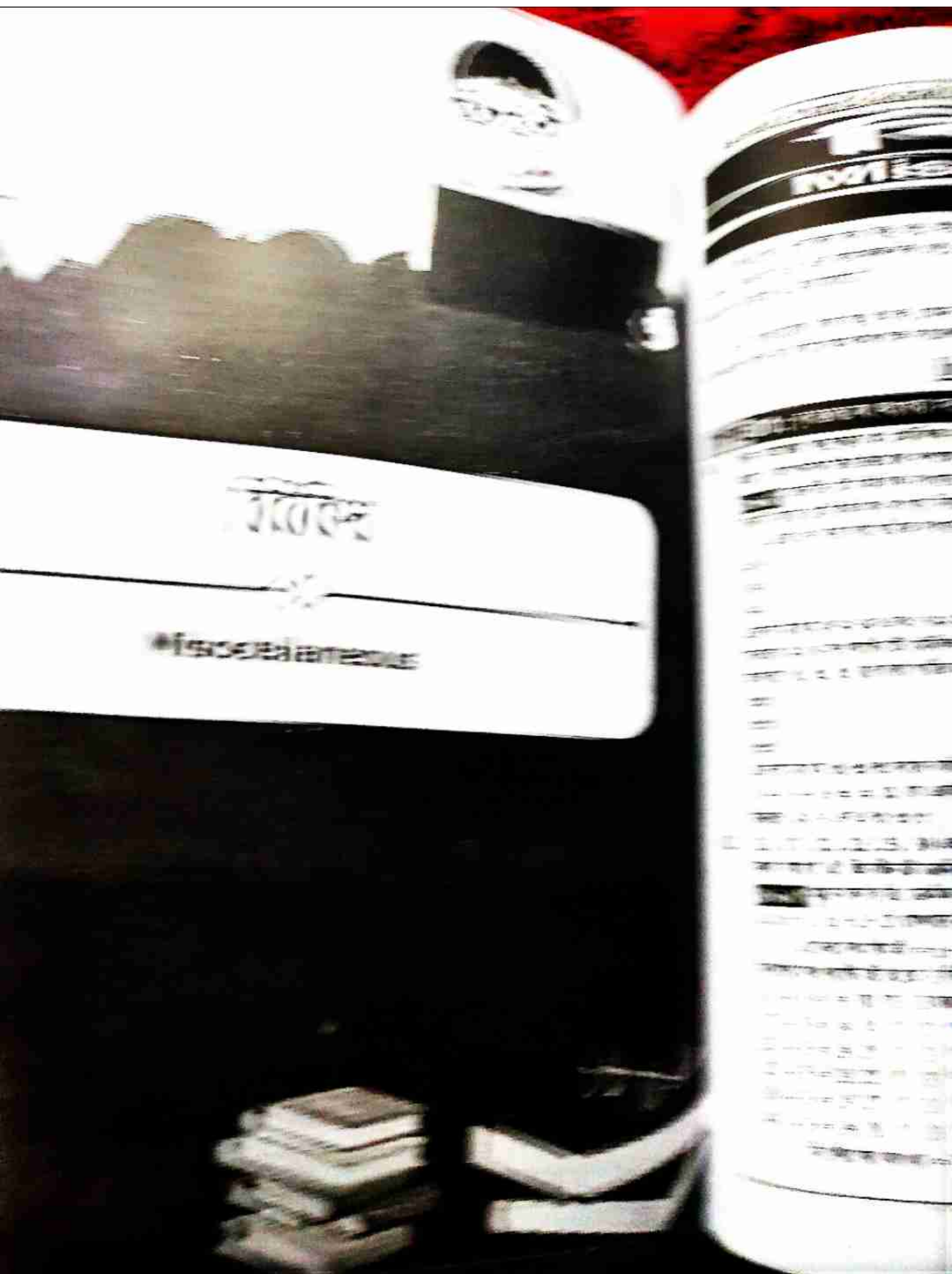




বিবিধ Miscellaneous

এই অধ্যায়ের Analysis

বিসিএসের পুরাতন কিছু প্রশ্ন আছে যেগুলো বর্তমান সিলেবাসের কোন উপক্রে নেই। আবার বর্তমান পাঠ্যবইয়ের কিছু অংক (বিশেষতঃ অধ্যায় ৩.৫ এর সৃজনশীল প্রশ্ন) আছে যা সমাধান করতে একাধিক অধ্যায়ের জ্ঞান থাকা জরুরী। এরকম পাঁচমিশালী প্রশ্ন নিয়েই বাকসে হয়েছে এই অধ্যায়টি।

এই অধ্যায়ের কিছু অংক যেমন বর্তমানে গুরুত্বপূর্ণ নয়, আবার কিছু অংক আছে খুবই গুরুত্বপূর্ণ। তাই আপনারা অধ্যায়টি করবার বাদ না দিয়ে কমপক্ষে সাজেশনে উল্লিখিত অংকগুলো করতে চেষ্টা করবেন।

Important Problem & Solutions:

TYPE 01: বাস্তব সংখ্যা সংক্রান্ত সমস্যা

01. তিন অঙ্কের ক্ষুদ্রতম মৌলিক সংখ্যাটি নির্ণয় করুন যার অঙ্কগুলোর যোগফল 11 এবং প্রতিটি অঙ্ক মৌলিক সংখ্যা নির্দেশ করে। আপনার উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দিন।

Sol তিনটি মৌলিক সংখ্যার যোগফল 11 হবে এরূপ মৌলিক সংখ্যা ২, ৩, ৫, ৭

[৩৮তম বিসিএস]

তিনটি করে মৌলিক সংখ্যা নিয়ে গঠিত সংখ্যা ২, ২, ৭ এবং ৩, ৩, ৫

২, ২ এবং ৭ দ্বারা গঠিত সংখ্যা হচ্ছে-

২২৭

২৭২

৭২২

এদের মধ্যে ২৭২ এবং ৭২২ সংখ্যাটি ২ দ্বারা বিভাজ্য বিধায় এ দুটি মৌলিক নয়।

সুতরাং ২২৭ সংখ্যাটি মৌলিক সংখ্যা যার যোগফল $২ + ২ + ৭ = ১১$ যা একটি মৌলিক সংখ্যা।

আবার, ৩, ৩, ৫ দ্বারা গঠিত সংখ্যা হচ্ছে-

৩৩৫

৩৫৩

৫৩৩

এদের মধ্যে ৩৫৩ বাদে বাকি দুটি মৌলিক সংখ্যা নয়।

$৩ + ৫ + ৩ = ১১$ যা একটি মৌলিক সংখ্যা।

উত্তর: ২২৭ এবং ৩৫৩

02. 13, 17, 23, 25, 30 এবং 41 এই সংখ্যাগুলোর মধ্যে কোন সংখ্যাটিকে তিনটি ক্রমিক পূর্ণ সংখ্যার যোগফল হিসাবে প্রকাশ করা যায়? এ তিনটি ক্রমিক সংখ্যাগুলো কী কী এবং সংখ্যা তিনটির মধ্যে কোনটি মৌলিক সংখ্যা? [১৮তম বিসিএস]

Sol মনে করি, ক্রমিক সংখ্যা তিনটি যথাক্রমে-

$n, n+1, n+2$ যেখানে $n = 1, 2, \dots$

$\therefore$ এদের সমষ্টি $= n + n+1 + n+2 = 3n+3$

নির্ণয় সংখ্যাটি হতে 3 বিয়োগ করলে বিয়োগফল 3 দ্বারা বিভাজ্য হবে।

$13-3=10$ যা 3 দ্বারা বিভাজ্য নয়

$17-3=14$ " 3 " " "

$23-3=20$ " 3 " " "

$25-3=22$ " 3 " " "

$30-3=27$ " 3 " বিভাজ্য

$41-3=38$ " 3 " " "

$\therefore$ নির্ণয় সংখ্যা = 30

$$\therefore 3n + 3 = 30$$

$$\Rightarrow 3n = 30 - 3$$

$$\Rightarrow 3n = 27$$

$$\therefore n = 9$$

$$\therefore n + 1 = 9 + 1 = 10 \text{ এবং } n + 2 = 9 + 2 = 11$$

ক্রমিক সংখ্যা তিনটি যথাক্রমে 9, 10 ও 11। মৌলিক সংখ্যাটি 11

উত্তর: সংখ্যা ত্রয় 9, 10 ও 11। মৌলিক সংখ্যাটি 11

03. মৌলিক সংখ্যা কাকে বলে? প্রমাণ করুন যে ২ এবং ৭ ভিন্ন $n^3 \pm 1$ আকারে অন্য কোন সংখ্যা মৌলিক সংখ্যা নহে?

[১১তম বিসিএস]

≥Solⁿ যে সংখ্যা ১ এবং সেই সংখ্যা ভিন্ন অন্য কোন সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য নয় তাকে মৌলিক সংখ্যা বলে।

$n = 1$ হলে $n^3 \pm 1 = 1 \pm 1 = 2$ অথবা 0 (2 মৌলিক সংখ্যা)

$n = 2$ হলে $n^3 \pm 1 = 2^3 \pm 1 = 9$ অথবা 7 (7 মৌলিক সংখ্যা)

$n = 3$ হলে $n^3 \pm 1 = 3^3 \pm 1 = 28$ অথবা 26

$n = 4$ হলে $n^3 \pm 1 = 4^3 \pm 1 = 65$ অথবা 63

এভাবে দেখানো যায় যে, 2 এবং 7 ভিন্ন $n^3 \pm 1$ এর যে কোন মানের জন্য ইহা মৌলিক সংখ্যা নহে।

04. মুক্তিসহ মানের অধিক্রমে সাজান: $\frac{29}{51}, \frac{23}{83}, \frac{19}{31}, \frac{6}{9}, \frac{13}{15}$

[১০তম বিসিএস]

$$\geq \text{Sol}^n \quad \frac{29}{51} = 0.5686 \quad \frac{19}{31} = 0.6129 \quad \frac{13}{15} = 0.8667$$

$$\frac{23}{83} = 0.2771 \quad \frac{6}{9} = 0.6667$$

$$\text{সুতরাং, } 0.8667 > 0.6667 > 0.6129 > 0.5686 > 0.2771$$

$$\therefore \frac{13}{15}, \frac{6}{9}, \frac{19}{31}, \frac{23}{83}, \frac{29}{51}$$

$$\text{উত্তর: } \frac{13}{15}, \frac{6}{9}, \frac{19}{31}, \frac{23}{83}, \frac{29}{51}$$

05. প্রমাণ করুন $\sqrt{3}$ মূলদ সংখ্যা নয়। অথবা, প্রমাণ করুন, $\sqrt{3}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

≥Solⁿ মনে করি, $\sqrt{3}$ একটি মূলদ সংখ্যা এবং কল্পনা করি $\frac{a}{b} = \sqrt{3}$ । এখানে a এবং b পূর্ণ ধনাত্মক সংখ্যা এবং ১ ভিন্ন a ও b এর অন্য কোন সাধারণ উৎপাদক নেই।

$$\text{এখন, } \frac{a^2}{b^2} = 3$$

$$\text{বা, } a^2 = 3b^2$$

এখানে, ডানপক্ষে একটি উৎপাদক ৩ আছে। সুতরাং বামপক্ষেও একটি সাধারণ উৎপাদক ৩ থাকবে। কেননা যদি a অযুগ্ম সংখ্যা হতো তবে উহার বর্গও অযুগ্ম হতো।

সুতরাং $a = 3c$ ধরলে $a^2 = 9c^2$ [এখানে c একটি পূর্ণ ধনাত্মক সংখ্যা]

$$\text{তাহলে } 9c^2 = 3b^2 \quad \text{বা, } 3c^2 = b^2$$

এখন, বামপক্ষেও ৩ উৎপাদক পাওয়া গেল। কিন্তু কল্পনা করা হয়েছিল a ও b এর মধ্যে ১ ভিন্ন কোন সাধারণ উৎপাদক নেই।

অতএব, $\sqrt{3}$ মূলদ সংখ্যা হতে পারে না।

অথবা, $\sqrt{3}$ একটি মূলদ সংখ্যা।

TYPE 02: পাঁচমিশালী বিগত প্রশ্ন

11. একজন ছাত্রের প্রথম পরীক্ষার প্রাপ্ত নম্বর ৮৫। দ্বিতীয় পরীক্ষার পর তার নম্বরের গড় ৮৭ থেকে ৮২ হলো। ২য় ও ৩য় পরীক্ষার ফলাফলের গড় কত? [৪১তম বিসিএস]

Sol মনে করি, ২য় ও ৩য় পরীক্ষার প্রাপ্ত নম্বর x ও y

$$\text{প্রথমতে, } \frac{85 + x}{2} = 87 \Rightarrow 85 + x = 174 \Rightarrow x = 174 - 85$$

$$\therefore x = 89$$

$$\text{আবার, } \frac{85 + x + y}{3} = 82 \Rightarrow 85 + 89 + y = 246 \Rightarrow y = 246 - 174$$

$$\therefore y = 72$$

$$\therefore \text{২য় ও ৩য় পরীক্ষার ফলাফলের গড়} = \frac{89 + 72}{2} = 80.5$$

12. একটি পুকুরের এক স্থানে পানির ২ ফুট উপরে লম্বভাবে দাঁড়ানো ডাঁটার উপর একটি পদ্মফুল ফুটে আছে। হঠাৎ তীব্রবেগে বাতাস আসলে ডাঁটাটি এক পাশে ৫ ফুট তাড়িত হয়ে পানিতে ডুবে যায়। পুকুরের ঐ স্থানে পানির গভীরতা কত? [৩২তম বিসিএস]

Sol ধরি, পুকুরের গভীরতা $AD = x$ ফুট

পানির উপরে পদ্মফুলের অবস্থান $AC = 2$ ফুট

পদ্মফুলটি C বিন্দু হতে তাড়িত হয়ে ৫ ফুট দূরত্বে B বিন্দুতে ডুবে যায়।

$$\therefore AB = 5 \text{ ফুট}$$

$$\therefore BD = AC = x + 2 \text{ ফুট}$$

আমরা পাই,

$$BD^2 = AD^2 + AB^2$$

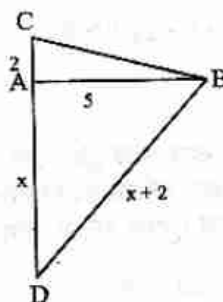
$$\Rightarrow (x + 2)^2 = x^2 + 5^2$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x + 4 = x^2 + 25$$

$$\Rightarrow 4x = 25 - 4$$

$$\Rightarrow x = \frac{21}{4} = 5.25$$

সুতরাং, পুকুরের গভীরতা ৫.২৫ ফুট। (উত্তর)



13. 20 জন ছাত্র গণিত পরীক্ষায় অংশগ্রহণ করল। তাদের মধ্যে দুই জন গড়ে 60 নম্বর, তের জন গড়ে 65 নম্বর ও অবশিষ্ট সকলে গড়ে 55 নম্বর পেল। ছাত্ররা গড়ে কত নম্বর পেল? [২৪তম বিসিএস]

$$\text{Sol} \quad 2 \text{ জন মোট পায় } (60 \times 2) = 120$$

$$13 \text{ জন মোট পায় } (65 \times 13) = 845$$

$$\text{অবশিষ্ট } (20 - 2 - 13) = 5$$

$$5 \text{ জন মোট পায় } (55 \times 5) = 275$$

$$\therefore 20 \text{ জনে মোট পায় } (120 + 845 + 275) = 1240$$

$$\therefore \text{গড়} = \frac{1240}{20} = 62$$

উত্তর: 62

04. $y = ax + b$ হলে $x = 4$ এর জন্য y এর মান নির্ণয় করুন যেখানে $x = 1$ এর জন্য y এর মান 4 এবং $x = 2$ এর জন্য y এর মান 7। [১৩তম বিসিএস]

Sol দেওয়া আছে, $y = ax + b$

$$\Rightarrow 4 = a \cdot 1 + b \quad [x = 1 \text{ এবং } y = 4 \text{ বসিয়ে}]$$

$$\Rightarrow a + b = 4 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{আবার, } y = ax + b \Rightarrow 7 = a \cdot 2 + b \quad [x = 2 \text{ এবং } y = 7 \text{ বসিয়ে}]$$

$$\Rightarrow 2a + b = 7 \dots\dots\dots (ii)$$

$$(ii) \text{ নং} - (i) \text{ নং করে, } a = 3$$

$$a \text{ এর মান } (i) \text{ নং এ বসাই, } 3 + b = 4 \Rightarrow b = 1$$

$$\text{এখন প্রদত্ত সমীকরণে } x = 4, a = 3 \text{ এবং } b = 1 \text{ বসিয়ে}$$

$$y = 3 \cdot 4 + 1 \Rightarrow y = 12 + 1 \Rightarrow y = 13$$

$$\text{অতএব, } x = 4 \text{ এর জন্য } y \text{ এর মান হবে } 13$$

$$\text{Ans.: } x = 4 \text{ এর জন্য } y \text{ এর মান হবে } 13$$

05. একটি রম্বসের প্রতিটি বাহু ২৫০ ফুট এবং একটি কর্ণ ৪০০ ফুট। রম্বসটির ক্ষেত্রফল কত? [১৩তম বিসিএস]

Sol ABCD রম্বসের $AB = BC = CD = DA = 250$ ফুট

এবং একটি কর্ণ $BD = 400$ ফুট

আমরা জানি, AOB সমকোণী ত্রিভুজে,

$$AB^2 = AO^2 + BO^2$$

$$\text{বা, } AO^2 = AB^2 - BO^2 = (250)^2 - \left(\frac{400}{2}\right)^2$$

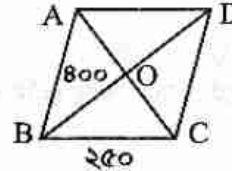
$$= 62500 - 80000 = 22500$$

$$\therefore AO = 150$$

$$\therefore AC = 2AO = 2 \times 150 = 300 \text{ ফুট}$$

$$\therefore \text{রম্বসের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times 300 \times 400 = 60,000 \text{ বর্গফুট}$$

$$\text{উত্তর : } 60,000 \text{ বর্গফুট।}$$



06. ৬০,০০০ বর্গমিটার ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি জলাধারে দুইটি শুইস গেট সংযুক্ত আছে, যারা একত্রে প্রতি মিনিটে ৫,০০০ লিটার পানি নিষ্কাশন করতে পারে। দুই দিন দুই রাত্রি অবিশ্রান্ত বর্ষণের ফলে জলাধারের পানির উচ্চতা ১৫০ মিলিমিটার বৃদ্ধি পেল। শুইস গেট দুটি খুলে দিলে কতক্ষণে জলাধারে পানির উচ্চতা পূর্বতর পর্যায়ে নেমে আসবে? [১১তম বিসিএস]

$$\text{Sol } 150 \text{ মিলিমিটার} = \frac{150}{1000} \text{ মিটার} = 0.15 \text{ মিটার}$$

$$\text{বর্ধিত পানির আয়তন} = 60,000 \times 0.15 \text{ ঘন মিটার}$$

$$= 9,000 \text{ ঘনমিটার}$$

$$= 9000 \times 100 \times 100 \times 100 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= 90000000000 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= \frac{90000000000}{1000} \text{ লিটার}$$

$$= 90000000 \text{ লিটার}$$

$$5000 \text{ লিটার নিষ্কাশিত হয় } 1 \text{ মিনিটে}$$

$$\therefore 1 \text{ " " " } \frac{1}{5000} \text{ মিনিটে}$$

$$\therefore 90000000 \text{ " " } \frac{90000000 \times 1}{5000} = 18000 \text{ মিনিট} = \frac{18000}{60} = 300 \text{ ঘন্টা}$$

$$\text{উত্তর : } 300 \text{ ঘন্টা।}$$

১২ হেক্টর জমির বাৎসরিক খাজনা ২৪৬ টাকা হলে ১২ হেক্টর ৩৫ একর জমির সাড়ে তিন বছরের খাজনা (কোন সুদ ধরা না) কত হবে?

[১০তম বিসিএস]

Sol আমরা জানি, ১ হেক্টর = ১০০ একর

$$\begin{aligned} \therefore ১২ হেক্টর ৩৫ একর &= (১২ \times ১০০ + ৩৫) একর \\ &= (১২০০ + ৩৫) একর \\ &= ১২৩৫ একর \end{aligned}$$

$$\text{সাড়ে ৩ বছর} = ৩\frac{১}{২} \text{ বছর} = \frac{৭}{২} \text{ বছর।}$$

১০০ একর জমির ১ বছরের খাজনা ২৪৬ টাকা

$$\therefore ১ " " ১ " " \frac{২৪৬}{১০০} "$$

$$\therefore ১২৩৫ " " \frac{৭}{২} " " \frac{২৪৬ \times ১২৩৫ \times ৭}{১০০ \times ২} " = ১০,৬৩৩.৩৫ \text{ টাকা}$$

উত্তর : ১০,৬৩৩.৩৫ টাকা

১৪. $x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 4x + 5$ কে $x + 3$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত হবে?

[১০তম বিসিএস]

$$\begin{array}{r} \text{Sol} \quad (x+3) \overline{) x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 4x + 5} \quad (x^3 - x^2 + 6x - 14) \\ \underline{x^4 + 3x^3} \\ -x^3 + 3x^2 \\ \underline{-x^3 - 3x^2} \\ 6x^2 + 4x \\ \underline{6x^2 + 18x} \\ -14x + 5 \\ \underline{-14x - 42} \\ 47 \end{array}$$

$\therefore$ নির্ণেয় ভাগশেষ, ৪৭

উত্তর : ৪৭

বিকল্প :

$$\text{ধরি, } f(x) = x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 4x + 5$$

$$\text{তাহলে } f(-3) = (-3)^4 + 2(-3)^3 + 3(-3)^2 + 4(-3) + 5$$

$$[(x+3) \text{ দ্বারা } f(x) \text{ কে ভাগ করলে ভাগশেষ} = f(-3)]$$

$$= 81 - 54 + 27 - 12 + 5 = 47$$

TYPE 03: বিভিন্ন টপিকের মিশ্রিত প্রশ্ন

১. কোনো সংখ্যা ও ঐ সংখ্যার গুণাঙ্কক বিপরীত সংখ্যার সমষ্টি ৩.

(ক) সংখ্যাটিকে x চলকে প্রকাশ করে উপরের তথ্যকে একটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

(খ) $x^3 - \frac{1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর।

(গ) প্রমাণ কর যে, $x^5 + \frac{1}{x^5} = 123$.

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-৩.৫ (অনুশীলনীর অংক নং-৩৩)]

Sol

(ক) মনে করি, সংখ্যাটি x $\therefore x$ এর গুণাত্মক বিপরীত সংখ্যা $\frac{1}{x}$ প্রশ্নমতে, $x + \frac{1}{x} = 3$ $\therefore$ নির্ণেয় সমীকরণ $x + \frac{1}{x} = 3$ (খ) ক-হতে প্রাপ্ত, $x + \frac{1}{x} = 3$ এখন, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 3^2 - 4 \cdot 1 = 9 - 4 = 5$ $\therefore x - \frac{1}{x} = \sqrt{5}$

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right) \\ &= (\sqrt{5})^3 + 3 \cdot \sqrt{5} = 5\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 8\sqrt{5} \end{aligned}$$
 $\therefore$ নির্ণেয় মান $8\sqrt{5}$ (গ) ক-হতে প্রাপ্ত, $x + \frac{1}{x} = 3$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } x^3 + \frac{1}{x^3} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 3^3 - 3 \cdot 3 = 27 - 9 = 18 \end{aligned}$$
এবং, $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 3^2 - 2 = 9 - 2 = 7$ এখন, $\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 18 \times 7$ $\Rightarrow x^5 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3} = 126$ $\Rightarrow x^5 + \frac{1}{x^3} + x + \frac{1}{x} = 126$ $\Rightarrow x^5 + \frac{1}{x^3} + 3 = 126$ $\Rightarrow x^5 + \frac{1}{x^3} = 126 - 3$ $\therefore x^5 + \frac{1}{x^3} = 123$ (প্রমাণিত)

02. কোনো সমিতির সদস্যগণ প্রত্যেকেই সদস্য সংখ্যার 100 গুণ চাঁদা দেওয়ার সিদ্ধান্ত নিলেন। কিন্তু 4 জন সদস্য চাঁদা না দেওয়ার প্রত্যেকের চাঁদার পরিমাণ পূর্বের চেয়ে 500 টাকা বেড়ে গেল।

(ক) সমিতির সদস্য সংখ্যা x এবং মোট চাঁদার পরিমাণ A হলে, এদের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় কর।

(খ) সমিতির সদস্য সংখ্যা ও মোট চাঁদার পরিমাণ নির্ণয় কর।

(গ) মোট চাঁদার $\frac{1}{4}$ অংশ 5% হারে এবং অবশিষ্ট টাকা 4% হারে 2 বছরের জন্য সরল মুনাফায় বিনিয়োগ করা হলো। মোট মুনাফা নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-৩.৫ (অনুশীলনীর অংক নং-৩৪)]

Solⁿ দেওয়া আছে, সমিতির সদস্য সংখ্যা x
 ∴ জন প্রতি দেয়া চাঁদার পরিমাণ = $100x$
 সুতরাং মোট চাঁদার পরিমাণ, $A = x \times 100x$ ∴ $A = 100x^2$
 এটাই নির্ণেয় সম্পর্ক।

(খ) চাঁদা দেয় এমন সদস্য সংখ্যা ছিল $(x - 4)$ জন
 এবং প্রত্যেকের চাঁদার পরিমাণ হলো $(100x + 500)$ টাকা
 সুতরাং মোট চাঁদা হলো $(x - 4)(100x + 500)$ টাকা
 প্রশ্নানুসারে, $100x^2 = (x - 4)(100x + 500)$
 $\Rightarrow 100x^2 = 100x^2 + 500x - 400x - 2000$
 $\Rightarrow 100x^2 - 100x^2 = 100x - 2000$
 $\Rightarrow 100x - 2000 = 0$
 $\Rightarrow 100x = 2000$
 $\Rightarrow x = \frac{2000}{100} = 20$

∴ সমিতির সদস্য সংখ্যা 20 জন।
 মোট চাঁদার পরিমাণ, $A = 100 \times (20)^2$ টাকা = 40000 টাকা।

(গ) আমরা জানি, সরল মুনাফার ক্ষেত্রে, $I_1 = P_1 n r_1$
 এখানে, $P_1 = \left(40000 \text{ এর } \frac{1}{4}\right)$ টাকা = 10000 টাকা
 $n = 2$ বছর
 $r_1 = \frac{5}{100}$

$$\therefore I_1 = 10000 \times 2 \times \frac{5}{100} = 1000 \text{ টাকা}$$

আবার, $I_2 = P_2 n r_2$
 এখানে, $P_2 = (40000 - 10000)$ টাকা = 30000 টাকা
 $n = 2$ বছর

$$r_2 = \frac{4}{100}$$

$$\therefore I_2 = 30000 \times 2 \times \frac{4}{100} = 2400 \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{মোট মুনাফা, } I = I_1 + I_2 = 1000 + 2400 = 3400$$

$$\therefore \text{মোট মুনাফা 3400 টাকা।}$$

03. বনভোজনে যাওয়ার জন্য একটি বাস 2400 টাকার ভাড়া করা হলো এবং শর্ত হলো প্রত্যেক যাত্রী সমান ভাড়া বহন করবে।
 10 জন যাত্রী না আসায় মাথাপিছু ভাড়া 8 (আট) টাকা বৃদ্ধি পেল।

(ক) মাথাপিছু বর্ধিত ভাড়ার পরিমাণ, না আসা যাত্রী সংখ্যার শতকরা কত তা নির্ণয় কর।

(খ) বাসে যাওয়া যাত্রীর মাথাপিছু ভাড়া নির্ণয় কর।

(গ) বাসভাড়ার সমপরিমাণ টাকার 5% হার মুনাফায় 13 বছরের সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য নির্ণয় কর।
 [নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-৩.৫ (অনুশীলনীর অংক নং-৩৫)]

Solⁿ

(ক) মাথাপিছু বর্ধিত ভাড়ার পরিমাণ, না আসা যাত্রী সংখ্যার $\frac{8 \times 100}{10} \times \frac{1}{100} = 80\%$

∴ মাথাপিছু বর্ধিত ভাড়ার পরিমাণ, না আসা যাত্রী সংখ্যার 80%।

(খ) মনে করি, আগ্রহী যাত্রীসংখ্যা x জন এবং মাথাপিছু বাস ভাড়া q টাকা

$$\therefore \text{মোট ভাড়া} = qx \text{ টাকা}$$

$$\text{প্রকৃতপক্ষে বাসে যাত্রী যায়} = (x - 10) \text{ জন}$$

$$\text{এবং মাথাপিছু বাস ভাড়া} = (q + 8) \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{মোট ভাড়া} = (q + 8)(x - 10) \text{ টাকা}$$

$$\text{শর্তমতে, } qx = (q + 8)(x - 10) \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{এবং } qx = 2400 \dots\dots\dots (ii)$$

$$(i) \text{ নং সমীকরণ হতে পাই, } qx = qx - 10q + 8x - 80$$

$$\Rightarrow qx + 8x - qx = 10q + 80$$

$$\Rightarrow 8x = 10(q + 8)$$

$$\Rightarrow x = \frac{10(q + 8)}{8}$$

$$\Rightarrow x = \frac{5(q + 8)}{4}$$

$$(ii) \text{ নং সমীকরণে } x = \frac{5(q + 8)}{4} \text{ বসিয়ে পাই, } q \cdot \frac{5(q + 8)}{4} = 2400$$

$$\Rightarrow q^2 + 8q = \frac{2400 \times 4}{5}$$

$$\Rightarrow q^2 + 8q = 1920$$

$$\Rightarrow q^2 + 8q - 1920 = 0$$

$$\Rightarrow q^2 - 40q + 48q - 1920 = 0$$

$$\Rightarrow q(q - 40) + 48(q - 40) = 0$$

$$\Rightarrow (q - 40)(q + 48) = 0$$

$$\text{হয়, } q - 40 = 0 \quad \text{অথবা, } q + 48 = 0$$

$$\Rightarrow q = 40 \quad \Rightarrow q = -48; \text{ যা গ্রহণযোগ্য নয়।}$$

$$\therefore \text{বাসে যাওয়া যাত্রীর মাথাপিছু ভাড়া} = (40 + 8) = 48 \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{বাসে যাওয়া যাত্রীর মাথাপিছু ভাড়া 48 টাকা।}$$

(গ) এখানে,

$$\text{মূলধন, } P = 2400 \text{ টাকা}$$

$$\text{সময়, } n = 13 \text{ বছর}$$

$$\text{মুনাফার হার, } r = 5\% = \frac{5}{100} \text{ টাকা}$$

$$\text{সরল মুনাফা, } I = Pnr = 2400 \times 13 \times \frac{5}{100} = 1560 \text{ টাকা}$$

$$\text{চক্রবৃদ্ধি মূলধন, } C = P(1 + r)^n = 2400 \times \left(1 + \frac{5}{100}\right)^{13} \text{ টাকা}$$

$$= 2400 \times \left(1 + \frac{5}{100}\right)^{13} \text{ টাকা}$$

$$= 2400 \times \left(\frac{100 + 5}{100}\right)^{13} \text{ টাকা}$$

$$= 2400 \times \left(\frac{105}{100}\right)^{13} \text{ টাকা} = 4525.56 \text{ টাকা (প্রায়)}$$

$$\text{চক্রবৃদ্ধি মুনাফা} = C - P = (4525.56 - 2400) = 2125.56 \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য}$$

$$= (2125.56 - 1560) \text{ টাকা} = 565.56 \text{ টাকা (প্রায়)}$$

$$\therefore \text{সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য 565.56 টাকা (প্রায়)।}$$

১৫. একটি স্টিমারে যাত্রী সংখ্যা 376 জন। ডেকের যাত্রীর সংখ্যা কেবিনের যাত্রীর সংখ্যার তিনগুণ। ডেকের যাত্রীর মাথাপিছু ভাড়া 60 টাকা এবং মোট ভাড়া প্রাপ্তি 33840 টাকা।
- (ক) ডেকের যাত্রী সংখ্যাকে x ধরে সমীকরণ তৈরি কর।
- (খ) ডেকের যাত্রী ও কেবিনের যাত্রীর সংখ্যা কত?
- (গ) কেবিনের মাথাপিছু ভাড়া কত?

Sol

(ক) মনে করি, ডেকের যাত্রী সংখ্যা = x জন
 $\therefore$ কেবিনের যাত্রী সংখ্যা = $(376 - x)$ জন
 প্রশ্নমতে, $x = 3(376 - x)$
 $\therefore$ নির্ণয় সমীকরণ, $x = 3(376 - x)$

(খ) 'ক' হতে প্রাপ্ত, $x = 3(376 - x)$

$$\Rightarrow x = 1128 - 3x \Rightarrow x + 3x = 1128 \Rightarrow 4x = 1128 \Rightarrow x = \frac{1128}{4}$$

$\therefore$ ডেকের যাত্রী সংখ্যা 282 জন

এবং কেবিনের যাত্রী সংখ্যা = $(376 - 282)$ জন = 94 জন

অতএব, ডেকের যাত্রী সংখ্যা 282 জন এবং কেবিনের যাত্রী সংখ্যা 94 জন।

(গ) 'খ' হতে প্রাপ্ত,

ডেকের যাত্রী সংখ্যা 282 জন এবং কেবিনের সংখ্যা 94 জন

ডেকের যাত্রীর মাথাপিছু ভাড়া 60 টাকা।

মনে করি, কেবিনের যাত্রীর মাথাপিছু ভাড়া y টাকা

$\therefore$ ডেকের মোট ভাড়া = 60×282 টাকা = 16920 টাকা

এবং কেবিনের মোট ভাড়া = $y \times 94$ টাকা = $94y$ টাকা

$$\text{প্রশ্নমতে, } 16920 + 94y = 33840 \Rightarrow 94y = 33840 - 16920 \Rightarrow y = \frac{16920}{94}$$

$\therefore y = 180$

অতএব, কেবিনের মাথাপিছু ভাড়া 180 টাকা।

১৬. একটি জমির ক্ষেত্রফল 192 বর্গমিটার। জমিটির দৈর্ঘ্য 4 মিটার কমালে এবং প্রস্থ 4 মিটার বাড়ালে ক্ষেত্রফল অপরিবর্তিত থাকে।

(ক) জমিটির দৈর্ঘ্যকে x এবং প্রস্থকে y ধরে তথ্যগুলোকে সমীকরণে প্রকাশ কর।

(খ) জমিটির পরিসীমা নির্ণয় কর।

Sol

(ক) ধরি, আয়তাকার জমির দৈর্ঘ্য = x মিটার এবং প্রস্থ = y মিটার

শর্তমতে, $xy = 192$ এবং $(x - 4)(y + 4) = 192$

নির্ণয় সমীকরণ $xy = 192$ এবং $(x - 4)(y + 4) = 192$

(খ) 'ক' হতে প্রাপ্ত, $xy = 192$ (i)

এবং $(x - 4)(y + 4) = 192$ (ii)

(i) নং হতে পাই, $y = \frac{192}{x}$ (iii)

(ii) নং এ $y = \frac{192}{x}$ বসিয়ে পাই, $(x - 4)\left(\frac{192}{x} + 4\right) = 192$

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow (x-4)\left(\frac{192+4x}{x}\right) = 192 \Rightarrow 192x + 4x^2 - 768 - 16x = 192x \\
&\Rightarrow 4x^2 + 176x - 768 = 192x \Rightarrow 4x^2 + 176x - 176 - 192x = 0 \\
&\Rightarrow 4x^2 - 16x - 768 = 0 \Rightarrow 4(x^2 - 4x - 192) = 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 192 = 0 \\
&\Rightarrow x^2 - 16x + 12x - 192 = 0 \Rightarrow x(x-16) + 12(x-16) = 0 \\
&\Rightarrow (x-16)(x+12) = 0 \\
&\text{হয়, } x-16=0 \quad \text{অথবা, } x+12=0 \\
&\Rightarrow x=16 \quad \Rightarrow x=-12 \text{ যা গ্রহণযোগ্য নয়।}
\end{aligned}$$

$$(iii) \text{ নং এ } x \text{ এর মান বসিয়ে পাই, } y = \frac{192}{16} = 12$$

$$\therefore \text{ জমি দৈর্ঘ্য} = 16 \text{ মিটার এবং প্রস্থ} = 12 \text{ মিটার।}$$

$$\therefore \text{ জমির পরিসীমা} = 2 \times (16 + 12) \text{ মিটার} = (2 \times 28) \text{ মিটার} = 56 \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{ জমিটির পরিসীমা } 56 \text{ মিটার}$$

06. বাসে উঠার লাইনে সোহাগের পিছনে যতজন দাঁড়িয়ে আছে সামনে তার থেকে দুইজন বেশি দাঁড়িয়ে আছে। তার পিছনে যতজন দাঁড়িয়ে আছে সম্পূর্ণ লাইনে তার তিনগুণ যাত্রী। লাইনে কতজন যাত্রী দাঁড়িয়ে আছে?

≥Solⁿ ধরি, সোহাগের পেছনে x জন দাঁড়ানো

$$\therefore \text{ সোহাগের সামনে } (x+2) \text{ জন দাঁড়ানো}$$

$$\text{সোহাগসহ সম্পূর্ণ লাইনে} = (x + x + 2 + 1) \text{ জন দাঁড়ানো} = (2x + 3) \text{ জন দাঁড়ানো}$$

$$\text{শর্তানুসারে, } 2x + 3 = 3x$$

$$\Rightarrow 3x - 2x = 3$$

$$\therefore x = 3$$

$$\therefore \text{ লাইনে যাত্রী সংখ্যা} = (2 \times 3 + 3) \text{ জন} = (6 + 3) \text{ জন} = 9 \text{ জন}$$

$$\therefore \text{ লাইনে } 9 \text{ জন যাত্রী দাঁড়িয়ে আছে।}$$

07. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ এবং $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ফাংশন দুইটি যথাক্রমে $f(x) = 3x + 3$ এবং $g(x) = \frac{x-3}{3}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত।

(ক) $g^{-1}(-3)$ এর মান নির্ণয় করুন।

(খ) দেখান যে, $g = f^{-1}$

≥Solⁿ

(ক) দেওয়া আছে, $g(x) = \frac{x-3}{3}$

ধরি, $y = g(x) = \frac{x-3}{3}$

$$\Rightarrow 3y = x - 3 \Rightarrow x = 3y + 3 \Rightarrow g^{-1}(y) = 3y + 3 \quad [\because y = g(x) \therefore x = g^{-1}(y)]$$

$$\therefore g^{-1}(x) = 3x + 3$$

$$\therefore g^{-1}(-3) = 3(-3) + 3 = -9 + 3 = -6 \text{ (Ans.)}$$

(খ) দেওয়া আছে, $f(x) = 3x + 3$

ধরি, $y = f(x) = 3x + 3$

$$\Rightarrow 3x = y - 3 \Rightarrow x = \frac{y-3}{3} \Rightarrow f^{-1}(y) = \frac{y-3}{3} \quad [\because y = f(x)]$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x-3}{3} \Rightarrow f^{-1}(x) = g(x)$$

$$\therefore f^{-1} = g \text{ (দেখানো হলো)}$$



জ্যামিতির প্রাথমিক আলোচনা

Primary Basics on Geometry

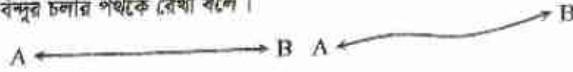


রেখা, কোণ, ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজ সংক্রান্ত মৌলিক আলোচনা

Line, Angle, Triangle and Quadrilateral Related Basics

■ Type-01 (রেখা ও কোণ সংক্রান্ত)

রেখা (Line): বিন্দুর চলার পথকে রেখা বলে।



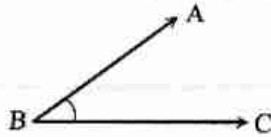
সরলরেখা (Straight Line): একটি বিন্দু থেকে অন্য একটি বিন্দুতে পৌঁছাতে যদি কোনো প্রকার দিকের পরিবর্তন না হয় তবে তাকে সরল রেখা বলে।



সমান্তরাল রেখা (Parallel Lines): দুটি রেখা যদি পরস্পরের মধ্যে সর্বদা সমান দূরত্ব বজায় রেখে চলতে থাকে তবে তাকে সমান্তরাল রেখা বলে।

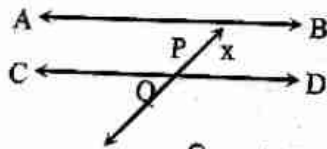


কোণ (Angle): দুটি রেখা তির্যকভাবে পরস্পরের সাথে মিলিত হলে মিলন বিন্দুতে কোণ উৎপন্ন হয়। ABC একটি কোণ। যে দুটি রেখা দ্বারা কোণ উৎপন্ন হয়, তাদের একটিকে স্থির এবং অন্যটিকে ঘূর্ণায়মান হিসেবে ধরা হয়।



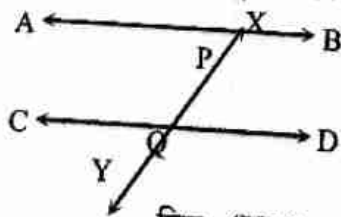
অন্তর্ভুক্ত কোণ: সমতল দুটি রেখার যদি একই প্রান্তবিন্দু থাকে এবং যদি তাদের ধারক রেখা একই না হয় তবে সাধারণ প্রান্তবিন্দুতে উৎপন্ন কোণকে রেখাঘরের অন্তর্ভুক্ত কোণ বলে।

একান্তর কোণ (Alternative Angle): দুটি সমান্তরাল সরলরেখাকে অপর একটি রেখা তির্যকভাবে ছেদ করলে ছেদক রেখার বিপরীত পার্শ্বে সমান্তরাল রেখা যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে একান্তর কোণ বলে।



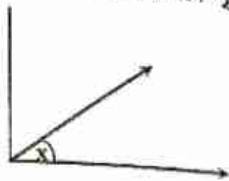
চিত্রে $\angle APQ$ এবং $\angle DQP$ একান্তর কোণ।

অনুরূপ কোণ (Corresponding Angle): দুটি সমান্তরাল রেখাকে অপর একটি রেখা পরস্পর ছেদ করলে ছেদক রেখার একই দিকে সমান্তরাল রেখাঘরের অনুরূপ পার্শ্বে যে কোণ উৎপন্ন হয় তাকে অনুরূপ কোণ বলে।

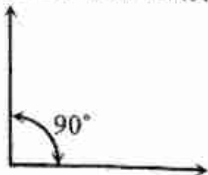


চিত্রে $\angle XPB$ এবং $\angle PQD$ পরস্পর অনুরূপ কোণ।

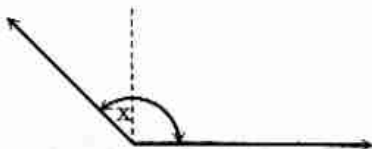
সূক্ষ্মকোণ (Acute Angle): 90° -এর চেয়ে ছোট কোণকে সূক্ষ্মকোণ বলে। অর্থাৎ $\angle x < 90^\circ$ হলে $\angle x$ একটি সূক্ষ্মকোণ।



সরলকোণ (Right Angle): একটি সরলরেখার উপর অপর একটি সরলরেখা দন্ডায়মান হলে যদি সন্নিহিত কোণদ্বয় পরস্পর সমান হয় তবে প্রত্যেকটি কোণকে সমকোণ বলে। অথবা, 90° কোণের সমান কোণকে সমকোণ বলে।



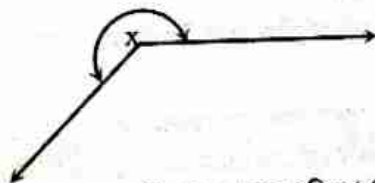
মূলকোণ (Obtuse Angle): 90° -এর চেয়ে বড় কিন্তু 180° -এর চেয়ে ছোট কোণকে মূলকোণ বলে। অর্থাৎ $180^\circ > x > 90^\circ$ হলে x একটি মূলকোণ।



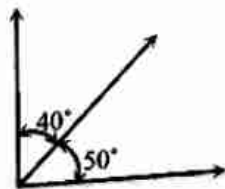
সরল কোণ (Straight Angle): ঘূর্ণায়মান রশ্মিটির যখন স্থির রশ্মির ঠিক বিপরীত পার্শ্বে অবস্থান করে তখন তাদের মধ্যবর্তী কোণকে সরল কোণ বলে। অর্থাৎ যে কোণ 180° কোণের সমান তাকে সরল কোণ বলে। এখানে $\angle x = 180^\circ$ হলে x কোণকে সরল কোণ বলে।



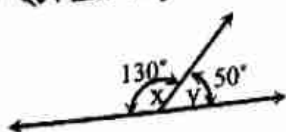
প্রবৃত্ত কোণ (Reflex Angle): 180° -এর চেয়ে বড় কিন্তু 360° -এর চেয়ে ছোট কোণকে প্রবৃত্ত কোণ বলে। অর্থাৎ $360^\circ > x > 180^\circ$ হলে x একটি প্রবৃত্ত কোণ।



পূরক কোণ (Complementary Angle): যদি দুটি কোণের পরিমাণ 90° কোণের সমান হয় তবে একটি কোণকে অপর কোণের পূরক কোণ বলে। $\angle x = 50^\circ$ এবং $\angle y = 40^\circ$ হলে $\angle x$ কে y কোণের পূরক বলে।



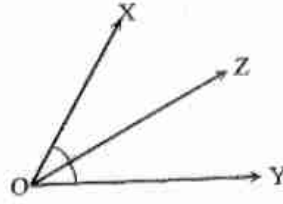
সম্পূরক কোণ (Supplementary Angle): যদি দুটি কোণের পরিমাণ 180° -এর সমান হয় তবে একটি কোণকে অপর কোণের সম্পূরক কোণ বলে। $\angle x = 130^\circ$ এবং $\angle y = 50^\circ$ হলে $\angle x$ কে y কোণের সম্পূরক কোণ বলে।



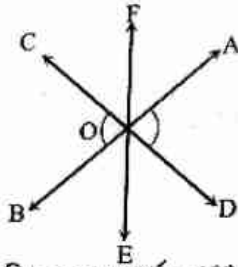
সন্নিহিত কোণ (Adjacent Angle): যদি দুটি কোণের একই শীর্ষবিন্দু একটি সাধারণ বাহু থাকে এবং কোণদ্বয় সাধারণ বাহুর বিপরীত পাশে অবস্থিত হয় তবে একটি কোণকে অপর কোণের সন্নিহিত কোণ বলে।

$\angle XOZ$ এবং $\angle YOZ$ এর সাধারণ বাহু OZ .

