

৪. সম্ভাবনার ধারণা

বাস্তব জীবনে আমরা সকলেই সম্ভাবনা শব্দটির সাথে বিশেষভাবে পরিচিত। আকাশে মেঘের ঘনঘটা দেখে আমরা বলি, আজ বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা খুব বেশী। কোন ছেলে যদি পড়া লেখায় অমনোযোগী হয়, আমরা বলি ছেলেটির পরীক্ষায় কৃতকার্য হওয়ার সম্ভাবনা খুব কম।

সম্ভাব্যতা হল, কোন ঘটনা ঘটবে কি ঘটবে না তার গাণিতিক পরিমাপ।

৫. সম্ভাবনার প্রয়োজনীয় ধারণা

৫.১ ঘটনজগৎ বা নমুনাক্ষেত্র এবং ঘটনা (Sample Space and Event)

সমসম্ভব পরীক্ষার সাথে সম্পর্কিত যেকোন একটি প্রাপ্তফলকে একটি ঘটনা বলে অর্থাৎ প্রতিটি trial এ প্রাপ্ত ফলটিই একটি ঘটনা। পরীক্ষণের প্রত্যেকটি অনুমিত ফলকে নমুনা বিন্দু বলে। নমুনা বিন্দুর সমাহারকে সমুনাক্ষেত্র বা ঘটনজগৎ বলে। সম্ভাব্য সমস্ত ঘটনার সমাহারই ঘটনজগৎ। এ কারণে ঘটনজগৎকে সার্বিক সেট বিবেচনা করা যেতে পারে। একে আমরা S বা Ω বা U দ্বারা সূচিত করে থাকি।

একটি সুষম মুদ্রা উৎক্ষেপন করলে হয় হেড নতুবা টেইল পাওয়া যাবে। অতএব সমসম্ভাব্য মোট ফলাফলের সংখ্যা = সমসম্ভাব্য মোট ঘটনার সংখ্যা = নমুনাক্ষেত্রে মোট নমুনা বিন্দুর সংখ্যা = $n(S) = 2$ এবং ঘটনজগৎ $S = \{\text{হেড, টেইল}\}$ বা $S = \{H, T\}$ । একটি ছক্কা নিক্ষেপ করলে ঘটনজগৎ $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ । অতএব, সমসম্ভাব্য মোট ঘটনার সংখ্যা $n(S) = 6$ । ছক্কাটি নিক্ষেপণে বিজোড় সংখ্যা পাওয়ার ঘটনা $A = \{1, 3, 5\}$ ।

$\therefore$ A ঘটনার অনুকূল নমুনা বিন্দুর সংখ্যা $n(A) = 3$ । স্পষ্টতই $A \subset S$ ।

৫.২ দৈব পরীক্ষা (Random Experiment)

যখন কোনো পরীক্ষার সম্ভাব্য সকল ফলাফল আগে থেকে জানা থাকে কিন্তু পরীক্ষাটিতে কোনো একটা নির্দিষ্ট চেষ্টায় কী ফলাফল আসবে তা নিশ্চিত করে বলা যায় না, একে দৈব পরীক্ষা বলে। যেমন একটা মুদ্রা নিক্ষেপন পরীক্ষার সম্ভাব্য ফলাফল (H, T) হবে, তা আমরা আগে থেকেই জানি কিন্তু মুদ্রাটি নিক্ষেপের পূর্বে কোন ফলাফলটি ঘটবে তা আমরা নিশ্চিত করে বলতে পারি না। সুতরাং মুদ্রা নিক্ষেপন পরীক্ষা একটা দৈব পরীক্ষা।

৫.৩ অনুকূল ফলাফল (Favourable Outcomes)

কোনো পরীক্ষায় একটি ঘটনার স্বপক্ষে ফলাফলকে উক্ত ঘটনার অনুকূল ফলাফল বলে। যেমন, একটি ছক্কা নিক্ষেপ করলে জোড় সংখ্যা হওয়ার অনুকূল ফলাফল ৩টি।

৫.৪ বিভিন্ন প্রকার ঘটনা

সমসম্ভাব্য ঘটনাবলী (Equally Likely Events)

কোনো পরীক্ষার ঘটনাগুলি ঘটনার সম্ভাবনা সমান হয় অর্থাৎ যদি একটি অপরটির চেয়ে বেশি বা কম সম্ভাব্য না হয়, তবে ঘটনাগুলিকে সমসম্ভাব্য বলে। যেমন একটি নিরপেক্ষ মুদ্রা নিক্ষেপে হেড বা টেল আসার সম্ভাবনা সমান। সুতরাং হেড আসা ও টেল আসা ঘটনা দুইটি সমসম্ভাব্য ঘটনা।

সরল ঘটনা (Simple event) : কোন ঘটনা যদি নমুনাক্ষেত্রের একটি মাত্র উপাদান দ্বারা গঠিত হয় তবে তাকে সরল ঘটনা বলে অর্থাৎ নমুনাক্ষেত্রের প্রত্যেকটি উপাদান দ্বারা গঠিত ঘটনা এক একটি সরল ঘটনা। দুইটি মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ করলে নমুনাক্ষেত্র $S = \{HH, HT, TH, TT\}$ । এখানে S এর একটি উপাদান দ্বারা গঠিত $A = \{HT\}$ একটি সরল ঘটনা।

যৌগিক ঘটনা (Compound event) : নমুনাক্ষেত্র বা ঘটনাজগতের একের অধিক উপাদান দ্বারা গঠিত ঘটনাকে যৌগিক ঘটনা বলে। যেমন $S = \{HH, HT, TH, TT\}$ নমুনাক্ষেত্রে একটি হেড পাওয়ার ঘটনা $B = \{HT, TH\}$ একটি যৌগিক ঘটনা।

সম্পূর্ণ ঘটনা (Total event) : কোন পরীক্ষার সাথে সংশ্লিষ্ট দুই বা ততোধিক ঘটনাকে সম্পূর্ণ ঘটনা বলা হয় যদি প্রতি পরীক্ষায় ঘটনাগুলির কমপক্ষে একটি ঘটনা অবশ্যই ঘটে। সম্পূর্ণ ঘটনাগুলির সংযোগে নমুনাক্ষেত্র উৎপন্ন হয়। একটি মুদ্রা নিক্ষেপ করলে নমুনাক্ষেত্র $S = \{H, T\}$ । এখানে $\{H\}$ ও $\{T\}$ সম্পূর্ণ ঘটনা।

স্বাধীন বা অনির্ভরশীল ঘটনা (Independent events) : কোনো পরীক্ষার সাথে সংশ্লিষ্ট দুই বা ততোধিক ঘটনাকে স্বাধীন বা অনির্ভরশীল ঘটনা বলা হয় যদি এদের যেকোনো একটি ঘটনার সম্ভাবনা অন্যগুলি ঘটনার বা না ঘটনার উপর নির্ভর না করে। পুনঃস্থাপন করে এক প্যাকেট তাস হতে দুইটি তাস টানা হলে, প্রথম বারে টানা তাসটি লাল ও দ্বিতীয় বারে টানা তাসটি কাল হবার ঘটনা দুইটি পরস্পর স্বাধীন।

নোট : A ও B স্বাধীন ঘটনা হবে যদি ও কেবল যদি $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ হয়।

অধীন বা নির্ভরশীল ঘটনা (Dependent events) : কোন পরীক্ষার সাথে সংশ্লিষ্ট দুইটি ঘটনা যদি এমন হয় যে, এদের কোন একটি ঘটনা ঘটনার সম্ভাবনা পূর্বের অন্য একটি ঘটনা ঘটনার উপর নির্ভর করে তাহলে পরের ঘটনাটিকে অধীন বা নির্ভরশীল ঘটনা বলে। পুনঃস্থাপন না করে এক প্যাকেট তাস হতে পরপর দুইটি তাস টানা হলে, দ্বিতীয় বারে টানা তাসটি লাল হবার ঘটনা প্রথম বারে টানা তাসটি লাল বা কাল হবার উপর নির্ভরশীল বলে দ্বিতীয় ঘটনাটি প্রথম ঘটনার অধীন বা তার উপর নির্ভরশীল ঘটনা।

বর্জনশীল বা পৃথক বা বিচ্ছিন্ন ঘটনা (Mutually Exclusive events) : কোন পরীক্ষার সাথে সংশ্লিষ্ট দুই বা ততোধিক ঘটনার যেকোন একটি ঘটলে যদি অপর কোনটি ঘটতে না পারে, তাহলে তাদের পরস্পর বর্জনশীল বা বিচ্ছিন্ন ঘটনা বলা হয়। অন্যভাবে, দুই বা ততোধিক ঘটনার যদি কোনো সাধারণ নমুনাবিন্দু না থাকে তবে তাদেরকে পরস্পর বর্জনশীল ঘটনা বলা হয়। একটি মুদ্রা একবার নিক্ষেপ করলে হেড পাওয়ার ঘটনা ও টেইল পাওয়ার ঘটনা দুইটি পরস্পর বর্জনশীল ঘটনা। কেননা একটি মুদ্রা একবার নিক্ষেপ করলে হেড অথবা টেইল যেকোন একটি পৃষ্ঠ পাওয়া যাবে, একইসাথে হেড ও টেইল পাওয়ার ঘটনা সম্ভব নয়।

