\therefore \quad M = \dfrac{4 \times 9.87 \times (1.5 \times 10^{11})^3}{6.7 \times 10^{-11} \times (3.156 \times 10^7)^2}$

$= 2 \times 10^{30}$ kg

এখানে,

পৃথিবীর কক্ষপথের ব্যাসার্ধ, $r = 1.5 \times 10^{11}$ m

পৃথিবীর আবর্তনকাল, $T = 3.156 \times 10^7$ sec

$G = 6.7 \times 10^{-11}$ Nm^2 kg^{-2}

সূর্যের ভর, $M = ?$

ক্রিয়াকর্ম: কোনো কারণে সূর্য থেকে পৃথিবীর গড় দূরত্ব কমে গেলে বৎসরের দৈর্ঘ্য বাড়বে না কমবে ? যুক্তিসহ ব্যাখ্যা কর।

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক ও অভিকর্ষজ ত্বরণের সম্পর্ক
Relation between Gravitational Constant and Acceleration due to Gravity

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক
Gravitational Constant

নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র অনুযায়ী M ও m ভরের দুটি বস্তুর মধ্যে আকর্ষণ বল,

$F = \frac{GMm}{d^2}$ এখানে G = মহাকর্ষ ধ্রুবক এবং d = বস্তু দুটির মধ্যবর্তী দূরত্ব

মনে করি বস্তু দুটির মধ্যকার ভর এক একক এবং তাদের মধ্যবর্তী দূরত্বও এক একক অর্থাৎ M = 1 এ
. $m = 1$ একক এবং $d = 1$ একক হলে

$$F = \frac{G \times 1 \times 1}{1 \times 1}$$

বা, $F = G \qquad \dots \qquad \dots \qquad \dots \qquad (6.8$

এই সমীকরণ অনুযায়ী মহাকর্ষ ধ্রুবককে নিম্নলিখিত উপায়ে সংজ্ঞায়িত করতে পারি :

একক ভরবিশিষ্ট দুটি বস্তুকণা একক দূরত্বে থেকে যে পরিমাণ বল দ্বারা পরস্পরকে আকর্ষণ ক তার সংখ্যাগত মানকে মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বলে। G এর মান বস্তুর ভরের উপর বা ভরকেন্দ্র হতে বস্তুর দূর উপর নির্ভর করে না। G এর মান নির্ণয় করেন ক্যাভেন্ডিস।

এস. আই. পদ্ধতিতে এর মান 6.67×10^{-11} N-m^{2}kg^{-2}. (০৫-০৬)

মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের মাত্রা : $[G] = [M^{-1}T^{-2}L^3]$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, G কে সর্বজনীন ধ্রুবক বলে।

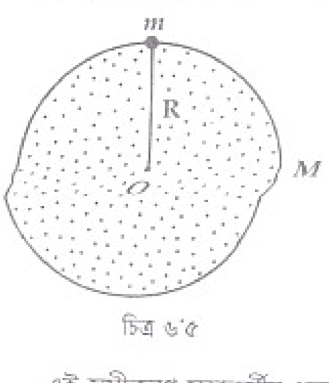
অভিকর্ষজ ত্বরণ
Acceleration due to gravity

নিউটনের গতির সূত্র অনুসারে বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করলে ত্বরণ সৃষ্টি হয়। অভিকর্ষও একটি বল। বল কোনো একটি বস্তুর উপর ক্রিয়া করে ত্বরণ সৃষ্টি করবে। অতএব, **বস্তুতে অভিকর্ষ বল কর্তৃক যে ত্ব উৎপন্ন হয় তাকে অভিকর্ষজ ত্বরণ বলে।** অথবা **কোনো স্থানে অভিকর্ষের টানে মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর বেগ হারে বৃদ্ধি পায় তাকে ঐ স্থানের অভিকর্ষজ বা অভিকর্ষীয় ত্বরণ বলে।** একে 'g' দ্বারা প্রকাশ করা হ পরীক্ষার সাহায্যে জানা গেছে, বাধাহীন পথে ও একই স্থান হতে সকল বস্তু সমত্বরণে পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে প হয়। স্থানভেদে এই ত্বরণের মান বিভিন্ন। সুতরাং অভিকর্ষজ ত্বরণ বস্তু নিরপেক্ষ, স্থান নিরপেক্ষ নয়।

এর একক এম. কে. এস. ও আন্তর্জাতিক SI পদ্ধতিতে মিটার/সে.^{2}। এর মাত্রা সমীকরণ = $[LT^{-2}]$।

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক ও অভিকর্ষজ ত্বরণের সমীকরণ
Equation of gravitational constant and acceleration due to gravity

মনে করি 'm' ভরবিশিষ্ট একটি বস্তুকণা পৃথিবী পৃষ্ঠে অবস্থিত এবং পৃথিবী একটি গোলাকার ব [চিত্র ৬'৫]। যদি পৃথিবীর ভর 'M' এবং ব্যাসার্ধ 'R' হয়, তবে নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র হতে আমরা পাই,



চিত্র ৬'৫

$$F = G\frac{Mm}{R^2} \qquad \dots \qquad \dots \qquad \dots \qquad (6.9$$

পুনরায়, নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র হতে আমরা পাই,

বল = ভর × ত্বরণ

∴ অভিকর্ষীয় বল = বস্তুর ভর × অভিকর্ষজ ত্বরণ। অর্থাৎ,

$$F = mg \qquad \dots \qquad \dots \qquad \dots \qquad (6.10)$$

∴ সমীকরণ (6.9) এবং সমীকরণ (6.10) হতে আমরা পাই,

$$mg = G\frac{Mm}{R^2}$$

বা, $$\boxed{g = \frac{GM}{R^2}} \qquad \dots \qquad \dots \qquad \dots \qquad (6.11)$$

এই সমীকরণ মহাকর্ষীয় ধ্রুবক ও অভিকর্ষ ত্বরণের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করে।

$$\text{অর্থাৎ অভিকর্ষজ ত্বরণ} = \frac{\text{মহাকর্ষ ধ্রুবক × পৃথিবীর ভর}}{(\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ})^2}$$

ইহাই ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের সমীকরণ যা অভিকর্ষজ ত্বরণ এবং মহাকর্ষ ধ্রুবক G-এর মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করে। এই সমীকরণ অনুসারে অভিকর্ষজ ত্বরণ g বস্তুর ভর m-এর উপর নির্ভর করে না, দূরত্বের উপর নির্ভর করে। আবার, আমরা জানি G এবং M ধ্রুব রাশি। অতএব ভূ-পৃষ্ঠের কোনো স্থানে 'g'-এর মান ভূ-কেন্দ্র হতে ঐ স্থানের দূরত্বের উপর নির্ভর করে। এটি হতে এই সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়া যায় যে, **ভূ-পৃষ্ঠের কোনো একটি স্থানে g-এর মান নির্দিষ্ট, কিন্তু স্থানভেদে এর পরিবর্তন ঘটে।** পৃথিবীর ভর $M = 5{\cdot}983 \times 10^{24}$ kg এবং ব্যাসার্ধ $R = 6{\cdot}36 \times 10^6$ m ধরে উপরের সমীকরণ অনুসারে ভূ-পৃষ্ঠে g-এর মান হয়,

$$g = \frac{6{\cdot}657 \times 10^{-11} \text{ N-m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 5{\cdot}983 \times 10^{24} \text{ kg}}{(6{\cdot}36 \times 10^6 \text{ m})^2} = 9{\cdot}8465 \text{ ms}^{-2}$$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক ও অভিকর্ষীয় ত্বরণ এর মধ্যে সম্পর্ক থেকে আমরা নিম্নলিখিত বিষয়গুলি জানতে পারি—

(i) G একটি সর্বজনীন ধ্রুবক, অন্যদিকে g একটি পরিবর্তনশীল রাশি

(ii) G এর মান $6{\cdot}657 \times 10^{-11}$ Nm²kg⁻², অন্যদিকে g এর মান $9{\cdot}8$ ms⁻²

(iii) G একটি স্কেলার রাশি, অন্যদিকে g একটি ভেক্টর রাশি।

(iv) G এর মান বস্তুর ভরের উপর বা ভূ-কেন্দ্র হতে বস্তুর দূরত্বের উপর নির্ভর করে না। অন্যদিকে g এর মান ভরের উপর নির্ভর করে না। কিন্তু ভূ-কেন্দ্র হতে বস্তুর দূরত্বের উপর নির্ভর করে।

G এবং g এর সম্পর্ক থেকে শিক্ষার্থীদের প্রশ্ন করা হলো : পৃথিবী কেন ভর নিরপেক্ষভাবে সকল বস্তুতে সমান ত্বরণ সৃষ্টি করে? এর জবাবে নিশ্চয় তোমরা বলবে, পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে M ও R ধরা হলে, পৃথিবী পৃষ্ঠে m ভরের কোনো বস্তুর ক্ষেত্রে, $mg = G\dfrac{m\,M}{R^2}$

$\therefore \boxed{g = \dfrac{GM}{R^2}}$ যেহেতু এই সমীকরণে বস্তুর ভর m অনুপস্থিত। কাজেই অভিকর্ষজ ত্বরণ বস্তুর ভর নিরপেক্ষ। সুতরাং R ধ্রুবক হলে কোনো স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণ ধ্রুবক ও বস্তুর ভর নিরপেক্ষ হয়।

আবার G কেন সর্বজনীন ধ্রুবক ? যেহেতু বস্তুকণার মধ্যে মহাকর্ষীয় বল কণা দুটির মধ্যে কোনো মাধ্যমের উপস্থিতি অথবা প্রকৃতির উপর নির্ভর করে না, এই বল কণা দুটির প্রকৃতি, রাসায়নিক গঠন বা উষ্ণতার উপর নির্ভরশীল নয়। এ সকল কারণে **G-কে সর্বজনীন ধ্রুবক**

গাণিতিক উদাহরণ

১। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6{\cdot}4 \times 10^6$ m এবং পৃষ্ঠে উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বের কর।

আমরা জানি,

পৃথিবী পৃষ্ঠে, $g = \dfrac{GM}{R^2}$ ... ...

এবং পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায়,

$$g' = \frac{GM}{(R+h)^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots$$

সমীকরণ (ii) ও (i) থেকে পাই,

$$\frac{g'}{g} = \frac{\dfrac{GM}{(R+h)^2}}{\dfrac{GM}{R^2}} = \frac{R^2}{(R+h)^2} \quad \text{বা,}$$

$$\therefore \; g' = \frac{(6{\cdot}4 \times 10^6)^2}{(6{\cdot}4 \times 10^6 + 6{\cdot}4 \times 10^5)^2} \times 9$$

❑ **অভিকর্ষজ ত্বরণ (g) এর বৈশিষ্ট্য সমূহঃ**

- অভিকর্ষজ ত্বরণ অভিকর্ষীয় প্রাবল্যের সমান
- পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে উপর দিকে গেলে g এর মান কমে
- পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে নীচের দিকে গেলে g এর মান কমে
- পৃথিবীর অভ্যন্তরে গেলেও g এর মান কমে
- বিষুব অঞ্চল হতে মেরু অঞ্চলে এর মান বাড়ে
- ঘূর্ণন জনিত কারণে মেরু অঞ্চলে এর মান কমে তবে বিষুব অঞ্চলে বেশি কমে
- অক্ষাংশ বাড়লে g এর মান বাড়ে
- পৃথিবীর কেন্দ্রে g এর মান শূন্য
- ভূ-পৃষ্ঠে g এর মান সবচেয়ে বেশি

❑ **অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর মান সমূহঃ**

মেরুতে = 9.832 ms⁻² ; বিষুব অঞ্চলে = 9.78 ms⁻² ; ঢাকায় = 9.7 ms⁻² ; রাজশাহী = 9.79 ms⁻²

- সমুদ্র তলে 45° অক্ষাংশে g এর মানকে আদর্শ ধরা হয়। g এর আদর্শ 981 cm/sec² = 9.8 ms⁻² = 32.09 ft/sec²
- চন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণ 1/6 g
- g বস্তু নিরপেক্ষ, স্থান নিরপেক্ষ নয়

❑ **মহাকর্ষ সূত্রের ব্যবহারঃ**

- প্রাকৃতিক সম্পদ অনুসন্ধান
- কৃত্রিম উপগ্রহের মাধ্যমে যোগাযোগ
- বস্তু গবেষণায়

২। ভূ-পৃষ্ঠে কোনো লোকের ওজন 648 N হলে তিনি চাঁদে গেলে কতটুকু ওজন হারাবেন ? পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের 81 এবং 4 গুণ।

আমরা জানি, ওজন $W = mg$

$\therefore$ ভূ-পৃষ্ঠে, $W_e = mg_e$ … … (i)

চাঁদের পৃষ্ঠে, $W_m = mg_m$ … … (ii)

সমীকরণ (ii) কে সমীকরণ (i) দিয়ে ভাগ করে

আমরা পাই, $\dfrac{W_m}{W_e} = \dfrac{g_m}{g_e}$ … … (iii)

কিন্তু অভিকর্ষজ ত্বরণ, ভূ-পৃষ্ঠে, $g_e = \dfrac{GM_e}{R_e^2}$

এবং চাঁদের পৃষ্ঠে, $g_m = \dfrac{GM_m}{R_m^2}$

এখানে,

ধরা যাক, লোকের ভর $= m$

চাঁদের ভর $= M_m$

পৃথিবীর ভর $= M_e = 81\ M_m$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $= R_e$

চাঁদের ব্যাসার্ধ $= R_m$

$\therefore\ R_e = 4\ R_m$

পৃথিবীর পৃষ্ঠে ওজন $W_e = 648$ N

চাঁদের পৃষ্ঠে ওজন $W_m = ?$

চাঁদে হারানো ওজন $W = W_e - W_m = ?$

সমীকরণ (iii) থেকে পাই,

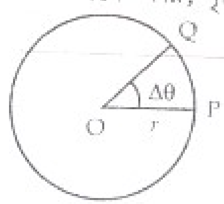
$$\frac{W_m}{W_e} = \frac{GM_m}{R_m^2} \times \frac{R_e^2}{GM_e} = \frac{M_m}{M_e} \times \left(\frac{R_e}{R_m}\right)^2 = \frac{M_m}{81\ M_m} \times \left(\frac{4\ R_m}{R_m}\right)^2 = \frac{16}{81}$$

$$\therefore\ W_m = \frac{16}{81} \times W_e = \frac{16}{81} \times 648\ \text{N} = 128\ \text{N}$$

$$\therefore\ W = W_e - W_m = 648\ \text{N} - 128\ \text{N} = 520\ \text{N}$$

কাজ : পৃথিবী সূর্যের চারদিকে বৃত্তাকার পথে ঘুরছে ধরে দেখাও যে, একক সময়ে পৃথিবীর কক্ষপথ যে ক্ষেত্রফল তৈরি করে তা একটি ধ্রুবক।

মনে করি, পৃথিবী সূর্যের চারদিকে r ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে পৃথিবীর কৌণিক বেগ ω ধ্রুবক হবে। মনে করি, সময়ের অতি ক্ষুদ্র অবকাশ Δt-তে সূর্য ও পৃথিবীর সংযোজক সরলরেখা OP অতি ক্ষুদ্র কোণ $\Delta\theta$ উৎপন্ন করে। এক্ষেত্রে উৎপন্ন চাপ $PQ = r\Delta\theta$. $\Delta\theta$ অত্যন্ত ক্ষুদ্র বলে আমরা এটিকে সরলরেখা বলে গণ্য করতে পারি।



চিত্র ৬.৬

সুতরাং, পৃথিবী ও সূর্যের সংযোজক সরলরেখা দ্বারা বর্ণিত ক্ষেত্রফল

$= \Delta OPQ$-এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times PQ \times OP = \frac{1}{2} r\Delta\theta \times r = \frac{1}{2} r^2\Delta\theta$

$\therefore$ একক সময়ে বর্ণিত ক্ষেত্রফল $= \dfrac{1}{2} \dfrac{r^2\Delta\theta}{\Delta t} = \dfrac{1}{2} r^2\omega$

এখানে r, ω উভয়ই ধ্রুবক। সুতরাং একক সময়ে বর্ণিত ক্ষেত্রফলও ধ্রুবক।

ক্রিয়াকর্ম : সূর্য যে মহাকর্ষ বল চন্দ্রের উপর প্রয়োগ করে তা পৃথিবীর চন্দ্রের উপর প্রযুক্ত বল থেকে বেশি; তাহলে চন্দ্র কেন পৃথিবী থেকে মুক্ত হয়ে যায় না ?

পৃথিবী ও চন্দ্র একটি তন্ত্রের সৃষ্টি করে যার ভরকেন্দ্র সূর্যকে আবর্তন করে। তাই চন্দ্রের, পৃথিবী থেকে বিচ্ছিন্ন হওয়া সম্ভব নয়। এই উত্তরের সাথে তোমার যুক্তি মিলাও।

৬.৭ অভিকর্ষীয় ত্বরণের পরিবর্তন
Variation of Acceleration due to Gravity

মহাকর্ষ সূত্র থেকে জেনেছি যে, অভিকর্ষজ ত্বরণের মান (g) বস্তুর ভর (m)-এর উপর নির্ভর করে না। কিন্তু মান ভূ-কেন্দ্র হতে ঐ স্থানের দূরত্বের উপর নির্ভর করে। এটি হতে এই সিদ্ধান্তে উপনীত হতে পারি যে, ভূ-পৃষ্ঠ

কোনো স্থানে g-এর মান নির্দিষ্ট, কিন্তু স্থানভেদে এর পরিবর্তন ঘটে, পৃথিবীর ভর $M = 5.983 \times 10^{24}$ kg এবং ব্যাসার্ধ $R = 6.36 \times 10^{6}$ m ধরে ভূ-পৃষ্ঠে g-এর মান হয়,

$$g = \frac{6.657 \times 10^{-11}\ \text{Nm}^2\ \text{kg}^{-2} \times 5.983 \times 10^{24}\ \text{kg}}{6.36 \times 10^{6}\ \text{m}}$$

$$\therefore\ g = 9.8465\ \text{ms}^{-2}$$

পৃথিবী পৃষ্ঠে g-এর মান বেশি হয়। আবার মেরু অঞ্চল অপেক্ষা বিষুব অঞ্চলে কম হয়। পৃথিবীর কেন্দ্রে শূন্য হয়।

অভিকর্ষজ ত্বরণ g ধ্রুবক নয়। তিনটি কারণে অভিকর্ষজ ত্বরণের পরিবর্তন ঘটে।

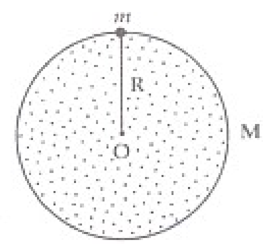
(১) উচ্চতার ক্রিয়া (Altitude effect)

(২) অক্ষাংশ ক্রিয়া বা আকৃতি ক্রিয়া (Latitude effect or effect of shape)

(৩) পৃথিবীর ঘূর্ণন ক্রিয়া বা পৃথিবীর আহ্নিক গতি ক্রিয়া (Rotational effect of the earth or effect of diurnal rotation of the earth)

(১) উচ্চতার ক্রিয়া (Altitude effect) : পৃথিবীর কেন্দ্র হতে কোনো স্থানের দূরত্বের তারতম্য ভেদে অভিকর্ষজ ত্বরণ 'g'-এর মানের পরিবর্তন ঘটে। এটি আলোচনা করতে হলে তিনটি বিষয় আলোচনা করতে হয়; যথা—

(ক) কোনো বস্তু পৃথিবী পৃষ্ঠে অবস্থিত : কোনো বস্তু যদি 'M' ভর এবং 'R' ব্যাসার্ধবিশিষ্ট পৃথিবী পৃষ্ঠে অবস্থান করে [চিত্র ৬.৭] তবে ঐ বস্তুর উপর তথা ভূ-পৃষ্ঠে,



চিত্র ৬.৭

$$g = G\frac{M}{R^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (6.12)$$

$$= \frac{4}{3}\pi GR\rho \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (6.13)$$

$$\therefore\ \boxed{g = \frac{4}{3}\pi GR\rho}$$

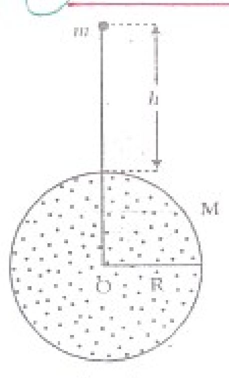
এখানে, ρ = পৃথিবীর উপাদানের গড় ঘনত্ব ও $\frac{4}{3}\pi R^3$ = পৃথিবীর আয়তন।

হাতে-কলমে কাজ : দার্জিলিং এ কোনো জিনিস স্প্রিং তুলায় মেপে কেনা লাভজনক নাকি সাধারণ তুলায় মেপে কেনা লাভজনক?