$\therefore \angle XOZ$ কে $\angle YOZ$ এর সন্নিহিত কোণ বলে।



বিপ্রতীপ কোণ (Vertically Opposite Angle): দুটি সরলরেখা পরস্পরকে ছেদ করলে ছেদ বিন্দুতে যে চারটি কোণ উৎপন্ন হয় তাদের যে কোনো একটি কোণকে তার বিপরীত পাশে অবস্থিত কোণের বিপ্রতীপ কোণ বলে। চিত্রে $\angle BOC$ কোণকে $\angle AOD$ -এর বিপ্রতীপ কোণ বলা হয়।



বিপ্রতীপ কোণের সমদ্বিখন্ডকদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ একটি সরল কোণ।

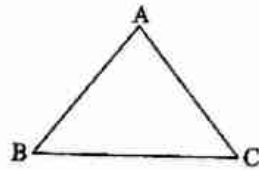
চিত্রে $\angle BOD$ -এর সমদ্বিখন্ডক OE এবং $\angle AOC$ -এর সমদ্বিখন্ডক OF । অতএব, OE এবং OF -এর মধ্যবর্তী কোণ 180° ।

দুটি রেখা পরস্পরকে ছেদ করলে ছেদ বিন্দুতে যে চারটি কোণ উৎপন্ন হয় এদের যে কোনো দুটি সন্নিহিত কোণের সমদ্বিখন্ডক পরস্পরের ওপর লম্ব।

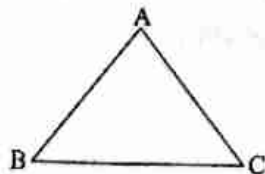
- যেসব রেখা একই সরলরেখার সমান্তরাল তারা পরস্পর সমান্তরাল।
- দুটি সরলরেখা পরস্পর ছেদ করলে উৎপন্ন বিপ্রতীপ কোণগুলো পরস্পর সমান।
- একটি সরলরেখা অপর দুটি সমান্তরাল সরলরেখাকে ছেদ করলে- (ক) একান্তর কোণ দুটি সমান হবে; (খ) অনুরূপ কোণ দুটি সমান হবে এবং (গ) ছেদকের একই পাশের অন্তঃস্থ কোণ দুটির সমষ্টি দুই সমকোণ হবে।
- একটি রশ্মির প্রান্ত বিন্দুতে অপর একটি সরলরেখা মিলিত হলে, যে দুটি সন্নিহিত কোণ উৎপন্ন হয়, এদের সমষ্টি দুই সমকোণ।

★ Type-02 (ত্রিভুজ সংক্রান্ত)

ত্রিভুজ (Triangle): তিনটি রেখাংশ দ্বারা আবদ্ধ সীমারেখাকে ত্রিভুজ বলে। চিত্রে, ABC একটি ত্রিভুজ।

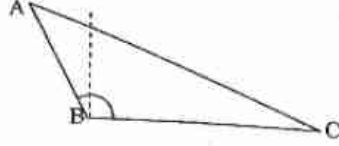


সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ (Acute Angles Triangle): যে ত্রিভুজের তিনটি কোণই সূক্ষ্মকোণ (90° এর চেয়ে ছোট) তাকে সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ বলে। চিত্রে, ABC একটি সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ।



সমকোণী ত্রিভুজ (Obtuse Angle Triangle): যে ত্রিভুজের একটি কোণ স্থূলকোণ তাকে স্থূলকোণী ত্রিভুজ বলে। চিত্রে, ABC একটি স্থূলকোণী ত্রিভুজ; যার $\angle ABC$ স্থূলকোণ।

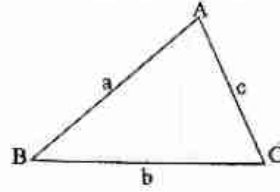
(N.B.): কোনো ত্রিভুজে একটির অধিক স্থূলকোণ থাকতে পারে না।



বিষমবাহু ত্রিভুজ (Scalene Triangle):

- (১) তিনটি বাহুই পরস্পর অসমান।
- (২) ক্ষেত্রফল = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

কোনো, অর্ধ পরিসীমা, $S = \frac{a+b+c}{2} = \frac{\text{তিন বাহুর যোগফল}}{2}$



01. নিম্নোক্ত শর্তসাপেক্ষে ত্রিভুজ অঙ্কন সম্ভব:

- | | |
|--------------------------------|----------------------------------|
| (ক) দুই বাহু ও অন্তর্ভুক্ত কোণ | (খ) তিন বাহু |
| (গ) দুই কোণ ও এক বাহু | (ঘ) দুই বাহু ও একটির বিপরীত কোণ। |

02. দুটি ত্রিভুজের সর্বসমতার শর্ত:

- | | |
|--------------------------------|--|
| (ক) দুই বাহু ও অন্তর্ভুক্ত কোণ | (খ) তিনটি বাহু |
| (গ) দুই কোণ ও এক বাহু | (ঘ) সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ও এক বাহু। |

03. যদি দুটি ত্রিভুজের একটির দুই বাহু যথাক্রমে অপরটির দুই বাহুর সমান হয় এবং বাহু দুটির অন্তর্ভুক্ত কোণ দুটি পরস্পর সমান হয়, তবে ত্রিভুজ দুটি সর্বসম হবে।

04. যদি একটি ত্রিভুজের দুটি কোণ একটি বাহু যথাক্রমে অপর একটি ত্রিভুজের দুটি কোণ এবং অনুরূপ বাহুর সমান হয়, তবে ত্রিভুজ দুটি সর্বসম হবে।

05. যদি একটি ত্রিভুজের তিন বাহু অপর একটি ত্রিভুজের তিন বাহুর সমান হয়, তবে ত্রিভুজ দুটি সর্বসম হবে।

06. দুটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজদ্বয় সমান হলে এবং একটির এক বাহু অপরটির অপর এক বাহুর সমান হলে ত্রিভুজদ্বয় সর্বসম হবে।

07. ত্রিভুজের যে কোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।

08. যদি কোনো ত্রিভুজের দুই বাহু পরস্পর সমান হয়, তবে এদের বিপরীত কোণ দুটিও পরস্পর সমান হবে।

09. যদি কোনো ত্রিভুজের দুটি কোণ পরস্পর সমান হয়, তবে এদের বিপরীত বাহুদ্বয়ও পরস্পর সমান হবে।

10. কোনো ত্রিভুজের একটি বাহু অপর একটি বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর হলে, বৃহত্তর বাহুর বিপরীত কোণ ক্ষুদ্রতম বাহুর বিপরীত কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর হবে।

11. কোনো ত্রিভুজের একটি কোণ অপর একটি কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর হলে, বৃহত্তর কোণের বিপরীত বাহু ক্ষুদ্রতর কোণের বিপরীত বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর হবে।

12. ত্রিভুজের একটি বাহু বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয় তা বিপরীত অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান।

13. ত্রিভুজের একটি বাহু বর্ধিত করলে উৎপন্ন বহিঃস্থ কোণটি অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের প্রত্যেকটি অপেক্ষা বৃহত্তর হবে।

14. ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল এবং দৈর্ঘ্য তার অর্ধেক।

15. ত্রিভুজের যেকোনো মধ্যমা ত্রিভুজকে তিনটি সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট দুটি ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করে।

16. ত্রিভুজের কোনো শীর্ষ বিন্দু থেকে তার বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখাকে মধ্যমা বলে।

17. দুটি ত্রিভুজের কোণগুলো পরস্পর সমান হলে ত্রিভুজ দুটিকে সদৃশকোণী ত্রিভুজ বলে। সদৃশকোণী ত্রিভুজের অনুরূপ বাহুগুলোর অনুপাতও সমান।

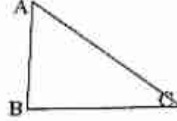
★ Type-03 (সমকোণী ত্রিভুজ সংক্রান্ত)

সমকোণী ত্রিভুজ (Right Angle Triangle): যে ত্রিভুজের একটি কোণ সমকোণ তাকে সমকোণী ত্রিভুজ বলে। চিত্রে, ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ; যার $\angle B$ সমকোণ।

[N.B.: কোনো ত্রিভুজে একটির অধিক সমকোণ থাকতে পারে না।]



অতিভুজ (Hypotenuse): সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণের বিপরীত বাহুকে অতিভুজ বলে। চিত্রে, AC অতিভুজ।

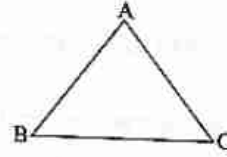


ভূমি ও লম্ব (Base & Perpendicular): কোনো সমকোণী ত্রিভুজকে সমাধান করার জন্য সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের মধ্যে যে কোণটিকে ব্যবহার করা হয় তার বিপরীত বাহুকে লম্ব বলা হয়। সমকোণী $\triangle ABC$ এর $\angle C$ কে ব্যবহার করে ত্রিভুজটি সমাধান করতে চাইলে $\angle C$ -এর বিপরীত বাহু AB কে লম্ব এবং $\angle C$ -এর কাছের বাহু BC-কে ভূমি বলা হয়।

★ Type-04 (সমবাহু ত্রিভুজ সংক্রান্ত)

সমবাহু ত্রিভুজ (Equilateral Triangle) এর বৈশিষ্ট্য:

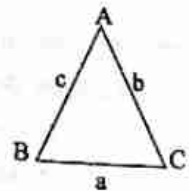
- (১) তিন বাহু সমান।
- (২) তিন কোণ সমান এবং প্রতিটি কোণের মান 60° ।
- (৩) মধ্যমাসমূহ সমান।
- (৪) সকল মধ্যমাই লম্ব।
- (৫) ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$; যখন a = একটি বাহুর দৈর্ঘ্য।



★ Type-05 (সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ সংক্রান্ত)

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ (Isosceles Triangle) এর বৈশিষ্ট্য:

- (১) দুটি বাহু সমান।
- (২) সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণদ্বয় সমান।
- (৩) সমান সমান বাহুর সাধারণ বিন্দু থেকে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত মধ্যমা ঐ বাহুর উপর লম্ব।
- (৪) ক্ষেত্রফল $= \frac{a}{4} \sqrt{4b^2 - a^2}$ [সমান বাহু b]



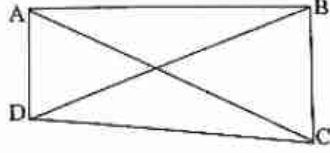
★ Type-06 (চতুর্ভুজ সংক্রান্ত)

চতুর্ভুজ (Quadrilateral): চারটি রেখাংশ দ্বারা আবদ্ধ সীমারেখাকে চতুর্ভুজ বলে।
সামান্তরিক, রম্বস, বর্গক্ষেত্র, আয়তক্ষেত্র ও ট্রাপিজিয়াম এগুলো চতুর্ভুজের অন্তর্ভুক্ত।



চিত্রে, ABCD একটি চতুর্ভুজ। চতুর্ভুজের চার অন্তঃকোণের সমষ্টি চার সমকোণ।

কর্ণ (Diagonal): চতুর্ভুজের বিপরীত কৌণিক শীর্ষের সংযোজক রেখাংশকে কর্ণ বলে।



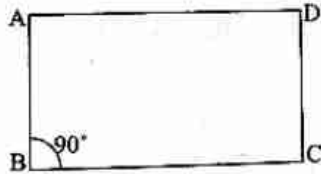
চিত্রে, ABCD চতুর্ভুজের দুটি কর্ণ AC ও BD। চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয়ের সমষ্টি তার পরিসীমা অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।

চতুর্ভুজ সংক্রান্ত উপপাদ্য ও অনুসিদ্ধান্তসমূহ

1. চতুর্ভুজের দুটি বিপরীত বাহু সমান ও সমান্তরাল হলে, তার অপর বাহু দুটিও সমান ও সমান্তরাল হবে।
2. সামান্তরিকের বিপরীত বাহুগুলো ও কোণগুলো পরস্পর সমান এবং প্রত্যেক কর্ণ সামান্তরিককে দুটি সর্বসম ত্রিভুজ বিভক্ত করে।
3. সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমবিখণ্ডিত করে।
4. রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমবিখণ্ডিত করে।

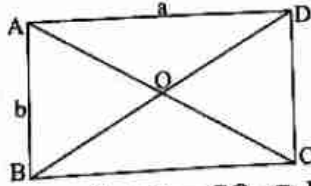
★ Type-07 (আয়তক্ষেত্র সংক্রান্ত)

আয়তক্ষেত্র (Rectangle): সামান্তরিকের একটি কোণ সমকোণ হলে তাকে আয়তক্ষেত্র বলে।



চিত্রে, ABCD সামান্তরিকের $\angle B$ সমকোণ। সুতরাং এটি একটি আয়তক্ষেত্র।

- ◆ আয়তক্ষেত্রের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান। অর্থাৎ $AD = BC$ এবং $DC = AB$
- ◆ আয়তক্ষেত্রের প্রত্যেকটি কোণ সমকোণ। অর্থাৎ $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$
- ◆ আয়তক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান।



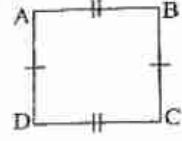
- ◆ আয়তক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমবিখণ্ডিত করে। অর্থাৎ $AO = CO$ এবং $BO = DO$
- ◆ আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = 2 (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)
- ◆ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ভূমি $\times$ উচ্চতা।
- ◆ আয়তক্ষেত্রের কর্ণ = $\sqrt{a^2 + b^2}$ [যেখানে, $AD = BC = a$ এবং $AB = DC = b$]

★ Type-08 (বর্গক্ষেত্র সংক্রান্ত)

বর্গক্ষেত্র (Square): আয়তের কোণ এবং সন্নিহিত বাহুদ্বয় সমান হলে তাকে বর্গক্ষেত্র বলে। অর্থাৎ বর্গক্ষেত্রের চারটি বাহুই সমান। কারণ আয়তের কোণ এবং সন্নিহিত বাহুদ্বয় সমান হলে তার সকল বাহুই সমান হয়।

বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেকটি কোণ সমকোণ। অর্থাৎ $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$

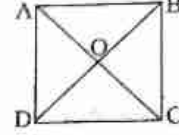
বর্গক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান।



◆ বর্গক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখন্ডিত করে।

$$AO = CO \text{ এবং } BO = DO$$

$$\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle AOD = \text{এক সমকোণ।}$$



◆ বর্গের ক্ষেত্রফল = (এক বাহুর দৈর্ঘ্য)²

◆ বর্গের পরিসীমা = $4 \times$ এক বাহুর দৈর্ঘ্য

◆ বর্গের কর্ণ = $\sqrt{2} \times$ এক বাহুর দৈর্ঘ্য

★ Type-09 (সামান্তরিক সংক্রান্ত)

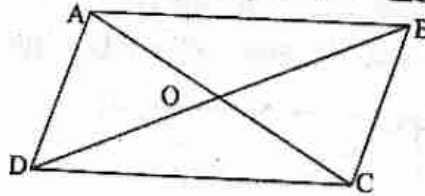
সামান্তরিক (Parallelogram): চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলো সমান ও সমান্তরাল হলে তাকে সামান্তরিক বলে।



চিত্রে, ABCD চতুর্ভুজের $AB = CD$, $AD = BC$ আবার, $AB \parallel CD$, $AD \parallel BC$ । সুতরাং এটি একটি সামান্তরিক। সামান্তরিকের একটি কোণও সমকোণ নয়।

◆ সামান্তরিকের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান। অর্থাৎ $AD = BC$ এবং $CD = AB$ ।

◆ সামান্তরিকের বিপরীত কোণগুলো পরস্পর সমান। অর্থাৎ $\angle A = \angle C$ এবং $\angle D = \angle B$ সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় অসমান।



কর্ণ $AC \neq$ কর্ণ BD

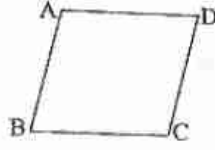
◆ সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে। $AO = CO$ এবং $BO = DO$

◆ সামান্তরিকের পরিসীমা = 2 (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)

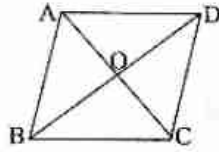
◆ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = ভূমি $\times$ উচ্চতা।

★ Type-10 (রম্বস সংক্রান্ত)

রম্বস (Rhombus): সামান্তরিকের কোনো এক সম্বিহিত বাহুদ্বয় সমান হলে এবং একটি কোণ সমকোণ না হলে, তাকে রম্বস বলা হয়। রম্বসের সকল বাহুই সমান। কারণ সম্বিহিত বাহুদ্বয় সমান হলে সামান্তরিকের সকল বাহুই সমান হয়।



- ♦ রম্বসের সকল বাহু সমান হয়। অর্থাৎ $AB = BC = CD = DA$
- ♦ কোণগুলো সমকোণ নয়।
- ♦ বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সমান।



কর্ণ $AC \neq$ কর্ণ BD

- ♦ রম্বসের কর্ণদ্বয় অসমান।
- ♦ রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

$$AO = CO \text{ এবং } BO = DO$$

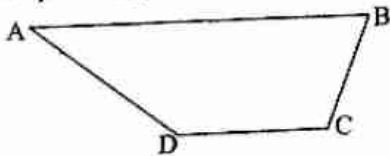
$$\angle AOD = \angle COD = \angle BOC = \angle AOB = \text{এক সমকোণ}।$$

- ♦ রম্বসের পরিসীমা $= 4 \times$ এক বাহুর দৈর্ঘ্য।

$$\text{রম্বসের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times \text{কর্ণদ্বয়ের গুণফল}।$$

★ Type-11 (ট্রাপিজিয়াম সংক্রান্ত)

ট্রাপিজিয়াম (Trapezium): যে চতুর্ভুজের কেবলমাত্র দুটি বিপরীত বাহু পরস্পর সমান্তরাল তাকে ট্রাপিজিয়াম বলা হয়।



চিত্রে, ABCD একটি ট্রাপিজিয়াম। $AB \parallel CD$ এবং $AB \neq CD$

- ♦ ট্রাপিজিয়াম কেবলমাত্র দুটি বাহু সমান্তরাল, বাকি দুটি তির্যক।
- ♦ ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি $\times$ এদের লম্ব দূরত্ব।

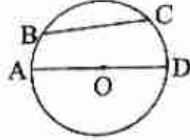
বৃত্ত সম্পর্কিত মৌলিক আলোচনা

বৃত্ত (Circle): বৃত্ত হলো একটি বিন্দুর সঞ্চারপথ যা একই সমতলে অবস্থিত একটি নির্দিষ্ট বিন্দু হতে সর্বদা সমান দূরত্ব বজায় রাখে। নির্দিষ্ট বিন্দুটিকে বলা হয় বৃত্তের কেন্দ্র।

জ্যা (Chord): বৃত্তের দুইটি ভিন্ন বিন্দুর সংযোজক রেখাংশকে বৃত্তটির একটি জ্যা বলে।

ব্যাস (Diameter): বৃত্তের কোনো জ্যা যদি কেন্দ্র দিয়ে যায় তবে জ্যাটিকে বৃত্তের ব্যাস বলে।

ব্যাসার্ধ (Radius): বৃত্তের কেন্দ্র থেকে বৃত্তের কোনো বিন্দুর দূরত্বকে ঐ বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে। $\text{ব্যাস} = 2 \times \text{ব্যাসার্ধ}$



O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD বৃত্তে, BC হলো জ্যা, AD ব্যাস, $OA = OD = \text{ব্যাসার্ধ}$ ।

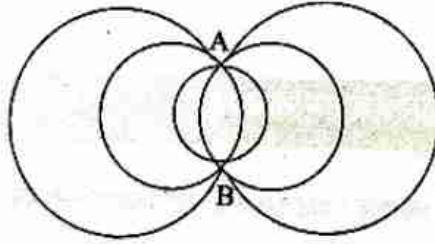
পরিধি (Circumference): বৃত্তের দৈর্ঘ্যকে তার পরিধি বলা হয়।

চাপ (Arc): বৃত্তের চাপ বৃত্তটির একটি উপসেট।

পাই (π): বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাতকে π বলে। $\pi = \frac{22}{7} = 3.14$

বৃত্ত অঙ্কন বিষয়ক অনুলিখন:

- ☒ একই সরলরেখায় অবস্থিত নয় এমন তিনটি বিন্দুর মধ্যে দিয়ে একটি ও কেবল একটি বৃত্ত আঁকা যাবে।
- ☒ একই সরলরেখায় অবস্থিত এমন তিনটি বিন্দুর মধ্যে দিয়ে কোনো বৃত্ত আঁকা যাবে না।
- ☒ দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়ে অসংখ্য বৃত্ত আঁকা যায়।



জ্যা বিষয়ক অনুলিখন:

- ☒ বৃত্তের কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন অন্য কোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।
- ☒ বৃত্তের যে কোনো জ্যা এর লম্ব-দ্বিখণ্ডক কেন্দ্রগামী।
- ☒ বৃত্তের সমান সমান জ্যা কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী।
- ☒ বৃত্তের দুটি জ্যায়ের মধ্যে কেন্দ্রের নিকটতম জ্যাটি অপর জ্যা অপেক্ষা বৃহত্তর।
- ☒ বৃত্তের দুটি জ্যা পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করলে ছেদবিন্দুটি হলো বৃত্তের কেন্দ্র।
- ☒ বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা।

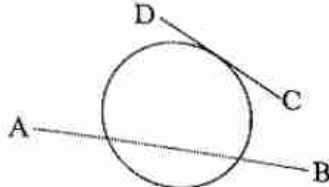
গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ:

- ✓ বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক।
- ✓ বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণগুলো পরস্পর সমান।
- ✓ অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ।

ছেদক (Secant) ও স্পর্শক (Tangent):

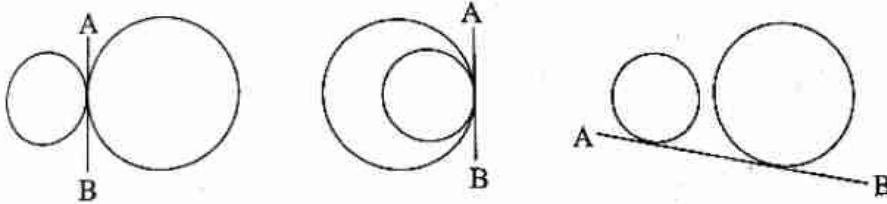
ছেদক: একটি বৃত্ত ও একটি সরলরেখার যদি দুইটি ছেদবিন্দু থাকে তবে রেখাটিকে বৃত্তটির একটি ছেদক বলা হয়।

স্পর্শক: একটি বৃত্ত ও একটি সরলরেখার যদি একটি ও কেবল ছেদবিন্দু থাকে তবে রেখাটিকে বৃত্তটির একটি স্পর্শক বলা হয়।



AB রেখাংশ বৃত্তটির একটি ছেদক এবং CD রেখাংশ বৃত্তটির একটি স্পর্শক।

সাধারণ স্পর্শক (Common tangent): একটি সরলরেখা যদি দুইটি বৃত্তের স্পর্শক হয়, তবে তাকে বৃত্ত দুইটির একটি সাধারণ স্পর্শক বলা হয়।

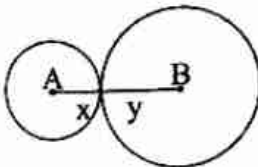


স্পর্শক বিষয়ক অনুসিদ্ধান্ত:

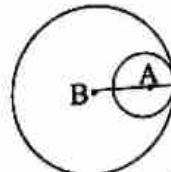
- ✓ একটি বৃত্ত ও একটি সরলরেখার সর্বাধিক দুটি ছেদবিন্দু থাকতে পারে।
- ✓ বৃত্তের কোনো বিন্দুতে একটি স্পর্শক আঁকা যায়।
- ✓ বৃত্তের যে কোনো বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের উপর লম্ব।
- ✓ বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে বৃত্তের শুধুমাত্র দুটি স্পর্শক টানা যায়, ঐ বিন্দু থেকে স্পর্শ বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব সমান হয়।

যখন দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে স্পর্শ করে:

- ✓ দুইটি বৃত্ত পরস্পর স্পর্শ করলে, তাদের কেন্দ্রদ্বয় ও স্পর্শ বিন্দু সমরেখ হবে।
- ✓ দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে, কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধের সমষ্টির সমান হবে।
- ✓ দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে অন্তঃস্পর্শ করলে, কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধের অন্তরের সমান হবে।



দুইটি বৃত্ত বহিঃস্পর্শ করে



দুইটি বৃত্ত অন্তঃস্পর্শ করে

যদি, A কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ x এবং B কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ y ($y > x$)

বৃত্ত দুইটি বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করলে তাদের কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব, $AB = x + y$

বৃত্ত দুইটি অন্তঃস্থভাবে স্পর্শ করলে তাদের কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব, $AB = y - x$

বৃত্ত এবং চতুর্ভুজ-ত্রিভুজ

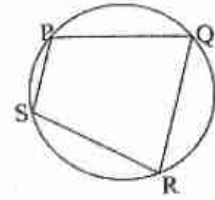
- ✓ বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টি ২ সমকোণ।

বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ PQRS-এ $\angle P + \angle R = 180^\circ$ এবং $\angle Q + \angle S = 180^\circ$

- ✓ বৃত্তে অন্তর্লিখিত সামান্তরিক একটি আয়তক্ষেত্র।

- ✓ বৃত্তস্থ ট্রাপিজিয়ামের তির্যক বাহুদ্বয় পরস্পর সমান।

- ✓ কোনো বৃত্ত একটি সমকোণী ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু দিয়ে অতিক্রম করলে অতিভুজের মধ্যবিন্দু হবে ত্রিভুজটির কেন্দ্র।

**For Mathematical Problems on Circle**বৃত্তের ক্ষেত্রফল ও পরিধি

- ✓ বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ (যেখানে r বৃত্তের ব্যাসার্ধ)

- ✓ বৃত্তের পরিধি $= 2\pi r$

- ✓ বৃত্ত কলার ক্ষেত্রফল $= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$ বর্গ একক

- ✓ বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত, $\pi = \frac{22}{7} = 3.1416$



রেখা, কোণ ও ত্রিভুজ সম্পর্কিত
উপপাদ্য

**Line, Angle & Triangle
Related Theorems**



এই অধ্যায়ের Analysis

এই অধ্যায় থেকে প্রায় সব বিসিএসেই এক সেট প্রশ্ন থাকে। ৩৪ তম বিসিএসের আগে মাঝে মাঝে একাধিক প্রশ্নও আসত। বর্তমানে এ অধ্যায় থেকে সাধারণত এক সেট প্রশ্ন হয়, তবে ৩৮ তম ও ৪৪তম বিসিএসে কোন প্রশ্ন হয় নি (৩৮ তম ও ৪৪তম বিসিএসে জ্যামিতি থেকে কোন প্রশ্নই আসে নি)। তবে ৪৫ তম বিসিএসে একটি প্রশ্ন আশা করতে পারেন।

প্রশ্ন বিশ্লেষণে দেখা যায়, এ অধ্যায় থেকে বিগত বিসিএসে আসা প্রায় সকল প্রশ্নই নবম-দশম শ্রেণির সাধারণ গণিত বই থেকে চব্বই এসেছে। তাই ৪৫ তম বিসিএসেও সরাসরি বই থেকে প্রশ্ন হবার সম্ভাবনা রয়েছে। কিন্তু উল্লিখিত বইয়ের ত্রিভুজ সংক্রান্ত তিনটি অধ্যায় (অধ্যায়: ৬, ১৪ ও ১৫) রয়েছে।

সুতরাং বইয়ের এত উপপাদ্য ও অনুসিদ্ধান্ত মুখস্থ মনে রাখা কষ্টকর এবং প্রায় অসম্ভব। তাই আপনারা যদি বুঝে পড়েন তাহলে পরীক্ষায় কমন না পড়লেও উত্তর করতে পারবেন। তারপরও এত উপপাদ্য ও অনুসিদ্ধান্তের মাঝে কোনটি পড়বেন ও কোনটি ছাড়বেন, তা অনেকের পক্ষে বুঝা মুশকিল। তাই আমি এ বইয়ের গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্নগুলো বাছাই করে টাইপ আকারে সাজিয়ে দিয়েছি যেন আপনারা বুঝতে সুবিধা হয়।

সর্বশেষ বিসিএসগুলোতে যেহেতু অধ্যায়-০৬ থেকে বেশি প্রশ্ন এসেছে, তাই আপনারা এই অধ্যায়টি একটু বেশি গুরুত্ব দিয়ে পড়বেন। আশা করি আমার এ বই থেকে উপপাদ্য সরাসরি কমন পাবেন ইনশাআল্লাহ।

Important Problem & Solutions:

TYPE 01: রেখা, কোণ ও ত্রিভুজ গঠন সম্পর্কিত সমস্যা

01. প্রমাণ করুন যে, একটি ত্রিভুজে একটি বাহু বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয় তা অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের যোগফলের সমান। [১৮ তম বিসিএস]

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায় - ৬.৩ এর অনুশীলনীর প্রশ্ন নং-১৪]

☞Sol☞ বিশেষ নির্বচন: ABC ত্রিভুজের BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো, ফলে বহিঃস্থ কোণ $\angle ACD$ উৎপন্ন হলো।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ACD = \angle ABC + \angle BAC$

প্রমাণ: $\triangle ABC$ -এ

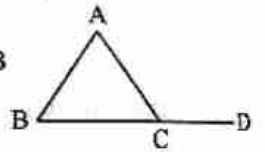
$$\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ \quad [\text{ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ বা } 180^\circ]$$

আবার, BCD একটি সরল কোণ। $\therefore \angle BCD = 180^\circ$

$$\therefore \angle ACB + \angle ACD = 180^\circ \Rightarrow \angle ACB + \angle ACD = \angle BAC + \angle ABC + \angle ACB$$

$$\Rightarrow \angle ACD = \angle BAC + \angle ABC$$

$$\therefore \angle ACD = \angle ABC + \angle BAC \text{ (প্রমাণিত)}$$



02. ত্রিভুজের একটি বাহু অপর কোন বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর হলে, প্রমাণ করুন যে, বৃহত্তর বাহুর বিপরীত কোণ ক্ষুদ্রতর বাহুর বিপরীত কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর হবে। [৩০তম বিসিএস]

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায়-৬.৩ এর উপপাদ্য - ১৮]

☞Sol☞ বিশেষ নির্বচন:

মনে করি, $\triangle ABC$ AC > AB.

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ABC > \angle ACB$

অংকন: AC থেকে AB এর সমান করে AD অংশ কাঁটি

এবং B, D যোগ করি।

প্রমাণ: $\triangle ABD$ এ AD = AB

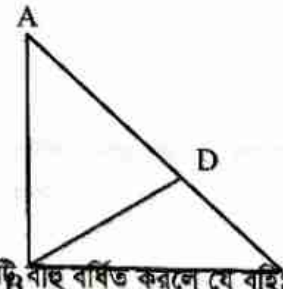
$$\therefore \angle ABD = \angle ADB$$

কিন্তু $\triangle BDC$ এ বহিঃস্থ $\angle ADB > \angle BCD$ [একটি ত্রিভুজে একটি বাহু বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয় তা অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের যোগফলের সমান।]

$$\therefore \angle ABD > \angle BCD. \Rightarrow \angle ABD > \angle ACB.$$

কিন্তু $\angle ABC > \angle ABD$ [$\therefore \angle ABD, \angle ABC$ এর একটি অংশ]

সুতরাং, $\angle ABC > \angle ACB$ (প্রমাণিত)



03. ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায়-৬.৩ এর উপপাদ্য - ১৪]

Sol বিশেষ নির্বচন:

মনে করি, $\triangle ABC$ ত্রিভুজের BC বৃহত্তম বাহু।

তাহলে $AB + AC > BC$ প্রমাণ করাই যথেষ্ট

অঙ্কন: BA কে D পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন $AD = AC$ অংশ কাটি

এবং C, D যোগ করি।

প্রমাণ: $\triangle ADC$ এ $AD = AC$

$\therefore \angle ADC = \angle ACD$

কিন্তু $\angle BCD > \angle ACD$ [কারণ $\angle ACD, \angle BCD$ এর একটি অংশ]

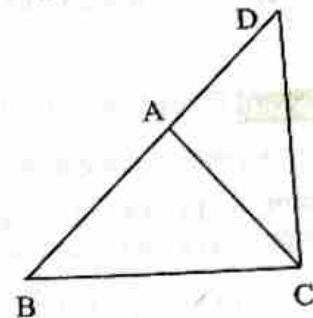
$\therefore \angle BCD > \angle ACD$

$\therefore \angle BCD > \angle ADC \Rightarrow \angle BCD > \angle BDC$

$\therefore \angle BD > \angle BC$ [ত্রিভুজের বৃহত্তর কোণের বিপরীত বাহু ক্ষুদ্রতর কোণের বিপরীত বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

$\Rightarrow AB + AD > BC$

$\therefore AB + AC > BC$ (প্রমাণিত)



04. প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর অন্তর তার তৃতীয় বাহু অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায় - ৬.৩ এর অনুশীলনীর প্রশ্ন নং-১৫]

Sol বিশেষ নির্বচন:

মনে করি, $\triangle ABC$ -এর AB বাহু বৃহত্তর। প্রমাণ করতে হবে যে, দুই বাহুর অন্তর তৃতীয় বাহু অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।

যদি AB বৃহত্তর বাহু এবং AC ক্ষুদ্রতর বাহু হয় তবে $AB - AC < BC$ প্রমাণ করাই যথার্থ হবে।

অঙ্কন: AB বাহু হতে AC -এর সমান করে AD অংশ কেটে নেই এবং C, D যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ-১: $\triangle ACD$ -এ $\angle ADC = \angle ACD$ [$AD = AC$]

ধাপ-২: $\angle BDC > \angle ACD$ [উৎপন্ন বহিঃস্থ কোণ অন্তঃস্থ বিপরীত প্রত্যেকটি কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর]

$\Rightarrow \angle BDC > \angle ADC$ [ধাপ-১ থেকে]

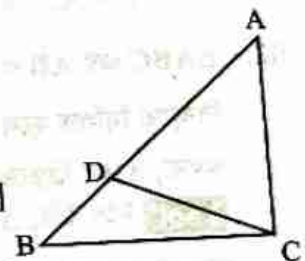
ধাপ-৩: কিন্তু $\angle ADC > \angle BCD \therefore \angle BDC > \angle BCD$

$\Rightarrow BC > BD$ [ত্রিভুজের বৃহত্তর কোণের বিপরীত বাহু ক্ষুদ্রতর কোণের বিপরীত বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

$\Rightarrow BC > AB - AD$

$\Rightarrow BC > AB - AC$

অর্থাৎ $AB - AC < BC$ (প্রমাণিত)



05. প্রমাণ করুন যে, কোনো রেখাংশের লম্বদ্বিখলকের উপরিস্থিত যেকোনো বিন্দু উক্ত রেখাংশের প্রান্ত বিন্দুদ্বয় হতে সমদূরবর্তী।

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায় - ৬.৩ এর অনুশীলনীর প্রশ্ন নং-১৮]

Sol বিশেষ নির্বচন:

মনে করি, AB একটি রেখাংশ। 'O' এর মধ্যবিন্দু। $OC \perp AB$ ।

প্রমাণ করতে হবে যে, OC -এর উপর যেকোনো বিন্দু A ও B হতে সমদূরবর্তী। অর্থাৎ $AP = BP$ প্রমাণ করাই যথেষ্ট।

অঙ্কন: ধরি, P, OC -এর উপর একটি বিন্দু। A, P ও B, P যোগ করি।

প্রমাণ:

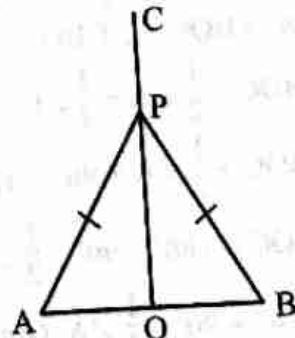
ধাপ-১: $\triangle APO$ এবং $\triangle BPO$ -এ $OA = OB$ [কল্পনা]

$OP = OP$ [সাধারণ বাহু]

$\angle AOP = \angle POB$ [$\because CO \perp AB$]

$\therefore \triangle APO \cong \triangle BPO$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

$\therefore AP = BP$. (প্রমাণিত)



TYPE 02: ত্রিভুজের কোণের সমদ্বিখন্ডকদ্বয় কোনো বিন্দুতে মিলিত হলে

01. $\triangle ABC$ এর $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখন্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হলে প্রমাণ করুন যে, $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$.

[৩৩তম বিসিএস]

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায় -৬.৩ এর অনুশীলনীর প্রশ্ন নং-২০(গ)]

Sol বিশেষ নির্বচন: $\triangle ABC$ এর $\angle B$ এবং $\angle C$ এর সমদ্বিখন্ডকদ্বয় যথাক্রমে BO এবং CO পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$

প্রমাণ: $\triangle ABC$ এর $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ (i)

আবার, $\triangle BOC$ এর $\angle BOC + \angle OBC + \angle OCB = 180^\circ$

$$\Rightarrow \angle BOC + \frac{1}{2} \angle B + \frac{1}{2} \angle C = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle BOC + \frac{1}{2} \angle B + \frac{1}{2} \angle C + \frac{1}{2} \angle A = 180^\circ + \frac{1}{2} \angle A$$

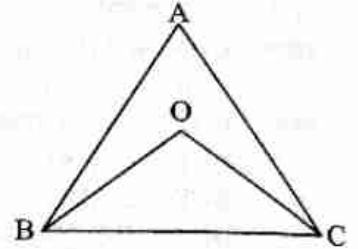
[উভয়পক্ষে $\frac{1}{2} \angle A$
যোগ করে]

$$\Rightarrow \angle BOC + \frac{1}{2} (\angle A + \angle B + \angle C) = 180^\circ + \frac{1}{2} \angle A$$

$$\Rightarrow \angle BOC + \frac{1}{2} \times 180^\circ = 180^\circ + \frac{1}{2} \angle A$$

$$\Rightarrow \angle BOC + 90^\circ = 180^\circ + \frac{1}{2} \angle A$$

$$\therefore \angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A \text{ (Proved)}$$



02. $\triangle ABC$ এর AB ও AC বাহুকে বর্ধিত করলে B ও C বিন্দুদ্বয় যে বহিঃকোণদ্বয় উৎপন্ন হয়, তাদের সমদ্বিখন্ডকদ্বয় O

বিন্দুতে মিলিত হলে, প্রমাণ করুন যে, $\angle BOC = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A$.

[৩২ তম, ২২ তম বিসিএস]

অথবা, ABC ত্রিভুজের $\angle B$ এবং $\angle C$ এর বহিঃদ্বিখন্ডক O বিন্দুতে মিলিত হয়ে $\angle BOC =$ কত? [১৭ তম, ১৫ তম বিসিএস]

Sol মনে করি, $\triangle ABC$ এর AB ও AC বাহুকে বর্ধিত করায় B ও C বিন্দুতে দু'টি বহিঃকোণ $\angle CBD$ ও $\angle BCE$ উৎপন্ন

হয় এবং তাদের সমদ্বিখন্ডকদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BOC = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A$.

প্রমাণ: $\triangle ABC$ এ $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

$$\therefore \frac{1}{2} \angle A + \frac{1}{2} \angle B + \frac{1}{2} \angle C = 90^\circ$$

বহিঃ $\angle CBD =$ অন্তঃস্থ বিপরীত $\angle BAC + \angle ACB$

$$\therefore \frac{1}{2} \angle CBD = \frac{1}{2} (\angle BAC + \angle ACB)$$

$$\Rightarrow \angle CBO = \frac{1}{2} \angle A + \frac{1}{2} \angle C \text{ (i)}$$

$$\text{অনুরূপভাবে, } \angle BCO = \frac{1}{2} \angle A + \frac{1}{2} \angle B \text{ (ii)}$$

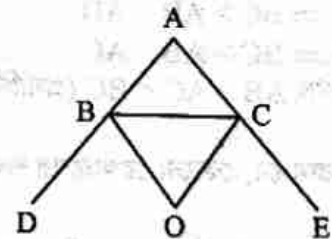
$\triangle BOC$ এ, $\angle BOC + \angle CBO + \angle BCO = 180^\circ$

$$\Rightarrow \angle BOC + \frac{1}{2} \angle A + \frac{1}{2} \angle C + \frac{1}{2} \angle A + \frac{1}{2} \angle B = 180^\circ \text{ [(i) ও (ii) নং এর মান বসাই]}$$

$$\Rightarrow \angle BOC + \frac{1}{2} \angle A + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle BOC = 180^\circ - 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A$$

$$\Rightarrow \angle BOC = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A. \text{ (প্রমাণিত)}$$



TYPE 03: ত্রিভুজের সর্বসমতার শর্ত ব্যবহার করে উপপাদ্য ও অনুসিদ্ধান্ত

01. ABC ত্রিভুজের AD, BE, CF তিনটি মধ্যমা। প্রমাণ করুন যে, $(AB + BC + CA) > (AD + BE + CF)$.

[৩৬তম বিসিএস]

অথবা, ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের সমষ্টি তার পরিসীমা অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায় - ৬.৩ এর উদাহরণের প্রশ্ন নং-০২(গ)]

Sol বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ABC ত্রিভুজের AD, BE, CF তিনটি মধ্যমা।

প্রমাণ করতে হবে যে, $(AB + BC + CA) > (AD + BE + CF)$

অঙ্কন: AD-কে H পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন DH = AD হয় এবং C, H যোগ করি।

প্রমাণ: $\triangle ABD$ ও $\triangle CDH$ -এ BD = CD [AD মধ্যমা BC কে সমদ্বিখণ্ডিত করে],

AD = DH [অঙ্কন অনুসারে]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle ADB =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle CDH$. [বিশ্রুতীপ কোণ]

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CDH$

$AB = CH$

$\triangle ACH$ -এ, $CA + CH > AH$

[ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।]

$\Rightarrow CA + AB > AD + DH$

$\Rightarrow AB + CA > AD + AD$

$\Rightarrow AB + CA > 2AD$ (i)

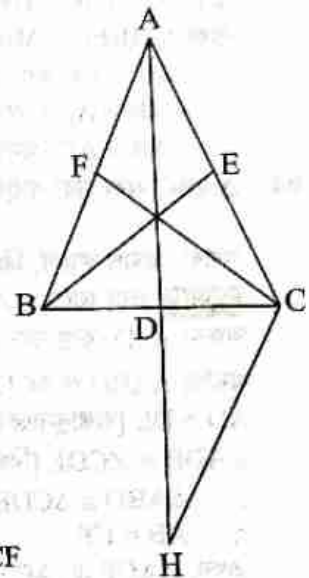
অনুরূপভাবে, $AB + BC > 2BE$ (ii)

এবং $CA + BC > 2CF$ (iii)

(i) + (ii) + (iii) হতে পাই, $AB + CA + AB + BC + CA + BC > 2AD + 2BE + 2CF$

$\Rightarrow 2(AB + BC + CA) > 2(AD + BE + CF)$

$\therefore AB + BC + CA > AD + BE + CF$ (প্রমাণিত)



02. প্রমাণ করুন যে, ত্রিভুজের যে কোনো দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল এবং অর্ধেক।

[৩১তম বিসিএস]

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায় - ৬.৩ এর উপপাদ্য - ১৫]

Sol মনে করি, ABC একটি ত্রিভুজ। এর AB এবং AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D এবং E

প্রমাণ করতে হবে যে, $DE \parallel BC$ এবং $DE = \frac{1}{2} BC$

অঙ্কন: D, E যোগ করে F পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন EF = DE হয় এবং F, C যোগ করি।

প্রমাণ: $\triangle ADE$ এবং $\triangle CEF$ এর মধ্যে DE = EF, AE = CE

এবং $\angle AED = \angle CEF$ [বিশ্রুতীপ কোণ]

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CEF$

$\therefore AD = CF = BD$ [$\because AD = BD$]

এবং $\angle DAE = \angle ECF$

কিন্তু এরা একান্তর কোণ [$\therefore AD \parallel CF$]

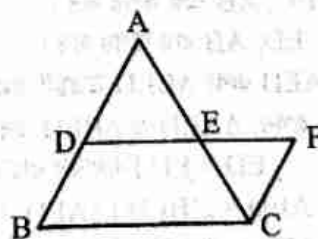
$\therefore BD, CF$ এর সমান এবং সমান্তরাল।

DF রেখা BC এর সমান এবং সমান্তরাল

$\therefore DE$ রেখা BC সমান্তরাল

কিন্তু $DE = \frac{1}{2} DF$

$\therefore DE = \frac{1}{2} BC$ $\therefore DE \parallel BC$ এবং $DE = \frac{1}{2} BC$ (প্রমাণিত)



03. প্রমাণ করুন ত্রিভুজের দুটি শীর্ষ বিন্দু হতে এদের বিপরীত বাহু দুইটির উপর অঙ্কিত লম্বদ্বয় সমান হলে ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু হবে। [২৫তম বিসিএস]

Sol ধরি, $\triangle ABC$ এর B ও C শীর্ষ হতে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্ব যথাক্রমে BE ও CF , $BE = CF$ ।
প্রমাণ করতে হবে যে, $AB = AC$ ।

প্রমাণ: $\triangle BFC$ এবং $\triangle BEC$ এর মধ্যে উভয়ই সমকোণী।

$$BE = CF$$

অতিভুজ, BC উভয় ত্রিভুজের সাধারণ বাহু।

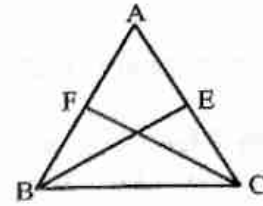
$$\angle BEC = \angle BFC \text{ (BE ও CF যথাক্রমে AC ও AB এর উপর লম্ব বলে)}$$

$$\text{সুতরাং, } \triangle BFC \cong \triangle BEC$$

$$\therefore BF = CE \text{ এবং } \angle FBC = \angle ECB \text{ অর্থাৎ } \angle ABC = \angle ACB$$

$$\therefore AB = AC \text{ (সমান সমান কোণের বিপরীত বাহু বলে)}$$

$$\therefore AB = AC \text{ (প্রমাণিত)}$$



04. $\triangle ABC$ এবং BC বাহুর মধ্যবিন্দু D হলে, প্রমাণ করুন যে, $AB + AC > 2AD$.

[২০ তম, ১৭ তম বিসিএস]

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায় - ৬.৩ এর অনুশীলনীর প্রশ্ন নং-১২]

অথবা, প্রমাণ করুন, ত্রিভুজের যে কোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহুর উপর অঙ্কিত মধ্যমার দ্বিগুণ অপেক্ষা বৃহত্তর।

Sol দেয়া আছে, $\triangle ABC$ এবং BC বাহুর মধ্যবিন্দু D । প্রমাণ করতে হবে যে, $AB + AC > 2AD$ ।

অঙ্কন: A, D যোগ করে E পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন $DE = AD$ হয়। E, C যোগ করি।

প্রমাণ: $\triangle ABD$ ও $\triangle CDE$ এর মধ্যে $BD = CD$ [$\because D, BC$ -এর মধ্যবিন্দু]

$$AD = DE \text{ [অঙ্কনসারে]}$$

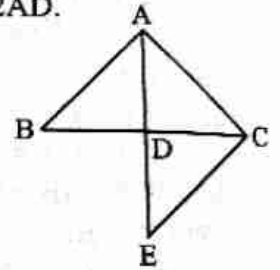
$$\angle ADB = \angle CDE \text{ [বিশ্রুতীক কোণ]}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CDE$$

$$\therefore AB = CE$$

এখন, $\triangle ACE$ এ, $AC + CE > AE$ [ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।]

$$\Rightarrow AC + AB > AD + DE \Rightarrow AC + AB > AD + AD \Rightarrow AB + AC > 2AD \text{ (প্রমাণিত)}$$



05. ABC ত্রিভুজের $\angle B = 90^\circ$ । D অতিভুজ AC -এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করুন যে $BD = \frac{1}{2} AC$.

[২৪তম বিসিএস]

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায় - ৬.৩ এর অনুশীলনীর প্রশ্ন নং-১৬]

Sol বিশেষ নিবর্তন: দেওয়া আছে, ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle B =$ এক সমকোণ। D অতিভুজ AC -এর মধ্যবিন্দু। B, D

যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $BD = \frac{1}{2} AC$.

