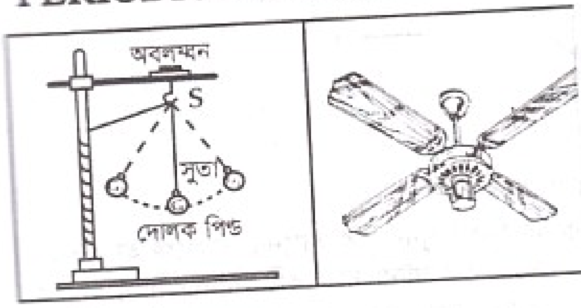
# ৮

# পর্যাবৃত্তিক গতি

## PERIODIC MOTION




## ভূমিকা

### Introduction

পূর্বের অধ্যায়গুলোতে বস্তুর চলন গতি, বৃত্ত
ধরনের অতি পরিচিত গতি আলোচনা করব যা পর্যাবৃত্ত
উপগ্রহের গতি ইত্যাদি পর্যাবৃত্ত গতি। পর্যাবৃত্ত গতিরই
স্পন্দন সমার্থকবোধক শব্দ। পদার্থবিজ্ঞানের বিভিন্ন
সংক্ষেপে S.H.M.) নামক এক বিশেষ ধরনের দোল গ
তথা সরল ছন্দিত গতির বিভিন্ন রূপ আলোচনা করব।

এ অধ্যায় পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা—

- পর্যাবৃত্ত গতি ও সরল ছন্দিত গতি ব্যাখ্যা কর
- সরল ছন্দিত গতির রাশিসমূহ ব্যাখ্যা করতে
- দৈনন্দিন জীবনে সরল দোলন গতির ব্যবহার
- সরল দোলন গতিসম্পন্ন বস্তুর অন্তরক সমী
- লেখচিত্রের সাহায্যে সরল দোলন গতিসম্পন্ন
- ব্যবহারিক :
  (ক) স্প্রিং ধ্রুবক নির্ণয়ের পরীক্ষা।
  (খ) স্প্রিং-এর সাহায্যে ভরের তুলনা।

- গতিপথের সাম্যাবস্থান ...
- সরল দোলন গতির মধ্যাবস্থানে বলের মান শূন্য এবং বিস্তারের প্রান্তে বল সর্বাধিক
- সরল দোলন গতির বিস্তারের প্রান্তে সরণ সর্বাধিক এবং মধ্যাবস্থানে ত্বরণ শূন্য
- একটি হাত ঘড়ির সেকেন্ড, মিনিট ও ঘন্টার কাঁটার পর্যায় কাল যথাক্রমে 60 সেকেন্ড 60 মিনিট ও 12 ঘন্টা
- একটি সরল দোলক প্রতি দোলনকালে দুই বার টিক করে।
- যে দোলকের দোলনকাল 2 সেকেন্ড তাকে সেকেন্ড দোলক বলে এর কম্পাংক $n = 1/2$ দোলন / সে.
  সকল সেকেন্ড দোলক অবশ্যই একটি বিশেষ সরল দোলক

**সরল দোলকের ব্যবহার:**

- স্প্রিং ধ্রুবক নির্ণয়।
- অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর মান নির্ণয়।
- পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয়, সময় নির্ণয়।

**সরল ছন্দিত স্পন্দন গতির উদাহরণ:**

- কম বিস্তারের সরল দোলকের গতি
- সুরশলাকার বাহুর কম্পন
- স্প্রিং এর উলম্ব কম্পন

**সরল ছন্দিত স্পন্দনের বৈশিষ্ট্য:**

- এটি পর্যায় গতি
- একটি নির্দিষ্ট সময় অন্তর অন্তর এই গতি বিপরীতমুখী হয়
- ত্বরণ বস্তুর সরণের সমানুপাতিক
- ত্বরণ বস্তুর সরণের বিপরীতমুখী
- ত্বরণ বস্তু কণাটির মধ্য অবস্থান অভিমুখী
- স্পন্দনের সীমা মধ্য স্থান থেকে উভয় দিকে সমান দূরত্বে অবস্থিত
- এটি সরলরৈখিক ও কৌণিক দুই ধরনের হতে পারে।
- সাম্যবিন্দুতে কণার বিভবশক্তি সবচেয়ে কম, গতিশক্তি সবচেয়ে বেশি।
- গতির সার্বিক অবস্থা দশা দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- সাইন বা কোসাইনের অপেক্ষকরূপে প্রকাশ করা হয়।
- গতিপথের চরম অবস্থানের ত্বরণ সর্বাধিক এবং মধ্য অবস্থানের ত্বরণ শূন্য।
- $x = A\sin(\omega t + \delta)$ হল সরল ছন্দিত স্পন্দনের ব্যবকলনীয় সমীকরণের সাধারণ সমাধান।

... সমানুপাতিক ও বিপরীতমুখী।

- স্প্রিং এর বল ধ্রুবক, $k = \frac{mg}{l}$
- কম্পাংক, $n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$
- হারানো সময় $= \frac{\text{'g'এর পরিবর্তন}}{\text{'g'}} \times 43200$

**বিবিধ:**

- এক পর্যায়কালে গড় বিভবশক্তি বা স্থিতিশক্তি $P.E_a = \frac{m\omega^2A^2}{4} = \frac{KA^2}{4}$

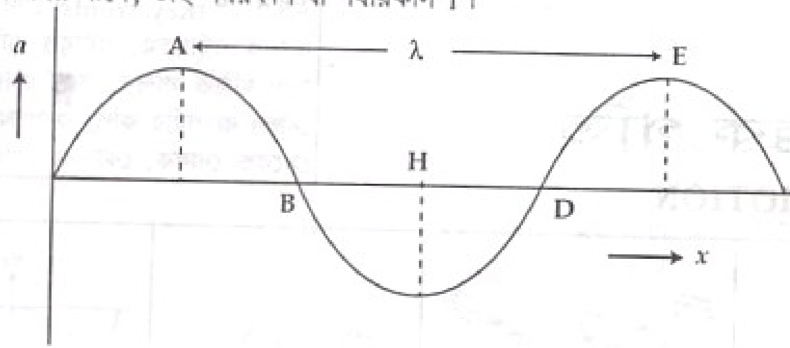
## ৮.১ পর্যাবৃত্ত

### Periodicity

যদি কোনো একটি বস্তু নির্দিষ্ট সময় পর ... সময় অন্তর অতিক্রম করে তবে তাকে পর্যাবৃত্ত বলে। একটি সরল দোলক এক প্রান্ত থেকে শুরু করে অপর ... একটি নির্দিষ্ট স্পন্দক (oscillator) তরঙ্গ উৎপন্ন করে [চিত্র ৮.১] এবং লক্ষ করলে দেখা যাবে যে X-অক্ষের যেকোনো নির্দিষ্ট বিন্দুতে (যেমন A অথবা B বিন্দুতে), তরঙ্গের বিস্তার নির্দিষ্ট সময় অন্তর অন্তর পুনরাবৃত্তি ঘটছে। এগুলো সবই পর্যাবৃত্তির উদাহরণ।

পৃথিবী সূর্যের চারদিকে 365 দিনে একবার ঘুরে আসে। এ সময়কে পর্যায়কাল বলে। সুতরাং সূর্যের চারদিকে পৃথিবীর ঘূর্ণনের পর্যায়কাল 365 দিন। অনুরূপভাবে, সরল দোলক এক বিন্দু থেকে যাত্রা শুরু করে পুনরায় ঐ একই

বিন্দুতে ফিরে আসতে যে সময় লাগে সেটি ঐ দোলকের পর্যায়কাল। ৮·১ চিত্রে একটি কণার A বিন্দু হতে E পর্যন্ত অতিক্রম করতে যে সময় লাগে, তাই সময়কাল বা পর্যায়কাল T।




চিত্র ৮·১

পর্যায়কাল সময় সাপেক্ষে হতে পারে, আবার স্থান সাপেক্ষে হতে পারে।

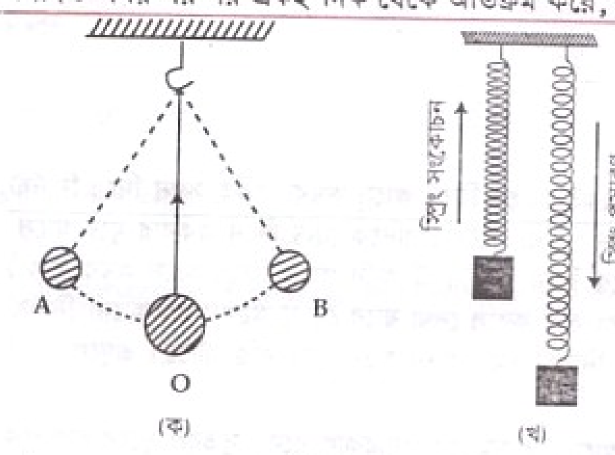
**স্থানিক পর্যায়ক্রম (Spatial periodicity) :** যখন কোনো কিছুর পুনরাবৃত্তি স্থানের সাপেক্ষে হয়, তখন তাকে স্থানিক পর্যায়ক্রম বলে। অর্থাৎ স্থানিক পর্যায়কাল হলো সেই সকল ঘটনা যা একটি নির্দিষ্ট দূরত্ব পরপর পুনরাবৃত্তি ঘটে। যেমন— সরল দোলকের গতি, কঠিন পদার্থের কেলাসের মধ্যে অণু, ডোরাকাটা শার্টের ডোরাগুলোর অবস্থান, ধান ক্ষেতে বাতাস বইলে সৃষ্ট ধান ক্ষেতে ঢেউয়ের গতি, ইলেকট্রিক পোল ইত্যাদি। উপরের উদাহরণের অণুগুলো নির্দিষ্ট অবস্থান পর পর, শার্টের ডোরাগুলো নির্দিষ্ট দূরত্ব পর পর, ইলেকট্রিক পোলগুলো নির্দিষ্ট অবস্থান পর পর পুনরাবৃত্তি ঘটে।

**কালিক পর্যায়ক্রম (Temporal periodicity) :** পর্যাবৃত্তির পর্যায়কাল যদি একটি নির্দিষ্ট সময় সাপেক্ষ হয়, তবে তাকে কালিক পর্যায়ক্রম বলে। অর্থাৎ কালিক পর্যায়ক্রম হলো সেই সকল ঘটনা যা একটি নির্দিষ্ট সময় পরপর পুনরাবৃত্তি ঘটে। যেমন—ঘড়ির সেকেন্ড বা মিনিটের কাটা যথাক্রমে 60 সেকেন্ড বা 60 মিনিট পর পর, ঘণ্টার কাটা 12 ঘণ্টা পর পর পুনরাবৃত্তি ঘটে এবং পৃথিবী সূর্যের চারদিকে ৩৬৫ দিনে একবার ঘুরে আসে ইত্যাদি।

## ৮·২ পর্যাবৃত্ত গতি
### Periodic Motion

ঘড়ির পেন্ডুলাম বামে-ডানে দুলতে দেখি বা স্প্রিং-এর সংকোচন-প্রসারণজনিত গতিও আমরা লক্ষ করে থাকি [চিত্র ৮·২(ক)]। আমরা দেখতে পাই যে, **নির্দিষ্ট সময় পর পর বস্তু দুটির গতির পুনরাবৃত্তি ঘটে। এ ধরনের গতিই হলো পর্যাবৃত্ত গতি।** তাহলে আমরা বলতে পারি, কোনো বস্তুর গতি যদি এমন হয় যে, একটি নির্দিষ্ট সময় পর পর বস্তুটির গতির পুনরাবৃত্তি ঘটে তবে ঐ গতিকে পর্যাবৃত্ত গতি বলে।

কোনো গতিশীল বস্তু কণার গতি যদি এমন হয় যে, এটি তার গতিপথে কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট সময় পর পর একই দিক থেকে অতিক্রম করে, তাহলে সেই গতিকে পর্যাবৃত্ত গতি বলে।




চিত্র ৮·২

পর্যাবৃত্ত গতিতে চলমান গতিপথ নির্দিষ্ট এবং নির্দিষ্ট সময় পর পর বস্তুটি গতিপথের একই বিন্দুকে একই দিক থেকে অতিক্রম করে। এই গতিপথের কোনো নির্দিষ্ট জ্যামিতিক রূপ, যেমন সরলরেখা, বৃত্ত, উপবৃত্ত ইত্যাদি থাকতে পারে, আবার নাও থাকতে পারে। স্প্রিং থেকে ঝুলন্ত কোনো বস্তুকে [চিত্র ৮·২(খ)] নিচের দিকে সামান্য টেনে ছেড়ে দিলে সেটি পর্যায়ক্রমে উপর-নিচ করতে থাকে। লক্ষ করলে দেখা যায় যে, বস্তুটি গতিপথের একই বিন্দু দিয়ে নির্দিষ্ট সময় পর পর উপর থেকে নিচে বা নিচ থেকে

উপরে যাচ্ছে। বস্তুটির এই গতি সরলরৈখিক পর্যাবৃত্ত গতি (Linear periodic motion)। একখন্ড পাথরে সুতা বেঁধে স্থির কৌণিক বেগে ঘুরাতে থাকলে পাথরটি বৃত্তীয় পর্যাবৃত্ত গতিতে (rotational periodic motion) আবর্তন করে। পৃথিবী সূর্যের চারদিকে উপবৃত্তাকার কক্ষপথে ঘোরে। এক বছর পর পর পৃথিবীর এই গতি পুনরাবৃত্ত হয়। এটি উপবৃত্তীয় পর্যায় গতির (elliptical periodic motion) একটি উদাহরণ।

আবার ধরা যাক, একটি সুতা এলোমেলোভাবে মেঝের উপর রাখা আছে। একটি পিঁপড়া ঐ সুতার ওপর দিয়ে সমদ্রুতিতে হাঁটতে থাকল। দেখা গেল যে পিঁপড়াটি সুতার যেকোনো স্থান একটি নির্দিষ্ট সময় পরপর পেরিয়ে যাচ্ছে। এখানে দড়িটির কোনো নির্দিষ্ট জ্যামিতিক রূপ নেই। তবুও পিঁপড়ার গতি পর্যাবৃত্ত গতি হবে।

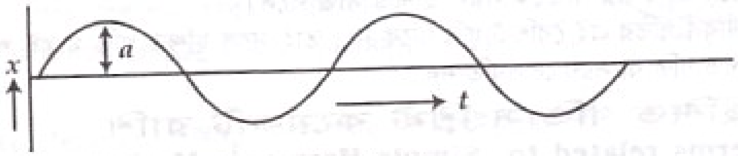
সুরযন্ত্রের তার বা বায়ুমন্ডলের গতি, ঘড়ির কাঁটার গতি, বাষ্প বা পেট্রোল ইঞ্জিনের সিলিন্ডারের মধ্যে পিস্টনের গতি, কঠিন বস্তুতে পরমাণুর স্পন্দন ইত্যাদি হলো পর্যাবৃত্ত গতি। যাতার গতি

পর্যাবৃত্ত গতিসম্পন্ন কণার স্পন্দন একটি sin তরঙ্গ সদৃশ যার একটি বিস্তার, একটি কৌণিক কম্পাঙ্ক এবং একটি সময়ের রাশি থাকে। X-অক্ষ অভিমুখে একটি পর্যাবৃত্ত কণার সমীকরণ হলো

$$x = a \sin \omega t \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (8.1)$$

এখানে $a$ = বিস্তার, $\omega$ = কৌণিক কম্পাঙ্ক, $t$ = সময়

নিচের [চিত্র ৮·২(গ)] লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণটিকে দেখানো যায় :




চিত্র ৮·২ (গ)

**পর্যাবৃত্ত গতির বৈশিষ্ট্য : পর্যাবৃত্ত গতিসম্পন্ন কোনো কণা যে নির্দিষ্ট সময় পর পর কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট দিক দিয়ে অতিক্রম করে সেই সময়কে পর্যায়কাল বলে।** পর্যাবৃত্ত গতির গতিপথ বৃত্তাকার, উপবৃত্তাকার, সরলরৈখিক ও আরো জটিল হতে পারে।

**পর্যাবৃত্ত গতিসম্পন্ন কণা যদি পর্যায়কালের অর্ধেক সময় কোনো নির্দিষ্ট দিকে এবং বাকি অর্ধেক সময় একই পথে তার বিপরীত দিকে চলে তবে তার গতিকে স্পন্দন গতি বলে।**

**উদাহরণ :** সরল দোলকের গতি, গীটারের তারের গতি, শব্দ সঞ্চালনের সময় বায়ুর কণার স্পন্দন ইত্যাদি। (০৮-০৪)

~~ঘড়ির কাঁটার গতি~~, দেয়াল ঘড়ির দোলকের গতি, স্প্রিং এর গতি, ইঞ্জিনের পিস্টনের গতি

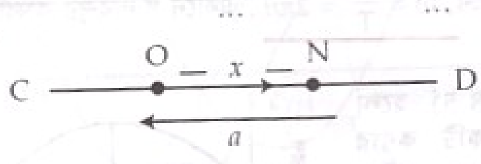
## ৮·৩ সরল ছন্দিত গতির বলের বৈশিষ্ট্য
## Characteristics of Force for Simple Harmonic Motion

ছন্দিত গতি একটি বিশেষ ধরনের দোলনগতি। মনে করি, C এবং D বিন্দুর মধ্যে সরলরেখা বরাবর দোলনরত একটি কণা N এর গতিপথ নির্দেশিত হবে [চিত্র ৮·৩]। O বিন্দু কণাটির সাম্যাবস্থান এবং যেকোনো মুহূর্তে সাম্যাবস্থান থেকে এর সরণ $x$। কণার গতি ছন্দিত গতি হলে ঐ মুহূর্তে কণাটির ত্বরণ $a$-এর মান $x$-এর সমানুপাতিক এবং অভিমুখ O বিন্দুর দিকে হয় অর্থাৎ $a$ সরণ $x$ এর বিপরীতমুখী হয়। সেজন্য আমরা লেখতে পারি,

$a \propto -x$ বা, $a = -kx$

এখানে $k$ = ধ্রুবক $= \omega^2$; $\omega$ হলো কণাটির কৌণিক বেগ।

$$\therefore\ a = -\omega^2 x \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (8.2)$$




চিত্র ৮·৩

আবার ত্বরণ কীভাবে সময়ের সাথে পরিবর্তিত হয় তা আমরা জানি। নিউটনের ২য় সূত্র অনুযায়ী বল কোনো বস্তুতে ক্রিয়াশীল হলে ত্বরণ সৃষ্টি হয়।

অর্থাৎ $F = ma$

$\therefore \quad F = -m\omega^2 x$ (8.2 সমীকরণ অনুযায়ী)

বা, $F = -(m\omega^2)\,x$ বা, $F = -Kx$

$\therefore \quad F \propto x$ ... ... ... (8.3)