বি.দ্র.: দুইটি ঘটনা A ও B পরস্পর বর্জনশীল যদি ও কেবল যদি $P(A \cap B) = 0$

অর্থাৎ, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ হয়।

অবর্জনশীল বা অবিচ্ছিন্ন ঘটনা (Not mutually exclusive events) : কোন পরীক্ষার সাথে সংশ্লিষ্ট দুই বা ততোধিক ঘটনার যেকোন একটি ঘটলে যদি অপর ঘটনা বা ঘটনাগুলি ঘটতে পারে, তাহলে তাদের পরস্পর অবর্জনশীল ঘটনা বলা হয়। অন্যভাবে, দুই বা ততোধিক ঘটনার যদি কমপক্ষে একটি সাধারণ নমুনাবিন্দু থাকে তবে তাদেরকে পরস্পর অবর্জনশীল ঘটনা বলা হয়। $A = \{1, 3, 5\}$ ও $B = \{3, 6\}$ ঘটনা দুইটি পরস্পর অবর্জনশীল, যেহেতু তাদের সাধারণ নমুনাবিন্দু '3' বিদ্যমান।

বি.দ্র.: দুইটি ঘটনা A ও B পরস্পর অবর্জনশীল যদি ও কেবল যদি $A \cap B \neq \phi$ অর্থাৎ,
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ হয়।

বি.দ্র.: দুইটি ঘটনা একই সাথে স্বাধীন ও বর্জনশীল হতে পারেনা।

পূরক বা পরিপূরক ঘটনা (Complementary events) : কোনো ঘটনা A এর উপাদানগুলিকে বাদ দিয়ে নমুনাক্ষেত্র S এর অন্যান্য উপাদান নিয়ে গঠিত ঘটনাকে A ঘটনার পূরক ঘটনা বলা হয় এবং তাকে $S - A$ বা A^c দ্বারা প্রকাশ করা হয়। কোনো নমুনাক্ষেত্র S এর দুইটি ঘটনা A এবং A' পরস্পর পূরক হবে যদি ও কেবল যদি $A \cap A' = \phi$, $A \cup A' = S$ এবং $P(A') = 1 - P(A)$ ।

নিশ্চিত ঘটনা (Sure event) : দৈব পরীক্ষার সাথে সংশ্লিষ্ট কোন ঘটনা যদি অবশ্যই ঘটে তবে তাকে নিশ্চিত ঘটনা বলা হয়। নিশ্চিত ঘটনার সম্ভাব্যতা 1. একটি মুদ্রা নিক্ষেপ করে উপরের পৃষ্ঠে হেড বা টেইল যে কোনটি পাওয়ার ঘটনা নিশ্চিত ঘটনা। ছেলেদের দৌড় প্রতিযোগিতায় একটি ছেলের প্রথম হওয়ার ঘটনা নিশ্চিত ঘটনা।

অসম্ভব ঘটনা (Impossible event) : দৈব পরীক্ষার সাথে সংশ্লিষ্ট যে ঘটনা কখনো ঘটবে না অর্থাৎ ঘটতে পারে না একে অসম্ভব ঘটনা বলে। যেমন, একটি ছক্কার গুটি নিক্ষেপ করলে ছয়টি সরল ঘটনা $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{4\}$, $\{5\}$ ও $\{6\}$ পাওয়া যায়, কিন্তু কোন অবস্থাতেই $\{7\}$ ঘটনা পাওয়া যায় না এবং কাজেই ইহা একটি অসম্ভব ঘটনা। অসম্ভব ঘটনার সম্ভাব্যতা শূন্য। যেমন ছেলেদের দৌড় প্রতিযোগিতায় একটি মেয়ে প্রথম হবে এর সম্ভাবনা শূন্য। তেমনিটি আগামীকাল সূর্য পশ্চিম দিক থেকে উঠবে অথবা সূর্য পূর্বদিকে অস্ত যাবে এর সম্ভাবনাও শূন্য। তেমনি রাত্রে সূর্য দেখা যাবে এর সম্ভাবনাও শূন্য। তেমনিটি ভাবে একটা ছক্কা নিক্ষেপে 7 আসার সম্ভাবনাও শূন্য। এখানে প্রত্যেকটি ঘটনাই অসম্ভব ঘটনা।

৫.৫ সম্ভাব্যতার পরিমাপ :

সম্ভাব্যতার গাণিতিক সংজ্ঞা : মনে করি, কোন পরীক্ষার সাথে সংশ্লিষ্ট S একটি সসীম নমুনাক্ষেত্র এবং S এর অন্তর্গত A একটি ঘটনা। A ঘটনার উপাদান সংখ্যা $n(A)$ এবং S এর উপাদান সংখ্যা $n(S)$ হলে, A ঘটনা ঘটার সম্ভাব্যতা $P(A)$ দ্বারা সূচিত করা হয় এবং $P(A) = \frac{A \text{ ঘটনার উপাদান সংখ্যা}}{S \text{ নমুনাক্ষেত্রের মোট উপাদান সংখ্যা}} = \frac{n(A)}{n(S)}$ ।

যেমন, একটি ছক্কার গুটি নিক্ষেপের ক্ষেত্রে নমুনাক্ষেত্র $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ এবং জোড় সংখ্যা পাবার ঘটনা $A = \{2, 4, 6\}$ ।

সুতরাং, $n(S) = 6$ এবং $n(A) = 3$, তাহলে A ঘটনা ঘটার সম্ভাব্যতা $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ ।

দ্রষ্টব্য : কোন A ঘটনা ঘটার সম্ভাব্যতার মান একটি বাস্তব সংখ্যা যার সীমা 0 ও 1 এর মধ্যে অর্থাৎ $0 \leq P(A) \leq 1$ ।

প্রমাণ : মনে করি, কোন পরীক্ষার সাথে সংশ্লিষ্ট S নমুনাক্ষেত্রে A একটি ঘটনা এবং $n(A) = m \geq 0$,

$$n(S) = M \geq m. \text{ তাহলে, } 0 \leq m \leq M \Rightarrow \frac{0}{M} \leq \frac{m}{M} \leq \frac{M}{M} \therefore 0 \leq P(A) \leq 1$$

৬. একই ঘটনা পুনরাবৃত্তি ঘটলে সম্ভাব্য ফলাফল নির্ণয়

কোনো মুদ্রা প্রথমবার নিক্ষেপ পরীক্ষার নমুনাক্ষেত্র = {H, T}, ইহা দ্বিতীয়বার নিক্ষেপ পরীক্ষার নমুনাক্ষেত্র = {H, T}, তৃতীয়বার নিক্ষেপ পরীক্ষার নমুনাক্ষেত্র = {H, T} অর্থাৎ একই ঘটনা পুনরাবৃত্তি ঘটলে প্রতিক্ষেত্রে নমুনাক্ষেত্র একই হয়। একটি মুদ্রা দুইবার কিংবা দুইটি মুদ্রা একত্রে একবার নিক্ষেপ পরীক্ষার সম্ভাব্য ফলাফল বা নমুনাক্ষেত্র = {HH, HT, TH, TT}.

৬.১ নমুনা তৈরির পদ্ধতি (Construction of sample space)

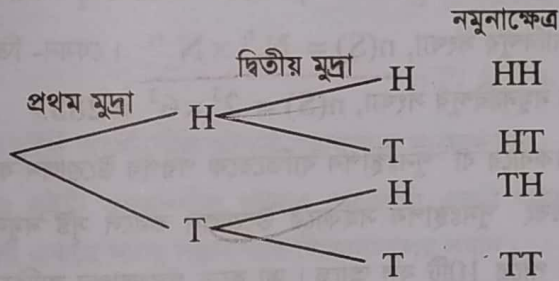
(i) কার্তেসীয় গুণজ পদ্ধতি : নমুনা তৈরির ক্ষেত্রে সার্বজনীন পদ্ধতি হচ্ছে কার্তেসীয় গুণজ পদ্ধতি। কার্তেসীয় গুণজ পদ্ধতি ব্যবহার করে সম্ভাব্য ফলাফল বা নমুনা তৈরি নির্ণয় করা যায়:

$$\text{দুইটি মুদ্রা একত্রে একবার বা একটি মুদ্রা দুইবার নিক্ষেপ পরীক্ষার নমুনাক্ষেত্র, } S = \{H, T\} \times \{H, T\} \\ = \{HH, HT, TH, TT\}$$

তিনটি মুদ্রা একত্রে একবার বা একটি মুদ্রা তিনবার নিক্ষেপ পরীক্ষার নমুনাক্ষেত্র ,

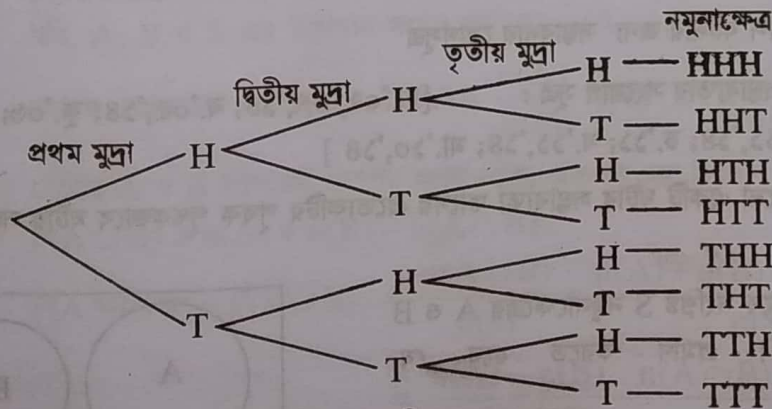
$$S = \{H, T\} \times \{H, T\} \times \{H, T\} = \{HH, HT, TH, TT\} \times \{H, T\} \\ = \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\}$$

