সম্পর্ক স্থাপন করতে পারে তখন ঐ ধারণাকে অনুকল্প বলে।

➲ **তত্ত্ব (Theory):**

অনুকল্পের পরীক্ষালব্ধ ফলাফলের সত্যতা যাচাই করে যে সিদ্ধান্ত হয় তাকে তত্ত্ব বলে। যেমন গ্যাসের গতি তত্ত্ব, ইলেকট্রনের ব্যান্ড তত্ত্ব ইত্যাদি।

➲ যে রাশির একক স্বাধীন ও নিরপেক্ষ, অন্য কোনো এককের ওপর নির্ভর করে না বরং অন্য এককগুলো এর উপর নির্ভরশীল তাকে মৌলিক একক বলে।

➲ যে সকল একক মৌলিক একক থেকে লাভ করা যায় তাদেরকে লব্ধ একক বলে।

মৌলিক রাশি ও তাদের একক			লব্ধ রাশি ও তাদের একক		
রাশি	এস.আই.একক	এককের প্রতীক	রাশি	এস.আই.একক	এককের প্রতীক
দৈর্ঘ্য	মিটার	m	বেগ/দ্রুতি	মিটার/সেকেন্ড	ms^{-1}
ভর	কিলোগ্রাম	kg	বল	নিউটন	N
সময়	সেকেন্ড	s	কাজ	জুল	J
তাপমাত্রা	কেলভিন	K	ক্ষমতা	ওয়াট	W
তড়িৎ প্রবাহ	অ্যাম্পিয়ার	A	শক্তি	জুল	J
দীপন ক্ষমতা	ক্যান্ডেলা	cd	ঘনত্ব	কিলোগ্রাম/মিটার^3	kgm^{-3}
পদার্থের পরিমাণ	মোল	mol	চাপ	প্যাসকেল	Pa

পার্থক্যকে ভার্নিয়ার ধ্রুবক বলে।

এক নজরে এই অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি

➲ লঘিষ্ঠ গণন $= \dfrac{\text{যন্ত্রের পিচ}}{\text{বৃত্তাকার স্কেলের ঘর সংখ্যা}}$

➲ ত্রুটির শতকরা হার $= \dfrac{x \sim y}{x} \times 100\%$

এখানে, x = একটি রাশির প্রকৃত মান

y = রাশিটির পরিমাপ্য মান

➲ গোলীয় তলের বক্রতার ব্যাসার্ধ $R = \dfrac{d^2}{6h} + \dfrac{h}{2}$

এখানে, d = স্ফেরোমিটারের যে কোন দুটি পায়ের মধ্যবর্তী গড় দূরত্ব।

h = বক্রতলের পৃষ্ঠ স্পর্শ করানোর জন্য স্ফেরোমিটারের স্ক্রুকে যতটুকু উপরে বা নিচে নামাতে হয়।

➲ স্ফেরোমিটারের সাহায্যে h নির্ণয়ের সূত্র- $h = (M \times \text{পিচ} + N \times LC)$

এখানে,

M = বৃত্তাকার স্কেলের পূর্ণ ঘূর্ণন সংখ্যা।

N = বৃত্তাকার স্কেলের অতিরিক্ত ভাগ সংখ্যা।

LC = লঘিষ্ঠ গণন।

- **পিচ:** স্ক্রুগজের বৃত্তাকার স্কেলটি সম্পূর্ণ একবার ঘুরালে এটি রৈখিক স্কেল বরাবর যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে পিচ বলে।

$$\text{লঘিষ্ঠ গণন, } LC = \frac{\text{পিচ}}{\text{বৃত্তাকার স্কেলের মোট ভাগসংখ্যা}}$$

- গোলীয় বক্রতলের উচ্চতা বা নিম্নতা $T - T_0$

  এখানে, T_0 = সমতল কাঁচ পাতে পাঠ

  T = পরীক্ষণীয় বক্রতলে পাঠ

- প্রকৃত মান = প্রাপ্তমান ($\pm$ যান্ত্রিক ত্রুটি)

- গড় মান $\bar{x} = \left(\frac{x_1 + x_2 + \text{--------} + x_n}{n}\right)$

- বিচ্যুতি $d_n = (x_n - \bar{x})$

- প্রমাণ বিচ্যুতি $D = \left(\sqrt{\frac{(d_1^2 + d_2^2 + \text{-------} + d_n^2)}{n}}\right)$

- পরিমাপ্য রাশির শুদ্ধতার মান = $(\bar{x} \pm D)$.

- সম্ভাব্য ভুল $P = \left(\frac{2D}{3\sqrt{n}}\right)$; D = প্রমাণ বিচ্যুতি/ত্রুটি।

$\frac{d}{dx}(x) = 1$	$\int dx = x + c$
$\frac{d}{dx}(\text{constant}) = 0; \frac{d}{dx}(1) = 0$	$\int 0\, dx = c$

Shortcut

01. $\vec{A} = 5\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 15\hat{i} + a\hat{j} - 9\hat{k}$, a এর মান কত হলে ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল হবে?