অর্থাৎ সরল ছন্দিত গতি বল বা প্রত্যায়নী বল সরণের সমানুপাতিক ও বিপরীতমুখী।

উপরোক্ত আলোচনা থেকে আমরা সহজেই ছন্দিত গতির বলের বৈশিষ্ট্য বর্ণনা করতে পারি।

## সরল ছন্দিত গতির বলের বৈশিষ্ট্য
## Characteristics of force of simple Harmonic Motion

(১০-১১) (১২-১৩) রাবি.০৩

(i) এটি একটি বিশেষ ধরনের ছন্দিত বা দোলনগতিসম্পন্ন কণার উপর সৃষ্ট বল।

(ii) এই গতির ক্ষেত্রে কণার ত্বরণ এবং এর উপর ক্রিয়াশীল বল-এর মান কণার সরণের সমানুপাতিক।

(iii) ত্বরণের এবং কণার উপর ক্রিয়াশীল বলের অভিমুখ সব সময় সাম্যাবস্থানের দিকে হয়, অর্থাৎ কণার সরণের বিপরীত দিকে হয়।

(iv) এই ধরনের গতির বলের গতিপথ সরলরৈখিক হয়।

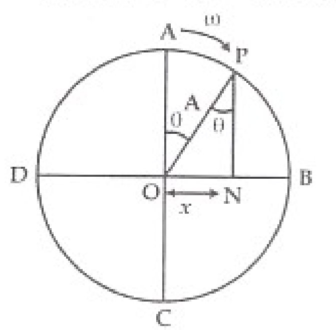
**কোনো দোলনরত কণার ত্বরণ সাম্যাবস্থান থেকে এর দূরত্বের সমানুপাতিক ও সব সময় সাম্যাবস্থানের অভিমুখী হলে ঐ কণার গতিকে সরল ছন্দিত গতি বলে।**

স্পষ্টত সব পর্যাবৃত্ত গতির এই বৈশিষ্ট্যগুলি থাকে না। তাই সরল ছন্দিত গতি মাত্রই পর্যাবৃত্ত গতি হলেও সব পর্যাবৃত্ত গতি সরল ছন্দিত গতি বা সরল দোলগতি নয়।

## ৮.৪ সরল ছন্দিত গতি সংশ্লিষ্ট কয়েকটি রাশি
## Some terms related to Simple Harmonic Motion

নির্দেশক বৃত্তের ধারণাকে কাজে লাগিয়ে সরল ছন্দিত গতি সংক্রান্ত বিভিন্ন রাশির বর্ণনা পাওয়া যায়। নির্দেশক বৃত্তের সাহায্যে সরল ছন্দিত গতি সংক্রান্ত সরণ, বেগ ও ত্বরণের রাশিমালা এবং পর্যায়কাল, কম্পাঙ্ক, কৌণিক কম্পাঙ্ক ও দশা প্রতিপাদন করা হলো—

**(১) সরণ :** মনে করি একটি বস্তুকণা O বিন্দুকে কেন্দ্র করে A ব্যাসার্ধের ABCD বৃত্তপথে তীর চিহ্নিত দিকে $\omega$ কৌণিক বেগে ঘুরছে এবং $t$ সময়ে A বিন্দু হতে P বিন্দুতে আসছে [চিত্র ৮.৪]। P বিন্দু হতে বৃত্তের ব্যাস DB-এর উপর PN লম্ব টানি। এখানে লম্ব পাদ বিন্দুর সরণ, $x = ON$



চিত্র ৮.৪

চিত্র হতে $\angle AOP = \angle OPN = \theta$, এখানে $\theta$ = কৌণিক সরণ।

আমরা পাই, $\dfrac{ON}{OP} = \sin\theta$

বা, $ON = OP \times \sin\theta$

$\therefore \quad x = A\sin\theta$, এখানে $x$ = মূলবিন্দু থেকে সরণ এবং $OP = A$ = নির্দেশক বৃত্তের ব্যাসার্ধ।

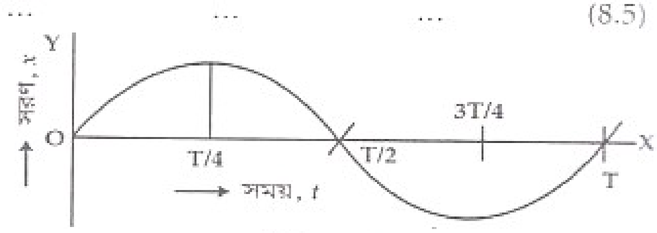
বা, $x = A\sin\omega t$ ... ... ... (8.4)

এখানে $\theta = \omega t$, আদি দশা ($\delta$) বিবেচনা করলে $x = A\sin(\omega t + \delta)$ হয়।

ইহা সরল ছন্দিত স্পন্দনরত কণার সাধারণ সমীকরণ নির্দেশ করে। এই সমীকরণে A, কম্পনরত কণার বিস্তার নির্দেশ করে।

পাদবিন্দুর দোলনকাল T হলে, $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi n$, এখানে পাদবিন্দুর কম্পাঙ্ক, $n = \dfrac{1}{T}$ হলে (8.4) সমীকরণ থেকে পাই, $x = A\sin 2\pi nt$ ... ... ... (8.5)

সমীকরণ (8.4) এবং (8.5) হলো **সরল ছন্দিত স্পন্দনসম্পন্ন একটি কণার সরণের রাশিমালা।** সরণ-সময় লেখচিত্র একটি সাইন সদৃশ লেখ হবে। ৮.৪(ক) চিত্রে ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার সরণের সমীকরণ লেখচিত্রের মাধ্যমে দেখান হলো।



চিত্র ৮.৪ (ক)

**(২) বেগ (Velocity) :** আমরা জানি সময় সাপেক্ষে সরণের পরিবর্তনের হারকে বেগ বলে। একে সাধারণত $v$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

$\therefore$ বেগ, $v = \frac{d}{dt}(x) = \frac{d}{dt}(A \sin \omega t) = A\,\omega \cos \omega t$ এখানে, $x = A \sin \omega t$

$\therefore$ $\sin \omega t = \frac{x}{A}$ এবং $\cos \omega t = \sqrt{1 - \sin^2 \omega t}$

$\therefore$ বেগ, $v = A\omega\sqrt{1 - \sin^2\omega t} = A\omega\sqrt{1 - x^2/A^2}$

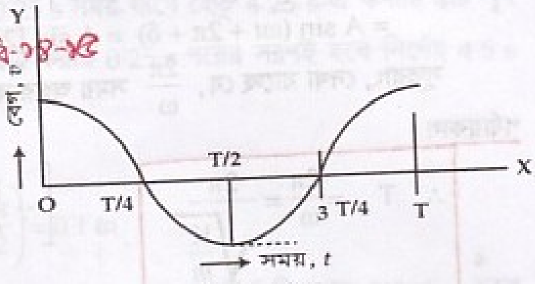
বা, $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$ … … …. (8.6)

সমীকরণ (8.6) বেগ ও সরণের মধ্যে সম্পর্ক নির্দেশ করে।

(ক) যখন $x = A$, তখন $v = 0$ এবং (খ) যখন $x = 0$,

তখন $\boxed{v_{max} = A\omega}$ এই অবস্থায় বেগ সর্বাধিক ($v_{max}$) হয়। চ.বি.১৪-১৫

৮.৪ চিত্র অনুযায়ী N বিন্দুর গতিপথের মধ্য অবস্থানে তার বেগ সর্বাধিক এবং সরণ বৃদ্ধির সাথে সাথে বেগ কমতে থাকে এবং চরম অবস্থানে B বা D বিন্দুতে এর বেগ শূন্য হবে অর্থাৎ বিস্তারের প্রান্তে বেগ শূন্য হবে। সরল ছন্দিত গতি সম্বন্ধে কণার বেগ-সময় লেখচিত্র একটি cos সদৃশ লেখচিত্র [চিত্র ৮.৪(খ)]।



চিত্র ৮.৪ (খ)

**(৩) ত্বরণ (Acceleration) :** আমরা জানি সময় সাপেক্ষে বেগের পরিবর্তনের হারকে ত্বরণ বলে। একে $a$ দ্বারা নির্দেশ করা হয়।

ত্বরণ, $a = \frac{d}{dt}(v) = \frac{d}{dt}(A\omega \cos \omega t) = -A\omega^2 \sin \omega t$

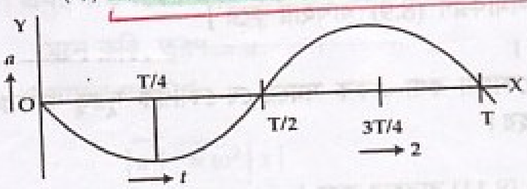
বা, $a = -\omega^2 x$ … … … (8.7) $[\because x = A \sin \omega t]$

সমীকরণ (8.7) ত্বরণ ও সরণের মধ্যে সম্পর্ক নির্দেশ করে।

ঋণ চিহ্ন বুঝায় যে, ত্বরণ ও সরণ পরস্পর বিপরীতমুখী।

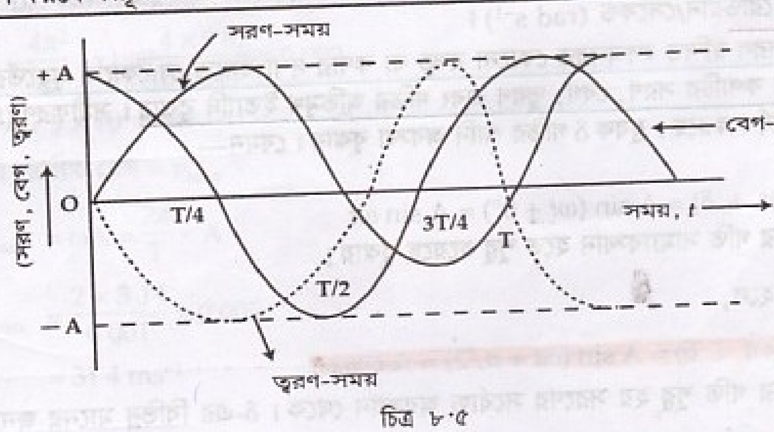
(ক) যখন $x = 0$, তখন $a = 0$ এবং (খ) যখন $x = A$, তখন $\boxed{a_{max} = \omega^2 A}$ অর্থাৎ ত্বরণ সর্বাধিক হয়। ঢা.বি.০৮-

৮.৪(গ) চিত্রে N বিন্দুর গতিপথের চরম অবস্থানে ত্বরণ সর্বাধিক এবং মধ্য অবস্থানে ত্বরণ শূন্য হবে। ত্বরণ-সময় লেখচিত্র একটি ঋণাত্মক sin সদৃশ লেখ। ইহা সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার ত্বরণের সমীকরণ নির্দেশ করে।



চিত্র ৮.৪ (গ)

**যাচাই কর :** সরণের সমীকরণ, $x = A \sin \omega t$, বেগ, $v = A\omega \cos \omega t$ এবং ত্বরণ $a = -A\omega^2 \sin \omega t$ কে একটি লেখচিত্ররূপে প্রকাশ করলে কীরূপ দেখাবে ? পর্যায়কাল ও দশা বিবেচনা করে ব্যাখ্যা কর।



চিত্র ৮.৫

(৪) **পর্যায়কাল** : সরল ছন্দিত স্পন্দনসম্পন্ন কোনো কণার একটি পূর্ণ স্পন্দন সম্পন্ন করতে যে সময় ব্যয় হয় তাকে তার পর্যায়কাল বলে। একে T দ্বারা প্রকাশ করা হয়। কম্পাঙ্ক $n$ হলে $T = \frac{1}{n}$ হয়।

সরল ছন্দিত স্পন্দন গতির ব্যবকলনীয় সমীকরণের সমাধান হচ্ছে,

$$x = A \sin(\omega t + \delta) \quad \ldots \quad (8.8)$$

সমীকরণ (8.8)-এ সময় $t$-এর মান $\frac{2\pi}{\omega}$ বৃদ্ধি করা হলে আমরা পাই,

$$x = A \sin\left[\omega\left(t + \frac{2\pi}{\omega}\right) + \delta\right]$$

$$= A \sin(\omega t + 2\pi + \delta) = A \sin[2\pi + (\omega t + \delta)] = A \sin(\omega t + \delta) \quad \ldots \quad (8.9)$$

সুতরাং, দেখা যাচ্ছে যে, $\frac{2\pi}{\omega}$ সময় অন্তর কণার সরণ একই হচ্ছে। কাজেই, $\frac{2\pi}{\omega}$ হচ্ছে সরল ছন্দিত স্পন্দনের পর্যায়কাল।

$$\therefore T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{K}{m}}} \qquad \left[\because \frac{K}{m} = \omega^2\right]$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \quad \ldots \quad (8.10)$$

সমীকরণ (8.10) হলো সরল ছন্দিত স্পন্দনের পর্যায়কালের সমীকরণ। এটি ভর, পর্যায়কাল ও বল ধ্রুবকের মধ্যে সম্পর্কজনিত সমীকরণও বটে।

(৫) **কম্পাঙ্ক** : কোনো কম্পমান বস্তু বা স্পন্দক একক সময়ে যতগুলো পূর্ণ দোলন দেয় তাকে কম্পাঙ্ক বলে। একে $n$ দ্বারা সূচিত করা হয়।

$$\therefore n = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}} \quad \ldots \quad (8.11)$$

[ সমীকরণ (8.9) ব্যবহার করে ]

এটিই হলো সরল ছন্দিত স্পন্দনের কম্পাঙ্কের সমীকরণ।

(৬) **কৌণিক কম্পাঙ্ক** : সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পন্ন কোনো কণা একক সময়ে যে কৌণিক দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে কৌণিক কম্পাঙ্ক বলে। একে $\omega$ দ্বারা সূচিত করা হয়।

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n = 2\pi \times \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}} \qquad [\text{ সমীকরণ (8.11) ব্যবহার করে }]$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad \ldots \quad (8.12)$$

জা.বি. ১০-১১, মা.ভা.বিজ্ঞপ্রবি — ১৪,১৫

$\omega$-এর একক রেডিয়ান/সেকেন্ড (rad $s^{-1}$)।

(৭) **দশা** : সরল ছন্দিত স্পন্দনরত কোনো বস্তু বা কণার দশা বলতে যে কোনো মুহূর্তের দোলনের অবস্থা বুঝায়; অর্থাৎ বস্তু বা কণাটির সরণ, বেগ, ত্বরণ এবং গতির অভিমুখ ইত্যাদি বুঝায়। সমীকরণ (8.8)-এ $(\omega t + \delta)$ রাশিটি গতির দশা নির্দেশ করছে। ধ্রুবক $\delta$ গতির আদি অবস্থা বুঝায়। যেমন—

$\delta = 0°$ হলে,

$x = A \sin(\omega t + \delta) = A \sin(\omega t + 0°) = A \sin \omega t$

কণা বা বস্তুটির গতি সাম্যাবস্থান হতে শুরু হয়েছে বুঝায়।

আবার, $\delta = \frac{\pi}{2}$ হলে,

$x = A \sin(\omega t + \delta) = A \sin(\omega t + \pi/2) = A \cos \omega t$

এক্ষেত্রে কণাটির গতি শুরু হয় সরণের সর্বোচ্চ অবস্থান থেকে। $\delta$-এর বিভিন্ন মানের জন্য ভিন্ন ভিন্ন আদি সরণ নির্দেশ করে।

## গাণিতিক উদাহরণ

১। একটি বস্তুকণা তার দোলন সীমার শেষ প্রান্ত হতে দোলন শুরু করে 0·1 m বিস্তার ও 1 Hz কম্পাঙ্কযুক্ত সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন করে। 4·5 s পর কণাটির সরণ কত হবে ?

এখানে, $n = 1\text{ Hz}$
$A = 0·1\text{ m}$
$T = \frac{1}{n} = \frac{1}{1\text{ s}^{-1}} = 1\text{ s}$

মনে করি সরণ $= x$

আমরা পাই, $x = A\sin\omega t$

$$= A\sin\frac{2\pi}{T}\times t \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

যেহেতু কণাটির দোলন সীমার শেষ প্রান্ত হতে মধ্য অবস্থানে যেতে $\frac{1}{4}\text{ s} = 0·25\text{ s}$ সময় লাগে হেতু 4·25 s-এ কণাটি 4টি পূর্ণ কম্পন দিয়ে মধ্য অবস্থানে আসবে। কাজেই মধ্য অবস্থান অতিক্রম করার 0·25 s পরের সরণই হবে নির্ণেয় 4·5 s পর কণাটির সরণ।

$\therefore$ সমীকরণ (1) হতে পাই,

$$x = 0·1\text{ m}\times\sin\frac{2\pi}{1}\times 0·25 = 0·1\text{ m}\times\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0·1\text{ m}$$

২। একটি সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার সর্বোচ্চ বেগ $0·03\text{ ms}^{-1}$। কণাটির বিস্তার 0·006 m হলে পর্যায়কাল কত হবে ?