দার্জিলিং সমুদ্র পৃষ্ঠ থেকে অনেক উপরে অবস্থিত বলে g-এর মান কিছুটা কম। এই জ্ঞান কাজে লাগাও।

(খ) কোনো বস্তু পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে উপরে অবস্থিত : মনে করি M পৃথিবীর ভর এবং R তার ব্যাসার্ধ। যদি বস্তু পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় অবস্থান করে [চিত্র ৬.৮] তবে ঐ বস্তুর উপর তথা ভূ-পৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় অভিকর্ষীয় ত্বরণ,

$$\boxed{g_h = G\frac{M}{(R+h)^2}} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (6.14)$$



চিত্র ৬.৮

আমরা জানি, ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = G\frac{M}{R^2}$। অতএব দেখা যায় যে, এই সমীকরণ অপেক্ষা সমীকরণ (6.12)-এ হরের মান বেশি। কাজেই ভাগফল অর্থাৎ অভিকর্ষীয় ত্বরণ-এর মান কম হবে। অতএব পৃথিবী পৃষ্ঠ অপেক্ষা উপরে অভিকর্ষীয় ত্বরণ-এর মান কম হবে এবং দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতে পরিবর্তিত হবে। সুতরাং দূরত্ব বাড়লে অভিকর্ষীয় ত্বরণ-এর মান কমবে এবং দূরত্ব কমলে অভিকর্ষীয় ত্বরণ-এর মান বাড়বে। এই কারণে পাহাড়ের উপর অভিকর্ষীয় ত্বরণ-এর মান পৃথিবী পৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় ত্বরণ-এর মান অপেক্ষা কম হয়।

সমীকরণ (6.12)-কে সমীকরণ (6.10) দ্বারা ভাগ করে পাওয়া যায়,

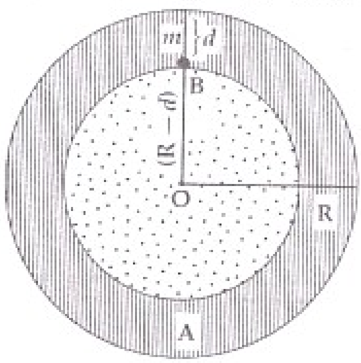
$$\frac{g_h}{g} = \frac{GM}{(R+h)^2} \times \frac{R^2}{GM}$$

বা, $\frac{g_h}{g} = \frac{R^2}{(R+h)^2} = \frac{1}{\left(1+\frac{h}{R}\right)^2} = \left(1+\frac{h}{R}\right)^{-2}$, $h \ll R$ হলে, $\frac{g_h}{g} = 1 - \frac{2h}{R}$

বা, $$\boxed{g_h = g\left(1 - \frac{2h}{R}\right)} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (6.15)$$

অর্থাৎ, $g_h < g$। সুতরাং **বলা যায় h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের ত্বরণের মান অপেক্ষা ক**

(গ) কোনো বস্তু পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে নিচে অবস্থিত : মনে করি পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে d দূরত্ব নিচে B বিন্দু কোনো বস্তু আছে এবং ঐ স্থানে অভিকর্ষীয় ত্বরণ g_d [চিত্র ৬·৯]। B বিন্দুতে অবস্থিত যে কোনো বস্তুর উপর কেন্দ্র O-এর দিকে পৃথিবীর আর্কষণ $(R-d)$ ব্যাসার্ধবিশিষ্ট AB গোলকের আর্কষণের সমান। এই গোলক বাইরের অংশ বস্তুর উপর কার্যকর কোনো আকর্ষণ প্রয়োগ করে না।



চিত্র ৬·৯

এখন OB গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi (R-d)^3$

OB গোলকের ভর M′ ধরলে,

M′ = আয়তন × ঘনত্ব $= \frac{4}{3}\pi (R-d)^3 \times \rho$

$$g_d = \frac{GM'}{(R-d)^2} = G \times \frac{4}{3}\pi \frac{(R-d)^3\rho}{(R-d)^2}$$

বা, $$g_d = \frac{4}{3}\pi G(R-d)\rho \quad \ldots \quad \ldots \quad (6.16)$$

বা, $$g_d = k(R-d) \quad \ldots \quad \ldots \quad (6.17)$$

এখানে, $k = \frac{4}{3}\pi G\rho =$ একটি ধ্রুব রাশি।

উপরের সমীকরণ অনুসারে d-এর মান যত বাড়বে, $(R-d)$-এর মান তত কমবে। অতএব, যত পৃথিবী ভেতরের দিক যাওয়া যাবে, অভিকর্ষীয় ত্বরণ-এর মান ততই কমবে অর্থাৎ ভূ-গর্ভে অভিকর্ষীয় ত্বরণ ভূ-কেন্দ্র হ দূরত্বের সমানুপাতিক। এভাবে যেতে যেতে যদি ভূ-কেন্দ্রে পৌঁছা যায় তবে d-এর মান R-এর সমান হবে।

অতএব ভূ-কেন্দ্রে, $g_d = k(R-R)$ বা, $g_d = 0 \quad \ldots \quad \ldots \quad (6.18)$

সুতরাং পৃথিবীর অভ্যন্তরে, যেমন কোনো খনির ভেতরে g-এর মান ভূ-পৃষ্ঠে g-এর মান অপেক্ষা কম হয়।

সিদ্ধান্ত : ভূ-পৃষ্ঠের উপরে গেলে 'g'-এর মান কমে, আবার পৃথিবীর অভ্যন্তরে গেলে 'g'-এর মা কমে। পৃথিবীর কেন্দ্রে কোনো আকর্ষণ নেই। সুতরাং পৃথিবীর কেন্দ্রে 'g'-এর মান শূন্য এবং ভূ-পৃষ্ঠেই 'g' এর মান সর্বাপেক্ষা বেশি।

সমীকরণ (6.18)-কে সমীকরণ (6.9) দ্বারা ভাগ করে পাওয়া যায়

$$\frac{g_d}{g} = \frac{\frac{4}{3}\pi G(R-d)\rho}{\frac{4}{3}\pi GR\rho} \quad \text{বা,} \quad \frac{g_d}{g} = \frac{R-d}{R} = \left(1 - \frac{d}{R}\right)$$

$$\therefore \boxed{g_d = g\left(1 - \frac{d}{R}\right)} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (6.19)$$

অর্থাৎ, $g_d < g$। সুতরাং d গভীরে **অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের ত্বরণের মান অপেক্ষা কম।**

যাচাই কর : একটি দালানের ছাদে ওঠে একটি বলকে উপরের দিকে এবং অন্য একটি বলকে নিচের দিকে একই বেগে ছোঁড়া হলো। কোন বলটি অধিক গতিবেগে মাটিতে পড়বে? ব্যাখ্যা কর।

গাণিতিক উদাহরণ

১। পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় এবং পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে d গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান সমান। d-এর সাপেক্ষে h-এর মান নির্ণয় কর।

আমরা জানি, ভূ-পৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায়, $g_h = g\left(1-\frac{2h}{R}\right)$

এবং ভূ-পৃষ্ঠ হতে d গভীরতায়, $g_d = g\left(1-\frac{d}{R}\right)$

প্রশ্নানুসারে, $g_h = g_d$

$\therefore\ g\left(1-\frac{2h}{R}\right) = g\left(1-\frac{d}{R}\right)$ বা, $1-\frac{2h}{R} = 1-\frac{d}{R}$

বা, $\frac{2h}{R} = \frac{d}{R}$ বা, $2h = d$ $\therefore\ h = \frac{d}{2}$

২। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6{\cdot}4 \times 10^3$ km, অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = 9{\cdot}8$ ms^{-2} এবং মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $G = 6{\cdot}67 \times 10^{-11}$ Nm^{2}kg^{-2} হলে পৃথিবীর ভর M ও পৃথিবীর উপাদানের গড় ঘনত্ব নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

$$M = \frac{gR^2}{G} = \frac{9{\cdot}8 \times (6{\cdot}4 \times 10^6)^2}{6{\cdot}67 \times 10^{-11}} = 6{\cdot}02 \times 10^{24}\ \text{kg}$$

আবার আমরা জানি,

এখানে,
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6{\cdot}4 \times 10^3$ km $= 6{\cdot}4 \times 10^6$ m
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6{\cdot}67 \times 10^{-11}$ Nm^{2}kg^{-2}
পৃথিবীর ভর, M = ?
পৃথিবীর গড় ঘনত্ব, ρ = ?

$$\rho = \frac{3g}{4\pi GR} = \frac{3 \times 9{\cdot}8}{4 \times 3{\cdot}14 \times 6{\cdot}67 \times 10^{-11} \times 6{\cdot}4 \times 10^6} = 5{\cdot}49 \times 10^3\ \text{kg m}^{-3}$$

(২) অক্ষাংশ ক্রিয়া বা আকৃতি ক্রিয়া (Latitude effect or effect of shape) :

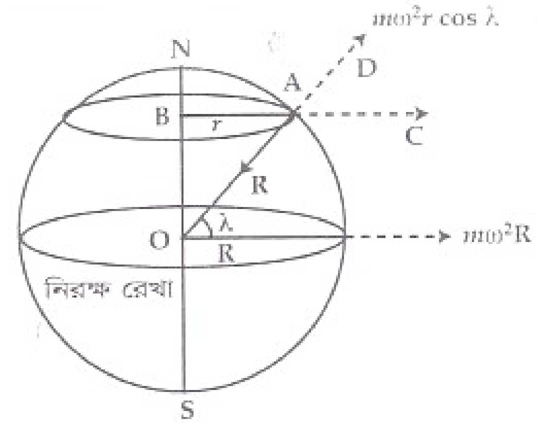
পৃথিবী সম্পূর্ণ গোলাকার নয়; উত্তর-দক্ষিণ কিছুটা চাপা এবং নিরক্ষীয় অঞ্চলে কিছুটা স্ফীত, অর্থাৎ পৃথিবী আকৃতিতে হ্রস্বাক্ষ উপগোলক (oblate spheriod) [চিত্র ৬.১০]। পৃথিবীর মেরু-ব্যাসার্ধের (polar radius) চেয়ে নিরক্ষীয়-ব্যাসার্ধ (equatorial radius) প্রায় 22 km বেশি। ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক বলে মেরু অঞ্চলে g-এর মান সর্বোচ্চ এবং নিরক্ষীয় অঞ্চলে সর্বনিম্ন হয়। অন্য যেকোনো স্থানে g-এর মান এই দুটি প্রান্তিক মানের মধ্যে থাকে।

চিত্র ৬.১০

(৩) পৃথিবীর ঘূর্ণন ক্রিয়া বা পৃথিবীর আহ্নিক গতি ক্রিয়া (Rotational effect of the earth or effect of diurnal rotation of the earth) :

পৃথিবী নিজ অক্ষের চারদিকে ঘুরছে বলে একমাত্র দুটি মেরুতে অবস্থিত বস্তু ছাড়া ভূ-পৃষ্ঠের অন্য সব বস্তুই বৃত্তাকার পথে ঘুরছে। বৃত্তাকার পথগুলির কেন্দ্র পৃথিবীর অক্ষের উপর থাকে। এ কারণে বস্তুগুলির উপর অপকেন্দ্র বল

ক্রিয়া করে। এই বলের মান নিরক্ষরেখায় অবস্থিত বস্তুর ক্ষেত্রে সর্বোচ্চ এবং দুটি মেরুর ক্ষেত্রে শূন্য হয়। এই বল অভিকর্ষের বিপরীত অভিমুখে ক্রিয়া করায় বস্তুর ওজনের আপাত হ্রাস হয়।



চিত্র ৬.১১

মনে করি m ভরের কোনো বস্তু ভূ-পৃষ্ঠে λ অক্ষাংশে A বিন্দুতে আছে [চিত্র ৬.১১]। পৃথিবী কৌণিক বেগে নিজ অক্ষ NS-এর চারদিকে ঘুরছে বলে ঐ বস্তু ω কৌণিক বেগে $AB = r$ ব্যাসার্ধের বৃত্তপথে ঘোরে। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R হলে $r = R\cos\lambda$। এই ঘূর্ণনের জন্য বস্তুর উপর AC অভিমুখে অপকেন্দ্র বল $m\omega^2 r$ ক্রিয়া করে। অভিকর্ষের জন্য বস্তুর উপর $F = mg$ বল পৃথিবীর কেন্দ্র অর্থাৎ AO অভিমুখে ক্রিয়া করে। বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল অপকেন্দ্র বল D অভিমুখে অর্থাৎ অভিকর্ষের বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে। এর উপাংশ হলো $m\omega^2 r\cos\lambda$। অতএব, A বিন্দুতে অবস্থিত বস্তুর আপাত ওজন হবে

$$mg - m\omega^2 r\cos\lambda = mg - m\omega^2 R\cos^2\lambda$$

A বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান g' হলে বস্তুটির আপাত ওজন হয় mg'.

$$\text{অতএব } g' = g\left(1 - \frac{\omega^2 R\cos^2\lambda}{g}\right) \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (6.2\ldots)$$

নিরক্ষরেখায় $\lambda = 0^\circ$; কাজেই $\cos\lambda = 1$

$$\therefore \quad g' = g\left(1 - \frac{\omega^2 R}{g}\right) = g - \omega^2 R \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (6.2\ldots)$$

আবার, মেরু বিন্দুতে $\lambda = 90^\circ$; কাজেই $\cos\lambda = 0$; $\therefore \; g' = g$

সুতরাং পৃথিবীর নিজ অক্ষের চারদিকে ঘূর্ণনের দরুন g-এর মান পরিবর্তিত হয়। নিরক্ষরেখায় g-এর মান সর্বনিম্ন এবং দুটি মেরুতে সর্বোচ্চ হয়। অন্যান্য স্থানে g-এর মান এই দুটি প্রান্তিক মানের মধ্যে থাকে। সুতরাং পৃথিবীর আকৃতি ও আহ্নিক গতির দরুন g-এর মানের একই ধরনের পরিবর্তন হয়।

উপরের আলোচনা এবং পরীক্ষালব্ধ ফলাফল হতে g-এর মান সম্পর্কে আমরা নিম্নলিখিত সিদ্ধান্ত নিতে পারি।

(১) পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে উপর দিকে উঠলে এর মান কমে।

(২) পৃথিবীর অভ্যন্তরে নামলে এর মান কমে।

(৩) বিষুব অঞ্চল হতে মেরু অঞ্চলে অগ্রসর হলে এর মান বাড়ে।

(৪) ঘূর্ণনজনিত কারণে মেরু অঞ্চলে এর মান অল্প কমে, কিন্তু বিষুবীয় অঞ্চলে বেশি কমে।

(৫) মেরুতে g এর মান $= 9{\cdot}832\ ms^{-2}$; বিষুব অঞ্চলে g এর মান $= 9{\cdot}780\ ms^{-2}$।

ঢাকায় g এর মান $= 9{\cdot}7835\ ms^{-2}$; রাজশাহীতে g এর $= 9{\cdot}790\ ms^{-2}$। [illegible] অঞ্চলে — 9.78918

(৬) ভূ-পৃষ্ঠে g এর মান বিভিন্ন স্থানে বিভিন্ন বলে সমুদ্র পৃষ্ঠে এবং 45° অক্ষাংশে g-এর মানকে আদর্শ ধরা হয়। g এর আদর্শ বা ব্যবহারিক মান $= 9{\cdot}81\ ms^{-2}$।

(৭) g এর মান জেনে পৃথিবীর গড় ঘনত্ব সম্বন্ধে ধারণা লাভ করা যায়।

(৮) অক্ষাংশ $\propto g$

(৯) চন্দ্রে g এর মান ভূপৃষ্ঠের g এর মানের $\frac{1}{6}$ অংশ

গাণিতিক উদাহরণ

১। ভূ-পৃষ্ঠের 2 km ঊর্ধ্বে অভিকর্ষজ ত্বরণ কত হবে ? (পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km, ভূ-পৃষ্ঠে g-এর মান $9{\cdot}8\ \mathrm{ms^{-2}}$)।

আমরা জানি,
R-এর তুলনায় h অত্যন্ত ক্ষুদ্র বলে,
আমরা পাই,

$$g' = g\left(1-\frac{2h}{R}\right) = 9{\cdot}8\left(1-\frac{2\times 0{\cdot}02\times 10^5}{64\times 10^5}\right)$$

$$= 9{\cdot}8\left(1-\frac{0{\cdot}04}{64}\right) = 9{\cdot}8\left(\frac{64-0{\cdot}04}{64}\right)$$

$$= 9{\cdot}8\times\frac{63{\cdot}96}{64} = 9{\cdot}7938\ \mathrm{ms^{-2}}$$

এখানে,
ব্যাসার্ধ, $R = 6400\ \mathrm{km} = 64\times 10^5\ \mathrm{m}$
উচ্চতা, $h = 2\ \mathrm{km} = 0{\cdot}02\times 10^5\ \mathrm{m}$
এখানে, $g = 9{\cdot}8\ \mathrm{ms^{-2}}$
$g' = ?$

২। পৃথিবীকে 6400 km ব্যাসার্ধের একটি গোলক ধরলে ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের অভিকর্ষীয় ত্বরণের মানের $\frac{1}{64}$ অংশ হবে ? [চ. বো. ২০১০; সি. বো. ২০০৬]

আমরা জানি,

$$g = \frac{GM}{R^2} \quad \dots \quad \dots \dots \quad \text{(i)}$$

h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = \frac{GM}{(R+h)^2} \dots \quad \dots \quad \text{(ii)}$

সমীকরণ (i) ও (ii) হতে পাই,

$$\frac{g'}{g} = \frac{GM}{(R+h)^2}\times\frac{R^2}{GM} = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2$$

বা, $\frac{g/64}{g} = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2$ বা, $\frac{1}{64} = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2$

বা, $\left(\frac{R+h}{R}\right)^2 = 64 = 8^2$ বা, $\frac{R+h}{R} = 8$

$$\therefore\ 1+\frac{h}{R} = 8$$

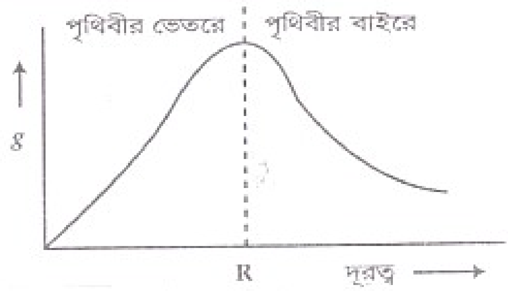
$$\frac{h}{R} = 8-1 = 7$$

$$\therefore\ h = 7R = 7\times 6{\cdot}4\times 10^6$$
$$= 44{\cdot}8\times 10^6\mathrm{m} = 4{\cdot}48\times 10^4\ \mathrm{km}$$

এখানে,
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400\ \mathrm{km}$
$= 6400\times 10^3\ \mathrm{m}$
$= 6{\cdot}4\times 10^6\ \mathrm{m}$
ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ $= g$
h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = \frac{g}{64}$
পৃথিবীর ভর $= M$
উচ্চতা, $h = ?$

কাজ : পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান এবং দূরত্বের লেখচিত্রটি কীরূপ হবে ?

পৃথিবীর বাইরে অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক। অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবী আর পৃথিবীর ভেতরে কেন্দ্র থেকে দূরত্বের সমানুপাতিক। পৃথিবীর কেন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান শূন্য। লেখচিত্রে দেখানো হলো।



চিত্র ৬.১২

হিসাব কর : ভূপৃষ্ঠ থেকে কত উঁচুতে গেলে সেখানকার অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের শতকরা একাশি ভাগ হবে। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6{\cdot}4 \times 10^6$ m.

ভূ-পৃষ্ঠে $g = \dfrac{GM}{R^2}$ এবং ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায়, $g' = \dfrac{GM}{(r+h)^2}$

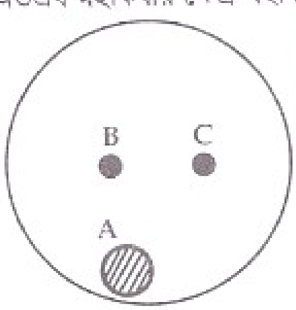
$$\therefore \frac{g'}{g} = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2$$

বা, $\dfrac{81}{100} = \left(\dfrac{R}{R+h}\right)^2$ এই সমীকরণ থেকে h নির্ণয় কর।

মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র ও মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য
Gravitational field and Gravitational field Intensity

মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র
Gravitational Field

দুটি বস্তুর মধ্যে মহাকর্ষীয় আকর্ষণ বল বস্তু দুটির সংস্পর্শ ছাড়াই ক্রিয়া করে। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের ধারণা থেকে এই বলের প্রকৃতি খুব ভালোভাবে বোঝা যায়। এই ধারণা অনুযায়ী একটি বস্তুর চারদিকের অঞ্চল ঐ বস্তুর উপস্থিতির জন্য বিশেষ ধর্ম লাভ করে। এই ধর্মের দরুন ঐ অঞ্চলে অন্য কোনো বস্তু আনলে তার উপর মহাকর্ষীয় বল ক্রিয়া করে। যেকোনো অঞ্চলে এই শর্ত পূরণ হলে বোঝা যায় যে, ঐ অঞ্চলে একটি মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র আছে। অতএব মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র মহাকর্ষীয় বল সঞ্চালন প্রক্রিয়ায় মধ্যস্থতার ভূমিকা পালন করে।



চিত্র ৬.১৩

কোনো বস্তুর চারপাশে যে অঞ্চলব্যাপী এর মহাকর্ষীয় প্রভাব বজায় থাকে, অর্থাৎ অন্য কোনো বস্তু রাখা হলে সেটি আকর্ষণ বল লাভ করে, তাকে বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র বলে।

চিত্র ৬.১৩ এ একটি বক্ররেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের মধ্যে A বিন্দুতে একটি বড় ভরের বস্তু আছে। এর কারণে বক্ররেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রব্যাপী একটি মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র সৃষ্টি হয়েছে। এখন B অথবা C বিন্দুতে যেকোনো ভরের বস্তু রাখলে তার উপর মহাকর্ষীয় বল ক্রিয়াশীল হবে। B ও C বিন্দুর দূরত্ব যত বেশি হবে বলের মান তত কমতে থাকবে। প্রকৃতপক্ষে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র অসীম পর্যন্ত বিস্তৃত।

কোনো বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের মধ্যে সর্বত্র এর প্রভাব সমান থাকে না। বিভিন্ন বিন্দুতে এর প্রভাব বিভিন্ন হয়। এই প্রভাব পরিমাপ করা হয় মহাকর্ষ ক্ষেত্র প্রাবল্য বা তীব্রতা দ্বারা। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে একক ভরের বস্তু রেখে ঐ বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বল দ্বারা মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র পরিমাপ করা হয়।

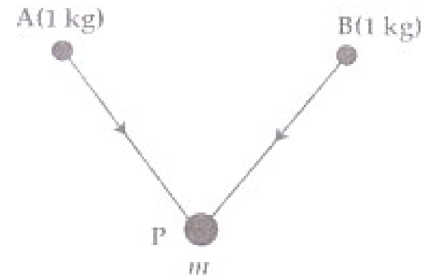
মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য
Gravitational Field Intensity

মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের যেকোনো বিন্দুতে একটি একক ভরের বস্তু স্থাপন করলে ঐ ভরের উপর যে বল ক্রিয়া করে, তাকে ঐ বিন্দুতে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের তীব্রতা বলে। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে m ভরের বস্তুর উপর F বল ক্রিয়া করলে ঐ বিন্দুতে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের প্রাবল্য হবে

$$\boxed{E = \frac{F}{m}} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (6.22)$$

এই সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, m-এর মান বৃদ্ধি পেলে E হ্রাস পায়। প্রাবল্য একটি ভেক্টর রাশি। এর মান ও দিক আছে। কোনো বিন্দুতে একাধিক প্রাবল্য ক্রিয়াশীল হলে ভেক্টর যোগের পদ্ধতি অনুযায়ী ঐ বিন্দুতে লব্ধি প্রাবল্য গণনা করা যায়। প্রাবল্যের অভিমুখই মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের অভিমুখ নির্দেশ করে। অনেক সময় মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের প্রাবল্য বোঝাতে শুধু মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র লেখা হয়। এস. আই. পদ্ধতিতে প্রাবল্যের একক Nkg^{-1}।

এখন প্রাবল্যের দিক কোন দিকে হবে তা বোঝার জন্য মনে করি P বিন্দুতে m ভরের একটি বস্তু রাখা আছে [চিত্র ৬.১৪]। ঐ বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের মধ্যে A বিন্দুতে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য নির্ণয় করতে হলে ঐ বিন্দুতে একটি একক ভরের বস্তু আছে বলে বিবেচনা করা হয়। এখন A বিন্দুতে স্থাপিত একক ভরের বস্তুটি PA বরাবর আকর্ষণ বল লাভ করবে। সুতরাং A বিন্দুতে প্রাবল্যের দিক হবে AP বরাবর। অনুরূপভাবে B বিন্দুতেও প্রাবল্যের দিক হবে BP বরাবর। সুতরাং সমীকরণ (6.18) অনুযায়ী প্রাবল্যকে ভেক্টররূপে প্রকাশ করলে, $\vec{E}_G = \frac{\vec{F}}{m}$ হয়।



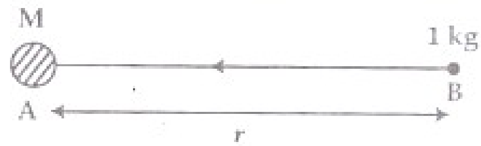
চিত্র ৬.১৪

এবং সেক্ষেত্রে বল, $\vec{F} = \vec{E}_G \times m$

এখান আমরা দেখব মহাকর্ষ ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুর প্রাবল্য 4 Nkg^{-1} কথাটির অর্থ কী ? এর উত্তরে বলা যায় যে মহাকর্ষ ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে 1 kg ভরের একটি বস্তু রাখলে তার উপর প্রযুক্ত আকর্ষণ বল হবে 4 N অথবা মহাকর্ষের কোনো বিন্দুতে 4 kg ভরের একটি বস্তু রাখলে তার উপর প্রযুক্ত আকর্ষণ বল হবে 1 N।

বিন্দু ভরের জন্য প্রাবল্য
Gravitational Intensity due to a point mass

M ভরের একটি বিন্দু ভরের জন্য r দূরত্বে B বিন্দুতে প্রাবল্য নির্ণয় করতে হলে B বিন্দুতে একক ভরের একটি বস্তু বিবেচনা করি [চিত্র ৬.১৫]। তাহলে M এবং 1 kg ভরের মধ্যকার আকর্ষণ বলই হবে ঐ বিন্দুতে প্রাবল্য।



চিত্র ৬.১৫

নিউটনের মহাকর্ষ সূত্রানুযায়ী

$$\text{প্রাবল্য,} \quad E = \frac{GM \times 1}{r^2} \quad \therefore \quad E = \frac{GM}{r^2} \qquad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (6.23)$$

এর দিক BA বরাবর।

বিশেষ ক্ষেত্র : (i) সুষম গোলাকার খোলকের বা গোলকের ভেতরে অবস্থিত সকল বিন্দুতে প্রাবল্য শূন্য হয়।

(ii) কোনো সুষম নিরেট গোলক বা সুষম গোলাকার গোলকের ক্ষেত্রে সমস্ত ভর এদের নিজ নিজ কেন্দ্রে কেন্দ্রীভূত আছে ধরে নিয়ে ঐ গোলক বা গোলকের বাইরে অবস্থিত বিন্দুতে প্রাবল্য নির্ণয় করা হয়।

মহাকর্ষীয় বিভব
Gravitational Potential

কোনো বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব হবে অসীম থেকে একক ভরের কোনো বস্তুকে ঐ বিন্দুতে আনতে মহাকর্ষীয় বল দ্বারা সম্পন্ন কাজের পরিমাণ।

অর্থাৎ **অসীম দূর হতে একক ভরের কোনো বস্তুকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে আনতে যে পরিমাণ কাজ সাধিত হয়, তাকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব বলে।** একে সাধারণত V দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

উল্লেখ্য, দুটি বস্তুর মধ্যে আকর্ষণ বলই কাজ করে থাকে। বাইরের কোনো বল বা শক্তির প্রয়োজন হয় না। সুতরাং মহাকর্ষীয় বিভবকে ঋণ রাশি দ্বারা প্রকাশ করা হয় অর্থাৎ মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে বিভব ঋণাত্মক। এটা একটি **স্কেলার রাশি।**

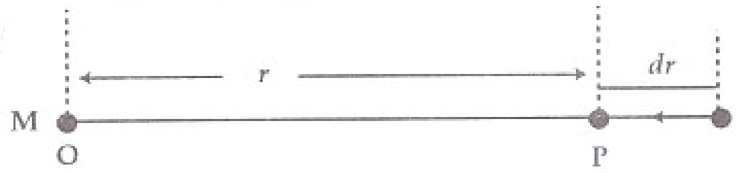
এম. কে. এস. বা এস. আই. পদ্ধতিতে এর একক জুল/কিলোগ্রাম (Jkg^{-1})।

বিভব পার্থক্য (Potential difference) : একক ভরের কোনো বস্তুকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের এক বিন্দু হতে অন্য বিন্দুতে আনতে যে পরিমাণ কাজ সাধিত হয়, তাকে ঐ বিন্দুর মধ্যে মহাকর্ষীয় বিভব পার্থক্য বলে।

আকর্ষণ বলের অভিমুখে সরণ হলে বিভব পার্থক্য ঋণাত্মক এবং আকর্ষণ বলের বিরুদ্ধে সরণ হলে বিভব পার্থক্য ধনাত্মক হবে।

বিন্দু ভরের দরুন মহাকর্ষীয় বিভব
Gravitational potential due to a point mass

আমরা জানি, অসীম দূরত্ব হতে একক ভরের কোনো বস্তুকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে আনতে যে পরিমাণ কাজ সাধিত হয়, তাকে উক্ত বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব বলে। এখন বিন্দু ভরের দরুন মহাকর্ষীয় বিভবের সাধারণ সমীকরণ বের করা যাক।



চিত্র ৬'১৬

মনে করি, O বিন্দুতে M ভরের একটি বিন্দু ভর বস্তু অবস্থিত [চিত্র ৬·১৬]। O হতে r দূরে P একটি বিন্দু। P বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব বের করতে হবে।

P বিন্দুতে একক ভরের উপর O বিন্দু অভিমুখী প্রযুক্ত বল অর্থাৎ মহাকর্ষীয় প্রাবল্য $= \frac{GM}{r^2}$। এখন একক ভরকে সামান্য দূরত্ব dr নিয়ে যেতে কাজের পরিমাণ অর্থাৎ বিভব,

$$dV = \text{বল} \times \text{সরণ} = \text{প্রাবল্য} \times \text{সরণ} = \frac{GM}{r^2} dr$$

∴ একক ভরকে অসীম দূরত্ব হতে P বিন্দুতে আনতে কাজের পরিমাণ অর্থাৎ P বিন্দুতে বিভব

$$V = \int dV = \int_{r=\infty}^{r=r} \frac{GM}{r^2} \times dr$$

বা, $V = GM\int_{r=\infty}^{r=r} \frac{1}{r^2} dr$ বা, $V = GM\left[-\frac{1}{r}\right]_{\infty}^{r}$

বা, $\boxed{V = -\frac{GM}{r}}$ ... ... (6.24)

এখানে ঋণচিহ্ন এই অর্থ প্রকাশ করে যে, বাহ্যিক কোনো বল বা শক্তি দ্বারা কাজ সম্পন্ন হয়নি, মহাকর্ষীয় বলই কাজ সম্পন্ন করেছে।

বিশেষ ক্ষেত্র :

(i) কোনো সুষম নিরেট গোলক বা সুষম গোলকের ক্ষেত্রে সমস্ত ভর এদের নিজ নিজ কেন্দ্রে কেন্দ্রীভূত আছে ধরে নিয়ে ঐ গোলক বা গোলকের বাইরে অবস্থিত বিন্দুতে বিভব নির্ণয় করা যায়।

(ii) সুষম গোলকের ভেতরে অবস্থিত সকল বিন্দুতে বিভব স্থির থাকে। এই বিভব গোলকের পৃষ্ঠের বিভবের সমান হয়। গোলকের ভর M এবং ব্যাসার্ধ a হলে ভেতরে অবস্থিত যে কোনো বিন্দুর বিভব, $V = \frac{-GM}{a}$।

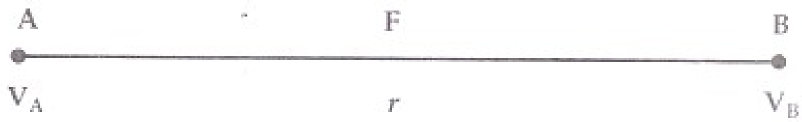
বিভব পার্থক্য (Potential difference) : কোনো মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের দুটি বিন্দুর বিভব পার্থক্য বলতে বুঝায়— একটি একক ভরের বস্তুকে এক বিন্দু থেকে অন্য বিন্দুতে নিতে কোনো বাহ্যিক বল দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ। যেমন m ভরকে A বিন্দু থেকে B বিন্দুতে নিতে যদি W_{AB} কাজ করতে হয় তাহলে ঐ দুই বিন্দুর বিভব পার্থক্য হবে, $V_B - V_A = V = \frac{W_{AB}}{m}$

বিভব পার্থক্য এবং বিভবের একক অভিন্ন।

প্রাবল্য ও বিভব পার্থক্যের মধ্যে সম্পর্ক

Relation between intensity and potential

মহাকর্ষীয় প্রাবল্য এবং মহাকর্ষীয় বিভবের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করতে গিয়ে ধরি, A ও B মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে অবস্থিত কাছাকাছি দুটি বিন্দু [চিত্র ৬·১৭]। মনে করি এদের মধ্যবর্তী দূরত্ব r। A বিন্দুর বিভব $= V_A$ এবং B বিন্দুর বিভব $= V_B$। যেহেতু A ও B বিন্দু দুটি মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কাছাকাছি অবস্থিত, সেহেতু বিন্দু দুটির মহাকর্ষীয় প্রাবল্য সমান ধরে নেয়া হয়। মনে করি এই প্রাবল্য $= F$



চিত্র ৬·১৭

এখন, একক ভরের কোনো বস্তুকে B বিন্দু হতে A বিন্দুতে আনতে কাজের পরিমাণ = প্রাবল্য × দূরত্ব

$= F \times AB = F \times r$ [$\because F = E$ একক ভরের জন্য]

এটাই হলো A বিন্দু এবং B বিন্দুর বিভব পার্থক্য অর্থাৎ $(V_A - V_B)$

$\therefore \quad F \times AB = V_A - V_B$

বা, $$F = \frac{V_A - V_B}{AB} = \frac{V_A - V_B}{r} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (6.25)$$

অর্থাৎ, **দূরত্ব সাপেক্ষে বিভবের পরিবর্তনের হারকে প্রাবল্য বলে**। ক্ষেত্রের অভিমুখে সরণ $AB = dr$ হলে এবং A বিন্দুর বিভব V_A ও B বিন্দুর বিভব V_B হলে, $V_A - V_B = -dV$

$$\therefore \boxed{F = -\frac{dV}{dr}} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (6.26)$$

এটাই প্রাবল্য এবং বিভবের মধ্যে সম্পর্ক।

ব্যাখ্যা কর : তোমার জানা অন্যান্য বিভবের সাথে মহাকর্ষীয় বিভব-এর তফাৎ কোথায় ?

মহাকর্ষ সর্বদা আকর্ষণধর্মী বলে মহাকর্ষীয় বিভব সর্বদা ঋণাত্মক। কিন্তু তড়িৎ এবং চৌম্বক বল আকর্ষণ ও বিকর্ষণ উভধর্মী হওয়ায় বিভব ঋণাত্মক বা ধনাত্মক দুইই হতে পারে। আবার মহাকর্ষীয় বিভব মাধ্যমের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে না। কিন্তু অন্য বিভবগুলি মাধ্যমের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে।

গাণিতিক উদাহরণ

১। প্রমাণ কর যে,

(ক) অভিকর্ষজ ত্বরণ এবং মহাকর্ষীয় প্রাবল্যের সংখ্যাগত মান সমান।

(খ) একটি ভারী বস্তু হতে অসীম দূরত্বে অবস্থিত কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব এবং মহাকর্ষীয় প্রাবল্য উভয়ের মান শূন্য।

(ক) মনে করি M = পৃথিবীর ভর এবং R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ। অতএব পৃথিবী পৃষ্ঠে অবস্থিত কোনো বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = \frac{GM}{R^2}$ ... ... (i) এখানে G = মহাকর্ষীয় ধ্রুবক।

উক্ত বিন্দুতে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য, $E = \frac{GM}{R^2}$ ... ... (ii)

সমীকরণ (i) এবং (ii) হতে পাই, $g = E$ ... ... (iii) (প্রমাণিত)

(খ) মনে করি ভারী বস্তুটির ভর $= M$

বস্তু হতে r দূরে অবস্থিত কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব $V = -\frac{GM}{r}$ ... ... (i)

যদি বিন্দুটি অসীম দূরত্বে অবস্থিত হয়, তবে $r = \infty$

$\therefore$ সমীকরণ (i) হতে পাই, $V = -\frac{GM}{\infty} = -0 = 0$ (শূন্য) ... ... (ii)

পুনঃ, মহাকর্ষীয় প্রাবল্য

$$E = \frac{GM}{r^2} = \frac{GM}{(\infty)^2} = 0 \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (iii)$$

$\therefore$ সমীকরণ (ii) এবং (iii) হতে আমরা পাই, $V = E = 0$ (প্রমাণিত)

২। পৃথিবীকে 5.5×10^3 kg m^{-3} গড় ঘনত্বের তৈরি 64×10^5 m ব্যাসার্ধের একটি গোলক হিসেবে ধরে এর পৃষ্ঠে বিভব নির্ণয় কর।

আমরা জানি, $V = \frac{-GM}{R}$

পৃথিবীর ভর, $M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$

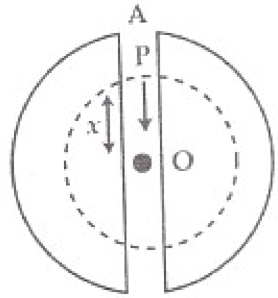
এখানে,
ব্যাসার্ধ, $R = 64 \times 10^5$ m $= 6.4 \times 10^6$ m
ঘনত্ব, $\rho = 5.5 \times 10^3$ kg m^{-3}
মহাকর্ষ ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11}$ Nm^2 kg^{-2}

$$\therefore \quad V = -G\,\frac{4}{3}\frac{\pi R^3 \rho}{R} = -\frac{4}{3}\pi G R^2 \rho$$

$$= -\frac{4}{3} \times 3.14 \times 6.67 \times 10^{-11} \times (6.4 \times 10^6)^2 \times 5.5 \times 10^3 \text{ Nm kg}^{-1}$$

$$= -6.291 \times 10^7 \text{ Nm kg}^{-1} = -6.291 \times 10^7 \text{ Jkg}^{-1}$$

সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড : পৃথিবীর ব্যাস বরাবর এক প্রান্ত থেকে অপর প্রান্ত পর্যন্ত একটি সুড়ঙ্গ পথে একটি বস্তুকে ছেড়ে দিলে তা কী অপর প্রান্তে পৌঁছাবে ? এর গতির প্রকৃতি কী হবে ?



চিত্র ৬.১৮

পৃথিবীকে ρ ঘনত্বের সমসত্ত্ব গোলক ধরলে পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে x দূরত্বে m ভরের বস্তুর উপর প্রযুক্ত মহাকর্ষীয় বল, $F = \frac{4}{3}\pi G\rho m x$

অর্থাৎ $F \propto x \left[\because \frac{4}{3}\pi G\rho m = \text{ধ্রুবক}\right]$

আবার এই বল সর্বদা কেন্দ্রমুখী। সুতরাং বস্তুটি পৃথিবীর কেন্দ্রকে মধ্য অবস্থান রেখে পৃথিবীর এক প্রান্ত থেকে অপর প্রান্ত পর্যন্ত সরল দোলগতিতে দুলতে থাকবে।

ক্রিয়াকর্ম : একক ভরের কোনো বস্তুকে অসীম দূরত্ব থেকে কোনো বিন্দুতে আনতে কৃত কাজ ঋণাত্মক হয় কেন ? রকেট ভূ-পৃষ্ঠ হতে উপরের দিকে উঠতে থাকলে, রকেটের অবস্থান অনুসারে পৃথিবীর জন্য বিভবের মান বাড়তে থাকে না কমতে থাকে ? পৃথিবীর অভ্যন্তরে কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব ঐ বিন্দুর অবস্থানের উপর নির্ভর করে কী ? ব্যাখ্যা কর।

১ম অংশ : এক্ষেত্রে যে কাজ সম্পাদিত হয় তা বস্তুটির উপর আকর্ষণ বলই করে থাকে ও বাইরের কোনো শক্তি করে না। তাই কৃত কাজ ঋণাত্মক হয়।

২য় অংশ : রকেট যত উপরে উঠবে, বিভবের মান তত বাড়বে। কারণ এই বিভব $V = -\frac{GM}{r}$। অর্থাৎ r বাড়লে V-এর মান বাড়তে থাকবে। r অসীম হলে V-এর মান সর্বোচ্চ বা শূন্য হবে।

৩য় অংশ : পৃথিবীকে একটি নিরেট গোলক ধরে এর অভ্যন্তরে কেন্দ্র হতে r দূরত্বে কোনো বিন্দুতে বিভব V $= -\text{GM} \times \frac{3R^2 - r^2}{2R^3}$, যেখানে M এবং R যথাক্রমে পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ। তাই r-এর মান পরিবর্তনে বিভবের মান পরিবর্তিত হবে।

৬.৮ মহাকর্ষ সূত্রের প্রয়োগ
Uses of Gravitation Law

নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র কেবলমাত্র দুটি কণার মধ্যে আকর্ষণ বল নির্ণয় করতে সক্ষম। কিন্তু বাস্তবে প্রত্যেক বস্তুরই নির্দিষ্ট আকার থাকে। যখন দুটি বিস্তৃত বস্তুর দূরত্ব এদের আকারের তুলনায় অনেক বেশি হয়, কেবলমাত্র তখনই আমরা বস্তু দুটির আকার উপেক্ষা করে এদেরকে কণা বলে ধরে নিতে পারি। এক্ষেত্রে বস্তু দুটির ভর ওদের নিজ নিজ ভরকেন্দ্রে কেন্দ্রীভূত আছে বলে ধরে নিয়ে নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র প্রয়োগ করে আকর্ষণ বল নির্ণয় করা যায়। আকার উপেক্ষা করতে না পারলে বিস্তৃত বস্তুর ক্ষেত্র মহাকর্ষীয় আকর্ষণ বল সহজে গণনা করা যায় না।

বিভিন্ন জায়গায় বস্তুর ভর অপরিবর্তিত থাকলেও অভিকর্ষজ ত্বরণের মান পরিবর্তিত হয়। ফলে বস্তুর ওজন বিভিন্ন স্থানে বিভিন্ন হয়। অভিকর্ষ বলের প্রভাবে এবং অবস্থানের তারতম্যের কারণে অভিকর্ষজ ত্বরণসহ গোলকের ভিতরে ও বাইরে মহাকর্ষ বিভব ও প্রাবল্যের মানের তারতম্য ঘটে।

কোনো সুষম নিরেট গোলক বা সুষম গোল খোলকের সমস্ত ভর এদের নিজ নিজ কেন্দ্রে কেন্দ্রীভূত আছে ধরে নিয়ে ঐ গোলক বা গোলকে অবস্থিত কণার উপর মহাকর্ষ সূত্র ব্যবহার করে আকর্ষণ বল নির্ণয় করা যায়। কোনো নিরেট সুষম গোলাকার খোলকের ভেতর অবস্থিত কণার উপর কোনো আকর্ষণ বল ক্রিয়া করে না। কোনো নিরেট গোলকের জন্য অন্য কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষ সূত্র প্রয়োগ করতে গেলে অর্থাৎ বিভব ও প্রাবল্যসহ মহাকর্ষ বল নির্ণয় করতে গেলে তিনটি ঘটনা ঘটতে পারে।

(I) বিন্দু গোলকের অভ্যন্তরে অবস্থিত হতে পারে।

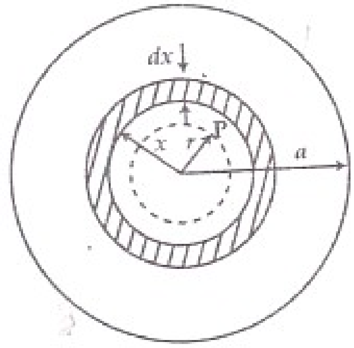
(II) বিন্দু গোলকের উপরে অবস্থিত হতে পারে।