(ii) সম্ভাবনা ড্রি (Probability tree) পদ্ধতি : সম্ভাবনা ড্রি ব্যবহার করে দুইটি মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ পরীক্ষার সম্ভাব্য ফলাফল বা নমুনাক্ষেত্র দেখান হলো :



সুতরাং, দুইটি মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ পরীক্ষার নমুনাবিন্দু = { HH, HT, TH, TT }

তিনটি মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ পরীক্ষার নমুনাক্ষেত্র :



সুতরাং, তিনটি মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ পরীক্ষার নমুনাক্ষেত্র,

$$S = \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\}$$

- (iii) আয়তাকার সারণি পদ্ধতি : আয়তাকার সারণির সাহায্যেও নমুনাক্ষেত্র তৈরি করা যায়। সারণির বাম পাশে একটি কলাম তৈরি করে প্রথম মুদ্রার ফলাফল লেখা হয়। আবার সারণির উপরের দিকে দ্বিতীয় মুদ্রার ফলাফল লেখা হয়। মুদ্রা দুইটির ফলাফলগুলি সমন্বয় করে তাদের সংযোগস্থলে লিখে নমুনাক্ষেত্র তৈরি করা যায়।

২য় মুদ্রার ফলাফল →	H	T
১ম মুদ্রার ফলাফল ↓		
H	HH	HT
T	TH	TT

সুতরাং, দুইটি মুদ্রা একবার নিষ্ক্ষেপ পরীক্ষার নমুনাবিন্দু = $\{HH, HT, TH, TT\}$

৬.২ নমুনাবিন্দুর সংখ্যা বের করার সহজ পদ্ধতি:

সসীম নমুনাক্ষেত্রের নমুনাবিন্দুর সংখ্যা গণনা করে বের করা যায়। নমুনাক্ষেত্র খুব বড় হলে তা লিখতে বেশি জায়গা লাগে, সময় বেশি লাগে এবং লিখা বেশ কষ্টসাধ্য। তাই বিন্যাস কিংবা সমাবেশ প্রক্রিয়ায় নমুনাবিন্দুর সংখ্যা নির্ণয় করতে হয়। নিম্নে কয়েকটি ত্রে উল্লেখ করা হলো :

- (1) সম আকারের N তল বিশিষ্ট একটি বস্তুর তলগুলি স্বতন্ত্র বিন্দু বুঝালে বস্তুটি r বার নিষ্ক্ষেপ পরীক্ষার নমুনাক্ষেত্রের মোট নমুনাবিন্দুর সংখ্যা, $n(S) = N^r$ । যেমন- একটি ছক্কা একবার নিষ্ক্ষেপে নমুনাবিন্দুর সংখ্যা $n(S) = 6^1$ । এরূপ তিনটি ছক্কা একত্রে একবার বা একটি ছক্কা তিনবার নিষ্ক্ষেপে নমুনাবিন্দুর সংখ্যা, $n(S) = 6^3$ ।

- (2) দুইটি বস্তুর প্রত্যেকটির তলসমূহ সর্বসম হলে N_1 সংখ্যক তলবিশিষ্ট r_1 সংখ্যক এবং N_2 তলবিশিষ্ট r_2 সংখ্যক বস্তু একত্রে নিষ্ক্ষেপে প্রাপ্ত নমুনাক্ষেত্রের নমুনাবিন্দুর সংখ্যা, $n(S) = N_1^{r_1} \times N_2^{r_2}$ । যেমন- তিনটি মুদ্রা ও দুইটি ছক্কা একত্রে নিষ্ক্ষেপ পরীক্ষায় নমুনাক্ষেত্রের নমুনাবিন্দুর সংখ্যা, $n(S) = 2^3 \times 6^2 = 288$ ।

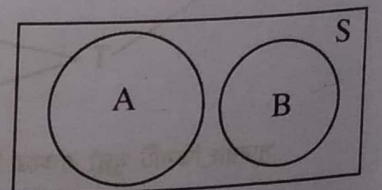
- (3) একটি পাত্রে N সংখ্যক বস্তু হতে r সংখ্যক বস্তু একবারে বা পুনঃস্থাপন ব্যতিরেকে পরপর উত্তোলন করলে সৃষ্ট নমুনাক্ষেত্রের নমুনাবিন্দুর সংখ্যা $n(S) = {}^N C_r$ এবং পুনঃস্থাপন সহকারে উত্তোলন করলে সৃষ্ট নমুনাক্ষেত্রের নমুনাবিন্দুর সংখ্যা, $n(S) = N^r$ । যেমন- একটি পাত্রে 10টি বল আছে। তা হতে পুনঃস্থাপন ব্যতিরেকে 4টি বল উত্তোলন করলে সৃষ্ট নমুনাক্ষেত্রের নমুনাবিন্দুর সংখ্যা, $n(S) = {}^{10} C_4$ এবং পুনঃস্থাপন সহকারে উত্তোলন করলে নমুনাবিন্দুর সংখ্যা, $n(S) = 10^4$ ।

৭. পরস্পর বর্জনশীল ও অবর্জনশীল ঘটনার জন্য সম্ভাবনার যোগসূত্র

- (i) Imp দুইটি বর্জনশীল ঘটনার ক্ষেত্রে সম্ভাব্যতার সংযোগ সূত্র : [দা.'০২,'০৭,'১৪; ব.'০৫,'১৪; কু.'০৬; সি.'০৭; রা.'০৭,'০৯; ব.'০৮; দি.'০৯,'১১,'১৪; চ.'১১; য.'১১,'১৪; মা.'১০,'১৪]

বর্ণনা : দুইটি বর্জনশীল ঘটনার যেকোনো একটি ঘটনার সম্ভাব্যতা তাদের প্রত্যেকটির পৃথক পৃথকভাবে ঘটনার সম্ভাব্যতার যোগফলের সমান।

প্রমাণ : মনে করি, কোনো পরীক্ষার সাথে সংশ্লিষ্ট S নমুনাক্ষেত্রের A ও B পরস্পর বর্জনশীল দুইটি ঘটনা। প্রমাণ করতে হবে যে,
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$



ধরি, A, B ও S এর উপাদান সংখ্যা যথাক্রমে $n(A)$, $n(B)$ ও $n(S)$ ।

তাহলে, সম্ভাব্যতার সংজ্ঞানুসারে, $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ এবং $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$

যেহেতু A ও B ঘটনাদ্বয় পরস্পর বর্জনশীল, সেহেতু এদের মধ্যে কোনো সাধারণ উপাদান নেই অর্থাৎ, তারা নিশ্চেষ্ট সেট এবং কাজেই সেটতত্ত্ব হতে পাই, $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

$$\therefore P(A \text{ অথবা } B) = P(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{n(A) + n(B)}{n(S)} = \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} = P(A) + P(B)$$

(ii) বর্জনশীল ঘটনার সম্ভাব্যতার সংযোগ সূত্র : [চ.'০১; কু.'০৩; রা.'০৩; ঢা.'০৪; য.'০৪; ব.'০৪; সি.'১১]

বর্ণনা : যেকোনো n সংখ্যক বর্জনশীল ঘটনার যেকোনো একটি ঘটনা ঘটান সম্ভাব্যতা তাদের প্রত্যেকটি পৃথক পৃথকভাবে ঘটান সম্ভাব্যতার যোগফলের সমান।

প্রমাণ : মনে করি, কোনো পরীক্ষার সাথে সংশ্লিষ্ট S নমুনাক্ষেত্রের $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ পরস্পর বর্জনশীল ঘটনা। প্রমাণ করতে হবে যে, $P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$

যেহেতু $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ ঘটনাগুলি বর্জনশীল, সেহেতু এদের মধ্যে কোনো সাধারণ উপাদান নেই অর্থাৎ, তারা নিশ্চেষ্ট সেট এবং কাজেই সেটতত্ত্ব হতে পাই,

$$n(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = n(A_1) + n(A_2) + \dots + n(A_n)$$

$$\begin{aligned} \therefore P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) &= \frac{n(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n)}{n(S)} = \frac{n(A_1) + n(A_2) + \dots + n(A_n)}{n(S)} \\ &= \frac{n(A_1)}{n(S)} + \frac{n(A_2)}{n(S)} + \dots + \frac{n(A_n)}{n(S)} \\ &= P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n) \end{aligned}$$

(iii) দুইটি অবর্জনশীল ঘটনার সম্ভাব্যতার সংযোগ সূত্র : [সি.'০১, '০৯, '১৪; য.'০৬, '০৮; কু.'০৮; রা.'১১, '১৩]

বর্ণনা : দুইটি অবর্জনশীল ঘটনার যেকোনো একটি ঘটান সম্ভাব্যতা তাদের পৃথকভাবে ঘটান সম্ভাব্যতার সমষ্টি থেকে তাদের একত্রে ঘটান সম্ভাব্যতার বিয়োগফলের সমান।