এখানে,
$v_{max} = 0·03\text{ ms}^{-1}$
$A = 0·006\text{ m}$

আমরা জানি, $v_{max} = \omega A$

$$\therefore \omega = \frac{v_{max}}{A} = \frac{0·03}{0·006}$$

$$= 5\text{ rad s}^{-1}$$

৩। একটি সরল ছন্দিত গতির বস্তুকণার পর্যায়কাল 0·001 s এবং বিস্তার 0·005 m। কণাটির সর্বোচ্চ বেগ এবং গতিপথের মধ্য অবস্থান হতে 0·002 m দূরে ত্বরণ নির্ণয় কর।

এখানে,
$T = 0·001\text{ s}$
$A = 0·005\text{ m}$
$|x| = 0·002\text{ m}$
$\pi^2 = 9·87$

মনে করি, ত্বরণ $= \vec{a}$

আমরা পাই,

$$|\vec{a}| = \omega^2|x|$$

$$= \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2|x| \quad \ldots \ldots \quad (i)$$

$\therefore$ সমীকরণ (i) হতে পাই,

$$|a| = \frac{4\pi^2}{T^2}|x| = \frac{4\times 9·87}{(0·001)^2}\times 0·002$$

$$= 7·9\times 10^4\text{ ms}^{-2}$$

পুনরায়, ধরি সর্বোচ্চ বেগ $= v_{max}$

$$\therefore v_{max} = \omega A = \frac{2\pi}{T}\times A$$

$$\therefore v_{max} = \frac{2\times 3·14}{0·001}\times 0·005$$

$$= 31·4\text{ ms}^{-1}$$

## ৮.৫ সরল দোলন গতিসম্পন্ন বস্তুর অন্তরক সমীকরণ
## Differential Equation of Simple Harmonic Motion

মনে করি $m$ ভরবিশিষ্ট একটি বস্তুকণা সরল দোলন গতিতে আছে। $t$ সময়ে এর সরণ $x$ হলে

বেগ, $v = \frac{dx}{dt}$ এবং ত্বরণ, $a = \frac{d^2x}{dt^2}$

$\therefore$ কণাটির উপর ক্রিয়াশীল বলের মান,

F = ভর $\times$ ত্বরণ $= ma = m\frac{d^2x}{dt^2}$

যেহেতু বল বা ত্বরণ সরণের সমানুপাতিক এবং বিপরীতমুখী, অতএব

$$m\frac{d^2x}{dt^2} \propto -x$$

বা, $m\frac{d^2x}{dt^2} = -\text{K}x$ , এখানে K একটি ধ্রুব সংখ্যা। একে বল ধ্রুবক বলে।

বা, $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{-\text{K}}{m}x$ ... ... ... (8.13)

পুনঃ, কণাটির কৌণিক বেগ $\omega$ হলে, আমরা পাই

$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$ ... ... ... (8.14)

এখন সমীকরণ (8.13) এবং (8.14) হতে পাই, $-\frac{\text{K}}{m}x = -\omega^2 x$ বা, $\boxed{\frac{\text{K}}{m} = \omega^2}$

সমীকরণ (8.13)-এ $\frac{\text{K}}{m}$-এর মান বসিয়ে পাই,

$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0}$ জা.বি-১৫-১৬ ... ... ... (8.15)

**সমীকরণ (8.15) হলো সরল ছন্দিত স্পন্দনরত কণার ব্যবকলনীয় সমীকরণ।**

### অন্তরকলন বা ব্যবকলনীয় সমীকরণের সমাধান

(8.15) নং সমীকরণকে $2\frac{dx}{dt}$ দিয়ে গুণ করে পাই,

$$2\frac{dx}{dt}\cdot\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 . 2x\frac{dx}{dt} = 0 \quad \text{বা,} \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \omega^2\frac{d}{dt}(x^2) = 0$$

$t$-এর সাপেক্ষে সমাকলন করে পাই,

$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \omega^2 x^2 = c =$ ধ্রুবক ... ... ... [8.15(a)]

কিন্তু যখন $x = \pm a$, অর্থাৎ বিস্তারের সর্বোচ্চ অবস্থানে,

বেগ $\frac{dx}{dt} = 0$. $\therefore$ $c = \omega^2 x^2$

সমীকরণ [8.15(a)] কে $c = \omega^2 a^2$ বসিয়ে পাই

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = \omega^2(a^2 - x^2)$$

বা, $\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = \omega^2(a^2 - x^2)$

বা, $\frac{dx}{dt} = \omega\sqrt{a^2 - x^2}$

বা, $\frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \omega dt$

এখানে,
$x$ = ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার সরণ
$a$ = বস্তুর সর্বোচ্চ সরণ
$\delta$ = আদি দশা
$\omega t + \delta$ = বস্তুর দশা

সমাকলন করে পাই,

$$\sin^{-1}\frac{x}{a} = \omega t + \delta \quad \text{এখানে } \delta = \text{সমকলন ধ্রুবক}$$

$$\therefore \quad x = a\sin(\omega t + \delta) \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (8.16)$$

এই সমীকরণ সরল দোলন গতি অন্তরকলন সমীকরণের সমাধান।

**কাজ :** $x = A \sin \omega t$ সমীকরণটি একটি সরল দোলগতির সমীকরণ। কীভাবে দেখাবে ? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর।

এক্ষেত্রে বেগ, $v = \frac{dx}{dt} = A\omega\cos\omega t$ ; এবং ত্বরণ, $a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \sin \omega t = -\omega^2 x$

ত্বরণের সমীকরণ থেকে দেখা যায় ত্বরণ সরণের সমানুপাতিক ও বিপরীতমুখী। অতএব $x = A\sin\omega t$ সমীকরণটি একটি সরল দোলগতি নির্দেশ করে।

## গাণিতিক উদাহরণ

**১। সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন একটি কণার গতির সমীকরণ $y = 10 \sin(\omega t + \delta)$, পর্যায়কাল 30s এবং আদি সরণ 0'05m হলে কণাটির (ক) কৌণিক কম্পা**

(ক) আমরা জানি,

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\therefore \quad \omega = \frac{2 \times 3'14}{30} = 0'209 \text{ rads}^{-1}$$

(খ) আবার, $y = 10 \sin(\omega t + \delta)$

বা, $0'05 = 10\sin(\omega t + \delta) = 10 \sin (\omega$

$= 10 \sin\delta$

$$\therefore \sin\delta = \frac{0'05}{10} = 0'005$$

$$\therefore \quad \delta = \sin^{-1}(0'005) = 0'286°$$

**২। একটি সরল ছন্দিত গতিতে চলমান বস্তু সরণে বেগ কত হবে? বস্তুটির সর্বোচ্চ বেগ কত হ**

মনে করি বেগ $= v$

আমরা পাই, $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$ ...

সমীকরণ (i) হতে পাই,

$$v = 2 \times 3'14 \times 12 \times \sqrt{(0'01)^2 - (0'005)}$$

$= 0'653 \text{ ms}^{-1}$

পুনরায়, সর্বোচ্চ বেগ, $v_{max}$ এর ক্ষেত্রে $x = 0$

$\therefore$ সমীকরণ (i) অনুযায়ী,

$$v_{max} = \omega A = 2 \times 3'14 \times 12 \times 0'01$$

$= 0'7536 \text{ ms}^{-1}$

08. সরল ছন্দিত গতিতে চলমান একটি বস্তুর মোট শক্তি E. কম্পাঙ্ক অপরিবর্তিত রেখে বিস্তার দ্বিগুণ করলে সরল ছন্দিত গতিতে চলমান বস্তুটির মোট শক্তি কত হবে? [12-13]

A. E  B. 2E
C. E/2  D. 4E

**Ans** D **Solve** মোট শক্তি, $E_1 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 = E$

$$E_2 = \frac{1}{2} m\omega^2 (2A)^2 = \frac{4}{2} m\omega^2 A^2 = 4E$$

09. $\frac{d^2x}{dt^2} + 25x = 0$ সমীকরণটি একটি সরল ছন্দিত স্পন্দন বর্ণনা করে। এই স্পন্দনের কৌনিক কম্পাংক কত? [13-14]

A. 100 $s^{-1}$  B. 25 $s^{-1}$
C. 10 $s^{-1}$  D. 5 $s^{-1}$

**Ans** D **Solve** $\frac{d^2x}{dx^2} + 5^2x = 0 \therefore w = 5 s^{-1}$

10. দুইটি তড়িৎ প্রবাহ যথাক্রমে $I = I_0 \sin[\omega(t + T/3)]$ দ্বারা প্রকাশ করা যায়; এদের মধ্যে দশা পার্থক্য কত? [13-14]

A. $\pi/2$  B. $\pi/3$
C. $2\pi/3$  D. $\pi$

**Ans** C **Solve** $I = I_0 \sin[\omega(t + T/3)]$

$$= I_0 \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{3}\right) = I_0 \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\therefore \text{দশা পাথর্ক্য} = \frac{2\pi}{3}$$

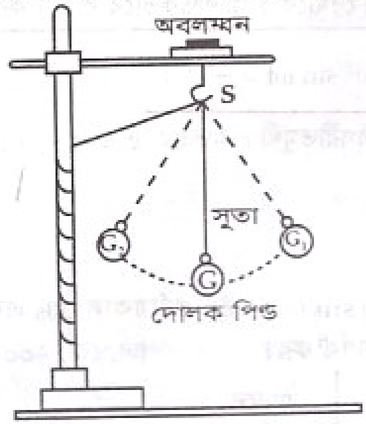
11. একটি সরল দোলকের দৈর্ঘ্য অপরটির দ্বিগুণ। দ্বিতীয় সরল দোলকের দোলকের দোলনকাল 3s হলে প্রথমটির দোলনকাল কত? [13-14]

A. 5.25 s  B. 4.24 s
C. 3.455 s  D. 6.20 s

**Ans** B **Solve** $T' = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{L'}{g}} = \sqrt{2} \times \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{L}{g}} = \sqrt{2} \times 3 = 4.24$

## ৮.৬ সরল দোলন গতি
## Simple Harmonic Motion

সরল দোলন গতির আলোচনা পদার্থবিজ্ঞানে একটি গুরুত্বপূর্ণ বিষয়। পর্যাবৃত্ত গতিসম্পন্ন কোনো বস্তুর গতি যদি এমন হয় যে পর্যায়কালের অধিক সময় কোনো নির্দিষ্ট দিকে এবং বাকি অর্ধেক সময় বিপরীত দিকে চলে তবে ঐ বস্তুর গতিকে দোলন গতি বা স্পন্দন বলে। এই গতির একটি বিশেষ রূপ হলো সরল দোলন গতি। যেকোনো জটিল দোলন গতিকে অনেকগুলি সরল দোলন গতির সমষ্টিরূপে প্রকাশ করা যায়।



চিত্র ৮.৬

তোমরা সরল দোলক দেখেছ, এটিকে দুলতে দিলে এদিক ওদিক দোলে [চিত্র ৮.৬]। লক্ষ করলে দেখবে যে, ববকে ধরে যেকোনো একদিকে টেনে ছেড়ে দিলে তা আবার বিপরীত দিকে অর্থাৎ স্থির অবস্থায় বা যে অবস্থানে ছিল সেই দিকে চলে আসে। এ ধরনের গতিসম্পন্ন দোলকের গতি সরল দোলন গতি।

**কোনো পর্যায় গতিসম্পন্ন বস্তুর উপর কার্যরত ত্বরণ যদি তার গতিপথের একটি নির্দিষ্ট বিন্দু অভিমুখে এমনভাবে ক্রিয়া করে যে, তার মান ঐ বিন্দু হতে বস্তুর সরণের মানের সমানুপাতিক হয়, তবে বস্তুর উক্ত গতিকে সরল দোলন গতি বলে।**

উদাহরণ : খুব কম বিস্তারের সরল দোলকের গতি, সুরশলাকার বাহুর কম্পন, স্প্রিং এর উল্লম্ব কম্পন, গাড়ির ইঞ্জিনের পিস্টনের গতি ইত্যাদি।

সরল দোলন গতির নিম্নলিখিত বৈশিষ্ট্য রয়েছে :

(১) ইহা একটি পর্যাবৃত্ত গতি।
(২) একটি নির্দিষ্ট সময় পরপর এই গতি বিপরীতমুখী হয়।
(৩) এর গতি একটি সরলরেখায় ঘটে।
(৪) ত্বরণ সর্বদা সরণের সমানুপাতিক।
(৫) ত্বরণ সরণের বিপরীতমুখী।
(৬) ত্বরণ বস্তু কণাটির মধ্য অবস্থান অভিমুখী।

**নিজে কর :** দোলনরত দোলক কোনো শব্দ উৎপন্ন করে না কেন ? কী ধরনের তরঙ্গ তা উৎপন্ন করে?

কোনো শব্দ শ্রুতিগোচর হতে গেলে শব্দ তরঙ্গের কম্পাঙ্ক 20 থেকে 20,000/sec (Hz) হতে হয়। সাধারণত দোলকের কম্পাঙ্ক অনেক কম হয়। যেমন সেকেন্ড দোলকের কম্পাঙ্ক 0.5/sec যা শ্রুতিগোচর শব্দের কম্পাঙ্কের চেয়ে খুব সামান্য, যে কারণে দোলকের কম্পনের শব্দ শোনা যায় না।

**হিসাব কর :** কোনো একটি দৃঢ় স্থান হতে একটি স্প্রিং খাড়াভাবে দোলানো হচ্ছে। এর নিচের প্রান্তে 200 g ভরের একটি বস্তু আটকানো আছে। নিচের দিকে 50 g-wt বল প্রয়োগ করায় বস্তুটি 5 cm নিচে নেমে গেল। এবার ছেড়ে দিলে বস্তুটি উপর-নিচে সরল দোলন গতি লাভ করবে। দোলনের পর্যায়কাল এবং স্প্রিং-এর বল ধ্রুবক নির্ণয় কর।

## ৮.৭ সরল দোলন গতির ব্যবহার (০৬ – ০৪)
## Application of simple harmonic motion

সরল দোলন গতি ব্যবহার করে সরল দোলকের সাহায্যে পর্যায়কাল এবং স্প্রিং স্পন্দনের পর্যায়কাল নির্ণয় করা যায়। এই পর্যায় কালের মান থেকে নিম্নলিখিত ক্ষেত্রে সরল দোলন গতির ব্যবহার করা যায়।

(১) অভিকর্ষজ ত্বরণ $g$-এর মান নির্ণয় করা যায়।
(২) পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় করা যায়।
(৩) সময় নির্ণয় করা যায়।

## (১) সরল দোলকের সাহায্যে $g$-এর মান নির্ণয়

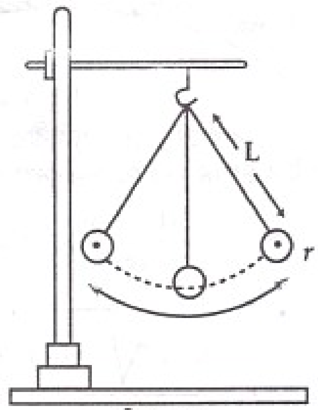
**মূলতত্ত্ব (Theory) :** সরল দোলকের সাহায্যে কোনো স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণ নির্ণয় করা যায়। এর জন্য ব্যবহৃত সমীকরণটি হলো, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

এখানে, T = দোলন কাল, L = কার্যকর দৈর্ঘ্য এবং $g$ = অভিকর্ষজ ত্বরণ।

উপরের সমীকরণের উভয় পার্শ্বকে বর্গ করে পাই, $T^2 = 4\pi^2\frac{L}{g}$

বা, $\boxed{g = 4\pi^2\frac{L}{T^2}}$ ... ... (8.17)

$\pi$ একটি ধ্রুব রাশি ও একটি নির্দিষ্ট স্থানে $g$ ধ্রুব। কাজেই ঐ স্থানে $L/T^2$-এর একটি নির্দিষ্ট মান পাওয়া যাবে এবং গড় $L/T^2$-এর মান সমীকরণে বসিয়ে $g$-এর মান নির্ণয় করা যাবে।



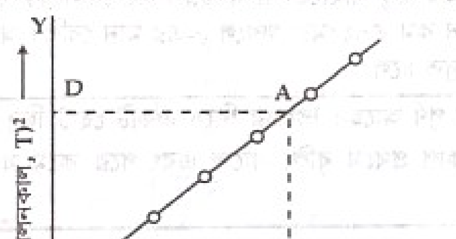
চিত্র ৮'৭

**পরীক্ষা :** প্রথমে একটি স্ট্যান্ড হতে হুকের সাহায্যে সুতা ঝুলিয়ে সুতার প্রান্তে ববকে আটকে সরল দোলক তৈরি করা হয় [চিত্র ৮'৭]। এরপর মিটার স্কেলের সাহায্যে একটি সরল দোলকের সুতার দৈর্ঘ্য $l$ এবং স্লাইড ক্যালিপার্সের সাহায্যে দোলকের গোলাকার পিণ্ডের ব্যাস হতে ব্যাসার্ধ $r$ জেনে দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য, $L = l + r$ নির্ণয় করা হয়। এরপর পর্যবেক্ষণ স্থানে দোলকটিকে $4°$ অপেক্ষা কম কৌণিক বিস্তারে দুলতে দিয়ে একটি স্টপ-ওয়াচের সাহায্যে তার 20টি পূর্ণদোলনের সময় কাল $t$ নির্ণয় করে 20 দ্বারা ভাগ করে দোলন কাল, $T = \frac{t}{20}$ বের করা হয় এবং দোলনকালের বর্গ $T^2$ নির্ণয় করা হয়। সুতরাং দৈর্ঘ্য $l$ পরিবর্তন করে অনুরূপভাবে বিভিন্ন কার্যকর দৈর্ঘ্যে দোলকের দোলনকাল নির্ণয় করা হয় এবং প্রত্যেক ক্ষেত্রে দোলনকালের বর্গ বের করা হয়।

**হিসাব :** প্রাপ্ত ফলাফল হতে প্রত্যেক ক্ষেত্রে $\frac{L}{T^2}$ নির্ণয় করে গড় $\frac{L}{T^2}$-এর মান উপরের সমীকরণে বসিয়ে $g$-এর মান নির্ণয় করা যায়, কেননা $4\pi^2$ একটি ধ্রুব রাশি

**বিকল্প পদ্ধতি :** একটি ছক কাগজের অনুভূমিক

$T^2$ নির্দেশ করে L—$T^2$ লেখচিত্র অঙ্কন করা হয়। অঙ্ক



চিত্র ৮'৮

**সতর্কতা :**

(১) বিস্তার $4°$-এর মধ্যে হওয়া উচিত।

(২) পিণ্ডের ব্যাস বেশ কয়েকবার নির্ধারণ করে তা

(৩) T-এর মান নির্ভুল হওয়া উচিত এবং এর জন্য

(৪) পিণ্ডটির উল্লম্ব তলে পাক খেতে না দিয়ে মুক্তভ

**সরল দোলকের কয়েকটি বিশেষ ঘটনা:**

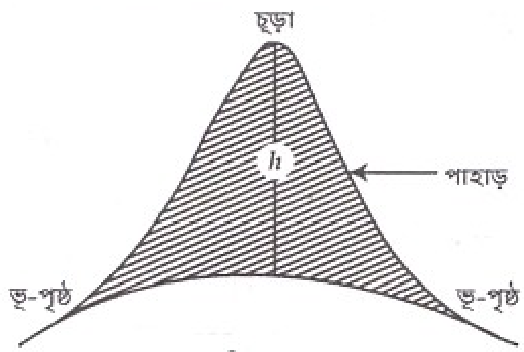
- একটি দোলককে ভূ-কেন্দ্রে নিয়ে গেলে দোলনকাল অসীম হবে অর্থাৎ সরল দোলক চলবে না। কারন ভূ-কেন্দ্রে g এর মান শূন্য (0).
- দোলককে পাহাড়ের উপর নিয়ে গেলে দোলনকাল বাড়বে কারন পাহাড়ের উপর g এর মান কম।
- দোলককে খনির মধ্যে নিয়ে যাওয়া হলে দোলন কাল বাড়বে কারন খনির মধ্যে g এর মান কম।
- দোলক পিন্ডের ভর বৃদ্ধি করলে দোলন কালের কোন পরিবর্তন হয় না।
- দোলকের কৌণিক বিস্তার $4^0$এর বেশি হলে দোলকটি সরল দোল গতিতে দুলবে না। তাই $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ সমীকরণ মেনে চলবে না।
- একটি সরল দোলককে সমত্বরণে উপরে দিকে চলন্ত লিফটে রাখলে দোলন কাল কমবে কারন g এর মান বাড়তে থাকে।
- একটি সরল দোলককে সমত্বরণে নীচের দিকে চলন্ত লিফটে রাখলে দোলকের দোলন কাল বাড়বে কারন g এর মান কমতে থাকে।
- একটি সরল দোলককে সমবেগে উপরের দিকে বা নীচের দিকে চলন্ত লিফটে রাখলে দোলকটির দোলন কালের কোন পরিবর্তন ঘটবে না, কারন g এর মান অপরিবর্তিত থাকবে।

**স্পন্দনের উদাহরণ:** দেওয়াল ঘড়ির দোলকের গতি কম্পনশীল সুর শলাকা স্প্রিং এর গতি। গীটারের তারের গতি কঠিন ল্যাটিসে পরমাণুর গতি ইত্যাদি