অঙ্কন: AB -এর মধ্যবিন্দু E নেই এবং E, D যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ-১: $ED \parallel BC$ [ED, AB ও AC রেখার মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখা।]

যেহেতু BC, AB -এর উপর লম্ব।

অতএব, ED, AB এর উপর লম্ব।

এবং $\triangle AED$ এবং $\triangle BED$ উভয়ই সমকোণী।

ধাপ-২: এখন, $\triangle AED$ ও $\triangle BED$ এর মধ্যে $AE = BE$ [অঙ্কন অনুসারে]

$$ED = ED \text{ [সাধারণ বাহু]}$$

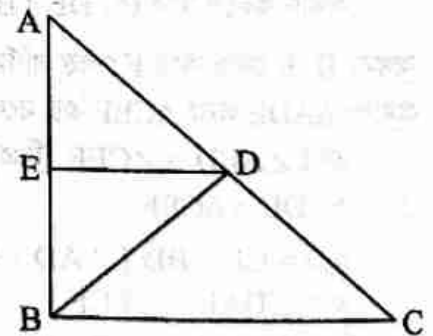
$$\angle AED = \angle BED \text{ [}\triangle AED \text{ এবং } \triangle BED \text{ উভয়ই সমকোণী বলে]}$$

$$\therefore \triangle AED \cong \triangle BED \text{ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]}$$

$$\text{সুতরাং, } AD = BD$$

ধাপ-৩: $AD = \frac{1}{2} AC$ [D, AC এর মধ্যবিন্দু]

$$\therefore BD = \frac{1}{2} AC \text{ [ধাপ (২) হতে] (প্রমাণিত)}$$



$\triangle ABC$ -এ $AB > AC$ এবং $\angle A$ -এর সমদ্বিখন্ডক AD , BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, $\angle ADB$

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায় -৬.৩ এর অনুশীলনীর প্রশ্ন নং-১৭]

Sol বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, $\triangle ABC$ -এ $AB > AC$ এবং $\angle A$ -এর সমদ্বিখন্ডক AD , BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ADB$ স্থূলকোণ।

অঙ্কন: AB বাহু হতে AC -এর সমান AE অংশ কাটি এবং D , E যোগ করি।

প্রমাণ: $\triangle AED$ ও $\triangle ACD$ এ,

$AE = AC$ [অঙ্কন অনুসারে]

$AD = AD$ [সাধারণ বাহু]

$\angle DAE = \angle CAD$ [$\because AD$, $\angle A$ -এর সমদ্বিখন্ডক]

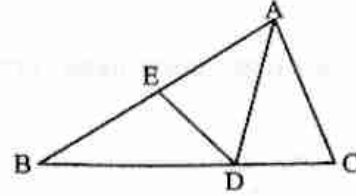
$\therefore \triangle AED \cong \triangle ACD$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

অতএব, $\angle ADE = \angle ADC$

সুতরাং $\angle ADB > \angle ADE$ [$\because \angle ADE$, $\angle ADB$ -এর একটি অংশ]

অর্থাৎ $\angle ADB > \angle ADC$ [$\because \angle ADC = \angle ADE$]

$\therefore \angle ADB$ স্থূলকোণ। [$\because \angle ADB$ ও $\angle ADC$ -এর সমষ্টি এক সমকোণ] (প্রমাণিত)



$\triangle ABC$ -এ $AB = AC$ এবং BE ও CD যথাক্রমে $\angle ABC$ ও $\angle ACB$ কোণদ্বয়ের সমদ্বিখন্ডক হয়। প্রমাণ করুন যে,

$\triangle BDC \cong \triangle CBE$.

[২৩ তম বিসিএস]

Sol $\triangle ABC$ এ $AB = AC$ এবং BE ও CD যথাক্রমে $\angle ABC$ ও $\angle ACB$ কোণদ্বয় সমদ্বিখন্ডক।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\triangle BDC \cong \triangle CBE$

প্রমাণ: $\triangle ABC$ একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

$\therefore \angle ABC$ ও $\angle ACB$ এর সমদ্বিখন্ডকদ্বয় বিপরীত বাহুর উপর লম্ব হবে।

$\therefore \angle BEC = \angle BDC =$ এক সমকোণ এবং $\angle B = \angle C$

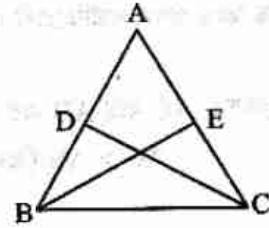
এখন, $\triangle BDC$ ও $\triangle CBE$ এর মধ্যে

$\angle BEC = \angle BDC$

$\angle B = \angle C$

BC উভয় ত্রিভুজের সাধারণ বাহু।

$\therefore \triangle BDC \cong \triangle CBE$ (প্রমাণিত)



৪. প্রমাণ করুন যে, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের শিরঃকোণের সমদ্বিখন্ডক ভূমিকেও সমদ্বিখন্ডিত করে এবং ভূমির উপর লম্ব। [৪৩ তম বিসিএস]

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায় -৬.৩ এর অনুশীলনীর প্রশ্ন নং-২২]

Sol বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। শিরঃকোণ $\angle A$ এর সমদ্বিখন্ডক AD । প্রমাণ করতে হবে যে,

ভূমি BC কে AD সমদ্বিখন্ডিত করে এবং $AD \perp BC$ ।

প্রমাণ: ধাপ-১: $\triangle ABD$ ও $\triangle ACD$ -এ

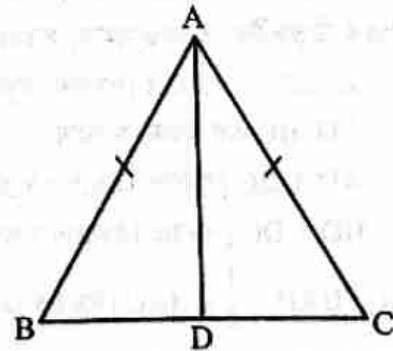
$AB = AC$ [$\because \triangle ABC$ একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ]

$AD = AD$ [সাধারণ বাহু]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle BAD =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle CAD$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

অতএব, $BD = CD$ এবং $\angle ADB = \angle ADC$



ধাপ-২: যেহেতু $BD = CD$

$\therefore BC$ কে AD সমদ্বিখন্ডিত করে

ধাপ-৩: যেহেতু $\angle ADB$ ও $\angle ADC$ কোণদ্বয় রৈখিক যুগল কোণ এবং এদের পরিমাণ সমান।

$\therefore \angle ADB = \angle ADC = 1$ সমকোণ

অতএব, $AD \perp BC$

সুতরাং ভূমি BC কে AD সমদ্বিখন্ডিত করে এবং $AD \perp BC$. (প্রমাণিত)

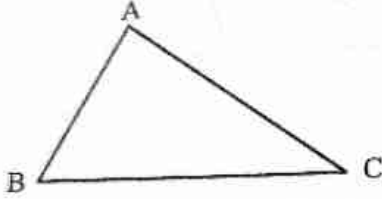
09. কোন ত্রিভুজের একটি কোণ অপর একটি কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর হলে, বৃহত্তর কোণের বিপরীত বাহু ক্ষুদ্রতর কোণের বিপরীত বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায়-৬.৩ এর উপপাদ্য - ১৩]

Sol বিশেষ নিবর্তন: মনে করি, $\triangle ABC$ এর $\angle ABC > \angle ACB$ । প্রমাণ করতে হবে যে, $AC > AB$

প্রমাণ:

ধাপ-১: যদি AC বাহু AB বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর না হয়, তবে (i) $AC = AB$ অথবা (ii) $AC < AB$ হবে।



(i) যদি $AC = AB$ হয়, তবে $\angle ABC = \angle ACB$ [$\because$ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান বাহুদ্বয়ের বিপরীত কোণদ্বয় সমান]
কিন্তু শর্তানুযায়ী $\angle ABC > \angle ACB$, তা প্রদত্ত শর্তবিরোধী।

(ii) আবার, যদি $AC < AB$ হয়, তবে $\angle ABC < \angle ACB$ হবে। [$\because$ ক্ষুদ্রতর বাহুর বিপরীত কোণ ক্ষুদ্রতর]
কিন্তু তাও প্রদত্ত শর্তবিরোধী।

ধাপ-২: সুতরাং, AC বাহু AB এর সমান বা AB থেকে ক্ষুদ্রতর হতে পারে না।

$\therefore AC > AB$ (প্রমাণিত)

TYPE 04: ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত উপপাদ্য ও অনুসিদ্ধান্ত

01. $\triangle ABC$ ত্রিভুজে $AB = BC = CA = a$ এবং AD , BC বাহুর উপর মধ্যমা।

(ক) দেখান যে, $\triangle ABD = \triangle ACD$.

[৩৬তম বিসিএস]

Sol দেওয়া আছে,

$\triangle ABC$ ত্রিভুজে $AB = BC = CA = a$ এবং AD , BC বাহুর উপর মধ্যমা।

যেহেতু ত্রিভুজটির তিনবাহু সমান, সুতরাং ত্রিভুজটি সমবাহু ত্রিভুজ।

$\therefore \angle ABC = \angle ACB$ [সমবাহু ত্রিভুজের সকল কোণ সমান]

AD , BC এর মধ্যমা হওয়ায়

$AD \perp BC$ [সমবাহু ত্রিভুজের সকল মধ্যমা লম্ব হয়]

$\therefore BD = DC$ [সমবাহু ত্রিভুজের সকল মধ্যমা তৃতীয় বাহুকে সমদ্বিখন্ডিত করে]

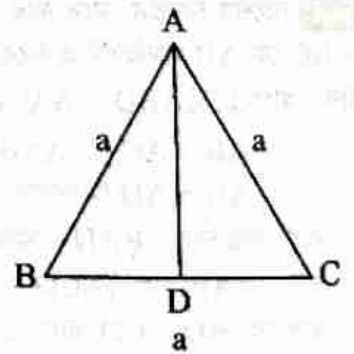
এবং $\angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAC$ [সমবাহু ত্রিভুজের সকল মধ্যমা কোণকে সমদ্বিখন্ডিত করে]

এখন, $\triangle ABD$ ও $\triangle ACD$ এর মধ্যে,

$\therefore \angle BAD = \angle DAC$, $BD = DC$

এবং AD সাধারণ বাহু

$\therefore \triangle ABD = \triangle ACD$ (দেখানো হলো)



(খ) প্রমাণ করুন যে, ΔABC -এর ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$.

Solⁿ আমরা জানি, ΔABC এর ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা} = \frac{1}{2} \times BC \times AD$$

যেহেতু, ABC সমবাহু ত্রিভুজ এবং $AB = BC = AC = a$

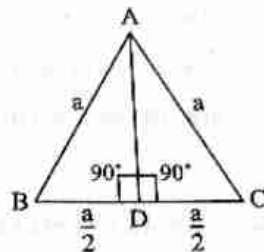
$\therefore ABD$ সমকোণী ত্রিভুজে-পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে পাই,
 $AD^2 = AB^2 - BD^2$ [AD , BC এর মধ্যমা বলে $\Delta ABD = \Delta ADC$]

$$= a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 \quad \left[BD = \frac{1}{2}a \text{ হওয়ায়}\right]$$

$$= a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4}$$

$$\therefore AD = \frac{\sqrt{3}a}{2}$$

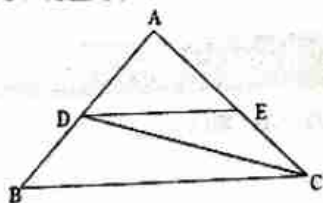
$$\therefore \Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times a \times \frac{\sqrt{3}a}{2} = \frac{1}{4} \times \sqrt{3} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \text{ (প্রমাণিত)}$$



৫২. ΔABC ও AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E । প্রমাণ করতে হবে যে, Δ ক্ষেত্র $CDE = \frac{1}{4}$ (Δ ক্ষেত্র ABC).

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায় - ১৫ এর অনুশীলনীয় প্রশ্ন নং-০৯]

Solⁿ বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔABC -এর AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E । প্রমাণ করতে হবে যে, Δ ক্ষেত্র $CDE = \frac{1}{4}$ (Δ ক্ষেত্র ABC)।



প্রমাণ: ধাপ (১): যেহেতু D , AB -এর মধ্যবিন্দু। সেহেতু CD , ΔABC -এর মধ্যমা।

$$\therefore \Delta \text{ ক্ষেত্র } ADC = \frac{1}{2} (\Delta \text{ ক্ষেত্র } ABC)$$

[ত্রিভুজের যেকোনো মধ্যমা ত্রিভুজকে দুইটি সমান অংশে বিভক্ত করে]

ধাপ (২): আবার, যেহেতু ΔACD -এর AC বাহুর মধ্যবিন্দু E

সুতরাং DE , ΔACD -এর মধ্যমা।

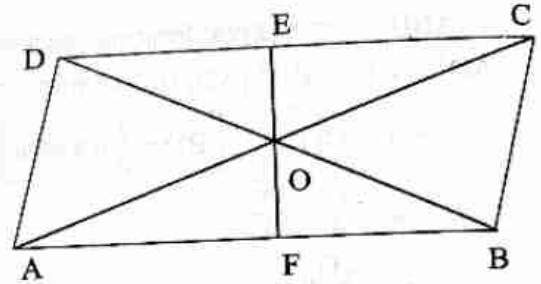
$$\therefore \Delta \text{ ক্ষেত্র } CDE = \frac{1}{2} (\Delta \text{ ক্ষেত্র } ADC) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} (\Delta \text{ ক্ষেত্র } ABC) = \frac{1}{4} (\Delta \text{ ক্ষেত্র } ABC)$$

$$\text{অর্থাৎ } \Delta \text{ ক্ষেত্র } CDE = \frac{1}{4} (\Delta \text{ ক্ষেত্র } ABC) \text{ (প্রমাণিত)}$$

03. ABCD সামান্তরিকের অভ্যন্তরে O যেকোনো একটি বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, Δ ক্ষেত্র AOB + Δ ক্ষেত্র COD = $\frac{1}{2}$ (সামান্তরিকক্ষেত্রে ABCD) [নবম-দশম শ্রেণীর (সা.গণিত) অধ্যায় - ১৫ এর অনুশীলনীর প্রশ্ন নং-১১]

►Solⁿ বিশেষ নির্বাচন: দেওয়া আছে, ABCD সামান্তরিকের অভ্যন্তরে O যেকোনো একটি বিন্দু। O, A; O, B; O, C এবং O, D যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, Δ ক্ষেত্র AOB + Δ ক্ষেত্র COD = $\frac{1}{2}$ (সামান্তরিকক্ষেত্রে ABCD)

অঙ্কন: O বিন্দু হতে AB- এর উপর OF লম্ব টানি। FO কে E পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন তা CD কে E বিন্দুতে ছেদ করে।



প্রমাণ: ধাপ (১): যেহেতু $AB \parallel CD$ এবং EF তাদের ছেদক।

$$\therefore \angle DEF = \angle EFB = \text{এক সমকোণ}$$

$\therefore$ ABCD সামান্তরিকের উচ্চতা EF

$$\text{সুতরাং ABCD এর ক্ষেত্রফল} = AB \times EF$$

$$[\text{যেহেতু সামান্তরিক ক্ষেত্র} = \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}]$$

এখানে, ΔAOB এ ভূমি AB এবং উচ্চতা OF

$$\therefore \Delta \text{ ক্ষেত্র AOB} = \frac{1}{2} \times AB \times OF$$

$$\text{ধাপ (২): অনুরূপভাবে, } \Delta \text{ ক্ষেত্র COD} = \frac{1}{2} \times CD \times OE$$

$$= \frac{1}{2} \times AB \times OE \quad [\text{সামান্তরিকের বিপরীত বাহু পরস্পর সমান}]$$

$$\text{ধাপ (৩): } \Delta \text{ ক্ষেত্র AOB} + \Delta \text{ ক্ষেত্র COD} = \frac{1}{2} \times AB \times OF + \frac{1}{2} \times AB \times OE \quad [(১) \text{ ও } (২) \text{ থেকে}]$$

$$= \frac{1}{2} AB (OF + OE) = \frac{1}{2} AB \cdot EF = \frac{1}{2} (\text{সামান্তরিক ক্ষেত্র ABCD}) \quad (\text{প্রমাণিত})$$

TYPE 05: সৃজনশীল প্রশ্ন

01. ABC ত্রিভুজের $AB = AC$, BA কে D পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করা হল যেন $AD = AC$ হয়।

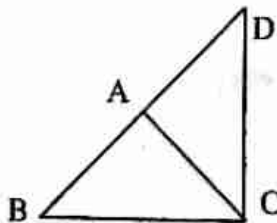
(ক) উদ্দীপকের ভিত্তিতে চিত্র আঁক।

(খ) প্রমাণ কর যে, $BC + CD > 2AC$.

(গ) প্রমাণ কর যে, $\angle BCD = \text{এক সমকোণ}$ ।

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা.গণিত) অধ্যায় - ৬.৩ এর উদাহরণের প্রশ্ন নং-০১]

►Solⁿ (ক)



(খ) দেওয়া আছে, $AB = AC$ এবং অঙ্কন অনুসারে $AC = AD$

ΔBCD এ, $BC + CD > BD$ [ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

$$\Rightarrow BC + CD > AB + AD \Rightarrow BC + CD > AD + AD$$

$$\Rightarrow BC + CD > 2AD \therefore BC + CD > 2AC$$

(গ) দেওয়া আছে, $AB = AC$; সুতরাং $\angle ABC = \angle ACB$

অর্থাৎ $\angle DBC = \angle DCB$

অঙ্কন অনুসারে $AC = AD$; সুতরাং $\angle ADC = \angle ACD$

অর্থাৎ $\angle BDC = \angle BCD$

$\triangle BCD$ এ, $\angle BDC + \angle DBC + \angle BCD =$ দুই সমকোণ [ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণের সমান]

$$\Rightarrow \angle ACD + \angle ACB + \angle BCD = \text{দুই সমকোণ}$$

$$\Rightarrow \angle BCD + \angle BCD = \text{দুই সমকোণ}$$

$$\Rightarrow 2\angle BCD = \text{দুই সমকোণ}$$

$$\therefore \angle BCD = \text{এক সমকোণ}$$

৪. PQR একটি ত্রিভুজ। PA, QB ও RC তিনটি মধ্যমা O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

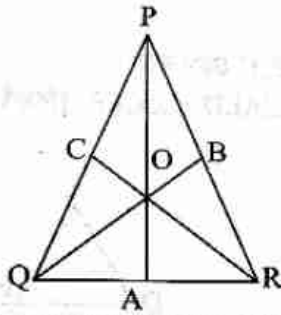
(ক) উল্লিখকের ভিত্তিতে চিত্র আঁক।

(খ) প্রমাণ কর যে, $PQ + PR > QO + RO$

(গ) প্রমাণ কর যে, $PA + QB + RC < PQ + QR + PR$

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা.গণিত) অধ্যায় -৬.৩ এর উদাহরণের প্রশ্ন নং-০২]

Solⁿ (ক)



(খ) চিত্র (ক) থেকে প্রমাণ কর যে, $PQ + PR > QO + RO$

প্রমাণ: ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর

$\triangle PQB$ এ, $PQ + PB > QB$

আবার, $\triangle BOR$ এ, $BR + BO > RO$

$$\therefore PQ + PB + BR + BO > QB + RO \Rightarrow PQ + PR + BO > QO + OB + RO$$

$$\therefore PQ + PR > QO + RO$$

(গ) [সমাধান দেখুন: Type-03, Question No.- 01]

৫. ABC ত্রিভুজের $\angle A =$ সমকোণ। BC-এর মধ্যবিন্দু D।

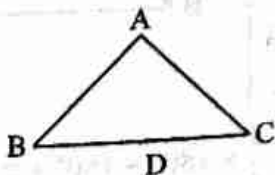
(ক) প্রদত্ত তথ্য অনুযায়ী ABC ত্রিভুজটি অঙ্কন কর।

(খ) দেখাও যে, $AB + AC > 2AD$.

(গ) প্রমাণ কর যে, $AD = \frac{1}{2} BC$.

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা.গণিত) অধ্যায় -৬.৩ এর অনুশীলনীর প্রশ্ন নং-১৯]

Solⁿ (ক)



(খ) [সমাধান দেখুন: Type-03, Question No.- 04]

(গ) [সমাধান দেখুন: Type-03, Question No.- 05]

04. ABC ত্রিভুজের D ও E যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু এবং $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখন্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।
(ক) প্রদত্ত তথ্যগুলো চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

(খ) প্রমাণ কর যে, $DE \parallel BC$ এবং $DE = \frac{1}{2} BC$

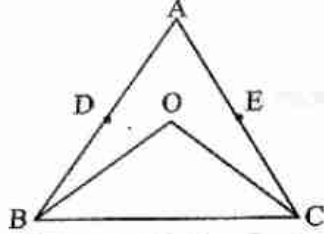
[81তম বিসিএস]

(গ) প্রমাণ কর যে, $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$

[81তম বিসিএস]

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায় - ৬.৩ এর অনুশীলনীর প্রশ্ন নং-২০]

Sol (ক)



(খ) Sol মনে করি, ABC একটি ত্রিভুজ। এর AB এবং AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D এবং E

প্রমাণ করতে হবে যে, $DE \parallel BC$ এবং $DE = \frac{1}{2} BC$

অঙ্কন: D, E যোগ করে F পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন $EF = DE$ হয় এবং F, C যোগ করি।

প্রমাণ: $\triangle ADE$ এবং $\triangle CEF$ এর মধ্যে $DE = EF$, $AE = CE$ এবং $\angle AED = \angle CEF$ [বিশ্রুতীপ কোণ]

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CEF$

$\therefore AD = CF = BD$ [$\therefore AD = BD$]

এবং $\angle DAE = \angle ECF$

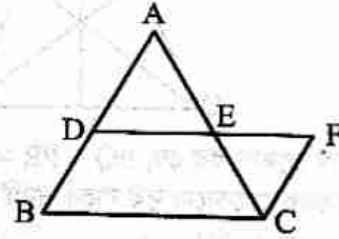
কিন্তু এরা একান্তর কোণ [$\therefore AD \parallel CF$]

$\therefore BD, CF$ এর সমান এবং সমান্তরাল।

DF রেখা BC এর সমান এবং সমান্তরাল

$\therefore DE$ রেখা BC সমান্তরাল; কিন্তু $DE = \frac{1}{2} DF$

$\therefore DE = \frac{1}{2} BC$ $\therefore DE \parallel BC$ এবং $DE = \frac{1}{2} BC$ (প্রমাণিত)



(গ) Sol বিশেষ নির্বচন: $\triangle ABC$ এর $\angle B$ এবং $\angle C$ এর সমদ্বিখন্ডকদ্বয় যথাক্রমে BO এবং CO পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে,

$$\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$$

প্রমাণ: $\triangle ABC$ এর $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ (i)

আবার, $\triangle BOC$ এর $\angle BOC + \angle OBC + \angle OCB = 180^\circ$

$$\Rightarrow \angle BOC + \frac{1}{2} \angle B + \frac{1}{2} \angle C = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle BOC + \frac{1}{2} \angle B + \frac{1}{2} \angle C + \frac{1}{2} \angle A = 180^\circ + \frac{1}{2} \angle A$$

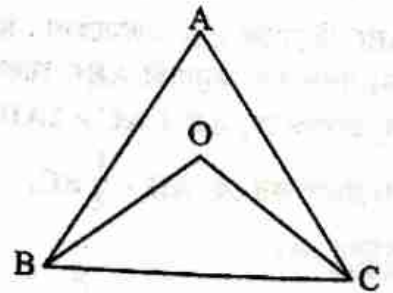
[উভয়পক্ষে $\frac{1}{2} \angle A$
যোগ করে]

$$\Rightarrow \angle BOC + \frac{1}{2} (\angle A + \angle B + \angle C) = 180^\circ + \frac{1}{2} \angle A$$

$$\Rightarrow \angle BOC + \frac{1}{2} \times 180^\circ = 180^\circ + \frac{1}{2} \angle A$$

$$\Rightarrow \angle BOC + 90^\circ = 180^\circ + \frac{1}{2} \angle A$$

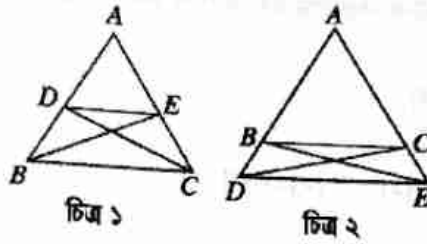
$$\therefore \angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A \text{ (Proved)}$$



TYPE 06: বাহুর অনুপাত সম্পর্কিত সমস্যা

১১. ত্রিভুজের যেকোনো বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা এ ত্রিভুজের অপর বাহুদ্বয়কে বা এদের বর্ধিতাংশদ্বয়কে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে।

Sol বিশেষ নির্বচন: ABC ত্রিভুজের BC বাহুর সমান্তরাল DE রেখাংশ AB ও AC বাহুদ্বয়কে (চিত্র-২) যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, AD : DB = AE : EC
অঙ্কন: B, E এবং C, D যোগ করি।



চিত্র ১

চিত্র ২

প্রমাণ:

ধাপ-১: $\triangle ADE$ এবং $\triangle BDE$ একই উচ্চতাবিশিষ্ট

$$\therefore \frac{\triangle ADE}{\triangle BDE} = \frac{AD}{DB} \text{ [একই উচ্চতাবিশিষ্ট ত্রিভুজসমূহের ক্ষেত্রফল ভূমির সমানুপাতিক]}$$

ধাপ-২: $\triangle ADE$ এবং $\triangle DEC$ একই উচ্চতাবিশিষ্ট

$$\therefore \frac{\triangle ADE}{\triangle DEC} = \frac{AE}{EC} \text{ [একই উচ্চতাবিশিষ্ট ত্রিভুজসমূহের ক্ষেত্রফল ভূমির সমানুপাতিক]}$$

ধাপ-৩: কিন্তু $\triangle BDE = \triangle DEC$ [একই ভূমি DE ও একই সমান্তরাল যুগলের মধ্যে অবস্থিত]

$$\therefore \frac{\triangle ADE}{\triangle BDE} = \frac{\triangle ADE}{\triangle DEC}$$

$$\text{ধাপ-৪: অতএব, } \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

অর্থাৎ, AD : DB = AE : EC

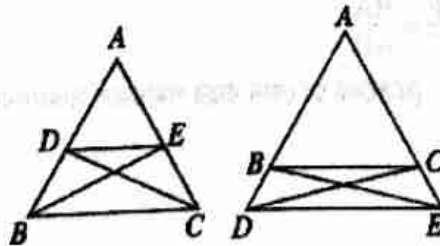
১২. কোনো সরলরেখা একটি ত্রিভুজের দুই বাহুকে অথবা তাদের বর্ধিতাংশদ্বয়কে সমান অনুপাতে বিভক্ত করলে উক্ত সরলরেখা ত্রিভুজটির তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল।

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায় - ১৪.১ এর উপপাদ্য - ২৯]

Sol বিশেষ নির্বচন: DE রেখাংশ ABC ত্রিভুজের AB ও AC বাহুদ্বয়কে অথবা এদের বর্ধিতাংশদ্বয়কে সমান অনুপাতে বিভক্ত করেছে। অর্থাৎ AD : DB = AE : EC

প্রমাণ করতে হবে যে, DE এবং BC সমান্তরাল।

অঙ্কন: B, E এবং C, D যোগ করি।



প্রমাণ:

ধাপ-১: $\triangle ADE$ এবং $\triangle BDE$ একই উচ্চতাবিশিষ্ট

$$\therefore \frac{\triangle ADE}{\triangle BDE} = \frac{AD}{DB} \quad [\text{একই উচ্চতাবিশিষ্ট ত্রিভুজসমূহের ক্ষেত্রফল ভূমির সমানুপাতিক}]$$

এবং $\triangle ADE$ এবং $\triangle DEC$ একই উচ্চতাবিশিষ্ট

$$\therefore \frac{\triangle ADE}{\triangle DEC} = \frac{AE}{EC} \quad [\text{একই উচ্চতাবিশিষ্ট ত্রিভুজসমূহের ক্ষেত্রফল ভূমির সমানুপাতিক}]$$

ধাপ-২: কিন্তু $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ [সীকার]

ধাপ-৩: অতএব, $\frac{\triangle ADE}{\triangle BDE} = \frac{\triangle ADE}{\triangle DEC}$ [(১) এবং (২) থেকে]

$$\therefore \triangle BDE = \triangle DEC$$

ধাপ-৪: কিন্তু $\triangle BDE$ এবং $\triangle DEC$ একই ভূমি DE এর একই পাশে অবস্থিত।

সুতরাং তারা একই সমান্তরাল যুগলের মধ্যে অবস্থিত।

$\therefore BC$ ও DE সমান্তরাল।

03. ত্রিভুজের যেকোনো কোণের অন্তর্বিখ্যতক বিপরীত বাহুকে উক্ত কোণ সংলগ্ন বাহুয়ের অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।

অথবা, $\triangle ABC$ এর $\angle A$ এর সমবিখ্যতক AP , BC কে P বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করুন যে, $BP : PC = BA : AC$.

[৪০তম বিসিএস]

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায় - ১৪.১ এর উপপাদ্য - ৩০]

☞ Solⁿ মনে করি, $\triangle ABC$ এর $\angle A$ এর সমবিখ্যতক AP , BC কে P বিন্দুতে ছেদ করেছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $BP : PC = BA : AC$

অঙ্কন: PA রেখার সমান্তরাল CD রেখা আঁকি যেন তা BA এর বর্ধিতাংশকে D বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ: যেহেতু $PA \parallel CD$ এবং AC তাদের ছেদক,

সেহেতু $\angle ADC = \angle BAP$ [অনুরূপ কোণ]

এবং $\angle ACD = \angle CAP$ [একান্তর কোণ]

কিন্তু $\angle BAP = \angle CAP$ [প্রশ্নানুসারে]

$$\therefore \angle ADC = \angle ACD$$

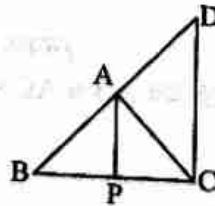
সুতরাং $AC = AD$

আবার, $\triangle BDC$ এর $PA \parallel CD$ বলে, $\frac{BP}{PC} = \frac{BA}{AD}$

[ত্রিভুজের যে কোন বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা অপর দুই বাহুকে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে]

$$\Rightarrow \frac{BP}{PC} = \frac{BA}{AC} \quad [\because AC = AD]$$

$$\therefore BP : PC = BA : AC \quad (\text{প্রমাণিত})$$



৪. ত্রিভুজের যেকোনো বাহু অপর দুই বাহুর অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হলে, বিভাগ বিন্দু থেকে বিপরীত শীর্ষ বিন্দু পর্যন্ত অঙ্কিত রেখাংশ উক্ত শীর্ষকোণের সমদ্বিখলক হবে।

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা.গণিত) অধ্যায়-১৪.১ এর উপপাদ্য - ৩১]

Sol বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ABC ত্রিভুজের A বিন্দু থেকে অঙ্কিত AD সরলরেখাংশ BC বাহুকে D বিন্দুতে এরূপে অন্তর্বিভক্ত করে যে, $BD : DC = BA : AC$ ।

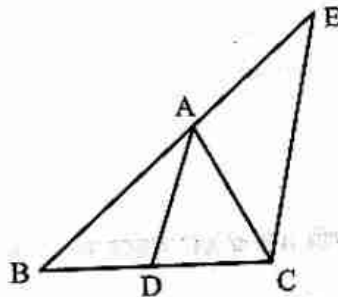
প্রমাণ করতে হবে যে, AD রেখাংশ $\angle BAC$ এর সমদ্বিখলক অর্থাৎ $\angle BAD = \angle CAD$

অঙ্কন: DA রেখাংশের সমান্তরাল করে C বিন্দু দিয়ে CE রেখাংশ অঙ্কন করি, যেন তা বর্ধিত BA বাহুকে E বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ:

ধাপ-১: $\triangle BCE$ এর $DA \parallel CE$ [অঙ্কন]

$\therefore BA : AE = BD : DC$ [ত্রিভুজের যেকোনো বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা এ ত্রিভুজের অপর বাহুদ্বয়কে বা এদের বর্ধিতাংশদ্বয়কে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে।]



ধাপ-২: কিন্তু $BD : DC = BA : AC$ [স্বীকার]

$\therefore BA : AE = BA : AC$ [ধাপ-১ ও ধাপ-২ থেকে]

$\therefore AE = AC$

অতএব, $\angle ACE = \angle AEC$ [সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণ দুইটি সমান]

ধাপ-৩: কিন্তু $\angle AEC = \angle BAD$ [অনুরূপ কোণ]

এবং $\angle ACE = \angle CAD$ [একান্তর কোণ]

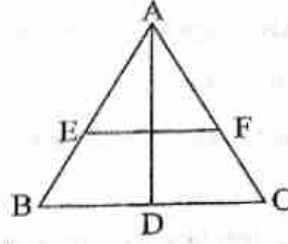
অতএব, $\angle BAD = \angle CAD$ [ধাপ-২ থেকে]

$\therefore AD$ রেখাংশ $\angle BAC$ এর সমদ্বিখলক।

05. $\triangle ABC$ -এর $\angle A$ -এর সমদ্বিখন্ডক AD -কে D বিন্দুতে ছেদ করে BC -এর সমান্তরাল কোনো রেখাংশ AB ও AC -কে যথাক্রমে E ও F বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করুন যে, $\frac{BD}{DC} = \frac{BE}{CF}$ [৩৭তম বিসিএস]
[নবম-দশম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায় -১৪.১ এর অনুশীলনীর প্রশ্ন নং-০৭]

Solⁿ বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, $\triangle ABC$ এ $\angle A$ এর সমদ্বিখন্ডক AD , BC কে D বিন্দুতে ছেদ করে। BC এর সমান্তরাল কোনো রেখাংশ EF আঁকি। EF রেখাংশ AB ও AC কে যথাক্রমে E ও F বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\frac{BD}{DC} = \frac{BE}{CF}$



প্রমাণ: $\triangle ABC$ এর AD , $\angle BAC$ এর সমদ্বিখন্ডক।

$\therefore \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$ (i) [$\because$ ত্রিভুজের যে কোনো কোণের অন্তর্দ্বিখন্ডক বিপরীত বাহুকে উক্ত কোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে]

আবার, $\triangle ABC$ এ $EF \parallel BC$ [অঙ্কন অনুসারে]

$\therefore \frac{AE}{BE} = \frac{AF}{CF}$ [$\because$ ত্রিভুজের যে কোনো বাহুর সমান্তরাল সরল রেখা অপর দুই বাহুকে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে]

$\Rightarrow \frac{AE + BE}{BE} = \frac{AF + CF}{CF}$ [যোজন করে]

$\Rightarrow \frac{AB}{BE} = \frac{AC}{CF}$ [$\because AE + BE = AB$ এবং $AF + CF = AC$]

$\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CF}$ [একান্তরকরণ করে]

$\Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{BE}{CF}$ [(i) অনুসারে $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$]

$\therefore \frac{BD}{DC} = \frac{BE}{CF}$ (প্রমাণিত)

06. ABC ত্রিভুজের BC বাহুর সমান্তরাল কোনো রেখা যদি AB ও AC বাহুকে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে, তবে $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$ এবং $\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CE}$ হবে। [নবম-দশম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায় -১৪.১ এর অনুসিদ্ধান্ত নং-০১]

Solⁿ বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ABC ত্রিভুজের BC বাহুর সমান্তরাল কোনো রেখা যদি AB ও AC বাহুকে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$ এবং $\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CE}$
অঙ্কন: $B, E; B, E$ এবং C, D যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ-১: $\triangle ADE$ এবং $\triangle BDE$ একই উচ্চতাবিশিষ্ট

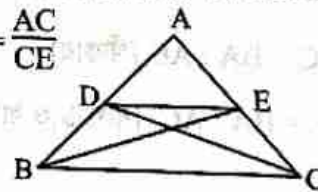
$\frac{\triangle ADE}{\triangle BDE} = \frac{AD}{BD}$ [একই উচ্চতাবিশিষ্ট ত্রিভুজসমূহের ক্ষেত্রফল ভূমির সমানুপাতিক]

বা, $\frac{\triangle ADE + \triangle BDE}{\triangle BDE} = \frac{AD + BD}{BD}$ [যোজন করে] $= \frac{AB}{BD}$

ধাপ-২: $\triangle ADE$ এবং $\triangle DEC$ একই উচ্চতাবিশিষ্ট

$\frac{\triangle ADE}{\triangle DEC} = \frac{AE}{CE}$ [একই উচ্চতাবিশিষ্ট ত্রিভুজসমূহের ক্ষেত্রফল ভূমির সমানুপাতিক]

বা, $\frac{\triangle ADE + \triangle DEC}{\triangle DEC} = \frac{AE + CE}{CE}$ [যোজন করে] $= \frac{AC}{CE}$



ধাপ-৩: কিস্তি $ABDE = \triangle DEC$ [একই ভূমি DE ও একই সমান্তরাল যুগলের মধ্যে অবস্থিত]

$$\frac{\triangle ADE + ABDE}{ABDE} = \frac{\triangle ADE + \triangle DEC}{\triangle DEC}$$

$$\therefore \frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CE} \quad [\text{ধাপ (১) এবং (২) থেকে}]$$

$$\therefore \frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CE} \quad [\text{প্রমাণিত}]$$

$$\text{অনুরূপভাবে প্রমাণ করা যায় যে, } \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$$

ABC ত্রিভুজের AD ও BE মধ্যমাংশ পরস্পর G বিন্দুতে ছেদ করেছে। G বিন্দুর মধ্য দিয়ে অঙ্কিত DE এর সমান্তরাল রেখাংশ AC কে F বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করুন যে, $AC = 6EF$ ।

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায় -১৪.১ এর অনুশীলনীর প্রশ্ন নং-০৫]

Sol বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, $\triangle ABC$ -এ, AD ও BE মধ্যমাংশ পরস্পর G বিন্দুতে ছেদ করেছে। G বিন্দুর মধ্য দিয়ে অঙ্কিত DE-এর সমান্তরাল রেখাংশ AC-কে F বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, $AC = 6EF$ ।

প্রমাণ:

ধাপ-১: $\triangle ADE$ -এ $DE \parallel GF$

$$\therefore \frac{AG}{GD} = \frac{AF}{FE} \quad [\because \text{মধ্যমাংশ এদের ছেদবিন্দুতে 2 : 1 অনুপাতে বিভক্ত হয়।}]$$

$$\therefore AG : GD = 2 : 1$$

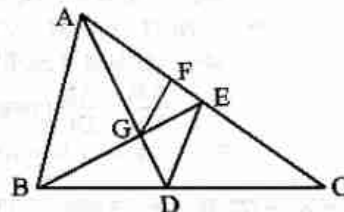
$$\Rightarrow \frac{2GD}{GD} = \frac{AF}{EF} \Rightarrow \frac{AF}{EF} = 2 \Rightarrow AF = 2EF$$

ধাপ-২: এখানে, $AE = AF + EF = 2EF + EF = 3EF$ [ধাপ-১ হতে]

ধাপ-৩: আবার, $AC = 2AE$ [$\because$ AC রেখা E বিন্দুতে BE মধ্যমা দ্বারা সমদ্বিখলিত হয়।]

$$\Rightarrow AC = 2 \cdot 3EF \quad [\text{ধাপ-২ হতে}]$$

$$\therefore AC = 6EF. \quad (\text{প্রমাণিত})$$



10. $\triangle ABC$ এর BC বাহু বেকোনো বিন্দু X এবং AX রেখা O একটি বিন্দু। প্রমাণ করুন যে, $\triangle AOB : \triangle AOC = BX : XC$ ।

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায় -১৪.১ এর অনুশীলনীর প্রশ্ন নং-০৬]

Sol বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, $\triangle ABC$ -এর BC বাহু বেকোনো বিন্দু X এবং AX রেখা O একটি বিন্দু।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\triangle AOB : \triangle AOC = BX : XC$ ।

অঙ্কন: A এবং O হতে BC-এর উপর যথাক্রমে AP ও OQ লম্ব টানি।

প্রমাণ:

ধাপ-১: $\triangle ABX$ ও $\triangle ACX$ এর উচ্চতা AP।

$$\therefore \triangle ABX\text{-এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \cdot BX \cdot AP$$

$$[\because \text{ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}]$$

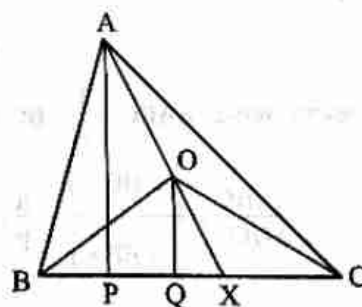
$$\text{এবং } \triangle ACX\text{-এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \cdot CX \cdot AP$$

$$[\because \text{ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}]$$

ধাপ-২: আবার, $\triangle BOX$ ও $\triangle COX$ -এর উচ্চতা OQ

$$\therefore \triangle BOX\text{-এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \cdot BX \cdot OQ \quad [\because \text{ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}]$$

$$\text{এবং } \triangle COX\text{-এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \cdot CX \cdot OQ \quad [\because \text{ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}]$$



ধাপ-৩: $\frac{\Delta AOB}{\Delta AOC} = \frac{\Delta ABX - \Delta BOX}{\Delta ACX - \Delta COX}$ [$\Delta ABX = \Delta BOX + \Delta AOB$ এবং $\Delta ACX = \Delta COX + \Delta AOC$]

$$\Rightarrow \frac{\Delta AOB}{\Delta AOC} = \frac{\frac{1}{2} \cdot BX \cdot AP - \frac{1}{2} \cdot BX \cdot OQ}{\frac{1}{2} \cdot CX \cdot AP - \frac{1}{2} \cdot CX \cdot OQ} \quad [\text{ধাপ-১ ও ধাপ-২ হতে}] = \frac{\frac{1}{2} BX (AP - OQ)}{\frac{1}{2} CX (AP - OQ)} = \frac{BX}{CX}$$

$$\therefore \Delta AOB : \Delta AOC = BX : CX. \text{ (প্রমাণিত)}$$

09. ΔABC ও ΔDEF সদৃশকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের উচ্চতা AM ও DN হলে প্রমাণ করুন যে, $AM : DN = AB : DE$.

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায় - ১৪.১ এর অনুশীলনীর প্রশ্ন নং-০৬]

►Sol► বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔABC ও ΔDEF সদৃশকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের উচ্চতা AM ও DN ।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AM : DN = AB : DE$.

প্রমাণ:

ধাপ-১: ΔABC ও ΔDEF সদৃশকোণী ত্রিভুজে $\angle ABC = \angle DEF$

এখন, ΔABM ও ΔDEN -এ $\angle AMB = \angle DNE$ [এক সমকোণ]

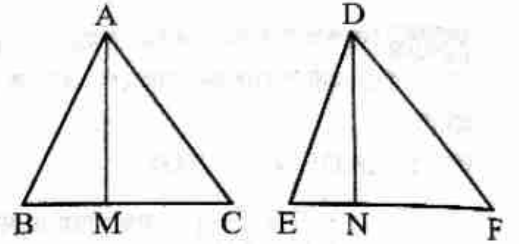
এবং $\angle ABM = \angle DEN$ [$\angle ABC = \angle DEF$]

ধাপ-২: অতএব, $\angle BAM = \angle EDN$

অর্থাৎ, ΔABM ও ΔDEN সদৃশকোণী ও সদৃশ।

$$\therefore \frac{AM}{DN} = \frac{AB}{DE} \quad [\text{অনুরূপ বাহুর অনুপাত সমান}]$$

সুতরাং, $AM : DN = AB : DE$. (প্রমাণিত)



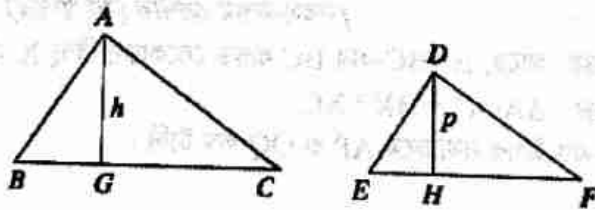
TYPE 07: ত্রিভুজের সদৃশতা সম্পর্কিত সমস্যা

01. দুইটি সদৃশ ত্রিভুজক্ষেত্রে ক্ষেত্রফলদ্বয়ের অনুপাত এদের যেকোনো দুই অনুরূপ বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলদ্বয়ের অনুপাতের সমান।

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায় - ১৪.২ এর উপপাদ্য - ৩৫]

►Sol► বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ΔABC ও ΔDEF ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ এবং এদের অনুরূপ বাহু BC ও EF । প্রমাণ করতে হবে যে, $\Delta ABC : \Delta DEF = BC^2 : EF^2$

অঙ্কন: BC ও EF এর উপর যথাক্রমে AG ও DH লম্ব আঁকি। মনে করি $AG = h$, $DH = p$ ।



প্রমাণ: ধাপ-১: $\Delta ABC = \frac{1}{2} \times BC \times h$ এবং $\Delta DEF = \frac{1}{2} \times EF \times p$

$$\frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{\frac{1}{2} \times BC \times h}{\frac{1}{2} \times EF \times p} = \frac{h}{p} \times \frac{BC}{EF}$$

ধাপ-২: ΔABG ও ΔDHG ত্রিভুজদ্বয়ের $\angle B = \angle E$, $\angle AGB = \angle DHE$ [এক সমকোণ]

$$\therefore \angle BAG = \angle EDH$$

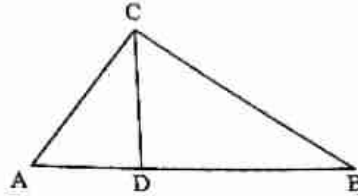
$\therefore \Delta ABC$ ও ΔDEF ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী, তাই সদৃশ।

$$\therefore \frac{h}{p} = \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} \quad [\text{কারণ } \Delta ABC \text{ ও } \Delta DEF \text{ সদৃশ}]$$

ধাপ-৩: $\frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{h}{p} \times \frac{BC}{EF} = \frac{BC}{EF} \times \frac{BC}{EF} = \frac{BC^2}{EF^2}$

প্রমাণ কর যে, সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণিক শীর্ষ থেকে অতিভুজের উপর লম্ব আঁকলে যে দুইটি সমকোণী ত্রিভুজ উৎপন্ন হয়, তারা পরস্পর সদৃশ এবং প্রত্যেকে মূল ত্রিভুজের সদৃশ।

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায় -১৪.২ এর অনুশীলনীর প্রশ্ন নং-০৭]
Sol বিশেষ নির্বাচন: মনে করি, $\triangle ABC$ এর C সমকোণিক শীর্ষ হতে অতিভুজ AB এর উপর CD লম্ব। প্রমাণ করতে হবে, $\triangle ACD$ ও $\triangle BCD$ পরস্পর সদৃশ এবং প্রত্যেকে $\triangle ABC$ এর সহিত সদৃশ।



প্রমাণ:

ধাপ-১: $\triangle ACD$ ও $\triangle BCD$ -এ

$$\angle CDA = \angle BDC \text{ [এক সমকোণ]}$$

$$\text{এখন, } \angle ACD + \angle BCD = 90^\circ \text{ [}\because C \text{ সমকোণিক শীর্ষ]}$$

$$\text{এবং } \angle ADC = \angle BCD + \angle CBD$$

[$\because$ একটি ত্রিভুজে একটি বাহু বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয় তা অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের যোগফলের সমান]

$$\Rightarrow \angle BCD + \angle CBD = 90^\circ \text{ [}\because \angle ADC = \text{সমকোণ]}$$

$$\text{ধাপ-২: } \angle ACD + \angle BCD = \angle BCD + \angle CBD \text{ [ধাপ-১ হতে]}$$

$$\Rightarrow \angle ACD = \angle CBD$$

$$\angle CAD = \angle BCD \text{ [দুটি ত্রিভুজের দুই কোণ সমান হলে তৃতীয় কোণ অবশ্যই সমান হবে]}$$

$\therefore \triangle ACD$ ও $\triangle BCD$ সদৃশকোণী ও সদৃশ।

ধাপ-৩: আবার, $\triangle ACD$ ও $\triangle ABC$ -এ

$$\angle ADC = \angle ACB \text{ [প্রত্যেকের সমকোণ]}$$

$$\angle CAD = \angle CAB \text{ [ধাপ-২ থেকে]}$$

$$\therefore \angle ACD = \angle ABC \text{ [দুটি ত্রিভুজের দুই কোণ সমান হলে তৃতীয় কোণ অবশ্যই সমান হবে]}$$

তাহলে, $\triangle ACD$ ও $\triangle ABC$ সদৃশ।

ধাপ-৪: অনুরূপভাবে, $\triangle CBD$ ও $\triangle ABC$ সদৃশ।

অর্থাৎ, $\triangle ACD$ ও $\triangle BCD$ পরস্পরের সদৃশ এবং প্রত্যেকে $\triangle ABC$ এর সহিত সদৃশ। (প্রমাণিত)

১৪. $\triangle ABC$ ও $\triangle DEF$ এর $\angle A = \angle D$ । প্রমাণ করুন যে, $\triangle ABC : \triangle DEF = AB \cdot AC : DE \cdot DF$.
 [নবম-দশম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায় -১৪.২ এর অনুশীলনীর প্রশ্ন নং-১১]

Sol বিশেষ নির্বাচন: দেওয়া আছে, $\triangle ABC$ ও $\triangle DEF$ -এ $\angle A = \angle D$ ।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\triangle ABC : \triangle DEF = AB \cdot AC : DE \cdot DF$.