প্রমাণ : মনে করি, কোনো পরীক্ষার সাথে সংশ্লিষ্ট S নমুনাক্ষেত্রের A ও B পরস্পর অবর্জনশীল দুইটি ঘটনা। প্রমাণ করতে হবে যে,

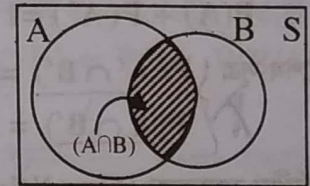
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

ধরি, A, B ও S এর উপাদান সংখ্যা যথাক্রমে $n(A)$, $n(B)$ ও $n(S)$ ।

তাহলে, সম্ভাব্যতার সংজ্ঞানুসারে, $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ এবং $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$

যেহেতু A ও B ঘটনাদ্বয় পরস্পর অবর্জনশীল, অতএব এরা নিশ্চেষ্ট সেট নয় এবং কাজেই সেটতত্ত্ব হতে পাই, $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$$\begin{aligned} \therefore P(A \text{ অথবা } B) &= P(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{n(A) + n(B) - n(A \cap B)}{n(S)} \\ &= \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)} \end{aligned}$$



$$\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

নোট : n সংখ্যক পরস্পর বর্জনশীল ও সম্পূর্ণ ঘটনা $A_1, A_2 \dots A_n$ এর জন্য, $\sum_{i=1}^n P(A_i) = 1$

প্রমাণ : মনে করি, কোনো পরীক্ষণের সাথে সংশ্লিষ্ট S নমুনাক্ষেত্রে n সংখ্যক পরস্পর বর্জনশীল ও সম্পূর্ণ ঘটনা $A_1, A_2, \dots A_n$ এবং $n(A_1) = N_1, n(A_2) = N_2 \dots n(A_n) = N_n$. তাহলে,

$$A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = S \text{ এবং } n(S) = N = N_1 + N_2 + \dots + N_n$$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } \sum_{i=1}^n P(A_i) &= P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n) = \frac{N_1}{N} + \frac{N_2}{N} + \dots + \frac{N_n}{N} \\ &= \frac{N_1 + N_2 + \dots + N_n}{N} = \frac{N}{N} = 1 \end{aligned}$$

উদাহরণ : একটি ছক্কা একবার নিক্ষেপ করলে, $P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$??

সম্ভাবনার পূরক সূত্র (Complementary Theorem of Probability)

বর্ণনা : যেকোনো দৈব পরীক্ষণে একটি ঘটনা ঘটা ও না ঘটার সম্ভাব্যতার সমষ্টি 1 (এক)

প্রমাণ : মনে করি, কোনো দৈব পরীক্ষার সাথে সংশ্লিষ্ট S নমুনাক্ষেত্রে A ঘটনার পূরক ঘটনা A' । প্রমাণ করতে হবে যে, $P(A) + P(A') = 1$

যেহেতু A ঘটনার পূরক ঘটনা A' , অতএব এদের কোনো সাধারণ উপাদান নেই। এক্ষেত্রে $A \cap A' = \phi$ এবং $A \cup A' = S$.

$\therefore$ দুইটি বর্জনশীল ঘটনার সম্ভাব্যতার সংযোগ সূত্র হতে পাই,

$$P(S) = P(A \cup A') = P(A) + P(A') \Rightarrow P(A) + P(A') = 1$$

বিকল্প প্রমাণ : মনে করি, S নমুনাক্ষেত্রে A ঘটনার পূরক ঘটনা A' এবং $n(S) = l, n(A) = m$.

$$\therefore n(A') = l - m.$$

$$\text{এখন, } P(A) + P(A') = \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{m}{l} + \frac{l-m}{l} = \frac{m+l-m}{l} = \frac{l}{l} = 1$$

$$\therefore P(A) + P(A') = 1$$

বিশেষ সূত্র : $P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B)$. অতএব $P(A' \cup B') = 1 - P(A \cap B)$
 $P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B) = P(B') - P(A' \cap B')$.

শর্তাধীন সম্ভাব্যতা (Conditional Probability)

মনে করি, কোনো দৈব পরীক্ষণের সাথে সংশ্লিষ্ট S নমুনাক্ষেত্রে A ও B দুইটি ঘটনা যেখানে $P(B) > 0$ এবং A ঘটনার পূর্বে B ঘটেছিল। যদি A এর সম্ভাব্যতা B এর উপর নির্ভর করে তবে A এর সম্ভাব্যতাকে শর্তাধীন সম্ভাব্যতা বলে। ইহাকে $P(A/B)$ প্রতীক দ্বারা নির্দেশ করা হয় এবং $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)/n(S)}{n(B)/n(S)}$

$$= \frac{n(A \cap B)}{n(B)} \text{ ইহাকে পড়া হয় 'B ঘটনার সাপেক্ষে A ঘটনার সম্ভাব্যতা'}$$

একটি সুস্থম মুদ্রা পরপর তিনবার টস করা হলে নমুনাক্ষেত্র $S = \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\}$, দুই বা ততোধিক হেড পাওয়ার ঘটনা $B = \{HHH, HHT, HTH, THH\}$ এবং প্রথমে হেড পাওয়ার শর্তে দুই বা ততোধিক হেড পাওয়ার ঘটনা $A = \{HHH, HHT, HTH\}$.

তাহলে, $n(S) = 8$, $n(B) = 4$ এবং $n(A) = 3$. সুতরাং $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ এবং $P(A/B) = \frac{3}{4}$

৮. অনির্ভরশীল ও নির্ভরশীল ঘটনার জন্য সম্ভাবনার গুণনসূত্রের প্রয়োগ

(i) দুইটি স্বাধীন ঘটনার ক্ষেত্রে সম্ভাব্যতার গুণন সূত্র:

বর্ণনা : দুইটি অনির্ভরশীল ঘটনা একত্রে ঘটার সম্ভাব্যতা, এদের পৃথক পৃথক ঘটার সম্ভাব্যতার গুণফলের সমান। গাণিতিকভাবে, A ও B দুইটি স্বাধীন ঘটনা হলে, $P(A \text{ এবং } B) = P(A) \cdot P(B)$ অথবা, $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

প্রমাণ : মনে করি, E_1 একটি স্বাধীন পরীক্ষণের সাথে সংশ্লিষ্ট S_1 নমুনাক্ষেত্রে A একটি স্বাধীন ঘটনা এবং E_2 অপর একটি স্বাধীন পরীক্ষণের সাথে সংশ্লিষ্ট S_2 নমুনাক্ষেত্রে B একটি স্বাধীন ঘটনা। S_1 , S_2 , A ও B এর উপাদান সংখ্যা যথাক্রমে $n(S_1)$, $n(S_2)$, $n(A)$ ও $n(B)$ হলে, $P(A) = \frac{n(A)}{n(S_1)}$ এবং $P(B) = \frac{n(B)}{n(S_2)}$.

যেহেতু E_1 ও E_2 পরীক্ষা দুইটি স্বাধীন সুতরাং S_1 ও S_2 নমুনাক্ষেত্রদ্বয়ের উপাদানগুলি স্বাধীনভাবে যুক্ত হতে পারে এবং এদের দ্বারা সৃষ্ট সম্মিলিত নমুনাক্ষেত্রের মোট উপাদান সংখ্যা $= n(S_1) \cdot n(S_2)$

আবার, A ও B এর উপাদানগুলি স্বাধীনভাবে যুক্ত হয়ে $A \cap B$ যৌগিক ঘটনা সৃষ্ট হবে যার উপাদান সংখ্যা $n(A) \cdot n(B)$ অর্থাৎ $n(A \cap B) = n(A) \cdot n(B)$

$$\therefore P(A \text{ এবং } B) = P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S_1) \cdot n(S_2)} = \frac{n(A) \cdot n(B)}{n(S_1) \cdot n(S_2)} = \frac{n(A)}{n(S_1)} \cdot \frac{n(B)}{n(S_2)} = P(A) \cdot P(B)$$

(ii) দুইটি অধীন ঘটনার ক্ষেত্রে সম্ভাব্যতার গুণন সূত্র:

বর্ণনা : দুইটি অধীন ঘটনা একত্রে ঘটার সম্ভাব্যতা এদের যেকোনো একটির শর্তহীন সম্ভাব্যতা এবং অপরটির শর্তাধীন সম্ভাব্যতার গুণফলের সমান। গাণিতিকভাবে, A ও B দুইটি অধীন ঘটনা হলে, $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A)$ অথবা, $P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A/B)$

প্রমাণ : মনে করি, কোনো দৈব পরীক্ষণ E এর সাথে সংশ্লিষ্ট S নমুনাক্ষেত্রে A ও B দুইটি অধীন ঘটনা। সুতরাং,

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \text{ এবং } n(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$$

$$\text{এখন, } A \text{ ঘটনা ঘটেছে এ শর্তে } B \text{ ঘটার সম্ভাব্যতা } P(B/A) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)}$$

$$\therefore A \text{ ও } B \text{ ঘটনা একত্রে ঘটার সম্ভাব্যতা } P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} \times \frac{n(A)}{n(S)} = P(B/A) \times P(A)$$

$$\therefore P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A) \text{ . তদুপ, } P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A/B).$$

৯. বাস্তব জীবনভিত্তিক সহজ সমস্যার সমাধান

৯.১ যুক্তিভিত্তিক সম্ভাবনা নির্ণয়:

উদাহরণ ১ : একটি ব্যাগে ৪টি সাদা এবং ৫টি কালো বল আছে। একজন লোক নিরপেক্ষভাবে তিনটি বল উঠালেন।

তিনটি বলই কালো হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

[রা.'০২; ঢা.'০৫, '১১; কু.'০৯; য.'১২; চ.'১৩]

সমাধান : ব্যাগে মোট বলের সংখ্যা $(4 + 5) = 9$ টি

এই ৯টি বল হতে ৩টিকে ${}^9C_3 = 84$ উপায়ে এবং ৫টি কালো বল হতে ৩টিকে ${}^5C_3 = 10$ উপায়ে উঠানো যায়।

$$\therefore \text{তিনটি বলই কালো হওয়ার সম্ভাব্যতা} = \frac{\text{অনুকূল ঘটনার সংখ্যা}}{\text{মোট ঘটনার সংখ্যা}} = \frac{10}{84} = \frac{5}{42}$$

উদাহরণ ২: ৫২ খানা তাসের প্যাকেট হতে একখানা তাস দৈবভাবে উঠানো হল। (i) তাসটি লাল টেকা হওয়ার সম্ভাব্যতা কত? (ii) তাসটি লাল অথবা টেকা হওয়ার সম্ভাব্যতা কত? [য.'০২, '১৩; রা.'০৮; কুয়েট'০৭-০৮]

সমাধান : মনে করি, তাসটির লাল হওয়ার ঘটনা R এবং টেকা হওয়ার ঘটনা A। তাহলে,

$$n(R) = 26, n(A) = 4, n(R \cap A) = 2 \text{ এবং মোট তাসের সংখ্যা } n(S) = 52$$

$$\therefore n(R \cup A) = n(R) + n(A) - n(R \cap A) = 26 + 4 - 2 = 28$$

[$\because$ R ও A ঘটনা দুইটি অবর্জনশীল]

$$(i) \text{ তাসটি লাল টেকা হওয়ার সম্ভাব্যতা } P(R \cap A) = \frac{n(R \cap A)}{n(S)} = \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$$

$$(ii) \text{ তাসটি লাল অথবা টেকা হওয়ার সম্ভাব্যতা } P(R \cup A) = \frac{n(R \cup A)}{n(S)} = \frac{28}{52} = \frac{7}{13}$$

উদাহরণ ৩: A ও B এর এককভাবে একটি অঙ্কের সমাধান করতে পারার সম্ভাব্যতা যথাক্রমে $\frac{1}{3}$ এবং $\frac{1}{4}$ । তারা

একত্রে অঙ্কটি সমাধানের চেষ্টা করলে অঙ্কটির সমাধান নির্ণয়ের সম্ভাব্যতা কত?

[য.'০৫, '০৭, '১০; ঢা.'০৭, '১৩; কু.'০৭; রা.'০৯; সি.'১৩]

সমাধান : দেওয়া আছে, A ও B এর অঙ্কটি সমাধান করার সম্ভাব্যতা যথাক্রমে $\frac{1}{3}$ এবং $\frac{1}{4}$ অর্থাৎ, $P(A) = \frac{1}{3}$,

$$P(B) = \frac{1}{4}$$

$$\therefore P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}, [\because \text{ঘটনা দুইটি স্বাধীন}]$$

$$\therefore \text{তাদের একত্রে অঙ্কটি সমাধান করার সম্ভাব্যতা} = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B),$$

[$\because$ ঘটনা দুটি স্বাধীন, $\therefore$ এরা বর্জনশীল নয়।]

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{4+3-1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

বিকল্প পদ্ধতি : দেওয়া আছে, $P(A) = \frac{1}{3}$ এবং $P(B) = \frac{1}{4}$.

$$\therefore P(A^c) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \text{ এবং } P(B^c) = 1 - P(B) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

এখন, $P(A \cup B) = 1 - P(A \cup B)^c = 1 - P(A^c \cap B^c) = 1 - P(A^c) \times P(B^c)$, [∵ ঘটনা দুটি স্বাধীন]

$$= 1 - \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

∴ তাদের একত্রে অঙ্কটি সমাধান করার সম্ভাব্যতা = $\frac{1}{2}$

৯.২ তথ্যভিত্তিক সম্ভাবনা নির্ণয়:

যুক্তিভিত্তিক সম্ভাবনা নির্ণয়ে ফলাফলগুলি সমসম্ভাব্য হতে হয়। বাস্তবে সকল ক্ষেত্রে ফলাফলগুলি সমসম্ভাব্য হয় না। তাছাড়া অনেক ক্ষেত্রে সম্ভাবনার যুক্তিভিত্তিক সংজ্ঞার মত কিছু গণনা করা যায় না। যেমন আবহাওয়ার পূর্বাভাসে বলা হচ্ছে আজ বৃষ্টি হবার সম্ভাবনা ৭০%, সামনের বিশ্বকাপে ব্রাজিলের জয়ী হওয়ার সম্ভাবনা ৬০%, সামনের বিশ্বকাপ ক্রিকেটে বাংলাদেশের জয়ী হওয়ার সম্ভাবনা ৩০%। এসব সিদ্ধান্ত নেয়া হয় অতীতের পরিসংখ্যান হতে এবং এটাই হচ্ছে তথ্যভিত্তিক সম্ভাবনা।

উদাহরণ ৪ : একটি কলেজে একাদশ শ্রেণীর ৪০ জন ছাত্রের ভিতর ২০ জন ফুটবল খেলে, ২৫ জন ক্রিকেট খেলে এবং ১০ জন ফুটবল ও ক্রিকেট খেলে। তাদের মধ্য হতে দৈবচয়নে একজনকে নির্বাচন করা হল। যদি ছেলেটি ফুটবল খেলে, তবে ক্রিকেট খেলার সম্ভাব্যতা কত?

[চ.'০৪; য.'০৬; দি.'১১ বুয়েট'০৮-০৯]

সমাধান: ধরি, ফুটবল ও ক্রিকেট খেলার ঘটনা যথাক্রমে F ও C।

তাহলে, $P(F) = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$, $P(C) = \frac{25}{40} = \frac{5}{8}$ এবং $P(F \cap C) = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$

∴ ছেলেটি ফুটবল খেলে এ শর্তে ক্রিকেট খেলার সম্ভাব্যতা $P(C/F) = \frac{P(C \cap F)}{P(F)} = \frac{1/4}{1/2} = \frac{1}{2}$

উদাহরণ ৫ : একটি থলিতে ৩টি সাদা এবং ২টি কালো বল আছে। অপর একটি থলিতে ২টি সাদা এবং ৫টি কালো বল আছে। নিরপেক্ষভাবে প্রত্যেক থলি হতে একটি করে বল তোলা হল। দুইটি বলের মধ্যে অন্তত একটি সাদা হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

[চ.'০২; কু.'০৯; রা.'১৩]

সমাধান : ১ম থলিতে মোট বলের সংখ্যা (৩ + ২) = ৫টি যার ২টি কালো এবং ২য় থলিতে মোট বলের সংখ্যা (২ + ৫) = ৭টি যার ৫টি কালো।

∴ ১ম থলি হতে একটি কালো বল উঠার সম্ভাব্যতা = $\frac{2}{5}$ ও ২য় থলি হতে একটি কালো বল উঠার সম্ভাব্যতা = $\frac{5}{7}$

∴ উভয় থলি হতে একটি করে দুইটি কালো বল উঠার সম্ভাব্যতা = $\frac{2}{5} \times \frac{5}{7} = \frac{2}{7}$

∴ দুইটি বলের মধ্যে অন্তত একটি সাদা হওয়ার সম্ভাব্যতা = $1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$

উদাহরণ ৬ : তিনটি একই রকম বাক্সের প্রথমটিতে ৪টি সাদা ও ৩টি লাল, দ্বিতীয়টিতে ৩টি সাদা ও ৭টি লাল বল এবং তৃতীয়টিতে ৬টি সাদা, ৭টি লাল এবং ৭টি কালো বল আছে।

(a) বাক্স তিনটি হতে একটি করে তিনটি বল তুলে নেয়া হল। বল তিনটি লাল হওয়ার সম্ভাব্যতা কত?

(b) তৃতীয় বাক্স থেকে এলোমেলোভাবে ৩টি বল তুলে নেয়া হল। বলগুলি লাল বা সাদা হওয়ার সম্ভাব্যতা কত?