- L-$T^2$ লেখ চিত্রটি সরল রেখা হবে
- g-$T^2$ লেখ চিত্রটি অধিবৃত্ত হবে

## (২) পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয়

সরল দোলকের সাহায্যে কোনো পাহাড়ের উচ্চতা অর্থাৎ ভূ-পৃষ্ঠ হতে পাহাড়ের চূড়া বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় করা যায় [ চিত্র ৮·৯]। প্রথমে পাহাড়ের পাদদেশে অর্থাৎ ভূ-পৃষ্ঠে সরল দোলকের সাহায্যে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান উপরের নিয়মে নির্ণয় করা হয়। মনে করি এই মান = $g$




চিত্র ৮·৯

এর পর পাহাড়ের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান অনুরূপভাবে নির্ণয় করা যায়।

ধরি এই মান = $g_1$

**হিসাব ও গণনা :** নিউটনের মহাকর্ষজ সূত্রানুসারে পাহাড়ের পাদদেশে,

$$\boxed{g = \frac{GM}{R^2}} \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.18)$$

এবং পাহাড়ের চূড়ায়,

$$\boxed{g_1 = \frac{GM}{(R+h)^2}} \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.19)$$

এখানে, M = পৃথিবীর ভর, G = মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ এবং $h$ = পাহাড়ের উচ্চতা। সমীকরণ (8.18)-কে সমীকরণ (8.19) দ্বারা ভাগ করে আমরা পাই,

$$\frac{g}{g_1} = \frac{(R+h)^2}{R^2} = \left(1 + \frac{h}{R}\right)^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.20)$$

$$\therefore\ h = \left(\sqrt{\frac{g_1}{g}} - 1\right) R \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.21)$$

সুতরাং R, $g$ এবং $g_1$-এর মান জেনে $h$-এর মান নির্ণয় করা যায়।

## (৩) সময় নির্ণয়

দোলক ঘড়িতে দোলকের সাহায্যে সময় মাপা হয়। এ সব দোলক সাধারণত ধাতুর দ্বারা নির্মিত। শীতকালে তারের দৈর্ঘ্য কমে যায় এবং গ্রীষ্মকালে দৈর্ঘ্য বেড়ে যায়। সুতরাং শীতকালে ঘড়ির দোলন কাল কমে যায় এবং ঘড়ি দ্রুত চলে। গ্রীষ্মকালে ঘড়ির দোলন কাল বেড়ে যায় এবং ঘড়ি ধীরে চলে। সাধারণ দোলক ঘড়ির পিণ্ডের নিচের একটি স্ক্রুকে প্রয়োজনমতো ঘুরিয়ে পিণ্ডকে উঠা-নামা করিয়ে দোলন কাল নিয়ন্ত্রণ করা হয়।

মাটির নিচে বা উঁচু পাহাড়ের উপর $g$-এর মান কম। কাজেই উঁচু পাহাড়ে বা মাটির নিচে দোলকের দোলন কাল বেশি হয়। এর অর্থ ঘড়ি ধীরে চলে। বিষুব অঞ্চলে $g$-এর মান কম এবং মেরু অঞ্চলে $g$-এর মান বেশি। অতএব একটি দোলক ঘড়িকে বিষুব অঞ্চল হতে মেরু অঞ্চলে নিলে ঘড়িটি দ্রুত চলে।

**যাচাই কর :** একটি সরল দোলকের ধাতব ফাঁপা পিণ্ডটি পানি দ্বারা পূর্ণ আছে। পিণ্ডের নিচে একটি ছোট ছিদ্র দিয়ে পানি ফোটায় ফোটায় পড়ে যায়। দেখা গেল দোলকের দোলনকাল প্রথমে বৃদ্ধি পাচ্ছে এবং পরে কমে যাচ্ছে। —ঘটনাটি ব্যাখ্যা কর।

## গাণিতিক উদাহরণ

**১। দেখাও যে, $x = A \sin \omega t$ সমীকরণটি একটি সরল দোলন গতি নির্দেশ করে।**

$x = A \sin \omega t$

$\therefore$ বেগ, $v = \dfrac{dx}{dt} = A\omega \cos \omega t$

ত্বরণ, $a = \dfrac{dv}{dt} = -A\omega^2 \sin \omega t$

বা, $a = -\omega^2 x$

অতএব ত্বরণ সরণের সমানুপাতিক এবং বিপরীতমুখী।

অতএব, $x = A \sin \omega t$ সমীকরণটি একটি সরল দোলন গতি নির্দেশ করে।

① সমবেগে চলন্ত লিফটে দোলক নিলে দোলনকালের কোন পরিবর্তন হয় না।
② সমত্বরণে উপরের দিকে চলন্ত লিফটে দোলক নিলে g বাড়ে তাই T কমে।
③ " নিচের " " " " " কমে তাই T বাড়ে।
④ দোলককে পৃথিবীর কেন্দ্রে বা অভিকর্ষহীন স্থানে নিলে g=0 তাই T=∞

$\frac{d}{dt}$

কম্পাংক- [07-08]

A. $4\ s^{-1}$ B. $100\ s^{-1}$

C. $25\ s^{-1}$ D. $5\ s^{-1}$

$\sqrt{\frac{100}{4}} = \sqrt{25} = 5$ **Ans.D**

২। একটি বস্তুকণা সরল ছন্দিত স্পন্দনে দু...
$t = 3$ সেকেন্ড সময় পরে বস্তুটির সরণ, বেগ ও ত্ব...

এখানে, সরণ, $x = 10\cos(6\pi t + \pi/3)$

3 সেকেন্ড পরে সরণ, $x = 10\cos(6\pi\times 3 + \pi/3) = 10\cos(18\pi + \pi/3)$

$= 10\cos(\pi/3) = 10\times\frac{1}{2} = 5\,\text{m}$

বেগ, $v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\{10\cos(6\pi t + \pi/3)\} = -60\pi\sin(6\pi t + \pi/3)$

3 সেকেন্ড পরে, $v = -60\pi\sin(6\pi\times 3 + \pi/3) = -60\pi\sin(18\pi + \pi/3)$

$= -60\pi\sin(\pi/3) = -60\times 3{\cdot}14\times 0{\cdot}866$

$= -163{\cdot}15\ \text{ms}^{-1}$

ত্বরণ, $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\{-60\pi\sin(6\pi t + \pi/3)\} = -360\pi^2\cos(6\pi t + \pi/3)$

3 সেকেন্ড পরে, $a = -360\pi^2\cos(6\pi\times 3 + \pi/3) = -360\pi^2\cos(18\pi + \pi/3)$

$= -360\pi^2\cos\pi/3 = -360\times 9{\cdot}87\times\frac{1}{2} = -1776{\cdot}6\,\text{ms}^{-2}$ ।

৩। একটি সরল দোলকের দোলনকাল 50% বৃদ্ধি করতে এর কার্যকর দৈর্ঘ্য কত গুণ বাড়াতে হবে?
[কু. বো. ২০০৯; য. বো. ২০০৮; ঢা. বো. ২০০৩; চ. বো. ২০০৩]

এখানে,
আদি দোলনকাল $= T\text{s}$
শেষ দোলনকাল, $T_1 = \left(T + \frac{T\,50}{100}\right)\text{s} = \left(T + \frac{T}{2}\right)\text{s}$
আদি দৈর্ঘ্য $= L$
শেষ দৈর্ঘ্য $= L_1$

আমরা জানি,

$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

বা, $T^2 = 4\pi^2\frac{L}{g}$ ... (1)

আবার, $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}}$

বা, $T_1^2 = 4\pi^2\frac{L_1}{g}$

বা, $\left(T + \frac{T}{2}\right)^2 = 4\pi^2\frac{L_1}{g}$

বা, $\left(\frac{3T}{2}\right)^2 = 4\pi^2\frac{L_1}{g}$

বা, $T^2 = 4\pi^2\frac{L_1}{g}\times\frac{4}{9}$ ... ... ... (2)

সমীকরণ (1) ও (2) হতে পাই, $\frac{4\pi^2 L}{g} = \frac{4\pi^2 L_1}{g}\times\frac{4}{9}$

বা, $\frac{L}{L_1} = \frac{4}{9}$ বা, $L_1 = \frac{9}{4}L =$ ...

$\therefore$ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি $= 2{\cdot}25L - L = 1{\cdot}2$...

$\therefore$ কার্যকর দৈর্ঘ্য 1·25 গুণ বাড়াতে হবে।

**Prob. 02:** একটি সরল দোলকের দোলনকাল 50% বৃদ্ধি করতে ... কার্যকরী দৈর্ঘ্য কতগুণ বাড়াতে হবে? **[Ref: আমির হোসেন]**

**Solve:** যদি দোলনকাল x% বাড়াতে হয় তবে দৈর্ঘ্য পূর্বের দৈর্ঘ্যের

$= \left(\frac{100 + x}{100}\right)^2 \times 100\%$ বাড়াতে হবে।

$\therefore L_2 = \left(\frac{100 + 50}{100}\right)^2 \times L_1 = 225\%\text{ of }L_1 = 2.25\,L_1$

**৪। 40 cm দীর্ঘ একটি সরলদোলক প্রতি মিনিটে 40 বার দোল দেয়। যদি এর দৈর্ঘ্য 160 cm করা হয় তবে 60 বার দুলতে কত সময় নেবে?** [ঢা. বো. ২০০৮]

এখানে,

দৈর্ঘ্য, $L_1 = 40$ cm

দোলন সংখ্যা = 40

$\therefore$ দোলনকাল, $T_1 = \frac{60}{40} = 1{\cdot}5$ s

দৈর্ঘ্য, $L_2 = 160$ cm

দোলন সংখ্যা = 60

সময়, $T_2 = ?$

আমরা জানি,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

সুতরাং, $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}}$ ... ... (i)

এবং $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g}}$ ... ... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) হতে পাই,

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g}}} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$$

বা, $T_2 = T_1\sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$

$\therefore$ $T_2 = 1{\cdot}5 \times \sqrt{\frac{160}{40}} = 1{\cdot}5 \times 2 = 3$ s

$\therefore$ 60 বার দুলতে সময় লাগে $= T_2 \times 60 = 3 \times 60 = 180$ s $= 3$ min.

## ৮.৮ সরল দোলকের গতিতে শক্তির সংরক্ষণশীলতা
## Conservation of Energy in the motion of simple pendulum

একটি সরল দোলক সরল দোলন গতিতে দোলায়মান থাকলে এরূপ গতির জন্য কিছু পরিমাণ গতিশক্তি লাভ করে। তাছাড়া সরল দোলকের ববের উপর একটি প্রত্যায়ক বল সব সময় এর সরণের বিপরীতে ক্রিয়া করে। ফলে কণার সরণের সময় কাজ করা হয়। এজন্য কণাটির কিছু পরিমাণ স্থিতিশক্তিও থাকে। ঘর্ষণ বা অনুরূপ কোনো অপচয়ী বল ক্রিয়া না করলে সরল দোলকের মোট যান্ত্রিক শক্তি স্থির থাকে।

মনে করি, ববের ভর $m$ এবং যেকোনো মুহূর্তে এর সরণ ও বেগ যথাক্রমে $x$ ও $v$। সুতরাং ঐ মুহূর্তে ববের তথা সরল দোলকের গতিশক্তি

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

যেহেতু $x = A\sin(\omega t + \delta)$

$$\therefore \quad v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}[A\sin(\omega t + \delta)] = A\omega\cos(\omega t + \delta)$$

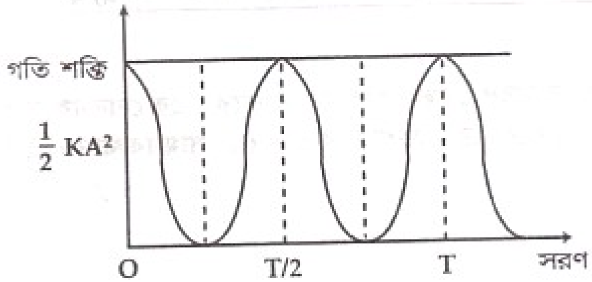
$$\therefore \quad E_k = \frac{1}{2}mA^2\omega^2\cos^2(\omega t + \delta)$$

আবার $\omega^2 = \frac{K}{m}$ $\quad\therefore\quad E_k = \frac{1}{2}mA^2\frac{K}{m}\cos^2(\omega t + \delta)$

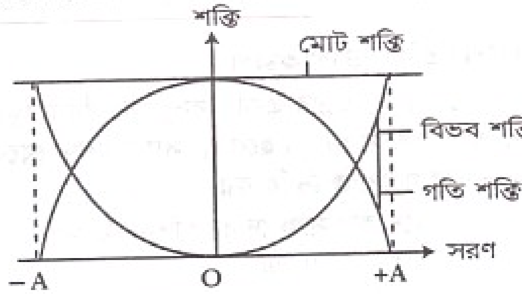
$$\therefore \quad \text{গতিশক্তি}, K_E = \frac{1}{2}KA^2\cos^2(\omega t + \delta) \qquad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.22)$$

সমীকরণ (8.22) থেকে দেখা যায় যে, যেহেতু $\cos^2(\omega t + \delta)$ এর সর্বোচ্চ মান 1, কাজেই সর্বোচ্চ গতিশক্তি $\frac{1}{2}KA^2$। গতিকালে কণাটির গতিশক্তি শূন্য থেকে এই সর্বোচ্চ মানে পরিবর্তিত হতে পারে।

$\therefore$ $\delta = 0$ ধরে গতিশক্তির এই পরিবর্তন ৮.১০ ও ৮.১১ চিত্রে দেখানো হলো।




চিত্র ৮.১০




চিত্র ৮.১১

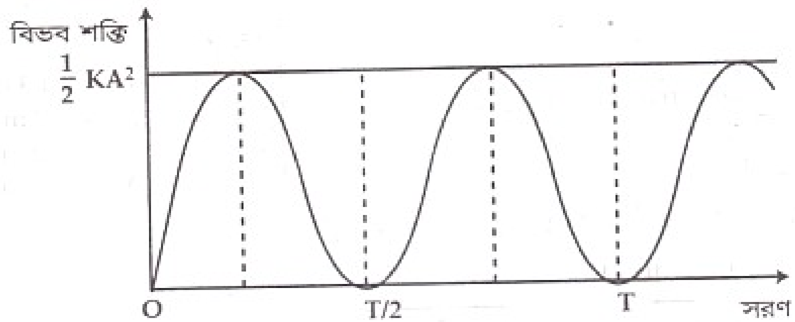
সমাকলন পদ্ধতিতে এবার আমরা সরল দোলকের গতির জন্য স্থিতিশক্তি নির্ণয় করব। সরণ $x$ হলে ববের উপর ক্রিয়ারত বল $m\omega^2 x$। এখন কণার সরণ আরও $dx$ পরিমাণ বাড়লে, এই অতি ক্ষুদ্র দূরত্ব $dx$ এর মধ্যে ক্রিয়ারত বল স্থির থাকে বলে ধরা হয়। এই অতিরিক্ত সরণের জন্য ববের উপর কৃত কাজ $m\omega^2 x\,dx$। সুতরাং $x$ সরণের জন্য কৃতকার্য অর্থাৎ বিচ্যুত অবস্থানে স্থিতিশক্তি,

$$E_p = \int_0^x m\omega^2 x\,dx = m\omega^2 \int_0^x x\,dx = \frac{m\omega^2}{2}[x^2]_0^x = \frac{m\omega^2}{2}(x^2 - 0)$$

$$\therefore \quad E_p = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.23)$$

$$\therefore \quad E_p = \frac{1}{2} m \frac{K}{m} A^2 \sin^2(\omega t + \delta) = \frac{1}{2} KA^2 \sin^2(\omega t + \delta) \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.24)$$

এই সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, যেহেতু $\sin^2(\omega t + \delta)$ এর সর্বোচ্চ মান 1, সুতরাং বিভব শক্তির সর্বোচ্চ মান $\frac{1}{2}KA^2$। গতিকালে কণাটির বিভব শক্তি শূন্য থেকে এই সর্বোচ্চ মানের মধ্যে পরিবর্তিত হয়। কাজেই (8.24) সমীকরণে $\delta = 0$ ধরে বিভব শক্তির পরিবর্তন ৮.১২ চিত্রে দেখানো হলো।




চিত্র ৮.১২

এখন মোট যান্ত্রিক শক্তি, E নির্ণয় করতে হলে স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তি যোগ করতে হয়। অর্থাৎ

$$E = E_p + E_k$$
$$= \frac{1}{2}KA^2 \sin^2(\omega t + \delta) + \frac{1}{2}KA^2 \cos^2(\omega t + \delta)$$
$$= \frac{1}{2}KA^2 [\sin^2(\omega t + \delta) + \cos^2(\omega t + \delta)]$$

$$\therefore \quad E = \frac{1}{2}KA^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.25)$$

এই সমীকরণে K একটি ধ্রুব রাশি। কাজেই যান্ত্রিক শক্তি $E \propto A^2$ হয়। অর্থাৎ যান্ত্রিক শক্তি বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক।

আবার, এই সমীকরণটি লক্ষ করলে দেখা যায় K এবং বিস্তার A ধ্রুব রাশি। কাজেই মোট যান্ত্রিক শক্তি একটি ধ্রুব রাশি। অর্থাৎ সরল দোলকের গতির ক্ষেত্রে যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা বা সংরক্ষণ নীতি প্রযোজ্য হয়।

## গাণিতিক উদাহরণ

**১। 10 g ভরের একটি বস্তুকণা সরলরেখা বরাবর সরল দোলন গতি অর্জন করে। এর দোলনকাল 2 sec এবং বিস্তার 10 cm হলে (i) সাম্যাবস্থান থেকে 2 cm দূরে এর গতিশক্তি কত ? (ii) সাম্যাবস্থান থেকে 5 cm দূরে গতিশক্তি নির্ণয় কর।**

(i) মনে করি সরল দোলন গতির সমীকরণ

$$x = A \sin \omega t$$

$$\therefore \quad \text{বেগ}, v = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos \omega t$$

$$\therefore \quad \text{গতিশক্তি}, E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mA^2\omega^2\cos^2\omega t = \frac{1}{2}mA^2\omega^2(1 - \sin^2\omega t)$$

$$= \frac{1}{2}mA^2\omega^2\left[1 - \left(\frac{x}{A}\right)^2\right] = \frac{1}{2}m\omega^2(A^2 - x^2)$$

যখন $x = 0{\cdot}02$ m, $m = 0{\cdot}01$ kg $A = 10$ cm $= 0{\cdot}1$ m

$$T = 2 \text{ sec}, \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\text{তখন } E_k = \frac{1}{2} \times 0{\cdot}01 \times \frac{4\pi^2}{4}\{(0{\cdot}1)^2 - (0{\cdot}02)^2\}$$

$$= 0{\cdot}005\,\pi^2 \times 0{\cdot}0096 = 4{\cdot}737 \times 10^{-4}\text{ J}$$

(ii) যখন $x = 5$ cm, $E_k = 0{\cdot}005\,\pi^2 \times 0{\cdot}0075 = 3{\cdot}701 \times 10^{-4}$ J

**২। একটি স্প্রিংয়ের অগ্রভাগে 0·03 kg ভর ঝুলানো হলে স্প্রিংটি 0·1 m লম্বা হয়। স্প্রিংটিকে এই সাম্যাবস্থা হতে আরো $8 \times 10^{-2}$m লম্বা করে ছেড়ে দেওয়া হলো। মোট শক্তি কত এবং বেগ কত হবে ?**

এখানে,

$m = 0{\cdot}03$ kg
$g = 9{\cdot}8$ ms$^{-2}$
$x = 0{\cdot}10$ m
$A = 8 \times 10^{-2}$m $= 0{\cdot}08$ m

আমরা জানি,

$$F = kx$$

$$\text{বা, } k = \frac{F}{x} = \frac{mg}{x} = \frac{0{\cdot}03 \text{ kg} \times 9{\cdot}8 \text{ ms}^{-2}}{0{\cdot}10 \text{ m}}$$

$$= 29{\cdot}4 \text{ Nm}^{-1}$$

$$\text{মোট শক্তি}, E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2} \times 29{\cdot}4 \text{ Nm}^{-1} \times (0{\cdot}08 \text{ m})^2$$

$$= 9{\cdot}41 \times 10^{-2}\text{ J}$$

$$\text{আবার}, v_{max} = A\sqrt{\frac{k}{m}} = 0{\cdot}08 \text{ m}\sqrt{\frac{29{\cdot}4 \text{ Nm}^{-1}}{0{\cdot}30 \text{ kg}}} = 0{\cdot}7920 \text{ ms}^{-1}$$

**নিজে কর :** গতিপথের মধ্য অবস্থানে অর্থাৎ $x = 0$ অবস্থানে মোট শক্তি নির্ণয় করে শক্তির নিত্যতা যাচাই কর।

$x = 0$ অবস্থানে স্থিতিশক্তি $= 0$.