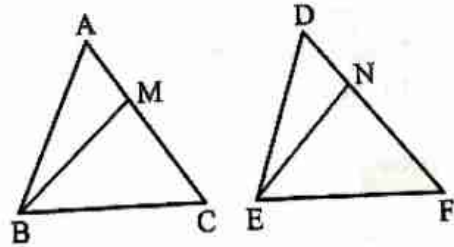
অঙ্কন: B ও E হতে যথাক্রমে AC ও DF এর উপর BM ও EN লম্ব আঁকি।

প্রমাণ:

ধাপ-১: $\triangle AMB$ ও $\triangle DNE$ -এ $\angle A = \angle D$ এবং $\angle AMB = \angle DNE$

সুতরাং উভয়টি সদৃশ।

$$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{BM}{EN}$$



ধাপ-২: এখন, $\triangle ABC = \frac{1}{2} AC \cdot BM$ [$\because$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা]

$$\text{এবং } \triangle DEF = \frac{1}{2} DF \cdot EN$$

$$\text{ধাপ-৩: } \frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{\frac{1}{2} \cdot AC \cdot BM}{\frac{1}{2} \cdot DF \cdot EN} = \frac{AC}{DF} \cdot \frac{BM}{EN} = \frac{AC}{DF} \cdot \frac{AB}{DE} \left[\because \frac{BM}{EN} = \frac{AB}{DE} \right]$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{AB \cdot AC}{DE \cdot DF}$$

সুতরাং $\Delta ABC : \Delta DEF = AB \cdot AC : DE \cdot DF$. (প্রমাণিত)

04. ΔABC এর $\angle A$ এর সমদ্বিখলক AD , BC কে D বিন্দুতে ছেদ করেছে। DA এর সমান্তরাল CE রেখাংশ বর্ধিত BA বাহুকে E বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ কর যে, $BD : DC = BA : AC$

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায় -১৪.২ এর অনুশীলনীর প্রশ্ন নং-১২(খ)]

Sol মনে করি, AD রেখাংশ ΔABC এর অন্তঃস্থ $\angle A$ কে সমদ্বিখলিত করে BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $BD : DC = BA : AC$.

অঙ্কন: DA রেখাংশের সমান্তরাল করে C বিন্দু দিয়ে CE রেখাংশ অঙ্কন করি যেন তা বর্ধিত BA বাহুকে E বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ:

ধাপ-১: যেহেতু $DA \parallel CE$ এবং BE ও AC তাদের ছেদক [অঙ্কনানুসারে]

$\therefore \angle AEC = \angle BAD$ [অনুরূপ কোণ]

এবং $\angle ACE = \angle CAD$ [একান্তর কোণ]

ধাপ-২: কিন্তু $\angle BAD = \angle CAD$ [স্বীকার]

$\therefore \angle AEC = \angle BAD = \angle CAD = \angle ACE$

$\therefore \angle AEC = \angle ACE$

$\therefore AC = AE$ [কোন ত্রিভুজের সমান সমান কোণ সংলগ্ন বাহু সমান হয়।]

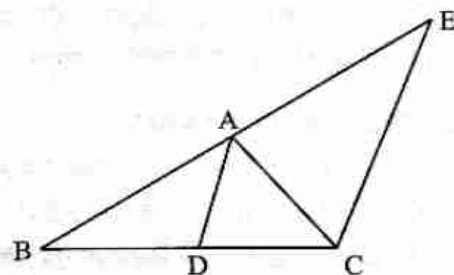
ধাপ-৩: আবার ΔBCE এর যেহেতু $DA \parallel CE$

$\therefore \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AE}$ [ত্রিভুজের যেকোনো বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা এ ত্রিভুজের অপর বাহুদ্বয়কে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে।]

কিন্তু $AE = AC$

$\therefore \frac{BD}{DC} = \frac{BA}{AC}$

$\therefore BD : DC = BA : AC$. (প্রমাণিত)



TYPE 08: ত্রিভুজ সংক্রান্ত উপপাদ্যের প্রয়োগ সংক্রান্ত সমস্যা

01. ABC ত্রিভুজে $\angle B = 6x$ ডিগ্রি, $\angle C = 5x$ ডিগ্রি এবং $6\angle A = 7\angle B$ হলে, x এর মান নির্ণয় করুন।

[৩৪তম বিসিএস]

Sol $6\angle A = 7\angle B$

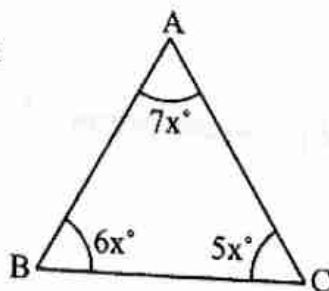
$$\Rightarrow \angle A = \frac{7}{6} \angle B \Rightarrow \angle A = \frac{7}{6} \times 6x = 7x$$

$$\text{এখন, } 7x + 6x + 5x = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 18x = 180^\circ$$

$$\Rightarrow x = \frac{180^\circ}{18}$$

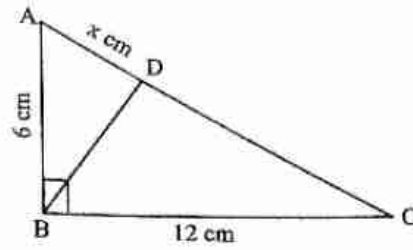
$$\therefore x = 10^\circ \text{ (Ans.)}$$



ABC ত্রিভুজে $\angle B = 90^\circ$, $AB = 6$ সে.মি. ও $BC = 12$ সে.মি.। যদি D শীর্ষবিন্দু B থেকে AC বাহুর উপর লম্বের পাদবিন্দু হয়, তাহলে AD এর দৈর্ঘ্য কত?

[৩৩ তম, ৩২তম বিসিএস]

Sol দেওয়া আছে, $\triangle ABC$ -এর $\angle B = 90^\circ$
 $AB = 6$ cm
 $BC = 12$ cm
 $BD \perp AC$
 ধরি, $AD = x$ cm



$$\triangle ABC \text{ হতে পাই, } AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$$

$$= \sqrt{6^2 + 12^2} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$$

$$\text{এবন, } \triangle ABD \text{ হতে পাই, } BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{36 - x^2} \dots\dots\dots (i)$$

[AD = x ধরে]

$$\triangle BDC \text{ হতে পাই, } BD = \sqrt{BC^2 - DC^2} = \sqrt{144 - (6\sqrt{5} - x)^2} \dots\dots\dots (ii)$$

$$(i) \text{ ও } (ii) \text{ নং সমীকরণ হতে পাই, } \sqrt{36 - x^2} = \sqrt{144 - (6\sqrt{5} - x)^2}$$

$$\Rightarrow 36 - x^2 = 144 - (6\sqrt{5} - x)^2$$

$$\Rightarrow 36 - x^2 = 144 - (180 - 12\sqrt{5}x + x^2)$$

$$\Rightarrow 36 - x^2 = 144 - 180 + 12\sqrt{5}x - x^2$$

$$\Rightarrow 12\sqrt{5}x = 36 + 36 \Rightarrow x = \frac{72}{12\sqrt{5}} = 2.68$$

$$\therefore AD = x \text{ cm} = 2.68 \text{ cm. (Ans.)}$$

ABC একটি ত্রিভুজ। BC-এর সমান্তরাল রেখা DE অপর দুই বাহুর বর্ধিতাংশদ্বয়কে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে।

$AB = 4.5$, $AC = 3.5$ এবং $AD = 7.2$ হলে, AE-এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।

[২৭তম বিসিএস]

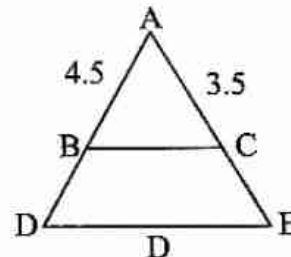
Sol দেওয়া আছে, ABC একটি ত্রিভুজ। BC-এর সমান্তরাল রেখা DE অপর দুই বাহুর বর্ধিতাংশদ্বয়কে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে। $AB = 4.5$, $AC = 3.5$ এবং $AD = 7.2$

$$\therefore BD = AD - AB = 7.2 - 4.5 = 2.7$$

আমরা জানি, ত্রিভুজের যেকোনো বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা এ ত্রিভুজের অপর বাহুদ্বয়কে বা এদের বর্ধিতাংশদ্বয়কে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে।

$$\therefore \frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CE} \Rightarrow CE = \frac{AC \times BD}{AB} = \frac{3.5 \times 2.7}{4.5} = 2.1$$

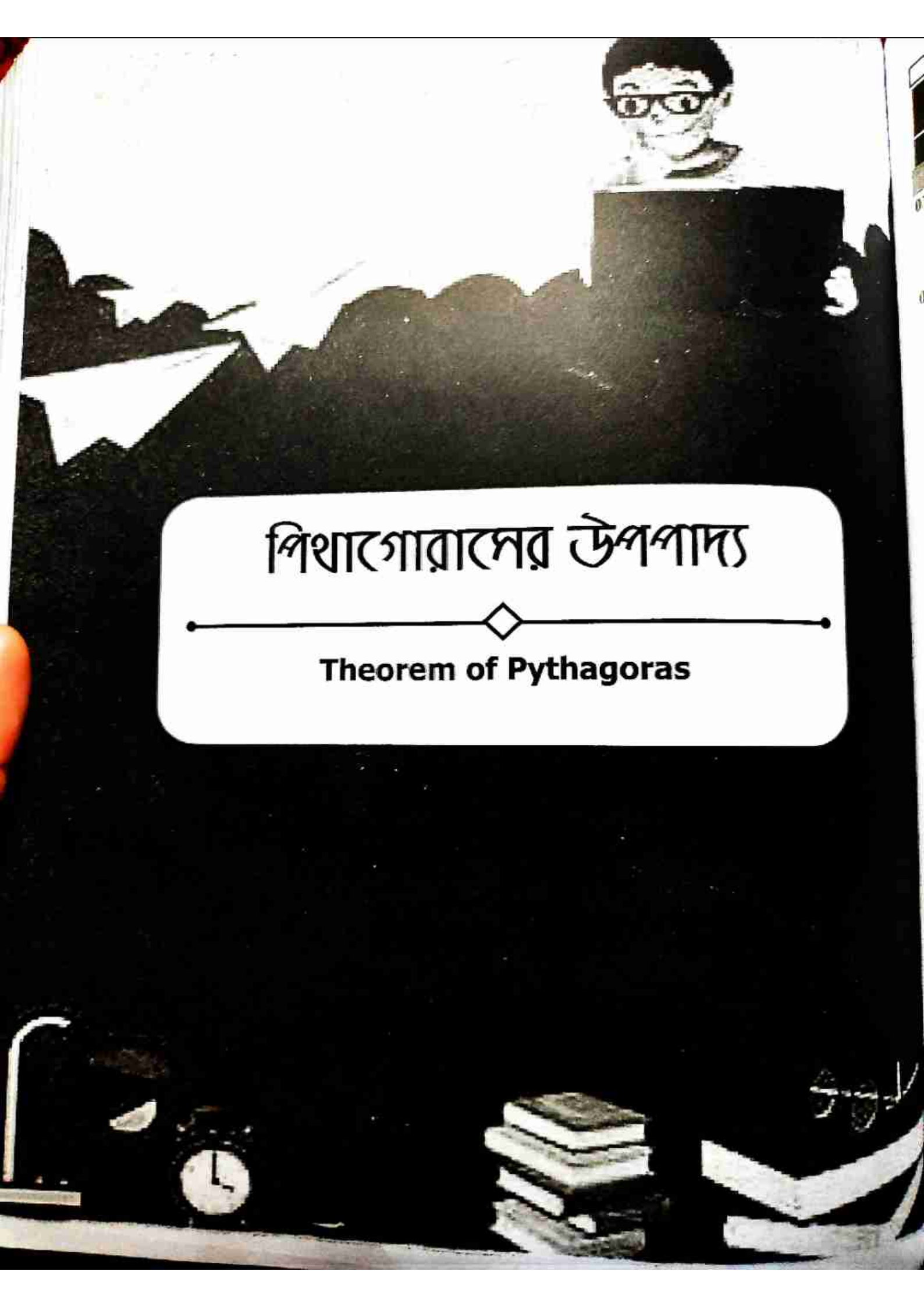
$$\therefore AE = AC + CE = 3.5 + 2.1 = 5.6 \text{ (Ans.)}$$



এই অধ্যায়ের Suggestion

যারা জ্যামিতি মনে রাখতে পারেন না কিংবা ভালভাবে বুঝেন না তাদের জন্য এই সাজেশন। তবে মনে রাখবেন সকল সাজেশনেই কিছু ঝুঁকি থাকবেই।

Type	Question No.
Type-01	01, 02
Type-02	01, 02
Type-03	01, 02, 04, 06, 08
Type-04	01
Type-05	Full (VVI)
Type-06	01, 03, 05, 06
Type-07	01, 03
Type-08	Not So Important



পিথাগোরাসের উপপাদ্য

Theorem of Pythagoras

এই অধ্যায়ের Analysis

প্রশ্ন বিশ্লেষণে দেখা যায়, এই অধ্যায় থেকে ৩৪ তম বিসিএস পর্যন্ত নিয়মিত (প্রায় প্রতি বিসিএসেই) প্রশ্ন আসত। কিন্তু নতুন সিলেবাসে ৩৫ তম বিসিএস থেকে কোনো প্রশ্ন আসে নি। বর্তমানে একটিও প্রশ্ন না আসার সবচেয়ে বড় কারণটি যেটি হতে পারে তা হল নবম-দশম শ্রেণীর বইয়ে পীথাগোরাসের উপপাদ্য নামে আলাদাভাবে অধ্যায় না থাকা। নবম-দশম শ্রেণীর সাধারণ গণিত বইয়ের ১৫ তম অধ্যায়ে পীথাগোরাসের উপপাদ্য সংক্রান্ত কিছু প্রশ্ন থাকলেও তা খুব বেশি নয়, যদিও অষ্টম শ্রেণীর বইয়ের নবম অধ্যায়টি পীথাগোরাসের উপপাদ্য নামে রয়েছে।

এ পর্যন্ত এই অধ্যায়ে থেকে আসা প্রশ্নগুলো করলে Analysis দেখা যায় প্রায় সকল প্রশ্নই নবম-দশম শ্রেণীর সাধারণ গণিত ও অষ্টম শ্রেণীর বই থেকে হুবহু কমন এসেছে। তাই এই দুটি বই আপনাদের প্রস্তুতির জন্য যথেষ্ট।

আমি এই বইয়ে নবম-দশম শ্রেণীর সাধারণ গণিত ও অষ্টম শ্রেণীর বই সমন্বয় করে গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্নগুলো আকারে Type সন্নিবেশিত করেছি।

Important Problem & Solutions

TYPE 01: পীথাগোরাসের উপপাদ্য ও তার বিপরীত উপপাদ্য

01. প্রমাণ করুন যে, একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান।

অথবা, ABC ত্রিভুজে $\angle A = 90^\circ$ হলে প্রমাণ করুন যে, $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ।

অথবা, পীথাগোরাসের উপপাদ্যটি লিখুন এবং প্রমাণ করুন।

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা.গণিত) অধ্যায়-৬.৩ এর উপপাদ্য - ১৬]

►Solⁿ মনে করি, ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle A =$ এক সমকোণ, $BC = a$, $AB = c$ ও $AC = b$ ।

প্রমাণ করতে হবে যে, $BC^2 = AC^2 + AB^2$ অর্থাৎ $a^2 = b^2 + c^2$

অঙ্কন: AB বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন $BD = AC = b$ হয়।

D বিন্দুতে AD রেখাংশের উপর লম্বভাবে DE রেখাংশ আঁকি যেন $DE = AB = c$ হয়। C, E ও B, E যোগ করি।

প্রমাণ: এখন, $\triangle ABC$ ও $\triangle DEB$ এ $AB = DE = c$, $AC = DB = b$ এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle BAC =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle EDB$

[এক সমকোণ]

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEB$$

$$\therefore BC = EB = a \text{ এবং } \angle BCA = \angle EBD$$

এখন, যেহেতু $CA \perp AD$ এবং $ED \perp AD$

সুতরাং $CA \parallel ED$

অতএব, CADE একটি ট্রাপিজিয়াম

আবার, $\angle ABC + \angle BCA =$ এক সমকোণ

$$\therefore \angle ABC + \angle EBD = \text{এক সমকোণ}$$

কিন্তু $\angle ABC + \angle CBE + \angle EBD =$ দুই সমকোণ

$$\therefore \angle CBE = \text{এক সমকোণ}$$

এখন, CADE ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = Δ ক্ষেত্র CAB এর ক্ষেত্রফল + Δ ক্ষেত্র CBE এর ক্ষেত্রফল + Δ ক্ষেত্র EBD এর ক্ষেত্রফল

$$\therefore \frac{1}{2} AD (AC + DE) = \frac{1}{2} bc + \frac{1}{2} a^2 + \frac{1}{2} bc$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} (c + b) (b + c) = bc + \frac{1}{2} a^2$$

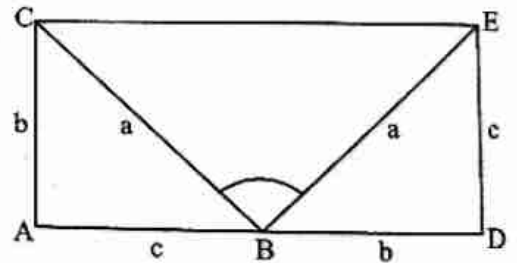
$$\Rightarrow \frac{1}{2} (b + c)^2 = bc + \frac{1}{2} a^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} (b^2 + 2bc + c^2) = bc + \frac{1}{2} a^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} b^2 + bc + \frac{1}{2} c^2 = bc + \frac{1}{2} a^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} b^2 + \frac{1}{2} c^2 = \frac{1}{2} a^2$$

$$\Rightarrow b^2 + c^2 = a^2 \text{ (প্রমাণিত)}$$



১২. যদি কোনো ত্রিভুজের একটি বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টির সমান হয়, তবে শোভিত বাহুদ্বয়ের অভ্যন্তরীণ কোণটি সমকোণ হবে। (পীথাগোরাসের বিপরীত উপপাদ্য)
অথবা, যদি কোনো ত্রিভুজ ABC-এর $AB^2 = AC^2 + BC^2$ হয়, তবে প্রমাণ করুন যে, $\angle C =$ এক সমকোণ।

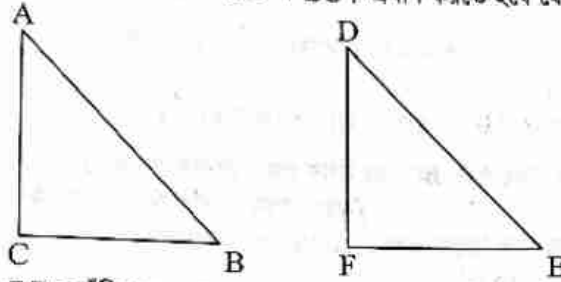
অথবা, প্রমাণ করুন যে, যদি ত্রিভুজের একটি বাহুর বর্গ অন্য দু'টি বাহুর বর্গের সমষ্টির সমান হয়, তাহলে এই দু'টি বাহুর অভ্যন্তরীণ কোণটি একটি সমকোণ হবে।

[২৯তম বিসিএস]

[২২ তম বিসিএস]

[অষ্টম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায়-৯ এর উপপাদ্য - ৯.৩]

Sol বিশেষ নির্বচন: মনে করি, $\triangle ABC$ -এর $AB^2 = AC^2 + BC^2$. প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle C =$ এক সমকোণ।



অঙ্কন: এমন একটি ত্রিভুজ DFE আঁকি যার $\angle F =$ এক সমকোণ এবং $DF = AC$, $EF = BC$ হয়।

প্রমাণ: $\triangle DFE$ -এ $\angle F =$ এক সমকোণ।

সুতরাং পীথাগোরাসের উপপাদ্যের সাহায্যে পাই,

$$DE^2 = DF^2 + EF^2 = AC^2 + BC^2 \quad [\because DF = AC \text{ এবং } EF = BC] = AB^2$$

$$\therefore DE = AB$$

এখন, $\triangle ACB$ এবং $\triangle DFE$ -এ

$$DF = AC$$

$$EF = BC$$

$$\text{এবং } DE = AB$$

$$\therefore \triangle ACB \cong \triangle DFE$$

কিন্তু $\angle F =$ এক সমকোণ।

$$\therefore \angle C = \text{এক সমকোণ। (প্রমাণিত)}$$

TYPE02: পীথাগোরাসের উপপাদ্যের সংক্রান্ত অনুসিদ্ধান্ত

01. ABC ত্রিভুজে $\angle A =$ এক সমকোণ, AC এর উপর D একটি বিন্দু। তাহলে প্রমাণ করুন যে, $BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$.

[৩৪তম, ৩২তম বিসিএস]

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায় -১৫ এর অনুশীলনীর প্রশ্ন নং-১৩]

Sol বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ABC ত্রিভুজের $\angle A =$ এক সমকোণ।

D, AC বাহুর উপর একটি বিন্দু। B, D যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, $BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$

প্রমাণ: সমকোণী ত্রিভুজ ABC-এ, $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (i)

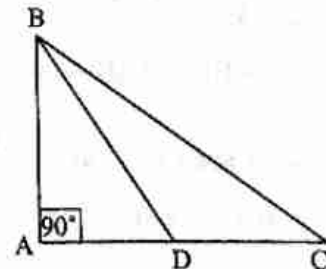
আবার, সমকোণী ত্রিভুজ ABD-এ, $BD^2 = AB^2 + AD^2$

$$\Rightarrow AD^2 = BD^2 - AB^2 \text{ (ii)}$$

(i) ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$$BC^2 + AD^2 = AB^2 + AC^2 + BD^2 - AB^2$$

$$\therefore BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2 \text{ (প্রমাণিত)}$$



02. ABC সমবাহু ত্রিভুজের AD একটি মধ্যমা। প্রমাণ করুন যে, $AB^2 = AD^2 + BD^2$.

[২৮তম, ২৭তম বিসিএস]

➤Solⁿ দেওয়া আছে, ABC সমবাহু ত্রিভুজ এবং AD একটি মধ্যমা।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = AD^2 + BD^2$

প্রমাণ: $\triangle ABD$ ও $\triangle ACD$ -এ

$$AB = AC$$

$$BD = CD \quad [\because AD, BC\text{-এর মধ্যমা}]$$

AD সাধারণ বাহু

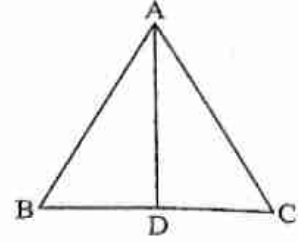
$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$$

$$\therefore \angle ADB = \angle ADC$$

আবার, $\angle ADB$ ও $\angle ADC$ সন্নিহিত কোণ হওয়ায় প্রত্যেকটি কোণ সমকোণ।

$\therefore$ ABD সমকোণী ত্রিভুজ।

সুতরাং, ABD সমকোণী ত্রিভুজে $AB^2 = AD^2 + BD^2$ (প্রমাণিত)



03. ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ এবং AD, BC এর উপর লম্ব। দেখান যে, $4AD^2 = 3AB^2$.

[২৪তম, ২১তম বিসিএস]

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায় -১৫ এর অনুশীলনীর প্রশ্ন নং-১৭(গ)]

➤Solⁿ দেয়া আছে, ABC সমবাহু ত্রিভুজ এবং AD, BC এর উপর লম্ব।

প্রমাণ করতে হবে যে, $4AD^2 = 3AB^2$ ।

প্রমাণ: যেহেতু ABC সমবাহু ত্রিভুজ AD, BC এর উপর লম্ব।

$$\text{সুতরাং, } BD = CD = \frac{1}{2} BC.$$

$$\therefore \text{ABD সমকোণী ত্রিভুজে, } AB^2 = AD^2 + BD^2 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{ACD সমকোণী ত্রিভুজে, } AC^2 = AD^2 + CD^2 \dots\dots\dots (ii)$$

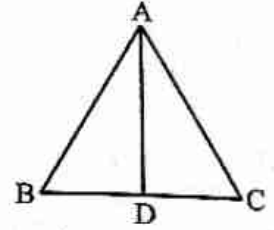
$$(i) \text{ নং ও } (ii) \text{ নং যোগ করে পাই, } AB^2 + AC^2 = 2AD^2 + BD^2 + CD^2$$

$$\Rightarrow AB^2 + AB^2 = 2AD^2 + BD^2 + BD^2 \quad [\because AB = AC \text{ এবং } BD = CD]$$

$$\Rightarrow 2AB^2 = 2AD^2 + 2BD^2 \Rightarrow AB^2 = AD^2 + BD^2 \Rightarrow AB^2 = AD^2 + \left(\frac{1}{2} BC\right)^2 \Rightarrow AB^2 = AD^2 + \frac{1}{4} BC^2$$

$$\Rightarrow AB^2 = AD^2 + \frac{1}{4} AB^2 \quad [\because \text{সমবাহু ত্রিভুজে } AB = BC]$$

$$\Rightarrow AB^2 - \frac{1}{4} AB^2 = AD^2 \Rightarrow \frac{3}{4} AB^2 = AD^2 \Rightarrow 4AD^2 = 3AB^2 \text{ (প্রমাণিত)}$$



04. ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle A = 90^\circ$. BE ও CF মধ্যমা। প্রমাণ করুন যে, $4(BE^2 + CF^2) = 5BC^2$. [২৪তম বিসিএস]

[অষ্টম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায় -৯ এর অনুশীলনীর প্রশ্ন নং-০৪]

$$\text{➤Solⁿ } BE^2 = AB^2 + AE^2 \dots\dots\dots (i)$$

$$CF^2 = AC^2 + AF^2 \dots\dots\dots (ii)$$

$$(i) \text{ হতে পাই, } BE^2 = AB^2 + \left\{\frac{1}{2} (AC)\right\}^2 = AB^2 + \frac{AC^2}{4}$$

$$\Rightarrow BE^2 = \frac{4AB^2 + AC^2}{4}$$

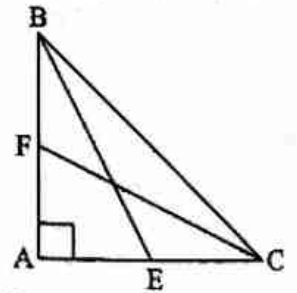
$$\Rightarrow 4BE^2 = 4AB^2 + AC^2 \dots\dots\dots (iii)$$

$$(ii) \text{ নং হতে } CF^2 = AC^2 + \left\{\frac{1}{2} AB\right\}^2 \Rightarrow CF^2 = AC^2 + \frac{AB^2}{4} \Rightarrow CF^2 = \frac{4AC^2 + AB^2}{4}$$

$$\Rightarrow 4CF^2 = 4AC^2 + AB^2 \dots\dots\dots (iv)$$

$$(iii) + (iv),$$

$$4BE^2 + 4CF^2 = 5AB^2 + 5AC^2 \Rightarrow 4(BE^2 + CF^2) = 5(AB^2 + AC^2) = 5BC^2 \text{ (প্রমাণিত)}$$



১৫. $\triangle ABC$ -এর AD একটি মধ্যমা। দেখান যে, $AB^2 + AC^2 = 2(BD^2 + AD^2)$ ।

[২৩ তম বিসিএস]

অথবা, ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের কেন্দ্রফলের সমষ্টি, তৃতীয় বাহুর অর্ধেকের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের কেন্দ্রফলের সমষ্টির দ্বিগুণ।

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা.পণিত) অধ্যায় -১৫ এর অনুশীলনীর প্রশ্ন নং-১৭(ক)]

[নবম-দশম শ্রেণীর (উ.পণিত) অধ্যায় -৩.১ এর উপপাদ্য - ০৫]

Sol দেওয়া আছে, $\triangle ABC$ এর AD একটি মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 + AC^2 = 2(BD^2 + AD^2)$

অঙ্কন: A বিন্দু হতে BC এর উপর AE লম্ব টানি।

প্রমাণ: $\triangle ADE$ ত্রিভুজে, $AD^2 = AE^2 + DE^2 \Rightarrow AE^2 = AD^2 - DE^2$ (i)

অথবা, $\triangle ABE$ ত্রিভুজে, $AB^2 = AE^2 + BE^2 = AD^2 - DE^2 + (BD - DE)^2$ [মান বসিয়ে]

$= AD^2 - DE^2 + BD^2 - 2BD.DE + DE^2$

$\therefore AB^2 = AD^2 + BD^2 - 2BD.DE$ (ii)

এবং $\triangle ACE$ ত্রিভুজে, $AC^2 = AE^2 + CE^2 = AD^2 - DE^2 + (CD + DE)^2$

$= AD^2 - DE^2 + CD^2 + 2CD.DE + DE^2$

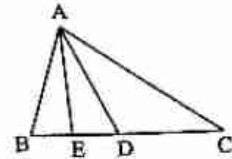
$AC^2 = AD^2 - DE^2 + BD^2 + 2BD.DE + DE^2$ [CD = BD মধ্যমা বলে]

$\Rightarrow AC^2 = AD^2 + BD^2 + 2BD.DE$ (iii)

(ii) + (iii) হতে পাই,

$AB^2 + AC^2 = AD^2 + BD^2 - 2BD.DE + AD^2 + BD^2 + 2BD.DE$

$\therefore AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$ (দেখানো হলো)



১৬. ABC একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ। BC এর অভিত্ত্বজ এবং P , BC এর উপর যেকোনো বিন্দু। প্রমাণ কর যে, $PB^2 + PC^2 = 2PA^2$ ।

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা.পণিত) অধ্যায় -১৫ এর অনুশীলনীর প্রশ্ন নং-১৪]

Sol বিশেষ নির্বাচন: ABC একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ। BC এর অভিত্ত্বজ এবং P , BC এর উপর যেকোনো বিন্দু।

প্রমাণ করতে হবে যে, $PB^2 + PC^2 = 2PA^2$ ।

অঙ্কন: P বিন্দু হতে AB ও AC বাহুর ওপর PQ ও PR লম্ব আঁকি।

প্রমাণ:

ধাপ-১: $\triangle ABC$ এ $\angle A = 90^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, $\angle C = 45^\circ$ [$\because \triangle ABC$ সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ]

ধাপ-২: PBQ সমকোণী ত্রিভুজে,

PB অভিত্ত্বজ এবং $\angle PBQ = \angle BPQ = 45^\circ$ [$\because \angle PQB =$ এক সমকোণ]

$\therefore PQ = BQ$

একই কারণে $PR = CR$

PBQ সমকোণী ত্রিভুজে, $PB^2 = PQ^2 + BQ^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

$= PQ^2 + PQ^2 = 2PQ^2$

ধাপ-৩: PCR সমকোণী ত্রিভুজে, $PC^2 = PR^2 + CR^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

$= PR^2 + PR^2 = 2PR^2$ [ধাপ-২ হতে, $PR = CR$]

ধাপ-৪: $AQPR$ একটি আয়তক্ষেত্র [$\because PQ, AB$ এর উপর এবং PR, AC এর উপর লম্ব]

সুতরাং $PR = AQ$ [আয়তক্ষেত্রের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান]

ধাপ-৫: $PB^2 + PC^2 = 2PQ^2 + 2PR^2$ [ধাপ-২ ও ধাপ-৩ হতে]

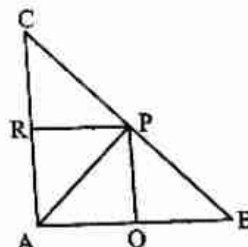
$= 2(PQ^2 + PR^2)$

ধাপ-৬: কিন্তু APQ সমকোণী ত্রিভুজের $PQ^2 + AQ^2 = PA^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

$\Rightarrow PQ^2 + PR^2 = PA^2$ [ধাপ-৪ হতে]

$\Rightarrow 2(PQ^2 + PR^2) = 2PA^2$

$\therefore PB^2 + PC^2 = 2PA^2$ [ধাপ-৫ হতে] (প্রমাণিত)



07. $\triangle ABC$ এ BC এর উপর AD লম্ব এবং AD এর উপর P যেকোনো বিন্দু ও $AB > AC$ । প্রমাণ কর যে, $PB^2 - PC^2 = AB^2 - AC^2$ ।
[অষ্টম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায় -৯ এর অনুশীলনীর প্রশ্ন নং-১১]

Sol বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, $\triangle ABC$ এ BC এর উপর AD লম্ব এবং AD এর উপর P যেকোনো বিন্দু ও $AB > AC$ । P, B ও P, C যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $PB^2 - PC^2 = AB^2 - AC^2$ ।

প্রমাণ:

ধাপ (১): $\triangle ABC$ -এ $AD \perp BC$,

$\therefore \triangle ABD, \triangle ACD, \triangle BPD$ এবং $\triangle CPD$ প্রত্যেকেই সমকোণী ত্রিভুজ।

ধাপ (২): এখন $\triangle ABD$ -এ, $AB^2 = BD^2 + AD^2$

[সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর উপর বর্গক্ষেত্রের সমষ্টির সমান।]

$$\triangle ACD\text{-এ } AC^2 = AD^2 + CD^2$$

$$\therefore AB^2 - AC^2 = BD^2 - CD^2$$

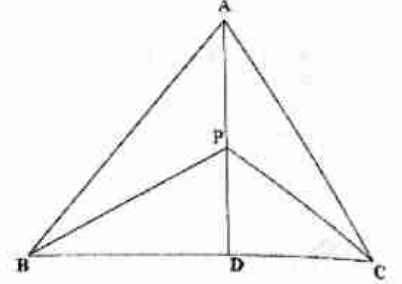
ধাপ (৩): আবার, $\triangle BPD$ -এ $PB^2 = BD^2 + PD^2$

[সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর উপর বর্গক্ষেত্রের সমষ্টির সমান।]

$$\triangle PCD\text{-এ } PC^2 = PD^2 + CD^2$$

$$\therefore PB^2 - PC^2 = BD^2 - CD^2$$

$$\text{বা, } PB^2 - PC^2 = AB^2 - AC^2 \text{ (প্রমাণিত)}$$



TYPE 04: পীথাগোরাসের উপপাদ্যের উপর ভিত্তি করে লম্ব অভিক্ষেপ সংক্রান্ত উপপাদ্য

01. স্থলকোণী ত্রিভুজের স্থলকোণের বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র ঐ কোণের সন্নিহিত অন্য দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফল এবং ঐ দুই বাহুর যেকোনো একটি ও তার উপর অপর বাহুর লম্ব অভিক্ষেপের অন্তর্গত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণের সমষ্টির সমান।
[নবম-দশম শ্রেণীর (উ. গণিত) অধ্যায় -৩.১ এর উপপাদ্য - ০৩]

Sol বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ABC ত্রিভুজের $\angle BCA$ স্থলকোণ, AB স্থলকোণের বিপরীত বাহু এবং স্থলকোণের সন্নিহিত বাহুদ্বয় BC ও AC ।

BC বাহুর বর্ধিতাংশের উপর AC বাহুর লম্ব অভিক্ষেপ CD (নিচের চিত্র)। প্রমাণ করতে হবে যে,
 $AB^2 = AC^2 + BC^2 + 2 \cdot BC \cdot CD$

প্রমাণ: BC বাহুর বর্ধিতাংশের উপর AC বাহুর লম্ব অভিক্ষেপ CD হওয়ায় $\triangle ABD$ একটি সমকোণী ত্রিভুজ এবং $\angle ADB$ সমকোণ।

সুতরাং পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে-

$$AB^2 = AD^2 + BD^2$$

$$= AD^2 + (BC + CD)^2 \quad [\because BD = BC + CD]$$

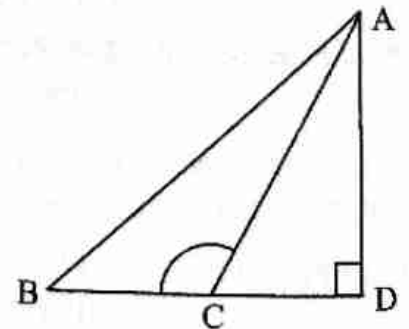
$$= AD^2 + BC^2 + CD^2 + 2 \cdot BC \cdot CD$$

$$\therefore AB^2 = AD^2 + CD^2 + BC^2 + 2 \cdot BC \cdot CD \dots\dots\dots (i)$$

আবার, $\triangle ACD$ সমকোণী ত্রিভুজ এবং $\angle ADC$ সমকোণ।

$$\therefore AC^2 = AD^2 + CD^2 \dots\dots\dots (ii)$$

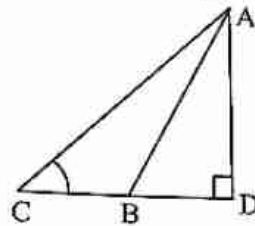
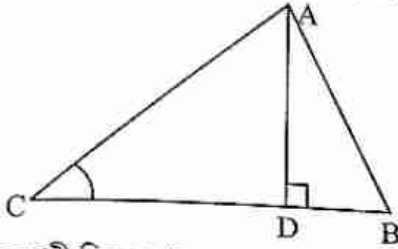
(ii) নং সমীকরণ হতে $AD^2 + CD^2 = AC^2$ (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,
 $AB^2 = AC^2 + BC^2 + 2 \cdot BC \cdot CD$ (প্রমাণিত)



যেকোনো ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণের বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি অপেক্ষা ঐ দুই বাহুর যেকোনো একটি ও তার উপর অপরটির লম্ব অভিক্ষেপের অন্তর্গত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের তুলনায় কম।

Sol বিশেষ নির্বচন: $\triangle ABC$ ত্রিভুজের $\angle ACB$ সূক্ষ্মকোণ এবং সূক্ষ্মকোণের বিপরীত বাহু AB । অপর দুই বাহু AC ও BC । তাহলে উভয় ত্রিভুজের ক্ষেত্রে BC বাহুর উপর AC বাহুর লম্ব অভিক্ষেপ CD ।

উল্লেখ করা দরকার যে এখানে A থেকে BC এর উপর লম্ব টানা হয়েছে। কিন্তু B বিন্দু থেকে AC এর উপর লম্ব অঙ্কনের মাধ্যমেও একইভাবে উপপাদ্যটি প্রমাণ করা যায়। এই লাইনটি পরীক্ষায় লেখার দরকার নেই।



প্রমাণ: $\triangle ADB$ সমকোণী ত্রিভুজ এবং $\angle ADB$ সমকোণ।

$\therefore$ পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে, $AB^2 = AD^2 + BD^2$ (i)

উপরের বামের চিত্রে $BD = BC - CD$ ।

$$\therefore BD^2 = (BC - CD)^2 = BC^2 + CD^2 - 2 \cdot BC \cdot CD$$

উপরের ডানের চিত্রে $BD = CD - BC$ ।

$$\therefore BD^2 = (CD - BC)^2 = CD^2 + BC^2 - 2 \cdot CD \cdot BC$$

সুতরাং উভয় চিত্রে $BD^2 = BC^2 + CD^2 - 2 \cdot BC \cdot CD$ (ii)

এখন সমীকরণ (i) ও (ii) হতে পাওয়া যায়,

$$AB^2 = AD^2 + BC^2 + CD^2 - 2 \cdot BC \cdot CD$$

$$\text{বা, } AB^2 = AD^2 + CD^2 + BC^2 - 2 \cdot BC \cdot CD \text{ (iii)}$$

আবার, $\triangle ADC$ সমকোণী ত্রিভুজ এবং $\angle ADC$ সমকোণ।

$\therefore$ পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে, $AC^2 = AD^2 + CD^2$ (iv)

সমীকরণ (iii) ও (iv) হতে পাওয়া যায়, $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2 \cdot BC \cdot CD$ (প্রমাণিত)

TYPE05: পীথাগোরাসের উপপাদ্যের ব্যবহার সংক্রান্ত সমস্যা

১১. ABC ত্রিভুজ $\angle B = 90^\circ$, $AB = 5$ সে.মি. ও $BC = 12$ সে.মি.। যদি D , শীর্ষবিন্দু B থেকে AC বাহু উপর পাদবিন্দু হয়, তাহলে AD এর দৈর্ঘ্য কত? [২১ তম বিসিএস]

Sol ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার $\angle B = 90^\circ$; $AB = 5$ সে.মি.; $BC = 12$ সে.মি.

BC শীর্ষবিন্দু B থেকে AC এর উপর লম্ব। $AD = ?$

ABC সমকোণী ত্রিভুজ থেকে পাই, $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 5^2 + (12)^2 = 169$

$$\therefore AC = 13$$

BD লম্ব হওয়ায় BCD ও ABD উভয়ই সমকোণী ত্রিভুজ

$$\triangle BCD \text{ এ } BC^2 = CD^2 + BD^2 \text{ (i)}$$

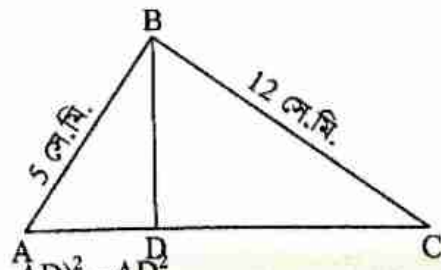
$$\text{এবং } \triangle ABD \text{ এ } AB^2 = AD^2 + BD^2 \text{ (ii)}$$

(i) নং - (ii) নং করে $BC^2 - AB^2 = CD^2 - AD^2$

$$\Rightarrow 12^2 - 5^2 = (AC - AD)^2 - AD^2 \Rightarrow 144 - 25 = (13 - AD)^2 - AD^2$$

$$\Rightarrow 119 = 169 - 26AD + AD^2 - AD^2 \Rightarrow 50 = 26AD$$

$$\Rightarrow AD = \frac{50}{26} \Rightarrow AD = 1.92 \text{ সে.মি. (উত্তর)}$$



02. একজন লোক একটি নির্দিষ্ট স্থান থেকে যাত্রা শুরু করে 27 কি.মি. ঠিক দক্ষিণ দিকে যায় সেখান থেকে 24 কি.মি. ঠিক পশ্চিম দিকে যায় এবং সর্বশেষ 20 কি.মি. ঠিক উত্তর দিকে যায়। যাত্রা শেষে লোকটি যাত্রা স্থান থেকে কত দূরে থাকবে? [২০ তম, ১৩ তম বিসিএস]

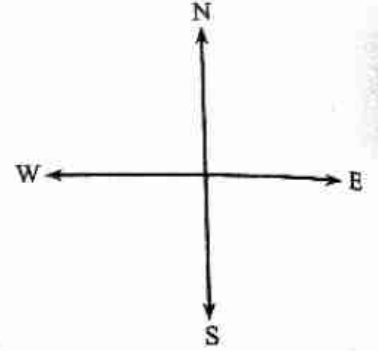
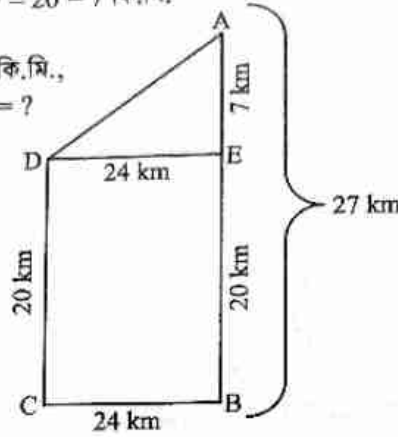
Sol মনে করি, A থেকে যাত্রা শুরু করে B বিন্দু পর্যন্ত গেল। $AB = 27$ কি.মি. এবং B থেকে পশ্চিমে C পর্যন্ত $BC = 24$ কি.মি. এবং C থেকে D পর্যন্ত 20 কি.মি. গেল। AD যাত্রা স্থান থেকে দূরত্ব। AB এর উপর DE লম্ব টানি। ADE একটি সমকোণী ত্রিভুজ। $AE = AB - CD = 27 - 20 = 7$ কি.মি.

সমকোণী ত্রিভুজ ADE এর ভূমি $AE = 7$ কি.মি.,
লম্ব $DE = 24$ কি.মি. এবং অতিভুজ $AD = ?$

$$\begin{aligned} AD^2 &= DE^2 + AE^2 \\ &= (24)^2 + 7^2 \\ &= 576 + 49 \\ &= 625 \end{aligned}$$

$$AD = \sqrt{625} = 25$$

∴ নির্ণেয় দূরত্ব 25 কি.মি.
উত্তর: 25 কি.মি.



03. ত্রিভুজ ABC এর ভূমি BDC যেখানে $BD = 4$ সে.মি. $DC = 25$ সে.মি.। AD রেখাটি BC এর লম্ব এবং $AD = 10$ সে.মি. হলে ABC কি ধরনের ত্রিভুজ তা নির্ণয় করুন। [১৮ তম বিসিএস]

Sol ABC ত্রিভুজে AD, ভূমি BC এর উপর লম্ব।

$$AD = 10 \text{ cm}, BD = 4 \text{ cm}, DC = 25 \text{ cm}.$$

$$\therefore BC = BD + DC = (4 + 25) \text{ cm} = 29 \text{ cm}$$

যেহেতু, ABD ত্রিভুজটি সমকোণী, সূত্রাং পিথাগোরাসের উপপাদ্য থেকে পাই,

$$AB^2 = AD^2 + BD^2 = (10)^2 + (4)^2 = 100 + 16 = 116 = 4 \times 29$$

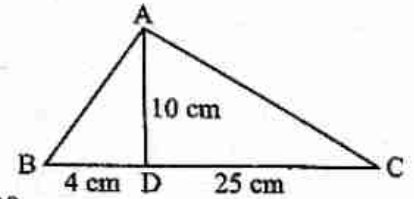
আবার, ত্রিভুজ ADC সমকোণী হওয়ায়-

$$AC^2 = AD^2 + DC^2 = (10)^2 + (25)^2 = 100 + 625 = 725 = 25 \times 29$$

$$\text{একত্রে, } AB^2 + AC^2 = 4 \times 29 + 25 \times 29 = 29(4 + 25) = 29 \times 29 = (29)^2 = BC^2$$

$$\therefore BC^2 = AB^2 + AC^2$$

এ থেকে প্রমাণিত হয় ABC ত্রিভুজটি একটি সমকোণী ত্রিভুজ, যার $\angle A$ সমকোণ।



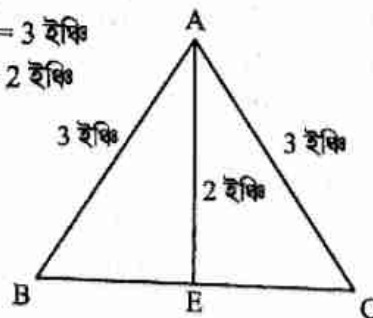
04. ABC ত্রিভুজের $AB = AC = 3$ ইঞ্চি। যদি $\angle A$ এর সমদ্বিখলককে E বিন্দুতে ছেদ করে এবং $AE = 2$ ইঞ্চি হয় তবে BC = ? [১৭ তম বিসিএস]

Sol দেওয়া আছে, $\triangle ABC$ -এর $AB = AC = 3$ ইঞ্চি

$\angle A$ -এর সমদ্বিখলক $AE = 2$ ইঞ্চি

∴ AE, BC-এর উপর লম্ব।

$$\begin{aligned} \therefore BC &= 2 BE = 2\sqrt{AB^2 - AE^2} \\ &= 2\sqrt{3^2 - 2^2} = 2\sqrt{2} \text{ ইঞ্চি। (Ans.)} \end{aligned}$$



এই অধ্যায়ের Suggestion

যারা জ্যামিতি মনে রাখতে পারেন না কিংবা ভালভাবে বুঝেন না তাদের জন্য এই সাজেশন। তবে মনে রাখবেন সকল সাজেশনেই কিছু ঝুঁকি থাকবেই।

Type-01: 01, 02

১০)
বি. বি.
১৯৭৭
১৯৭৭
২৪



বৃত্ত সম্পর্কিত উপপাদ্য

Circle Related Theorems



এই অধ্যায়ের Analysis

মার্কিত বৃত্ত অংশ থেকে অনেক আগে থেকেই রিটেনে মাঝে মাঝে প্রশ্ন আসত। যা সাধারণত নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই থেকে সরাসরি বা অনুরূপ প্রশ্ন এসেছে।

অব ৩৫ তম বিসিএস থেকে ৪৪ তম বিসিএস পর্যন্ত মোট ৪ বার (৩৫ তম, ৩৭ তম, ৪০ তম ও ৪১ তম) প্রশ্ন এসেছে। কিন্তু পরীক্ষার্থীদের জন্য ভাল ব্যাপার হল সবগুলো প্রশ্ন বর্তমান নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই থেকে ছবছ এসেছে।

তাই আপনারা যদি বোর্ড বই থেকে প্রস্তুতি নেন তাহলে পরীক্ষায় সরাসরি কমন পাবার আশা করতে পারেন।

নবম-দশম শ্রেণীর সাধারণ গণিত বইয়ে বৃত্ত সংক্রান্ত অষ্টম অধ্যায়ে ৫ টি পরিচ্ছেদ রয়েছে। সেখানে উপপাদ্য, অনুসিদ্ধান্ত ও অনুশীলনীর প্রশ্নের তালিকা নিম্নরূপ:

অধ্যায়	উপপাদ্য সংখ্যা	অনুসিদ্ধান্ত সংখ্যা	অনুশীলনীর প্রশ্ন সংখ্যা
৮.১	৩	৩	১২
৮.২	৩	২	৫
৮.৩	২	২	৭
৮.৪	৩	৫	৬
৮.৫	-	-	৩ (উপপাদ্য সংক্রান্ত)

অর্থাৎ দেখা যাচ্ছে যে, মোট ১১ টি উপপাদ্য, ১২ টি অনুসিদ্ধান্ত ও ৩৩ টি অনুশীলনীর প্রশ্ন রয়েছে। তাই এতগুলো প্রশ্ন কারো পক্ষে সহজে মনে রাখা সম্ভব নয় এবং সব প্রশ্ন গুরুত্বপূর্ণও নয়।

তাই আমি এই বইয়ে বর্তমান নবম-দশম শ্রেণীর বইয়ের গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্নগুলো টাইপ আকারে সাজিয়ে উপস্থাপন করেছি। পাশাপাশি রয়েছে সংশ্লিষ্ট টাইপে বিগত বিসিএসে আসা সকল প্রশ্নের সমাধান ও পুরাতন সিলেবাসের বইয়ের কয়েকটি গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্ন। আর সবশেষে রয়েছে সাজেশন।

সুতরাং আশা করছি আপনাদের প্রস্তুতি এতেই পূর্ণাঙ্গ হবে ইনশাআল্লাহ।

TYPE 01 বৃত্তস্থ কোণ ও কেন্দ্রস্থ কোণ সংক্রান্ত উপপাদ্য ও অনুসিদ্ধান্ত

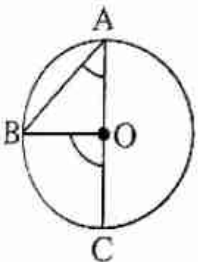
১. বৃত্তের একই চাপের উপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক।

অথবা, বৃত্তের একই চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।

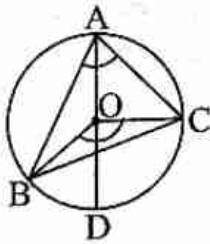
[নবম-দশম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায় -৮.২ এর উপপাদ্য - ২০]

Sol বিশেষ নিবর্তন: মনে করি O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্ত এবং তার একই চাপ BC এর উপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ $\angle BAC$

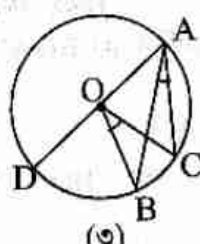
এবং কেন্দ্রস্থ কোণ $\angle BOC$. প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC$.