Sol. $\frac{5}{15} = \frac{2}{a} \Rightarrow a = 6$ **(Ans.)** **[দুইটি ভেক্টর পরস্পর সমান্তরাল হলে তাদের সহগগুলোর অনুপাত সমান হবে ।]**

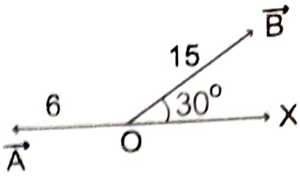
02. $\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$ ভেক্টরটি x, y এবং z অক্ষের সাথে যথাক্রমে $\cos^{-1}\frac{A_x}{|\vec{A}|}$, $\cos^{-1}\frac{A_y}{|\vec{A}|}$ এবং $\cos^{-1}\frac{A_z}{|\vec{A}|}$ কোণ উৎপন্ন করে ।

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

অর্থাৎ ঘড়ির কাঁটার দিকে বা বিপরীত দিকে যে দিকেই কোণ পরিমাপ করি না কেন উপাংশের মান একই আসবে।

(চিত্র-৪)

Example-12: চিত্রের $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর সমষ্টি ও অন্তর নির্ণয় কর।



Sol^n: $\vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x)\hat{i} + (A_y + B_y)\hat{j}$ ……………… (i)

$\vec{A} - \vec{B} = (A_x - B_x)\hat{i} + (A_y - B_y)\hat{j}$ ……………… (ii)

এখন, $A_x = A\cos\theta = 6\cos180° = -6$

$\therefore B_x = 15\cos30° = 13$ [Here, A=6, B=15]

$A_y = 6\sin180° = 0$

$B_y = 15\sin30° = 7.5$

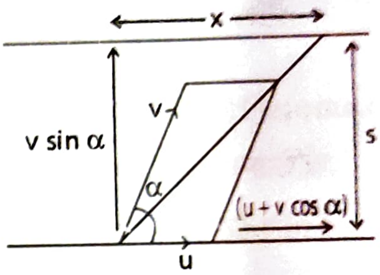
(i) হতে, $\vec{A} + \vec{B} = -6\hat{i} + 13\hat{i} + 7.5\hat{j}$
$= 7\hat{i} + 7.5\hat{j}$ (Ans.)

(ii) হতে, $\vec{A} - \vec{B} = -6\hat{i} - 13\hat{i} - 7.5\hat{j}$
$= -19\hat{i} - 7.5\hat{j}$ (Ans.)

Example-13: একটি ভেক্টরের উপাংশগুলোর একটিও যদি শূন্য না হয় তবে কি ভেক্টরটি শূন্য হতে পারে?

[Think your self]

Type-04: নদী ও স্রোত সংক্রান্ত সমস্যা



ধরা যাক, নদীতে স্রোতের বেগ u এবং নৌকার বেগ v । নৌকার বেগ ও স্রোতের বেগের মধ্যকার কোণ α ।

নদী পার হওয়ার ক্ষেত্রে নৌকার বা সাতারুর বেগের উল্লম্ব উপাংশই মূলত কাজ করে। তাই এ ক্ষেত্রে সময় বের করার জন্য লব্ধির মান বের করার কোন দরকার নাই।

নদী পারাপারের সময়ের ক্ষেত্রে স্রোতের বেগের কোন ভূমিকা নেই। স্রোত মূলত নৌকাকে স্রোতের দিক বরাবর কিছুদূর অতিক্রম করায়।

নদীর প্রস্থ বরাবর নৌকার বেগের উপাংশ = $v\sin\alpha$

নদীর প্রস্থ বরাবর স্রোতের বেগের কোন উপাংশ নেই।

নদীর দৈর্ঘ্য বরাবর নৌকার বেগের উপাংশ = $v\cos\alpha$

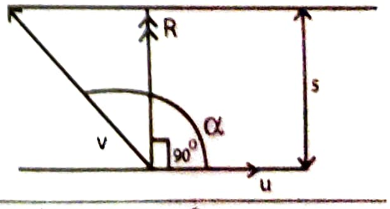
নদীর দৈর্ঘ্য বরাবর স্রোতের বেগের উপাংশ = u

সুতরাং নদীর দৈর্ঘ্য বরাবর মোট বেগ = $u + v\cos\alpha$

নদী পারাপারের ক্ষেত্রে সময়, $t = \frac{s}{v\sin\alpha}$

যাত্রা বিন্দুর বিপরীত বিন্দু থেকে x দূরত্বে পৌছালে, $x = (u + v\cos\alpha).t = \frac{s}{v\sin\alpha}(u + v\cos\alpha)$

- t এর মান সর্বনিম্ন হবে যখন $\sin\alpha = 1$ হবে অর্থাৎ নদীর প্রস্থ বরাবর রওনা দিলে নদী পার হতে সবচেয়ে কম সময় লাগবে এবং সর্বনিম্ন সময়, $t_{min} = \frac{s}{v}$
- স্রোত থাকলে সর্বনিম্ন দূরত্বে নদী পারাপারের সময় সর্বনিম্ন সময়ের চেয়ে বেশি লাগবে।
  এক্ষেত্রে স্রোত বরাবর উপাংশ, $u + v\cos\alpha = 0 \quad \therefore \cos\alpha = -\frac{u}{v}$
  এবং প্রস্থ বরাবর লব্ধি বেগ, $R = V\sin\alpha$



- প্রয়োজনীয় সময়, $t = \frac{s}{V\sin\alpha}$

Shortcut

01. কোন তক্তার 9cm ভেদ করার পর গুলির বেগ অর্ধেক হলে গুলি আর কতদূর গিয়ে থামবে?