[চ.'০৩, '১০; সি.'০৫, '০৭; ব.'০৮; য.'১১]

(c) সমসম্ভব উপায়ে প্রথম ও দ্বিতীয় বাক্স থেকে একটি বাক্স নির্বাচন করা হল। এই বাক্স হতে নিরপেক্ষভাবে একটি বল টানা হলে, বলটি সাদা হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর। [য.'০৫; চ.'০৫; বুয়েট'১০-১১]

(a) সমাধান : ১ম বাক্সে মোট বলের সংখ্যা $(4 + 3) = 7$ টি যার 3টি লাল, ২য় বাক্সে মোট বলের সংখ্যা $(3 + 7) = 10$ টি যার 7টি লাল এবং ৩য় বাক্সে মোট বলের সংখ্যা $(6 + 7 + 9) = 22$ টি যার 7টি লাল।

১ম, ২য় ও ৩য় বাক্সের বল লাল হওয়ার সম্ভাব্যতা যথাক্রমে $\frac{3}{7}$, $\frac{7}{10}$ ও $\frac{7}{22}$

$$\therefore \text{বল তিনটি লাল হওয়ার সম্ভাব্যতা} = \frac{3}{7} \times \frac{7}{10} \times \frac{7}{22} = \frac{21}{220}$$

(b) সমাধান : বাক্সে মোট বলের সংখ্যা $(6 + 7 + 9) = 22$ টি।

ধরি, বল 3টি যেকোনো রঙের, লাল ও সাদা হওয়ার ঘটনা যথাক্রমে S, R ও W। তাহলে,

$$n(S) = {}^{22}C_3 = 1540, n(R) = {}^7C_3 = 35 \text{ এবং } n(W) = {}^6C_3 = 20.$$

$\therefore$ বল 3টি লাল বা সাদা হওয়ার সম্ভাব্যতা $P(R \cup W) = P(R) + P(W)$, [$\because$ R ও W বর্জনশীল ঘটনা।]

$$= \frac{n(R)}{n(S)} + \frac{n(W)}{n(S)} = \frac{35}{1540} + \frac{20}{1540} = \frac{55}{1540} = \frac{1}{28}$$

(c) সমাধান : ১ম বাক্সে মোট বলের সংখ্যা $(4 + 3) = 7$ টি যার 4টি সাদা এবং ২য় খলিতে মোট বলের সংখ্যা $(3 + 7) = 10$ টি যার 3টি সাদা। দুইটি বাক্সের একটি নির্বাচন করার সম্ভাব্যতা $= \frac{1}{2}$

$\therefore$ ১ম বাক্সটি নির্বাচন করে একটি সাদা বল টানার সম্ভাব্যতা $= \frac{1}{2} \times \frac{4}{7} = \frac{2}{7}$ এবং

২য় বাক্সটি নির্বাচন করে একটি সাদা বল টানার সম্ভাব্যতা $= \frac{1}{2} \times \frac{3}{10} = \frac{3}{20}$

$\therefore$ একটি সাদা বল টানার মোট সম্ভাব্যতা $= \frac{2}{7} + \frac{3}{20} = \frac{61}{140}$

প্রশ্নমালা X B

1. (a) সম্ভাব্যতার সংজ্ঞা দাও এবং এর গাণিতিক রূপ দেখাও। [চ.'০০; য.'০৩]

(b) দেখাও যে, দুইটি বর্জনশীল ঘটনার যেকোনো একটি ঘটনার সম্ভাব্যতা তাদের প্রত্যেকটির পৃথক প্রথকভাবে ঘটনার সম্ভাব্যতার যোগফলের সমান।

[ঢা.'০৭; ব.'০৫; কু.'০৬; সি.'০৭; রা.'০৭, '০৯; ব.'০৮; দি.'০৯, '১১; চ.'১১; য.'১১]

(c) বর্জনশীল ঘটনার ক্ষেত্রে সম্ভাব্যতার সংযোগ সূত্র লিখ এবং প্রমাণ কর।

[রা., কু.'০৩; ঢা.'০৮; য.'০৮; ব.'০৮, '১২; সি.'১১; চ.'১৩]

(d) প্রমাণ কর যে, দুইটি অবর্জনশীল ঘটনার যেকোনো একটি ঘটনার সম্ভাব্যতা তাদের পৃথকভাবে ঘটনার সম্ভাব্যতার যোগফল হতে ঘটনাগুলির একত্রে ঘটনার সম্ভাব্যতার বিয়োগফলের সমান। [সি.'০১; রা.'১৩]

2. (a) 52 টি তাসের প্যাকেট হতে তিনটি তাস বের করা হলে তাস তিনটি রাজা হবার সম্ভাব্যতা কত? [চ.'০৩]

- (b) 52 খানা এক প্যাকেট তাস হতে হরতনের রাজা সরিয়ে রাখা হল। অবিশিষ্ট তাসগুলি ভাল করে তাসানো হল। নিরপেক্ষভাবে একটি তাস টানলে সেটা হরতন হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।
উঃ 4/13. [রা.'০১]

3. (a) $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$, $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$ এবং $P(A) = \frac{1}{2}$ হলে, $P(B)$ এবং $P(B^c)$ এর মান নির্ণয় কর।

উঃ 2/3, 1/3 [রা.'০১; ঢা.'০৪, '০৬; ব.'১০; সি.'১৪; মা.'১১]

- (b) একটি বাক্সে 4টি লাল, 5টি নীল এবং 7টি সাদা বল আছে। দৈবচয়নে একটি বলের লাল বা সাদা হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।
উঃ 11/16 [ব.'০৩]

- (c) একটি ব্যাগে 5টি সাদা 7টি লাল এবং 8টি কালো বল আছে। যদি বিনিময় না করে একটি একটি করে পর পর 4টি বল তুলে নেয়া হয় তবে, সবগুলি বল সাদা হবার সম্ভাব্যতা কত?
উঃ 1/969 [ব.'০১; কু.'১১; সি.'১২]

- (d) একটি ব্যাগে 7টি লাল এবং 5টি সাদা বল আছে। 4টি বল তুলে নেয়া হল। বল চারটির 2টি লাল এবং 2টি সাদা হবার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।
উঃ 14/33 [সি.'০৯; ব.'১২, '১৩]

- (e) একটি বাক্সে 6টি সাদা ও 5টি লাল বল আছে। বাক্স হতে পুনঃস্থাপন করে দুটি বল নেয়া হল। বল দুটি সাদা হওয়ার সম্ভাব্যতা কত?
উঃ 36/121 [বুয়েট'০৪-০৫]

- (f) একটি বাক্সে 6টি লাল ও 4টি হলুদ বল আছে। ঐ বাক্স থেকে দৈবভাবে পরপর 2টি বল নেওয়া হয়। প্রথম বলটি নেয়ার পর তা বাক্সে ফেরত রাখা হলনা। যদি প্রথম বারে নেওয়া বলটি লাল হয়, তবে দ্বিতীয় বলটি লাল হওয়ার শর্তাধীন সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।
উঃ 5/9 [টেক্সটাইল'০৮-০৯]

- (g) একটি বাক্সে 6টি লাল বল, 4টি সাদা বল এবং 5টি নীল বল আছে। দৈবচয়ন পদ্ধতিতে ক্রমাগতভাবে তিনটি বল বাক্স থেকে বের করলে লাল, সাদা, নীল অথবা নীল, সাদা, লাল বল ক্রমানুসারে পাওয়ার সম্ভাব্যতা বের কর যখন প্রতিটি বল বাক্সে পুনরায় রাখা না হয়।
উঃ 8/91 [বুয়েট'০৬-০৭]

4. (a) 50 জন ছাত্রের 35 জন ফুটবল, 25 জন ক্রিকেট খেলে। প্রত্যেক ছাত্র অন্তত একটি খেলায় অংশ নেয়। একজন ছাত্র দৈবভাবে নেয়া হলে, তার উভয় খেলায় অংশ নেয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।
উঃ 1/5 [রা.'০১]

- (b) একজন ছাত্রের বাংলায় পাসের সম্ভাব্যতা $\frac{2}{3}$, বাংলা ও অঙ্ক দুইটি বিষয়ে পাসের সম্ভাব্যতা $\frac{14}{45}$ এবং দুইটির

যেকোনো একটিতে পাসের সম্ভাব্যতা $\frac{4}{5}$ হলে, তার অঙ্কে পাসের সম্ভাব্যতা কত? [সি.'১১; ঢা.'১৪] উঃ 4/9

5. (a) 10 থেকে 30 পর্যন্ত স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো হতে যেকোন একটিকে ইচ্ছামত নিলে সেই সংখ্যাটি মৌলিক, অথবা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর। উঃ 11/21 [চ.'০৭; রা.'০৫; ব.'১১; কু.'১৪; বুয়েট'০৮-০৯]

- (b) 20 খানা একই রকম টিকেটে 1 থেকে 20 পর্যন্ত লিখে একটি পাত্রে রেখে উত্তমরূপে মিশানোর পর আলগোছে ও নিরপেক্ষভাবে একটি টিকেট টানা হলে টিকেট খানি 3 অথবা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।
উঃ 9/20 [বুয়েট'০২-০৩]

- (c) 1 থেকে 1000 পর্যন্ত স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো হতে যেকোনো একটিকে ইচ্ছামত নিলে সেই সংখ্যাটি 3 অথবা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।
উঃ 467/1000

- (d) 1 থেকে 1011 পর্যন্ত স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো হতে যেকোন একটিকে ইচ্ছামত নিলে সেই সংখ্যাটি বর্গসংখ্যা হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।
উঃ 31/1011
- (e) 1 থেকে 350 পর্যন্ত সংখ্যাগুলি হতে দৈব চয়নের মাধ্যমে একটি সংখ্যা নেওয়া হলো। সংখ্যাটি $\times$ সংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা কত?
উঃ 1/50 [টেক্সট'০৬-০৭]
- (f) 1 থেকে 100 এর মধ্যে তিনটি পৃথক ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার গুণফল জোড়সংখ্যা হবার সম্ভাবনা কত?
উঃ 0.8787 [বুয়েট'০৬-০৭]

6 (a) যদি $P(A \cap B) = 0.48$ এবং $P(A) = 0.6$ হয়, তবে $P(B)$ এর মান কত হলে A ও B স্বাধীন হবে?
উঃ 0.8