(১)



(২)



(৩)

প্রমাণ: (১) প্রথমে মনে করি, AC রেখাংশ কেন্দ্র দিয়ে যায় (চিত্র-১)

এক্ষেত্রে, $\triangle AOB$ এ, $OA = OB$ (একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ)

$$\therefore \angle OAB = \angle OBA$$

আবার, $\triangle AOB$ এ বহিঃস্থ $\angle BOC = \angle OAB + \angle OBA = \angle OAB + \angle OAB = 2 \angle OAB = 2 \angle BAC$

$$\therefore \angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC.$$

- (২) এখন মনে করি, AC রেখাংশ কেন্দ্রগামী নয় (চিত্র (২) ও (৩))।
এক্ষেত্রে A বিন্দু দিয়ে ব্যাস AD আঁকি।
এখন CD চাপের উপর দভায়মান বৃত্তস্থ $\angle CAD$, কেন্দ্রস্থ $\angle COD$ এবং AD বাহু কেন্দ্রগামী।

সুতরাং (১) হতে, $\angle CAD = \frac{1}{2} \angle COD$

অনুরূপভাবে, $\angle BAD = \frac{1}{2} \angle BOD$

এখন চিত্র (২) এ, $\angle CAD + \angle BAD = \frac{1}{2} (\angle COD + \angle BOD) \Rightarrow \angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC$

চিত্র (৩) এ, $\angle CAD - \angle BAD = \frac{1}{2} (\angle COD - \angle BOD) \Rightarrow \angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC$

$\therefore$ সকল ক্ষেত্রেই $\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC$ (প্রমাণিত)

02. অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ।

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা.গণিত) অধ্যায় -৮.২ এর উপপাদ্য - ২য়]

≥Solⁱ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB একটি ব্যাস এবং $\angle ACB$ একটি অর্ধবৃত্তস্থ কোণ। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ACB$ এক সমকোণ।

অঙ্কন: AB এর যে পাশে C বিন্দু অবস্থিত, তার বিপরীত পাশে বৃত্তের উপর একটি বিন্দু D নিই।

প্রমাণ:

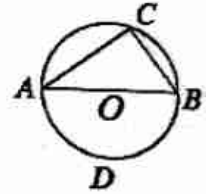
ধাপ-১: ADB চাপের ওপর দভায়মান

বৃত্তস্থ $\angle ACB = \frac{1}{2}$ (কেন্দ্রস্থ সরল কোণ $\angle AOB$)

[$\because$ একই চাপের ওপর দভায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক]

ধাপ-২: কিন্তু সরলকোণ $\angle AOB$ দুই সমকোণ।

$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2}$ (দুই সমকোণ) = এক সমকোণ। (প্রমাণিত)



03. O কেন্দ্রবিশিষ্ট কোনো বৃত্তের AB ও CD জ্যা দুটি বৃত্তের অভ্যন্তরস্থ E বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ করুন যে, $\angle AEC = \frac{1}{2} (\angle BOD + \angle AOC)$

[৩৭তম বিসিএস]

≥Solⁱ বিশেষ নির্বচন: মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ACBD বৃত্তের AB ও CD জ্যা দুটি বৃত্তের অভ্যন্তরস্থ E বিন্দুতে ছেদ করেছে।

O, A; O, D; O, B এবং O, C যোগ করা হলো।

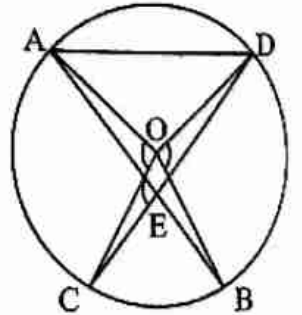
AC ও BD চাপদ্বয় কেন্দ্রে যথাক্রমে $\angle AOC$ এবং $\angle BOD$ উৎপন্ন করে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AEC = \frac{1}{2} (\angle BOD + \angle AOC)$

অঙ্কন: A, D যোগ করি।

প্রমাণ: বৃত্তের AC চাপের উপর দভায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle AOC$ এবং বৃত্তস্থ $\angle ADC$

$\therefore \angle ADC = \frac{1}{2} \angle AOC$ (i)



[$\because$ বৃত্তের একই চাপের উপর দভায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক]

আবার, বৃত্তের BD চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle BOD$ এবং বৃত্তস্থ $\angle BAD$.
 $\therefore \angle BAD = \frac{1}{2} \angle BOD$ (ii)

এখন, $\triangle ADE$ -এর বহিঃস্থ $\angle AEC = \angle ADE + \angle DAE$
 $\Rightarrow \angle AEC = \angle ADC + \angle BAD$ [$\because$ ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ এর অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]
 $\Rightarrow \angle AEC = \frac{1}{2} \angle AOC + \frac{1}{2} \angle BOD$ [(i) ও (ii) অনুসারে]
 $\therefore \angle AEC = \frac{1}{2} (\angle BOD + \angle AOC)$ (প্রমাণিত)

04. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ও CD জ্যা দুইটি বৃত্তের অভ্যন্তরে অবস্থিত কোনো বিন্দুতে সমকোণে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ করুন যে, $\angle AOD + \angle BOC =$ দুই সমকোণ।

[৪১তম বিসিএস, ৩৫তম বিসিএস]

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায় -৮.৩ এর অনুশীলনীর প্রশ্ন নং-০৩]

Sol বিশেষ নির্বাচন: প্রদত্ত চিত্রে, AB ও CD

বৃত্তের অভ্যন্তরে অন্তর্লিখিত দুইটি জ্যা।

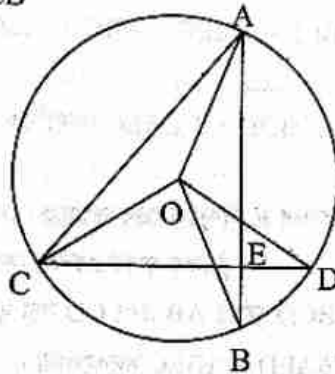
E, AB ও CD জ্যাদ্বয়ের ছেদবিন্দু।

AD ও BC, O কেন্দ্রে যথাক্রমে

$\angle AOD$ ও $\angle BOC$ উৎপন্ন করেছে।

প্রমাণ করতে হবে যে,

$\angle AOD + \angle BOC =$ দুই সমকোণ।



অঙ্কন: A, C যোগ করি।

প্রমাণ: একই চাপ AD এর উপর দন্ডায়মান

কেন্দ্রস্থ $\angle AOD$ এবং বৃত্তস্থ $\angle ACD$.

$\therefore \angle AOD = 2\angle ACD$ [আমরা জানি, বৃত্তের একই চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।]

অনুরূপ, একই চাপ BC এর উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle BOC$ এবং বৃত্তস্থ $\angle BAC$.

$\therefore \angle BOC = 2\angle BAC$

$\therefore \angle AOD + \angle BOC = 2(\angle ACD + \angle BAC)$ (i)

কিন্তু, $\triangle AEC$ এ, $\angle AEC =$ এক সমকোণ

$\therefore \angle ACE + \angle EAC =$ এক সমকোণ

$\Rightarrow \angle ACD + \angle BAC =$ এক সমকোণ

(i) নং হতে পাই, $\angle AOD + \angle BOC =$ দুই সমকোণ। (প্রমাণিত)

05. O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের দুটি জ্যা AB, CD বৃত্তের অভ্যন্তরে পরস্পরকে সমকোণে ছেদ করে। প্রমাণ করুন $\angle AOD$ এবং $\angle BOC$ সম্পূরক কোণ।

[২৫তম বিসিএস]

Sol আগের প্রমাণটির শেষে নিচের অংশটুকু লিখে দিতে হবে।

যেহেতু দুটি কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ হলে একটিকে অপরটির সম্পূরক কোণ বলে।

সুতরাং, $\angle AOD$ এবং $\angle BOC =$ সম্পূরক কোণ। (প্রমাণিত)

06. AB ও CD জ্যাঘন বৃত্তের বাইরে E বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করুন যে, AC ও BD চাপঘন কেন্দ্রে যে দুটি কোণ উৎপন্ন করে তাদের অন্তর $\angle AEC$ এর দ্বিগুণ।

Sol বিশেষ নির্বচন: মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ও CD জ্যাঘন বৃত্তের বাইরে E বিন্দুতে ছেদ করেছে। A, O, C, O; B, O এবং D, O যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে, $\angle AOC - \angle BOD = 2 \angle AEC$

অংকন: B, C যোগ করি।

প্রমাণ: AC চাপের ক্ষেত্রে, $\angle AOC = 2\angle ABC$ (i)

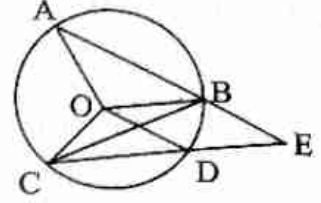
BD চাপের ক্ষেত্রে, $\angle BOD = 2\angle BCD$ (ii)

(i) - (ii) করে, $\angle AOC - \angle BOD = 2(\angle ABC - \angle BCD)$ (iii)

এখন, $\triangle BCE$ এ, বহিঃস্থ $\angle ABC = \angle BCE + \angle BEC = \angle BCD + \angle AEC$

$\therefore \angle ABC - \angle BCD = \angle AEC$ (iv)

$\therefore$ (iii) নং (iv) নং হতে, $\angle AOC - \angle BOD = 2 \angle AEC$ (প্রমাণিত)



07. ABCD বৃত্তে AB ও CD জ্যা দুইটি পরস্পর E বিন্দুতে ছেদ করেছে। দেখাও যে, $\triangle AED$ ও $\triangle BEC$ সদৃশকোণী।

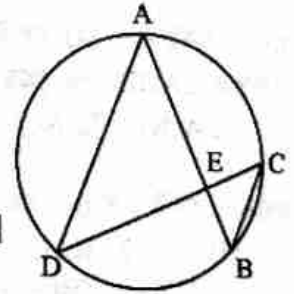
[নবম-দশম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায় -৮.২ এর অনুশীলনীর প্রশ্ন নং-০৫]

Sol বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ABCD বৃত্তে AB এবং CD জ্যা দুইটি পরস্পর E বিন্দুতে ছেদ করেছে। A, D এবং B, C যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $\triangle AED$ ও $\triangle BEC$ সদৃশকোণী।

প্রমাণ:

ধাপ-১: একই চাপ BD এর উপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle BAD$ এবং বৃত্তস্থ $\angle BCD$

$\therefore \angle BAD = \angle BCD$ [একই চাপের উপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণগুলো পরস্পর সমান]
অর্থাৎ $\angle EAD = \angle ECB$



ধাপ-২: আবার, একই চাপ AC এর উপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle ADC$ এবং বৃত্তস্থ $\angle ABC$

$\therefore \angle ADC = \angle ABC$ [একই চাপের উপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণগুলো পরস্পর সমান]
অর্থাৎ $\angle ADE = \angle CBE$

ধাপ-৩: এখন, $\triangle AED$ ও $\triangle BEC$ -এ

$\angle EAD = \angle ECB$; $\angle ADE = \angle CBE$

এবং $\angle AED = \angle BEC$ [বিশ্রুতীপ কোণ]

$\therefore \triangle AED$ ও $\triangle BEC$ সদৃশকোণী। (প্রমাণিত)

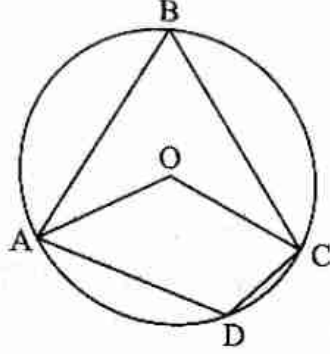
TYPE 02: বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ সংক্রান্ত উপপাদ্য ও অনুসিদ্ধান্ত

প্রমাণ করুন যে, বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের যে কোনো দুইটি বিপরীত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ।

[৩৩তম বিসিএস]

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায় -৮.৩ এর উপপাদ্য - ২৩]

Solⁿ বিশেষ নির্বচন: মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে,
 $\angle ABC + \angle ADC =$ দুই সমকোণ এবং $\angle BAD + \angle BCD =$ দুই সমকোণ।



অঙ্কন: O, A এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ: একই চাপ ADC এর উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle AOC = 2$ (বৃত্তস্থ $\angle ABC$)

আবার,

একই চাপ ABC এর উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ প্রবৃত্ত কোণ $\angle AOC = 2$ (বৃত্তস্থ $\angle ADC$)

$\therefore \angle AOC +$ প্রবৃত্ত $\angle AOC = 2(\angle ABC + \angle ADC)$

কিন্তু $\angle AOC +$ প্রবৃত্ত $\angle AOC =$ চার সমকোণ।

$\therefore 2(\angle ABC + \angle ADC) =$ চার সমকোণ।

$\therefore \angle ABC + \angle ADC =$ চার সমকোণ।

অনুরূপ প্রমাণ করা যায় যে, $\angle BAD + \angle BCD =$ দুই সমকোণ। (প্রমাণিত)

প্রমাণ করুন যে, বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের কোন একটি বাহুকে বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয় তা বিপরীত অন্তঃস্থকোণের সমান।

[১৫তম বিসিএস]

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায় -৮.৩ এর অনুসিদ্ধান্ত - ০৬ হুবহু]

Solⁿ মনে করি, ABCD একটি অন্তর্লিখিত বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ। AD বাহুকে E পর্যন্ত বর্ধিত করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ABC = \angle CDE$

এখন, ABCD চতুর্ভুজে

$\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$

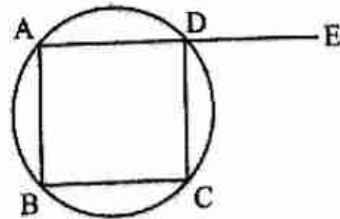
[বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয়ের যোগফল দুই সমকোণের সমান]

আবার, AD বাহু E পর্যন্ত বর্ধিত করার পর $\angle ADE = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle ADC + \angle CDE = 180^\circ$

$\angle ABC + \angle ADC = \angle ADC + \angle CDE$

$\angle ABC = \angle CDE$ (প্রমাণিত)



03. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD একটি অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ। $\angle ADB + \angle BDC =$ এক সমকোণ। প্রমাণ কর যে, A, O, C এক সরলরেখায় অবস্থিত।
[নবম-দশম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায় -৮.২ এর অনুশীলনীর প্রশ্ন নং-০২]

Sol বিশেষ নির্বচন: মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD একটি অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ। B, D যোগ করি। $\angle ADB + \angle BDC =$ এক সমকোণ। প্রমাণ করতে হবে যে, A, O এবং C এক সরলরেখায় অবস্থিত।

অঙ্কন: O, A; O, B এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ-১: যেহেতু কেন্দ্রস্থ $\angle AOB$ এবং বৃত্তস্থ $\angle ADB$ একই চাপ AB-এর উপর দন্ডায়মান, সেহেতু $\angle AOB = 2 \angle ADB$
[একই চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

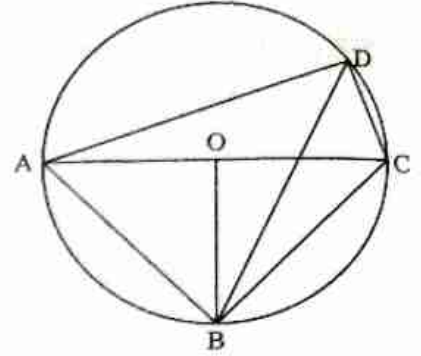
ধাপ-২: অনুরূপভাবে, BC চাপের ওপর দন্ডায়মান $\angle BOC = 2 \angle BDC$

ধাপ-৩: $\angle AOB + \angle BOC = 2(\angle ADB + \angle BDC)$ [ধাপ-১ ও ধাপ-২ হতে]
 $= 2 \times 1 \text{ সমকোণ}$ [$\angle ADB + \angle BDC = 1 \text{ সমকোণ}$]

$\therefore \angle AOB + \angle BOC = 2 \text{ সমকোণ}$

যেহেতু $\angle AOB$ এবং $\angle BOC$ সন্নিহিত কোণ।

সুতরাং A, O এবং C একই সরলরেখায় অবস্থিত। (প্রমাণিত)



04. প্রমাণ করুন যে, বৃত্তস্থ ট্রাপিজিয়ামের তীর্যক বাহুদ্বয় কেন্দ্রে সমান কোণ উৎপন্ন করে।

[১৭তম বিসিএস]

Sol বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ABCD একটি বৃত্তস্থ ট্রাপিজিয়াম। যার তীর্যক বাহুদ্বয় AD ও BC।

বৃত্তের কেন্দ্র 'O'। O, A; O, B; O, C এবং O, D যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AOD = \angle BOC$ ।

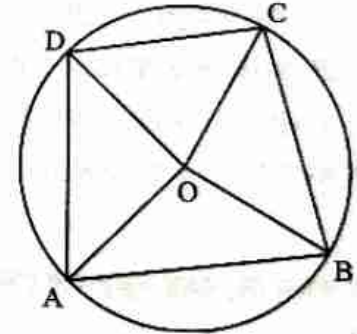
প্রমাণ: $\triangle AOD$ এবং $\triangle BOC$ এর মধ্যে

$OA = OB = OC = OD$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$AD = BC$ [∵ বৃত্তস্থ ট্রাপিজিয়ামের তীর্যক বাহুদ্বয় পরস্পর সমান]

$\therefore \triangle AOD \cong \triangle BOC$

$\therefore \angle AOD = \angle BOC$ (Proved).



05. $\triangle ABC$ -এ $\angle B$ ও $\angle C$ -এর অন্তর্বিখন্ডকদ্বয় P বিন্দুতে এবং বহির্বিখন্ডকদ্বয় Q বিন্দুতে মিলিত হলে, প্রমাণ কর যে, B, P, C, Q বিন্দু চারটি সমবৃত্ত।

Sol বিশেষ নির্বচন: মনে করি, $\triangle ABC$ এর $\angle B$ ও $\angle C$ এর অন্তর্বিখন্ডকদ্বয় P বিন্দুতে এবং বহির্বিখন্ডকদ্বয় Q বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, B, P, C, Q বিন্দু চারটি সমবৃত্ত।

প্রমাণ:

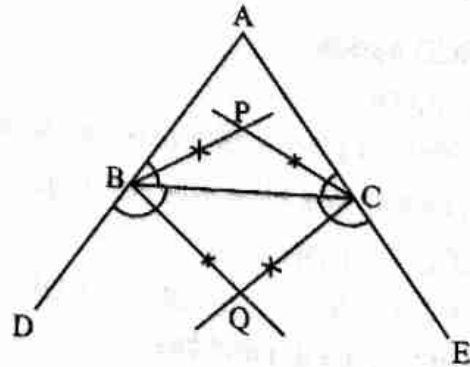
ধাপ-১: $\angle ABC + \angle CBD = 180^\circ$ [সরলকোণ]

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \angle ABC + \frac{1}{2} \angle CBD = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle PBC + \angle CBQ = 90^\circ$$

[BP ও BQ কোণদ্বয়ের সমদ্বিখন্ডক]

$$\Rightarrow \angle PBQ = 90^\circ$$



ধাপ-২: $\angle ACB + \angle BCE = 180^\circ$ [সরলকোণ]

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \angle ACB + \frac{1}{2} \angle BCE = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle BCP + \angle BCQ = 90^\circ \text{ [CP ও CQ কোণদ্বয়ের সমদ্বিখন্ডক]}$$

$$\Rightarrow \angle PCQ = 90^\circ$$

ধাপ-৩: $\angle PBQ + \angle PCQ = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ [ধাপ-১ ও ধাপ-২ হতে]

কিন্তু কোণদ্বয় চতুর্ভুজ BPCQ এর বিপরীত কোণ।

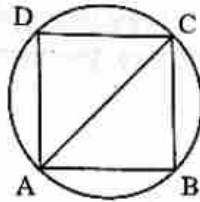
$\therefore$ BPCQ একটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ। [বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টি দুই সমকোণ]

$\therefore$ B, P, C, Q বিন্দু চারটি সমবৃত্ত। (প্রমাণিত)

ABCD চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সম্পূরক। AC রেখা যদি $\angle BAD$ -এর সমদ্বিখন্ডক হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $BC = CD$ ।

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা.গণিত) অধ্যায় -৮.৩ এর অনুশীলনীর প্রশ্ন নং-০৪]

Sol বিশেষ নির্বাচন: মনে করি, ABCD চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সম্পূরক অর্থাৎ ABCD একটি বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ। AC রেখা, $\angle BAD$ -এর সমদ্বিখন্ডক। প্রমাণ করতে হবে যে, $BC = CD$ ।



প্রমাণ:

ধাপ-১: AC রেখা সমদ্বিখন্ডক হওয়ায় $\angle CAD = \angle CAB$ ।

CD চাপের উপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle CAD$, BC চাপের উপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle CAB$ উভয়ই সমান হওয়ায় চাপ $CD =$ চাপ BC [চাপদ্বয় সমান হলে চাপের উপর অবস্থিত জ্যাগুলো পরস্পর সমান]

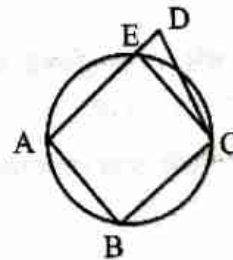
$\therefore BC = CD$. (প্রমাণিত)

৭. কোনো চতুর্ভুজের দুইটি বিপরীত কোণ সম্পূরক হলে তার শীর্ষবিন্দু চারটি সমবৃত্ত হয়।

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা.গণিত) অধ্যায় -৮.৩ এর উপপাদ্য - ২৪]

Sol মনে করি, ABCD চতুর্ভুজে $\angle ABC + \angle ADC =$ দুই সমকোণ। প্রমাণ করতে হবে যে, A, B, C, D বিন্দু চারটি সমবৃত্ত।

অঙ্কন: যেহেতু A, B, C বিন্দু তিনটি সমরেখ নয়।
সুতরাং বিন্দু তিনটি দিয়ে যায় একরূপ একটি ও কেবল একটি বৃত্ত আছে।
মনে করি, বৃত্তটি AD রেখাংশকে E বিন্দুতে ছেদ করে।
C, E যোগ করি।



প্রমাণ: অঙ্কন অনুসারে ABCE বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ।

সুতরাং $\angle ABC + \angle AEC =$ দুই সমকোণ [বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের যেকোনো দুইটি বিপরীত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ।]

কিন্তু $\angle ABC + \angle ADC =$ দুই সমকোণ। [দেওয়া আছে]

$$\therefore \angle AEC = \angle ADC$$

কিন্তু তা অসম্ভব। কারণ চিত্রে $\triangle CED$ এর বহিঃস্থ $\angle AEC >$ বিপরীত অন্তঃস্থ $\angle ADC$

সুতরাং E এবং D বিন্দুদ্বয় ভিন্ন হতে পারে না। E বিন্দু অবশ্যই D বিন্দুর সাথে মিলে যাবে।

অতএব, A, B, C, D বিন্দু চারটি সমবৃত্ত। (প্রমাণিত)।

08. O কেন্দ্রবিশিষ্ট কোনো বৃত্তে ABCD একটি অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ। AC, BD কর্ণদ্বয় E বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ করুন যে,
 $\angle AOB + \angle COD = 2\angle AEB$.

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায় -৮.২ এর অনুশীলনীর প্রশ্ন নং-০১]

➤Sol বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ABCD বৃত্তের কেন্দ্র O এবং বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ ABCD। ABCD চতুর্ভুজের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পর E বিন্দুতে ছেদ করেছে। O, A; O, B; O, C এবং O, D যোগ করি।
 প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AOB + \angle COD = 2\angle AEB$.

প্রমাণ:

ধাপ-১: AB চাপের উপর অবস্থিত $\angle AOB = 2\angle ADB$

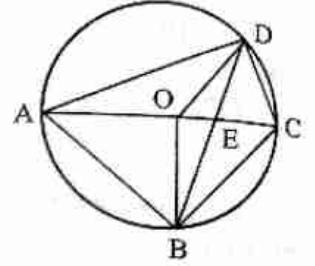
[বৃত্তের একই চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

ধাপ-২: CD চাপের উপর অবস্থিত $\angle COD = 2\angle DAC$ [একই কারণে]

ধাপ-৩: $\angle AOB + \angle COD = 2(\angle ADB + \angle DAC)$ [ধাপ-১ ও ধাপ-২ হতে]
 $= 2(\angle ADE + \angle DAE)$

ধাপ-৪: $\triangle DAE$ এর বহিঃস্থ $\angle AEB =$ অন্তঃস্থ $(\angle ADE + \angle DAE)$ [ধাপ-৩ হতে]

$\therefore \angle AOB + \angle COD = 2\angle AEB$. (প্রমাণিত)



09. দেখাও যে, বৃত্তস্থ ট্রাপিজিয়ামের তির্যক বাহুদ্বয় পরস্পর সমান।

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায় -৮.২ এর অনুশীলনীর প্রশ্ন নং-০৩]

➤Sol বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ABCD একটি বৃত্তস্থ ট্রাপিজিয়াম। AB এবং CD এর দুইটি তির্যক বাহু। দেখাতে হবে যে,
 $AB = CD$.

অঙ্কন: A, C এবং B, D যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ-১: $AD \parallel BC$ এবং BD এদের ছেদক

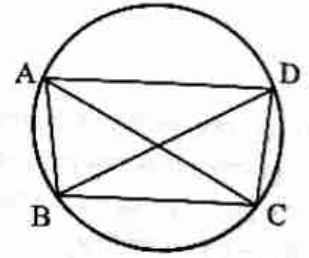
$\therefore \angle BDA = \angle CBD$ [একান্তর কোণ]

ধাপ-২: AB চাপের উপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle BDA$

এবং CD চাপের উপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle CBD$

$\therefore$ চাপ AB = চাপ CD [সমান চাপ বৃত্তে সমান কোণ উৎপন্ন করে]

$\therefore AB = CD$. (প্রমাণিত)



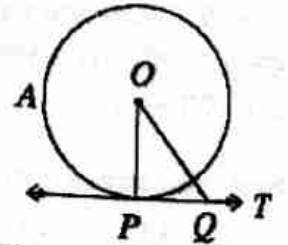
TYPE 03: বৃত্তের স্পর্শক ও ছেদক সংক্রান্ত উপপাদ্য ও অনুসিদ্ধান্ত

01. বৃত্তের যেকোনো বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের ওপর লম্ব।

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায় -৮.৪ এর উপপাদ্য - ২৫]

➤Sol মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তের ওপরস্থ P বিন্দুতে PT একটি স্পর্শক এবং OP স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ। প্রমাণ করতে হবে যে, $PT \perp OP$.

অঙ্কন: PT স্পর্শকের ওপর যেকোনো একটি বিন্দু Q নিই এবং O, Q যোগ করি।



প্রমাণ: যেহেতু বৃত্তের P বিন্দুতে PT একটি স্পর্শক, সুতরাং এ P বিন্দু ব্যতীত PT এর ওপরস্থ সকল বিন্দু বৃত্তের বাইরে থাকবে। সুতরাং Q বিন্দুটি বৃত্তের বাইরে অবস্থিত।

$\therefore$ OQ বৃত্তের ব্যাসার্ধ OP এর চেয়ে বড়,

অর্থাৎ, $OQ > OP$ এবং তা স্পর্শবিন্দু P ব্যতীত PT এর ওপরস্থ Q বিন্দুর সকল অবস্থানের জন্য সত্য।

$\therefore$ কেন্দ্র O থেকে PT স্পর্শকের ওপর OP হলো ক্ষুদ্রতম দূরত্ব।

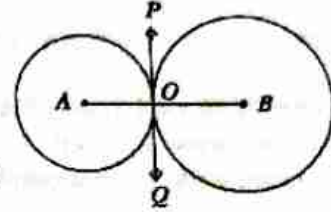
সুতরাং $PT \perp OP$. (প্রমাণিত)

৪২. দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে, এদের কেন্দ্রদ্বয় ও স্পর্শবিন্দু সমরেখ।

Sol মনে করি, A ও B কেন্দ্রবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত পরস্পর O বিন্দুতে বহিঃস্পর্শ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, A, O, B বিন্দু তিনটি সমরেখ।

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা.গণিত) অধ্যায় -৮.৪ এর উপপাদ্য - ২৭]

অঙ্কন: যেহেতু বৃত্তদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে স্পর্শ করেছে, সুতরাং O বিন্দুতে এদের একটি সাধারণ স্পর্শক থাকবে। এখন O বিন্দুতে সাধারণ স্পর্শক POQ অঙ্কন করি এবং O, A ও O, B যোগ করি।



প্রমাণ: A কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে OA স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ এবং POQ স্পর্শক।

সুতরাং $\angle POA =$ এক সমকোণ।

[বৃত্তের যেকোনো বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের ওপর লম্ব]

অতএব $\angle POB =$ এক সমকোণ।

$\therefore \angle POA + \angle POB =$ এক সমকোণ + এক সমকোণ = দুই সমকোণ।

বা, $\angle AOB =$ দুই সমকোণ

অর্থাৎ $\angle AOB$ একটি সরলকোণ।

$\therefore$ A, O, B বিন্দুত্রয় সমরেখ। (প্রমাণিত)

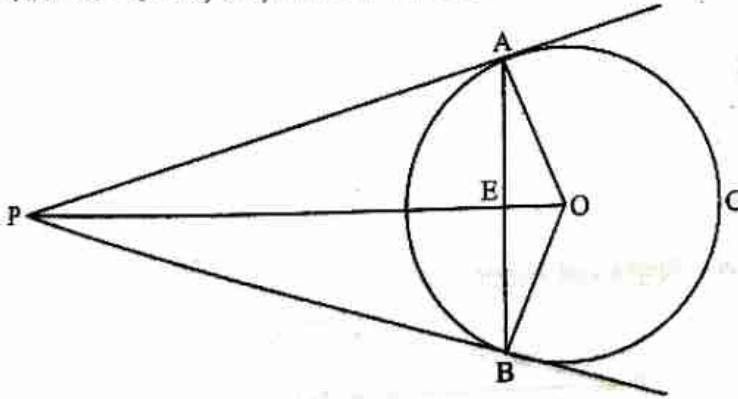
৪৩. O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু P থেকে বৃত্তে দুইটি স্পর্শক টানা হলো। প্রমাণ কর যে, OP সরলরেখা স্পর্শ জ্যা-এর লম্বদ্বিখন্ডক।

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা.গণিত) অধ্যায় -৮.৪ এর অনুশীলনীর প্রশ্ন নং-০১]

Sol বিশেষ নির্বাচন: মনে করি, ABC বৃত্তের O কেন্দ্র এবং P বহিঃস্থ বিন্দু। P হতে অঙ্কিত PA ও PB স্পর্শক বৃত্তকে A ও B বিন্দুতে স্পর্শ করেছে।

O, P এবং O, B যোগ করি। AB স্পর্শ জ্যা। OP, AB কে E বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ করতে হবে যে, OP, AB-এর লম্বদ্বিখন্ডক।



অঙ্কন: O, A এবং O, B যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ-১: যেহেতু OA এবং OB উভয়ই স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ। [PA ও PB, A ও B বিন্দুতে স্পর্শক]

সুতরাং $\angle OAP =$ এক সমকোণ এবং $\angle OBP =$ এক সমকোণ

সমকোণী $\triangle PAO$ ও সমকোণী $\triangle PBO$ এর মধ্যে $PA = PB$ [বহিঃস্থ বিন্দু হতে স্পর্শকদ্বয় সমান]

$OA = OB$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এবং OP সাধারণ বাহু

$\therefore \triangle PAO \cong \triangle PBO$

$\therefore \angle POA = \angle POB \Rightarrow \angle AOE = \angle BOE.$

ধাপ-২: এখন $\triangle OAE$ ও $\triangle OBE$ -এর মধ্যে

$$OA = OB \text{ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]}$$

$$OE = OE \text{ [সাধারণ বাহু]}$$

$$\text{এবং অন্তর্ভুক্ত } \angle AOE = \text{অন্তর্ভুক্ত } \angle BOE$$

অতএব, $\triangle OAE \cong \triangle OBE$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

$$\therefore AE = BE \text{ এবং } \angle AEO = \angle BEO$$

কিন্তু কোণদ্বয় সন্নিহিত বলে প্রত্যেকে এক সমকোণ।

সুতরাং OE , AB -এর সমদ্বিখন্ডক।

অর্থাৎ, OP , AB -এর সমদ্বিখন্ডক। (প্রমাণিত)

04. O কেন্দ্র বিশিষ্ট একটি বৃত্তের বহিঃস্থ কোণ বিন্দু P থেকে বৃত্তে দুটি স্পর্শক PA এবং PB নেয়া হলো।

(ক) প্রমাণ করুন: $PA = PB$

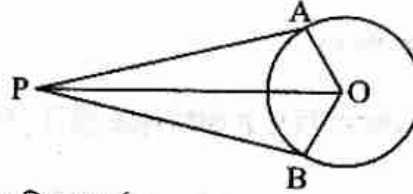
(খ) প্রমাণ করুন: OP সরলরেখা স্পর্শক জ্যা AB এর লম্বদ্বিখন্ডক।

[৪০তম বিসিএস]

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায় -৮.৪ এর অনুশীলনীর প্রশ্ন নং-০৫]

Sol (ক) মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু P থেকে বৃত্তে PA ও PB স্পর্শকদ্বয় বৃত্তকে A ও B বিন্দুতে স্পর্শ করে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $PA = PB$



অঙ্কন: $O, A; O, B$ এবং O, P যোগ করি।

প্রমাণ: যেহেতু PA স্পর্শক এবং OA স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ,
সেহেতু $PA \perp OA$ [স্পর্শক স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের উপর লম্ব]

$$\therefore \angle PAO = \text{এক সমকোণ}$$

এখন, $\triangle PAO$ এবং $\triangle PBO$ এর মধ্যে,

$$OA = OB \text{ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]}$$

$$OP = OP \text{ [সাধারণ বাহু]}$$

$$\text{এবং } \angle PAO = \angle PBO \text{ [উভয়েই এক সমকোণ]}$$

$$\therefore \triangle PAO \cong \triangle PBO$$

$$\therefore PA = PB \text{ (প্রমাণিত)}$$

(খ)

Sol এখানে, AB স্পর্শ জ্যা। OP রেখা AB কে E বিন্দুতে ছেদ করেছে।

প্রমাণ: যেহেতু $\triangle PAO \cong \triangle PBO$

$$\text{সেহেতু, } \angle POA = \angle POB$$

এখন, $\triangle OAE$ এবং $\triangle OBE$ এর মধ্যে,

$$OA = OB \text{ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]}$$

$$OE = OE \text{ [সাধারণ বাহু]}$$

$$\text{এবং } \angle EOA = \angle EOB \text{ [}\because \angle POA = \angle POB\text{]}$$

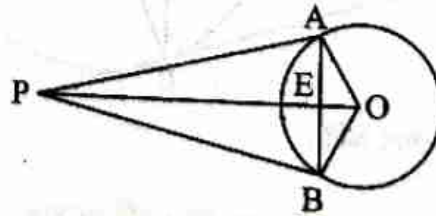
$$\therefore \triangle OAE \cong \triangle OBE$$

$$\text{সুতরাং } AE = BE \text{ এবং } \angle AEO = \angle BEO$$

কিন্তু কোণদ্বয় সন্নিহিত বলে প্রত্যেকে এক সমকোণ।

সুতরাং OE , AB এর লম্বদ্বিখন্ডক।

অর্থাৎ OP , AB -এর লম্বদ্বিখন্ডক। (প্রমাণিত)



কোনো বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে বৃত্তে দুইটি স্পর্শক টানলে, ঐ বিন্দু থেকে স্পর্শক বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব সমান।

প্রমাণ: মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তের P একটি বহিঃস্থ বিন্দু এবং PA ও PB রেখাংশদ্বয় বৃত্তের A ও B বিন্দুতে দুইটি স্পর্শক প্রমাণ করতে হবে যে, $PA = PB$

অঙ্কন: O, A, O, B এবং O, P যোগ করি।

প্রমাণ:

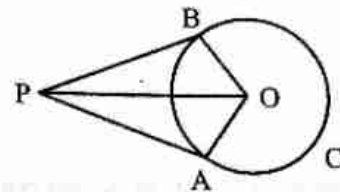
ধাপ-১: যেহেতু PA স্পর্শক এবং OA স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ, সেহেতু $PA \perp OA$

$$\angle PAO = \text{এক সমকোণ।}$$

[$\therefore$ স্পর্শক স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের ওপর লম্ব]

অনুরূপে $\angle PBO = \text{এক সমকোণ।}$

$\therefore \Delta PAO$ এবং ΔPBO উভয়ই সমকোণী ত্রিভুজ।



ধাপ-২: এখন, ΔPAO এবং ΔPBO সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ে অতিভুজ $PO = \text{অতিভুজ } PO$ এবং $OA = OB$

[$\therefore$ একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\therefore \Delta PAO \cong \Delta PBO$ [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ বাহু সর্বসমতা]

$\therefore PA = PB$ । (প্রমাণিত)

AB কোনো বৃত্তের ব্যাস এবং BC ব্যাসার্ধের সমান একটি জ্যা। যদি A ও C বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকদ্বয় পরস্পর D বিন্দুতে মিলিত হয়, তবে প্রমাণ কর যে, ACD একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায় -৮.৪ এর অনুশীলনীর প্রশ্ন নং-০৩]

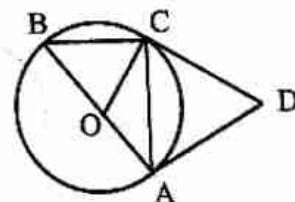
প্রমাণ: বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ABC বৃত্তের কেন্দ্র O এবং AB ব্যাস। BC ব্যাসার্ধের সমান একটি জ্যা। A ও C বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক দুইটি পরস্পর D বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। A, C যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, ACD একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

অঙ্কন: O, C যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ-১: ΔBOC -এ $OB = OC = BC$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]

অতএব, ΔBOC সমবাহু।



ধাপ-২: সুতরাং $\angle OBC = 60^\circ = \angle OCB$ [সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক কোণ 60°]

ধাপ-৩: এখন, $\angle AOC = \angle OBC + \angle OCB$

$$\text{বা, } \angle AOC = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ \text{ [ধাপ-২ থেকে]}$$

আবার, AO এবং CO স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ হওয়ায়; $\angle DAO = \text{এক সমকোণ} = \angle DCO$

ধাপ-৪: এখন, ADCO চতুর্ভুজক্ষেত্রে $\angle D + \angle O = \text{দুই সমকোণ।}$

$$\text{সুতরাং } \angle ADC + \angle AOC = 180^\circ$$

$$\text{বা, } \angle ADC = 180^\circ - \angle AOC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \text{ [ধাপ-৩ হতে]}$$

আবার, DA = DC [বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে অঙ্কিত স্পর্শকদ্বয় সমান]

$$\text{সুতরাং, } \angle DCA = \angle DAC$$

ধাপ-৫: এখন, ΔACD -এ, $\angle ADC = 60^\circ$

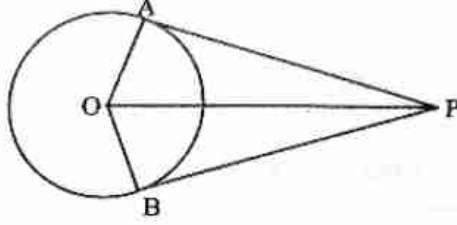
$\therefore$ অপর কোণদ্বয় সমান হওয়ায় প্রত্যেকটি কোণ 60° ।

অতএব, ΔACD সমবাহু। (প্রমাণিত)

07. দেওয়া আছে, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং PA ও PB স্পর্শকদ্বয় বৃত্তকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। প্রমাণ কর যে, PO, $\angle APB$ কে সমদ্বিখলিত করে।

[নবম-দশম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায় -৮.৪ এর অনুশীলনীর প্রশ্ন নং-০৬]

Sol বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং PA ও PB স্পর্শকদ্বয় বৃত্তকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, PO, $\angle APB$ কে সমদ্বিখলিত করে।



অঙ্কন: O, A এবং O, B যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ-১: $\triangle AOP$ এবং $\triangle BOP$ -এ $OA = OB$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$PA = PB$ [বহিঃস্থ কোনো বিন্দু হতে বৃত্তে অঙ্কিত স্পর্শকদ্বয় সমান]

এবং $OP = OP$ [সাধারণ বাহু]

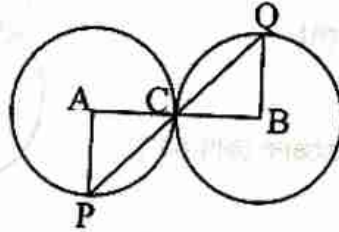
$\therefore \triangle AOP \cong \triangle BOP$

$\therefore \angle APO = \angle BPO$

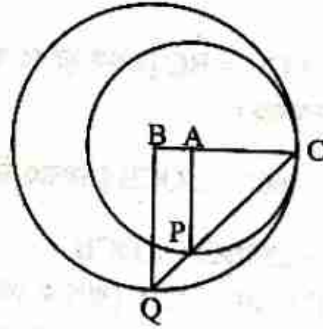
$\therefore PO, \angle APB$ কে সমদ্বিখলিত করে। (প্রমাণিত)

08. A ও B বৃত্তদ্বয়ের কেন্দ্র এবং C স্পর্শবিন্দু। C বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত রেখাংশ বৃত্তদ্বয়কে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করুন যে, $AP \parallel BQ$

Sol বিশেষ নির্বচন: মনে করি A ও B কেন্দ্রবিশিষ্ট দুটি বৃত্ত C বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। C বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত রেখাংশ বৃত্তদ্বয়কে যথাক্রমে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে $AP \parallel BQ$ ।



চিত্র-০১



চিত্র-০২

প্রমাণ: $\triangle ACP$ এ $AC = AP$; সুতরাং $\triangle ACP$ সমদ্বিবাছ ত্রিভুজ

$\therefore \angle ACP = \angle APC$

আবার, $\triangle BCQ$ এ $BC = BQ$; সুতরাং $\triangle BCQ$ সমদ্বিবাছ ত্রিভুজ

$\therefore \angle QCB = \angle CQB$

আবার, $\angle QCB = \angle ACP$

$\therefore \angle APC = \angle CQB$

$\Rightarrow \angle APC = \angle BQC$

কিন্তু এরা AP ও BQ রেখাদ্বয়ের ছেদকের দ্বারা উৎপন্ন একান্তর (চিত্র-১) এবং অনুরূপ (চিত্র-২) কোণ।

$\therefore AP \parallel BQ$ (প্রমাণিত)

১০. দুটি বৃত্ত A বিন্দুতে বহিঃস্পর্শ করেছে। TT' স্পর্শক বৃত্ত দুটিকে P ও Q বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। প্রমাণ করুন যে, $\angle PAQ$ = এক সমকোণ।

Sol বিশেষ নির্বচন: মনে করি, B ও C কেন্দ্রবিশিষ্ট দুটি বৃত্ত A বিন্দুতে বহিঃস্পর্শ করেছে। TT' বৃত্ত দুটিকে P ও Q বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle PAQ$ = এক সমকোণ।

অঙ্কন: P, B; B, A; A, C
এবং Q, C যোগ করি।

প্রমাণ: $\triangle PAB$ ও $BP = BA$

$\therefore \triangle PAB$ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ

সুতরাং $\angle BPA = \angle PAB = \alpha$ (i)

আবার, $\triangle QAC$ ও $CQ = CA$

$\therefore \triangle QAC$ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ

সুতরাং $\angle QAC = \angle AQC = \beta$ (ii)

$\triangle PAQ$ এ,

$$\angle APQ = \angle BPQ - \angle APB = 90^\circ - \angle APB = 90^\circ - \alpha$$

$$\text{আবার, } \angle PQA = \angle PQC - \angle AQC = 90^\circ - \angle AQC = 90^\circ - \beta$$

এখন, $\triangle PAQ$ এ,

$$\angle PAQ + \angle APQ + \angle PQA = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle PAQ + 90^\circ - \alpha + 90^\circ - \beta = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle PAQ = 180^\circ - 180^\circ + \alpha + \beta$$

$$\Rightarrow \angle PAQ = \alpha + \beta$$
 (iii)

আবার, $\angle BAC$ = এক সমকোণ = 180°

$$\therefore \angle PAB + \angle PAQ + \angle QAC = 180^\circ \text{ [এক সরল কোণ]}$$