(III) বিন্দু গোলকের বাইরে অবস্থিত হতে পারে।

ক. নিরেট গোলকের অভ্যন্তরে মহাকর্ষীয় সূত্রের ব্যবহার (বিভব ও প্রাবল্য নির্ণয়) Uses of Gravitational law inside a solid sphere (Determination of potential and intensity)

যখন বিন্দুটি গোলকের ভেতর অবস্থিত :

মনে করি P বিন্দুটি গোলকের উপাদানের ভেতর কেন্দ্র হতে r দূরে অবস্থিত। O-কে কেন্দ্র করে r ব্যাসার্ধের একটি গোলক আঁকা হলো। বলা যায়, সমগ্র গোলকটি দুটি গোলকের যোগফল— একটি হলো r ব্যাসার্ধের নিরেট গোলক এবং অপরটি $(a - r)$ বেধের ফাঁপা গোলক [চিত্র ৬.১৯]। নিরেট গোলকের দরুন P বিন্দুতে মহাকর্ষ সূত্র প্রয়োগ করে পাই,



চিত্র ৬'১৯

$$\text{বিভব } (V_p)_1 = -\frac{GM}{r} = \frac{-G\frac{4}{3}\pi r^3\rho}{r} = -\frac{4}{3}\pi\rho G r^2$$

এখানে $M = \text{গোলকের ভর} = \frac{4}{3}\pi r^3\rho.$

ρ = উপাদানের ঘনত্ব।

আবার $(a - r)$ বেধের ফাঁপা গোলকটিকে x ব্যাসার্ধের এবং dx বেধের অনেকগুলি পাতলা খোলকের সমষ্টি ভাবা যেতে পারে। এরকম একটি খোলকের দরুন খোলকের ভেতরের বিন্দু P তে বিভব

$$(dV_p)_2 = -\frac{G\,4\pi x^2\,dx\rho}{x} = -4\pi G\,\rho x dx$$

$(a - r)$ বেধের সমগ্র গোলকের দরুন বিভব,

$$(V_p)_2 = -4\pi G\rho \int_r^a x dx = -2\pi G\rho(a^2 - r^2)$$

তাহলে সমগ্র নিরেট গোলকের দরুন P বিন্দুর বিভব,

$$(V_p)_i = (V_p)_1 + (V_p)_2$$

$$= -\frac{4}{3}\pi G\rho r^2 - 2\pi G\rho(a^2 - r^2) = -2\pi G\rho\left(\frac{2}{3}r^2 + a^2 - r^2\right)$$

$$= -2\pi G\rho\left(a^2 - \frac{r^2}{3}\right) = -2\pi G\frac{M}{\frac{4}{3}\pi a^3}\left(a^2 - \frac{r^2}{3}\right) \quad \left(\because \rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi a^3}\right)$$

$$\therefore\ (V_p)_i = \frac{-3GM}{2a^3}\left(a^2 - \frac{r^2}{3}\right) \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (6.27)$$

এবং ক্ষেত্র প্রাবল্য $(E_p)_i = \frac{d}{dr}(V_p) = \frac{d}{dr}(V_p)_i = \frac{3GM}{2a^3} \times \frac{2r}{3}$

$$\therefore\ (E_p)_i = \frac{GM}{a^3} r \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (6.28)$$

খ. নিরেট গোলকের বাইরে কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষ সূত্রের ব্যবহার (বিভব ও প্রাবল্য নির্ণয়)

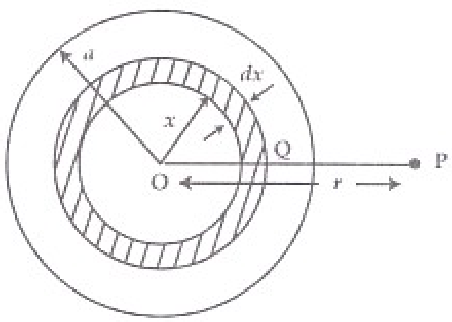
Use of gravitational law outside the sphere (Determination of potential and intensity)

যখন বিন্দুটি গোলকের বাইরে অবস্থিত

৬.২০ চিত্রানুযায়ী a ব্যাসার্ধ এবং M ভরের নিরেট গোলকের কেন্দ্র O হতে r দূরে গোলকের বাইরে P বিন্দু অবস্থিত। সমগ্র গোলকটিকে x ব্যাসার্ধের এবং dx বেধের অনেকগুলো সমকেন্দ্রিক পাতলা খোলকের সমষ্টি ভাবা যেতে পারে।

গোলকটির ভর $dm = 4\pi r^2\,dx\rho$, এখানে ρ = উপাদানের ঘনত্ব। dm কে O বিন্দুতে কেন্দ্রীভূত ভাবা যেতে পারে। সুতরাং P বিন্দুতে এর দরুন বিভব $dV_p = -\frac{Gdm}{r}$

এবং সমগ্র গোলকের দরুন P বিন্দুতে বিভব, $(V_p)_0 = \frac{-G\sum dm}{r} = \frac{-GM}{r} \qquad \ldots \qquad (6.29)$



চিত্র ৬.২০

এবং প্রাবল্য $(E_p)_0 = +\frac{d}{dr}\left(-\frac{GM}{r}\right) = +\frac{GM}{r^2} \ \ldots \quad (6.29a)$

যখন বিন্দুটি গোলকের পৃষ্ঠের উপর অবস্থিত : ৬.২০ চিত্রানুযায়ী (6.29) এবং [6.29(a)] সমীকরণে $r = a$ বসিয়ে পাই,

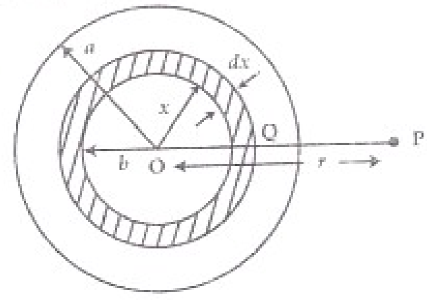
বিভব $\quad V_p = -\frac{GM}{a}$

এবং প্রাবল্য $\quad E_p = \frac{+GM}{a^2}$

গ. ফাঁপা গোলকের বাইরে মহাকর্ষীয় সূত্রের ব্যবহার (বিভব ও প্রাবল্য নির্ণয়)
Use of gravitational law outside the hollow sphere (Determination of potential and intensity)

যখন বিন্দুটি গোলকের বাইরে অবস্থিত

৬.২১ নং চিত্রে ফাঁপা গোলকের কেন্দ্র O ভেতরের পিঠের ব্যাসার্ধ b এবং বাইরের পিঠের ব্যাসার্ধ a। P হলো বাইরের একটি বিন্দু, যখন $OP = r$। গোলকটিকে অনেকগুলি সমকেন্দ্রিক সরু বেধের খোলকের সমষ্টি ভাবা যেতে পারে। এরকম একটি খোলক নেয়া হলো যার ব্যাসার্ধ x এবং বেধ dx. গোলকের উপাদানের ঘনত্ব ρ হলে, সরু বেধের খোলকটির ভর $= 4\pi x^2 dx\rho$.



চিত্র ৬.২১

উক্ত খোলকের দরুন P বিন্দুতে বিভব $dV_p = -G\dfrac{\text{খোলকের ভর}}{r}$

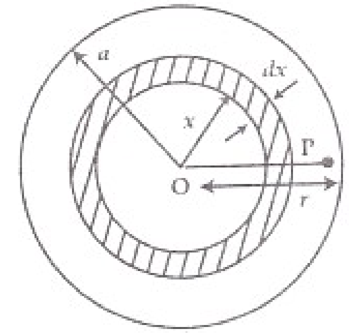
$$= \frac{-G\,4\pi x^2\,dx\rho}{r}$$

$$\therefore \quad \text{সমগ্র গোলকের বিভব } V_p = -\frac{4\pi G\rho}{r}\int_b^a x^2\,dx = \frac{-4\pi G\rho}{r}\times\frac{(a^3-b^3)}{3} = \frac{-GM}{r} \quad \ldots \quad (6.30)$$

$$\text{আবার P বিন্দুতে ক্ষেত্র প্রাবল্য } E_p = \frac{d}{dr}\left(\frac{-GM}{r}\right) = \frac{+GM}{r^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad (6.31)$$

ঘ. ফাঁপা গোলকের ভেতরে মহাকর্ষীয় সূত্রের ব্যবহার (বিভব ও প্রাবল্য নির্ণয়)
Use of gravitational law inside the hollow sphere (Determination of potential and intensity)

যখন বিন্দুটি গোলকের ভেতরে অবস্থিত



চিত্র ৬.২২

গোলকের ভেতর ফাঁপা অংশে P বিন্দু নেয়া হলো [চিত্র ৬.২২]। $OP = r$; x ব্যাসার্ধের এবং dx বেধের একটি পাতলা খোলক নেয়া হলো। খোলকটির ভর $= 4\pi x^2 dx\rho$

উক্ত খোলকের দরুন P বিন্দুতে বিভব $dV_p = -G\dfrac{\text{খোলকের ভর}}{x}$

$= -G\dfrac{4\pi x^2\,dx\rho}{x} = -4\pi G\rho x dx$, কারণ খোলকের ফাঁপা অংশের ভেতর বিভব সর্বত্র সমান এবং যার মান $= -G\dfrac{\text{খোলকের ভর}}{\text{খোলকের ব্যাসার্ধ}}$

তাহলে, সমগ্র গোলকের দরুন বিভব

$$V_p = -4\pi G\rho\int_b^a x dx = -2\pi G\rho(a^2-b^2) \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (6.32)$$

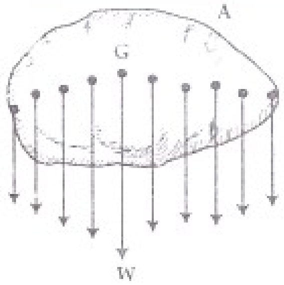
স্মৃতিময়ী, আংটা

এবং প্রাবল্য, $E_p = +\dfrac{dV_p}{dr} = 0.$

৬.৯ অভিকর্ষ কেন্দ্র
Centre of Gravity

আমরা জানি, কোনো একটি বস্তু পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে যে পরিমাণ বল দ্বারা আকৃষ্ট হয় তাকে বস্তুর ওজন বা ভার বলে। কোনো বস্তুকে যেভাবেই রাখা হোক না কেন তার ওজন একটি বিন্দুর মধ্য দিয়ে বস্তুর উপর সর্বদা ক্রিয়া করে। ঐ বিন্দুই হলো অভিকেন্দ্র বা ভারকেন্দ্র।

কোনো বস্তুকে যেভাবেই রাখা হোক না কেন তার ওজন যে বিশেষ বিন্দুর মধ্যে দিয়ে বস্তুর উপর সর্বদা ক্রিয়া করে ঐ বিন্দুকে বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র বা ভারকেন্দ্র বলে।

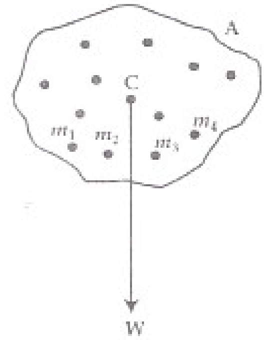


চিত্র ৬.২৩

মনে করি A একটি দৃঢ় বস্তু। তা কতকগুলো বস্তুকণার সমষ্টি। প্রতিটি কণাই অভিকর্ষ বল দ্বারা পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে আকর্ষিত হবে। এই সব বল মিলিত হয়ে একটি লব্ধি বল সৃষ্টি করবে। বস্তুটিকে ঘুরে ফিরে যেভাবেই রাখা হোক না কেন কণাগুলোর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বলের পরিমাণ, অভিমুখ ও ক্রিয়াবিন্দুর এবং সেই সঙ্গে ঐ বলগুলোর লব্ধির পরিমাণ, অভিমুখ ও ক্রিয়াবিন্দুর কোনো পরিবর্তন হবে না। এই লব্ধি বলই বস্তুর ওজন। চিত্র ৬.২৩-এ ওজন বা বল বস্তুর 'G' বিন্দুর মধ্য দিয়ে ক্রিয়া করছে। এই বিন্দুই বস্তুটির অভিকর্ষ কেন্দ্র বা ভারকেন্দ্র।

ভরকেন্দ্র (Centre of mas) : আমরা জানি একটি বস্তু অনেকগুলো বস্তুকণার সমষ্টি। বস্তুর কণাগুলোর সমস্ত ভরকে একটি মাত্র বিন্দুতে কেন্দ্রীভূত মনে করলে ঐ বিন্দুর মধ্য দিয়েই সমস্ত কণার উপর তাদের ভরের সমানুপাতিক ক্রিয়ারত সমান্তরাল বলসমূহের লব্ধি ক্রিয়া করে বলে বিবেচিত হয়। ঐ বিন্দুকে বস্তুর ভরকেন্দ্র বলে।

মনে করি A একটি বস্তু। তা অনেকগুলো বস্তুকণার সমষ্টি। ধরি বস্তুকণাগুলোর ভর যথাক্রমে $m_1, m_2, m_3 \ldots m_n$ ইত্যাদি [চিত্র ৬.২৪]। সমস্ত ভরকে C বিন্দুতে সমবেত ধরা হলে ঐ ভরগুলোর উপর ক্রিয়ারত কণার ভরের সমানুপাতিক সমান্তরাল বলের লব্ধি C বিন্দুর মধ্য দিয়েই ক্রিয়া করবে। এই বিন্দুর নামই ভরকেন্দ্র।



চিত্র ৬.২৪

৬.১০ মুক্তিবেগ
Escape Velocity

উপর থেকে কোনো বস্তুকে ছেড়ে দিলে তা নিচের দিকে পড়ে। আবার ওপরের দিকে একটি ঢিল নিক্ষেপ করলে তাও নিচের দিকে পড়ে। পৃথিবীর অভিকর্ষের টানে এই দুটি বস্তু নিচের দিকে পড়ে। কতদূর পর্যন্ত এই অভিকর্ষীয় বল ক্রিয়া করবে বা কতদূর পর্যন্ত এই অভিকর্ষ বলের সীমা বিস্তৃত ? এই প্রশ্ন আমাদের সকলের। পৃথিবীর ব্যাসার্ধের তুলনায় খুব বেশি দূরত্বে পৃথিবীর আকর্ষণ বল নগণ্য হয়; কিন্তু যত ক্ষুদ্রই হোক না কেন পৃথিবীর মহাকর্ষীয় আকর্ষণ প্রকৃতপক্ষে অসীম দূরত্ব পর্যন্ত বিস্তৃত। কোনো বস্তুকে যদি এমন বেগে ঊর্ধ্বে নিক্ষেপ করা হয় যে তা পৃথিবীর অভিকর্ষীয় ক্ষেত্র অতিক্রম করে যায় তবে বস্তুটি আর কখনই পৃথিবীতে ফিরে আসবে না। তখন বস্তুটি অভিকর্ষের সীমা ছাড়িয়ে মহাশূন্যে ধাবিত হবে। ন্যূনতম যে বেগে নিক্ষেপ করলে কোনো বস্তু অভিকর্ষের সীমা ছাড়িয়ে যায় সেই বেগই মুক্তিবেগ।

সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে ওপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তিবেগ বলে।

উৎক্ষিপ্ত বস্তুর ভর এবং উপগ্রহের ভর (পৃথিবী) এর উপর মুক্তিবেগের কোনো প্রভাব আছে কি ? যেহেতু পৃথিবীর তুলনায় উৎক্ষিপ্ত বস্তুটি খুবই ছোট তাই পৃথিবীর ভরের উপর নির্ভর করলেও নিক্ষিপ্ত বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে না। স্পষ্টত কোনো উপগ্রহের প্রদক্ষিণ বেগ মুক্তিবেগ অপেক্ষা কম হয়, তা না হলে উপগ্রহটি মহাশূন্যে বিলীন হয়ে যেত।

মুক্তিবেগের মান নির্ণয় : মনে কর উৎক্ষিপ্ত
কেন্দ্র থেকে বস্তুর দূরত্ব r [চিত্র ৬.২৫] অতএব পৃথিবী

$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

অভিকর্ষের ক্রিয়ার বিরুদ্ধে বস্তুটিকে যদি উপা

$$dW = Fdr = \frac{GMm}{r^2} \times dr$$

ভূ-পৃষ্ঠ হতে বস্তুটিকে অসীম দূরত্বে সরাতে C
সমাকলন করে পাওয়া যায়

$$W = \int dW = \int_R^\infty \frac{GMm}{r^2} dr$$

$$\therefore \quad W = GMm\int_R^\infty r^{-2}\, dr = GMm\left[-\frac{1}{r}\right]_R^\infty$$

$$= GMm\left[-\frac{1}{\infty} + \frac{1}{R}\right] = \frac{GMm}{R}$$

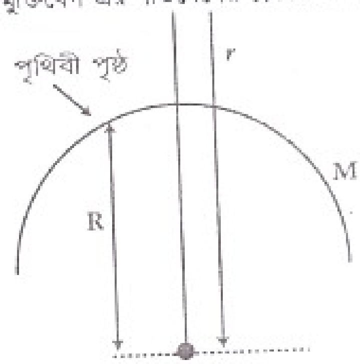
$$\therefore \quad W = \frac{GMm}{R} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \quad (6.35)$$

মুক্তিবেগ v_e হলে বস্তুর প্রাথমিক গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mv_e^2$। পৃথিবীর মহাকর্ষীয় আকর্ষণের বাইরে চলে যেতে হলে বস্তুর প্রাথমিক গতিশক্তি অন্তত W এর সমান হওয়া দরকার।

- বিভিন্ন বস্তুর ভারকেন্দ্রের অবস্থান:

i. সুষম দণ্ড : দণ্ডের মধ্যবিন্দু।
ii. সুষম বেলনাকৃতির দণ্ড : অক্ষের মধ্যবিন্দু।
iii. সুষম ত্রিভুজাকার পাত : মধ্যমাগুলোর ছেদবিন্দু।
iv. সুষম সামন্তরিক পাত : কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দু।
v. সুষম বৃত্ত, আংটি : জ্যামিতিক কেন্দ্র।
vi. নমনীয় কঠিন পদার্থের নির্দিষ্ট কোন ভরকেন্দ্র নেই।
vii. তরল পদার্থের ভরকেন্দ্র তার আধারের উপর নির্ভর করে।

- একটি ভারী বস্তু হতে অসীম দূরত্বে অবস্থিত কোন বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব এবং মহাকর্ষীয় প্রাবল্য উভয়ের মান শূন্য।
- একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীর সাথে সমকেন্দ্রিক ভাবে পৃথিবীর চতুর্দিকে পরিভ্রমণ করলে এর মুক্তিবেগ এর গতিবেগের 1.414 গুণ।



চিত্র ৬.২৫

$$\therefore \quad \frac{1}{2}mv_e^2 = \frac{GMm}{R}$$

$$\text{বা,} \quad \boxed{v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \quad (6.36)$$

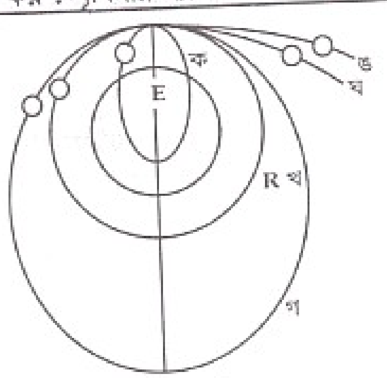
কিন্তু আমরা জানি, $g = \frac{GM}{R^2}$ $\therefore$ $GM = gR^2$

$$\therefore \quad \text{সমীকরণ (6.36) থেকে,} \quad \boxed{v_e = \sqrt{\frac{2gR^2}{R}} = \sqrt{2gR}} \qquad \ldots \qquad \ldots \quad (6.37)$$

সমীকরণ (6.36) এবং (6.37) হলো মুক্তিবেগের রাশিমালা।

উপরিউক্ত সমীকরণে m না থাকায় আমরা বলতে পারি যে, মুক্তি বেগ বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে না। বস্তু ছোট বা বড় যাই হোক না কেন, মুক্তি বেগ একই হবে।

হিসাব কর : পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 64 \times 10^5$ m ও $g = 9.80\ ms^{-2}$ ধরে মুক্তি বেগ নির্ণয় কর।



চিত্র ৬.২৬

এক্ষেত্রে মুক্তি বেগ,

$$v_E = \sqrt{2 \times 9.80 \times 64 \times 10^5} = 11.20 \times 10^3\ ms^{-1}$$

$= 11.20\ kms^{-1} = 7$ মাইল/সে. (প্রায়)

[$\because$ 1 মাইল = 1.6093 km]

= 25000 মাইল/ঘণ্টা (প্রায়)

সুতরাং কোনো বস্তুকে যদি প্রতি ঘণ্টায় 25000 মাইল বেগে বা এর অপেক্ষা অধিক বেগে উৎক্ষেপ করা হয়, তবে তা আর ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসে না।

নিজে কর : একই উচ্চতায় দুটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীর চারদিকে আবর্তিত হচ্ছে। একটি উপগ্রহের ভর অপরটির দ্বিগুণ। কোনটি উচ্চতর বেগে ঘুরবে?