$\therefore$ মোট যান্ত্রিক শক্তি = স্থিতিশক্তি + গতিশক্তি

$$E = 0 + \frac{1}{2}m\omega^2A^2 \quad \therefore \; E = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$$

আবার গতিপথের সর্বোচ্চ অবস্থানে অর্থাৎ $x = A$ অবস্থানে শক্তির নিত্যতা যাচাই কর। সর্বোচ্চ অবস্থানে অর্থাৎ $x = A$ অবস্থানে গতিশক্তি $= 0$.

∴ মোট যান্ত্রিক শক্তি,

$$E = \text{স্থিতিশক্তি} + \text{গতিশক্তি} = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 + 0$$

$$\therefore\ E = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = \frac{1}{2}kA^2$$ ঢা.বি-০৭-০৮, ০৮-০৯, মা.বো(২৫-২৬)

সুতরাং উপরোক্ত দুই অবস্থানে মোট শক্তি একই থাকে। অর্থাৎ মোট শক্তি তার সরণের উপর নির্ভর করে না, গতিপথের সর্বত্র তার মান স্থির থাকে। এটা শক্তির নিত্যতার সূত্র বা মোট শক্তির সংরক্ষণশীলতার সূত্র।

## ৮.৯ সরল দোলন গতি এবং বৃত্তাকার গতির মধ্যে সম্পর্ক
## Relation between Simple Harmonic Motion and Circular Motion

বৃত্তাকার গতি এক ধরনের সরল দোলন গতি। অর্থাৎ বৃত্তাকার গতি সরল দোলন গতির বৈশিষ্ট্যগুলি মেনে চলে। এখন সরল দোলন গতি এবং বৃত্তাকার গতির মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করতে গিয়ে ৮.১৩ চিত্র লক্ষ কর।

মনে করি একটি বস্তুকণা A বিন্দু হতে যাত্রা শুরু করে ABCD বৃত্তাকার পথে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে সমকৌণিক বেগ ω-এ ঘুরছে [চিত্র ৮.১৩(ক)]। ধরি O বৃত্তের কেন্দ্র এবং A বৃত্তের ব্যাসার্ধ। মনে করি $t$ সময় পর বস্তুকণাটি P অবস্থানে আসল। এখন P বিন্দু হতে বৃত্তের BOD ব্যাসের উপর PN লম্ব অঙ্কন করি। N হবে লম্বটির পাদ বিন্দু।

মনে করি ON = $y$। চিত্রে OPN ত্রিভুজ থেকে পাওয়া যায়,

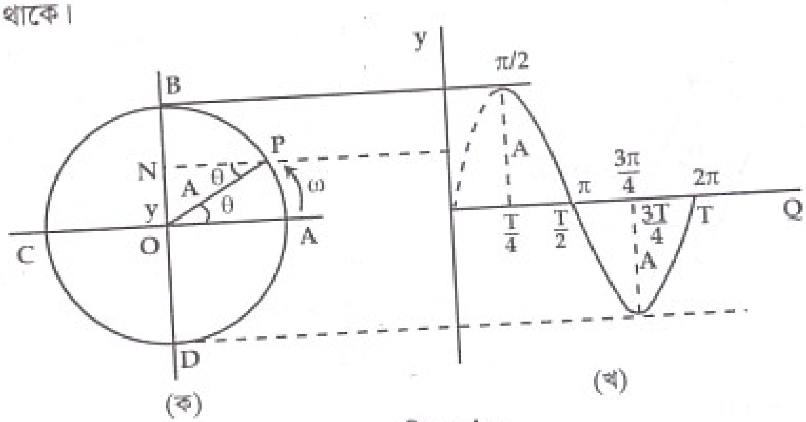
$$y = OP\sin\theta = A\sin\theta \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.26)$$

যেহেতু কণাটি সমকৌণিক বেগে ঘুরছে, সুতরাং $\angle POA = \theta = \omega t$

θ-কে কণাটির দশা কোণ (phase angle) বা সংক্ষেপে দশা বলে।

এখন $y = A\sin\theta = A\sin\omega t \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.27)$

P কণাটি যখন বৃত্তাকার পথে ঘুরতে থাকে তখন ব্যাস BOD-এর উপর কণার পাদবিন্দু N ব্যাস BOD বরাবর স্পন্দিত হতে থাকে।




(ক) (খ)

চিত্র ৮.১৩

সুতরাং কণাটির বেগ,

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(A\sin\omega t) = A\omega\cos\omega t$$

এবং ত্বরণ, $$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} = -A\omega^2\sin\omega t \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.28)$$

$$= -\omega^2 y$$

অর্থাৎ কণাটির ত্বরণ এর সরণের সমানুপাতিক। সুতরাং N বিন্দুর গতি সরল ছন্দিত গতি। O হচ্ছে এই ছন্দিত গতির মধ্যবিন্দু বা সাম্যাবস্থান, B ও D ছন্দিত গতির প্রান্তীয় অবস্থান এবং P উৎপাদনকারী বিন্দু (generating point)। বৃত্তটির নাম নির্দেশক বৃত্ত (reference circle) এবং কণাটির নাম নির্দেশক কণা (reference particle) [চিত্র ৮.১৩(ক)]। লক্ষ করলে দেখা যাবে যে কণাটি বৃত্তাকার পথে যখন ABCDA পথে একবার ঘুরে আসে সেই সময় পাদবিন্দুটি OBODO ব্যাস বরাবর যাত্রা বিন্দু বা আদি বিন্দু থেকে শুরু করে একবার পথ অতিক্রম শেষ করে

আদি বিন্দুতে ফিরে আসে। কণাটির বৃত্তাকার পথে একবার ঘুরতে যে সময় লাগে তাই দোলন বা পর্যায়কাল T। ঐ সময় একই পাদবিন্দুও একবার পথ পরিক্রমা শেষ করে। সুতরাং

$T = \frac{2\pi}{\omega}$ [$\because$ $\theta = \omega t$ এবং যখন $\theta = 2\pi$, $t = T$ সুতরাং $2\pi = \omega T$]

উপরের বর্ণনা থেকে দেখা যাচ্ছে যে পাদবিন্দু N-এর গতি—

(ক) পর্যাবৃত্ত গতি

(খ) সরল রৈখিক গতি

(গ) ত্বরণ সরণের সমানুপাতিক এবং বিপরীতমুখী।

সুতরাং পাদবিন্দুর গতি সরল দোলনগতি।

## ৮.১০ সরল দোলকের গতি সরল দোলন গতি

### Motion of a Simple Pendulum is Simple Harmonic Motion

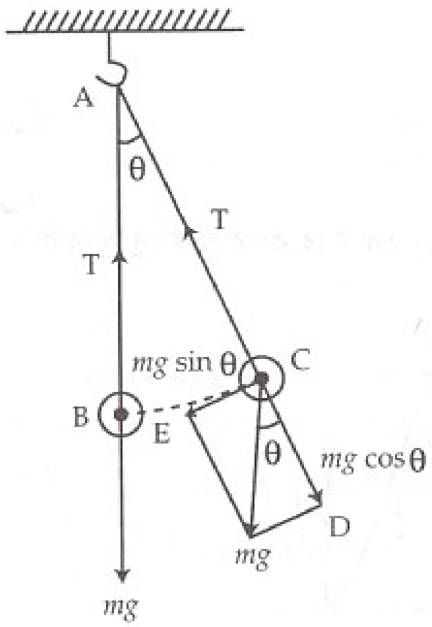
একটি দৃঢ় অবলম্বন থেকে ওজনহীন, নমনীয় ও অসম্প্রসারণীয় সুতা দিয়ে প্রায় আয়তনহীন একটি বস্তুকে ঝুলিয়ে দিয়ে বস্তুটিকে সরল ছন্দিত গতিতে দুলতে দিলে একটি সরল দোলক তৈরি হয়। এই দোলককে 4° এর মধ্যে রেখে দুলতে দিলে এর গতি সরল দোলন গতি হবে। এই ধরনের একটি সরল দোলক দেখানো হলো [চিত্র ৮.১৪]।

মনে কর AB একটি সরল দোলক এবং এর ভারকেন্দ্র B এবং $m$ এর ভর। দোলকটিকে দুলতে দিলে যেকোনো এক সময় সাম্যাবস্থান থেকে θ কোণে AC অবস্থানে আসে। এখন C বিন্দুর ওজন $mg$ খাঁড়া নিচের দিকে ক্রিয়া করে। এই ওজনকে দুটি উপাংশে বিভাজন করা যায়। একটি উপাংশ সুতার দৈর্ঘ্য CD এর দিকে $mg \cos\theta$ এবং অপর উপাংশ সরণের বিপরীতে CE বরাবর $mg \sin\theta$। এক্ষেত্রে $mg \cos\theta$ উপাংশ সুতার টান T দ্বারা নিষ্ক্রিয় হয়। একমাত্র কার্যকরী বল F হলো $mg \sin\theta$ যার দিক সাম্যাবস্থানের দিকে।

$$\therefore \quad F = -mg\sin\theta \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.29)$$

এখানে $g$ = অভিকর্ষজ ত্বরণ। যেহেতু বল সরণের বিপরীতমুখী তাই — $ve$ চিহ্ন ব্যবহৃত হয়েছে।

কার্যকরী বলের জন্য ত্বরণ $a$ হলে $F = ma$




চিত্র ৮.১৪

$$\therefore \quad ma = -mg\sin\theta$$

$$\text{বা,} \quad a = -g\sin\theta \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.30)$$

θ এর মান ক্ষুদ্র (4° এর বেশি না) হলে $\sin\theta = \theta$ রেডিয়ান ধরা হয়।

সেক্ষেত্রে সরল দোলকের গতিপথ সরলরৈখিক হয়।

সমীকরণ (8.30) থেকে পাই,

$$a = -g \times \frac{BC}{AC} = -g \times \frac{x}{L}$$

এখানে $\frac{g}{L}$ = ধ্রুবক = $\omega^2$ ধরা হলে $a = -\omega^2 x$ বা, $a \propto -x$ হয়।

অর্থাৎ ত্বরণ সরণের সমানুপাতিক ও বিপরীতমুখী হয়, যা সরল দোলন গতির বৈশিষ্ট্যকে প্রকাশ করে। দোলায়মান সরল দোলকের দোলনকাল উপরোক্ত সমীকরণ-এর সাহায্যে নির্ণয় করা যায়।

আমরা পাই,

$\omega^2 = \frac{g}{L}$ বা, $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$ আমরা জানি, $\omega = 2\pi n$ এবং $T = \frac{1}{n}$

বা, $2\pi n = \sqrt{\frac{g}{L}}$

বা, $2\pi \times \frac{1}{T} = \sqrt{\frac{g}{L}}$

** $\therefore$ $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ $\therefore$ দোলনকাল ভরের উপর নির্ভর করে না ... (8.31)

ইহা সরল দোলন গতির পর্যায়কালের সমীকরণ। যদি কোনো সরল দোলকের দোলনকাল T = 2 sec হয় তাহলে ঐ দোলককে আমরা সেকেন্ড দোলক বলে থাকি। সমীকরণ (8.31) থেকে পাই,

$g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2}$ ... চ.বি.(১১-১২), ঢ.বি. ১৪-১৫ ... (8.32)

অর্থাৎ উপরোক্ত সমীকরণ থেকে বলা যায় অল্প বিস্তারে (4° এর কম) দোলায়মান সরল দোলকের গতি সরল দোলন গতি।

## ৮-১১ সেকেন্ড দোলক (02-06)
## Second pendulum

যে সরল দোলকের দোলন কাল 2 সেকেন্ড তাকে সেকেন্ড দোলক বলে। অর্থাৎ সেকেন্ড দোলকের T = 2 সে.। কোনো একটি সেকেন্ড দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য L হলে, $T = 2 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = \frac{1}{n}$

অর্থাৎ $2 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ বা, $1 = \pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

* দোলক ঘড়ি এক ধরনের সেকেন্ড দোলক।
* সেকেন্ড দোলক ১ সেকেন্ডে ১টি অর্ধদোলন দেয়।

বা, $1 = \pi^2 \frac{L}{g}$

$\therefore$ $L = \frac{g}{\pi^2}$ = 0.9929 ... ... ... (8.33)

সুতরাং, দেখা যায়, সেকেন্ড দোলক অভিকর্ষজ ত্বরণের উপর নির্ভর করে। সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য অভিকর্ষজ ত্বরণের সমানুপাতিক। চ.বি. ০৯-১০

### গানিতিক উদাহরণ

১। একটি সেকেন্ড দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য বের কর। ($g = 9.8$ ms$^{-2}$)

মনে করি কার্যকর দৈর্ঘ্য = L

আমরা পাই,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\therefore\ L = \frac{T^2 \times g}{4\pi^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad (i)$$

এখানে,
দোলনকাল T = 2s $\because$ দোলকটি সেকেন্ড দোলক
অভিকর্ষীয় ত্বরণ, $g = 9.8$ ms$^{-2}$
এবং $\pi^2 = 9.87$

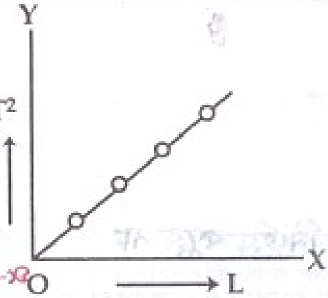
$\therefore$ সমীকরণ (i) হতে আমরা পাই,

$$L = \frac{2 \times 2 \times 9.8}{4 \times 9.87} = 0.993 \text{ m}$$

**সম্প্রসারিত কর্মকান্ড :** একটি ক্যারামের স্ট্রাইকার মসৃণ (ঘর্ষণহীন) বোর্ডের এক ধারে লম্বভাবে আঘাত করে। দেখবে প্রতিক্ষিপ্ত হয়ে আবার বোর্ডের বিপরীত দিকে এসে লম্বভাবে আঘাত করবে। এভাবে বার বার প্রতিক্ষিপ্ত হয়ে স্ট্রাইকারটি এধারে-ওধারে যাতায়াত করবে। কেন ?

ঘর্ষণহীন মসৃণ বোর্ডের উপর স্ট্রাইকারটি প্রতিক্ষিপ্ত হয়ে সামনে পিছনে চলার জন্য এটি সরল ছন্দিত গতি লাভ করে। প্রযুক্ত বল সরণের সমানুপাতিক ও বিপরীতমুখী। তাই ঘর্ষণ না থাকায় সরল দোল গতি লাভ করে।

**যাচাই কর :** একটি গ্রাফ কাগজে $L$—$T^2$ লেখচিত্রটি অঙ্কন করলে তা নিম্নরূপ হবে।
$T^2 = y$, $L = x$ এবং ধ্রুবক $= m$ ধরা হলে সরলরেখাটির সমীকরণ হয় $y = mx$




L-T² লেখচিত্রটি সরলরৈখিক
হা. দা. ১৪-১৫

চিত্র ৮.১৫

(ক) লেখচিত্র থেকে L ও T এর মধ্যে সম্পর্ক পর্যবেক্ষণ কর এবং $g$ এর ক্ষেত্রে তা প্রয়োগ কর। কার্যকরী দৈর্ঘ্য বেড়ে গেলে $g$ এর মান কীরূপ হবে ?

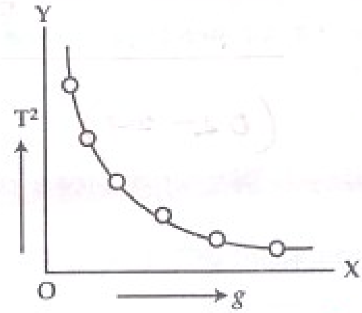
(খ) $L - \frac{1}{T^2}$ লেখচিত্রটি কীরূপ হবে ? গ্রাফ কাগজে অঙ্কন কর।

(গ) পর্যায়কাল কমে গেলে $g$-এর মানের কী পরিবর্তন হবে ?

(ঘ) এই গ্রাফ থেকে $g$ নির্ণয়ের পদ্ধতিটি লেখ।

(ঙ) পর্যায়কাল বৃদ্ধি পেলে $g$-এর মানের কী পরিবর্তন ঘটবে ?