Sol. জানি $\frac{v}{u} = \sqrt{\frac{y-x}{y}} \Rightarrow \frac{u/2}{u} = \sqrt{\frac{y-9}{y}} \Rightarrow y = 12cm$

$\therefore$ আর যাবে $(12-9)cm = 3cm$

অথবা, অর্ধেক হলে $S_2 = \frac{S_1}{3}$, $\frac{1}{n}$ গুণ বেগ হারালে $x = \frac{s(n-1)^2}{2n-1}$

02. সুষম ত্বরণ সম্পন্ন একটি গাড়ি 3^{th} সেকেন্ডে 15 m এবং 7^{th} সেকেন্ডে 35 m দূরত্ব অতিক্রম করলে গাড়িটির ত্বরণ কত?

Sol. ত্বরণ, $a = \frac{S_{t_2} - S_{t_1}}{t_2 - t_1} = \frac{35-15}{7-3} = 5ms^{-2}$

03. বালতি সর্বনিম্ন কি গতিবেগে ঘোরালে উপুড় হওয়া সত্ত্বেও বালতি হতে পানি পড়বেনা, গতিবেগ $v = \sqrt{rg}$, $r =$ ব্যাসার্ধ।

04. নিক্ষিপ্ত বেগ v_0, নিক্ষেপন কোণ θ_0 হলে, t সময় পর বেগ, $v = \sqrt{(v_0\cos\theta_0)^2 + (v_0\sin\theta_0 - gt)^2}$

05. ভূ-পৃষ্ঠ হতে h উচ্চতা হতে u আনুভূমিক বেগে নিক্ষিপ্ত বস্তু x দূরত্ব অতিক্রম করে মাটিতে পড়লে $x = u\sqrt{\frac{2h}{g}}$

06. অনুভূমিকের সাথে 30° কোণ করে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে 50ms বেগে একটি বুলেট ছোড়া হল। বুলেটটি 50m দুরে অবস্থিত একটি দেওয়ালকে কত উচ্চতায় আঘাত করবে?

Sol. $y = (\tan\theta_0)x - \frac{g}{2(v_0\cos\theta_0)^2}x^2 = 22.33m$

07. 2 km উঁচুতে আনুভূমিক পথে 200 m/s সমগতিতে উড্ডয়নশীল একটি বোমারু বিমানের তলদেশ থেকে একটি বোমার বাঁধন আলগা করে ছেড়ে দেয়া হল। এটি মাটিতে পড়তে প্রায় কত সময় নেবে? (মনে করি পৃথিবী পৃষ্ঠ সমতল এবং মধ্যাকর্ষণজণিত ত্বরণ $10 m/s^2$)

Sol. $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2\times 2000}{10}} = 20$ s

এই অধ্যায়ের বিভিন্ন গাণিতিক সমস্যাসমূহকে নিম্নোক্ত Type-এ শ্রেণিভুক্ত করা যায়।

Type-01 : রৈখিক গতি সংক্রান্ত

গ্যালিরিও'র সূত্রঃ মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে (বাতাসের বাধাহীন অবস্থায়)

(i) $v \propto t$, অর্থাৎ $\frac{v_1}{t_1} = \frac{v_2}{t_2}$ (ii) $h \propto t^2$, অর্থাৎ $\frac{h_1}{t_1^2} = \frac{h_2}{t_2^2}$

h উচ্চতা হতে আরো উপরে নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতিঃ (i) $v = gt - v_0$ (ii) $h = \frac{1}{2}gt^2 - v_0 t$, যেখানে t হল নিক্ষেপণের পর মাটিতে ফিরে আসার জন্য সময়। এক্ষেত্রে নিচের দিক হল +ve, এবং উপরের দিক হল -ve.

নিক্ষিপ্ত বস্তুর ক্ষেত্রে একটি নির্দিষ্ট উচ্চতা h এ থাকার সময়, $t = \frac{u}{g} \pm \sqrt{\frac{u^2-2gh}{g^2}}$; t এর দুটি মানের ব্যাখ্যা হল বস্তুটি একই h উচ্চতায় দু'বার অবস্থান করে, একটি উর্ধ্বগামী গমনের সময়, অপরটি নিম্নগামী গমনের সময়।

UDVASH Exclusive:

(i) একটি বস্তুকে h উচ্চতার একটি স্থান থেকে ফেলে দেওয়া হল। একই সাথে অপর একটি বস্তুকে v বেগে খাড়া উপরে নীচ থেকে নিক্ষেপ করা হলে সেগুলো $t = \frac{h}{v}$ সময় পরে ভূমি থেকে $h - \frac{g}{2}\left(\frac{h}{v}\right)^2$ উচ্চতায় মিলিত হবে। নিজেরাই এটা প্রমাণ করার চেষ্টা কর।

(ii) **বুলেট ও গাছের গুঁড়ি বা তক্তাঃ** যদি একটি বুলেট গাছের গুঁড়ির ভেতর d দূরত্ব যাবার পর বেগ অর্ধেক হারায় বা অর্ধেক হয়ে যায়, তবে বুলেটটি আর যতটুকু যেতে পারবে, তার মান = $\frac{d}{3}$

formula: বুলেটটির আদিবেগ v হলে এবং d দূরত্ব যাবার পর বেগ $\frac{v}{n}$ হলে, আর যতটুকু গাছের ভেতর ... উপরের value চলে আসবে।