(b) $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{3}{4}$. A ও B স্বাধীন হলে $P(A \cap B)$ এবং $P(A \cup B)$ নির্ণয় কর।
উঃ 1/4, 5/6

[ব.'০২,'০৭; সি.'০৮,'১০; ঢ.'০৩,'০৮,'১০; চ.'০৪,'১২; রা.'০৫; কু.'১২; দি.'১২; টেক্সটাইল'১০-১১]

(c) $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{5}$ এবং $P(A / B) = \frac{3}{8}$ হলে, $P(A \cap B)$, $P(B / A)$ এবং $P(A \cup B)$ এর মান নির্ণয় কর।
উঃ 3/40, 3/20, 5/8 [চ.'১০; বুয়েট'০৬-০৭]

(d) একটি শ্রেণীতে 30 জন ছাত্র ও 20 জন ছাত্রী আছে। বার্ষিক পরীক্ষায় একজন ছাত্রের প্রথম ও একজন ছাত্রীর দ্বিতীয় হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।
উঃ 12/49

(e) একটি বাক্সে 9টি কার্ডে 1 থেকে 9 পর্যন্ত লেখা আছে। উহা হতে পরপর তিনটি কার্ড উঠানো হলো। উঠানো সংখ্যাগুলি জোড়-বিজোড়-জোড় ক্রমের হওয়ার সম্ভাবনা কত?
উঃ 5/42

7. (a) একটি পাত্রে 2টি সাদা ও 3টি কালো বল এবং অপর পাত্রে 3টি সাদা ও 4টি কালো বল আছে। প্রাচ দুইটি হতে একটি করে বল উঠানো হলে (i) বলগুলি একই রঙের (ii) ভিন্ন রঙের হওয়ার সম্ভাব্যতা কত?
উঃ (i) 18/35 (ii) 17/35

(b) একটি বাক্সে 5টি লাল ও 4টি সাদা বল আছে এবং অপর একটি বাক্সে 3টি লাল এবং 6টি সাদা বল আছে। নিরপেক্ষভাবে প্রত্যেক থলি হতে একটি করে বল তোলা হল। দুইটি বলের মধ্যে অন্তত একটি লাল হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।
উঃ 19/27 [চ.'০২,'১২; কু.'০৮]

8. (a) দুইটি থলির একটিতে 5টি লাল ও 3টি কালো বল এবং অপর থলিতে 4টি লাল ও 5টি কালো বল আছে। সমসম্ভব উপায়ে একটি থলি নির্বাচন করা হল এবং তা থেকে দুইটি বল তোলা হলে একটি লাল ও একটি কালো হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।
উঃ 275/504 [য.'০০; রা.'১১]

(b) প্রথম ব্যাগে 1টি টাকা ও 3টি পয়সা, দ্বিতীয় ব্যাগে 2টি টাকা ও 4টি পয়সা এবং তৃতীয় ব্যাগে 3টি টাকা ও 1টি পয়সা আছে। লটারির মাধ্যমে একটি ব্যাগ বাছাই করে একটি মুদ্রা উত্তোলন করলে সেটি টাকা হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।
উঃ 4/9 [য.'০৩]

(c) তিনটি দল I, II এবং III এ বিভক্ত শিশুদের দলে যথাক্রমে 3 জন বালিকা ও 1 জন বালক, 2 জন বালিকা ও 2 জন বালক এবং 1 জন বালিকা ও 3 জন বালক বিদ্যমান আছে। প্রতিটি দল হতে নিরপেক্ষভাবে একজন করে নির্বাচিত করা হলে তিন জনের একটি বাছাইয়ে 1 জন বালিকা ও 2 জন বালক থাকা সম্ভাবনা কত?
উঃ 13/32 [বুয়েট'০৭-০৮]

9. (a) একটি ব্যাগে ৪টি লাল, ৪টি কালো ও ৩টি সাদা বল আছে। ৩টি বল দৈবভাবে নেয়া হল : (i) ২টি লাল বল (ii) কমপক্ষে ২টি লাল বল হবার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর। উঃ (i) 28/65 (ii) 36/65
- (b) একটি বাস্কে ৫টি লাল ও ১০টি সাদা বল আছে। একটি বালক যেমন খুশি টানলে প্রতিবারে (i) দুইটি ভিন্ন রঙের বল (ii) দুইটি একই রঙের বল পাবার সম্ভাব্যতা কত? উঃ (i) 10/21 (ii) 11/21 [চ.'০১; য.'০৮; কু.'১৩]
- (c) একটি বাস্কে ৫টি কালো ও ৪টি সাদা বল আছে। দৈবভাবে ৩টি বল তুলে নেওয়া হল। বলগুলি কালো হবার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর। উঃ 5/42 [চা.'০৫]
- (d) একটি ব্যাগে ৩টি কালো ও ৪টি সাদা বল আছে। দৈবভাবে একটি করে ২টি বল তুলে নেওয়া হল। দ্বিতীয় বলটি সাদা হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর, যখন প্রথমটি উঠানোর পর তা (i) ব্যাগে রাখা হয় (ii) ব্যাগে রাখা না হয়। উঃ (i) 4/7 (ii) 4/7 [য.'০১]
- (e) একটি পাত্রে ৬টি লাল, ৫টি সবুজ ও ৪টি সাদা বল আছে। ৩টি বল দৈবভাবে নেয়া হল। (i) বলগুলি ভিন্ন রঙের (ii) বলগুলি একই রঙের (iii) ২টি লাল বল [টেস্টটাইল'০০-০১] (iv) ৩টি সবুজ বল (v) অন্তত ২টি লাল বল [কুয়েট'০৩-০৪] (vi) সর্বাধিক ২টি সাদা বল হবার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর। উঃ (i) 24/91 (ii) 34/455 (iii) 27/91 (iv) 2/91 (v) 47/91 (vi) 451/455
- (f) একটি বাস্কে ১৫টি সাদা ও ১০টি কালো রঙের মার্বেল আছে। একটি বালক যেমন খুশি টানলে প্রতিবারে ২টি (i) ভিন্ন রঙের (ii) একই রঙের মার্বেল হওয়ার সম্ভাব্যতা কত? উঃ 1/2, 1/2 [কু.'০০; চা.'০৮]
- (g) একই আকারের ৭টি সাদা, ৩টি কালো বল একটি সারিতে সাজানো হল, দুইটি কালো বল পাশাপাশি না বসার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। উঃ 7/5 [কুয়েট' 11-12]
10. (a) ৫২ খানা তাসের প্যাকেটে ৪টি টেকা আছে। নিরপেক্ষভাবে যেকোন একখানা তাস টেনে টেকা না পাওয়ার সম্ভাব্যতা কত? উঃ 12/13 [চ.'০১]
- (b) একটি ছক্কা ও দুইটি মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ করা হল। নমুনাক্ষেত্রটি লিখ। (i) ২টি হেড ও জোড় সংখ্যা (ii) ছক্কার ৪ পাবার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর। উঃ (i) 1/8, (ii) 1/6 [রা.'০৩; কু.'০৫; ব.'০৭; চা.'১২]
- (c) ৫২ খানা তাসের প্যাকেট হতে পুনঃস্থাপনপূর্বক ২টি তাস দৈবভাবে উঠানো হল। তাস ২টি (i) একই রঙের রাজা পাবার (ii) একই রঙের রাজা না পাবার (iii) রাজা না পাবার সম্ভাব্যতা কত? উঃ (i) 1/338, (ii) 337/338 (iii) 168/169
11. (a) একটি সুষম মুদ্রা পরপর তিন বার টস করা হল। প্রতিটি টসেই প্রথম হেড পাওয়ার শর্তে দুই বা ততোধিক হেড পাওয়ার সম্ভাবনা কত? কোন শর্ত আরোপ করা না হলে দুই বা ততোধিক হেড পাওয়ার সম্ভাবনা কত? উঃ 3/8, 1/2 [য.'০২]
- (b) দুইটি ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ করা হলে তাদের নমুনাক্ষেত্র তৈরি কর। দুটি ছয় উঠার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর। উঃ 1/36 [ব.'০১; য.'০৩, '১৪; কু.'০৩, '১৩; সি.'০৪, '১৩; রা.'০৭, '১৪; চ.'০৮, '১১; মা.'১৪]
- (c) একটি মুদ্রা তিন বার টস করা হল। পর্যায়ক্রমে মুদ্রাটির হেড এবং টেইল পাবার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর। উঃ 1/2 [চ.'০০; কুয়েট'১১-১২]
- (d) একটি ছক্কা ও দুইটি মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ করা হলে তাদের নমুনাক্ষেত্র তৈরি কর। ছক্কার ৪ উঠার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর। উঃ 1/4 [দি.'১৩]