**যাচাই কর :** পাশের চিত্রে $g$ — $T^2$ লেখচিত্রে $T^2$ এবং $g$ এর মধ্যে পারস্পরিক পরিবর্তনগুলি ব্যাখ্যা কর।




চিত্র ৮.১৬ অধিবৃত্ত (Parabola)

## ৮.১২ ব্যবহারিক
### Experimental

| পরীক্ষণের নাম : পিরিয়ড : ২ | **(ক) স্প্রিং ধ্রুবক নির্ণয়ের পরীক্ষা** **Experiment for the Determination of Spring Constant.** |
|---|---|

**তত্ত্ব :** উল্লম্বভাবে ঝুলন্ত একটি পেঁচানো স্প্রিং থেকে $m$ ভরের কোনো বস্তুকে ঝুলিয়ে দিলে স্প্রিংটির দৈর্ঘ্য $l$ পরিমাণ বৃদ্ধি পায়। এ অবস্থায় বস্তুটি সাম্যাবস্থায় আছে ধরা হয়। এবার বস্তুটিকে নিচের দিকে $x$ দূরত্ব টেনে ছেড়ে দিলে সেটি সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দিত হতে থাকবে [চিত্র ৮.১৭]। বস্তুটিকে নিচের দিকে টানলে স্প্রিংটি এর ওপর প্রাথমিক অবস্থান অভিমুখে একটি প্রত্যায়নক বল (restoring force) প্রয়োগ করে। হুকের সূত্র অনুসারে প্রত্যায়নক বল বস্তুর সরণ $x$-এর সমানুপাতিক এবং বিপরীতমুখী। সুতরাং

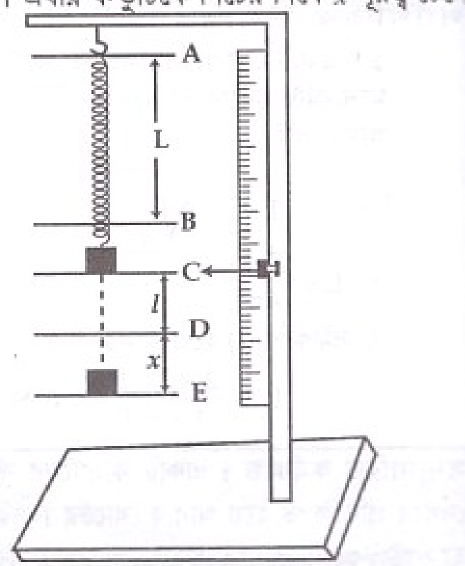
$$F = -Kx$$

এখানে K স্প্রিংটির বল ধ্রুবক। বস্তুকে ছেড়ে দিলে F বলের দরুন সেটি $a$ ত্বরণ নিয়ে চলে। বস্তুটির ভর $m$ হলে এর ত্বরণ হবে,

$$a = \frac{F}{m} = -\frac{K'}{m}x$$

$$\therefore \quad a = -Kx \quad \ldots \quad \ldots \quad (i)$$

যেহেতু $K = \frac{K'}{m} =$ ধ্রুবক $=$ স্প্রিং ধ্রুবক। অতএব বস্তুর গতি সরল দোলন গতি হবে।




চিত্র ৮.১৭

যেহেতু একক সরণে বস্তুর ত্বরণ $=\frac{K'}{m}$। সুতরাং দোলনরত বস্তুর পর্যায়কাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$ ... (ii)

বস্তুর ওজন $mg$-এর ক্রিয়ায় স্প্রিংটির দৈর্ঘ্য $l$ পরিমাণ বেড়েছিল,

অতএব হুকের সূত্র অনুযায়ী $mg = Kl$

বা, $K = \frac{m}{l} \times g$ ... ... (iii)

বা, $\frac{m}{K} = \frac{l}{g}$

$\therefore$ দোলনরত বস্তুর পর্যায়কাল $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ ... ... (iv)

**যন্ত্রপাতি :** (১) পরীক্ষণীয় স্প্রিং। (২) সুবিধাজনক কয়েকটি ভার। (৩) স্প্রিংটি ঝুলাবার জন্য হুক। (৪) মিটার স্কেল।

**কার্যপদ্ধতি :** (i) পরীক্ষণীয় স্থানের টেবিলের প্রান্ত থেকে অথবা কোনো দৃঢ় অবলম্বন হতে একটি হুক হতে স্প্রিংটিকে ঝুলিয়ে দেয়া হয়।

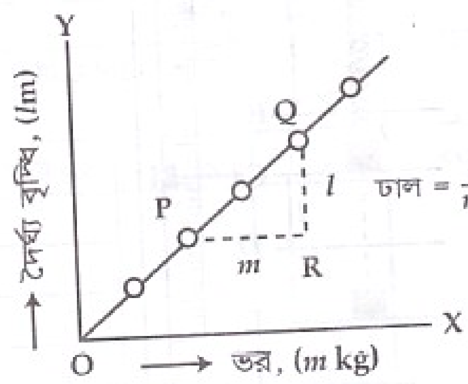
(ii) এর পর স্প্রিংটির AB এর দৈর্ঘ্য (L), স্কেলের সাহায্যে পরিমাপ করা হয়।

(iii) এবার স্প্রিং-এর নিচের প্রান্তের হুকে একটি ভার চাপানো হয় ফলে স্প্রিংটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায় এবং ভার এর অবস্থান C থেকে D তে এসে পৌঁছায়। মিটার স্কেলের সাহায্যে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি ($l$) নির্ণয় করা হয়। D বিন্দু বরাবর একটি নির্দেশক চিহ্ন দিয়ে রাখতে হবে।

(iv) উপরোক্ত পদ্ধতিটি বিভিন্ন ভারের বস্তুর জন্য কয়েকবার করা হয় এবং বিভিন্ন ভারের জন্য দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পরিমাপ করা হয়।

(v) ভর হ্রাসের ক্ষেত্রে দৈর্ঘ্য সংকোচন পরিমাপ করা হয়।

**লেখচিত্র অঙ্কন :** গ্রাফ কাগজে X-অক্ষ বরাবর ভার এবং Y-অক্ষ বরাবর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি নিয়ে লেখচিত্র অঙ্কন করা হয়। লেখচিত্রটি একটি মূলবিন্দুগামী সরলরেখা হয় [চিত্র ৮·১৮]। এই সরলরেখার ঢাল $\frac{l}{m}$ নির্ণয় করা হয়।



চিত্র ৮·১৮

ডাটা ছক-১

| পর্যবেক্ষণ সংখ্যা | স্প্রিং এর আদি দৈর্ঘ্য, L (m) | প্রযুক্ত ভর $m$ (kg) | স্প্রিং এর সম্প্রসারণ, $l$ (m) | দৈর্ঘ্য প্রসারণের ক্ষেত্রে $m/l$ (kgm$^{-1}$) | দৈর্ঘ্য সংকোচনের ক্ষেত্রে $m/l$ (kgm$^{-1}$) | গড় $m/l$ (kgm$^{-1}$) | K (Nm$^{-1}$) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

**হিসাব :** পরীক্ষা লব্ধ $\frac{l}{m}$ এর মান থেকে $\frac{m}{l}$ নির্ণয় করে এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ '$g$' এর মান (iii) সমীকরণে বসিয়ে স্প্রিং ধ্রুবক K নির্ণয় করা হয়।

**ফলাফল :** নির্ণেয় স্প্রিং ধ্রুবকের মান ......... $Nm^{-1}$.

**আলোচনা ও সতর্কতা :** (১) স্প্রিংটিকে এমনভাবে ঝুলাতে হবে যাতে এর প্রান্তে ভার ঝুলাবার পর এ উপরের হুক থেকে খুলে না যায়।

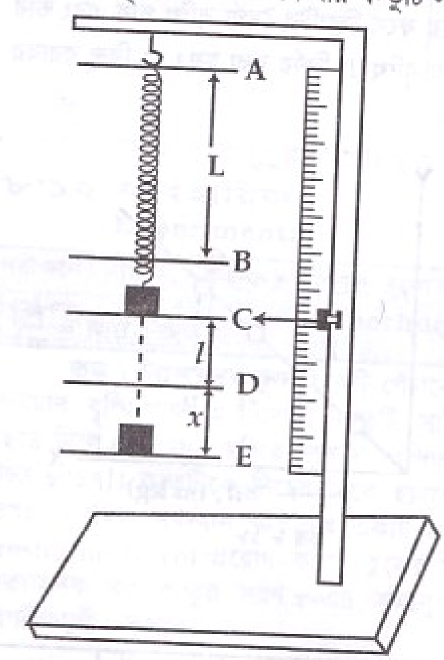
(২) ভার ক্রমান্বয়ে বর্ধিত করে স্প্রিং-এর সম্প্রসারণ নির্ণয় করা হয়।

(৩) স্প্রিংটির প্রান্তে ভার ঝুলাবার পর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির সময় যাতে বাধা প্রাপ্ত না হয় সেদিকে লক্ষ রাখতে হবে।

(৪) দৈর্ঘ্য সম্প্রসারণ সঠিকভাবে পরিমাপ করতে হবে।

| পরীক্ষণের নাম : পিরিয়ড : ২ | (খ) স্প্রিং এর সাহায্যে ভরের তুলনা<br>**Comparing the masses with the help of spring.** |
|---|---|

**তত্ত্ব :** উল্লম্বভাবে ঝুলানো একটি পেঁচানো স্প্রিং থেকে $m$ ভরের কোনো বস্তুকে ঝুলিয়ে দিলে স্প্রিংটির দৈর্ঘ্য $l$ পরিমাণ বৃদ্ধি পায়। এ অবস্থায় বস্তুটি সাম্যাবস্থায় আছে ধরা হয়। এবার বস্তুটিকে নিচের দিকে $x$ দূরত্ব টেনে ছেড়ে দিলে সেটি সরল ছন্দিত স্পন্দনে দুলতে থাকে [চিত্র ৮·১৯]। বস্তুটিকে নিচের দিকে টানলে স্প্রিং-এর ওপর প্রাথমিক অবস্থান অভিমুখে একটি প্রত্যায়নক বল প্রয়োগ করে। হুকের সূত্র অনুসারে প্রত্যয়নক বল বস্তুর সরণ $x$ এর সমানুপাতিক এবং বিপরীতমুখী। সুতরাং $F = -K'x$




চিত্র ৮·১৯

এখানে K′ স্প্রিংটির বল ধ্রুবক।

বস্তুটিকে টেনে ছেড়ে দিলে F বলের দরুন সেটি $a$ ত্বরণ নিয়ে চলে। বস্তুটির ভর $m$ হলে এর ত্বরণ হবে

$$a = \frac{F}{m} \quad \therefore\ a = \frac{-K'}{m}x$$

$$\therefore\ a = -Kx, \text{ এখানে } K = \frac{K'}{m} = \text{স্প্রিং ধ্রুবক}$$

যেহেতু একক সরণে বস্তুর ত্বরণ $\frac{K'}{m}$, সুতরাং দোলনরত বস্তুর পর্যায়কাল,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \quad \ldots \quad \ldots \quad \text{(i)}$$

$$T^2 = 4\pi^2\frac{m}{K} \quad \therefore\ m = \frac{T^2K}{4\pi^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \text{(ii)}$$

দুটি বস্তুর ভর $m_1$ ও $m_2$ এবং এই দুই ভরের জন্য পর্যায়কাল $T_1$ ও $T_2$ হবে। সমীকরণ (ii) থেকে লেখা যায়।

$$m_1 = \frac{T_1^2K}{4\pi^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \text{(iii)}$$

এবং $m_2 = \dfrac{T_2^2 K}{4\pi^2}$ ... ... ... (iv)

$\therefore \quad \dfrac{m_1}{m_2} = \dfrac{T_1^2 K}{4\pi^2} \times \dfrac{4\pi^2}{T_2^2 K} = \dfrac{T_1^2}{T_2^2}$ ... ... ... (v)

$m_1 : m_2 = T_1^2 : T_2^2$ ... ... ... (vi)

যন্ত্রপাতি : (১) জানা স্প্রিং ধ্রুবকবিশিষ্ট একটি স্প্রিং।

(২) স্প্রিংটি ঝুলাবার জন্য হুক।

(৩) পরীক্ষণীয় বিভিন্ন ভারের বস্তু।

(৪) স্টপওয়াচ।

(৫) একটি কাঠের মিটার স্কেল।

কার্যপদ্ধতি : (১) স্প্রিংটিকে হুকের সাহায্যে কোনো দৃঢ় অবলম্বন থেকে ঝুলিয়ে দিতে হবে। স্প্রিং-এর প্রান্তে পরীক্ষণীয় প্রথম ভারের বস্তু ($m_1$) স্প্রিং এর নিচের প্রান্তে বেঁধে দিলে প্রথমে দৈর্ঘ্য-বৃদ্ধি পাবে এবং একটি অবস্থানে স্থির থাকবে। এটাই সাম্য বিন্দু।

(২) সাম্যবিন্দু ঠিক রাখার জন্য পাশে একটি লম্বা স্কেলে বা দেওয়ালের গায়ে দাগ দিয়ে চিহ্নিত কর।

(৩) এরপর সাম্য বিন্দু হতে নিচের দিকে বস্তুটিকে অল্প টেনে ছেড়ে দিলে স্প্রিংটি উপরে-নিচে কম্পিত হবে। এই অবস্থায় 3 বার 20 দোলনের সময় নির্ণয় কর। প্রতিবারে সময়কে দোলন সংখ্যা দিয়ে ভাগ করে দোলনকাল ($T_1$) নির্ণয় কর। তিনটি পাঠের মান থেকে গড় $T_1$ নির্ণয় কর।

(৪) একইভাগে দ্বিতীয় ভারের বস্তু ($m_2$) এর জন্য (৩) নং পরীক্ষণ অনুযায়ী দোলনকাল $T_2$ নির্ণয় কর।

**পর্যবেক্ষণ ছক-১**

| পর্যবেক্ষণ সংখ্যা | প্রথম ভর $m_1$: 10টি দোলনের জন্য সময় sec | গড় sec | দোলন কাল $T_1$ sec | $T_1^2$ sec$^2$ | দ্বিতীয় ভর $m_2$: 10টি দোলনের জন্য সময় sec | গড় sec | দোলন কাল $T_2$ sec | $T_2^2$ sec$^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | |

**হিসাব (Calculation) :**

প্রথম ভর $m_1$-এর জন্য, $T_1^2$ = ----- sec$^2$

দ্বিতীয় ভর $m_2$-এর জন্য, $T_2^2$ = ----- sec$^2$

সুতরাং বস্তু দুটির ভরের তুলনা, $\dfrac{m_1}{m_2} = \dfrac{T_1^2}{T_2^2}$

**ফলাফল (Result) :**

বস্তু দুটির ভরের তুলনা, $m_1 : m_2$ = --------

**সতর্কতা ও আলোচনা:**

১. স্প্রিং প্রসারণের সময় যেন স্প্রিংটি খাড়াভাবে প্রসারিত হয় সেদিকে লক্ষ রাখতে হবে।

২. স্প্রিংটি দোলনের সময় ডানে বা বামে না দুলে যেন উল্লম্বভাবে দুলতে থাকে সেদিকে লক্ষ রাখা হয়।

৩. স্টপওয়াচের সাহায্যে নিখুঁতভাবে সময় নির্ণয় করা হয়েছে।

৪। বস্তুর ভর এমনভাবে নির্ধারণ করতে হবে যাতে স্প্রি-এর প্রান্তে ঝুলিয়ে দিলে তা স্থিতিস্থাপক সীমা অতিক্রম না করে।

## উচ্চতর দক্ষতাভিত্তিক নমুনার গাণিতিক উদাহরণ

১। পদার্থবিজ্ঞানের শিক্ষক তাঁর তিন ছাত্রকে একটি পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় করতে বললেন। ছাত্র তিনজন ভিন্ন ভিন্ন দৈর্ঘ্যের তিনটি সরল দোলক নিল। তিনজন পাহাড়ের উচ্চতা একই পেল। [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6{\cdot}4 \times 10^6$ m]

(ক) পাহাড়টির উচ্চতা 400 m হলে পাহাড়ের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত ?

(খ) সরল দোলকের সাহায্যে পাহাড়ের উচ্চতা মাপার পদ্ধতি ব্যাখ্যা কর। সবার প্রান্ত ফলাফল একই হবার কারণ কী ?

(ক) আমরা জানি, $g = \dfrac{GM}{R^2}$ ... ... ... (i)

পাহাড়ের উপরে $g' = \dfrac{R^2}{(R+h)^2} = \dfrac{(6{\cdot}4 \times 10^6)^2}{(6{\cdot}4 \times 10^6 + 400)^2} = 9{\cdot}799 \text{ ms}^{-2}$

(খ) সরল দোলককে পাহাড়ের উপর ($h$-উচ্চতায়) নিয়ে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ($g'$) নির্ণয় করতে হবে।
মনে করি, এই অভিকর্ষজ ত্বরণ

$$g' = \frac{GM}{(R+h)^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \text{(ii)}$$

(i) ÷ (ii)

$$\therefore \frac{g}{g'} = \frac{(R+h)^2}{R^2} \quad \text{বা, } \frac{g}{g'} = \left(1 + \frac{h}{R}\right)^2 \quad \text{বা, } \left(1 + \frac{h}{R}\right) = \sqrt{\frac{g}{g'}}$$

$$\text{বা, } \frac{h}{R} = \sqrt{\frac{g}{g'}} - 1 \quad \therefore h = \left(\sqrt{\frac{g}{g'}} - 1\right) \times R \quad \ldots \quad \ldots \quad \text{(iii)}$$

সমীকরণ (iii)-এ $R$, $g$, $g'$ এর মান বসিয়ে $h$ নির্ণয় করা হয়।

রাশিগুলোর তারতম্যের কারণে T এর মানের তারতম্য ঘটে। L বেড়ে গেলে T-ও বাড়ে আবার L কমে গেলে T কমে যায়। কিন্তু $\dfrac{L}{T^2}$ ধ্রুব রাশি হয়। অভিকর্ষজ ত্বরণের কোনো পরিবর্তন হয় না। এ কারণে তিনজন ছাত্র একই উচ্চতা পরিমাপ করে।

২। তৌফিক পদার্থবিজ্ঞান ল্যাবরেটরিতে 3·5 kg ভরের একটি গোল লোহার বলকে তারের প্রান্তে আংটায় ঝুলিয়ে দিয়ে দোল দিল। দেখল যে এটি প্রতি সেকেন্ডে 3 বার স্পন্দিত হচ্ছে। সর্বাধিক সরণ হচ্ছে 5 cm। [A = 10 cm]

(ক) উদ্দীপকে উল্লেখিত সরণকালে বস্তুটির বেগ কত ?

(খ) উল্লেখিত সরণের জন্য বস্তুটির উপর ক্রিয়ারত বল বস্তুটির ওজনের কত গুণ হবে বিশ্লেষণ কর।

(ক) আমরা জানি,

$$\begin{aligned} v &= \omega\sqrt{A^2 - x^2} \\ &= 6\pi\sqrt{(0{\cdot}1)^2 - (0{\cdot}05)^2} \\ &= 6 \times 3{\cdot}14\sqrt{0{\cdot}01 - 0{\cdot}0025} \\ &= 18{\cdot}84\sqrt{0{\cdot}0075} \\ &= 18{\cdot}84 \times 0{\cdot}087 = 1{\cdot}632 \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

এখানে,

$m = 3{\cdot}5$ kg

$A = 10 \text{ cm} = 0{\cdot}1$ m

সরণ, $x = 5 \text{ cm} = 0{\cdot}05$ m

$T = \dfrac{1}{3}$ sec

$\therefore \quad \omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{2\pi}{1/3} = 2\pi \times 3 = 6\pi$

(খ)
$$\begin{aligned} a &= -\omega^2 A = -(6\pi)^2 \times 0{\cdot}1 \\ &= -36 \times 9{\cdot}87 \times 0{\cdot}1 = -35{\cdot}532 \text{ ms}^{-2} \end{aligned}$$

$\therefore$ বল, $F = ma = 3{\cdot}5 \times 35{\cdot}532 = 124{\cdot}36$ N

$F' = mg = 3{\cdot}5 \times 9{\cdot}87 = 34{\cdot}543$ N

$\therefore \dfrac{F}{F'} = \dfrac{124{\cdot}36}{34{\cdot}543} = 3{\cdot}6 \quad \therefore$ বল, ওজনের 3·6 গুণ।

৩। রুমানা 1 m কার্যকর দৈর্ঘ্যের একটি সরল দোলক তৈরি করল। 4° কৌণিক বিস্তারে এটি একটি সেকেন্ড দোলক তৈরি হলো। এর দোলনকাল 50% বাড়ানোর জন্য সে কার্যকর দৈর্ঘ্য 150 cm নিয়ে দোলনকাল নির্ণয় করতে শুরু করল।

(ক) রুমানার তৈরি সেকেন্ড দোলকের কৌণিক কম্পাঙ্ক কত ?