⊃ লব্ধি ত্বরণ, $a = \sqrt{a_T^2 + a_C^2}$

⊃ উল্লম্বতলে ঘূর্ণনের ক্ষেত্রে, $a_T = g\sin\theta$

⊃ কেন্দ্রমুখী বল $F = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$

⊃ কৌণিক বেগ বৃদ্ধিতে কৃতকাজ $W = \tau\theta$

⊃ রাস্তার ব্যাংকিং, $\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$; $\sin\theta = \frac{h}{x} = \tan\theta$

Shortcut

01. গতিশক্তি n গুণ বৃদ্ধি করলে বর্তমান বেগ, $v_2 = v_1 \times \sqrt{n}$

02. বেগ n গুণ বৃদ্ধি করলে গতিশক্তি, $E_2 = (n^2 \times E_1)$

03. আনত তল রবাবর মার্বেল বা গোলক আকৃতির বস্তু গড়ি

E হলে, $E = \frac{7}{10}mv^2$

04. নিরাপদে বাক নেয়ার শর্ত, $\frac{h}{x} = \frac{v^2}{rg}$

05. খাড়া অবস্থায় রাখা L মিটার দৈর্ঘ্যের দণ্ড কাত হয়ে ω

আঘাত করলে কৌণিক বেগে, $\omega = \frac{\sqrt{3g}}{L}$

06. খাড়া অবস্থায় রাখা 1 মিটার দৈর্ঘ্যের দণ্ড কাত হয়ে

কৌণিক বেগে ভূমিকে আঘাত করবে।

Sol. $\omega = \frac{1}{L}\sqrt{3g}$

L = 1m হয় তবে $\omega = \frac{1}{2}\sqrt{3 \times 9.8} = 2.71 \text{ rad s}$

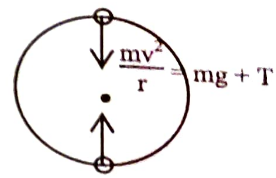
07. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ যদি অর্ধেক হয়ে যায় তবে এর

পরিবর্তন হবে?

Sol. দিনের দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন $= 24 - \frac{24}{2^2} = 18$

Type-14: কেন্দ্রমুখী ত্বরণ এবং বল সংক্রান্ত

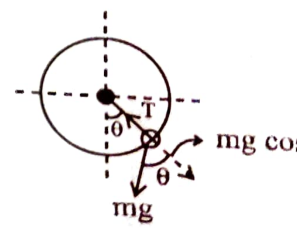
কেন্দ্রমুখী বলের পরিচয় রয়েছে এর নামকরণে। বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল যে সকল বল বা বলের উপাংশ কেন্দ্র বরাবর ক্রিয়াশীল, তাদের সমষ্টি বা লব্ধিকে বলা হয় কেন্দ্রমুখী বল। এটা কোনো মৌলিক বল নয়। এই বল শুধুমাত্র ঘূর্ণায়মান বস্তুর বেগের দিক পরিবর্তন ঘটানোর মাধ্যমে ত্বরণ তৈরী করে। মান পরিবর্তন করতে পারে না। বস্তুকে বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনশীল করতে একটি কেন্দ্রমুখী বলের প্রয়োজন হয়। এই কেন্দ্রমুখী বল বস্তুটির বেগের অভিমুখ প্রতিনিয়ত পরিবর্তন করে এবং বস্তুটি বৃত্তাকার পথে চলে। কেন্দ্রমুখী বল নিষ্ক্রিয় হলে বস্তুটি আর বৃত্তপথে ঘুরবে না বরং গতি জড়তার কারণে এর বৃত্তপথের স্পর্শক বরাবর ছুটে যাবে। তাই বস্তুটিকে বৃত্তাকার পথে ঘোরানোর জন্য একটি বলকে বৃত্তের ভিতরে কেন্দ্রের দিকে কাজ করতে হয়। কেন্দ্রমুখী বল একাধিক বলের নিট বল হওয়ায় উল্লম্ব বৃত্তাকার তলে সুতা দিয়ে বেধে কোন বস্তুকে ঘোরানো হলে সুতার টান বস্তুটির বিভিন্ন স্থানে ভিন্ন ভিন্ন হবে। কারণ, ঘূর্ণায়মান বস্তুর ভিন্ন ভিন্ন অবস্থানে, কেন্দ্র বরাবর ক্রিয়াশীল mg এর উপাংশ ভিন্ন ভিন্ন।



বস্তুটির সর্বোচ্চ স্থানে, $T_H + mg = ma = \frac{mv^2}{r}$

$$\Rightarrow T_H = \frac{mv^2}{r} - mg$$

এবং সর্বনিম্ন স্থানে $T_L - mg = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow T_L = \frac{mv^2}{r} + mg$



$$\therefore T - \frac{mv^2}{r} = mg\cos\theta$$

$$\Rightarrow T = \frac{mv^2}{r} + mg\cos\theta$$

সুতরাং উল্লম্বের সাথে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে কোণ দেওয়া থাকলে সুতার টান T নির্ণয় করতে পারব। খেয়াল কর $\theta = 0°$ ও $180°$ বসালে যথাক্রমে সর্বনিম্ন বিন্দু ও সর্বোচ্চ বিন্দুতে সুতার টান নির্ণয় করা যায়। আবার θ ও $(360° - \theta)$ এর জন্য একই টান পাওয়া যায়।