পৃথিবীর চারদিকে পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় আবর্তনরত কোনো উপগ্রহের কক্ষীয় বেগ, $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$ যেখানে R, M যথাক্রমে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ ও ভর। সুতরাং দেখা যাচ্ছে যে, কক্ষীয় বেগ উপগ্রহের ভরের উপর নির্ভরশীল নয়। অর্থাৎ দুটি উপগ্রহই সমান বেগে আবর্তিত হবে।

জানার বিষয় : পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে কোনো বস্তুকে v বেগে উপর দিকে নিক্ষেপ করলে পৃথিবীর আকর্ষণ বলের দ্বারা বস্তুটির বিভিন্ন পরিণতি হতে পারে। যথা—

(১) যদি $v^2 < \frac{v_E^2}{2}$ হয়, অর্থাৎ উৎক্ষেপণ বেগ $7·88\ kms^{-1}$ অপেক্ষা কম হয়, তবে তা উপবৃত্তাকার পথে পৃথিবী প্রদক্ষিণ করবে এবং অবশেষে পৃথিবীতে ফিরে আসবে [চিত্র ৬·২৬-এ 'ক']।

(২) যদি $v^2 = \frac{v_E^2}{2}$ হয় অর্থাৎ উৎক্ষেপণ বেগ $7·88\ kms^{-1}$ হয়, তবে বস্তুটি বৃত্তাকার পথে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করবে এবং চাঁদের মতো উপগ্রহে পরিণত হবে [চিত্র ৬·২৬-এ 'খ']।

(৩) যদি $v^2 > \frac{v_E^2}{2}$ কিন্তু $< v_E^2$ হয়, অর্থাৎ উৎক্ষেপণ বেগ $7·88\ kms^{-1}$ হতে $11·2\ kms^{-1}$ এর মধ্যে থাকে, তবে পৃথিবীকে একটি ফোকাসে রেখে তা উপবৃত্তাকার পথে পৃথিবী প্রদক্ষিণ করতে থাকবে [চিত্র ৬·২৬-এ 'গ']।

(৪) যদি $v = v_E$ হয়, অর্থাৎ উৎক্ষেপণ বেগ $11·2\ kms^{-1}$ অর্থাৎ মুক্তি বেগের সমান হয়, তবে বস্তুটি একটি অধিবৃত্ত পথে পৃথিবী পৃষ্ঠ ছেড়ে যায় এবং তা পৃথিবীর আকর্ষণ ক্ষেত্র অতিক্রম করে বাইরে চলে যাবে [চিত্র ৬·২৬-এ 'ঘ']।

(৫) যদি $v > v_E$ হয়, অর্থাৎ উৎক্ষেপণ বেগ মুক্তি বেগ অপেক্ষা বেশি হয়, তবে বস্তু পরাবৃত্ত পথে পৃথিবী-পৃষ্ঠ ছেড়ে যায় এবং তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না [চিত্র ৬·২৬-এ 'ঙ']।

নিজে কর : পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে মুক্তিবেগ চন্দ্র পৃষ্ঠ থেকে মুক্তিবেগ অপেক্ষা বড় না ছোট ? — ব্যাখ্যা কর।

মনে করি v_e ও v_e' যথাক্রমে পৃথিবী ও চন্দ্রে মুক্তিবেগ। আরও মনে করি g ও R পৃথিবী পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ ও পৃথিবীর ব্যাসার্ধ। আবার g' ও R′ চন্দ্রের ক্ষেত্রে অনুরূপ রাশি তাহলে,

$v_e = \sqrt{2gR}$ ও $v_e' = \sqrt{2g'R'}$

$$\therefore \quad \frac{v_e}{v_e'} = \sqrt{\frac{gR}{g'R'}}$$

যেহেতু $g > g'$ ও $R > R'$ অতএব $v_e > v_e'$.

অর্থাৎ পৃথিবীতে চন্দ্র অপেক্ষা মুক্তিবেগের মান বেশি।

গাণিতিক উদাহরণ

১। মঙ্গল গ্রহের ব্যাস 6000 km এবং এর পৃষ্ঠের অভিকর্ষীয় ত্বরণ $3·8\ ms^{-2}$। মঙ্গল গ্রহের পৃষ্ঠ হতে একটি বস্তুর মুক্তিবেগ নির্ণয় কর।

[দি. বো. ২০১০; রা. বো. ২০০৮; ঢা. বো. ২০০৬]

আমরা জানি,

$$v_E = \sqrt{2gR} = \sqrt{2 \times 3·8 \times 3 \times 10^6} = 4·77 \times 10^3\ ms^{-1} = 4·77\ kms^{-1}$$

এখানে,

ব্যাস, $d = 6000\ km = 6 \times 10^6\ m$

$\therefore$ ব্যাসার্ধ, $R = \frac{d}{2} = 3 \times 10^6\ m$

ত্বরণ, $g = 3·8\ ms^{-2}$

মুক্তিবেগ, $v_E = ?$

২। বৃহস্পতির ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 1.9×10^{27} kg এবং 7×10^7 m হলে এর মুক্তি বেগ নির্ণয় কর। [ব. বো. ২০০৪]

এখানে,

বৃহস্পতির ভর, $M = 1.9 \times 10^{27}$ kg

বৃহস্পতির ব্যাসার্ধ, $R = 7 \times 10^7$ m

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11}$ Nm^2 kg^{-2}

আমরা জানি, মুক্তি বেগ

$$v_E = \sqrt{2gR} \quad \ldots \quad \ldots \quad \text{(i)}$$

আবার, $g = \dfrac{GM}{R^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad \text{(ii)}$

সমীকরণ (i) ও (ii) হতে পাই,

$$v_E = \sqrt{\frac{2 \times GM}{R^2} \times R} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

$$\therefore \quad v_E = \sqrt{\frac{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \times 1.9 \times 10^{27}}{7 \times 10^7}}$$

$$= 6.02 \times 10^4 \text{ ms}^{-1}$$

৬.১১ মহাকর্ষ সূত্রের ব্যবহার
Uses of Gravitational Law

নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র ব্যবহার করে আমরা কোনো স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ নির্ণয় করতে পারি। এছাড়া পৃথিবীর ভর, চন্দ্রের ভর ও সূর্যের ভর, পৃথিবীর গড় ঘনত্ব নির্ণয় করতে পারি। গ্রহ নক্ষত্রসহ কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ, আবর্তন কাল ও উচ্চতা নির্ণয় করতে পারি। মহাকাশে ভ্রমণকালে মহাশূন্যচারী ওজনহীনতা, মহাকর্ষক্ষেত্র, প্রাবল্য, বিভবসহ নানাবিধ সমস্যার সমধান করতে পারি। বর্তমান বিশ্বে প্রাকৃতিক সম্পদের অনুসন্ধান, কৃত্রিম উপগ্রহের মাধ্যমে যোগাযোগ ও বস্তু গবেষণা ইত্যাদি বিজ্ঞানের অগ্রগতি মহাকর্ষ সূত্র ব্যবহারেরই ফল। নিম্নে এ সম্বন্ধে আলোচনা করা হলো।

প্রাকৃতিক সম্পদ অনুসন্ধান
Exploration of Natural Resources

আমরা জানি, পৃথিবীর গড় ঘনত্ব, $\rho = 5.5 \times 10^3$ kg m^{-3}। পৃথিবীর বিভিন্ন গভীরতায় এর মান কমবেশি হতে পারে। সুতরাং 'g' পরিমাপ করে কোথাও ঘনত্ব গড় ঘনত্বের বেশি হলে সেখানে খনিজ পদার্থ থাকার সম্ভাবনা রয়েছে। সুতরাং 'g' এর মান নির্ধারণ করে খনিজ পদার্থ অন্বেষণ করা হয়। প্রাথমিক ফলাফল আশাব্যঞ্জক হলে নিবিড় পর্যবেক্ষণ এবং বিস্তারিত গবেষণার মাধ্যমে খনিজ পদার্থের গঠন ও প্রকৃতি নির্ণয় করা যায়। সুতরাং, মহাকর্ষ সূত্র ব্যবহার করে আমরা খনিজ সম্পদ অন্বেষণ করতে পারি।

কৃত্রিম উপগ্রহের মাধ্যমে যোগাযোগ
Communication through Satellite

বর্তমান যুগ বিজ্ঞানের যুগ। বিজ্ঞানের অগ্রযাত্রার সাথে সাথে মানুষের কল্যাণে বিজ্ঞানের বিভিন্ন ক্ষেত্রে এর প্রয়োগেরও অভূতপূর্ব অগ্রগতি সাধিত হয়েছে। গত কয়েক দশকে এর অগ্রগতি বিস্ময়কর প্রভাব ফেলেছে মানুষের বুদ্ধিদীপ্ত কাজ-কর্মে। মানুষ দূর-দূরান্তে মুহূর্তের মধ্যে বিভিন্ন প্রযুক্তি ব্যবহার করে যোগাযোগ স্থাপনে সক্ষম হয়েছে। কৃত্রিম উপগ্রহ হলো এমনই আশ্চর্যের জিনিস যার মাধ্যমে পৃথিবীর বিভিন্ন স্থানে যোগাযোগ স্থাপনসহ মহাকাশের বিভিন্ন গ্রহ উপগ্রহ সম্পর্কে নানাবিধ তথ্য, বিভিন্ন স্থানের চিত্র ধারণ, আবহাওয়ার পূর্বাভাসসহ বিভিন্ন বিষয় জানতে পারি।

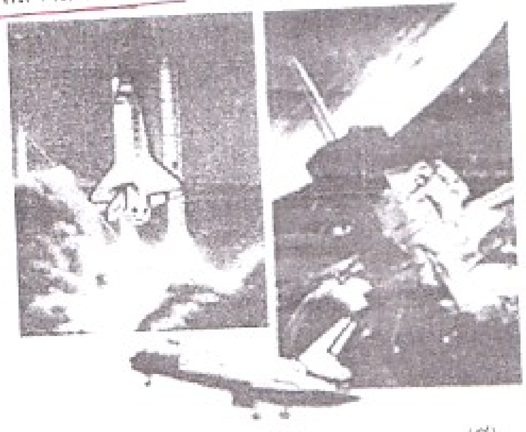
স্বাভাবিক উপগ্রহ (Natural Satellite) : যে সব বস্তু বা জ্যোতিষ্ক গ্রহের চারদিকে ঘোরে, তাদেরকে উপগ্রহ বলে। **যে সব উপগ্রহ প্রাকৃতিক কারণে সৃষ্ট তাদেরকে স্বাভাবিক উপগ্রহ বলে।** যেমন চন্দ্র প্রাকৃতিক কারণে সৃষ্টি হয়েছে। এটি পৃথিবীর চারদিকে ঘুরছে। অতএব চন্দ্র বা চাঁদ পৃথিবীর একটি স্বাভাবিক উপগ্রহ। তেমনি অন্যান্য গ্রহেরও স্বাভাবিক উপগ্রহ রয়েছে।

কৃত্রিম উপগ্রহ (Artificial Satellite) : আমরা জানি সৌরজগৎ নামে একটি জগৎ রয়েছে যার কেন্দ্রে থাকে সূর্য। সূর্য হতে ছিটকে আসা কতকগুলো জ্যোতিষ্ক সূর্যকে প্রদক্ষিণ করছে। এদের নাম গ্রহ (planet)। পৃথিবী

সূর্যের একটি গ্রহ। পুনঃ, গ্রহ হতে ছিটকে আসা কতকগুলো জ্যোতিষ্ক গ্রহগুলোকে প্রদক্ষিণ করছে। এদের নাম উপগ্রহ। চাঁদ পৃথিবীর একটি উপগ্রহ যা প্রায় ৩০ দিনে পৃথিবীকে একবার প্রদক্ষিণ করে। সৃষ্টির আদিকাল থেকেই মানুষের মনে কৌতূহল জাগছে কী করে চাঁদ পৃথিবীর চারদিকে ঘুরছে। এ প্রশ্নের জবাবে বিজ্ঞানীরা বলেছেন অভিকর্ষের দরুন চাঁদের উপর পৃথিবীর কেন্দ্রমুখী বল এর কারণ। এ কেন্দ্রমুখী বল যদি না থাকত, তাহলে চাঁদ মহাশূন্যে মিলিয়ে যেত। পৃথিবীর চারদিকে চাঁদের প্রদক্ষিণের দরুন সৃষ্ট কেন্দ্রবিমুখী বল পৃথিবী কর্তৃক প্রযুক্ত কেন্দ্রমুখী বলের সমান ও বিপরীত হওয়ায় চাঁদ সোজা না গিয়ে পৃথিবীর চারদিকে বৃত্তাকার পথে ঘুরছে। **এ তত্ত্বের উপর ভিত্তি করে মানুষ মহাশূন্যে পাড়ি দেয়ার জন্যে যে উপগ্রহ তৈরি করেছে, তার নাম কৃত্রিম উপগ্রহ।**

সংজ্ঞা : যে সকল মহাশূন্যযান পৃথিবী থেকে নির্দিষ্ট উচ্চতায় তাদের নিজ নিজ কক্ষপথে থেকে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে তাদের কৃত্রিম উপগ্রহ বলে। তিন স্তরবিশিষ্ট রকেটের সাহায্যে কৃত্রিম উপগ্রহকে নির্দিষ্ট উচ্চতায় তুলে পরে ভূ-পৃষ্ঠের সমান্তরালে নির্দিষ্ট বেগ দেওয়া হয়। এতে উপগ্রহটি পৃথিবীর চারপাশে চাঁদের মতো ঘুরতে থাকে।

1957 সালের 4th অক্টোবর রাশিয়ার বিজ্ঞানীরা সর্বপ্রথম মহাশূন্যে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পাঠান। এর নাম **স্পুটনিক-1**। সে বছরেই আরো একটি কৃত্রিম উপগ্রহ মহাশূন্যে পাঠান হয়। এর নাম **স্পুটনিক-2**। এ সময় আমেরিকার বিজ্ঞানীরা পেছনে ছিলেন না। তাঁরাও 1958 সালে মহাশূন্যে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ উৎক্ষেপণ করেন। এর নাম **এক্সপ্লোরার-1**। এমনিভাবে মহাশূন্যে কৃত্রিম উপগ্রহ পাঠিয়ে পৃথিবী তথা সৌরজগতের নানা রকম রহস্য উদঘাটনের কাজ চলছে। রাশিয়ার বিখ্যাত বিজ্ঞানী **ইউরি গ্যাগারিন** ভস্টক-1 কৃত্রিম উপগ্রহের সাহায্যে সর্বপ্রথম মহাশূন্যে বিচরণ করেন।



(ক) (খ) (গ)

চিত্র ৬.২৭ : স্পেস শাটল উৎক্ষেপণ এবং নভোচারীদের কর্মতৎপরতা দেখান হয়েছে।

চিত্র ৬.২৭(ঘ) : ভয়েজার 2-এর মহাশূন্যের যাত্রা দেখান হয়েছে।

কৃত্রিম উপগ্রহের উৎক্ষেপণ : কৃত্রিম উপগ্রহকে কক্ষপথে স্থাপন করার জন্য প্রয়োজনীয় উচ্চমানের বেগ বহু স্তরবিশিষ্ট রকেটের সাহায্যে সরবরাহ করা হয়। উপগ্রহটিকে বসানো হয় রকেটের নাকের ডগায় এবং জ্বালানি ও অন্যান্য যন্ত্রপাতি বসানো হয় রকেটের ভেতরে [চিত্র ৬.২৭(ক)]। বায়ুর বাধা যাতে এর গতিকে বাধা দিতে না পারে তার জন্য কয়েকশ কিলোমিটার (প্রায় 930 কিলোমিটার) উপরে কক্ষপথে স্থাপন করা হয়। ভূ-পৃষ্ঠের নিকটে বায়ুমন্ডলের ঘনত্ব ও তার ফলে রকেটের গতি বাধাগ্রস্ত হয়। ক্ষুদ্রতম পথে এই অংশকে পেরোবার জন্য প্রথমে রকেটটি খাড়াভাবে উপরে ওঠে। পরে নিয়ন্ত্রণ ব্যবস্থার মাধ্যমে রকেটটিকে এই পথ থেকে ধীরে ধীরে বাঁকানো হয়। এই নিয়ন্ত্রণ এমনভাবে করা হয় যে নির্দিষ্ট কক্ষপথে পৌঁছে রকেটটি উপগ্রহটিকে অনুভূমিক দিকে প্রয়োজনীয় বেগ সরবরাহ করে। এ সময় দূর নিয়ন্ত্রণ ব্যবস্থার সাহায্যে উপগ্রহটিকে মহাশূন্যে নির্দিষ্ট কক্ষপথে স্থাপন করে $8.05\ kms^{-1}$ হতে $11.1\ kms^{-1}$ বেগে উৎক্ষেপণ করলে তা পৃথিবীর একটি কৃত্রিম উপগ্রহ হিসেবে চাঁদের মতো প্রদক্ষিণ করবে। উপগ্রহটি কক্ষপথে স্থাপন শেষে কোনো যান্ত্রিক গোলযোগ আছে কি না তা পরীক্ষা করে নেয়া হয় [চিত্র ৬.২৭(খ)]। সবকিছু ঠিক ঠাক মতো হলে ৬.২৭(গ) চিত্রের রকেটে করে গ্লাইডারের মতো মাটিতে অবতোরণ করবে।

উপগ্রহের বিভিন্ন অংশে বিভিন্ন প্রকার যন্ত্রপাতি বসানো থাকে যেমন কোনো অংশে বিদ্যুতের উৎস, কোনো অংশে কমিউনিকেশন ডিস, কোনো অংশে ক্যামেরা, কোনো অংশে টেলিকম এক্সচেঞ্জ, কোনো অংশে এ্যান্টেনা ইত্যাদি বসানো থাকে [চিত্র ৬.২৭(ঘ)]। এই চিত্রে ভয়েজার 2-এর মহাশূন্য যাত্রা দেখানো হয়েছে।

আমেরিকা 1962 সালে উৎক্ষেপ

ব্যবহার : ১। টেলিফোন ও ইন্টারনেটের মাধ্যমে আন্ত মহাদেশীয় যোগাযোগ স্থাপনে ব্যবহৃত হয়।

২। আবহাওয়ার পূর্বাভাস পাওয়া যায়।

৩। পৃথিবীর আকার সম্পর্কিত ভূ-জরিপ কাজে ব্যবহৃত হয়।

৪। সমুদ্রের গভীরতা নির্ণয় করতে ব্যবহৃত হয়।

৫। ভূ-পৃষ্ঠের বিভিন্ন অঞ্চল বেতার ও টেলিভিশনের রিলে স্টেশন হিসেবে ব্যবহৃত হয়।

৬। উর্ধ্বাকাশের বিভিন্ন বিকিরণ ও তার প্রভাব সম্পর্কে বিভিন্ন তথ্য অনুসন্ধানে ব্যবহৃত হয়।

৭। প্রতিরক্ষামূলক পাহারা ও বিভিন্ন সামরিক ব্যবস্থায় ব্যবহৃত হয়।

৮। খেলাধুলাসহ বিভিন্ন অনুষ্ঠান ধারণ ও প্রেরণে ব্যবহৃত হয়।

৯। গ্রহ নক্ষত্রের গঠন সম্পর্কে গবেষণার কাজে ব্যবহৃত হয়।

১০। মহাজাগতিক রশ্মিসহ বিভিন্ন রশ্মির উৎসসহ নানাবিধ গবেষণা করতে ব্যবহৃত হয়।

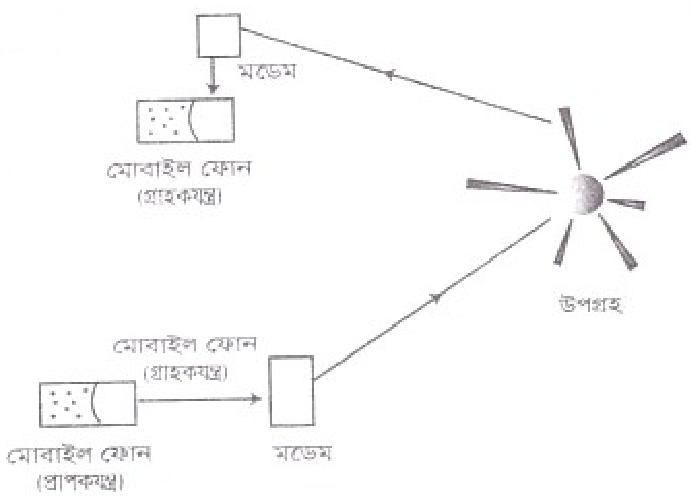
ভূ-স্থির উপগ্রহ (Geo-stationary satellite) : যদি একটি কৃত্রিম উপগ্রহকে নিরক্ষীয় তলে অবস্থিত একটি কক্ষপথে এমনভাবে স্থাপন করা হয় যে, পৃথিবী যে অভিমুখে নিজ অক্ষের চারদিকে আবর্তন করে, উপগ্রহটিও সেই অভিমুখে অর্থাৎ পশ্চিম থেকে পূর্বে আবর্তন করে এবং ঐ কক্ষপথের উচ্চতা যদি এমন হয় যে, উপগ্রহটির আবর্তনকাল পৃথিবীর নিজ অক্ষের চারদিকে আবর্তনকালের সমান অর্থাৎ 24 ঘণ্টা হয়, তাহলে পৃথিবী থেকে দেখলে ঐ উপগ্রহটি নিরক্ষরেখার উপরে একটি নির্দিষ্ট স্থানে স্থির আছে বলে মনে হয়। এরূপ কৃত্রিম উপগ্রহকে ভূ-স্থির উপগ্রহ বলে এবং এর কক্ষপথকে **পার্কিং কক্ষপথ** বলে।

সংজ্ঞা : কোনো কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তনকাল নিজ অক্ষের চারদিকে ঘূর্ণায়মান পৃথিবীর আবর্তন-কালের সমান হলে পৃথিবীর সাপেক্ষে এটি স্থির থাকবে এ ধরনের উপগ্রহকে ভূ-স্থির উপগ্রহ বলে।

কৃত্রিম উপগ্রহের মাধ্যমে মোবাইল ফোন, টেলিফোন এবং ইন্টারনেটে তথ্য প্রেরণ প্রযুক্তি :

ভূস্থির উপগ্রহ যোগাযোগ ব্যবস্থায় বহুলভাবে ব্যবহৃত হয়। একে বলা হয় SYNCOM Satellite (Synchronous Communication Satellite)। টেলিভিশন সংকেত, টেলিফোন কথোপকথন, বেতার সংকেত ইত্যাদি এ উপগ্রহ দ্বারা প্রতিফলিত হয়ে পৃথিবীতে ফিরে আসে, ফলে বিভিন্ন দেশ ও দূরত্বের সঙ্গে যোগাযোগ স্থাপন করা সহজ হয়।

মূলনীতি : প্রেরক যন্ত্র যেমন মোবাইল ফোন, ইন্টারনেট, টেলিফোন থেকে বৈদ্যুতিক সঙ্কেতকে প্রথমে প্রেরণ করা হয় মডেম নামক যন্ত্রে। পরে মডেম থেকে বৈদ্যুতিক সঙ্কেত ইলেকট্রো ম্যাগনেটিক তরঙ্গ আকারে প্রেরণ করা হয় উপগ্রহের অ্যান্টেনাতে। উপগ্রহের অ্যান্টেনা থেকে ইলেকট্রো ম্যাগনেটিক তরঙ্গ প্রেরণ করা হয় মডেমে। সেই মডেম থেকে পুনরায় গ্রাহক যন্ত্রে অর্থাৎ যার সাথে যোগাযোগ স্থাপন করতে চাই সেই যন্ত্রে (মোবাইল, টেলিফোন, কম্পিউটারে) পৌঁছে। প্রক্রিয়াটি প্রায় তাৎক্ষণিক ঘটে [চিত্র ৬.২৮]। তথ্য আদান-প্রদানে এই প্রযুক্তি ব্যবহৃত হয়।



চিত্র ৬.২৮

আর এক ধরনের উপগ্রহ রয়েছে। এদেরকে বলা হয় পোলার উপগ্রহ (Polar Satellite)। এই উপগ্রহগুলো খুব কম উচ্চতায় (সাধারণত 500 km থেকে 800 km এর মধ্যে) উৎক্ষেপণ করা হয়। উত্তর দক্ষিণে এই উপগ্রহ আবর্তিত হয়। ভূ-পৃষ্ঠের খনিজ সম্পদ অন্বেষণ, বনজ, কৃষিজ এবং সামুদ্রিক সম্পদ অন্বেষণে এই উপগ্রহ ব্যবহৃত হয়।

কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ : মনে করি, ভূ-পৃষ্ঠ হতে একটি ভূ-স্থির উপগ্রহের উচ্চতা h, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R হলে ঐ উপগ্রহের কক্ষপথের ব্যাসার্ধ $r = R + h$। পৃথিবীর মহাকর্ষীয় আকর্ষণ উপগ্রহটির আবর্তনের জন্য প্রয়োজনীয় অভিকেন্দ্র বল যোগান দেয়। সুতরাং উপগ্রহটির বেগ v হলে, $\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$.