12. (a) একটি পরীক্ষায় 30% ছাত্র গণিতে, 20% ছাত্র রসায়নে এবং 10% ছাত্র উভয় বিষয়ে ফেল করে। দৈবভাবে একজন ছাত্র নির্বাচন করা হল। (i) যদি ছাত্রটি রসায়নে ফেল করে থাকে তবে তার গণিতে ফেল করার সম্ভাব্যতা কত? (ii) ছাত্রটি একটি মাত্র বিষয়ে ফেল করার সম্ভাব্যতা কত? (iii) ছাত্রটির গণিতে ফেল এবং রসায়নে পাস করার সম্ভাব্যতা কত? উঃ (i) $1/2$ (ii) $2/5$ (iii) $1/5$
- (b) গণিত ও পরিসংখ্যান বিষয়ে 200 জন পরীক্ষার্থীর মধ্যে 20 জন পরিসংখ্যানে এবং 40 জন গণিতে ফেল করে। উভয় বিষয়ে 10 জন ফেল করেছে। নিরপেক্ষভাবে একজন ছাত্রকে বাছাই করলে তার পরিসংখ্যানে পাস ও গণিতে ফেল হওয়ার সম্ভাবনা কত? উঃ $3/20$

[কু.'০১,'১২; চ.'০১,'০৮; রা.'০৪,'১২,'১৪; য.'০৪; ঢা.'০৫; টেক্সটাইল'০৩-০৪]

- (c) আলমের বাংলা পরীক্ষায় ফেল করার সম্ভাব্যতা $\frac{1}{5}$, বাংলা ও ইংরেজি দুটিতেই পাসের সম্ভাব্যতা $\frac{3}{4}$ এবং দুইটির যেকোন একটিতে পাসের সম্ভাব্যতা $\frac{7}{8}$ হলে, তার কেবল ইংরেজিতে পাসের সম্ভাব্যতা কত? উঃ $3/40$

[ঢা.'০১,'০৮; য.'০৯; দি.'১৩; ব.,চ.'১৪]

13. (a) একজন প্রার্থী একটি শিল্প প্রতিষ্ঠানের তিনটি পদে আবেদন করে। প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় পদে প্রার্থীর সংখ্যা যথাক্রমে 3, 4 এবং 2। ঐ প্রার্থীর কমপক্ষে একটি পদে চাকুরি পাওয়ার সম্ভাব্যতা কত? উঃ $3/4$ [কু.'০২]
- (b) 500 জন লোকের 50 জন ইন্ডোফাক পড়েনা, 25 জন জনকণ্ঠ পড়েনা এবং 10 জন এ দুটোর কোনটাই পড়েনা। এদের একজন লোক নির্বাচন করা হলে তার জনকণ্ঠ পড়া ও ইন্ডোফাক না পড়ার সম্ভাব্যতা কত? উঃ $2/25$
- (c) কোন নির্বাচনে চারজন প্রার্থী A, B, C, D এর জয়ের সম্ভাব্যতা যথাক্রমে 0.4, 0.3, 0.2, 0.1; নির্বাচনের পূর্বমূহুর্তে C তার প্রার্থিতা প্রত্যাহার করল। এখন অবশিষ্ট তিন জন প্রার্থীর জয়ের সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর। উঃ A: 0.5, B: 0.375, D: 0.125
- (d) একজন বিক্রেতা প্রত্যেক খরিদারের নিকট শতকরা 70 ভাগ সুযোগে দ্রব্য বিক্রি করে। পর্যায়ক্রমিক খরিদারদের আচরণ পারস্পরিক প্রভাবমুক্ত। যদি A এবং B দুইজন খরিদার দোকানে প্রবেশ করে, তাহলে A অথবা B এর নিকট বিক্রেতার দ্রব্য বিক্রয়ের সম্ভাবনা কত? উঃ 0.91 [বুয়েট' ১২-১৩]

14. একটি অধিবর্ষে 53টি শুক্রবার থাকার সম্ভাব্যতা কত? উঃ $2/7$ [টেক্সটাইল'১১-১২, ১২-১৩]

15. একটি ঘটনার অনুকূলে সুযোগ 4 : 3, অন্য একটি স্বাধীন ঘটনার প্রতিকূলে সুযোগ 2 : 3। ঘটনাদ্বয়ের কমপক্ষে একটি ঘটনার সম্ভাব্যতা কত? উঃ $29/35$

16. (a) কোন পরিবারে 3 জন শিশু আছে এবং এদের মধ্যে কমপক্ষে 1 জন বালক। পরিবারটিতে 2 জন বালক থাকার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর। উঃ $3/7$

- (b) 5 জন ছাত্র হতে কমপক্ষে একজন, 3 জন ছাত্রী হতে কমপক্ষে একজন ও 2 জন শিক্ষক হতে কমপক্ষে একজন নিয়ে একটি দল গঠন করা হল। দলটিতে কমপক্ষে 4 জন ছাত্র, সর্বাধিক 2 জন ছাত্রী ও 2 জন শিক্ষক থাকার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর। উঃ $12/217$

17. দুটি ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ করা হল। নমুনাক্ষেত্রটি লিখ। ১ম ছক্কার পাঠ = x এবং ২য় ছক্কার পাঠ = y হলে নিম্নের সম্ভাবনাগুলো নির্ণয় কর: (i) $P(x = y)$, (ii) $P(x = 2y)$, (iii) $P(x + y \geq 7)$, (iv) $P(x + y = 7)$

উঃ (i) $1/6$, (ii) $1/12$, (iii) $7/12$, (iv) $1/6$

18. আবহাওয়া পূর্বাভাস $P(\text{আজ বৃষ্টি হবে}) = 40\%$, $P(\text{কাল বৃষ্টি হবে}) = 50\%$, $P(\text{আজ ও কাল বৃষ্টি হবে}) = 30\%$. আজ বৃষ্টি হয়েছে এই শর্তে আগামীকাল বৃষ্টি হবার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।
উঃ $3/4$
19. কোন কারখানার 100 জন শ্রমিকের মধ্যে 40 জন পুরুষ ও 20 জন মহিলা বিবাহিত, এবং 10 জন পুরুষ ও 30 জন মহিলা অবিবাহিত। নির্বিচারে বাছাইকৃত একজন শ্রমিক (i) বিবাহিত পুরুষ (ii) অবিবাহিত মহিলা হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।
উঃ (i) $2/3$ (ii) $3/4$
20. (a) একটি ছক্কার গুটির সাথে এমনভাবে তার বেঁধে দেয়া হলো যে, একটি জোড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনা একটি বিজোড় সংখ্যা আসার সম্ভাবনার দ্বিগুণ হয়ে গেল। ছক্কা একবার নিপে 4 এর কম ফোঁটা আসার ঘটনা A দ্বারা নির্দেশিত হলে $P(A)$ নির্ণয় কর।
উঃ $4/9$ [টেক্সটাইল' ০১-০২]
- (b) একটি ছক্কা দুইবার চাল দেওয়া হলো। প্রথম চালে 4, 5 অথবা 6 এবং দ্বিতীয় চালে 1, 2, 3 অথবা 4 ওঠার সম্ভাবনা বের কর।
উঃ $1/3$ [রুয়েট' ০৯-১০]
21. কোন বিদ্যালয় হতে জুনিয়ার বৃত্তি পরীক্ষায় 10 জন অংশগ্রহণ করে। সকলেরই বৃত্তি পাওয়ার বা না পাওয়ার সম্ভাবনা সমান। ঐ বিদ্যালয় হতে কেবলমাত্র তিন জনের বৃত্তি পাওয়ার সম্ভাব্যতা কত?
উঃ $15/128$

বহু নির্বাচনী প্রশ্ন (Multiple Choice Questions):

1. $-5, 0, 5$ এর পরিমিত ব্যবধান নিচের কোনটি?
(a) 0 (b) 5 (c) 7.1 (d) 50
2. দুই অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যাগুলি হতে দৈবচয়ন প্রক্রিয়ায় একটি সংখ্যা বেছে নেওয়া হলো। তাহলে 5 দ্বারা বিভাজ্য জোড়সংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা নিচের কোনটি?
(a) $8/45$ (b) $9/80$ (c) $9/89$ (d) $1/10$
3. 16 জন বালক ও 12 জন বালিকা একটি প্রতিযোগিতায় অংশগ্রহণ করলে, একটি বালক প্রথম ও একটি বালিকা দ্বিতীয় হওয়ার সম্ভাব্যতা নিচের কোনটি?
(a) $6/7$ (b) $12/49$ (c) $5/63$ (d) $16/63$
4. ভিন্ন এককে প্রকাশিত দুইটি তথ্যসারির তুলনা করতে উপযুক্ত পরিমাপ নিচের কোনটি?
(a) ভেদাঙ্ক (b) পরিসর (c) বিভেদাঙ্ক (d) পরিমিত ব্যবধান
- উদ্দীপকের আলোকে নিচের চারটি প্রশ্নের উত্তর দাও:
- অশ্রেণিকৃত উপাত্ত 12, $-5, 0, 7, 2, -9, 5$.
5. উপাত্তগুলির পরিসর নিচের কোনটি?
(a) -21 (b) -3 (c) 3 (d) 21
6. উপাত্তগুলির (i) ১ম চতুর্থাংশ (-5) (ii) ৩য় চতুর্থাংশ 7 (iii) চতুর্থাংশ ব্যবধান 1.
উপরের তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সত্য?
(a) i & ii (b) i & iii (c) ii & iii (d) i, ii & iii
7. বৃহত্তম উপাত্ত তিনটির গড় হতে নির্ণীত গড় ব্যবধান নিচের কোনটি?
(a) 2.94 (b) 2.67 (c) 8 (d) 8.67
8. ক্ষুদ্রতম উপাত্ত চারটির পরিমিত ব্যবধান নিচের কোনটি?