কেন্দ্রমুখী বলের বৃহত্তম উৎস এখানে সুতার টান। অন্যান্য ক্ষেত্রে যেমন পৃথিবীর চারদিকে ঘূর্ণনরত চাঁদ বা কৃত্রিম উপগ্রহের ক্ষেত্রে এটি মহাকর্ষীয় আকর্ষণ বল, আবার পরমাণুতে নিউক্লিয়াসকে কেন্দ্র করে ঘূর্ণায়মান ইলেকট্রনের ক্ষেত্রে এটি স্থির তড়িৎ বল।

Example-33: 0.250kg ভরের একটি পাথর খণ্ডকে 0.75m লম্বা একটি সুতার এক প্রান্তে বেধে বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে 90 বার ঘোরালে সুতার উপর টান নির্ণয় কর।

Sol^n: পাথরটিকে বৃত্তাকার পথে ঘোরানোর জন্য প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল সুতার টানই যোগান দিচ্ছে।

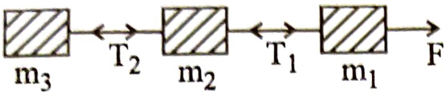
তাহলে, $T = m\omega^2 r = m\left(\frac{2\pi N}{t}\right)^2 r = 0.25\left(\frac{2\pi}{60}\times 90\right)^2 \times 0.75 = 16.655\text{N}$ (Ans.)

Example-34: 1kg ভর বিশিষ্ট একটি পাথরকে একটি সুতার সাহায্যে বেঁধে পাথরটিকে উল্লম্বতলে 0.5 ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তপথে $5ms^{-1}$ বেগে ঘোরানো হচ্ছে। পাথরটি যখন বৃত্তের কেন্দ্রের সাপে...

Type-17: যুক্ত বস্তুর ত্বরণ

নিউটনের ৩য় সূত্র ব্যবহার করে সহজেই যুক্ত বস্তুর ত্বরণ নির্ণয় করা যায়। মনে রাখতে হবে, দুটি সংযোগকারী সুতা বা রশিতে একটি নির্দিষ্ট টান বল বিদ্যমান থাকে। একটি রশিতে কখন একই সময়ে থাকে না। যেমন একটি উদাহরণ লক্ষ্য করা যাক।

Example-40:



চিত্রের তিনটি বস্তু অনমনীয় সুতা দ্বারা যুক্ত। F বলে m_1 ভরের বস্তুটিকে টানা হলে সিস্টেমের ত্বরণ ক এর মান কত?

Sol^n: এখানে m_1 বস্তুর উপর দুটি বল ক্রিয়া করে। সুতার টানও F বল।

সিস্টেমের ত্বরণ a হলে, $\therefore F - T_1 = m_1 a$ .... (i)

আবার, m_2 বস্তু m_1 কে T_1 বলে Q পিছনে টানে বলে m_1 বস্তুকে m_2 বস্তুকে T_1 বলে টানবে

$\therefore m_2$ এর উপর প্রযুক্ত বল,

$T_1 - T_2 = m_2 a$ .... (ii)

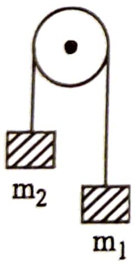
আবার m_2 ও m_3 সুতার টান T_2 হলে m_3 বস্তুর উপর শুধু T_2 বল ক্রিয়াশীল।

$\therefore T_2 = m_3 a$ .... (iii)

(i) + (ii) + (iii)

$\Rightarrow a = \frac{F}{m_1+m_2+m_3}$ এবং $T_2 = \frac{m_3F}{m_1+m_2+m_3}$ এবং $T_1 = F = \frac{m_1F}{m_1+m_2+m_3} = \frac{(m_2+m_3)F}{m_1+m_2+m_3}$ (Ans.

Example-41:



$m_1 > m_2$

m_1 ও m_2 দুটি বস্তু অনমনীয় সুতা দ্বারা যুক্ত। সিস্টেমের ত্বরণ কত? সুতার টান কত?

Sol^n: এখানে সুতার টান T হলে m_1 বস্তুর উপর দুটি বল ক্রিয়াশীল m_1 এর ওজন ও সুতার টান T

$\therefore m_1g - T = m_1a$ .... (i)

আবার, m_2, m_1 কে T বলে টানছে বলে m_1 ও m_2 কে T বলে টানবে। সুতরাং m_2 এর উপর প্রযুক্ত

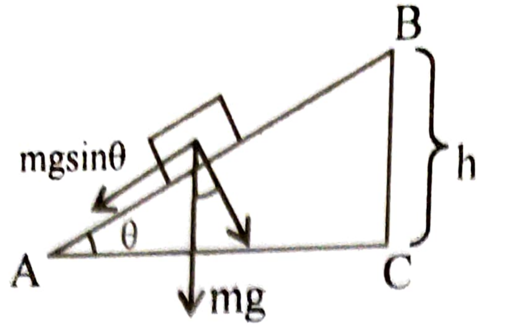
$T - m_2g = m_2a$ .... (ii)

(i) + (ii) $\Rightarrow (m_1 - m_2)g = (m_1 + m_2)a \Rightarrow a = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2}$ (Ans.)