এখানে, M, m হলো যথাক্রমে পৃথিবী এবং উপগ্রহের ভর।

$$\therefore \quad v^2 = \frac{GM}{r} \qquad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (6.38)$$

$$\text{বা,} \quad v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} \qquad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (6.39)$$

উপগ্রহের পর্যায়কাল : উপগ্রহটির পর্যায়কাল T হলে অর্থাৎ ভূ-পৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় থেকে পৃথিবীকে সম্পূর্ণ একবার প্রদক্ষিণ করতে T সময় লাগলে

$$T = \frac{\text{বৃত্তের ব্যাসার্ধ}}{\text{রৈখিক বেগ}} = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi(R+h)}{v} \quad [\because r = R + h]$$

$$\text{বা,} \quad v = \frac{2\pi(R+h)}{T}$$

$$\text{আবার,} \quad v = \sqrt{\frac{GM}{(R+h)}} \quad \text{(সমীকরণ 6.39 অনুসারে)}$$

$$\therefore \quad \frac{2\pi(R+h)}{T} = \sqrt{\frac{GM}{(R+h)}}$$

$$\text{বা,} \quad T = 2\pi(R+h)\sqrt{\frac{R+h}{GM}} \qquad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (6.40)$$

উপগ্রহের উচ্চতা :

মনে করি পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা $= h$, সমীকরণ (6.40) এর উভয় পাশে বর্গ করে পাই,

$$\therefore \quad T^2 = \frac{4\pi^2 (R+h)^3}{GM}$$

$$\text{বা,} \quad (R+h)^3 = \frac{GMT^2}{4\pi^2}$$

$$\therefore \quad h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} - R \qquad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (6.41)$$

যাচাই কর : মনে কর একই কক্ষ পথে দুটি উপগ্রহকে প্রেরণ করা হলো। একটির ভর অপরটির দ্বিগুণ। তাহলে দ্বিগুণ ভরবিশিষ্ট উপগ্রহের আবর্তনকালের কোনোরূপ পরিবর্তন হবে কী ? —ব্যাখ্যা কর।

ভূ-পৃষ্ঠের খুব নিকটে আবর্তনরত উপগ্রহ : যদি কোনো কৃত্রিম উপগ্রহ ভূ-পৃষ্ঠের খুব নিকটে থাকে অর্থাৎ R এর তুলনায় h খুব ছোট হলে, যেসব উপগ্রহ পৃথিবীকে বৃহত্তর ব্যাসার্ধের কক্ষপথে প্রদক্ষিণ করে, তাদের আবর্তনকাল বেশি হয় এবং প্রদক্ষিণ বেগ খুব কম হয়। স্পষ্টত প্রতিটি কক্ষপথে প্রদক্ষিণ বেগের একটি নির্দিষ্ট মান থাকে। এই বেগ অপেক্ষা কম বেগে ঐ কক্ষপথে কোনো কৃত্রিম উপগ্রহকে স্থাপন করলে উপগ্রহটি ঐ কক্ষপথে স্থায়ীভাবে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করতে পারবে না এবং ভূপৃষ্ঠে নেমে আসবে।

গাণিতিক উদাহরণ

১। কোনো এক উচ্চতা যেখানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান $g_h = 8\text{ms}^{-2}$, সেখানে একটি উপগ্রহের বেগ $8\ \text{kms}^{-1}$। পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় উপগ্রহটি পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে নির্ণয় কর। (পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6{\cdot}4 \times 10^6\ \text{m}$)।

এখানে,

$$g = g_h = 8\ \text{ms}^{-2}$$
$$v = 8\ \text{ms}^{-1} = 8 \times 10^3\ \text{ms}^{-1}$$
$$R = 6{\cdot}4 \times 10^6\ \text{m}$$

আমরা জানি,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

আবার, $g_h = \dfrac{GM}{(R+h)^2}$

বা, $GM = g_h (R+h)^2$

$$\therefore\ v = \sqrt{g_h \frac{(R+h)^2}{(R+h)}} = \sqrt{g_h (R+h)}$$
$$= \sqrt{8 \times (R+h)}$$

বা, $8 \times 10^3 = \sqrt{8 \times (R+h)}$

বা, $(R+h) = \dfrac{(8 \times 10^3)^2}{8} = 8 \times 10^6$

বা, $h = 8 \times 10^6 - R = 8 \times 10^6 - 6{\cdot}4 \times 10^6$

$= 1{\cdot}6 \times 10^6\ \text{m} = 1600\ \text{km}$

বস্তু গবেষণা
Material Research

আমরা জানি, পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে কোনো বস্তুর মুক্তিবেগ $11{\cdot}2\ \text{kms}^{-1}$। অর্থাৎ পৃথিবী থেকে মুক্তি পেতে হলে বা পৃথিবীর মহাকর্ষীয় বলের আকর্ষণ থেকে মুক্ত হতে হলে কোনো বস্তুকে $11{\cdot}2\ \text{kms}^{-1}$ বা 7 miles/s বেগে যাত্রা করতে হবে।

পৃথিবীর আবহমন্ডলে বহু ধরনের গ্যাস আছে। তবে হাইড্রোজেন, হিলিয়ামের মতো হাল্কা গ্যাস বেশ দুষ্প্রাপ্য। এর কারণ মুক্তিবেগের ধারণা থেকে ব্যাখ্যা করা যায়। স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে হাইড্রোজেন অণুর গতিবেগের গড় বর্গের বর্গমূল মান (rms) প্রায় $1{\cdot}6\ \text{kms}^{-1}$। কিন্তু পৃথিবী সৃষ্টির শুরুতে ভূপৃষ্ঠের তাপমাত্রা খুব বেশি ছিল এবং তখনকার তাপমাত্রায় হাইড্রোজেন অণুর গতিবেগের গড় বর্গের বর্গমূল মান প্রায় 4 থেকে $5\ \text{kms}^{-1}$ ছিল। এদের মধ্যে কিছু কিছু অণুর প্রকৃত গতিবেগ গড় বর্গের বর্গমূল মানের 2 বা 3 গুণ অধিক হওয়া স্বাভাবিক ছিল। অতএব, এটা খুবই সম্ভব যে পৃথিবীর বায়ুমন্ডল থেকে হাইড্রোজেন এবং হিলিয়ামের মতো হাল্কা গ্যাসের অধিকাংশ অণুর গতিবেগ মুক্তিবেগের সমান ছিল। সুতরাং এ ধরনের গ্যাসের বেশির ভাগ অণু ভূপৃষ্ঠ হতে ধীরে ধীরে বিলীন হয়ে গেছে।

আমরা জানি, স্বর্গীয় বস্তুসমূহের মুক্তিবেগ এদের ভরের উপর নির্ভর করে। সূর্যের ভর পৃথিবীর তুলনায় বহুগুণ বেশি; ফলে সূর্যের মুক্তিবেগও বেশি। তাই সূর্যের আবহমন্ডলে হাইড্রোজেনের মতো হাল্কা গ্যাস রয়েছে। আবার চন্দ্র, বুধ, গ্রহ এবং পৃথিবীর ভরের তুলনায় অনেক কম, তাই এদের মুক্তিবেগও কম। ফলে গ্যাসীয় অণুসমূহ বিলীন হয়ে গেছে।

সুতরাং, ইহা স্পষ্ট যে মহাকর্ষ সূত্র প্রয়োগ করে বিশ্বব্রহ্মান্ডের বিভিন্ন নক্ষত্র, গ্রহ, উপগ্রহ মুক্তিবেগসহ অন্যান্য অনেক তথ্য উপাত্ত সংগ্রহ করে ঐ সমস্ত স্বর্গীয় বস্তুসমূহের বিভিন্ন গ্যাসীয়, তরল, কঠিন পদার্থের উপস্থিতি সম্বন্ধে স্পষ্ট ধারণা এবং জ্ঞান লাভ করা সম্ভব।

গাণিতিক উদাহরণ

১। পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে 700 km ঊর্ধ্বে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে। উপগ্রহটির অনুভূমিক বেগ নির্ণয় কর। [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km এবং পৃথিবী পৃষ্ঠে $g = 9.8\ ms^{-2}$] [য. বো. ২০০৬]

মনে করি পৃথিবীর ভর=M, উপগ্রহের ভর=m, উপগ্রহের অনুভূমিক বেগ = v ও ভূ-পৃষ্ঠ হতে উপগ্রহের উচ্চতা=h

$\therefore$ উপগ্রহের উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল = $\dfrac{GMm}{(R+h)^2}$

উপগ্রহের ঘূর্ণনের জন্য প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল = $\dfrac{mv^2}{(R+h)}$। উপগ্রহের ঘূর্ণনের জন্য এই আকর্ষণ বলই প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল জোগায়।

$$\therefore \frac{GMm}{(R+h)^2} = \frac{mv^2}{R+h} \quad \text{বা, } v^2 = \frac{GM}{(R+h)}$$

পুনরায়, পৃথিবী পৃষ্ঠে, $g = \dfrac{GM}{R^2}$

এখানে,
$g = 9.8\ ms^{-2}$
$R = 6400\ km = 64 \times 10^5\ m$
$h = 700\ km = 7 \times 10^5\ m$

$$\therefore \quad v^2 = \frac{gR^2}{(R+h)} \quad \ldots \quad \ldots \quad (i)$$

$\therefore$ সমীকরণ (i) হতে পাই,

$$v = \sqrt{\frac{gR^2}{(R+h)}}$$

$$= \sqrt{\frac{9.8\ ms^{-2} \times (64 \times 10^5\ m)^2}{64 \times 10^5 + 7 \times 10^5\ m}}$$

$$= \sqrt{\frac{9.8\ ms^{-2} \times (64 \times 10^5\ m)^2}{71 \times 10^5\ m}} = 7519\ ms^{-1}$$

উচ্চতর দক্ষতাভিত্তিক নমুনার গাণিতিক উদাহরণ

১। ভারতের টাটা কোম্পানির শ্রমিকগণ এক খনিতে কয়লা উত্তোলনের জন্য খনিতে নামলে সবাই বেশ হালকা অনুভব করেন। এই তথ্য কোম্পানির ইঞ্জিনিয়ারকে জানালে তথ্যটি কতটা সঠিক তা যাচাই-এর জন্য একটি সার্ভে করেন, যেখানে পৃথিবীর ভর 6×10^{24} kg এবং মহাকর্ষ ধ্রুবক-এর মান 6.67×10^{-11} Nm^2kg^{-2} ব্যবহার করেন।

(ক) খনির ভেতর যে গভীরতায় গিয়ে শ্রমিকরা নিজেদের ওজনের 50% অনুভব করবে তা নির্ণয় কর।

(খ) খনির ভেতর সম্পূর্ণ ওজনহীন অনুভব করা সম্ভব কি-না? বিশ্লেষণ কর।

মনে করি, গভীরতা = h

মহাকর্ষ ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11}\ N\text{-}m^2\ kg^{-2}$

খনিতে অভিকর্ষজ ত্বরণ $= g'$

ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ = g

প্রশ্নমতে, $mg' = mg \times 0.5$ বা, $g' = 0.5\,g$

বা, $g\left(1 - \dfrac{h}{R}\right) = 0.5\,g$ বা, $\dfrac{h}{R} = 1 - 0.5$ $\therefore\ h = 0.5 \times R$

খনির গভীরতা পৃথিবীর ব্যাসার্ধের অর্ধেক হলে নিজেকে 50% ওজনহীনতা অনুভব করবে।

(খ) h গভীরতায় কোনো খনির ভেতর অভিকর্ষজ ত্বরণের মান

$g' = g\left(1 - \dfrac{h}{R}\right)$. $g' = 0$ হলে ওজনহীন হয়,

$\therefore\ 0 = g\left(1 - \dfrac{h}{R}\right)$ বা, $\dfrac{h}{R} = -1$ $\therefore\ h = R$

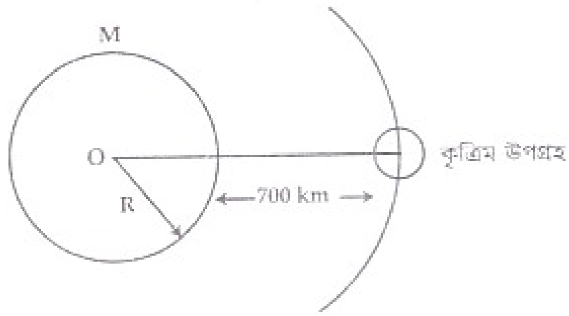
পৃথিবীর ব্যাসার্ধের সমান গভীরতায় সম্পূর্ণ ওজনহীনতা অনুভব করবে।

২। নিচের উদ্দীপকটি লক্ষ কর : M = পৃথিবীর ভর $= 6 \times 10^{24}$ kg
R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $= 6.4 \times 10^{6}$ m

(ক) উপগ্রহটির অনুভূমিক বেগ কত?

(খ) উপগ্রহটিকে পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে 1000 km ওপরে রাখতে হলে এর আবর্তন কালের কীরূপ পরিবর্তন করতে হবে?

(ক) আমরা জানি,



$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$= \sqrt{\frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{6.4 \times 10^{6} + 7 \times 10^{5}}}$$

$$= \sqrt{56391549.3}$$

$$= 7509.43 \text{ ms}^{-1}$$

(খ) ধরি উদ্দীপকের অবস্থায় আবর্তন কাল $= T$ এবং 1000 km উচ্চতায় আবর্তন কাল T',

আমরা জানি, $$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 (h+R)^3}{GM}}$$

বা, $$T = \sqrt{\frac{4 \times (3.14)^2 (7 \times 10^5 + 6.4 \times 10^6)^3}{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}}$$

$$= \sqrt{35291 38.53} = 5939 \text{ sec}$$

$$= 1 \text{ hr } 39 \text{ min.}$$

আবার, $h = 1000$ km $= 1000 \times 10^3$ m হলে

$$T' = \sqrt{\frac{4 \times (3.14)^2 \times (1 \times 10^6 + 6.4 \times 10^6)^3}{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}}$$

$$= 6318 \text{ sec} = 1 \text{ hr } 45 \text{ min}$$

দেখা যায় যে, $T' > T$। অতএব 1000 km উপরে থাকলে এর আবর্তনকাল উদ্দীপকের আবর্তনকালের চেয়ে বেশি হবে।

৩। 120 kg ভরের একটি কৃত্রিম উপগ্রহকে ভূ-পৃষ্ঠ হতে একটি নির্দিষ্ট উচ্চতায় তুলে তার মধ্যে 3.6×10^9 Joule গতিশক্তি সঞ্চারিত করা হলো। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 6×10^{24} kg এবং 6.4×10^6 m, $G = 6.6 \times 10^{-11}$ Nm^{2}kg^{-2}, $g = 9.8$ ms^{-2}। [ঢা. বো. ২০১৫]

(ক) উপগ্রহটি ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় আছে ?

(খ) গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে যাচাই কর যে সঞ্চারিত গতিশক্তি উপগ্রহটিকে বহিঃবিশ্বে পাঠানোর জন্য পর্যাপ্ত নয়।

(ক) মনে করি, উপগ্রহটি ভূ-পৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় আছে এবং উপগ্রহটির বেগ, v

আমরা জানি,

উপগ্রহের বেগ, $v = \sqrt{g_h (R+h)}$ ... ... (i)

এবং, h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ

$$g_h = \frac{GM}{(R+h)^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad \text{(ii)}$$

এখানে,
$m = 120$ kg
$M = 6 \times 10^{24}$ kg
$R = 6.4 \times 10^6$ m
$G = 6.6 \times 10^{-11}$ Nm^{2}kg^{-2}
$g = 9.8$ ms^{-2}
$E_k = 3.6 \times 10^9$ Joule

গতিশক্তি,

$$E_k = \frac{1}{2} mv^2 = 3.6 \times 10^9$$

বা, $v^2 = \frac{2 \times 3.6 \times 10^9}{m} = \frac{7.2 \times 10^9}{120} = 6 \times 10^7$

সমীকরণ (i) হতে পাই,

$$v^2 = g_h (R + h)$$

বা, $g_h (R + h) = v^2 = 6 \times 10^7$

সমীকরণ (ii) হতে পাই,

$$g_h = \frac{GM}{(R + h)^2}$$

বা, $g_h (R + h)^2 = GM$

বা, $g_h (R + h) \times (R + h) = GM$

বা, $v^2 (R + h) = GM$

বা, $R + h = \frac{GM}{v^2} = \frac{GM}{6 \times 10^7}$

বা, $h = \frac{GM}{6 \times 10^7} - R = \frac{6.6 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{6 \times 10^7} - 6.4 \times 10^6$

$= 6.6 \times 10^6 - 6.4 \times 10^6 = 0.2 \times 10^6$

$= 200$ km

(খ) এখানে,

$$v^2 = 6 \times 10^7$$

$\therefore \quad v = \sqrt{60 \times 10^6} = 7.75 \times 10^3$ kms^{-1}

সুতরাং উপগ্রহটি বহিঃবিশ্বে যেতে হলে সর্বনিম্ন গতিশক্তি প্রয়োজন হবে,

$$E = \frac{1}{2} mv_e^2 = \frac{1}{2} \times 120 \times (11.2 \times 10^3)^2$$

$= 7.5 \times 10^9$ Joule

সুতরাং, উপগ্রহটিতে সঞ্চারিত গতিশক্তি 3.6×10^9 Joule যা বহিঃবিশ্বে গমনের গতিশক্তি অপেক্ষা কম।

সার-সংক্ষেপ

গ্যালিলিওর সূত্র :

১ম সূত্র	:	বায়ুশূন্য স্থানে বা বাধাহীন পথে সকল বস্তুই নিশ্চল অবস্থা হতে যাত্রা করে সমান দ্রুততায় নিচে নামে অর্থাৎ সমান সময়ে সমান দূরত্ব অতিক্রম করে।
২য় সূত্র	:	বাধাহীন পথে পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ে প্রাপ্তবেগ ঐ সময়ের সমানুপাতিক।
৩য় সূত্র	:	বাধাহীন পথে পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব ঐ সময়ের বর্গের সমানুপাতিক।

কেপলারের সূত্র :

উপবৃত্ত সূত্র	:	প্রতিটি গ্রহ সূর্যকে উপবৃত্তের নতিতে বা ফোকাসে রেখে একটি উপবৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করছে।
ক্ষেত্রফল সূত্র	:	গ্রহ এবং সূর্যের সংযোগকারী ব্যাসার্ধ রেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে।
সময়ের সূত্র	:	প্রতিটি গ্রহের পর্যায়কালের বর্গ সূর্য হতে তার গড় দূরত্বের ঘনফলের সমানুপাতিক।
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক	:	একক ভরবিশিষ্ট দুটি বস্তুকণা একক দূরত্বে থেকে যে পরিমাণ বল দ্বারা পরস্পরকে আকর্ষণ করে তার সংখ্যাগত মানকে মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বলে।
মহাকর্ষ	:	নভোমণ্ডলে অবস্থিত দুটি বস্তু বা বস্তুকণার মধ্যকার পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে মহাকর্ষ বলে।

মহাকর্ষ সূত্র	:	মহাবিশ্বের যে কোনো দুটি বস্তুকণা পরস্পরকে আকর্ষণ করে। এই আকর্ষণ বল বস্তু দুটির ভরের গুণফলের সমানুপাতিক এবং এদের মধ্যকার দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক।
মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র	:	কোনো বস্তুর চারপাশে যে অঞ্চল ব্যাপী এর মহাকর্ষীয় প্রভাব বজায় থাকে, অর্থাৎ অন্য কোনো বস্তু রাখা হলে সেটি আকর্ষণ লাভ করে, তাকে বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র বলে।
মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য বা তীব্রতা	:	মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের যে কোনো বিন্দুতে একটি একক ভরের বস্তু স্থাপন করলে ঐ ভরের উপর যে বল ক্রিয়া করে তাকে ঐ বিন্দুতে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের প্রাবল্য বা তীব্রতা বলে।
মহাকর্ষীয় বিভব	:	অসীম দূর হতে একক ভরের কোনো বস্তুকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে আনতে যে পরিমাণ কাজ সাধিত হয় তাকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব বলে।
অভিকর্ষজ ত্বরণ	:	বস্তুতে অভিকর্ষ বল কর্তৃক যে ত্বরণ উৎপন্ন হয় তাকে অভিকর্ষজ ত্বরণ বলে।
অভিকর্ষ কেন্দ্র	:	কোনো বস্তুকে যেভাবেই রাখা হোক না কেন তার ওজন যে বিশেষ বিন্দুর মধ্যে দিয়ে বস্তুর উপর সর্বদা ক্রিয়া করে ঐ বিন্দুকে বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র বা ভারকেন্দ্র বলে।
স্বাভাবিক উপগ্রহ	:	যেসব উপগ্রহ প্রাকৃতিক কারণে সৃষ্ট তাদেরকে স্বাভাবিক উপগ্রহ বলে।
কৃত্রিম উপগ্রহ	:	মহাশূন্যে পাড়ি দেয়ার জন্য অথবা পৃথিবীর বা গ্রহ-নক্ষত্রের চারদিকে আবর্তনের জন্য মানুষ কর্তৃক তৈরি উপগ্রহকে কৃত্রিম উপগ্রহ বলে।
ভূ-স্থির উপগ্রহ	:	কোনো কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তনকাল নিজ অক্ষের চারদিকে ঘূর্ণায়মান পৃথিবীর আবর্তনকালের সমান হলে পৃথিবীর সাপেক্ষে এটি স্থির থাকবে; এ ধরনের উপগ্রহকে ভূ-স্থির উপগ্রহ বলে।
মুক্তিবেগ	:	সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না, সেই বেগকে মুক্তিবেগ বলে।

অনুশীলনী

(ক) বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১। বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে প্রযোজ্য—

(i) পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ে প্রাপ্ত বেগ সময়ের সমানুপাতিক

(ii) সকল পড়ন্ত বস্তুই সমান সময়ে সমান দূরত্ব অতিক্রম করে

(iii) পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব ঐ সময়ের বর্গের সমানুপাতিক

নিচের কোনটি সঠিক ?