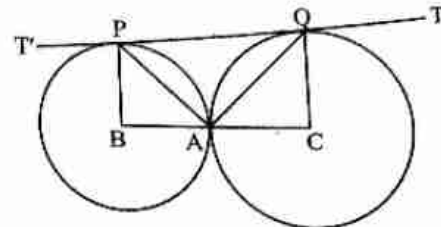
$$\Rightarrow \alpha + \alpha + \beta + \beta = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 2(\alpha + \beta) = 180^\circ$$

$$\therefore \alpha + \beta = 90^\circ$$

(iii) নং সমীকরণে $\alpha + \beta$ এর মান বসিয়ে পাই,

$$\angle PAQ = 90^\circ = \text{এক সমকোণ। (প্রমাণিত)}$$



১০. দুটি বৃত্ত P বিন্দুতে অন্তঃস্পর্শ করেছে। বৃহত্তর বৃত্তের AB জ্যা ক্ষুদ্রতর বৃত্তটিকে C বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। প্রমাণ করুন যে PC রেখাংশ $\angle APB$ কে সমদ্বিখন্ডিত করে।

Sol বিশেষ নির্বচন: মনে করি, Q_1 ও Q_2 কেন্দ্রবিশিষ্ট দুটি বৃত্ত P বিন্দুতে অন্তঃস্পর্শ করেছে। বৃহত্তর বৃত্তের জ্যা AB ক্ষুদ্রতর বৃত্তটিকে C বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। B, P এবং A, P যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BPC = \angle APC$ ।

অঙ্কন: P বিন্দুতে PQ সাধারণ স্পর্শক টানি।

প্রমাণ: যদি $AB \parallel PQ$ হয়। তাহলে C, Q_1 , Q_2 এবং P একই সরলরেখায় অবস্থিত।

$\triangle PBC$ ও $\triangle PAC$ এ

$$\angle PCB = \angle PCA = 90^\circ$$

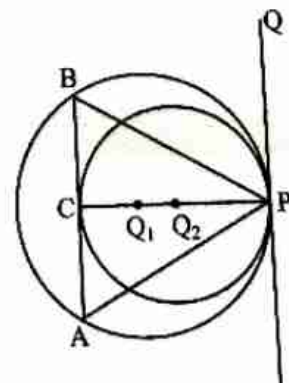
[ক্ষুদ্রতর বৃত্তের স্পর্শক AB এবং C স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ। $\therefore PC \perp AB$]

$\therefore AC = BC$ [$\because$ বৃহত্তর বৃত্তের AB জ্যা Q_2C এর লম্ব দ্বিখন্ডক]

এবং PC সাধারণ বাহু

$$\therefore \triangle PCB \cong \triangle PAC$$

$$\therefore \angle BPC = \angle APC \text{ (প্রমাণিত)}$$



TYPE-04: বৃত্তের উপপাদ্যের প্রয়োগ সংক্রান্ত সমস্যা

01. 5 ইঞ্চি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তে একটি সমবাহু ত্রিভুজ অন্তর্লিখিত আছে। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন। [২৯তম বিসিএস]

≥Solⁿ মনে করি, ABC সমবাহু ত্রিভুজটি O কেন্দ্র বিশিষ্ট ABC-বৃত্তে অন্তর্লিখিত।

ব্যাসার্ধ OB = OC = OA = 5 ইঞ্চি; ΔOAB, ΔOBC ও ΔOAC এর প্রত্যেকে সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ এবং প্রত্যেকের ক্ষেত্রফল সমান।

$$\text{অতএব, } \Delta ABC = 3 \times \Delta OBC \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} BC^2 = 3 \times \frac{BC}{4} \sqrt{4 \times 5^2 - BC^2}$$

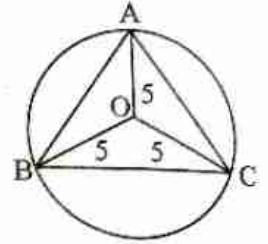
এখানে, প্রথমত BC = সমবাহু ত্রিভুজের এক বাহু, দ্বিতীয়ত BC = সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ OBC এর ভূমি এবং OB = 5 ইঞ্চি = সমদ্বিবাহু ত্রিভুজটির সমান বাহুদ্বয়ের একটি।

$$\text{অতএব, } \frac{\sqrt{3}}{4} BC^2 = 3 \times \frac{BC}{4} \sqrt{4 \times (5)^2 - BC^2} \Rightarrow BC = \sqrt{3} \sqrt{100 - BC^2}$$

$$\Rightarrow BC^2 = 3(100 - BC^2) \text{ [বর্গ করে]} \Rightarrow 4BC^2 = 300$$

$$\therefore BC^2 = 75$$

$$\therefore \Delta ABC \text{ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{\sqrt{3}}{4} BC^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 75 \text{ বর্গ ইঞ্চি} = 32.475 \text{ ইঞ্চি}^2 \text{ (উত্তর)}$$



02. 5 ইঞ্চি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তে একটি সমকোণী ত্রিভুজ অন্তর্লিখিত আছে যার একটি কোণ 30°। উহার বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন। [২৮তম বিসিএস]

≥Solⁿ মনে করি, 5 ইঞ্চি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে একটি সমকোণী ত্রিভুজ ABC অন্তর্লিখিত আছে।

∠ABC = 30° এবং ∠ACB = 90° এবং অতিভুজ AB।

$$\therefore \angle ACB = 1 \text{ সমকোণ।}$$

∴ ∠ACB একটি অর্ধবৃত্তস্থ কোণ। [যেহেতু, অর্ধবৃত্তস্থ কোণ 1 সমকোণ]

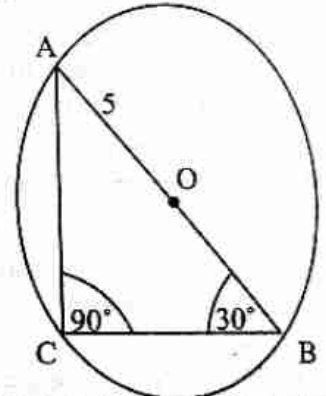
∴ অতিভুজ AB হলো বৃত্তটির ব্যাস।

$$\therefore AB = OA + OB = (5 + 5) \text{ ইঞ্চি} = 10 \text{ ইঞ্চি} [\because \text{ব্যাসার্ধ } OA = OB = 5 \text{ ইঞ্চি}]$$

$$\Delta ABC \text{ হতে পাই, } \sin 30^\circ = \frac{AC}{AB} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{AC}{10} \Rightarrow AC = 5 \text{ ইঞ্চি}$$

$$\therefore BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{100 - 25} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3} \text{ ইঞ্চি}$$

∴ ত্রিভুজটির বাহু 3টির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 10 ইঞ্চি, $5\sqrt{3}$ ইঞ্চি ও 5 ইঞ্চি (উত্তর)



03. OABC একটি বর্গক্ষেত্র যার শীর্ষ বিন্দু একটি বৃত্তের কেন্দ্র O তে অবস্থিত। যদি চাপ AC, 4 একক লম্বা হয় তাহলে বর্গক্ষেত্র OABC-এর পরিসীমা নির্ণয় করুন। [১৮তম বিসিএস]

≥Solⁿ চাপ AC = OABC বর্গক্ষেত্রের কর্ণ

$$\therefore \Delta OAC \text{ এর } \angle O = \text{সমকোণ}$$

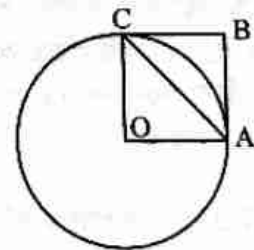
$$\therefore OA^2 + OC^2 = AC^2 \Rightarrow OA^2 + OA^2 = 4^2 [OA = OC]$$

$$\Rightarrow 2OA^2 = 16 \Rightarrow OA^2 = 8 \Rightarrow OA = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore OA = AB = BC = OC = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore \text{OABC বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা } 4 \times OA = 4 \times 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2} \text{ একক}$$

উত্তর: $8\sqrt{2}$ একক

**এই অধ্যায়ের Suggestion**

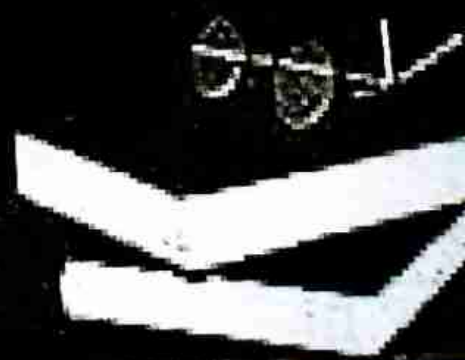
যারা জ্যামিতি মনে রাখতে পারেন না কিংবা ভালভাবে বুঝেন না তাদের জন্য এই সাজেশন। তবে মনে রাখবেন সকল সাজেশনেই কিছু ঝুঁকি থাকবেই।

Type	Question No.
Type-01	01, 03, 04, 06
Type-02	01, 03, 07, 08
Type-03	03, 04



চতুর্ভুজ সংক্রান্ত ও অন্যান্য উপপাদ্য

—◆—
**Quadrilateral Related and Others
Theorem**



Important Problem & Solutions

TYPE 01: চতুর্ভুজ সংক্রান্ত উপপাদ্য ও অনুসিদ্ধান্ত

প্রমাণ করুন যে, সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখলিত করে।

[৩৪তম বিসিএস]

[অষ্টম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায়-৮ এর উপপাদ্য - ০৩]

Solⁿ মনে করি, ABCD একটি সামান্তরিক এবং AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।
প্রমাণ করতে হবে যে, $AO = CO$ এবং $BO = DO$

প্রমাণ: যেহেতু AB ও DC পরস্পর সমান্তরাল এবং AC ও BD তাদের দুটি ছেদক,

সেহেতু, $\angle BAC =$ একান্তর $\angle ACD$ এবং $\angle BDC =$ একান্তর $\angle ABD$

এখন, $\triangle AOB$ ও $\triangle COD$ এর মধ্যে $\angle OAB = \angle OCD$ [একান্তর কোণ]

$\angle OBA = \angle ODC$ [একান্তর কোণ]

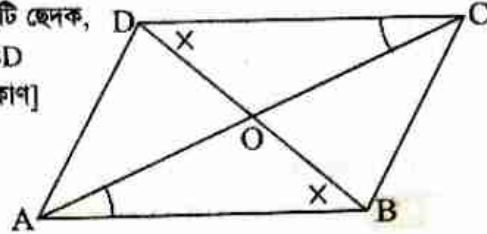
এবং AB বাহু = DC বাহু

সুতরাং, $\triangle AOB \cong \triangle COD$

$\therefore AO = CO$

অনুরূপভাবে, $\triangle AOD$ এবং $\triangle BOC$ -এ $BO = DO$

অতএব, $AO = CO$ এবং $BO = DO$ (প্রমাণিত)



প্রমাণ করুন যে, রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখলিত করে।

[অষ্টম শ্রেণীর (সা. গণিত) অধ্যায়-৮ এর উপপাদ্য - ০৫]

Solⁿ মনে করি, ABCD একটি রম্বস এবং AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AO = CO$ ও $BO = DO$

এবং $\angle AOB = \angle AOD = \angle COD = \angle BOC = 1$ সমকোণ

প্রমাণ: যেহেতু AB ও DC পরস্পর সমান্তরাল

এবং AC ও BD তাদের দুটি ছেদক,

সেহেতু, $\angle BAC =$ একান্তর $\angle ACD$

এবং $\angle BDC =$ একান্তর $\angle ABD$

এখন, $\triangle AOB$ ও $\triangle COD$ এর মধ্যে $\angle OAB = \angle OCD$ [একান্তর কোণ]

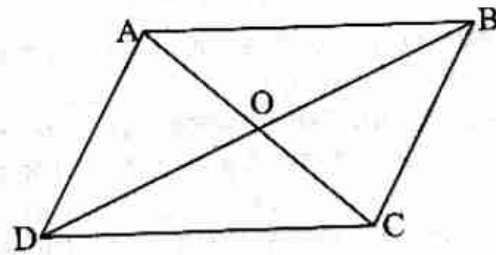
$\angle OBA = \angle ODC$ [একান্তর কোণ] এবং AB বাহু = DC বাহু

সুতরাং, $\triangle AOB \cong \triangle COD$

$\therefore AO = CO$

অনুরূপভাবে, $\triangle AOD$ এবং $\triangle BOC$ -এ $BO = DO$

অতএব, $\angle AOB = \angle AOD = \angle COD = \angle BOC = 1$ সমকোণ (প্রমাণিত)



প্রমাণ করুন যে, কোনো চতুর্ভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু চারটি পরস্পরকে সংযুক্ত করলে একটি সামান্তরিক উৎপন্ন হয়।

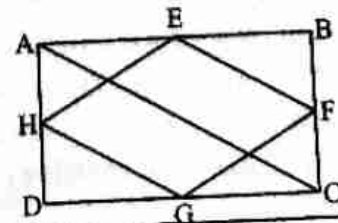
[২৫তম বিসিএস]

Solⁿ মনে করি, ABCD চতুর্ভুজের E, F, G, H যথাক্রমে AB, BC, CD এবং AD বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু। EF, FG, GH এবং EH যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, EFGH একটি সামান্তরিক।

অঙ্কন: A, C যোগ করি।

প্রমাণ: $\triangle ABC$ এর E, AB রেখার মধ্যবিন্দু। F, BC রেখার মধ্যবিন্দু।

$\therefore EF$ রেখা AC রেখার সমান্তরাল ও অর্ধেক।



অর্থাৎ $EF \parallel AC$ এবং $EF = \frac{1}{2} AC$ ।

[ত্রিভুজের যে কোনো দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল এবং অর্ধেক]

আবার, $\triangle ADC$ এর AD ও DC রেখার মধ্যবিন্দু যথাক্রমে H এবং G ।

$\therefore$ HG রেখা AC রেখার সমান্তরাল ও অর্ধেক।

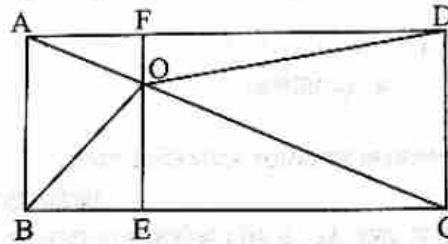
অর্থাৎ $GH \parallel AC$ এবং $HG = \frac{1}{2} AC$ ।

$\therefore AC \parallel HG \parallel EF$ এবং $\frac{1}{2} AC = HG = EF$

অর্থাৎ HG এবং EF পরস্পর সমান ও সমান্তরাল। অনুরূপভাবে প্রমাণ করা যায় যে, EH এবং FG পরস্পর সমান ও সমান্তরাল।

$\therefore$ $EFGH$ চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান ও সমান্তরাল বলে $EFGH$ একটি সামান্তরিক। (প্রমাণিত)

04. $ABCD$ আয়তক্ষেত্রের অভ্যন্তরে O যে কোন বিন্দু। প্রমাণ করুন যে, $OA^2 + OC^2 = OB^2 + OD^2$. [২২তম বিসিএস]
Solⁿ দেয়া আছে, $ABCD$ আয়তক্ষেত্রের অভ্যন্তরে O যে কোন বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $OA^2 + OC^2 = OB^2 + OD^2$



অঙ্কন: O বিন্দু দিয়ে BA বা CD এর সমান্তরাল করে EF রেখা আঁকি। উহা BC কে E এবং AD কে F বিন্দুতে ছেদ করে। $O, A; O, B; O, C; O, D$ যোগ করি।

প্রমাণ: OAF সমকোণী ত্রিভুজে, $\angle AFO = 90^\circ$ সমকোণ এবং OA অতিভুজ।

$$\therefore OA^2 = AF^2 + FO^2 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{অনুরূপে, } ODF \text{ সমকোণী ত্রিভুজে, } OD^2 = DF^2 + FO^2 \dots\dots\dots (ii)$$

আবার, OCE সমকোণী ত্রিভুজে $\angle CEO = 90^\circ$ সমকোণ এবং OC অতিভুজ।

$$\therefore OC^2 = CE^2 + EO^2 \dots\dots\dots (iii)$$

$$\text{অনুরূপে, } OBE \text{ সমকোণী ত্রিভুজে, } OB^2 = BE^2 + EO^2 \dots\dots\dots (iv)$$

$$(i) \text{ ও } (iii) \text{ নং যোগ করে, } OA^2 + OC^2 = AF^2 + FO^2 + CE^2 + EO^2$$

$$= BE^2 + FO^2 + DF^2 + EO^2 \quad [\because AF = BE, DF = CE]$$

$$= BE^2 + EO^2 + DF^2 + FO^2 = OB^2 + OD^2$$

$$\therefore OA^2 + OC^2 = OB^2 + OD^2 \text{ (প্রমাণিত)}$$

05. $ABCD$ একটি সামান্তরিক ক্ষেত্র যাহার কর্ণদ্বয় AC এবং BD , O বিন্দুতে মিলিত হয়। প্রমাণ করুন যে, $AB + AD > 2AO$. [১৮তম বিসিএস]

Solⁿ $ABCD$ সামান্তরিকের AC এবং BD কর্ণদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB + AD > 2AO$

প্রমাণ: আমরা জানি, একটি সামান্তরিকের বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান এবং কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখলিত করে।

অর্থাৎ $ABCD$ সামান্তরিকের $AB = CD$

$AD = BC$, $AO = OC$ এবং $BO = OD$ ।

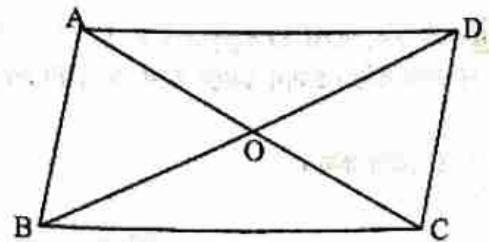
আবার, ত্রিভুজের দুটি বাহুর যোগফল তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।

$$\therefore \triangle ABC \text{ ত্রিভুজের } AB + BC > AC$$

$$\Rightarrow AB + AD > AO + OC \text{ (যেহেতু } BC = AD)$$

$$\Rightarrow AB + AD > AO + AO \text{ (যেহেতু } AO = OC)$$

$$\therefore AB + AD > 2AO \text{ (প্রমাণিত)}$$

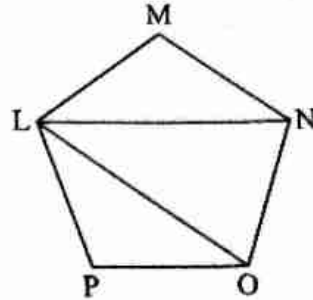


TYPE 02: বহুভুজ সংক্রান্ত উপপাদ্য ও অনুসিদ্ধান্ত

Q. LMNOP একটি সুস্থম পঞ্চভুজ। LN এবং LO এর দুটি কর্ণ। প্রমাণ করুন যে, LN = LO.
[৩২তম বিসিএস]

[৩২তম বিসিএস]

প্রমাণ: জানি, পঞ্চভুজের প্রতি বাহু সমান এবং প্রতিটি কোণও সমান।
এখন, $\triangle LMN$ ও $\triangle LPO$ এর মধ্যে,
 $LM = LP$, $MN = PO$ [সুস্থম পঞ্চভুজের বাহু]
 $\angle LMN = \angle LPO =$ অন্তর্ভুক্ত কোণ
 $\therefore \triangle LMN \cong \triangle LPO$
 $\therefore LN = LO$ (প্রমাণিত)



Q. প্রমাণ করুন যে, একটি সুস্থম ষড়ভুজের প্রত্যেকটি শীর্ষবিন্দু একটি নির্দিষ্ট বিন্দু হতে সমদূরবর্তী এবং এই দূরত্ব ষড়ভুজের যেকোন একটি বাহুর দৈর্ঘ্যের সমান।

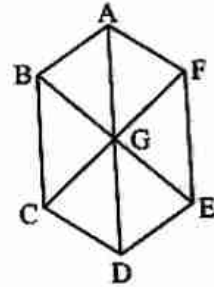
[২১তম বিসিএস]

Sol: মনে করি, ABCDEF সুস্থম ষড়ভুজ। তার প্রতিটি শীর্ষবিন্দুকে যোগ করা হলো এবং তারা পরস্পরকে G বিন্দুকে ছেদ করেছে।

এখন, $\triangle BCG$ এবং $\triangle GEF$ এর মধ্যে
 $\angle BGC = \angle FGE$ (বিপ্রতীপ কোণ) এবং $BC = FE$ ($\therefore$ সুস্থম ষড়ভুজ)
এবং $\angle BCG = \angle GFE$ (একান্তর কোণ)

[যেহেতু সুস্থম ষড়ভুজের বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান এবং সমান্তরাল।]

$\therefore \triangle BCG \cong \triangle GEF$
অনুরূপভাবে প্রমাণ করা যায়, $\triangle ABG \cong \triangle GDE$ এবং $\triangle AGF \cong \triangle GCD$
 $\therefore BG = GE$, $CG = GF$ এবং $AG = GD$
 $\therefore G$ বিন্দু হতে প্রতিটি শীর্ষবিন্দুর দূরত্ব সমান।



এবং $\angle AGB = \angle BGC = \angle CGD = \angle DGE = \angle EGF = \angle FGA = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$

এখন, $\triangle BCG$ এর $\angle BGC = 60^\circ$
 $\therefore \angle GBC + \angle GCB = (180^\circ - 60^\circ) = 120^\circ$
আবার, $\angle GCB = \angle GBC$ [যেহেতু, $GB = GC$] $= \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$

$\therefore \triangle BGC$ একটি সমবাহু ত্রিভুজ
 $\therefore BC = CG$
 $\therefore$ একটি সুস্থম ষড়ভুজের প্রত্যেকটি শীর্ষ বিন্দু একটি নির্দিষ্ট বিন্দু হতে সমদূরবর্তী এবং এই দূরত্ব ষড়ভুজের যেকোন একটি বাহুর সমান। (প্রমাণিত)

[২০তম বিসিএস]

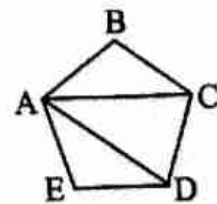
Q. ABCDE একটি সুস্থম পঞ্চভুজ; AC ও AD এর দুইটি কর্ণ। প্রমাণ করুন যে, AC = AD.

Sol: ABCDE একটি সুস্থম পঞ্চভুজ।

$\therefore AB = BC = CD = DE = AE$ (i)
 $\angle ABC = \angle BCD = \angle CDE = \angle DEA = \angle BAE$ (ii)
 $\triangle ABC$ এবং $\triangle AED$ এর মধ্যে, $AB = AE$ [সুস্থম বহুভুজের বাহু]
 $BC = DE$ [একই কারণ]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle ABC =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle AED$ [সুস্থম বহুভুজের কোণ]

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle AED$
 $\therefore AC = AD$ (প্রমাণিত)



04. পার্শ্বের চিত্রে প্রদর্শিত তারকা সদৃশ সুযম পদকটির প্রত্যেক শীর্ষবিন্দুতে উৎপন্ন কোণের পরিমাণ নির্ণয় করুন।

[১১তম বিসিএস]

Sol তারকা সদৃশ সুযম পদকটির মধ্যস্থলের উৎপন্ন ক্ষেত্রটি একটি সুযম পঞ্চভুজ।

আমরা জানি, সুযম পঞ্চভুজের পাঁচটি কোণের সমষ্টি 540° ।

সুতরাং এর প্রত্যেকটি কোণ $(540 \div 5) = 108^\circ$ করে।

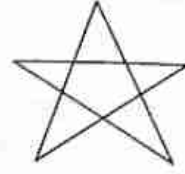
উৎপন্ন ত্রিভুজের পঞ্চভুজ সংলগ্ন প্রত্যেকটি কোণের পরিমাণ

$$(180^\circ - 108^\circ) = 72^\circ$$

ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180° এবং উৎপন্ন প্রত্যেকটি ত্রিভুজ সমদ্বিবাহু বলে প্রত্যেকটি শীর্ষ বিন্দুতে উৎপন্ন কোণের পরিমাণ

$$\text{হবে} = 180^\circ - (72^\circ + 72^\circ) = 180^\circ - 144^\circ = 36^\circ$$

উত্তর : প্রত্যেকটি শীর্ষ বিন্দুতে উৎপন্ন কোণের পরিমাণ 36° ।



TYPE 03: উপপাদ্য ও অনুসিদ্ধান্তের প্রয়োগ সংক্রান্ত সমস্যা

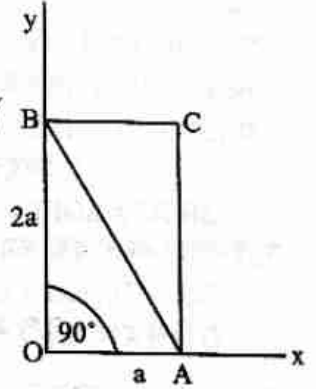
01. এমন একটি আয়ত অঙ্কন করুন, যার কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র একটি নির্দিষ্ট বর্গক্ষেত্রের পাঁচগুণ হবে।

[২৩তম বিসিএস]

Sol মনে করি, একটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য a দেওয়া আছে। সুতরাং এর ক্ষেত্রফল a^2 ।

এরূপ একটি আয়ত আঁকতে হবে যার কর্ণের ওপর অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফল $5a^2$ হবে।

অঙ্কন: যে কোন রশ্মি OX এর উপর OY লম্ব আঁকি। OX থেকে $OA = a$ এবং OY থেকে $OB = 2a$ কাঁটি। AB যোগ করি। A ও B কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে $2a$ ও a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর C বিন্দুতে ছেদ করে। AC ও BC যোগ করি তাহলে $OACB$ উদ্দিষ্ট আয়তক্ষেত্র। যার কর্ণের ওপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $5a^2$ বর্গ একক হবে।



$$\text{প্রমাণ: } \angle BOA = 90^\circ$$

$$\therefore \Delta AOB \text{ থেকে পাই, } AB^2 = OA^2 + OB^2 = a^2 + (2a)^2 = a^2 + 4a^2$$

$$\therefore AB^2 = 5a^2 \text{ (প্রমাণিত)}$$

02. ABCD রম্বসের বাহুর দৈর্ঘ্য 3 ইঞ্চি। AC এবং BD কর্ণদ্বয় O বিন্দুতে ছেদ করলে $AO^2 + BO^2$ এর মান নির্ণয় করুন।

[১৫তম বিসিএস]

Sol ABCD একটি রম্বস। তার AC এবং BD কর্ণদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

$\therefore \Delta AOB$ একটি সমকোণী ত্রিভুজ। [রম্বসের দুটি কর্ণ পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখন্ডিত করে।]

$$\therefore \Delta AOB \text{ -এ}$$

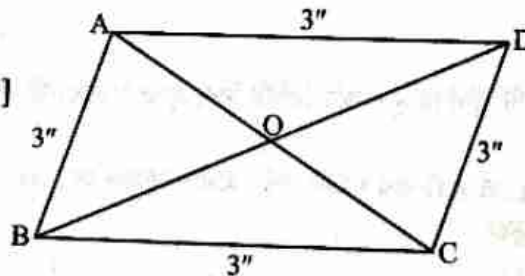
$$AO^2 + BO^2 = AB^2$$

$$\Rightarrow AO^2 + BO^2 = (3)^2 \text{ [AB = 3]}$$

$$\Rightarrow AO^2 + BO^2 = 9$$

$$\therefore AO^2 + BO^2 = 9$$

Ans: 9



এই অধ্যায়ের Suggestion

যারা জ্যামিতি মনে রাখতে পারেন না কিংবা ভালভাবে বুঝেন না তাদের জন্য এই সাজেশন। তবে মনে রাখবেন সকল সাজেশনেই কিছু ঝুঁকি থাকবেই।

Type-01: 01, 02



পরিমিতি: সরলক্ষেত্র ও ঘনবস্তু

Mensuration: Plane Figures & Solids



এই অধ্যায়ের Analysis

পরিমিতি অধ্যায়টি বিসিএস রিটেনের জন্য সবসময় খুবই গুরুত্বপূর্ণ। এ অধ্যায় থেকে নিয়মিত প্রশ্ন আসে। বর্তমান সিলেবাসেও ৩৫তম, ৩৭তম, ৩৮তম, ৪৩তম ও ৪৪তম বিসিএসে এখান থেকে প্রশ্ন এসেছে। ৪০তম ও ৪১তম বিসিএসে এখান থেকে প্রশ্ন না আসলেও, ৪৫তম বিসিএসে এখান থেকে একটি প্রশ্ন আসার সম্ভাবনা প্রবল।

পরিমিতি সংক্রান্ত বোর্ড বইয়ের অধ্যায়সমূহ:

নবম-দশম শ্রেণির সাধারণ গণিত	অধ্যায়: ১৬.১, ১৬.২, ১৬.৩, ১৬.৪
নবম-দশম শ্রেণির উচ্চতর গণিত	অধ্যায়: ১৩
অষ্টম শ্রেণির গণিত	অধ্যায়: ৩

প্রশ্ন বিশ্লেষণে দেখা যায়, এখান থেকে খুব কম সময়ই বই থেকে ছবছ প্রশ্ন এসেছে। তবে অংকগুলো নবম-দশম শ্রেণির বইয়ের Basic থেকে এসেছে। তাই কেউ যদি উল্লিখিত অধ্যায়গুলো বুঝে সম্পন্ন করতে পারেন, তাহলে তার পক্ষে প্রশ্নগুলো উত্তর করা সম্ভব।

পরিমিতি অধ্যায়টি দু'টি অংশে বিভক্ত। যথা-

- সরলক্ষেত্র (ত্রিভুজ, আয়তক্ষেত্র, বর্গক্ষেত্র, রম্বস, সামান্তরিক, ট্রাপিজিয়াম)।
- ঘনবস্তুর (ঘনক, কোণক, গোলক, বেলন, সিলিন্ডার, পিরামিড ইত্যাদি)।

এখন পর্যন্ত প্রায় ৮০ শতাংশের বেশি প্রশ্ন সরলক্ষেত্র থেকেই এসেছে। যার মধ্যে ত্রিভুজ, আয়তক্ষেত্র ও বর্গক্ষেত্র থেকেই প্রায় সকল প্রশ্ন এসেছে। ঘনবস্তুর মধ্যে আয়তাকার ঘনবস্তু, ঘনক ও কোণক থেকে প্রশ্ন এসে থাকে। তাই আপনারাও ত্রিভুজ, আয়তক্ষেত্র, বর্গ, ঘনবস্তু ও কোণক বেশি গুরুত্ব দিয়ে পড়বেন।

যেহেতু এই অধ্যায়ে বই থেকে সরাসরি প্রশ্ন কমন পড়ে না, সেহেতু আপনাদের Basic ভাল করতে পারলে তখনই পরীক্ষায় আসা প্রশ্নটি উত্তর করতে পারবেন। তাই আমি এ বইয়ে নবম-দশম শ্রেণির সাধারণ গণিত, উচ্চতর গণিত, অষ্টম শ্রেণীর গণিত এবং বিগত প্রশ্নের আলোকে অধ্যায়টি বিস্তারিতভাবে সাজিয়েছি যেন আপনাদের Basic শক্তিশালী হয়। তবে কারো কাছে প্রশ্নের সংখ্যা বেশি মনে হলে আপনি শুধু অধ্যায়ের শেষে সাজেশনের অংকগুলো করবেন। এতেও আপনার প্রস্তুতি পূর্ণাঙ্গ হবে ইনশাআল্লাহ।

Important Problem & Solutions

TYPE 01: ত্রিভুজ সংক্রান্ত

✱ Pattern-01 (বিষমবাহু ত্রিভুজ সংক্রান্ত)

(১) তিনটি বাহুই পরস্পর অসমান।

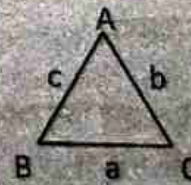
$$(২) \text{ক্ষেত্রফল} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$\text{যেখানে, অর্ধ পরিসীমা, } s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{\text{তিন বাহুর যোগফল}}{2}$$

$$(৩) \text{ক্ষেত্রফল} = \text{ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{দৈর্ঘ্য}$$

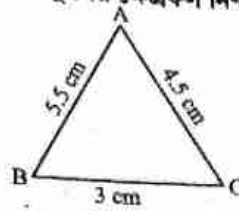
(৪) ত্রিভুজক্ষেত্রের দুই বাহু ও এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ দেয়া থাকলে,

$$\Delta = \frac{1}{2} \times (\text{দুই বাহুর দৈর্ঘ্যের গুণফল}) \times \text{বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণের sine} = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} ca \sin B = \frac{1}{2} bc \sin A.$$



3 সে.মি., 4.5 সে.মি., 5.5 সে.মি. বাহু বিশিষ্ট কোন ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।
 ধরি, $BC = a = 3$ সে.মি.
 $AC = b = 4.5$ সে.মি.
 $AB = c = 5.5$ সে.মি.

[২০তম বিসিএস]



এটি একটি বিষম বাহু ত্রিভুজ
 $\therefore$ বিষম বাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
 এখানে অর্ধপরিসীমা, $s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{3+4.5+5.5}{2} = \frac{13}{2} = 6.5$ সে.মি.
 $\therefore$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \sqrt{6.5(6.5-3)(6.5-4.5)(6.5-5.5)}$
 $= \sqrt{6.5 \times 3.5 \times 2 \times 1}$
 $= 6.745 = 6.75$

উত্তর: 6.75 বর্গ সে.মি.

3 সে.মি., 4 সে.মি. ও 6 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত হবে?

[১৭তম বিসিএস]

ত্রিভুজটির অর্ধপরিসীমা, $s = \left(\frac{3+4+6}{2}\right)$ সে.মি. $= \frac{13}{2}$ সে.মি.

$\therefore$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
 $= \sqrt{\frac{13}{2} \left(\frac{13}{2} - 3\right) \left(\frac{13}{2} - 4\right) \left(\frac{13}{2} - 6\right)}$
 $= \sqrt{\frac{13}{2} \left(\frac{13-6}{2}\right) \left(\frac{13-8}{2}\right) \left(\frac{13-12}{2}\right)}$
 $= \sqrt{\frac{13}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{5}{2} \times \frac{1}{2}}$
 $= \frac{\sqrt{455}}{4}$ বর্গ সে.মি. $= 5.33$ বর্গ সে.মি.

উত্তর: 5.33 বর্গ সে.মি.

একটি ত্রিভুজের পরিসীমা 36 মিটার। বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের অনুপাত 3 : 4 : 5 হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।
 [২১তম বিসিএস]

ধরি, ত্রিভুজের বাহু তিনটি যথাক্রমে $a = 3x$; $b = 4x$; $c = 5x$

প্রথমতে, $a + b + c = 36 \Rightarrow 3x + 4x + 5x = 36 \Rightarrow 12x = 36 \therefore x = 3$

$\therefore a = 3x = 3 \times 3 = 9$ মিটার
 $b = 4x = 4 \times 3 = 12$ মিটার
 $c = 5x = 5 \times 3 = 15$ মিটার

$\therefore$ এটি একটি বিষমবাহু ত্রিভুজ।

এখন, ত্রিভুজটির অর্ধ পরিসীমা s হলে আমরা পাই, $s = \frac{36}{2} = 18$ মিটার।

$\therefore$ বিষমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
 $= \sqrt{18(18-9)(18-12)(18-15)}$
 $= \sqrt{18 \times 9 \times 6 \times 3} = \sqrt{2916} = 54$

উত্তর: 54 বর্গমিটার।

04. একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 7 সে.মি., 8 সে.মি. ও 9 সে.মি.। এর ক্ষেত্রফল কত হবে?

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.১ (উদাহরণের অংক নং-০৩)]

Sol ত্রিভুজটির অর্ধপরিমিতি, $s = \left(\frac{7+8+9}{2}\right)$ সে.মি. $= \frac{24}{2} = 12$ সে.মি.

$$\begin{aligned}\therefore \text{ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\ &= \sqrt{12(12-7)(12-8)(12-9)} \\ &= \sqrt{12 \times 5 \times 4 \times 3} \\ &= \sqrt{720} \text{ বর্গ সে.মি.} = 26.83 \text{ বর্গ সে.মি. (প্রায়)}\end{aligned}$$

উত্তর: 26.83 বর্গ সে.মি. (প্রায়)

05. একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য 25 সে.মি., 27 সে.মি. এবং পরিসীমা 84 সে.মি.। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.১ (অনুশীলনীর অংক নং-০৪)]

Sol মনে করি, ত্রিভুজের অপর বাহু c .

দেওয়া আছে, ত্রিভুজটির বাহু দুইটির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $a = 25$ সে.মি. এবং $b = 27$ সে.মি.

ত্রিভুজটির পরিসীমা, $2s = 84$ সে.মি.

$$\text{বা, } s = \frac{84}{2} \text{ সে.মি.}$$

$$\text{বা, } s = 42 \text{ সে.মি.}$$

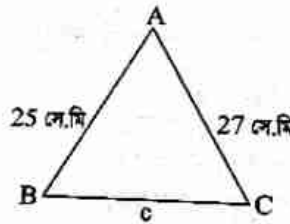
$$\text{এখন, ত্রিভুজের পরিসীমা, } 2s = a + b + c$$

$$\text{বা, } 84 = 25 + 27 + c$$

$$\text{বা, } 84 = 52 + c$$

$$\text{বা, } c = 84 - 52$$

$$\therefore c = 32 \text{ সে.মি.}$$



$$\begin{aligned}\therefore \text{ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল} &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \text{ বর্গ সে.মি.} \\ &= \sqrt{42(42-25)(42-27)(42-32)} \text{ বর্গ সে.মি.} \\ &= \sqrt{42 \times 17 \times 15 \times 10} \text{ বর্গ সে.মি.} \\ &= \sqrt{107100} \text{ বর্গ সে.মি.} = 327.26 \text{ বর্গ সে.মি. (প্রায়)}\end{aligned}$$

$\therefore$ নির্ণেয় ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল 327.26 বর্গ সে.মি. (প্রায়)।

06. ত্রিভুজাকৃতির একটি পার্কের তিন বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ১৮, ২৪ ও ৩০ মিটার। প্রতি বর্গমিটারে ১২.৫০ টাকা হিসেবে ঐ পার্কের ঘাস ছাটতে কত খরচ পড়বে?

Sol ধরি, ত্রিভুজের তিনটি বাহু যথাক্রমে a , b , ও c

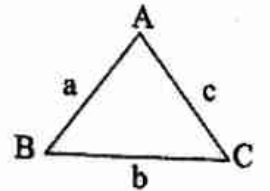
$$a = 18 \text{ মিটার, } b = 24 \text{ মিটার এবং } c = 30 \text{ মিটার}$$

$$\text{অর্ধপরিমিতি } s = \frac{a+b+c}{2} \text{ মিটার} = \frac{18+24+30}{2} \text{ মিটার} = 36 \text{ মিটার}$$

$$\begin{aligned}\text{পার্কের ক্ষেত্রফল} &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\ &= \sqrt{36(36-18)(36-24)(36-30)} \\ &= \sqrt{36 \times 18 \times 12 \times 6} = \sqrt{6 \times 6 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} \\ &= \sqrt{(6)^2 \times (6)^2 \times (3)^2 \times (2)^2} = (6 \times 6 \times 3 \times 2) = 216 \text{ বর্গমিটার}\end{aligned}$$

$$\therefore \text{মোট খরচ} = 12.5 \times 216 = 2700 \text{ টাকা}$$

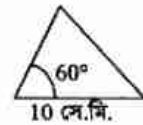
উত্তর: ২৭০০ টাকা।



07. কোনো ত্রিভুজের দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 9 সে.মি. ও 10 সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60° । ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
 [নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.১ (উদাহরণের অংক নং-০২)]

Sol মনে করি, ত্রিভুজের বাহুদ্বয় যথাক্রমে $a = 9$ সে.মি. ও $b = 10$ সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\theta = 60^\circ$

$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} ab \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times 9 \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$ বর্গ সে.মি. $= 38.97$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)



08. একটি ত্রিভুজের দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 26 মিটার, 28 মিটার এবং ক্ষেত্রফল 182 বর্গমিটার হলে, বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ নির্ণয় কর।

Sol মনে করি, ত্রিভুজের বাহুদ্বয় যথাক্রমে $a = 26$ সে.মি. ও $b = 28$ সে.মি. বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ $= \theta$

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= 182$ বর্গমিটার

আমরা জানি, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} ab \sin \theta$

$\therefore \frac{1}{2} ab \sin \theta = 182 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 26 \times 28 \times \sin \theta = 182 \Rightarrow 364 \sin \theta = 182 \Rightarrow \sin \theta = \frac{182}{364} \Rightarrow \sin \theta = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \sin \theta = \sin 30^\circ \therefore \theta = 30^\circ$

$\therefore$ নির্ণেয় বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ 30° .



09. একটি ত্রিভুজের ভূমি তার উচ্চতার বিপণ অংকে 6 সে.মি. বেশি, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল 810 বর্গ সে.মি. হলে, এর উচ্চতা কত?

Sol উচ্চতা x একক $\therefore$ ভূমি $(2x + 6)$ একক $\therefore$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা} = \frac{1}{2} (2x + 6) \times x$

$\therefore \frac{1}{2} (2x + 6) \times x = 810 \Rightarrow 2x^2 + 6x = 1620 \Rightarrow x^2 + 3x = 810 \Rightarrow x^2 + 3x - 810 = 0$

$\Rightarrow x^2 + 30x - 27x - 810 = 0 \Rightarrow x(x + 30) - 27(x + 30) = 0 \Rightarrow (x + 30)(x - 27) = 0$

$\therefore x = -30$ এবং $x = 27$ [x এর ঋণাত্মক মান গ্রহণযোগ্য নয়]

$\therefore$ উচ্চতা 27 সে.মি.

★ Pattern-02 (সমকোণী ত্রিভুজ সংক্রান্ত)

১. সমকোণী ত্রিভুজের, (লম্ব)^২ + (ভূমি)^২ = (অতিভুজ)^২

২. সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}$

10. একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 6 সে.মি. ও 8 সে.মি. হলে এর ক্ষেত্রফল কত?
 [নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.১ (উদাহরণের অংক নং-০১)]

Sol ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}$ [সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহু দুটির একটি ভূমি এবং অপরটি উচ্চতা]
 $= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$ বর্গ সে.মি.।

11. কোনো সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ 13 সে.মি. এবং পরিসীমা 30 সে.মি.। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।

Sol ধরি, ভূমি x মিটার এবং উচ্চতা y মিটার
 $\therefore$ পরিসীমা $=$ ভূমি $+$ উচ্চতা $+$ অতিভুজ $\Rightarrow x + y + 13 = 30 \Rightarrow x + y = 17$

আমরা জানি, ভূমি^২ + উচ্চতা^২ = অতিভুজ^২
 $\Rightarrow x^2 + y^2 = 13^2 \Rightarrow (x + y)^2 - 2xy = 169 \Rightarrow 17^2 - 2xy = 169 \Rightarrow 289 - 169 = 2xy$

$\Rightarrow 2xy = 120 \Rightarrow xy = 60$

$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা} = \frac{1}{2} xy = \frac{1}{2} \times 60 = 30$ বর্গ সে.মি.।

12. যদি একটি সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 6 বর্গমিটার এবং অতিভুজ 5 মিটার হয়, তবে ত্রিভুজটির পরিসীমা কত হবে?

≥Solⁿ আমরা জানি, অতিভুজ^২ = ভূমি^২ + উচ্চতা^২

ধরি, ভূমি x মিটার এবং উচ্চতা y মিটার

$$\therefore \frac{1}{2}xy = 6 \Rightarrow xy = 12$$

$$\text{এখন, } 5^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow (x+y)^2 - 2xy = 25$$

$$\Rightarrow (x+y)^2 = 25 + 24 \Rightarrow (x+y)^2 = 49$$

$$\therefore x+y = \pm 7$$

(-) মান গ্রহণযোগ্য নয়, কারণ ভূমি ও উচ্চতার যোগফল ঋণাত্মক হতে পারে না।

$$\therefore x+y = 7$$

$$\therefore \text{নির্ণয় পরিসীমা} = (\text{ভূমি} + \text{উচ্চতা}) + \text{অতিভুজ} = 7 + 5 = 12 \text{ মিটার।}$$

13. একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ 25 মিটার। এর একটি বাহু অপরটির $\frac{3}{4}$ অংশ হলে, বাহু দুইটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.১ (অনুশীলনীর অংক নং-০১)]

≥Solⁿ মনে করি, ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

ধরি, AB = x মি.

$$\therefore BC = \frac{3x}{4} \text{ মি. [শর্তমতে]}$$

দেওয়া আছে, AC = 25 মি.

$$\text{ABC সমকোণী ত্রিভুজে, } AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$\text{বা, } (25)^2 = x^2 + \left(\frac{3x}{4}\right)^2$$

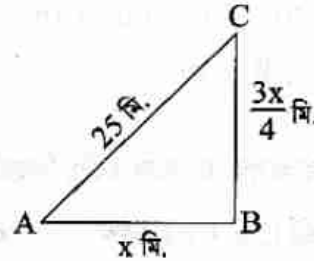
$$\text{বা, } 625 = x^2 + \frac{9x^2}{16} \quad \text{বা, } 625 = \frac{16x^2 + 9x^2}{16} \quad \text{বা, } 625 \times 16 = 25x^2$$

$$\text{বা, } \frac{625 \times 16}{25} = x^2 \quad \text{বা, } x^2 = 25 \times 16 \quad \text{বা, } x = \sqrt{5^2 \times 4^2} \text{ [বর্গমূল করে]}$$

$$\therefore x = 20$$

$$\therefore AB = 20 \text{ মিটার এবং } AC = 20 \times \frac{3}{4} = 15 \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{বাহু দুইটির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 20 মিটার ও 15 মিটার।}$$



14. 20 মিটার লম্বা একটি মই দেওয়ালের সাথে খাড়াভাবে আছে। মইটির গোড়া দেওয়াল থেকে কত দূরে সরালে ওপরের প্রান্ত 4 মিটার নিচে নামবে?