$\therefore T = m_1(g - a)$

Practice Problem (Written)

2. একটি খাড়া দেওয়ালে 0.01kg ভরের একটি বস্তু $0.4ms^{-1}$ অনুভূমিক বেগে আঘাত করে $0.3ms^{-1}$ বেগে গেলে বলের ঘাত কত? বস্তুটি দেওয়ালের সংস্পর্শে 0.01s সময় থাকলে বল নির্ণয় কর। [Ans: – 7



$$W = mg\sin\theta \times AB$$

$$\sin\theta = \frac{BC}{AB};\quad w = mg \times \frac{BC}{AB} \times AB = mgBC = mgh$$

সুতরাং, স্থিতিশক্তির মান পথের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে না। যে পথেই বস্তুকে স্থানান্তর করা হোক, স্থিতিশক্তি উচ্চতার (h) উপর নির্ভর করে।

➲ অসমান ভরের দুটি বস্তুর ভরবেগ সমান হলে হালকা বস্তুর গতিশক্তি ভারী বস্তুর গতিশক্তির চেয়ে বেশি হয়।

Shortcut

01. $v_2 = \sqrt{\frac{E_2}{E_1}} \times v_1$

02. $300\ Nm^{-1}$ বল ধ্রুবক সম্পন্ন একটি স্প্রিংকে কতটুকু সংকুচিত করলে 1.5 J কাজ করা হবে?

Sol. $x = \sqrt{\frac{2W}{k}} = \sqrt{\frac{2 \times 1.5}{300}} = 0.1\ m$

03. একটি ইটের দৈর্ঘ্য 0.24m, প্রস্থ 0.12m এবং উচ্চতা 0.06m। এর ভর 2kg। ইটের দৈর্ঘ্যকে আনুভূমিক অবস্থান হতে উল্লম্ব অবস্থানে রাখতে কৃতকাজ নির্ণয় কর।

Sol. $w = \frac{mg(h_2 - h_1)}{2} = \frac{2 \times 9.8(0.24 - .06)}{2} = 1.764\ J$

04. একটি রাইফেলের গুলি নির্দিষ্ট পুরুত্বের 1টি তক্তা ভেদ করতে পারে। ঐ রূপ 16টি তক্তা ভেদ করতে হলে বেগ কতগুণ করতে হবে।

Sol. বেগের মান $= \sqrt{\text{ভেদকৃত তক্তার সংখ্যা}} = \sqrt{16} = 4$ গুণ

05. 60 m উচ্চতা থেকে একটি বস্তুকে বিনা বাধায় পড়তে দিলে ভূমি থেকে কত উচ্চতায় উহার গতিশক্তি বিভব শক্তির দ্বিগুণ হবে।

Sol. $x = \frac{h}{n+1} = \frac{60}{2+1} = 20m$

পৃথিবী	5.98×10^{24}	6400	–
চাঁদ	7.4×10^{22}	1740	3.8×10^{5}
সূর্য	1.99×10^{30}	700000	1.5×10^{8}

Shortcut

01. কত উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবী পৃষ্ঠের $\frac{1}{n}$ অংশ।

Solve উচ্চতা $h = (\sqrt{n} - 1)R$

উদাহরণ: ভূপৃষ্ঠ হতে কত উচুতে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের $\frac{1}{4}$ অংশ হবে?

Sol. $h = (\sqrt{n} - 1)R = (\sqrt{4} - 1)R = R$

অথবা, $h = \left(\sqrt{\frac{g}{g_n}} - 1\right)R$, $h = R$

02. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ চাঁদের ব্যাসার্ধ n_1 গুণ এবং পৃথিবীর ভর চাঁদের ভরের n_2 গুণ হলে পৃথিবীর মুক্তিবেগ চাঁদের মুক্তি বেগের $\sqrt{\frac{n_2}{n_1}}$ গুণ।

03. পৃথিবী হতে কত উচ্চতায় g-এর মান $4.9 ms^{-2}$? পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 m$, অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবী পৃষ্ঠে $9.8 ms^{-2}$

Sol. $h = \left(\sqrt{\frac{g}{g_h}} - 1\right)R$, $h = 2.65 \times 10^6 m$

04. ভূপৃষ্ঠের কত অভ্যন্তরে গেলে অভিকর্ষজ ত্বরণ ভূ-পৃষ্ঠের $\frac{1}{n}$ অংশ হয়।

Solve গভীরতা $d = \left(\frac{n-1}{n}\right)R$

উদাহরণ: ভূ-পৃষ্ঠ থেকে 320 km অভ্যন্তরে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত? পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6.4×10^6 m [$g = 9.8 ms^{-2}$]

Sol. $g' = g\left(1 - \frac{h}{R}\right) = 9.8\left(1 - \frac{320 \times 1000}{6.4 \times 10^6}\right) = 9.32 ms^{-2}$

05. কত উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবী পৃষ্ঠের x% হবে।

Solve উচ্চতা $h = \left(\frac{9.81 - \sqrt{x}}{\sqrt{x}}\right)R$

উদাহরণ: পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান শতকরা একাশিভাগ। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.38 \times 10^6 m$

Sol. $h = \frac{(10 - \sqrt{81})R}{\sqrt{81}} = \frac{(10-9)}{9} \times 6.4 \times 10^6$