ⓚ i ও ii
ⓚ i ও iii
ⓖ ii ও iii
ⓖ i, ii ও iii

২। কেপলারের গ্রহ সম্পর্কিত গতিসূত্র অনুসারে—

(i) প্রতিটি গ্রহের পর্যায়কালের বর্গ সূর্য হতে তার গড় দূরত্বের ঘনফলের সমানুপাতিক

(ii) প্রতিটি গ্রহের পর্যায়কালের বর্গ সূর্য হতে তার গড় দূরত্বের ঘনফলের ব্যস্তানুপাতিক

(iii) গ্রহ এবং সূর্যের সংযোগকারী ব্যাসার্ধ রেখা সকল সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i ও ii
(খ) i ও iii
(গ) ii ও iii
(ঘ) i, ii ও iii

৩। কেপলারের সূত্র বিশ্লেষণে নিম্নলিখিত বিষয়গুলি জানা যায়—

(i) গ্রহের আবর্তনকাল এর ভরের উপর নির্ভর করে না

(ii) সূর্য হতে গ্রহের গড় দূরত্ব যত কম এর আবর্তনকাল তত কম হয়

(iii) গ্রহ ও সূর্যের সংযোগকারী ব্যাসার্ধ রেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে না

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i ও ii
(খ) i ও iii
(গ) ii ও iii
(ঘ) i, ii ও iii

৪। নিম্নের বিবৃতিগুলি লক্ষ কর—

(i) দুটি বস্তুর মধ্যে আকর্ষণ বল তাদের মধ্যকার দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক

(ii) মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব সময়ের বর্গের সমানুপাতিক

(iii) সূর্যের চারদিকে প্রতিটি গ্রহের আবর্তনকালের বর্গ সূর্য থেকে ঐ গ্রহের কক্ষপথের অর্ধপরাক্ষের ঘনফলের সমানুপাতিক

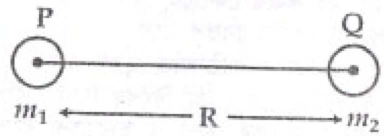
নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) ii
(খ) i ও ii
(গ) ii ও iii
(ঘ) i, ii ও iii

৫। মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের মাত্রা সমীকরণ কোনটি ?

(ক) $[L^2M^{-1}T^2]$
(খ) $[LM^{-1}T^2]$
(গ) $[L^3M^{-1}T^{-2}]$
(ঘ) $[L^3M^{-2}T^2]$

নিচের চিত্র ও তথ্য থেকে ২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও।



চিত্রে P ও Q বস্তুদ্বয়ের ভর যথাক্রমে m_1 ও m_2 এবং এদের মধ্যবর্তী দূরত্ব R। এদের মধ্যকার আকর্ষণ বল F হলে—

৬। মধ্যবর্তী দূরত্ব d-এর মান দ্বিগুণ করা হলে আকর্ষণ বলের মান F' পূর্বের মানের কত গুণ হবে ?

(ক) এক-তৃতীয়াংশ
(খ) এক-চতুর্থাংশ
(গ) অর্ধেক
(ঘ) দুই-তৃতীয়াংশ

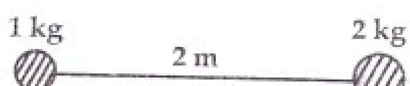
৭। কোনো স্থানের g-এর মান $9{\cdot}832\ ms^{-2}$ হলে নিচের কোন উক্তিটি সঠিক ?

(ক) স্থানটি মেরু অঞ্চলে অবস্থিত
(খ) স্থানটি 45° অক্ষাংশে অবস্থিত
(গ) স্থানটি বিষুবীয় অঞ্চলে অবস্থিত
(ঘ) স্থানটি সমুদ্রপৃষ্ঠে অবস্থিত

৮। $m_1 = 10$ kg, $m_2 = 15$ kg, $F = 1 \times 10^{-6}$ N এবং $d = 0{\cdot}1$ m মানগুলোর জন্য মহাকর্ষ ধ্রুবকের মান কত হবে ?

(ক) $6{\cdot}67 \times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$
(খ) $6{\cdot}067 \times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$
(গ) $6{\cdot}667 \times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$
(ঘ) $6{\cdot}67 \times 10^{11}\ Nm^2kg^{-2}$

৯।



বস্তুদ্বয়ের মধ্যে আকর্ষণ বল কত ?

(ক) $6{\cdot}66 \times 10^{-11}$ N
(খ) $3{\cdot}33 \times 10^{-11}$ N
(গ) $13{\cdot}32 \times 10^{-11}$ N
(ঘ) $6{\cdot}66 \times 10^{-13}$ N

১০। দুটি বস্তুর মধ্যে যে দূরত্ব আছে তা অর্ধেকে নেমে আসলে মহাকর্ষ বল—

(ক) দ্বিগুণ কমে
(খ) দ্বিগুণ বাড়ে
(গ) চারগুণ কমে
(ঘ) চারগুণ বাড়ে

১১। নিউটনের মহাকর্ষ সূত্রের ভেক্টর রূপ হলো—

(ক) $\vec{F}_{21} = -G\dfrac{m_1m_2}{r_{21}^3}\vec{r}_{12}$
(খ) $\vec{F}_{21} = -G\dfrac{m_1m_2}{r_{12}^3}\vec{r}_{12}$
(গ) $\vec{F}_{21} = -G\dfrac{m_1m_2}{r_{21}^2}\vec{r}_{12}$
(ঘ) $\vec{F}_{21} = -G\dfrac{m_1m_2}{r_{12}^2}\vec{r}_{12}$

১২। মহাকর্ষীয় ধ্রুবক G- এর ক্ষেত্রে প্রযোজ্য— [ঢা. বো. ২০১

(i) ইহা মাধ্যমের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে
(ii) G-এর মান বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে
(iii) G একটি স্কেলার রাশি

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i ও ii
(খ) ii ও iii
(গ) i ও iii
(ঘ) i, ii ও iii

১৩। মহাকর্ষ বলের প্রকৃতি হলো—

(i) মহাকর্ষ বল বস্তুর মধ্যকার পারস্পরিক আকর্ষণ বল
(ii) মহাকর্ষ বল মাধ্যমের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে
(iii) মহাকর্ষ বল বস্তুদ্বয়ের ভরের গুণফলের সমানুপাতিক

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i ও ii
(খ) ii ও iii
(গ) i ও iii
(ঘ) i, ii ও iii

১৪। আকর্ষণ বলের অভিমুখে সরণ হলে মহাকর্ষীয় বিভব পার্থক্য—

(ক) শূন্য হয়
(খ) ধনাত্মক হয়
(গ) ঋণাত্মক হয়
(ঘ) অসীম হয়

১৫। মহাকর্ষ বল ও তড়িচ্চুম্বকীয় বলের ক্ষেত্রে—

(i) মহাকর্ষীয় বিভব সর্বদা ঋণাত্মক
(ii) তড়িৎ বিভব ধনাত্মক ও ঋণাত্মক উভয়ই হতে পারে
(iii) মহাকর্ষীয় বিভব মাধ্যমের উপর নির্ভর করে

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i ও ii
(খ) ii ও iii
(গ) i ও iii
(ঘ) i, ii ও iii

১৬। একটি সুষম গোলকের ব্যাসার্ধ R এর ভর M। গোলকটির কেন্দ্র থেকে r_1 এবং r_2 দূরে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে প্রাবল্যের মান যথাক্রমে F_1 ও F_2 হলে নিম্নের কোনটি সঠিক?

ক) $\frac{F_1}{F_2}=\frac{r_1}{r_2}$ যদি $r_1 < R$ এবং $r_2 < R$ হয়

খ) $\frac{F_1}{F_2}=\frac{r_1}{r_2}$ যদি $r_1 > R$ এবং $r_2 > R$ হয়

গ) $\frac{F_1}{F_2}=\frac{r_1^2}{r_2^2}$ যদি $r_1 < R$ এবং $r_2 < R$ হয়

ঘ) $\frac{F_1}{F_2}=\frac{r_2^2}{r_1^2}$ যদি $r_1 > R$ এবং $r_2 > R$ হয়

১৭। কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রবাল্য—

(i) ভেক্টর রাশি

(ii) $E = -\frac{dV}{dr}$

(iii) $E = \frac{dV}{dr}$

নিচের কোনটি সঠিক ?

ক) i

খ) i ও ii

গ) ii ও iii

ঘ) i, ii ও iii

১৮। মহাকর্ষীয় প্রাবল্য ও মহাকর্ষীয় বিভবের মধ্যে সম্পর্ক হলো—

ক) $E = \frac{dV}{dr}$

খ) $F = Vr$

গ) $E = -\frac{dV}{dr}$

ঘ) $E = \frac{V}{r}$

১৯। মহাকর্ষীয় বিভব—

(i) একটি স্কেলার রাশি

(ii) এর একক জুল/কিলোগ্রাম

(iii) মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে এটি ঋণাত্মক

নিচের কোনটি সঠিক ?

ক) i ও ii

খ) i ও iii

গ) ii ও iii

ঘ) i, ii ও iii

২০। গোলকের অভ্যন্তরে মহাকর্ষীয় বিভব কীরূপ হয় ?

ক) বিভব শূন্য হয়

খ) বিভব স্থির থাকে

গ) বিভব অসীম হয়

ঘ) কোনোটিই নয়

২১। মহাকর্ষীয় বিভবের মাত্রা কোনটি ?

ক) MLT^{-2}

খ) ML^2T^3

গ) ML^2T^{-2}

ঘ) $ML^{-2}T^2$

২২। মহাকর্ষীয় প্রাবল্য E-এর রাশিমালা কোনটি ?

ক) $E = \frac{M}{r}$

খ) $E = \frac{M}{r^2}$

গ) $E = \frac{M}{r^3}$

ঘ) $E = \frac{M_m^2}{r}$

২৩। কোনো বস্তুর উৎক্ষেপণ বেগ মুক্তিবেগ অপেক্ষা বেশি হলে বস্তুটি

(i) চাঁদের মতো উপগ্রহে পরিণত হয়

(ii) পৃথিবীতে আর ফিরে আসে না

(iii) পরাবৃত্ত পথে পৃথিবী পৃষ্ঠ ছেড়ে যায়

নিচের কোনটি সঠিক ?

ক) i ও ii

খ) i ও iii

গ) ii ও iii

ঘ) i, ii ও iii

২৪। কোনো গ্রহের ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ হলে ঐ গ্রহের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ হবে পৃথিবী পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের—

ক) দ্বিগুণ

খ) সমান

গ) অর্ধেক

ঘ) এক-চতুর্থাংশ

২৫। নিচের কোন্‌টি সত্য নয় ?

ক) পৃথিবীর বার্ষিক গতির জন্য g-এর মানের পরিবর্তন হয়

খ) পৃথিবীর আহ্নিক গতির জন্য g-এর মানের পরিবর্তন হয়

গ) অক্ষাংশ পরিবর্তনে g-এর মানের পরিবর্তন হয়

ঘ) উচ্চতার কারণে g-এর মানের পরিবর্তন হয়

২৬। 1 kg ভরের দুটি বস্তু 1 m দূরে স্থাপন করলে এদের মধ্যবর্তী আকর্ষণ বলের মান কত হবে ?

ক) 6.673×10^{-10} N

খ) 6.673×10^{-11} N

গ) 6.673×10^{11} N

ঘ) 6.663×10^{-11} N

২৭। g-এর মান সর্বাধিক কোথায় ?

ⓚ মেরু
ⓛ বিষুব
ⓜ ভূ-কেন্দ্রে
ⓝ ভূ-পৃষ্ঠ হতে অনেক ওপরে

২৮। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 'R' এবং পৃথিবীতে অভিকর্ষজ ত্বরণ 'g'। পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে 'h' উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ কত ? [ঢা. বো. ২০১৫]

ⓚ $\frac{g(R-h)}{R}$
ⓛ $\frac{gR^2}{(R+h)^2}$
ⓜ $\frac{gR}{R+h}$
ⓝ $\frac{g(R-h)^2}{R^2}$

২৯। R পৃথিবীর ব্যাসার্ধ হলে ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় g-এর মান শূন্য হবে ?

ⓚ R
ⓛ 2R
ⓜ $\frac{R}{2}$
ⓝ 4R

৩০। পৃথিবীর পৃষ্ঠে ও চাঁদের পৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় ত্বরণের অনুপাত কত হবে ?

ⓚ 81 : 4
ⓛ 81 : 6
ⓜ 81 : 10
ⓝ 81 : 16

৩১। একই উচ্চতায় দুটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীর চারদিকে আবর্তিত হচ্ছে। একটি উপগ্রহের ভর অপরটির দ্বিগুণ হলে বেগের কী পরিবর্তন লক্ষ করা যাবে ?

ⓚ ১ম উপগ্রহ ২য় উপগ্রহের দ্বিগুণ বেগে আবর্তিত হবে
ⓛ ১ম উপগ্রহ ২য় উপগ্রহের অর্ধেক বেগে আবর্তিত হবে
ⓜ ১ম উপগ্রহ ২য় উপগ্রহের চারগুণ বেগে আবর্তিত হবে
ⓝ উভয় উপগ্রহই একই বেগে আবর্তিত হবে

৩২। পৃথিবীতে মুক্তিবেগের মান কত ? [ঢা. বো. ২০১৫]

ⓚ $11.2\ ms^{-1}$
ⓛ $1120\ ms^{-1}$
ⓜ $11.2\ kms^{-1}$
ⓝ $112\ kms^{-1}$

৩৩। মঙ্গলগ্রহের ব্যাস 6000 km এবং এর পৃষ্ঠে g এ মান $3.8\ ms^{-2}$ হলে ঐ গ্রহের পৃষ্ঠ হতে একটি বস্তুর মুক্তি বেগ কত ?

ⓚ $11.2\ kms^{-1}$
ⓛ $9.7\ kms^{-1}$
ⓜ $3.85\ kms^{-1}$
ⓝ $4.77\ kms^{-1}$

৩৪। মুক্তি বেগ—

(i) বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে
(ii) এর মান পৃথিবী পৃষ্ঠে $11.2\ kms^{-1}$
(iii) একটি কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ মুক্তি বেগের চেয়ে কম হয়

নিচের কোনটি সঠিক ?

ⓚ i ও ii
ⓛ i ও iii
ⓜ ii ও iii
ⓝ i, ii ও iii

৩৫। কোনো বস্তুর মুক্তিবেগ ঐ বস্তুর ভরের—

ⓚ সমানুপাতিক
ⓛ বর্গের সমানুপাতিক
ⓜ ভরের উপর নির্ভরশীল
ⓝ বর্গের ব্যস্তানুপাতিক

৩৬। ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথ সম্পর্কে নিচের কোনটি সঠিক নয় ? [ঢা. বো. ২০১৫]

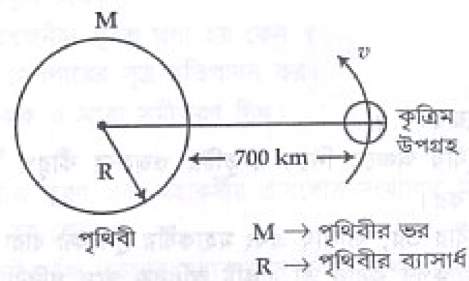
ⓚ ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথ বিষুবরেখার সরাসরি উপরে থাকবে
ⓛ ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথে সমস্ত উপগ্রহের ভর একই হবে
ⓜ ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথের আবর্তনকাল 24 ঘণ্টা
ⓝ ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথের সম্ভাব্য ব্যাসার্ধ একটি

উত্তর :

১। ঘ	২। খ	৩। ক	৪। ঘ	৫। গ	৬। খ	৭। ক	৮। ক	৯। খ	১০। ঘ
১১। খ	১২। খ	১৩। গ	১৪। গ	১৫। ক	১৬। ক	১৭। খ	১৮। গ	১৯। ঘ	২০। খ
২১। গ	২২। খ	২৩। গ	২৪। গ	২৫। ক	২৬। খ	২৭। ক	২৮। খ	২৯। গ	৩০। ঘ
৩১। ঘ	৩২। গ	৩৩। ঘ	৩৪। গ	৩৫। গ	৩৬। ঘ				

(খ) সৃজনশীল প্রশ্ন

১।



[$M = 6 \times 10^{24}$ kg এবং $R = 6{\cdot}4 \times 10^{6}$ m]

(ক) মহাকর্ষীয় প্রাবল্য কী ?

(খ) মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের একক ও মাত্রা সমীকরণ লিখ।

(গ) উপগ্রহটির অনুভূমিক বেগ নির্ণয় কর।

(ঘ) উপগ্রহটিকে পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে 1000 km ওপরে রাখতে হলে এর আবর্তনকালের কীরূপ পরিবর্তন ঘটবে বিশ্লেষণ কর।

২। উপরের দিকে একটি ঢিল ছুড়লে তা পৃথিবীতে ফিরে আসে। কিন্তু কোনো বস্তুকে একটি নির্দিষ্ট বেগে বা তার অধিক বেগে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না। এই বেগের মান চাঁদ, মঙ্গল গ্রহ, বৃহস্পতিতে ভিন্ন রকম। নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

(ক) মুক্তি বেগ কী ?

(খ) মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য বলতে কী বুঝ ?

(গ) পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6{\cdot}4 \times 10^{6}$ m এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = 9{\cdot}8$ ms^{-2} হলে পৃথিবী হতে একটি বস্তুর মুক্তিবেগ নির্ণয় কর।

(ঘ) পৃথিবী, চাঁদ, মঙ্গল গ্রহ, বৃহস্পতি বা অন্যান্য গ্রহের জন্য মুক্তি বেগ ভিন্ন কেন ? তোমার উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও।

৩। একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীর সাথে সমকেন্দ্রিকভাবে পৃথিবীর চতুর্দিকে পরিভ্রমণ করছে। নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

(ক) কেপলারের তৃতীয় সূত্রটি বিবৃত কর।

(খ) কী কী কারণে অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর মান পরিবর্তিত হয় ?

(গ) প্রমাণ কর যে উপগ্রহটির মুক্তি বেগ এর গতি বেগের 1·414 গুণ।

(ঘ) কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা তার আবর্তনকালের উপর নির্ভরশীল—যথাযথ যুক্তির মাধ্যমে প্রমাণ কর।

৪। 630 N ওজনের একজন নভোচারী পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে যাত্রা করে চাঁদে অবতরণ করলেন। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের 81 গুণ ও 4 গুণ। নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

(ক) কৃত্রিম উপগ্রহ কী ?