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.১ (অনুশীলনীর অংক নং-০২)]

≥Solⁿ মনে করি, AC মইয়ের গোড়া C থেকে D বিন্দুতে সরালে ওপরের প্রান্ত A থেকে B বিন্দুতে নামবে।

মইয়ের দৈর্ঘ্য BD = 20 মিটার এবং AB = 4 মিটার

$$\therefore BC = AC - AB = (20 - 4) \text{ মিটার} = 16 \text{ মিটার}$$

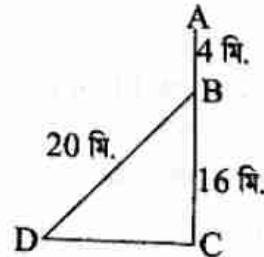
$$\text{এখন, } BC^2 + CD^2 = BD^2$$

$$\text{বা, } CD^2 = BD^2 - BC^2 = (20)^2 - (16)^2 \\ = 400 - 256 = 144$$

$$\text{বা, } CD = \sqrt{144} = 12$$

$$\therefore CD = 12$$

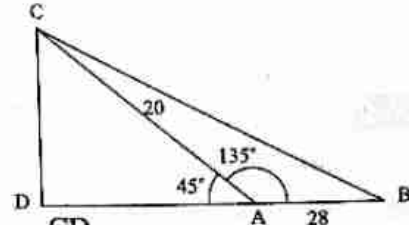
$$\therefore \text{দেওয়াল থেকে মইয়ের গোড়ার দূরত্ব 12 মিটার।}$$



15. একটি নির্দিষ্ট স্থান থেকে দুইটি রাস্তা পরস্পর 135° কোণ করে দুই দিকে চলে গেছে। দুইজন লোক ঐ নির্দিষ্ট স্থান থেকে যথাক্রমে ঘণ্টায় 7 কিলোমিটার ও ঘণ্টায় 5 কিলোমিটার বেগে বিপরীত মুখে রওনা হলো। 4 ঘণ্টা পর তাদের মধ্যে সরাসরি দূরত্ব নির্ণয় কর।

Solⁿ মনে করি, A একটি নির্দিষ্ট বিন্দু। A বিন্দু হতে 135° কোণে ঘণ্টায় 7 কিলোমিটার বেগে একজন AB রাস্তা বরাবর এবং অন্যজন ঘণ্টায় 5 কি.মি. বেগে AC রাস্তা বরাবর চলতে শুরু করে 4 ঘণ্টা পর B ও C বিন্দুতে পৌঁছে।

1ম জন 1 ঘণ্টায় যায় 7 কি.মি.
 1ম জন 4 ঘণ্টায় যায় $(7 \times 4) = 28$ কি.মি.
 2য় জন 4 ঘণ্টায় যায় $(4 \times 5) = 20$ কি.মি.
 $AB = 28$ কি.মি., $AC = 20$ কি.মি.
 C বিন্দু হতে BA এর বর্ধিতাংশের উপর CD লম্ব টানি।
 $\angle CAB = 135^\circ$, $\angle CAD = 45^\circ$



$$\triangle ACD \text{ সমকোণী ত্রিভুজের } \tan \angle DAC = \frac{CD}{AD} \Rightarrow \tan 45^\circ = \frac{CD}{AD} \Rightarrow 1 = \frac{CD}{AD} [\because \tan 45^\circ = 1]$$

$$\therefore AD = CD$$

$$\text{আবার, } \triangle ACD \text{ সমকোণী ত্রিভুজের } AC^2 = CD^2 + AD^2 \Rightarrow (20)^2 = AD^2 + AD^2 [\because AD = CD]$$

$$\Rightarrow 400 = 2AD^2 \Rightarrow AD^2 = \frac{400}{2} = 200 \Rightarrow AD = \sqrt{2 \times (10)^2} \therefore AD = 10\sqrt{2} \text{ কি.মি.}$$

$$\therefore BD = AD + AB = 10\sqrt{2} + 28 = 14.142 + 28 = 42.142 \text{ কি.মি.}$$

$$\text{এখন, } \triangle BCD \text{ সমকোণী ত্রিভুজের } BC^2 = CD^2 + BD^2 = (10\sqrt{2})^2 + (42.142)^2 = 200 + 1775.948 = 1975.948$$

$$\therefore BC = \sqrt{1975.948} = 44.45 \text{ কি.মি. (প্রায়)}$$

$$\therefore \text{দুই ব্যক্তির মধ্যে সরাসরি দূরত্ব } 44.45 \text{ কি.মি. (প্রায়)।}$$

16. একটি নির্দিষ্ট স্থান থেকে দুইটি রাস্তা 120° কোণে চলে গেছে। দুইজন লোক ঐ নির্দিষ্ট স্থান থেকে যথাক্রমে ঘণ্টায় 10 কিলোমিটার এবং ঘণ্টায় 8 কিলোমিটার বেগে বিপরীত দিকে রওয়ানা হলো। 5 ঘণ্টা পরে তাদের মধ্যে সরাসরি দূরত্ব নির্ণয় করুন।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.১ (উদাহরণের অংক নং-০৬)]

Solⁿ মনে করি, একটি নির্দিষ্ট স্থানে O বিন্দুতে 120° কোণে A দুইটি রাস্তা OA ও OB চলে গেছে।

সুতরাং, 5 ঘণ্টা পরে

$$OA = 50 \text{ km}$$

$$OB = 40 \text{ km}$$

$$AB = ?$$

$$\text{এখন, } \triangle OBC \text{ তে, } \angle BOC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$$\text{মনে করি, } BC = h \text{ km এবং } OC = x \text{ km}$$

$$\therefore \sin 60^\circ = \frac{h}{40} \left[\because \sin \theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} \text{ এবং } \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \right]$$

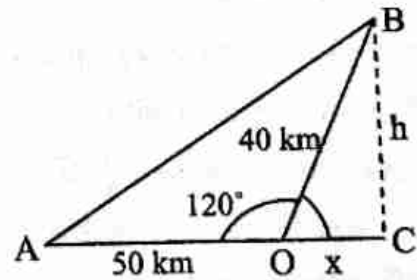
$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{40} \Rightarrow h = 20\sqrt{3} \text{ km} \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{এবং } \cos 60^\circ = \frac{x}{40} \left[\because \cos \theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}} \text{ এবং } \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \right]$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{x}{40} \Rightarrow x = 20 \text{ km} \dots\dots\dots (ii)$$

$$\text{এখন, } \triangle ABC \text{ এ পিথাগোরাসের সূত্রানুসারে, } AB^2 = BC^2 + AC^2 = h^2 + (OA + OC)^2 \\ = (20\sqrt{3})^2 + (50 + 20)^2 = 1200 + 4900 = 6100$$

$$\therefore AB = \sqrt{6100} = 78.01 \text{ km (Ans)}$$



★ Pattern-03 (সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ সংক্রান্ত)

- (১) দুটি বাহু সমান।
 (২) সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণদ্বয় সমান।
 (৩) সমান সমান বাহুর সাধারণ বিন্দু থেকে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত মধ্যমা ঐ বাহুর উপর লম্ব।
 (৪) ক্ষেত্রফল = $\frac{a}{4} \sqrt{4b^2 - a^2}$ [সমান বাহু b]

এ টপিক সংক্রান্ত প্রশ্ন ও সমাধান:

17. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি 16 একক এবং অপর প্রত্যেক বাহুদ্বয় 10 একক। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?

➤Solⁿ এখানে, ভূমি, $b = 16$ মি. এবং সমান সমান বাহু, $a = 10$ মি.

$$\therefore \text{ক্ষেত্রফল} = \frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2} = \frac{16}{4} \sqrt{4(10)^2 - 16^2} = 4\sqrt{400 - 256} = 4\sqrt{144} = 4 \times 12 = 48 \text{ ব.মি.}$$

18. একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের অভিক্ষেপের দৈর্ঘ্য 12 সে.মি. হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?

➤Solⁿ সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের 2টি বাহু সমান = a

$$\therefore (12)^2 = a^2 + a^2 \Rightarrow 144 = 2a^2 \Rightarrow a^2 = 72 \Rightarrow a = \sqrt{72} = 2\sqrt{18}$$

আমরা জানি, ক্ষেত্রফল = $\frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2}$; a = সমান বাহু এবং b = অসমান বাহু।

$$\therefore \text{ক্ষেত্রফল} = \frac{12}{4} \sqrt{4(2\sqrt{18})^2 - (12)^2} = 3\sqrt{288 - 144} = 3\sqrt{144} = 3 \times 12 = 36 \text{ বর্গসে.মি.}$$

19. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা 16 মিটার। এর সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য ভূমির $\frac{5}{6}$ অংশ হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সো. গণিত), অধ্যায়-১৬.১ (অনুশীলনের অংক নং-০৩)]

➤Solⁿ মনে করি, ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ এবং এর ভূমি x মিটার।

$$\therefore \text{অপর দুই বাহু } AB = AC = \frac{5x}{6} \text{ মিটার।}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } x + \frac{5x}{6} + \frac{5x}{6} = 16$$

$$\text{বা, } 6x + 5x + 5x = 96 \text{ [6 দ্বারা গুণ করে]}$$

$$\text{বা, } 16x = 96 \quad \text{বা, } x = \frac{96}{16} \quad \therefore x = 6$$

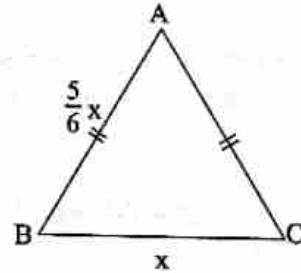
অতএব, $BC = 6$ মিটার

$$\text{যেহেতু } BC = 6 \text{ মিটার, সেহেতু } AB = AC = \frac{5 \times 6}{6} \text{ মিটার} = 5 \text{ মিটার}$$

ধরি, $a = 5$ মিটার, $b = 6$ মিটার

$$\Delta \text{ ক্ষেত্র } ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2} = \frac{6}{4} \sqrt{4 \times 5^2 - 6^2} = 12 \text{ বর্গমিটার}$$

$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল 12 বর্গমিটার।



20. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য 60 সে.মি. এর ক্ষেত্রফল 1200 বর্গ সে.মি. হলে সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সো. গণিত), অধ্যায়-১৬.১ (উদাহরণের অংক নং-০৫)]

➤Solⁿ মনে করি, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি $b = 60$ সে.মি. এবং সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য a ।

$$\therefore \text{ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল} = \frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2}$$

$$\therefore \text{প্রশ্নানুসারে, } \frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2} = 1200$$

$$\text{বা, } \frac{60}{4} \sqrt{4a^2 - (60)^2} = 1200 \quad \text{বা, } 15\sqrt{4a^2 - 3600} = 1200$$

$$\text{বা, } \sqrt{4a^2 - 3600} = 80$$

$$\text{বা, } 4a^2 - 3600 = 6400 \text{ [বর্গ করে]} \quad \text{বা, } 4a^2 = 10000 \quad \text{বা, } a^2 = 2500 \quad \therefore a = 50$$

$\therefore$ ত্রিভুজটির সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 50 সে.মি.।



একটি সমবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 10 মিটার এবং ক্ষেত্রফল 48 বর্গমিটার হলে, ভূমির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

Solⁿ মনে করি, সমবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 10$ মিটার
ভূমির দৈর্ঘ্য $= b$ মিটার

$$\therefore \text{এর ক্ষেত্রফল} = \frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2}$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } \frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2} = 48$$

$$\Rightarrow \frac{b}{4} \sqrt{4 \cdot (10)^2 - b^2} = 48$$

$$\Rightarrow b \sqrt{400 - b^2} = 192$$

$$\Rightarrow 400b^2 - b^4 = 36864$$

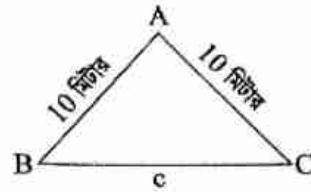
$$\Rightarrow b^2(b^2 - 400) = 36864$$

$$\Rightarrow b^2 - 400 = \frac{36864}{b^2}$$

$$\Rightarrow b^2 - 400 = 0$$

$$\Rightarrow b^2 = 400$$

$$\therefore \text{নির্ণয় ভূমির দৈর্ঘ্য 20 মিটার বা 20 মিটার।}$$



★ Pattern-04 (সমবাহু ত্রিভুজ সংক্রান্ত)

- (১) তিন বাহু সমান।
- (২) তিন কোণ সমান এবং প্রতিটি কোণের মান 60° ।
- (৩) ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$; যখন a = একটি বাহুর দৈর্ঘ্য।

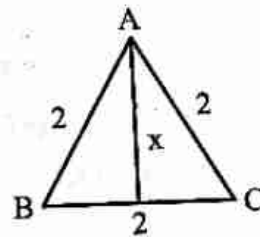
একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য 2 সে.মি. এবং উচ্চতা x সে.মি. হলে x এর মান কোনটি?

Solⁿ আমরা জানি, সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{বাহু})^2$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 2 \times x = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{3} \text{ (Ans.)}$$



23. একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 2 মিটার বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল $6\sqrt{3}$ বর্গমিটার বেড়ে যায়। ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.১ (অনুশীলনের অংক নং-০৫)]

Solⁿ মনে করি, সমবাহু ত্রিভুজটির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য $= a$ মিটার

$$\therefore \text{সমবাহু ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল} = \frac{\sqrt{3}a^2}{4} \text{ বর্গমিটার}$$

প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 2 মিটার বাড়ালে, বাহুর দৈর্ঘ্য $(a + 2)$ মিটার।

$$\therefore \text{ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} = \frac{\sqrt{3}(a+2)^2}{4} = \frac{\sqrt{3}(a^2 + 4a + 4)}{4} \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{\sqrt{3}(a^2 + 4a + 4)}{4} = \frac{\sqrt{3}a^2}{4} + 6\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}(a^2 + 4a + 4) = \sqrt{3}a^2 + 24\sqrt{3} \quad [4 \text{ দ্বারা গুণ করে}]$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}(a^2 + 4a + 4) = \sqrt{3}(a^2 + 24)$$

$$\Rightarrow 4a = 20$$

$$\therefore a = 5$$

$$\therefore \text{ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য 5 মিটার।}$$

24. একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 1 মিটার বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল $3\sqrt{3}$ বর্গমিটার বেড়ে যায়। ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.১ (উদাহরণের অংক নং-০৪)]

Solⁿ মনে করি, সমবাহু ত্রিভুজটির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য = a মিটার

$$\therefore \text{সমবাহু ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল} = \frac{\sqrt{3}a^2}{4} \text{ বর্গমিটার}$$

প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 1 মিটার বাড়ালে, বাহুর দৈর্ঘ্য $(a + 1)$ মিটার।

$$\therefore \text{ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} = \frac{\sqrt{3}(a+1)^2}{4} \text{ বর্গমিটার} = \frac{\sqrt{3}(a^2 + 2a + 1)}{4} \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{\sqrt{3}(a^2 + 2a + 1)}{4} = \frac{\sqrt{3}a^2}{4} + 3\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}(a^2 + 2a + 1) = \sqrt{3}a^2 + 12\sqrt{3} \text{ [4 দ্বারা গুণ করে]}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}(a^2 + 2a + 1) = \sqrt{3}(a^2 + 12)$$

$$\Rightarrow a^2 + 2a + 1 = a^2 + 12$$

$$\Rightarrow a^2 - a^2 + 2a = 12 - 1$$

$$\Rightarrow 2a = 11 \quad \therefore a = 5.5$$

$\therefore$ ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য 5.5 মিটার।

25. একটি সমবাহু ত্রিভুজের অভ্যন্তরস্থ একটি বিন্দু থেকে তিনটির ওপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 6 সে.মি., 7 সে.মি. ও 8 সে.মি.। ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য এবং ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.১ (অনুশীলনীর অংক নং-০৯)]

Solⁿ মনে করি, ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ। এর অভ্যন্তরে O একটি বিন্দু। O বিন্দু হতে BC, AC ও AB বাহুর উপর যথাক্রমে, OD, OE এবং OF লম্ব আঁকি।

ধরি, ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য x সে.মি. হলে সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $\frac{\sqrt{3}}{4} x^2$ বর্গ সে.মি.

দেওয়া আছে, OD = 6 সে.মি., OE = 7 সে.মি., OF = 8 সে.মি.

আবার, Δ -ক্ষেত্র ABC = Δ -ক্ষেত্র BOC + Δ -ক্ষেত্র AOC + Δ -ক্ষেত্র AOB

$$\Delta\text{-ক্ষেত্র BOC} = \frac{1}{2} BC \times OD = \frac{1}{2} \times x \times 6 = 3x \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\Delta\text{-ক্ষেত্র AOC} = \frac{1}{2} AC \times OE = \frac{1}{2} \times x \times 7 = \frac{7x}{2} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\Delta\text{-ক্ষেত্র AOB} = \frac{1}{2} AB \times OF = \frac{1}{2} \times x \times 8 = 4x \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{\sqrt{3}}{4} x^2 = 3x + \frac{7x}{2} + 4x \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} x^2 = \frac{6x + 7x + 8x}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} x^2 = \frac{21x}{2}$$

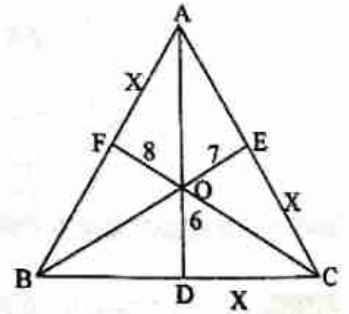
$$\Rightarrow \sqrt{3}x^2 = 42x \text{ [উভয়পক্ষকে 4 দ্বারা গুণ করে]}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}x = 42 \Rightarrow x = \frac{42}{\sqrt{3}} = \frac{42\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{42\sqrt{3}}{3} = 14\sqrt{3} = 24.249 \text{ (প্রায়)}$$

$\therefore$ বাহুর দৈর্ঘ্য 24.249 সে.মি. (প্রায়)

$$\therefore \text{ক্ষেত্রফল} = \frac{\sqrt{3}}{4} x^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (24.249)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 588 = 254.611 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$\therefore$ দৈর্ঘ্য 24.249 সে.মি. (প্রায়) এবং ক্ষেত্রফল 254.611 বর্গ সে.মি. (প্রায়)।



TYPE 02: চতুর্ভুজ সংক্রান্ত

★ Pattern-01 (আয়তক্ষেত্র সংক্রান্ত)

♦ আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = 2 (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)

♦ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ভূমি × উচ্চতা।

♦ আয়তক্ষেত্রের কর্ণ = $\sqrt{a^2 + b^2}$

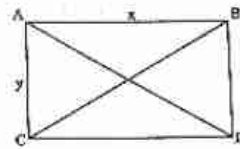
এ টপিক সংক্রান্ত প্রশ্ন ও সমাধানঃ

Item-01: আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য/প্রস্থ/পরিসীমা/ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত

01. একটি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি অপেক্ষা 8 মিটার বেশি। ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল 48 বর্গমিটার হলে, তার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় করুন।

[৩৭তম বিসিএস]

Sol মনে করি, ABCD আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য AB = x মি. এবং প্রস্থ AC = y মি.



∴ ক্ষেত্রফল $xy = 48$ মি.

∴ আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = 2(দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) = $2(x + y)$

∴ আয়তক্ষেত্রের কর্ণ = $\sqrt{(\text{দৈর্ঘ্য})^2 + (\text{প্রস্থ})^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$

∴ আয়তক্ষেত্রের কর্ণদ্বয়ের সমষ্টি = $\sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{x^2 + y^2} = 2\sqrt{x^2 + y^2}$

প্রশ্নমতে, $2(x + y) - 2\sqrt{x^2 + y^2} = 8 \Rightarrow 2\{(x + y) - \sqrt{x^2 + y^2}\} = 8$

$\Rightarrow (x + y) - \sqrt{x^2 + y^2} = 4$ [উভয় পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

$\Rightarrow (x + y) = 4 + \sqrt{x^2 + y^2} \Rightarrow (x + y)^2 = (4 + \sqrt{x^2 + y^2})^2$ [বর্গ করে]

$\Rightarrow x^2 + y^2 + 2xy = 4^2 + 2 \cdot 4 \cdot \sqrt{x^2 + y^2} + (\sqrt{x^2 + y^2})^2$

$\Rightarrow 2xy = 16 + 8\sqrt{x^2 + y^2} + x^2 + y^2 - x^2 - y^2$

$\Rightarrow 2 \times 48 = 16 + 8\sqrt{x^2 + y^2}$ [$\because xy = 48$]

$\Rightarrow 96 = 16 + 8\sqrt{x^2 + y^2} \Rightarrow 8\sqrt{x^2 + y^2} = 96 - 16 \Rightarrow 8\sqrt{x^2 + y^2} = 80$

$\Rightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = 10$ [উভয় পক্ষকে 8 দ্বারা ভাগ করে]

$\Rightarrow (\sqrt{x^2 + y^2})^2 = (10)^2$ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]

$\Rightarrow x^2 + y^2 = 100$

$\Rightarrow (x - y)^2 + 2xy = 100$

$\Rightarrow (x - y)^2 + 2 \times 48 = 100$

$\Rightarrow (x - y)^2 = 100 - 96$

$\Rightarrow (x - y)^2 = 4$

∴ $x - y = 2$ (i)

আবার,

আমরা জানি, $(x + y)^2 = (x - y)^2 + 4xy = 2^2 + 4 \times 48$ [$\because x - y = 2$]
 $= 4 + 192 = 196$

∴ $x + y = 14$ (ii)

(i) নং + (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$$x + y = 14$$

$$x - y = 2$$

$$2x = 16$$

∴ $x = 8$

(ii) নং এ x এর মান বসিয়ে পাই, $x + y = 14 \Rightarrow y = 14 - 8 \therefore y = 6$

∴ দৈর্ঘ্য $x = 8$ মিটার এবং প্রস্থ $y = 6$ মিটার। (Ans.)

02. একটি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা ৩০ সে.মি.। উহার ক্ষেত্রফল ৫০ বর্গ সে.মি. হলে আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য কত হবে?

[১৩তম বিসিএস]

⇒Solⁿ মনে করি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x সে.মি. এবং প্রস্থ y সে.মি.

১ম শর্তানুসারে, $2(x + y) = 30$

বা, $x + y = 15$ (i)

২য় শর্তানুসারে, $xy = 50$ (ii)

আমরা জানি, $(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy$

[(i) ও (ii) হতে পাই]

$$= (15)^2 - 4 \times 50$$

$$= 225 - 200$$

$$= 25$$

∴ $x - y = \pm 5$ (iii)

(i) ও (iii) যোগ করে পাই,

$$x + y = 15$$

$$x - y = 5$$

$$2x = 20$$

$$∴ x = 10$$

x এর মান (i) নং এ বসাই, $10 + y = 15$

$$\text{বা, } y = 5$$

∴ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ১০ সে.মি.।

বিকল্প:

দেওয়া আছে, আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ৫০ বর্গ সে.মি.

মনে করি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = x সে.মি.

$$∴ \text{ " } \text{ প্রস্থ } = \frac{50}{x} \text{ সে.মি.}$$

∴ আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = ২ (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)

$$= 2 \left(x + \frac{50}{x} \right) \text{ সে.মি.}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } 2 \left(x + \frac{50}{x} \right) = 30$$

$$\Rightarrow x + \frac{50}{x} = 15 \Rightarrow \frac{x^2 + 50}{x} = 15$$

$$\Rightarrow x^2 - 15x + 50 = 0 \Rightarrow x^2 - 5x - 10x + 50 = 0$$

$$\Rightarrow x(x - 5) - 10x + 50 = 0$$

$$\Rightarrow x(x - 5) - 10(x - 5) = 0$$

$$\Rightarrow (x - 5)(x - 10) = 0$$

$$\Rightarrow (x - 5) = 0 \text{ অথবা, } x - 10 = 0$$

$$∴ x = 5 \quad ∴ x = 10$$

$$x = 5 \text{ হলে, প্রস্থ } = \frac{50}{5} = 10 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{আবার, } x = 10 \text{ হলে, প্রস্থ } = \frac{50}{10} = 5 \text{ সে.মি.}$$

কিন্তু প্রস্থ দৈর্ঘ্যে চেয়ে বেশি হতে পারে না। তাই $x = 5$ গ্রহণযোগ্য নয়।

∴ দৈর্ঘ্য $x = 10$ সে.মি.

03. একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপেক্ষা ২৪.৫ বর্গমিটার বেশি। উভয় ক্ষেত্রের প্রতিটি কর্ণের দৈর্ঘ্য যদি ১৩ মিটার হয় তবে আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় করুন।

[৩৪তম বিসিএস]

⇒Solⁿ ধরি, বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = a

$$∴ \text{ বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য } = \sqrt{2}a$$

$$∴ \sqrt{2}a = 13 \Rightarrow a = \frac{13}{\sqrt{2}} = 9.19 \text{ মিটার}$$

$$∴ \text{ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল } a^2 = (9.19)^2 = 84.46 \text{ বর্গমিটার}$$

$$∴ \text{ আয়তক্ষেত্রের " } = (84.46 - 24.5) = 60 \text{ বর্গমিটার}$$

ধরি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = x

" প্রস্থ = y

$$∴ x^2 + y^2 = 13^2 \text{ (i) [আয়তক্ষেত্রের কর্ণ]}$$

$$xy = 60 \text{ (ii)}$$

$$(i) \text{ হতে পাই, } x^2 + y^2 = 13^2 \Rightarrow (x + y)^2 - 2xy = 169 \Rightarrow (x + y)^2 - 2 \times 60 = 169$$

$$\Rightarrow (x + y)^2 = 169 + 120 = 289$$

$$∴ x + y = 17 \text{ (iii)}$$

আবার, $x^2 + y^2 = 169$

$$\Rightarrow (x - y)^2 + 2xy = 169$$

$$\Rightarrow (x - y)^2 = 169 - 120 = 49$$

$$\therefore x - y = 7 \dots\dots\dots (iv)$$

(iii) ও (iv) যোগ করে, $2x = 28$

$$x = 14$$

x এর মান (iii) এ বসিয়ে পাই, $14 + y = 19 \Rightarrow y = 19 - 14 = 5$

আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = 14 মিটার

" প্রস্থ = 5 মিটার

সুতরাং দৈর্ঘ্য 14 মিটার এবং প্রস্থ 5 মিটার।

04. একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য বিস্তারের দ্বিগুণ। এর ক্ষেত্রফল 512 বর্গমিটার হলে, পরিসীমা নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.২ (অনুশীলনের অংক নং-০১)]

Sol মনে করি,

আয়তাকার ক্ষেত্রের বিস্তার = x মিটার

" " দৈর্ঘ্য = 2x "

" " ক্ষেত্রফল = $(2x \times x)$ বর্গ মি. = $2x^2$ বর্গ মি.

$$\text{প্রশ্নমতে, } 2x^2 = 512 \quad \text{বা, } x^2 = \frac{512}{2} \quad \therefore x = 16$$

অতএব, আয়তাকার ক্ষেত্রের প্রস্থ = 16 মি.

এবং " " দৈর্ঘ্য = $(16 \times 2) = 32$ মি.

অতএব, আয়তাকার ঘরের পরিসীমা = $2(\text{দৈর্ঘ্য} + \text{প্রস্থ}) = 2(32 + 16) = 96$ মি.

$\therefore$ পরিসীমা 96 মিটার।

05. একটি আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য প্রস্থের $\frac{3}{2}$ গুণ। এর ক্ষেত্রফল 384 বর্গমিটার হলে, পরিসীমা ও কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.২ (উদাহরণের অংক নং-০৮)]

Sol মনে করি,

আয়তাকার ঘরের প্রস্থ = x মিটার

$\therefore$ " " দৈর্ঘ্য = $\frac{3}{2}x$ "

$\therefore$ " " ক্ষেত্রফল = $(\frac{3}{2}x \times x)$ বর্গ মি. = $\frac{3}{2}x^2$ বর্গ মি.

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{3}{2}x^2 = 384 \quad \text{বা, } x^2 = \frac{384 \times 2}{3} \quad \text{বা, } x^2 = 256 \quad \therefore x = 16$$

অতএব, আয়তাকার ক্ষেত্রের প্রস্থ = 16 মি.

এবং " " দৈর্ঘ্য = $(\frac{3}{2} \times 16) = 24$ মি.

অতএব, আয়তাকার ঘরের পরিসীমা = $2(\text{দৈর্ঘ্য} + \text{প্রস্থ}) = 2(24 + 16) = 80$ মি.

এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{24^2 + 16^2} = \sqrt{832} = 28.84$ মি. (প্রায়)

$\therefore$ পরিসীমা 80 মিটার ও কর্ণের দৈর্ঘ্য 28.84 মি. (প্রায়)

06. একটি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা 64 মিটার এবং তার ক্ষেত্রফল 231 বর্গমিটার। ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য কত মিটার?

Sol পরিসীমা, $2(x + y) = 64$

$$\text{ক্ষেত্রফল, } xy = 231 \Rightarrow y = \frac{231}{x}$$

$$\therefore 2\left(x + \frac{231}{x}\right) = 64 \Rightarrow \frac{x^2 + 231}{x} = 32 \Rightarrow x^2 - 32x + 231 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 21x - 11x + 231 = 0 \Rightarrow x(x - 21) - 11(x - 21) = 0 \Rightarrow (x - 21)(x - 11) = 0$$

$$\therefore x = 21, 11 \quad \therefore \text{দৈর্ঘ্য 21 মিটার।}$$

Item-02: আয়তক্ষেত্রের কেন্দ্র থেকে বর্গক্ষেত্র হওয়া সংক্রান্ত

07. একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 2000 বর্গমিটার। যদি এর দৈর্ঘ্য 10 মিটার কম হয়, তবে ক্ষেত্রটি বর্গাকার হয়। আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.২ (উদাহরণের অংক নং-০৬)]

≥Solⁿ মনে করি, আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = x মিটার এবং আয়তাকার ক্ষেত্রের প্রস্থ = y মিটার

∴ আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = xy বর্গমিটার

প্রশ্নানুসারে, $xy = 2000$ (i)

আবার, শর্তানুসারে, $x - 10 = y \Rightarrow x = y + 10$ (ii)

x -এর মান (i) নং সমীকরণের বসিয়ে পাই, $(y + 10)y = 2000$

$\Rightarrow y^2 + 10y - 2000 = 0$ [পদান্তর করে]

$\Rightarrow y^2 + 50y - 40y - 2000 = 0$

$\Rightarrow y(y + 50) - 40(y + 50) = 0$

$\Rightarrow (y + 50)(y - 40) = 0$

হয়, $y + 50 = 0 \therefore y = -50$

অথবা, $y - 40 = 0 \therefore y = 40$

∴ $y = 40$, যেহেতু $y = -50$ গ্রহণযোগ্য নয়। [কারণ দৈর্ঘ্য বা প্রস্থ ঋণাত্মক হতে পারে না।]

∴ y এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই, $x = 40 + 10 \Rightarrow x = 50$

∴ আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 50 মিটার এবং প্রস্থ 40 মিটার।

08. একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 160 বর্গমিটার। যদি এর দৈর্ঘ্য 6 মিটার কম হয়, তবে ক্ষেত্রটি বর্গাকার হয়। আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.২ (অনুশীলনীর অংক নং-০৬)]

≥Solⁿ মনে করি, আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = x মিটার এবং আয়তাকার ক্ষেত্রের প্রস্থ = y মিটার

∴ আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = xy বর্গমিটার

প্রশ্নানুসারে, $xy = 160$ (i)

আবার, শর্তানুসারে, $x - 6 = y \Rightarrow x = y + 6$ (ii)

x -এর মান (i) নং সমীকরণের বসিয়ে পাই, $(y + 6)y = 160$

$\Rightarrow y^2 + 6y - 160 = 0$ [পদান্তর করে]

$\Rightarrow y^2 + 16y - 10y - 160 = 0$

$\Rightarrow y(y + 16) - 10(y + 16) = 0$

$\Rightarrow (y + 16)(y - 10) = 0$

হয়, $y + 16 = 0 \therefore y = -16$

অথবা, $y - 10 = 0 \therefore y = 10$

∴ $y = 10$, যেহেতু $y = -16$ গ্রহণযোগ্য নয়। [কারণ দৈর্ঘ্য বা প্রস্থ ঋণাত্মক হতে পারে না।]

∴ y এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই, $x = 10 + 6 \Rightarrow x = 16$

∴ আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 16 মিটার এবং প্রস্থ 10 মিটার।

Item-03: দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ হ্রাস/বৃদ্ধি সংক্রান্ত

09. একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে 150 মিটার ও 100 মিটার। বাগানটির দৈর্ঘ্য 20% এবং প্রস্থ 10% বৃদ্ধি করলে নতুন বাগানটির ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার হবে?

≥Solⁿ আয়তাকার বাগানটির ক্ষেত্রফল = (150×100) বর্গমিটার = 15000 বর্গমিটার

20% দৈর্ঘ্য বৃদ্ধিতে পরিবর্তিত দৈর্ঘ্য $\left(150 + 150 \times \frac{20}{100}\right)$ মিটার = $(150 + 30)$ মিটার = 180 মিটার

10% প্রস্থ বৃদ্ধিতে পরিবর্তিত প্রস্থ $\left(100 + 100 \times \frac{10}{100}\right)$ মিটার = $(100 + 10)$ মিটার = 110 মিটার

∴ নতুন বাগানটির ক্ষেত্রফল = $(180 \times 110) = 19800$ বর্গমিটার।

[१५४४ दिजिएस]

$$6\% \text{ বৃদ্ধিতে বর্তমান দৈর্ঘ্য} = 28 + 28 \times \frac{6}{100} = 29.68$$

আবার, ৬% বৃদ্ধিতে বর্তমান প্রস্থ = $10 + 10$ এর ৬% = $10 + \frac{10 \times 6}{100}$

$$= \frac{1000 + 60}{100} = \frac{1060}{100} = 10.6 \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি} = \left(\frac{33908}{125} - 280 \right) \text{ বর্গমিটার}$$

$$= \frac{3908 - 30000}{125} = \frac{3908}{125} \text{ বর্গমিটার}$$

$$২৪০ \text{ বর্গমিটারে বৃদ্ধি পায়} = \frac{৩৭০৮}{১২৫} \text{ বর্গমিটার}$$

$$\therefore 1 \quad " \quad " \quad " = \frac{3908}{125 \times 280} \text{ বর্গমিটার}$$

$$\therefore 100 \text{ " " " " } = \frac{3908 \times 100}{125 \times 280} = \frac{308}{25} = 12\frac{8}{25} \text{ বর্গমিটার (উত্তর)}$$

Solⁿ মনে করি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য x মি. এবং প্রস্থ y মি.

১ম শর্তমতে, $xy = 192$ বর্গমিটার

$$\therefore y = \frac{192}{x} \dots\dots\dots (i)$$

২য় শর্তমতে, $(x-4)(y+4) = xy$ বা, $xy + 4x - 4y - 16 = xy$

$$\therefore x - y = 4 \dots\dots\dots (\text{ii})$$

এখন, y এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই, $x - \frac{192}{x} = 4$

$$\text{वा, } x^2 - 4x - 192 = 0 \quad \text{वा, } (x - 16)(x + 12) = 0 \quad \therefore x = 16, -12$$

किं $x \neq -12$

$$\therefore x = 16 \text{ এবং } y = \frac{192}{16} = 12$$

আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = ২ (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) = ২ (১৬ + ১২) = ৫৬ মিটার

আবার, বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা, $4a = 56$

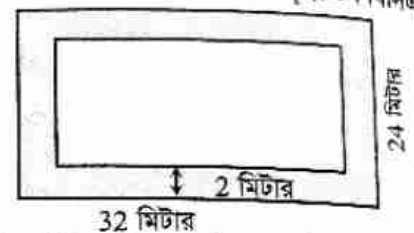
$$\therefore a = 14$$

$\therefore a = 14$
 $\therefore$ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (14)^2 = 196$ বর্গমিটার। (Ans.)

12. একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ২০% বৃদ্ধি ও প্রস্থ ১০% হ্রাস করা হলে ক্ষেত্রফলের
⇒ Sol ধরি, পূর্ব দৈর্ঘ্য = ১০০ একক ও পূর্ব প্রস্থ = ১০০ একক
 ∴ ক্ষেত্রফল = (১০০ × ১০০) বর্গ একক = ১০,০০০ বর্গ একক
 আবার, ২০% বৃদ্ধিতে, দৈর্ঘ্য = (১০০ + ২০) = ১২০ একক
 ১০% হ্রাসে, প্রস্থ = (১০০ - ১০) = ৯০ একক
 ∴ ক্ষেত্রফল = (১২০ × ৯০) বর্গ একক = ১০,৮০০ বর্গ একক
 ∴ ক্ষেত্রফল পরিবর্তন = (১০,৮০০ - ১০,০০০) বর্গ একক = ৮০০ বর্গ একক
 ১০,০০০ বর্গ এককে বৃদ্ধি হয় = ৮০০ বর্গ একক
 ∴ ১০০ " " " " " = $\frac{৮০০ \times ১০০}{১০,০০০} = ৮$ বর্গ একক অর্থাৎ ৮% বৃদ্ধি

13. একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য 32 মিটার এবং প্রস্থ 24 মিটার। বাগানটির ভিতরে চারিদিকে 2 মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল কত? [২৪তম বিসিএস]

13. একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য 32 মিটার এবং প্রস্থ 24 মিটার। বাগানটির ভিতরে চারিদিকে 2 মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল কত?
- Sol** আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল = $(32 \times 24) = 768$ বর্গমিটার
রাস্তাবাদে বাগানের দৈর্ঘ্য = $32 - (2 + 2) = 28$ মিটার
" " প্রস্থ = $24 - (2 + 2) = 20$ মিটার
" " ক্ষেত্রফল = $(20 \times 28) = 560$ বর্গমিটার
 $\therefore$ রাস্তার ক্ষেত্রফল = $(768 - 560) = 208$ বর্গমিটার
উত্তর: 208 বর্গমিটার।
-
- The diagram shows a large rectangle representing the garden with dimensions 32 মিটার (width) and 24 মিটার (height). Inside this, a smaller rectangle represents the garden area excluding a 2 মিটার wide path. The inner dimensions are labeled as 28 মিটার (width) and 20 মিটার (height). The path is indicated by arrows and the number 2 মিটার on the right and bottom sides.



14. একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 48 মিটার এবং প্রস্থ 32 মিটার 80 সে.মি.। ক্ষেত্রটির বাইরে চারদিকে 3 মিটার বিস্তৃত একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল কত? [অষ্টম শ্রেণীর বোর্ড বই(গণিত), অধ্যায়-৩ (অনুশীলনীর অংক নং-১০৭]

⇒Sol দেওয়া আছে, আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = 48 মিটার
 এবং আয়তাকার ক্ষেত্রের প্রস্থ = 32 মিটার 80 সে.মি.

$$= 32 \text{ মিটার} + \frac{80}{100} \text{ মিটার} [\because 100 \text{ সে.মি.} = 1 \text{ মিটার}]$$

$$= 32 \text{ মিটার} + 0.80 \text{ মিটার} = 32.80 \text{ মিটার}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} &= \text{দৈর্ঘ্য} \times \text{প্রস্থ} \\ &= 48 \text{ মিটার} \times 32.80 \text{ মিটার} \\ &= 1574.40 \text{ বর্গমিটার}\end{aligned}$$

$\therefore$ রাস্তাসহ আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য $= (48 + 3 \times 2)$ মিটার
 $= (48 + 6)$ মিটার
 $= 54$ মিটার

$$\begin{aligned}\therefore \text{রাষ্ট্রসহ আয়তাকার ক্ষেত্রের প্রস্থ} &= (32.80 + 3 \times 2) \text{ মিটার} \\ &= (32.80 + 6) \text{ মিটার} \\ &= 38.80 \text{ মিটার}\end{aligned}$$

$$\text{রাষ্ট্রসহ আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} = 54 \text{ মিটার} \times 38.80 \text{ মিটার} = 2095.20 \text{ বর্গমিটার}$$

∴ রাস্তাটির ক্ষেত্রফল = $(2095.20 - 1574.40)$ বর্গমিটার = 520.80 বর্গমিটার (উত্তর)

15. একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে 30 মিটার ও 20 মিটার। বাগানটির চারদিকে যদি 5 মিটার চওড়া রাস্তা থাকে তবে রাস্তাটির ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?

⇒ Sol" রাস্তাবাদে বাগানের ক্ষেত্রফল = (30×20) বর্গ মিটার
= 600 বর্গ মিটার

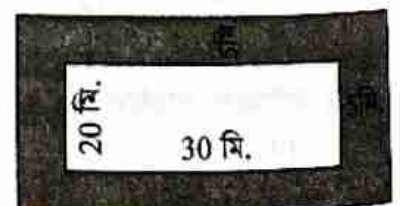
রাস্তাসহ বাগানের দৈর্ঘ্য = $30 + (5 + 5)$ মিটার = $(30 + 10) = 40$ মিটার

রাষ্ট্রাসহ বাগানের প্রস্থ = $20 + (5 + 5)$ মিটার = 30 মিটার

রাষ্ট্রাসহ বাগানের ক্ষেত্রফল = $(40 \times 30) = 1200$ বর্গ মিটার

$\therefore$ রাস্তার ক্ষেত্রফল $= (1200 - 600) = 600$ বর্গ মিটার

বড় আয়ত - ছোট আয়ত = রাস্তা

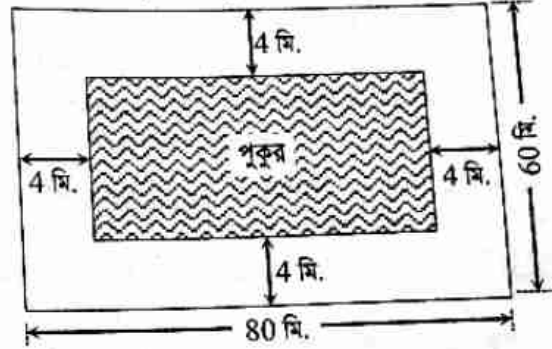


৪০ ফুট দৈর্ঘ্য এবং ৭০ ফুট প্রস্থ একটি বাগানের বাহিরের চতুর্দিকে ৫ ফুট প্রস্থ একটি রাস্তা আছে? রাস্তাটির ক্ষেত্রফল কত হবে?

Sol বাগানটির ক্ষেত্রফল = (80×70) বর্গফুট = ৫৬০০ বর্গফুট
 রাস্তাসহ বাগানের দৈর্ঘ্য = $\{80 + (5 + 5)\}$ ফুট = ৯০ ফুট
 রাস্তাসহ বাগানের প্রস্থ = $\{70 + (5 + 5)\}$ ফুট = ৮০ ফুট
 রাস্তাসহ বাগানের ক্ষেত্রফল = (90×80) বর্গফুট = ৭২০০ বর্গফুট।
 রাস্তার ক্ষেত্রফল = $(7200 - 5600) = 1600$ বর্গফুট।

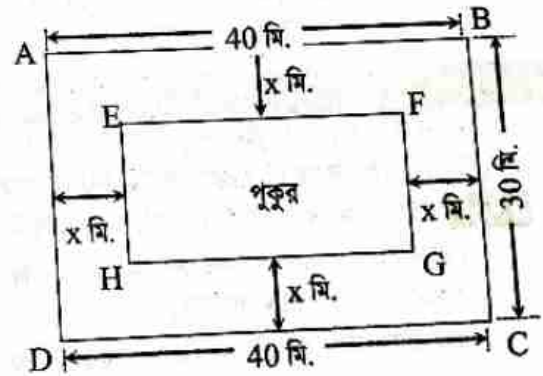
একটি জমির দৈর্ঘ্য ৮০ মিটার এবং প্রস্থ ৬০ মিটার। ঐ জমির মাঝে একটি পুকুর খনন করা হলো। যদি পুকুরের প্রত্যেক পাড়ের বিস্তার ৪ মিটার হয়, তবে পুকুরের পাড়ের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

Sol দেওয়া আছে, জমির দৈর্ঘ্য = ৮০ মিটার এবং প্রস্থ = ৬০ মিটার
 জমির ক্ষেত্রফল = $(80 \times 60) = 4800$ বর্গমিটার
 পাড় বাদে পুকুরের দৈর্ঘ্য = $(80 - 4 \times 2) = 72$ মিটার
 পাড় বাদে পুকুরের প্রস্থ = $(60 - 4 \times 2) = 52$ মিটার
 পাড় বাদে পুকুরের ক্ষেত্রফল = $(72 \times 52) = 3744$ বর্গমিটার
 পুকুরের পাড়ের ক্ষেত্রফল = $(4800 - 3744) = 1056$ বর্গমিটার
 পুকুর পাড়ের ক্ষেত্রফল = ১০৫৬ বর্গমিটার।



একটি বাগানের দৈর্ঘ্য ৪০ মিটার এবং প্রস্থ ৩০ মিটার। বাগানের ভিতরে সমান পাড়বিশিষ্ট একটি পুকুর আছে। পুকুরের ক্ষেত্রফল বাগানের ক্ষেত্রফলের $\frac{1}{2}$ অংশ হলে, পুকুরের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

Sol মনে করি, ABCD বাগান এবং EFGH পুকুর।
 ধরি, পুকুরের পাড়ের প্রশস্ততা = x মিটার
 ABCD বাগানের দৈর্ঘ্য = ৪০ মিটার
 ABCD বাগানের প্রস্থ = ৩০ মিটার
 $\therefore$ ABCD বাগানের ক্ষেত্রফল = $(40 \times 30) = 1200$ বর্গমিটার
 $\therefore$ EFGH পুকুরের দৈর্ঘ্য = $(40 - 2x)$ মিটার
 " " প্রস্থ = $(30 - 2x)$ মিটার
 $\therefore$ EFGH পুকুরের ক্ষেত্রফল = $(40 - 2x)(30 - 2x)$ বর্গমিটার



প্রশ্নানুসারে, $1200 \times \frac{1}{2} = (40 - 2x)(30 - 2x)$
 $\Rightarrow 600 = (40 - 2x)(30 - 2x) \Rightarrow (40 - 2x)(30 - 2x) = 600 \Rightarrow 1200 - 80x - 60x + 4x^2 - 600 = 0$
 $\Rightarrow 4x^2 - 140x + 600 = 0 \Rightarrow 4(x^2 - 35x + 150) = 0$
 $\Rightarrow x^2 - 30x - 5x + 150 = 0$ [উভয়পক্ষে ৪ দ্বারা ভাগ করে] $\Rightarrow x(x - 30) - 5(x - 30) = 0$
 $\Rightarrow (x - 30)(x - 5) = 0$

হয়, $x - 5 = 0 \therefore x = 5$

অথবা, $x - 30 = 0 \therefore x = 30$

[পাড়ের বিস্তার বাগানের প্রস্থের সমান হতে পারে না তাই $x = 30$ গ্রহণযোগ্য নয়।]

$\therefore$ পাড়ের বিস্তার = ৫ মিটার
 $\therefore$ পুকুরের দৈর্ঘ্য = $(40 - 2 \times 5) = (40 - 10) = 30$ মিটার
 এবং পুকুরের প্রস্থ = $(30 - 2 \times 5) = (30 - 10) = 20$ মিটার
 $\therefore$ পুকুরের দৈর্ঘ্য ৩০ মিটার এবং প্রস্থ ২০ মিটার।

19. ৪০ মিটার দৈর্ঘ্য এবং ৩০ মিটার প্রস্থ বিশিষ্ট একটি মাঠের ঠিক মাঝে আড়াআড়িভাবে ১.৫ মিটার প্রশস্ত দুইটি রাস্তা আছে।
রাস্তা দুইটির মোট ক্ষেত্রফল কত?