$= \frac{1}{9} \times 6.4 \times 10^6 = 7.1 \times 10^5$ m

অথবা, $h = \left(\sqrt{\frac{g}{g_n}} - 1\right)R$, $h = 7.1 \times 10^5 m$

Shortcut

01. $T_2 = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \times T_1$

02. $T_2 = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} \times T_1$

03. $T_2 = \sqrt{\frac{k_1}{k_2}} \times T_1$

04. $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} = \frac{R+h}{R} = \sqrt{\frac{R}{R-h}}$

05. $\frac{T_m}{T_e} = \frac{\sqrt{\text{ভরের গুণ}}}{\text{ব্যাসার্ধের গুণ}}$ [T_m = চন্দ্র পৃষ্ঠে বা অন্য কোন গ্রহে দোলনকাল, T_e = পৃথিবী পৃষ্ঠে দোলনকাল]

Ex. পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে চন্দ্রের ভর ও ব্যাসার্ধের 81 গুণ ও 4 গুণ। চন্দ্র পৃষ্ঠে একটি সেকেণ্ড দোলকের দোলনকাল কত?

Sol. $\frac{T_m}{T_e} = \frac{\sqrt{\text{ভরের গুণ}}}{\text{ব্যাসার্ধের গুণ}}$

$\Rightarrow \frac{T_m}{2s} = \frac{\sqrt{81}}{4} = \frac{9}{4}$;

$\therefore T_m = \frac{18}{4}\text{sec} = 4.5\text{sec}$

06. $L_2 = (1 + 0.01x)^2 L_1$

Ex. একটি সরল দোলকের দোলনকাল 50% বৃদ্ধি করতে এর কার্যকর দৈর্ঘ্য কিরূপ পরিবর্তন করতে হবে।

Sol. $L_2 = (1 + 0.01x)^2 L_1 = (1 + 0.5)^2 L = 2.25\ L$

07. $T_m = \sqrt{\frac{100}{100-x}} T_e$

Ex. সেকেন্ড দোলককে চাঁদে নিয়ে গেলে ববের ওজন 25% হ্রাস পেলে দোলনকাল কত?

Sol. $T_m = \sqrt{\frac{100}{100-x}} T_e = \sqrt{\frac{100}{100-25}} \times 2 = 2.309$ s

08. $\frac{T_2}{T_1} = \frac{86400}{86400 \pm x}$ [ফাস্ট হলে x ধনাত্মক, স্লো হলে x ঋণাত্মক]

Ex. একটি সেকেণ্ড দোলকের দৈর্ঘ্য শৈত্যের ফলে হ্রাস পেল। এর ফলে দোলনকাল এমন হল যে, দোলকটি দিনে 10 s ফাস্ট চলে। পরিবর্তিত দোলনকাল কত?

Solve $\frac{T_2}{T_1} = \frac{84600}{84600+x}$ $T_1 = 2$ s

$\Rightarrow T_2 = \frac{86400}{86400+10} \times 2 = 1.99$ s

09. $\frac{T_2}{T_1} = \frac{3600}{3600 \pm x}$

Ex. একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য তাপের ফলে এমনভাবে বৃদ্ধি পেল যে দোলনকাল পরিবর্তিত হয়ে 2.01 s হল। পরিবর্তিত অবস্থায় দোলকটি ঘন্টায় কত সেকেন্ড ধীরে চলবে?

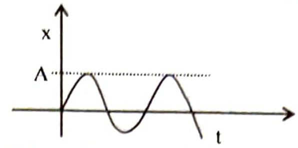
Solve $\frac{T_2}{T_1} = \frac{3600}{3600 \pm x}$

$\Rightarrow \frac{2}{2.01} = \frac{3600-x}{3600}$ $\therefore x = 18$ s

কতিপয় গুরুত্বপূর্ণ Graph

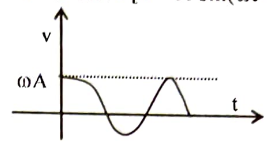
বিশেষ দ্রষ্টব্য : আদি দশা $\delta = 0°$ ধরা হয়েছে।

(i)



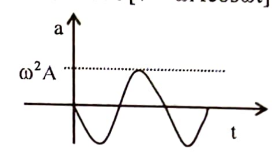
সরন x বনাম t [$x = A\sin(\omega t + \delta)$]

(ii)



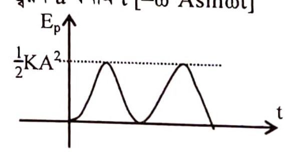
বেগ v বনাম t [$v = \omega A\cos\omega t$]

(iii)



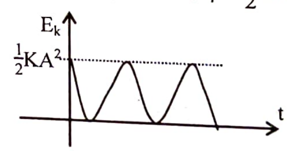
ত্বরণ a বনাম t [$-\omega^2 A\sin\omega t$]

(iv)



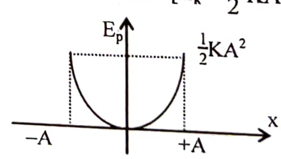
বিভবশক্তি E_p বনাম t [$E_p = \frac{1}{2}KA^2\sin^2\omega t$]

(v)



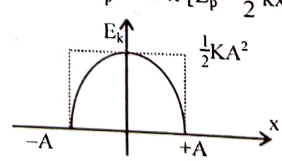
গতিশক্তি E_k বনাম t [$E_k = \frac{1}{2}KA^2\cos^2\omega t$]

(vi)