(খ) ভূ-পৃষ্ঠের কোনো স্থানের মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য ও অভিকর্ষজ ত্বরণের সম্পর্ক ব্যাখ্যা কর।

(গ) উদ্দীপকের তথ্য থেকে পৃথিবী ও চাঁদের অভিকর্ষজ ত্বরণের তুলনা কর।

(ঘ) নভোচারীর ওজন চাঁদে বাড়বে না কমবে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও।

৫। আমরা জানি যে, 1 kg ভরের কোনো বস্তুর ওজন পৃথিবীতে 9·8 N, চাঁদে 1·6 N এবং মহাশূন্যে কোনো ওজনই থাকে না। কিন্তু পৃথিবী, চাঁদ ও মহাশূন্যে বস্তুটির ভর কিন্তু 1 kg পরিমাণই থাকে। নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

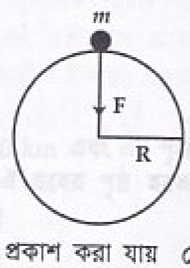
(ক) মহাকর্ষ সূত্রটি লিখ।

(খ) ভর ও ওজনের পার্থক্য ব্যাখ্যা কর।

(গ) পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6{\cdot}4 \times 10^{6}$ m এবং ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ $9{\cdot}8$ ms^{-2}। ভূপৃষ্ঠ থেকে $6{\cdot}4 \times 10^{5}$ m উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বের কর।

(ঘ) উদ্দীপকে প্রদত্ত তথ্যগুলো সঠিক না বিভ্রান্তিকর ? এই ওজনের ভিন্নতার কারণ যুক্তি দিয়ে ব্যাখ্যা কর।

৬। চিত্রে মেরু অঞ্চলে অবস্থিত m ভরের একটি বস্তুকে পৃথিবী তার কেন্দ্রের দিকে F বলে টানছে। পৃথিবীর ভর এবং ব্যাসার্ধ R।



(ক) অভিকর্ষীয় ত্বরণ কী ?

(খ) g-এর মান পরিবর্তিত হয় কেন ?

(গ) মেরু অঞ্চল থেকে বিষুবীয় অঞ্চলে নিলে বস্তুটির ওজনের কীরূপ পরিবর্তন ঘটবে ব্যাখ্যা কর।

(ঘ) অভিকর্ষীয় ত্বরণকে পৃথিবীর ভর, ব্যাসার্ধ এবং মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের দ্বারা কীভাবে প্রকাশ করা যায় দেখাও।

৭। একটি বস্তুকে v বেগে ঊর্ধ্বে উৎক্ষেপণ করায় তা একটি অধিবৃত্ত পথে পৃথিবী পৃষ্ঠ ছেড়ে যায় এবং আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না।

(ক) মহাকর্ষীয় বিভব কী ?

(খ) অভিকর্ষ কেন্দ্র বলতে কী বুঝ ?

(গ) উদ্দীপকের ঘটনাটি মঙ্গল গ্রহে হলে বস্তুটিকে কত বেগে উৎক্ষেপণ করা হয়েছিল ? [মঙ্গল গ্রহের ব্যাস 6000 km এবং এর পৃষ্ঠের অভিকর্ষীয় ত্বরণ $3{\cdot}8\ ms^{-2}$।]

(ঘ) মুক্তি বেগের রাশিমালা প্রতিপাদন কর।

৮। বিখ্যাত বিজ্ঞানী স্যার আইজাক নিউটন আবিষ্কার করেন যে, এ মহাবিশ্বের যে কোনো দুটি বস্তুর মধ্যে একটি পারস্পরিক আকর্ষণ রয়েছে। সূর্য ও চন্দ্রের মধ্যে যে আকর্ষণ তা মহাকর্ষ। কিন্তু পৃথিবী ও চন্দ্রের মধ্যে যে আকর্ষণ তা অভিকর্ষ। [পৃথিবীর ভর $5{\cdot}975 \times 10^{24}$ kg এবং ব্যাসার্ধ $6{\cdot}37 \times 10^{6}$ m]

(ক) মহাকর্ষীয় ধ্রুবক কী ?

(খ) পৃথিবীর কেন্দ্রে বস্তুর ওজন শূন্য হয় কেন ?

(গ) উদ্দীপকের প্রদত্ত তথ্য থেকে ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান বের কর।

(ঘ) অভিকর্ষজ ত্বরণকে কীভাবে পৃথিবীর ভর, ব্যাসার্ধ ও মহাকর্ষ ধ্রুবকের সাথে প্রকাশ করা যায় গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

৯। ক্যাভেন্ডিস তার পরীক্ষায় G-এর মান পেয়েছেন $6{\cdot}63 \times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$। 1942 খ্রিস্টাব্দে বিজ্ঞানী পি. আর. হাইল পি চিজানোস্কি, বার্জ প্রমুখ কর্তৃক আমেরিকায় নির্ণীত G-এর মানই বর্তমানে গৃহীত হয়েছে। এই মান $6{\cdot}673 \times 10^{-11}$ Nm^2kg^{-2}। অপরদিকে বিভিন্ন গবেষণায় প্রাপ্ত পৃথিবীর ভর $5{\cdot}975 \times 10^{24}$ kg, ব্যাসার্ধ 6371 km। পৃথিবী পৃষ্ঠের 45° অক্ষাংশে সমুদ্র সমতলে g-এর মানকে আদর্শ ধরা হয়, কিন্তু পৃথিবী পৃষ্ঠের বিভিন্ন অবস্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ g বিভিন্ন হয়। পৃথিবী পৃষ্ঠের সর্বোচ্চ পর্বতশৃঙ্গ এভারেস্টের উচ্চতা $8{\cdot}848$ km।

(ক) মুক্তি বেগ কী ?

(খ) অভিকর্ষজ ত্বরণের মান মেরু, বিষুবীয় ও ক্রান্তীয় অঞ্চলে ভিন্ন ভিন্ন কেন ?

(গ) উদ্দীপকে এভারেস্টের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত ?

(ঘ) ভূ-পৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় কোনো স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ $g' = g\left(1 - \frac{2h}{R}\right)$, গাণিতিক বিশ্লেষণ কর।

(গ) কাঠামোবদ্ধ ও রচনামূলক প্রশ্ন

১। পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে গ্যালিলিও কয়টি সূত্র প্রদান করেছেন ? ১ম সূত্রটি বিবৃত কর।

২। পড়ন্ত বস্তুর সূত্রগুলো ব্যাখ্যা কর।

৩। একটি পরীক্ষার সাহায্যে পড়ন্ত বস্তুর প্রথম সূত্র প্রমাণ কর।

৪। গ্রহের গতি সম্পর্কিত কেপলারের কয়টি সূত্র রয়েছে এবং কী কী ?

৫। গ্রহের গতি সম্পর্কিত সূত্রগুলো বিবৃত ও ব্যাখ্যা কর।

৬। প্রতিটি গ্রহের পর্যায়কালের বর্গ গ্রহের কক্ষপথের পরাক্ষের অর্ধেকের ঘন-এর সমানুপাতিক—ব্যাখ্যা কর।

৭। কেপলারের দ্বিতীয় সূত্রটি বর্ণনা কর।

৮। কেপলারের তৃতীয় সূত্রটি বর্ণনা কর।

৯। মহাকর্ষ কী ?

১০। অভিকর্ষ কী ?

১১। নিউটনের মহাকর্ষীয় সূত্রটি লিখ।

১২। মহাকর্ষীয় সূত্রের ভেক্টর রূপটি লিখ।

১৩। মহাকর্ষ বলের প্রকৃতিগুলি লিখ।

১৪। মহাকর্ষীয় ধ্রুবককে বিশ্বজনীন ধ্রুবক বলা হয় কেন ?

১৫। নিউটনের সূত্র থেকে কেপলারের সূত্র প্রতিপাদন কর।

১৬। মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের একক ও মাত্রা সমীকরণ লিখ।

১৭। অভিকর্ষজ ত্বরণ কী ?

১৮। প্রমাণ কর যে অভিকর্ষজ ত্বরণ এবং মহাকর্ষীয় প্রাবল্যের সংখ্যাগত মান সমান।

১৯। g এর মান পরিবর্তিত হয় কেন ?

২০। মহাকর্ষীয় ধ্রুবক ও অভিকর্ষজ ত্বরণের মধ্যকার সম্পর্কটি লিখ।

২১। অভিকর্ষজ ত্বরণ g-এর পরিবর্তনের কারণগুলো কী কী ?

২২। ভর ও ওজনের পার্থক্য ব্যাখ্যা কর।

২৩। পৃথিবীর কেন্দ্রে বস্তুর ওজন শূন্য হয় কেন ?

২৪। অভিকর্ষীয় ত্বরণের মেরু বিষুবীয় ও ক্রান্তীয় অঞ্চলে ভিন্ন হয় কেন?

২৫। অবাধে পতনশীল বস্তুর ওজন শূন্য কেন ?

২৬। পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ও দূরত্বের একটি লেখচিত্র অঙ্কন কর।

২৭। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য বলতে কী বুঝ ?

২৮। মহাকর্ষীয় বিভব কী ?

২৯। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য ও মহাকর্ষীয় বিভবের মধ্যে সম্পর্কটি লিখ।

৩০। প্রমাণ কর যে একটি ভারী বস্তু হতে অসীম দূরত্বে অবস্থিত কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব ও মহাকর্ষীয় প্রাবল্য উভয়ের মান শূন্য।

৩১। অভিকর্ষ কেন্দ্র বলতে কী বুঝ ?

৩২। ভরকেন্দ্র কাকে বলে ?

৩৩। মুক্তি বেগ কী ?

৩৪। পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে মুক্তিবেগ চন্দ্রপৃষ্ঠ থেকে মুক্তিবেগ অপেক্ষা বড় না ছোট ? —ব্যাখ্যা কর।

৩৫। বৃহস্পতির মুক্তিবেগের মান $6.02\times10^4\ ms^{-1}$ বলতে কী বুঝ ? [ঢা. বো. ২০১৫]

৩৬। কৃত্রিম উপগ্রহ কী ?

৩৭। ভূ-স্থির উপগ্রহ কাকে বলে ?

৩৮। কৃত্রিম উপগ্রহের ব্যবহার লিখ। এর পর্যায়কালের মান নির্ণয় কর।

৩৯। মহাকর্ষ সূত্র ব্যবহার করে কীভাবে প্রাকৃতিক সম্পদ অনুসন্ধান করা যায় বর্ণনা কর।

৪০। বস্তু গবেষণায় মহাকর্ষ সূত্রের ব্যবহার আলোচনা কর।

৪১। কৃত্রিম উপগ্রহের মাধ্যমে পৃথিবীর বিভিন্ন স্থানের যোগাযোগ ব্যবস্থা বর্ণনা কর।

(ঘ) ক্রিয়াকর্ম

প্রতিবেদন রচনা : ৬.১১ অনুচ্ছেদের তিনটি বিষয় পর্যবেক্ষণ কর এবং বিজ্ঞানের অগ্রযাত্রায় পদার্থবিজ্ঞানের ভূমিকা শীর্ষক প্রতিবেদন রচনা কর।

শিক্ষক সব থেকে ভালো প্রতিবেদন নির্বাচন করে শ্রেণিকক্ষে উপস্থাপন করবেন।

(ঙ) কাজ (গানিতিক সমস্যা)

১। 2 kg ভরের একটি বস্তুকে সুতায় ঝুলায়ে $2.2\ ms^{-2}$ সমত্বরণে (i) উপরে উঠালে, (ii) নিচে নামালে সুতার টান কত হবে ? [উ. 24 N ও 15.2 N]

২। 2 kg ভরের একটি বস্তু সুতায় ঝুলানো আছে। সুতার টান 27.6N হলে বস্তুটির ত্বরণ কত? [উ. $4\ ms^{-2}$]

৩। দুটি গোলকের ভর যথাক্রমে 40 kg ও 15 kg। তাদের কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব 0.1 m হলে, পারস্পরিক আকর্ষণ বল কত হবে ? [$G = 6.66\times10^{-11}\ N\text{–}m^2.kg^{-2}$] [উ. 39.96×10^{-7} N]

৪। একটি নক্ষত্রের চারদিকে আবর্তনরত দুটি গ্রহ R এবং S-এর কক্ষপথের ব্যাসার্ধের অনুপাত 5 : 7। R গ্রহের আবর্তনকাল 5×10^7 sec হলে S গ্রহের আবর্তনকাল বের কর। [উ. 8.28×10^7 sec]

৫। বৃহস্পতি 11.9 বছরে একবার সূর্যকে প্রদক্ষিণ করে। অন্যদিকে পৃথিবী বছরে একবার সূর্যকে প্রদক্ষিণ করে। বৃহস্পতি এবং পৃথিবী হতে সূর্যের দূরত্বের তুলনা কর।

[উ. বৃহস্পতি হতে সূর্যের দূরত্ব পৃথিবী হতে সূর্যের দূরত্বের 5.20 গুণ]

৬। সূর্যের চারদিকে শুক্র ও পৃথিবীর আবর্তনকাল যথাক্রমে 223 দিন ও 365 দিন। গ্রহ দুটির কক্ষপথের ব্যাসার্ধের অনুপাত নির্ণয় কর। [উ. 54 : 75]

৭। একটি মহাশূন্যযান পৃথিবী থেকে চাঁদের দিকে যাচ্ছে। পৃথিবী থেকে এমন একটি অবস্থান বের কর যেখানে এর মহাকর্ষীয় বল শূন্য। [পৃথিবীর ভর $= 6 \times 10^{24}$ kg, চাঁদের ভর $= 7.4 \times 10^{22}$ kg। পৃথিবী ও চাঁদের মধ্যবর্তী দূরত্ব $= 3.8 \times 10^{8}$ m] [উ. 3.42×10^{8} m]

৮। সূর্যের চারদিকে শুক্র ও পৃথিবীর কক্ষপথের ব্যাসার্ধের অনুপাত 54:75। পৃথিবীতে 365 দিনে এক বছর হলে শুক্রতে কত দিনে এক বছর হবে ? [উ. 223 দিন]

৯। ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় গেলে সেখানকার অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের এক শতাংশ হবে ? পৃথিবীকে 6.4×10^{6}m ব্যাসার্ধের গোলক মনে কর। [উ. 57.6×10^{6} m]

১০। পৃথিবী সূর্যের চারদিকে 1.5×10^{11}m দূর থেকে এক বছরে একবার ঘুরে আসছে। সূর্যের ভর 1.99×10^{30} kg হলে, কক্ষপথে পৃথিবীর দ্রুতি কত ? [উ. 30 kms^{-1}]

১১। একটি গ্রহের ভর ও ব্যাসার্ধ উভয়ই যথাক্রমে পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ। ভূ-পৃষ্ঠে $g = 9.8\ ms^{-2}$ হলে ঐ গ্রহের পৃষ্ঠে g নির্ণয় কর। [উ. 4.9 ms^{-2}]

১২। 4 km গভীর খনি গর্তে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় কর। ভূ-পৃষ্ঠে g এর মান 9.80 ms^{-2}. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km. [উ. 9.795 ms^{-2}]

১৩। $g = 9.8\ ms^{-2}$ স্থানে একটি স্প্রিং নিক্তিতে কোনো একটি বস্তুর ওজন 9.8 N হলো। বস্তুটির ভর কত ? কোনো স্থানে ঐ স্প্রিং নিক্তিতে বস্তুটির ওজন 9.4 N হলে ঐ স্থানের অভিকর্ষীয় ত্বরণ নির্ণয় কর।

[উ. 1 kg ; 9.4 ms^{-2}]

১৪। মঙ্গলগ্রহের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের 0.532 গুণ এবং ভর 0.11 গুণ। ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 9.8 ms^{-2} মঙ্গলের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় কর। [উ. 3.8 ms^{-2}]

১৫। পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে 200 km ভিতরে অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান নির্ণয় কর। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6.4×10^{6}m, $G = 6.67 \times 10^{-11}\ Nm^{2}\ kg^{-2}$ এবং পৃথিবীর গড় ঘনত্ব $5.5 \times 10^{3}\ kgm^{-3}$। [উ. 9.52 ms^{-2}]

১৬। চন্দ্রপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ মানের $\frac{1}{5}$। পৃথিবীর ভর চাঁদের ভরের প্রায় 81 গুণ হলে পৃথিবীর ব্যাস চাঁদের ব্যাসের কত গুণ ? [উ. 4.02]

১৭। ঘূর্ণনের জন্য বিষুব অঞ্চলে অভিকর্ষীয় ত্বরণ কত কম হবে ? [ধর $R = 6.4 \times 10^{3}$ km] [উ. 0.034 ms^{-2}]

১৮। বৃহস্পতির ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের 10.97 গুণ এবং বৃহস্পতির ভর পৃথিবীর ভরের 318.3 গুণ। ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 9.8 ms^{-2}। বৃহস্পতির পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বের কর। [উ. 25.92 ms^{-2}]

১৯। ভূ-কেন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বের কর। [ঢা. বো. ২০১১] [উ. শূন্য]

২০। পৃথিবী পৃষ্ঠে একজন লোকের ওজন 81 কিলোগ্রাম-ওজন হলে চন্দ্র পৃষ্ঠে তার ওজন কত হবে ? (পৃথিবীর ভর চন্দ্রের ভরের 81 গুণ এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ চন্দ্রের ব্যাসার্ধের 4 গুণ) [উ. 16 কিলোগ্রাম]

২১। পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান পৃথিবী পৃষ্ঠের ত্বরণের মানের শতকরা একাশি ভাগ হবে ? [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $= 6.38 \times 10^{6}$m] [উ. 7.1×10^{5} m]

২২। পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান পৃথিবীর ত্বরণের মান শতকরা চল্লিশ ভাগ হবে ? (পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.38 \times 10^{6}$ m)। [সি. বো. ২০০৬] [উ. 1.9×10^{6} m]

২৩। ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত গভীরে অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের মানের এক পঞ্চমাংশ হবে ? (পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^{3}$ km) [উ. 5.12×10^{3} km]

২৪। 2000 kg ভরবিশিষ্ট কোনো বস্তু থেকে 10 মিটার দূরে কোনো বিন্দুতে বিভব নির্ণয় কর।
[$G = 6.67 \times 10^{-11}\ Nm^{2}\ kg^{-2}$] [উ. — 1.334×10^{-8} Jkg^{-1}]

২৫। পৃথিবীর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র হতে একটি বস্তু নিষ্ক্রমনের জন্য এর প্রক্ষেপণের ন্যূনতম বেগ নির্ণয় কর। [য. বো. ২০০৪] [উ. $11.2\ kms^{-1}$]

২৬। পৃথিবীর কৌণিক বেগ বর্তমানের কত গুণ হলে ভূ-পৃষ্ঠের একটি বস্তু মহাশূন্যের দিকে উধাও হবার উপক্রম করবে? [উ. 17 গুণ]

২৭। দেখাও যে, পৃথিবীর দ্বিগুণ ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি কাল্পনিক গ্রহ হতে মুক্তি বেগ পৃথিবী হতে মুক্তি বেগের 1.41 গুণ।

২৮। পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে সর্বদা 620 km উর্ধ্বে থেকে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীর চারদিক কত অনুভূমিক বেগে প্রদক্ষিণ করে ? [ভূ-পৃষ্ঠে $g = 9.8\ ms^{-2}$ ও পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6380$ km] [উ. $7.548\ kms^{-1}$]

২৯। পৃথিবীর একটি কৃত্রিম উপগ্রহ ভূ-পৃষ্ঠ হতে 900 km উর্ধ্বে থেকে পৃথিবী প্রদক্ষিণ করছে। উপগ্রহটির ন্যূনতম দ্রুতি ও আবর্তনকাল নির্ণয় কর। [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6400$ km এবং $g = 9.8\ ms^{-2}$]

[উ. $7.4\ km\ s^{-1}$ ও 1 ঘণ্টা 43 মিনিট 15 সেকেন্ড]

৩০। পৃথিবীর ভর এবং চাঁদের ভর এবং এদের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে M_1, R_1 এবং M_2, R_2। ওদের কেন্দ্র দুটির মধ্যবর্তী দূরত্ব d। কেন্দ্র দুটির মধ্যবিন্দু থেকে m ভরের কোনো বস্তুকে ন্যূনতম কত বেগে প্রক্ষেপ করলে সেটি অসীম দূরত্বে চলে যাবে ? [উ. $v = \sqrt{\frac{4G(M_1 + M_2)}{d}}$]

৩১। পৃথিবীর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র হতে একটি বস্তু নিষ্ক্রমনের জন্য এর প্রক্ষেপণের ন্যূনতম বেগ নির্ণয় কর।

[উ. $11.2\ kms^{-1}$]

৩২। পৃথিবীর নিজ অক্ষের উপর আবর্তনকাল 24 hrs ; মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $6.7 \times 10^{-11}\ Nm^2 kg^{-2}$, পৃথিবীর ভর 6×10^{24} kg এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6.4×10^6 m হলে একটি ভূ-স্থির উপগ্রহের উচ্চতা এবং বেগ নির্ণয় কর।

[উ. 3.6×10^4 km : $3.1\ kms^{-1}$]

৩৩। একটি রিমোট সেন্সিং স্যাটেলাইট পৃথিবীর চারিদিকে ভূ-পৃষ্ঠ হতে 250 km উপরে বৃত্তাকার পথে ঘুরছে। এই পথে স্যাটেলাইটটির গতিবেগ এবং ঘূর্ণন কাল নির্ণয় কর। ($R_e = 6400$ km, $g = 9.8\ ms^{-2}$)

[বুয়েট ভর্তি পরীক্ষা, ২০০৮–০৯]

৩৪। ভূ-পৃষ্ঠের একজন লোকের ওজন 600N তিনি চাঁদে গিয়ে কতটুকু ওজন হারাবেন ? পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের 81 এবং 4 গুণ। [সি. বো. ২০০৯; চ. বো. ২০০৭] [উ. 481.5 N]

৩৫। ভূ-পৃষ্ঠ হতে অল্প উচ্চতায় এবং ভূ-পৃষ্ঠের সমান্তরালে একটি নভোযান কি দ্রুতিতে চললে একজন যাত্রী ওজনহীনতা অনুভব করবে ? (পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6.4×10^6 m এবং $g = 9.8\ ms^{-2}$) [উ. $7.9\ kms^{-1}$]

৩৬। মঙ্গলগ্রহের ভর 6.6×10^{23} kg এবং ব্যাসার্ধ 3.4×10^6m হলে মঙ্গলগ্রহে মুক্তি বেগ কত ? [উ. $5.1\ kms^{-1}$]