(খ) 150 cm কার্যকর দৈর্ঘ্যের দোলকটি কী উদ্দীপকের শর্ত পূরণ করবে ? গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও।

এখানে,

কার্যকর দৈর্ঘ্য, $L_1 = 1$ m

কৌণিক বিস্তার, $\theta = 4°$

দোলনকাল, $T_1 = 2$ s

$$T_2 = 2 + \frac{50}{100} \times 2$$

$$= 2 + 1 = 3\text{ s}$$

পরিবর্তিত কার্যকর দৈর্ঘ্য,

$$L_2 = 150\text{ cm} = 1{\cdot}5\text{ m}$$

(ক) আমরা জানি,

কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$$\therefore \quad \omega = \frac{2 \times 3{\cdot}14}{2} = 3{\cdot}14\text{ rads}^{-1}$$

(খ) আবার, $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$

এখন পরিবর্তিত কার্যকর দৈর্ঘ্য 1·5 m এর জন্য দোলনকাল হবে,

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{L_2}{g}} = 2 \times 3{\cdot}14 \sqrt{\frac{1{\cdot}5}{9{\cdot}8}}$$

$$= 2 \times 3{\cdot}14 \times 0{\cdot}39$$

$= 2{\cdot}45$ s. এই মান 3s এর চেয়ে কম।

সুতরাং, 150 cm দৈর্ঘ্যের দোলকটি উদ্দীপকের শর্ত পূরণ করবে না।

## সার-সংক্ষেপ

স্থানিক পর্যায়ক্রম : পর্যায়বৃত্তির পর্যায়কাল যদি স্থান সাপেক্ষ হয়, তবে তাকে স্থানিক পর্যায়ক্রম বলে।

কালিক পর্যায়ক্রম : পর্যায়বৃত্তির পর্যায়কাল যদি একটি নির্দিষ্ট সময় সাপেক্ষ হয়। তবে তাকে কালিক পর্যায়ক্রম বলে।

পর্যাবৃত্ত গতি : কোনো বস্তুর গতি যদি এমন হয় যে একটি নির্দিষ্ট সময় পরপর বস্তুটির গতির পুনরাবৃত্তি ঘটে তবে ঐ গতিকে পর্যাবৃত্ত গতি বলে।

স্পন্দন গতি : পর্যাবৃত্ত গতিসম্পন্ন কোনো বস্তুর গতি যদি এমন হয় যে, পর্যায়কালের অর্ধেক সময় কোনো নির্দিষ্ট দিকে এবং বাকি অর্ধেক সময় বিপরীত দিকে চলে তবে বস্তুর ঐ গতিকে স্পন্দন বলে।

সরল ছন্দিত স্পন্দন : কোনো পর্যায় গতিসম্পন্ন বস্তুর উপর কার্যকর ত্বরণ যদি তার গতিপথের একটি নির্দিষ্ট বিন্দু অভিমুখে এমনভাবে ক্রিয়া করে যে তার মান ঐ বিন্দু হতে বস্তুর সরণের মানের সমানুপাতিক হয়, তবে বস্তুর উক্ত গতিকে সরল ছন্দিত স্পন্দন বলে।

সরল দোলক : একটি ছোট ভারী বস্তু পিণ্ডকে একটি ওজনবিহীন, অপ্রসারণীয় এবং নমনীয় সুতার সাহায্যে একটি দৃঢ় অবলম্বনে ঝুলিয়ে দেওয়ায় তা যদি বিনা বাধায় এদিক-ওদিক দোলে, তবে সুতা সমেত পিণ্ডটিকে সরল দোলক বলে।

পূর্ণ দোলন (Complete oscillation) : কোনো একটি সরল দোলকের দোলক পিণ্ড তার গতিপথের যে কোনো বিন্দু হতে যাত্রা শুরু করে দুই প্রান্ত অবধি যেয়ে পুনরায় সেই বিন্দুতে ফিরে এলে একটি পূর্ণ দোলন হয়।

| | | |
|---|---|---|
| দোলন বা পর্যায় কাল (Time period) | : | কোনো একটি সরল দোলকের দোলক পিণ্ডের একটি পূর্ণ দোলন দিতে যে পরিমাণ সময় লাগে তাকে দোলন কাল বলে। |
| কম্পাঙ্ক (Frequency) | : | কোনো একটি সরল দোলকের দোলক পিণ্ড এক সেকেন্ডে যতবার পূর্ণ দোলন দেয়, তাকে কম্পাঙ্ক বা কম্পনি বলে। |
| বিস্তার (Amplitude) | : | দুলবার সময় কোনো একটি সরল দোলকের দোলক পিণ্ড সাম্যাবস্থা হতে সর্বাপেক্ষা যতটা বেশি দূরে যায় তাকে তার বিস্তার বলে। |
| দশা | : | কোনো একটি কম্পমান বস্তুর যে কোনো মুহূর্তের দোলনের অবস্থা অর্থাৎ বস্তুটির অবস্থান, বেগ, ত্বরণ এবং গতির অভিমুখ যা দ্বারা বুঝা যায় তাকে দশা বলে। |
| সেকেন্ড দোলক (Second pendulum) | : | যে সরল দোলকের দোলনকাল 2 সেকেন্ড, তাকে সেকেন্ড দোলক বলে। |
| কৌণিক কম্পাঙ্ক | : | সরল ছন্দিত স্পন্দনসম্পন্ন কোনো কণা একক সময়ে যে কৌণিক দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে কৌণিক কম্পাঙ্ক বলে। |

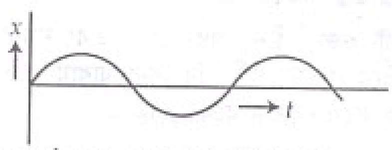
## অনুশীলনী

### (ক) বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১। পৃথিবী 365 দিনে একবার সূর্যের চারদিক ঘুরে আসে এটা কী ধরনের পর্যাবৃত্তি ?
ⓚ কালিক পর্যাবৃত্তি
ⓚ স্থানিক পর্যাবৃত্তি
ⓖ উভয়ই
ⓖ কোনোটিই নয়

২। সরল ছন্দিত স্পন্দনের বৈশিষ্ট্য—
(i) বস্তুর গতি পর্যায় গতি
(ii) ত্বরণ বস্তুর সরণ অভিমুখী
(iii) ত্বরণ বস্তুর সরণের সমানুপাতিক
নিচের কোন্‌টি সঠিক ?
ⓚ i ও ii
ⓚ i ও iii
ⓖ ii ও iii
ⓖ i, ii ও iii

৩। সরল ছন্দিত স্পন্দকের ক্ষেত্রে বেগ ও ত্বরণ নির্ভর করে—
ⓚ স্পন্দনের ভরের উপর
ⓚ সরণের উপর
ⓖ আদি দশার উপর
ⓖ সবগুলোর উপর

৪।



লেখচিত্রের পর্যাবৃত্ত কণার সমীকরণ হলো—
ⓚ $x = a \sin \omega t$
ⓚ $x = a \cos \omega t$
ⓖ $x = a \sin (\omega t + 0)$
ⓖ কোনোটিই নয়

৫। সরল ছন্দিত গতি ত্বরণ বা প্রত্যায়নী বল সরণের—
ⓚ সমানুপাতিক ও সমমুখী
ⓚ ব্যস্তানুপাতিক ও বিপরীতমুখী
ⓖ ব্যস্তানুপাতিক ও সমমুখী
ⓖ সমানুপাতিক ও বিপরীতমুখী

৬। একটি সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার সর্বোচ্চ বেগ $0.03\ ms^{-1}$। কণাটির বিস্তার $0.006m$ হলে পর্যায়কাল কত ?
ⓚ $3\ rad\ s^{-1}$
ⓚ $10\ rad\ s^{-1}$
ⓖ $5\ rad\ s^{-1}$
ⓖ $7\ rad\ s^{-1}$

৭। সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার গতিপথের মধ্য-অবস্থানে— [ঢা. বো. ২০১৫]
ⓚ বেগ সর্বনিম্ন, সরণ সর্বোচ্চ
ⓚ বেগ সর্বনিম্ন, সরণ সর্বনিম্ন
ⓖ বেগ সর্বাধিক, সরণ সর্বাধিক
ⓖ বেগ সর্বাধিক, সরণ সর্বনিম্ন

৮। সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার ক্ষেত্র—
(i) মধ্যবর্তী সাম্যাবস্থানে এর বেগ সর্বোচ্চ হয়
(ii) মধ্যাবস্থান হতে সরণ বৃদ্ধির সাথে এর বেগ হ্রাস পায়
(iii) বিস্তারের প্রান্ত দুই বিন্দুতে এর গতিবেগ শূন্য হয়
নিচের কোনটি সঠিক ?
ⓚ i ও ii
ⓚ i ও iii
ⓖ ii ও iii
ⓖ i, ii ও iii

দুটি স্পন্দনরত কণার সরণ যথাক্রমে $x = A \sin \omega t$ এবং $x = A \cos \omega t$ হলে এদের মধ্যকার দশা পার্থক্য

ক) $2\pi$

খ) $\frac{\pi}{2}$

গ) $\pi$

ঘ) $\frac{\pi}{2}$

১০। কোন্‌টি সরল ছন্দিত স্পন্দনের বৈশিষ্ট্য নয় ?

(i) এর গতি একটি সরলরেখায় ঘটে

(ii) বল বস্তুর সরণের সমানুপাতিক

(iii) ত্বরণ বস্তুর সরণ অভিমুখী

নিচের কোন্‌টি সঠিক ?

ক) i

খ) i ও ii

গ) ii ও iii

ঘ) i, ii ও iii

১১। 0·05 kg ভরের বস্তু 20 cm বিস্তার এবং 6·28 s পর্যায়কালের সরল ছন্দিত গতি প্রাপ্ত হলে বস্তুটির সর্বোচ্চ দ্রুতি কত ?

ক) $0{\cdot}628\ ms^{-1}$

খ) $0{\cdot}20\ ms^{-1}$

গ) $0{\cdot}10\ ms^{-1}$

ঘ) $6{\cdot}28\ ms^{-1}$

১২। সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দিত কণার বিভবশক্তি সর্বোচ্চ হবে যখন সরণ—

ক) A

খ) $\frac{A}{2}$

গ) $\frac{A}{\sqrt{2}}$

ঘ) 0 হয়

১৩। সরল ছন্দিত স্পন্দনশীল একটি কণার দোলনকাল 10 সেকেন্ড। কোন সমীকরণটি এর ত্বরণ '$a$' এবং সরণ '$x$' এর সম্পর্ক প্রকাশ করে ? [ঢা. বো. ২০১৫]

ক) $a = -10\pi x$

খ) $a = -(20\pi)x$

গ) $a = -\left(\frac{2\pi}{10}\right)^2 x$

ঘ) $a = -(20\pi)^2 x$

১৪। সরল দোলকের গতির ক্ষেত্রে $\frac{1}{2}KA^2$ নির্দেশ করে—

ক) সর্বোচ্চ স্থিতিশক্তি

খ) সর্বোচ্চ গতিশক্তি

গ) মোট শক্তি

ঘ) সবগুলো

১৫। সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কোনো কণার সর্বোচ্চ বেগ $0{\cdot}02\ ms^{-1}$। কণাটির বিস্তার 0·004 m হলে কণাটির পর্যায়কাল কত ?

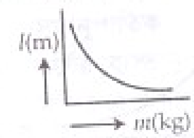
ক) 0·26 s

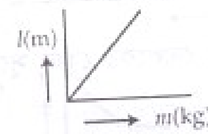
খ) 2·26 s

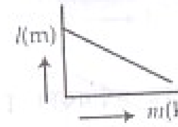
গ) 1·26 s

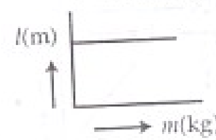
ঘ) 2 s

১৬। দোলনরত একটি স্প্রিং-এর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি বনাম ভর লেখচিত্র কোনটি ?

ক) 


খ) 


গ) 


ঘ) 


১৭। সরল ছন্দিত স্পন্দনের কম্পাঙ্কের রাশিমালা হলো—

ক) $n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{m}{k}}$

খ) $n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

গ) $n = 2\pi\sqrt{\frac{k}{m}}$

ঘ) $n = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

১৮। সরল ছন্দিত স্পন্দনসম্পন্ন কণার সর্বোচ্চ ত্বরণ কত ?

ক) $a = \omega x^2$

খ) $a = -\omega^2 x$

গ) $a = \omega^2 x$

ঘ) $a = -\omega x^2$

১৯। স্প্রিংজনিত স্পন্দনের ক্ষেত্রে দোলনকাল

ক) $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

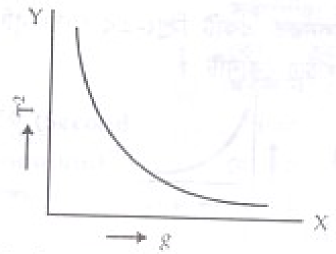
খ) $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

গ) $T = 2\pi\sqrt{\frac{k}{m}}$

ঘ) $T = 2\pi\sqrt{\frac{g}{L}}$

২০। সরল দোলকের ববের ভর বেশি হলে, দোলনকাল কী হবে ?
ⓚ বাড়বে
ⓚ কমবে
ⓖ অপরিবর্তিত থাকবে
ⓖ ভরের বর্গমূলের সমানুপাতিক

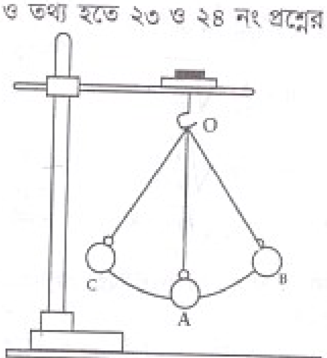
২১।




লেখচিত্রটি সরল দোলকের কোন্ সূত্রের প্রকাশ ?
ⓚ ১ম
ⓚ ২য়
ⓖ ৩য়
ⓖ ৪র্থ

২২। যদি একটি দোলকের পর্যায়কাল T এবং কার্যকর দৈর্ঘ্য L হয় তবে—
ⓚ $T \propto \sqrt{\frac{1}{L}}$
ⓚ $T \propto L$
ⓖ $T \propto \sqrt{L}$
ⓖ $T \propto \frac{1}{L}$

নিচের চিত্র ও তথ্য হতে ২৩ ও ২৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :




চিত্রে সরল দোলকটি A অবস্থান থেকে দুলতে শুরু করে প্রথমে B এরপর C অবস্থানে পৌছায়।

২৩। দোলকটির A অবস্থানের জন্য প্রযোজ্য—
(i) গতিশক্তি সর্বোচ্চ
(ii) বেগ সর্বোচ্চ
(iii) বিভব শক্তি সর্বনিম্ন
নিচের কোন্‌টি সঠিক ?
ⓚ i
ⓚ i ও ii
ⓖ ii ও iii
ⓖ i, ii ও iii

২৪। দোলকটির C অবস্থানের জন্য নিচের কোনটি সঠিক ?
ⓚ বিভব শক্তি শূন্য
ⓚ কার্যকরী বল শূন্য
ⓖ বেগ শূন্য
ⓖ ত্বরণ সর্বোচ্চ

২৫। নিচের কোন্‌টি সরল দোলকের ব্যবহার নয় ?
(i) অভিকর্ষজ ত্বরণ $g$-এর মান নির্ণয়
(ii) পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয়
(iii) সমুদ্রের গভীরতা নির্ণয়
নিচের কোন্‌টি সঠিক ?
ⓚ i
ⓚ i ও ii
ⓖ ii ও iii
ⓖ i, ii ও iii

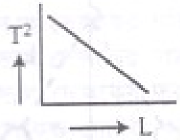
২৬। পর্যায়কাল দ্বিগুণ করলে সরল দোলকের দৈর্ঘ্য কতগুণ বৃদ্ধি করতে হবে ?
ⓚ 4
ⓚ 2
ⓖ $\frac{1}{2}$
ⓖ $\frac{1}{4}$

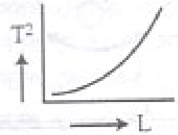
২৭। সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য অভিকর্ষজ ত্বরণ '$g$'-এর— [ঢা. বো. ২০১৫]
ⓚ বর্গমূলের সমানুপাতিক
ⓚ সমানুপাতিক
ⓖ বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক
ⓖ ব্যস্তানুপাতিক

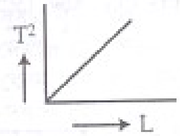
২৮। বিস্তার $4^\circ$-এর মধ্যে থাকলে কোনো নির্দিষ্ট স্থানে একটি সরল দোলকের—
(i) দোলনকাল ঐ স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণের বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক
(ii) প্রতিটি দোলনের জন্য সমান সময় লাগবে
(iii) দোলনকাল দোলক পিন্ডের ভর ও উপাদানের উপর নির্ভর করে
নিচের কোন্‌টি সঠিক ?
ⓚ i ও ii
ⓚ i ও iii
ⓖ ii ও iii
ⓖ i, ii ও iii

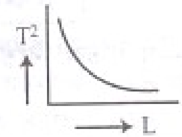
২৯। সরল দোলকের গতির ক্ষেত্রে এর মোট যান্ত্রিক শক্তি বিস্তারের—
ⓚ সমানুপাতিক
ⓚ ব্যস্তানুপাতিক
ⓖ বর্গের সমানুপাতিক
ⓖ বর্গের ব্যস্তানুপাতিক

৩০। সরল দোলকের গতির ক্ষেত্রে নিচের কোন চিত্রটি সঠিক ?

ক 

খ 

গ 

ঘ 

৩১। সরল দোলকের মোট যান্ত্রিক শক্তি—

ক $\frac{1}{2}KA$

খ $\frac{1}{2}K^2A$

গ $\frac{1}{2}KA^2$

ঘ $\frac{1}{2}K\omega^2A^2$

৩২। সরল দোলকের দোলন কাল নির্ভর করে—

(i) দোলকের দৈর্ঘ্যের উপর

(ii) ঐ স্থানের অভিকর্ষীয় ত্বরণের উপর

(iii) ববের ওজনের উপর

নিচের কোন্‌টি সঠিক ?