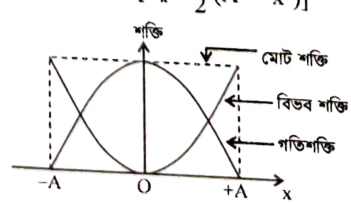
বিভবশক্তি E_p বনাম x [$E_p = \frac{1}{2}kx^2$]

(vii)



গতিশক্তি E_k বনাম x [$E_k = \frac{1}{2}(A^2 - x^2)$]

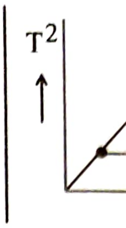
(viii)



গতিশক্তি ও বিভব শক্তি বনাম সরণ (x)

03. শুধুমাত্র উলম্ব স্প্রিং এর দোলন কাল $T = 2\pi\sqrt{\frac{e}{g}}$ [g= অভিকর্ষজ ত্বরণ; e = elongation (

04. স্প্রিং এর বল ধ্রুবক, $k = \frac{mg}{e}$



05. সরল দোলকের দোলন কাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

06. সরল দোলকের সাহায্যে g নির্ণয়ঃ $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ or. $g = \frac{4\pi^2}{T^2/_L} = 4\pi^2/\text{Slope}$

07. কার্যকর ত্বরণ হল ববের/দোলকের উপর ত্বরণ

(i) একটি লিফট f ত্বরণে উঠলে এর মধ্যে অবস্থিত দোলকের দোলনকাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g+f}}$ (কার্য

(ii) একটি লিফট f ত্বরণে নিচে নামলে এর মধ্যে অবস্থিত দোলকের দোলনকাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g-f}}$ (কা

⇒ পাহাড়ের উচ্চতা (h) নির্ণয়:

$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g_1}}$; $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g_2}}$ | $g_1 = \frac{GM}{R^2}$; $g_2 = \frac{GM}{(R+h)^2}$

$\therefore \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2} \times \frac{g_2}{g_1}}$; $\frac{T_2}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2} \times \frac{R}{R+h}} \ldots\ldots (A)$

যদি T_1, T_2, L_1, L_2 ও R জানা থাকে তাহলে উপর্যুক্ত সমীকরণ থেকে পাহাড়ের উচ্চতা (h) নি

⇒ 1day = 86400 s. একটি সেকেণ্ড দোলক 1 দিনে 86400 টি অর্ধদোলন দেয়। যদি দোলক
চলে তাহলে,

দোলটি $(86400 \mp x)$ টি অর্ধদোল দেয় 86400s -এ

$\therefore$ " 1 " " $\frac{86400}{86400 \mp x}$ "

$\therefore$ " 2 " " $\frac{2\times86400}{86400 \mp x}$ "

$\therefore$ পরিবর্তিত, $T = \frac{2\times86400}{86400 \mp x}$

◉ কখন (+) sign হবে –

(i) x sec দ্রুত চ

(ii) x sec লাভ ক

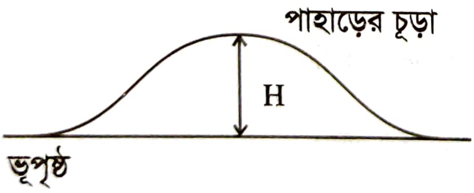
(iii) x টি অর্ধদোল

(iv) $\frac{x}{2}$ টি দোলন

এই সকল ক্ষেত্রে

◉ (−) sign এর ক্ষেত্রে উ

08. পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয়:



একটি সেকেন্ড দোলক ভূ-পৃষ্ঠে সঠিক সময় দিবে।

ধরি, $T_1 = 2s$

পাহাড়ের চূড়ায় দোলনকাল পরিবর্তন হবে, কারণ $T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$

ধরি, চূড়ায় দোলনকাল $= T_2$ $\therefore \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}}$

এখানে, $\frac{g_1}{g_2} = \frac{\text{ভূপৃষ্ঠে } g}{H \text{ উচ্চতায় } g} = \frac{g}{g_h} = \left(\frac{R+H}{R}\right)^2$

$\therefore \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\left(\frac{R+H}{R}\right)^2} = 1 + \frac{H}{R}$ $\therefore H = \left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right) \times R$

তোমাকে T_2 দেয়া থাকবে; $T_1 = 2s$ এবং $R = 6400km$.

➲ **জলীয় বাষ্পের চাপ ও বায়ুর চাপের সম্পর্ক:** বায়ুমন্ডলের (জলীয় বাষ্প + শুধু বায়ু) তাপমাত্রা = T ও চাপ = P, জলীয় বাষ্পের চাপ = f, শুধু বায়ুর চাপ P_{dry} ও ঘনত্ব = ρ। STP তে $T_0 = 273K$, $P_0 = 101325Pa$, $\rho_0 = 1.293$ kgm^{-3}।

$\therefore$ শুধু বায়ুর চাপ, $P_{dry} = P - f$

গ্যাস সূত্র: $\frac{P_1}{\rho_1 T_1} = \frac{P_2}{\rho_2 T_2} \Rightarrow f = P - \frac{\rho T}{\rho_0 T_0} P_0$

Shortcut

01. $c_2 = \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}} \times c_1$

02. $c_2 = \sqrt{\frac{M_1}{M_2}} \times c_1$

03. $c_2 = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \times c_1$

c = গড় বর্গ বেগের বর্গমূল

ρ = ঘনত্ব