ক i ও ii

খ i ও iii

গ ii ও iii

ঘ i, ii ও iii

৩৩। কৌণিক বিস্তার 4°-এর মধ্যে হলে সরল দোলকের দোলনকাল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্যের—

ক ব্যস্তানুপাতিক

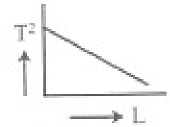
খ সমানুপাতিক

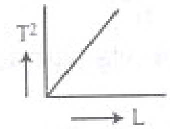
গ বর্গের ব্যস্তানুপাতিক

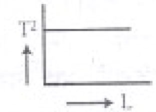
ঘ বর্গমূলের সমানুপাতিক

৩৪। একটি সরল দোলকের L বনাম $T^2$ লেখচিত্র কোনটি ?

ক 

খ 

গ 

ঘ 

**উত্তর :**

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ১। ক | ২। খ | ৩। খ | ৪। ক | ৫। ঘ | ৬। গ | ৭। ঘ | ৮। ঘ | ৯। খ | ১০। খ |
| ১১। খ | ১২। ক | ১৩। গ | ১৪। ঘ | ১৫। গ | ১৬। খ | ১৭। খ | ১৮। খ | ১৯। ক | ২০। গ |
| ২১। গ | ২২। গ | ২৩। ঘ | ২৪। ঘ | ২৫। খ | ২৬। ক | ২৭। খ | ২৮। ক | ২৯। গ | ৩০। গ |
| ৩১। গ | ৩২। ক | ৩৩। ঘ | ৩৪। খ | | | | | | |

## (খ) সৃজনশীল প্রশ্ন

১। সালাম L দৈর্ঘ্যের একটি স্প্রিং ঘরের ছাদে আটকিয়ে এর নিচে 50 g ভর যুক্ত করায় স্প্রিংটির দৈর্ঘ্য l পরিমাণ বৃদ্ধি পেল। সে ভরটিকে একটু টেনে ছেড়ে দিল এবং ভরসহ স্প্রিংটি দুলতে থাকল।

(ক) সরল ছন্দিত স্পন্দন গতি কী ?

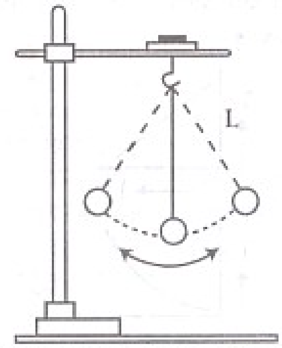
(খ) সরল ছন্দিত গতির বৈশিষ্ট্য উল্লেখ কর।

(গ) দেখাও যে, সালামের স্প্রিংটির গতি সরল ছন্দিত স্পন্দন গতি।

(ঘ) প্রমাণ কর যে, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$। স্প্রিংটির নিচে 200 g ভর যুক্ত করলে এর দোলনকালের কীরূপ পরিবর্তন হবে?

২।

[ চিত্রের সরল দোলকটির ববের ভর 50 g এবং কার্যকর দৈর্ঘ্য L।]




(ক) সরল দোলক কী ?

(খ) সরল দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য বলতে কী বুঝায় ?

(গ) উদ্দীপকের দোলকটিকে চাঁদের পৃষ্ঠে নিয়ে গেলে দোলকটি ধীরে না দ্রুত দুলবে ব্যাখ্যা কর।

(ঘ) ববের ভর 100 g হলে এবং কার্যকর দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত থাকলে দোলনকালের কীরূপ পরিবর্তন হবে— গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও।

৩। পদার্থবিজ্ঞানের শিক্ষক তাঁর তিন ছাত্রকে একটি পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় করতে বললেন। ছাত্র তিনজন ভিন্ন ভিন্ন দৈর্ঘ্যের তিনটি সরল দোলক নিল এবং তিনজনই পাহাড়ের উচ্চতা একই পেল।

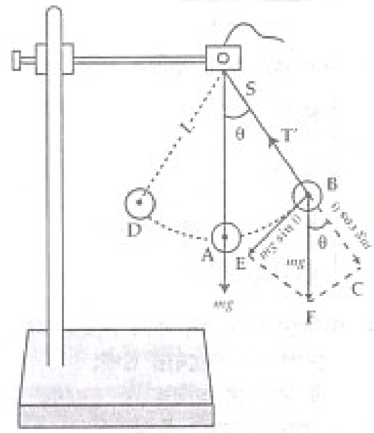
(ক) দশা কী ?

(খ) সরল দোলকের বৈশিষ্ট্য লিখ।

(গ) উদ্দীপকের পাহাড়টির উচ্চতা 400 m হলে পাহাড়ের চূড়ায় g-এর মান কত ? [$R = 6{\cdot}4 \times 10^6$ m এবং পাহাড়ের পাদদেশে অভিকর্ষজ ত্বরণ $9{\cdot}8$ ms$^{-2}$ ]

(ঘ) সরল দোলকের সাহায্যে কীভাবে পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় করা যায়—গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও।

৪।




(ক) পর্যাবৃত্ত গতি কী ?

(খ) একটি দোলক ঘড়ি গ্রীষ্মকালে ধীরে এবং শীতকালে দ্রুত চলে কেন ?

(গ) উদ্দীপকের দোলকটি একটি সেকেন্ড দোলক। এর কার্যকর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

(ঘ) উদ্দীপকের দোলকটি অল্প বিস্তারে দুলছে। এর গতি সরল ছন্দিত স্পন্দন গতি কী ? উত্তরের সপক্ষে বিশ্লেষণ কর।

## (গ) কাঠামোবদ্ধ ও রচনামূলক প্রশ্ন

১। পর্যাবৃত্ত গতি বলতে কী বোঝ ?

২। স্থানিক পর্যায়ক্রম কাকে বলে ?

৩। কালিক পর্যাবৃত্ত গতি বলতে কী বুঝ?

৪। পর্যাবৃত্ত গতির বৈশিষ্ট্যগুলি লিখ।

৫। সরল ছন্দিত স্পন্দন গতি কী ?

৬। সরল ছন্দিত বলের বৈশিষ্ট্য কী কী ?

৭। সরল ছন্দিত গতির বৈশিষ্ট্যগুলি লিখ।

৮। সরর ছন্দিত গতির বেগের রাশিমালাটি লিখ। কী শর্তে এই বেগ সর্বাধিক হবে ?

৯। সরল দোলন গতিসম্পন্ন ত্বরণ কোন অবস্থানে সবচেয়ে বেশি হয়?

১০। সরল ছন্দিত গতির ক্ষেত্রে বেগ ও ত্বরণের রাশিমালা নির্ণয় কর।

১১। সরল ছন্দিত গতির ক্ষেত্রে সংজ্ঞা দাও :

(ক) সরণ, (খ) বেগ, (গ) ত্বরণ, (ঘ) পর্যায়কাল, (ঙ) কম্পাঙ্ক, (চ) কৌণিক কম্পাঙ্ক, (ছ) দশা।

১২। দশা কী?

১৩। সরল দোলনগতির ক্ষেত্রে অন্তরক বা ব্যবকলনীয় সমীকরণ প্রতিপাদন কর।

১৪। সরল দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য বলতে কী বুঝ ?

১৫। L — $T^2$ লেখচিত্রের প্রকৃতি ব্যাখ্যা কর।

১৬। সরল ছন্দিত গতির কৌণিক কম্পাঙ্কের সমীকরণটি লিখ। এর একক কী ?
১৭। স্প্রিং স্পন্দকে পর্যায়কালের রাশিমালা নির্ণয় কর।
১৮। সরল দোলকের গতি সরল দোল গতি—দুটি বৈশিষ্ট্যের দ্বারা ব্যাখ্যা কর।
১৯। সরল দোলকের গতি যান্ত্রিক শক্তি বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক—ব্যাখ্যা কর।
২০। সরল দোলকের বিস্তার $4°$ এর মধ্যে রাখতে হয় কেন ?
২১। সরল দোলকের ত্বরণের সূত্রটি ব্যাখ্যা কর।
২২। সেকেন্ড দোলক কাকে বলে ? দেখাও যে, সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য অভিকর্ষজ ত্বরণের সমানুপাতিক।
২৩। সরল দোলক কাকে বলে?
২৪। সরল দোলকের সম-কাল সূত্র ব্যাখ্যা কর।
২৫। সরল দোলকের দৈর্ঘ্যের সূত্রটি ব্যাখ্যা কর।
২৬। সরল ছন্দিত স্পন্দনরত কোনো কণার ক্ষেত্রে দেখাও যে, এর সর্বাধিক বিভব শক্তির মান $\frac{1}{2}KA^2$।
২৭। সুষম বৃত্তাকার গতির সাথে সরল ছন্দিত গতির সম্পর্ক ব্যাখ্যা কর।
২৮। দেখাও যে, সরল ছন্দিত গতিতে শক্তির সংরক্ষণ নীতি পালিত হয়।
২৯। কোন অবস্থায় সরল দোলকের গতিপথ সরলরৈখিক হয় ?
৩০। দেখাও যে $x = a \sin \omega t$ বা, $x = b \cos \omega t$ সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণের সমাধান।

## (ঘ) ক্রিয়াকর্ম

**প্রতিবেদন রচনা :** "স্প্রিং-এর গতি, সরল দোলকের গতি এবং সুষম বৃত্তাকার গতি একই গতির ভিন্ন রূপ।" সরল ছন্দিত গতির আলোকে একটি প্রতিবেদন রচনা কর।

শিক্ষক সবচেয়ে ভালো প্রতিবেদনটি ক্লাসে উপস্থাপন করবেন।

## (ঙ) কাজ (গাণিতিক সমস্যা)

১। $125\ Nm^{-1}$ স্প্রিং ধ্রুবকসম্পন্ন একটি স্প্রিংকে দৈর্ঘ্যে $0{\cdot}04$ m প্রসারিত করতে কী পরিমাণ বল দৈর্ঘ্য বরাবর প্রয়োগ করতে হবে ? [উ. 5 N]

২। কোনো সরল ছন্দিত স্পন্দন গতিসম্পন্ন কণার বিস্তার 3 cm এবং সর্বোচ্চ বেগ $6{\cdot}24\ ms^{-1}$ হলে কণাটির পর্যায়কাল কত ? [উ. 3·02 s]

৩। একটি হাল্কা স্প্রিং-এর এক প্রান্তে 0·1 kg ভরের একটি ক্ষুদ্র বস্তু যুক্ত করে একটি দৃঢ় বস্তুতে অপর প্রান্তটি বেঁধে তাকে ঝুলানো হলো। এতে স্প্রিং-এর দৈর্ঘ্য 0·02m বৃদ্ধি পেল। যদি ক্ষুদ্র বস্তুটিকে নিচের দিকে একটু টেনে ছেড়ে দেওয়া হয় তবে তার উল্লম্ব কম্পনের পর্যায়কাল কত হবে ? স্প্রিং-এর স্প্রিং ধ্রুবক নির্ণয় কর। [উ. 0·284s ; $49\ Nm^{-1}$]

৪। সরল দোলন গতিসম্পন্ন একটি কণার সমীকরণ $x = 20 \sin (31t - \frac{\pi}{6})$। এখানে সংকেতগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে। কণাটির কম্পাঙ্ক ও সর্বোচ্চ বেগ নির্ণয় কর। [উ. 4·93 Hz, $620\ ms^{-1}$]

৫। সরল দোলন গতিসম্পন্ন একটি কণার গতির সমীকরণ $x = 20 \sin \left(31t - \frac{\pi}{6}\right)$, এখানে সংকেতগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে। কণাটির (ক) বিস্তার, (খ) কম্পাঙ্ক, (গ) পর্যায়কাল ও (ঘ) সর্বোচ্চ বেগ নির্ণয় কর।
[উ. (ক) 20 m, (খ) 4·93 Hz, (গ) 0·2 s এবং (ঘ) $620\ ms^{-1}$]

৬। 250g ভরের একটি বস্তু সরল ছন্দিত গতিতে গতিশীল। মধ্যাবস্থান হতে বস্তুটির যখন 0·15m সরণ হয় তখন এর উপর ক্রিয়ারত প্রত্যায়নী বলের মান 0·4N। গতির দোলন কাল কত ? [উ. 1·923s]

৭। কোনো স্প্রিং এর এক প্রান্তে $m$ ভরের একটি বস্তু ঝুলালে এটি 10cm প্রসারিত হয়। বস্তুটিকে একটু টেনে ছেড়ে দিলে এর পর্যায়কাল কত হবে ? [উ. 0·63s]

৮। সরল ছন্দিত গতি রচনাকারী একটি কণার বিস্তার 0·025 m ও পর্যায়কাল 1·05 s হলে মধ্য অবস্থান দিয়ে যাওয়ার কালে কণাটির বেগ কত হবে ? [উ. $0{\cdot}15\ ms^{-1}$]

৯। দেখাও যে, সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন বস্তুকণার স্পন্দনের পর্যায়কাল $T = 2\pi \sqrt{\frac{\text{সরণ}}{\text{ত্বরণ}}}$।

১০। একটি সরল দোলক 1 min-এ 30 বার দোলন দেয় অভিকর্ষীয় ত্বরণ $9{\cdot}8\ ms^{-2}$ হলে দোলকটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [উ. 0·992 m]

১১। A ও B দুটি সরল দোলক। এদের মধ্যে A-এর দৈর্ঘ্য B-এর দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণ। B-এর দোলনকাল 3s হলে A-এর দোলনকাল নির্ণয় কর। [উ. 4·23 s]

১২। যদি অভিকর্ষীয় ত্বরণ $9.8\ ms^{-2}$ হয়, তবে 150 cm দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট একটি সরল দোলকের দোলনকাল ও কম্পাঙ্ক বের কর। [ উ. 2.46s ; 0.41 Hz ]

১৩। একটি সরল দোলকের দোলনকাল ভূ–পৃষ্ঠে 2 সেকেন্ড। চন্দ্রপৃষ্ঠে নিয়ে গেলে এর ববের ওজন 80% হ্রাস পায়। চন্দ্রপৃষ্ঠে এর দোলনকাল নির্ণয় কর। [ উ. 4.47 সেকেন্ড]

১৪। দুটি সরল দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্যের অনুপাত 25 : 16। বড় দৈর্ঘ্যের দোলকটির দোলনকাল 2 s হলে, ছোটটির দোলনকাল নির্ণয় কর। [উ. 1.6 s]

১৫। ভূ-পৃষ্ঠে ও চন্দ্রপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের অনুপাত 81 : 16 হলে একটি সেকেন্ড দোলককে ভূ-পৃষ্ঠ হতে চন্দ্রপৃষ্ঠে নেয়া হলে দোলন কাল কত হবে ? [উ. 4.5 s]

১৬। একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 2.5 গুণ বৃদ্ধি করলে এর দোলনকাল কত হবে ? [উ. 3.16 s]

১৭। একই স্থানে কোনো একটি সরল দোলকের দৈর্ঘ্য 3 গুণ বৃদ্ধি করা হলে, তার দোলন কাল কত হবে? [উ. 1.73 গুণ]

১৮। একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 225% বাড়ান হলে তার দোলনকাল কত হবে নির্ণয় কর। [উ. 3s]

১৯। A স্থানে সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 100 সেমি এবং B স্থানে 80 সেমি.। দোলকটিকে B স্থান হতে A স্থানে নিয়ে আসলে তার ওজন কত বৃদ্ধি পাবে ? [ উ. $\frac{1}{4}$ গুণ ]

২০। একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ করা হলে তার দোলনকাল কত হবে ? [উ. $2\sqrt{2}$ s]

২১। সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 1% বৃদ্ধি করলে উক্ত দোলক দিনে কত সময় হারাবে ? [উ. 14 min 15 sec]
[বুয়েট ভর্তি পরীক্ষা, ২০০৭–২০০৮]

২২। কোনো একটি স্প্রিং–এর এক প্রান্তে একটি বস্তু ঝুলালে এটি 20 cm প্রসারিত হয়। বস্তুটিকে একটু টেনে ছেড়ে দিলে কম্পাঙ্ক কত হবে ? [উ. 1.11 Hz]

২৩। একটি জায়গায় অভিকর্ষীয় ত্বরণ $9.81\ ms^{-2}$। ঐ স্থানে একটি সরল দোলক প্রতি সেকেন্ডে একটি অর্ধ দোলন সম্পন্ন করে। দোলকটির সুতার দৈর্ঘ্য 0.99m হলে, দোলক পিন্ডের ব্যাস নির্ণয় কর। [উ. 0.008 m ]

২৪। কোনো একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 25.6% বাড়ালে এর দোলনকাল কত হবে বের কর। [উ. 2.24 s ]

২৫। কোনো স্থানে দুটি সরল দোলকের দোলনকালের অনুপাত 4 : 5 হলে এদের কার্যকর দৈর্ঘ্যের অনুপাত বের কর। [উ. 16 : 25]

২৬। 100 cm কার্যকর দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি দোলক প্রতি মিনিটে 30টি দোলন সম্পন্ন করে। পরীক্ষণীয় স্থানে অভিকর্ষীয় ত্বরণ $g$-এর মান নির্ণয় কর। [উ. $9.87\ ms^{-2}$]

২৭। একটি সরল দোলক A-এর দৈর্ঘ্য অপর একটি সরল দোলক B-এর দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণ। দোলক B-এর দোলনকাল 2 s হলে দোলক A-এর দোলনকাল কত ? [উ. 2.838 s]

২৮। একটি সরল দোলক $g = 9.8\ ms^{-2}$ স্থানে $\frac{3}{4}$ s-এ একটি টিক শব্দ করে বা অর্ধ গোলনকাল $\frac{3}{4}$ s। দোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [উ. 0.5585 m]

২৯। একটি সেকেন্ড দোলক ভূ-পৃষ্ঠে সঠিক সময় দেয়। চাঁদে নিয়ে গেলে এর দোলনকাল কত হবে? পৃথিবীর ব্যাসার্ধ চাঁদের ব্যাসার্ধের 4 গুণ এবং পৃথিবীর ভর চাঁদের ভরের 81 গুণ। [উ. 4.5 s]

৩০। একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 1% হ্রাস করা হলে দোলকটি একদিনে মোট কতগুলো পূর্ণ দোলন হারাবে? [উ. 217 টি]

৩১। পৃথিবী পৃষ্ঠে এবং চন্দ্র পৃষ্ঠে দুটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্যের অনুপাত 81 : 16। পৃথিবী পৃষ্ঠে $g$-এর মান $9.87\ ms^{-2}$ হলে চন্দ্র পৃষ্ঠে '$g$' এর মান নির্ণয় কর। [উ. $1.938\ ms^{-2}$]

৩২। কোনো স্থানে একটি সরল দোলকের ক্ষেত্রে $\frac{L}{T^2}$ এর মান পরীক্ষায় $0.25\ ms^{-2}$ পাওয়া গেল। ঐ স্থানে $g$-এর মান নির্ণয় কর। [ উ. $9.87\ ms^{-2}$]