৷Sol৷ দেওয়া আছে, মাঠের দৈর্ঘ্য = ৪০ মিটার এবং প্রস্থ = ৩০ মিটার

$$\therefore \text{রাস্তাসহ মাঠের ক্ষেত্রফল} = ৪০ \times ৩০ = ১২০০ \text{ বর্গমিটার}$$

মাঠের মাঝে রাস্তা থাকায়-

$$\text{রাস্তাবাদে মাঠের দৈর্ঘ্য} = ৪০ - ১.৫$$

$$= ৩৮.৫ \text{ মিটার}$$

৩০ মিটার

$$\text{রাস্তাবাদে মাঠের প্রস্থ} = ৩০ - ১.৫$$

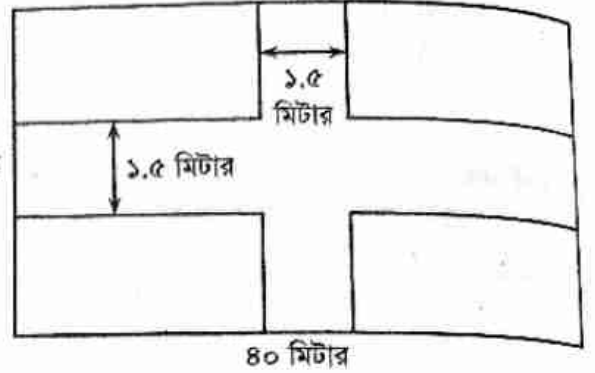
$$= ২৮.৫ \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{রাস্তাবাদে বাগানের ক্ষেত্রফল} = ৩৮.৫ \times ২৮.৫$$

$$= ১০৯৭.২৫ \text{ বর্গমিটার}$$

$$\therefore \text{রাস্তাঘরের ক্ষেত্রফল} = (১২০০ - ১০৯৭.২৫) \text{ বর্গমিটার}$$

$$= ১০২.৭৫ \text{ বর্গমিটার। (উত্তর)}$$



20. ৫০ মিটার দৈর্ঘ্য ও ৪০ মিটার প্রস্থ বিশিষ্ট একটি মাঠের ঠিক মাঝ দিয়ে আড়াআড়িভাবে ৩ মিটার চওড়া দুইটি রাস্তা আছে।
রাস্তা ২ টির মোট ক্ষেত্রফল কত?

$$\text{৷Sol৷ দৈর্ঘ্য বরাবর রাস্তার ক্ষেত্রফল} = (৫০ \times ৩) \text{ বর্গমিটার}$$

$$= ১৫০ \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{প্রস্থ বরাবর রাস্তার ক্ষেত্রফল} = (৪০ \times ৩) \text{ বর্গমিটার}$$

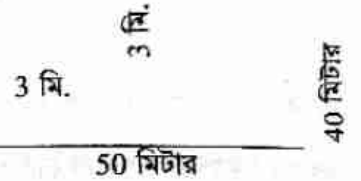
$$= ১২০ \text{ বর্গমিটার}$$

রাস্তাঘরের ছেদকৃত সাধারণ অংশের ক্ষেত্রফল

$$= (৩ \times ৩) \text{ বর্গমিটার} = ৯ \text{ বর্গমিটার}$$

$$\therefore \text{রাস্তা ২টির মোট ক্ষেত্রফল} = \{(১৫০ + ১২০) - ৯\}$$

$$= (২৭০ - ৯) \text{ বর্গমিটার} = ২৬১ \text{ বর্গমিটার।}$$



Item-05: খরচ সংক্রান্ত

21. ৪০ ফুট দীর্ঘ এবং ৬০ ফুট বিস্তৃত একটি বাগানের ঠিক মাঝখানে ৫ ফুট বিস্তৃত দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর ২টি রাস্তা আছে। প্রতি বর্গফুট ২৫ টাকা করে এই রাস্তা ঢালাই করতে কত খরচ হবে? [২৯তম বিসিএস]

৷Sol৷ দেওয়া আছে, বাগানের দৈর্ঘ্য = ৮০ ফুট এবং বিস্তৃতি বা প্রস্থ = ৬০ ফুট।

$$(\text{রাস্তাসহ}) \text{ বাগানের ক্ষেত্রফল} = (৮০ \times ৬০) = ৪৮০০ \text{ বর্গফুট।}$$

বাগানের মাঝে রাস্তা থাকায়,

$$\text{রাস্তাবাদে বাগানের দৈর্ঘ্য} (৮০ - ৫) = ৭৫ \text{ ফুট}$$

$$\text{রাস্তাবাদে বাগানের বিস্তৃতি} (৬০ - ৫) = ৫৫ \text{ ফুট}$$

$$\text{রাস্তাবাদে বাগানের ক্ষেত্রফল} = (৭৫ \times ৫৫) = ৪১২৫ \text{ বর্গফুট}$$

$$\text{অতএব, রাস্তার ক্ষেত্রফল} = \text{বাগানের ক্ষেত্রফল} - \text{রাস্তাবাদে বাগানের ক্ষেত্রফল} = (৪৮০০ - ৪১২৫) = ৬৭৫ \text{ বর্গফুট}$$

$$\therefore \text{রাস্তা ঢালাই করতে মোট খরচ} (৬৭৫ \times ২৫) = ১৬৮৭৫ \text{ টাকা (উত্তর)}$$

22. একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ২১ মিটার ও প্রস্থ ১৫ মিটার। বাগানের বাইরে একে ঘিরে ২ মিটার প্রশস্ত একটি পথ আছে।
বর্গমিটার প্রতি ৭৫ টাকা দরে পথটিকে ইট দিয়ে বাঁধাতে কত খরচ হবে? [২৫তম বিসিএস]

$$\text{৷Sol৷ রাস্তাসহ বাগানের দৈর্ঘ্য} = ২১ \text{ মিটার} + (২ + ২) \text{ মিটার} = ২৫ \text{ মিটার}$$

$$\text{" " বিস্তার} = ১৫ \text{ মিটার} + (২ + ২) \text{ মিটার} = ১৯ \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{" " ক্ষেত্রফল} = ২৫ \times ১৯ \text{ বর্গমিটার} = ৪৭৫ \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{রাস্তা বাদে বাগানের ক্ষেত্রফল} = ২১ \times ১৫ \text{ বর্গমিটার} = ৩১৫ \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{অতএব, রাস্তার ক্ষেত্রফল} = (৪৭৫ - ৩১৫) \text{ বর্গমিটার} = ১৬০ \text{ বর্গমিটার}$$

$$\therefore \text{ইট বাঁধার মোট খরচ} = ১৬০ \times ৭৫ \text{ টাকা} = ১২০০০ \text{ টাকা}$$

অতএব, নির্ণেয় মোট খরচ ১২০০০ টাকা (উত্তর)

13. আয়তাকার একটি ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থের 1.5 গুণ। প্রতি বর্গমিটার 1.90 টাকা দরে ঘাস লাগাতে 10260.00 টাকা ব্যয় হয়। প্রতি মিটার 2.50 টাকা দরে ঐ মাঠের চারদিকে বেড়া দিতে মোট কত ব্যয় হবে?

Sol মনে করি, আয়তাকার ক্ষেত্রটির প্রস্থ = x মিটার [অষ্টম শ্রেণীর বোর্ড বই(গণিত), অধ্যায়-৩ (অনুশীলনীর অংক নং-২১)]

$$\text{আয়তাকার ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য} = 1.5x \text{ মিটার} = \frac{15x}{10} \text{ মিটার} = \frac{3x}{2} \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{আয়তাকার ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল} = \text{দৈর্ঘ্য} \times \text{প্রস্থ} = \frac{3x}{2} \cdot x \text{ বর্গমিটার} = \frac{3x^2}{2} \text{ বর্গমিটার}$$

আবার,

$$1.90 \text{ টাকা খরচ হয় } 1 \text{ বর্গমিটার ঘাস লাগাতে}$$

$$\therefore 1 \text{ " " " } \frac{1}{1.90} \text{ " " "}$$

$$\therefore 10260.00 \text{ " " " } \frac{1 \times 10260.00}{1.90} \text{ " " " } = 5400 \text{ বর্গমিটার ঘাস লাগাতে}$$

$$\therefore \text{ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল} = 5400 \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{শর্তমতে, } \frac{3x^2}{2} = 5400 \Rightarrow 3x^2 = 10800 \Rightarrow x^2 = \frac{10800}{3}$$

$$\Rightarrow x^2 = 3600 \Rightarrow x = \sqrt{3600} \therefore x = 60$$

$$\therefore \text{ক্ষেত্রটির প্রস্থ} = 60 \text{ মিটার এবং ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য} = \frac{3 \times 60}{2} \text{ মিটার} = 90 \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{আয়তক্ষেত্রটির পরিসীমা} = 2 (\text{দৈর্ঘ্য} + \text{প্রস্থ}) = 2(90 + 60) \text{ মিটার} = 2 \times 150 \text{ মিটার} = 300 \text{ মিটার}$$

প্রতি মিটার বেড়া দিতে ব্যয় হয় 2.50 টাকা

$$\therefore 300 \text{ মিটার বেড়া দিতে ব্যয় হয় } (300 \times 2.50) \text{ টাকা} = 750 \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{মাঠের চারদিকে বেড়া দিতে ব্যয় হবে } 750 \text{ টাকা। (উত্তর)}$$

24. একটি ঘরের মেঝে কার্পেট দিয়ে ঢাকতে মোট 7200 টাকা খরচ হয়। ঘরটির প্রস্থ 3 মিটার কম হলে 576 টাকা কম খরচ হতো। ঘরটির প্রস্থ কত? [অষ্টম শ্রেণীর বোর্ড বই(গণিত), অধ্যায়-৩ (অনুশীলনীর অংক নং-২২)]

Sol মনে করি, ঘরের দৈর্ঘ্য x মিটার এবং প্রস্থ y মিটার

$$\therefore \text{ঘরের ক্ষেত্রফল} = xy \text{ বর্গমিটার}$$

$$xy \text{ বর্গমিটার কার্পেট দিয়ে ঢাকতে খরচ হয় } 7200 \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{প্রতি বর্গমিটার কার্পেট দিয়ে ঢাকতে খরচ হয় } \frac{7200}{xy} \text{ টাকা}$$

আবার,

$$\text{প্রস্থ 3 মিটার কম হলে ঘরটির প্রস্থ হতো } (y - 3) \text{ মিটার}$$

$$\text{তখন ক্ষেত্রফল হতো } x(y - 3) \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{প্রস্থ 3 মিটার কম হলে খরচ হতো } (7200 - 576) \text{ টাকা} = 6624 \text{ টাকা}$$

$$\therefore x(y - 3) \text{ বর্গমিটার কার্পেট দিয়ে ঢাকতে খরচ হয় } 6624 \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{প্রতি বর্গমিটার কার্পেট দিয়ে ঢাকতে খরচ হয় } = \frac{6624}{x(y - 3)} \text{ টাকা}$$

$$\text{শর্তমতে, } \frac{7200}{xy} = \frac{6624}{x(y - 3)}$$

$$\Rightarrow \frac{7200}{y} = \frac{6624}{y - 3} \text{ [উভয়পক্ষকে } x \text{ দ্বারা গুণ করে। এখানে, } x \neq 0]$$

$$\Rightarrow 7200y - 21600 = 6624y \Rightarrow 7200y - 6624y = 21600$$

$$\Rightarrow 576y = 21600 \Rightarrow y = \frac{21600}{576} \therefore y = 37.5$$

$$\therefore \text{ঘরের প্রস্থ } 37.5 \text{ মিটার। (উত্তর)}$$

25. ২০ মিটার দীর্ঘ একটি কামরার মেঝে কার্পেট দিয়ে ঢাকতে ৭৫০০ টাকা খরচ হয়। যদি এই কামরাটির প্রস্থ ৪ মিটার কম হতো, তবে ৬০০০ টাকা খরচ হতো। কামরাটির প্রস্থ কত? [অষ্টম শ্রেণীর বোর্ড বই(গণিত), অধ্যায়-৩ (উদাহরণের অংক নং-১৩)]

Sol কামরার দৈর্ঘ্য ২০ মিটার। প্রস্থ ৪ মিটার কমলে ক্ষেত্রফল কমে (২০ মিটার $\times$ ৪ মিটার) = ৮০ বর্গমিটার ক্ষেত্রফল ৮০ বর্গমিটার কমানোর জন্য খরচ কমে (৭৫০০ - ৬০০০) টাকা = ১৫০০ টাকা

১৫০০ টাকা খরচ হয় ৮০ বর্গমিটারে

$$\therefore 1 \text{ " " " } \frac{80}{1500} \text{ "}$$

$$\therefore 9500 \text{ " " " } \frac{80 \times 9500}{1500} \text{ বর্গমিটারে} = 800 \text{ বর্গমিটারে}$$

অতএব, কামরার ক্ষেত্রফল ৮০০ বর্গমিটার।

$$\therefore \text{কামরাটির প্রস্থ} = \frac{\text{ক্ষেত্রফল}}{\text{দৈর্ঘ্য}} = \frac{800}{20} \text{ মিটার} = 20 \text{ মিটার}$$

$\therefore$ কামরাটির প্রস্থ ২০ মিটার। (উত্তর)

26. একটি ঘরের দৈর্ঘ্য প্রস্থের ৩ গুণ। প্রতি বর্গমিটারে ৭.৫০ টাকা দরে ঘরটির মেঝে কার্পেট দিয়ে ঢাকতে মোট ১১০২.৫০ টাকা ব্যয় হয়। ঘরটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় করুন। [অষ্টম শ্রেণীর বোর্ড বই(গণিত), অধ্যায়-৩ (উদাহরণের অংক নং-০৯)]

Sol

৭.৫০ টাকা খরচ হয় ১ বর্গমিটারে

$$\therefore 1 \text{ " " " } \frac{1}{9.50} \text{ "}$$

$$\therefore 1102.50 \text{ " " " } \frac{1 \times 1102.50}{9.50} = 189 \text{ বর্গমিটারে}$$

অর্থাৎ ঘরের ক্ষেত্রফল ১৮৭ বর্গমিটার।

মনে করি, প্রস্থ = x মিটার

$$\therefore \text{দৈর্ঘ্য} = 3x \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{ক্ষেত্রফল} = (\text{দৈর্ঘ্য} \times \text{প্রস্থ}) \text{ বর্গ একক} = (3x \times x) \text{ বর্গমিটার} = 3x^2 \text{ বর্গমিটার}$$

শর্তানুসারে, $3x^2 = 189$

$$\therefore x = \sqrt{81} = 9$$

অতএব, প্রস্থ = ৭ মিটার এবং দৈর্ঘ্য = (৩ $\times$ ৭) মিটার = ২১ মিটার। (উত্তর)

27. ৮০ মিটার দৈর্ঘ্য ও ৬০ মিটার প্রস্থবিশিষ্ট একটি আয়তাকার বাগানের ভিতর চারদিকে ৪ মিটার প্রশস্ত একটি পথ আছে। প্রতি বর্গমিটার ৭.২৫ টাকা দরে এই পথ বাঁধানোর খরচ কত? [অষ্টম শ্রেণীর বোর্ড বই(গণিত), অধ্যায়-৩ (অনুশীলনীর অংক নং-২৩)]

Sol দেওয়া আছে, বাগানের দৈর্ঘ্য ৮০ মিটার এবং প্রস্থ বাগানের প্রস্থ ৬০ মিটার

$$\therefore \text{বাগানের ক্ষেত্রফল} = (৮০ \times ৬০) \text{ বর্গমিটার} = ৪৮০০ \text{ বর্গমিটার}$$

বাগানের ভিতর চারদিকে ৪ মিটার প্রশস্ত একটি রাস্তা আছে

$$\therefore \text{রাস্তাবাদে বাগানের দৈর্ঘ্য} = (৮০ - ৪ \times ২) \text{ মিটার} \\ = (৮০ - ৮) \text{ মিটার} = ৭২ \text{ মিটার}$$

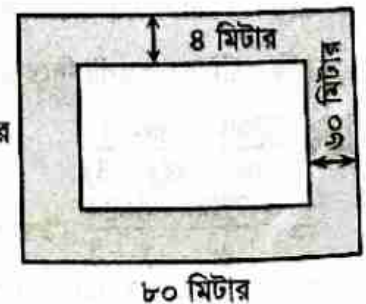
$$\text{রাস্তাবাদে বাগানের প্রস্থ} = (৬০ - ৪ \times ২) \text{ মিটার} \\ = (৬০ - ৮) \text{ মিটার} = ৫২ \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{রাস্তাবাদে বাগানের ক্ষেত্রফল} = (৭২ \times ৫২) \text{ বর্গমিটার} = ৩৭৪৪ \text{ বর্গমিটার}$$

$$\therefore \text{রাস্তার ক্ষেত্রফল} = (৪৮০০ - ৩৭৪৪) \text{ বর্গমিটার} = ১০৫৬ \text{ বর্গমিটার}$$

প্রতি বর্গমিটার ৭.২৫ টাকা দরে পথ বাঁধাতে খরচ হয় (১০৫৬ $\times$ ৭.২৫) টাকা = ৭৬৫৬ টাকা

$\therefore$ পথটি বাঁধাতে খরচ হয় ৭৬৫৬ টাকা। (উত্তর)



১২. একটি ঘরের ৩টি দরজা এবং ৬টি জানালা আছে। প্রতিটি দরজা ২ মিটার লম্বা এবং ১.২৫ মিটার চওড়া, প্রতিটি জানালা ১.২৫ মিটার লম্বা এবং ১ মিটার চওড়া। ঐ ঘরের দরজা জানালা তৈরি করতে ৫ মিটার লম্বা ও ০.০৬ মিটার চওড়া কয়টি তক্তার প্রয়োজন?

Sol ৩ টি দরজার ক্ষেত্রফল = $(2 \times 1.25) \times 3 = 7.5$ বর্গমিটার
 ৬টি জানালার ক্ষেত্রফল = $(1.25 \times 1) \times 6 = 7.5$ বর্গমিটার
 দরজা ও জানালার মোট ক্ষেত্রফল = $7.5 + 7.5 = 15$ বর্গমিটার
 একটি তক্তার ক্ষেত্রফল = $(5 \times 0.06) = 0.3$ বর্গমিটার
 সুতরাং তক্তার সংখ্যা = $\frac{\text{দরজা ও জানালার মোট ক্ষেত্রফল}}{\text{তক্তার ক্ষেত্রফল}} = \frac{15}{0.3} = 50$ টি।

Item-06: কার্পেটিং সংক্রান্ত

১৩. একটি হলঘরের দৈর্ঘ্য ৩০ মিটার, প্রস্থ ১২ মিটার। অপর একটি হলঘরের দৈর্ঘ্য ২০ মিটার, প্রস্থ ১৫ মিটার। সর্বাপেক্ষা বড় কোন মাপের আয়তাকার কার্পেট দ্বারা উভয় ঘরের মেঝে পুরোপুরি ঢাকা যাবে। মোট কতটি কার্পেট লাগবে? [১৩তম বিসিএস]

Sol ১ম ঘরের ক্ষেত্রফল = $৩০ \text{ মিটার} \times ১২ \text{ মিটার} = ৩৬০$ বর্গমিটার
 ২য় " " = $২০ \text{ মিটার} \times ১৫ \text{ মিটার} = ৩০০$ বর্গমিটার
 ১ম ও ২য় ঘরের দৈর্ঘ্যের গ.সা.গু ১ম ও ২য় ঘরের প্রস্থের গ.সা.গু

$$\begin{array}{r|l} ৩০ & ১ \\ \hline ২০ & \\ \hline ১০ & ২ \\ \hline ২০ & \\ \hline ০ & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} ১২ & ১ \\ \hline ১২ & \\ \hline ৩ & ৪ \\ \hline ১২ & \\ \hline ০ & \end{array}$$

∴ প্রয়োজনীয় কার্পেটের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে ১০ মিটার ও ৩ মিটার

ক্ষেত্রফল = $১০ \times ৩ = ৩০$ বর্গমিটার

১ম ঘরে কার্পেট লাগবে = $৩৬০ \div ৩০ = ১২$ টি

২য় " " " = $৩০০ \div ৩০ = ১০$ টি

উত্তর : সর্বাপেক্ষা বড় মাপের কার্পেট ৩০ ব.মি. এবং প্রয়োজনীয় কার্পেট ২২ খানা

১৪. একটি ঘরের মেঝে ২৬ মিটার লম্বা ও ২০ মিটার চওড়া। ৪ মিটার লম্বা ও ২.৫ মিটার চওড়া কয়টি মাদুর দিয়ে মেঝেটি সম্পূর্ণ ঢাকা যাবে? প্রতিটি মাদুরের দাম ২৭.৫০ টাকা হলে, মোট খরচ কত হবে?

[অষ্টম শ্রেণীর বোর্ড বই(গণিত), অধ্যায়-৩ (অনুশীলনীর অংক নং-২৫)]

Sol দেওয়া আছে, ঘরের মেঝের দৈর্ঘ্য ২৬ মিটার এবং প্রস্থ ২০ মিটার

∴ ঘরের মেঝের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য $\times$ প্রস্থ

$$= (২৬ \times ২০) \text{ বর্গমিটার} = ৫২০ \text{ বর্গমিটার}$$

আবার, প্রতিটি মাদুরের দৈর্ঘ্য ৪ মিটার এবং প্রতিটি মাদুরের প্রস্থ ২.৫ মিটার

∴ প্রতিটি মাদুরের ক্ষেত্রফল = $(৪ \times ২.৫) \text{ বর্গমিটার} = ১০ \text{ বর্গমিটার}$

∴ ঘরের মেঝে ঢাকতে মাদুর লাগবে = $\frac{৫২০}{১০} \text{ টি} = ৫২$ টি

এখন, প্রতিটি মাদুরের দাম ২৭.৫০ টাকা

∴ ৫২টি মাদুরের দাম = $(২৭.৫০ \times ৫২) \text{ টাকা} = ১৪৩০ \text{ টাকা}$

∴ মাদুর লাগবে ৫২টি এবং খরচ হবে ১৪৩০ টাকা। (উত্তর)

✱ Pattern-02 (বর্গক্ষেত্র সংক্রান্ত)

- ◆ বর্গের ক্ষেত্রফল = (এক বাহুর দৈর্ঘ্য)^২
- ◆ বর্গের পরিসীমা = ৪ × এক বাহুর দৈর্ঘ্য
- ◆ বর্গের কর্ণ = $\sqrt{2} \times$ এক বাহুর দৈর্ঘ্য

এ টপিক সংক্রান্ত প্রশ্ন ও সমাধান:

31. বর্গাকার একটি মাঠের ভিতরে চারদিকে 9 ফুট চওড়া একটি রাস্তা আছে। যদি রাস্তার ক্ষেত্রফল 3 একর হয়, তবে রাস্তা বাদে মাঠের চারদিকে বেড়া দিতে প্রতি গজ 3.50 টাকা হিসাবে কত ব্যয় হবে? [২৩তম বিসিএস]

⇒ Solⁿ মনে করি, মাঠের দৈর্ঘ্য = x গজ

$$\therefore \text{বর্গাকারে মাঠের ক্ষেত্রফল} = x^2 \text{ বর্গগজ}$$

$$\text{মাঠের ভিতরের রাস্তার প্রস্থ} = 9 \text{ ফুট} = 3 \text{ গজ}$$

$$\therefore \text{রাস্তা বাদে মাঠের দৈর্ঘ্য/প্রস্থ} = (x - 3 \times 2) = x - 6 \text{ গজ}$$

$$\therefore \text{ " " " ক্ষেত্রফল} = (x - 6)^2 \text{ বর্গগজ}$$

$$\therefore \text{রাস্তার ক্ষেত্রফল} = x^2 - (x - 6)^2 \text{ বর্গগজ} = x^2 - (x^2 - 12x + 36) = x^2 - x^2 + 12x - 36 = 12x - 36 \text{ বর্গগজ}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } 12x - 36 = 3 \times 4840 \quad [\because 1 \text{ একর} = 4840 \text{ বর্গগজ}]$$

$$\Rightarrow 12x = 14520 + 36 \Rightarrow 12x = 14556 \therefore x = 1213 \text{ গজ}$$

$$\text{রাস্তা বাদে মাঠের দৈর্ঘ্য} = 1213 - 6 = 1207 \text{ গজ}$$

$$\text{ " " " পরিসীমা} = 4 \times 1207 = 4828 \text{ গজ}$$

$$\therefore \text{বেড়া দিতে মোট খরচ হবে} = 4828 \times 3.50 = 16898 \text{ টাকা। (উত্তর)}$$

32. একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা একটি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমার সমান। আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থের ৩ গুণ এবং ক্ষেত্রফল ৭৬৮ বর্গমিটার। প্রতিটি ৮০ সে.মি. বর্গ আকারের পাথর দিয়ে বর্গক্ষেত্রটি বাঁধতে মোট কতটি পাথর লাগবে? [২২তম বিসিএস]

⇒ Solⁿ মনে করি,

$$\text{আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ} = x \text{ মিটার}$$

$$\text{অতএব, দৈর্ঘ্য} = ৩x \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{ক্ষেত্রফল} = (৩x \times x) \text{ বর্গমিটার} = ৩x^2 \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{শর্তানুসারে, } ৩x^2 = ৭৬৮ \Rightarrow x^2 = \frac{৭৬৮}{৩} \Rightarrow x^2 = ২৫৬ \Rightarrow x = \sqrt{২৫৬} = ১৬$$

$$\therefore \text{প্রস্থ} = ১৬ \text{ মিটার}$$

$$\text{দৈর্ঘ্য} = ১৬ \text{ মিটার} \times ৩ = ৪৮ \text{ মিটার}$$

$$\text{আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা} = ২ \times (\text{দৈর্ঘ্য} + \text{প্রস্থ})$$

$$= ২ \times (৪৮ + ১৬) \text{ মিটার} = ২ \times ৬৪ \text{ মিটার} = ১২৮ \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা} = ১২৮ \text{ মিটার}$$

$$\text{বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য} = \frac{১২৮}{৪} \text{ মিটার} = ৩২ \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} = (৩২)^2 \text{ বর্গমিটার} = ১০২৪ \text{ বর্গমিটার}$$

অতএব,

$$\text{প্রতিটি পাথরের ক্ষেত্রফল} = (৮০ \text{ সে.মি.})^2 = (০.৮০ \text{ মিটার})^2 = ০.৬৪০০ \text{ বর্গমিটার}$$

$$\therefore \text{পাথরের সংখ্যা} = \frac{১০২৪}{০.৬৪০০} = ১৬০০ \text{ টি}$$

উত্তর: ১৬০০ টি।

33. বর্গাকার মাঠের ভিতরে চারদিকে 4 মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। যদি রাস্তার ক্ষেত্রফল 1 হেক্টর হয়, তবে রাস্তা বাড়ে মাঠের ক্ষেত্রফল কত? [২০তম বিসিএস]

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই (সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.২ (উদাহরণের অঙ্ক নং-১০)]

Sol মনে করি,

বর্গাকার মাঠের প্রত্যেকটি বাহুর দৈর্ঘ্য = x মিটার

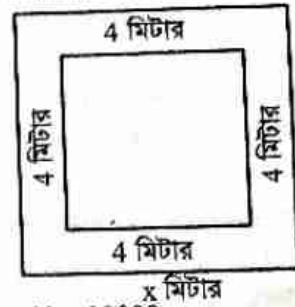
বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = x^2 বর্গমিটার

মাঠের ভিতরে 4 মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে।

∴ রাস্তাবাদে প্রত্যেকটি বাহুর দৈর্ঘ্য = $(x - 4 \times 2) = (x - 8)$ মিটার

∴ রাস্তাবাদে মাঠের ক্ষেত্রফল = $(x - 8)^2$ বর্গমিটার

∴ রাস্তার ক্ষেত্রফল = $x^2 - (x - 8)^2$ বর্গমিটার



প্রশ্নমতে, $x^2 - (x - 8)^2 = 10000$ [∵ আমরা জানি, ১ হেক্টর = ১০০০০ বর্গমিটার]

$$\Rightarrow x^2 - (x^2 - 2 \cdot x \cdot 8 + 8^2) = 10000 \Rightarrow x^2 - x^2 + 16x - 64 = 10000 \Rightarrow 16x - 64 = 10000$$

$$\Rightarrow 16x = 10000 + 64 \Rightarrow 16x = 10064 \Rightarrow x = \frac{10064}{16} \therefore x = 629 \text{ মিটার}$$

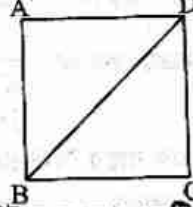
রাস্তাবাদে প্রত্যেকটি বাহুর দৈর্ঘ্য $(629 - 8)$ মিটার = 621 মিটার

রাস্তাবাদে মাঠের ক্ষেত্রফল = $(621)^2 = 385641$ বর্গমিটার (উত্তর)

34. একটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য 5 ফুট হলে, ঐ বর্গক্ষেত্রের কর্ণের উপর অংকিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? [১৭তম বিসিএস]

Sol মনে করি, ABCD বর্গক্ষেত্রের BD একটি কর্ণ। বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য 5 ফুট হলে এর কর্ণ BD এর উপর অংকিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে হবে।

আমরা জানি, বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য, $\sqrt{2}a = \sqrt{2} \times 5 = 5\sqrt{2}$ ফুট



∴ কর্ণের উপর অংকিত বর্গের ক্ষেত্রফল = $5\sqrt{2} \times 5\sqrt{2} = 50$ বর্গফুট

উত্তর: 50 বর্গফুট।

35. একটি বর্গাকার ক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য ৩০০ মিটার এবং বাইরে চারদিকে ৪ মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল কত? [৮তম শ্রেণীর বোর্ড বই (গণিত), অধ্যায়-৩ (অনুশীলনের অঙ্ক নং-১৫)]

Sol দেওয়া আছে, বর্গাকার ক্ষেত্রটির এক বাহুর দৈর্ঘ্য = ৩০০ মিটার

∴ বর্গাকার ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = $(৩০০)^2$ বর্গমিটার = ৯০,০০০ বর্গমিটার

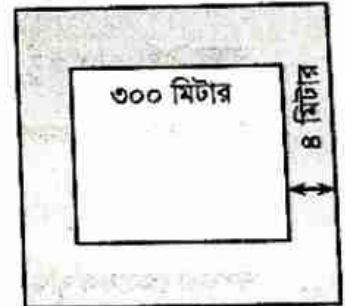
ক্ষেত্রটির বাইরে চারদিকে ৪ মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে

∴ রাস্তাসহ বর্গাকার ক্ষেত্রটির এক বাহুর দৈর্ঘ্য = $(৩০০ + ৪ \times ২)$ মিটার
= $(৩০০ + ৮)$ মিটার = ৩০৮ মিটার

∴ রাস্তাসহ বর্গাকার ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = $(৩০৮)^2$ বর্গমিটার = ৯৪৮৬৪ বর্গমিটার

∴ রাস্তার ক্ষেত্রফল = $(৯৪৮৬৪ - ৯০,০০০)$ বর্গমিটার = ৪৮৬৪ বর্গমিটার

সুতরাং রাস্তাটির ক্ষেত্রফল ৪৮৬৪ বর্গমিটার। (উত্তর)



36. একটি বর্গাকার মাঠের বাইরে চারদিকে 5 মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। রাস্তার ক্ষেত্রফল 500 বর্গমিটার হলে, মাঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই (সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.২ (অনুশীলনের অঙ্ক নং-০৪)]

Sol মনে করি, মাঠের দৈর্ঘ্য = x মিটার ∴ মাঠের ক্ষেত্রফল = x^2 বর্গমিটার

রাস্তার ক্ষেত্রফল = 500 বর্গ মি.

অতএব, রাস্তাসহ মাঠের ক্ষেত্রফল = $(x^2 + 500)$ বর্গমিটার (i)

আবার, রাস্তাসহ বর্গাকার মাঠের এক পাশের দৈর্ঘ্য = $(x + 5 + 5) = (x + 10)$ মি.

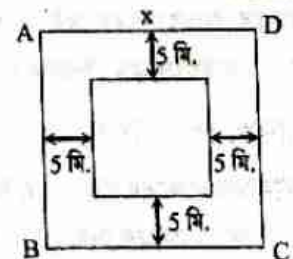
রাস্তাসহ মাঠের ক্ষেত্রফল = $(x + 10)^2 = (x^2 + 20x + 100)$ বর্গমিটার (ii)

(i) ও (ii) হতে পাই, $x^2 + 20x + 100 = x^2 + 500$

$$\Rightarrow x^2 - x^2 + 20x = 500 - 100 \Rightarrow 20x = 400 \Rightarrow x = \frac{400}{20} \therefore x = 20$$

∴ মাঠের ক্ষেত্রফল = x^2 বর্গ মিটার = $(20)^2 = 400$ বর্গমিটার

∴ মাঠের ক্ষেত্রফল 400 বর্গ মিটার।



37. একটি বর্গাকার বাগানের চারপাশ ঘিরে 2 মিটার প্রস্থ বিশিষ্ট রাস্তা আছে। রাস্তাসহ বাগানের ক্ষেত্রফল 196 বর্গমিটার হলে রাস্তার ক্ষেত্রফল কত?

≥Sol" দেওয়া আছে, রাস্তাসহ বাগানের ক্ষেত্রফল = 196 বর্গমিটার

সুতরাং রাস্তাসহ এক বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{196} = 14$ মিটার

রাস্তাবাদে বাগানের একবাহুর দৈর্ঘ্য = $\{14 - (2 \times 2)\} = 14 - 4 = 10$ মিটার

রাস্তাবাদে বাগানের ক্ষেত্রফল = $(10)^2 = 100$ বর্গমিটার

সুতরাং রাস্তার ক্ষেত্রফল = $196 - 100 = 96$ বর্গ মিটার।



38. একটি সরলরেখার উপর অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফল ঐ সরলরেখার এক-চতুর্থাংশের উপর অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফলের কত গুণ?
অথবা, একটি সরলরেখার উপর অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফল ঐ সরলরেখার ২৫ শতাংশের উপর অঙ্কিত বর্গের ক্ষেত্রফলের কতগুণ?

≥Sol" ধরি, সরলরেখার দৈর্ঘ্য = x একক

∴ এর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = x^2 বর্গ একক

সরলরেখার এক-চতুর্থাংশের দৈর্ঘ্য = $\frac{x}{4}$ একক

∴ এর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{x^2}{16}$ বর্গ একক

সুতরাং বড় রেখার উপর অঙ্কিত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ছোট

রেখার উপর অঙ্কিত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{x^2}{\frac{x^2}{16}}$ গুণ = $x^2 \times \frac{16}{x^2} = 16$ গুণ।

39. কোনো বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য 50% বৃদ্ধি করলে ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পাবে-

≥Sol" ধরি, বর্গের একবাহু = x একক ∴ বর্গের ক্ষেত্রফল = x^2 বর্গ একক

50% বৃদ্ধি পাওয়ায় বাহুর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায়, x এর 50% = $\frac{x}{2}$ একক

∴ নতুন দৈর্ঘ্য = $(x + \frac{x}{2})$ একক = $\frac{3x}{2}$ একক

∴ নতুন দৈর্ঘ্যের ক্ষেত্রফল = $(\frac{3x}{2})^2 = \frac{9x^2}{4}$ বর্গ একক

ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি = $\frac{9}{4}x^2 - x^2 = \frac{5x^2}{4}$ বর্গ একক

∴ শতকরা ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি = $(\frac{5x^2}{4} \times \frac{100}{x^2})\% = 125\%$

40. একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা একটি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমার সমান। আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য প্রস্থের তিনগুণ এবং ক্ষেত্রফল 768 বর্গমিটার। প্রতিটি 40 সে.মি. বর্গাকার পাথর দিয়ে বর্গক্ষেত্রটি বাঁধতে মোট কতটি পাথর লাগবে?

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.২ (অনুশীলনীর অংক নং-০৫)]

≥Sol" মনে করি, আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = x মিটার

অতএব, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = $3x$ মিটার

∴ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য $\times$ প্রস্থ = $(3x \times x) = 3x^2$ বর্গমিটার

প্রশ্নমতে, $3x^2 = 768 \Rightarrow x^2 = \frac{768}{3} = 256 \Rightarrow x = \sqrt{256} = 16$

অর্থাৎ আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = 16 মিটার

∴ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য $(3 \times 16) = 48$ মিটার

আমরা জানি, আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = $2(\text{দৈর্ঘ্য} + \text{প্রস্থ}) = 2(48 + 16) = 128$ মিটার

যেহেতু বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা আয়তক্ষেত্রের পরিসীমার সমান।
অতএব, বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা = 128 মিটার

$$\begin{aligned} \therefore \text{বর্গক্ষেত্রের একবাহু} (128 \div 4) &= 32 \text{ মিটার} [\because \text{বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা} = 4a] \\ \therefore \text{বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} &= (32)^2 = 1024 \text{ বর্গমিটার} [\because \text{বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} = a^2] \\ \text{একটি পাথরের ক্ষেত্রফল} &= (0.4)^2 = 0.16 \text{ বর্গমিটার} [\because 40 \text{ সে.মি.} = 4 \text{ মি.}] \\ \therefore \text{বর্গক্ষেত্রটি বাঁধতে মোট পাথর লাগবে} &= (1024 \div 0.16) = 6400 \text{ টি।} \\ \therefore 6400 \text{ টি পাথর লাগবে।} \end{aligned}$$

41. একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 160 বর্গমিটার। যদি এর দৈর্ঘ্য 6 মিটার কম হয়, তবে ক্ষেত্রটি বর্গাকার হয়। আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.২ (অনুশীলনীর অংক নং-০৬)]

►Solⁿ মনে করি, আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = x মিটার এবং আয়তাকার ক্ষেত্রের প্রস্থ = y মিটার

$$\therefore \text{আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} = xy \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } xy = 160 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{আবার, শর্তানুসারে, } x - 6 = y$$

$$\Rightarrow x = y + 6 \dots\dots\dots (ii)$$

$$x\text{-এর মান (i) নং সমীকরণের বসিয়ে পাই, } (y + 6)y = 160$$

$$\Rightarrow y^2 + 6y - 160 = 0 \text{ [পঞ্চান্তর করে]}$$

$$\Rightarrow y^2 + 16y - 10y - 160 = 0 \Rightarrow y(y + 16) - 10(y + 16) = 0 \Rightarrow (y + 16)(y - 10) = 0$$

$$\text{হয়, } y + 16 = 0 \therefore y = -16$$

$$\text{অথবা, } y - 10 = 0 \therefore y = 10$$

$$\therefore y = 10, \text{ যেহেতু } y = -16 \text{ গ্রহণযোগ্য নয়। [কারণ দৈর্ঘ্য বা প্রস্থ ঋণাত্মক হতে পারে না।]}$$

$$\therefore y \text{ এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই, } x = 10 + 6 \Rightarrow x = 16$$

$$\therefore \text{আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 16 মিটার এবং প্রস্থ 10 মিটার।}$$

✱ Pattern-03 (সামান্তরিক সংক্রান্ত)

- ◆ সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সম্বন্ধিত করে।
- ◆ সামান্তরিকের পরিসীমা = 2 (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)
- ◆ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = ভূমি × উচ্চতা।

এটি পূর্ব সংস্করণের একটি পরিবর্তন।

42. একটি সামান্তরিকের ভূমি উচ্চতার $\frac{3}{4}$ অংশ এবং ক্ষেত্রফল 363 বর্গ মিটার হলে, ক্ষেত্রটির ভূমি ও উচ্চতা নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.২ (অনুশীলনীর অংক নং-০৭)]

►Solⁿ মনে করি, সামান্তরিকের উচ্চতা x মিটার $\therefore$ সামান্তরিকের ভূমি $\left(x \text{ এর } \frac{3}{4}\right) = \frac{3x}{4}$ মিটার

দেওয়া আছে, সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = 363 বর্গমিটার

আমরা জানি, সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = ভূমি × উচ্চতা

$$\Rightarrow 363 = \frac{3x}{4} \times x \Rightarrow 363 = \frac{3x^2}{4} \Rightarrow 3x^2 = 1452$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{1452}{3} = 484 \Rightarrow x = \sqrt{484} = 22$$

$$\therefore \text{সামান্তরিকের উচ্চতা 22 মিটার এবং ভূমি} = \frac{3 \times 22}{4} = 16.5 \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সামান্তরিকের ভূমি 16.5 মিটার এবং উচ্চতা 22 মিটার।}$$

43. একটি সামান্তরিকক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল একটি বর্গক্ষেত্রের সমান। সামান্তরিকের ভূমি 125 মিটার এবং উচ্চতা 5 মিটার হলে, বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.২ (সদৃশীলতার অংক নং-০৬)]

Sol মনে করি, ABCD একটি সামান্তরিক এবং EFGH একটি বর্গক্ষেত্র

দেওয়া আছে, সামান্তরিকের ভূমি AB = 125 মিটার

এবং সামান্তরিকের উচ্চতা (লম্ব) DN = 5 মিটার

$$\therefore \text{ABCD সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল} = AB \times DN$$

$$= (125 \times 5) = 625 \text{ বর্গমিটার}$$

প্রশ্নমতে, EFGH বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ABCD সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = 625 বর্গ মি.

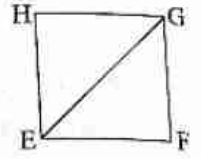
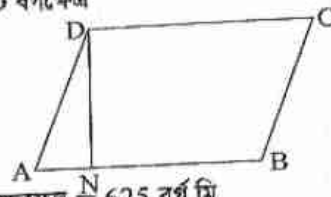
$$\therefore \text{বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{625} \text{ মি.} \because \text{বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} = (\text{বাহু})^2$$

$$= 25 \text{ মিটার}$$

$$\text{EGF ত্রিভুজের ক্ষেত্রে, } EG^2 = EF^2 + FG^2 = (25)^2 + (25)^2 = 2 \times (25)^2$$

$$\Rightarrow EG = \sqrt{2 \times (25)^2} = 35.35 \text{ মিটার}$$

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য 35.35 মিটার (প্রায়)।



44. একটি সামান্তরিকের বাহুর দৈর্ঘ্য 30 সে.মি. ও 26 সে.মি.। এর ক্ষুদ্রতম কর্ণটি 28 সে.মি. হলে, অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.২ (সদৃশীলতার অংক নং-০৬)]

Sol BD কর্ণ ABCD সামান্তরিককে সমদ্বিখন্ডিত করে।

$$\therefore \Delta ABD = \frac{1}{2} (\text{সামান্তরিক ক্ষেত্র ABCD})$$

AC কর্ণ ABCD সামান্তরিককে সমদ্বিখন্ডিত করে

$$\therefore \Delta \text{ক্ষেত্র ABC} = \frac{1}{2} (\text{সামান্তরিক ক্ষেত্র ABCD})$$

$$\therefore \Delta \text{ক্ষেত্র ABC} = \Delta \text{ক্ষেত্র ABD}$$

ΔABD -এ

দেওয়া আছে, AB = 30 সে.মি., AD = 26 সে.মি., BD = 28 সে.মি.

$$\therefore \text{পরিসীমা অর্ধেক, } s = \frac{AB + AD + BD}{2} = \frac{30 + 26 + 28}{2} = \frac{84}{2} = 42 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{ABD ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} = \sqrt{42(42-30)(42-26)(42-28)} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= \sqrt{42 \times 12 \times 14 \times 16} \text{ বর্গ সে.মি.} = \sqrt{3 \times 7 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2 \times 7 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= \sqrt{2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 3^2 \times 7^2} \text{ বর্গ সে.মি.} = (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7) = 336 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\Delta \text{ক্ষেত্র ABD} = \frac{1}{2} \times AB \times DF$$

$$\Rightarrow 336 = \frac{1}{2} \times 30 \times h \quad [\because DF = CE = h]$$

$$\Rightarrow 15h = 336 \Rightarrow h = \frac{336}{15} \therefore h = 22.4 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{BEC সমকোণী ত্রিভুজের } BC^2 = BE^2 + CE^2$$

$$\Rightarrow BE^2 = BC^2 - CE^2 = (26)^2 - (22.4)^2 = 676 - 501.76 = 174.24$$

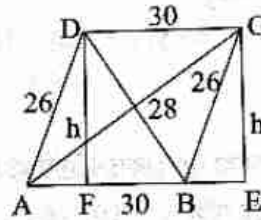
$$\Rightarrow BE = \sqrt{174.24} \therefore BE = 13.2 \text{ সে.মি.}$$

$$AE = AB + BE = 30 + 13.2 = 43.2 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{এখন, AEC সমকোণী ত্রিভুজে, } AC^2 = AE^2 + CE^2 = (43.2)^2 + (22.4)^2 = 1866.24 + 501.76 = 2368$$

$$\therefore AC = \sqrt{2368} = 48.662 \text{ সে.মি.}$$

$\therefore$ অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য 48.66 সে.মি. (প্রায়)।

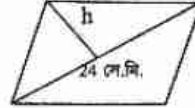


45. একটি সামান্তরিকক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 120 বর্গ সে.মি. এবং একটি কর্ণ 24 সে.মি.। কর্ণটির বিপরীত কৌণিক বিন্দু থেকে উক্ত কর্ণের উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

Sol মনে করি, সামান্তরিকক্ষেত্রের একটি কর্ণ $d = 24$ সে.মি. এবং এর বিপরীত কৌণিক বিন্দু থেকে কর্ণের উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য h সে.মি.।

$$\therefore \text{সামান্তরিকক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল} = dh = 120 \text{ বা, } h = \frac{120}{d} = \frac{120}{24} = 5$$

$\therefore$ নির্ণেয় লম্বের দৈর্ঘ্য 5 সে.মি.



46. একটি সামান্তরিকের বাহুর দৈর্ঘ্য 12 সে.মি. ও 8 সে.মি.। এর ক্ষুদ্রতম কর্ণটি 10 সে.মি. হলে, অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.২ (উদাহরণের অংক নং-১১)]

Sol BD কর্ণ ABCD সামান্তরিককে সমদ্বিখন্ডিত করে।

$$\therefore \Delta ABD = \frac{1}{2} (\text{সামান্তরিক ক্ষেত্র ABCD})$$

AC কর্ণ ABCD সামান্তরিককে সমদ্বিখন্ডিত করে

$$\therefore \Delta \text{ক্ষেত্র ABC} = \frac{1}{2} (\text{সামান্তরিক ক্ষেত্র ABCD})$$

$$\therefore \Delta \text{ক্ষেত্র ABC} = \Delta \text{ক্ষেত্র ABD}$$

ΔABD -এ

দেওয়া আছে, $AB = 12$ সে.মি., $AD = 8$ সে.মি., $BD = 10$ সে.মি.

$$\therefore \text{পরিসীমা অর্ধেক, } s = \frac{AB + AD + BD}{2} = \frac{12 + 8 + 10}{2} = \frac{30}{2} = 15 \text{ সে.মি.}$$

ABD ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$$= \sqrt{15(15-12)(15-8)(15-10)} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= \sqrt{15 \times 3 \times 7 \times 5} \text{ বর্গ সে.মি.} = \sqrt{1575} \text{ বর্গ সে.মি.} = 39.68 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\Delta\text{-ক্ষেত্র ABD} = \frac{1}{2} \times AB \times DF$$

$$\Rightarrow 39.68 = \frac{1}{2} \times 12 \times h [\because DF = CE = h]$$

$$\Rightarrow 6h = 39.68 \Rightarrow h = \frac{39.68}{6} \therefore h = 6.61 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{BEC সমকোণী ত্রিভুজের } BC^2 = BE^2 + CE^2$$

$$\Rightarrow BE^2 = BC^2 - CE^2 = (8)^2 - (6.61)^2 = 20.31$$

$$\Rightarrow BE = \sqrt{20.31} \therefore BE = 4.5 \text{ সে.মি.}$$

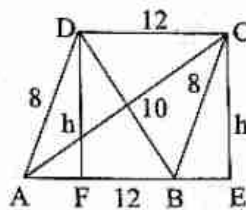
$$AE = AB + BE = 12 + 4.5 = 16.5 \text{ সে.মি.}$$

এখন, AEC সমকোণী ত্রিভুজে,

$$AC^2 = AE^2 + CE^2 = (16.5)^2 + (6.61)^2 = 315.94$$

$$\therefore AC = \sqrt{315.94} = 17.77 \text{ সে.মি.}$$

$\therefore$ অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য 17.77 সে.মি. (প্রায়)।



✱ Pattern-04 (রহস্য সংক্রান্ত)

- ◆ রহস্যের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখন্ডিত করে।
- ◆ রহস্যের পরিসীমা = $4 \times$ এক বাহুর দৈর্ঘ্য।
- ◆ রহস্যের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times$ কর্ণদ্বয়ের গুণফল।

এ টপিক সংক্রান্ত প্রশ্ন ও সমাধান:

47. একটি রহস্যের প্রত্যেকটি বাহু ২৫০ ফুট এবং একটি কর্ণ ৮০০ ফুট। রহস্যটির ক্ষেত্রফল কত?

[১৩তম বিসিএস]

⇒ Solⁿ ABCD রহস্যের AB = BC = CD = DA = ২৫০ ফুট

এবং একটি কর্ণ BD = ৮০০ ফুট

আমরা জানি, AOB সমকোণী ত্রিভুজে,

$$AB^2 = AO^2 + BO^2$$

$$\text{বা, } AO^2 = AB^2 - BO^2 = (250)^2 - \left(\frac{800}{2}\right)^2$$

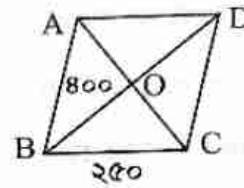
$$= 62500 - 80000 = 22500$$

$$\therefore AO = 150$$

$$\therefore AC = 2AO = 2 \times 150 = 300 \text{ ফুট}$$

$$\therefore \text{রহস্যের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times 300 \times 800 = 60,000 \text{ বর্গফুট}$$

উত্তর : ৬০,০০০ বর্গফুট।



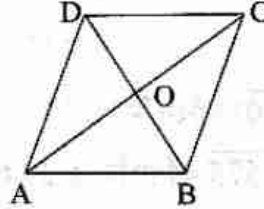
48. একটি রহস্যের পরিসীমা ১৮০ সে.মি. এবং ক্ষুদ্রতম কর্ণটি ৫৪ সে.মি.। এর অপর কর্ণ এবং ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.২ (অনুশীলনীর অংক নং-১০)]

⇒ Solⁿ মনে করি, ABCD একটি রহস্য।

দেওয়া আছে, পরিসীমা = ১৮০ সে.মি.

ক্ষুদ্রতম কর্ণ, BD = ৫৪ সে.মি.



$$\text{রহস্যের বাহুর দৈর্ঘ্য, } AB = \frac{180}{4} = 45 \text{ সে.মি. } [\because \text{রহস্যের পরিসীমা } 4 \times a \text{ (বাহু)}]$$

রহস্যের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে।

আমরা জানি, রহস্যের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমকোণে সমদ্বিখন্ডিত হয়।

$$\therefore OB = \frac{BD}{2} = \frac{54}{2} = 27 \text{ সে.মি.}$$

AOB সমকোণী ত্রিভুজ, $AB^2 = OB^2 + OA^2$ [পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

$$\Rightarrow (45)^2 = (27)^2 + (OA)^2$$

$$\Rightarrow OA^2 = (45)^2 - (27)^2 = (45 + 27)(45 - 27) = 72 \times 18 = 36 \times 2 \times 18 = 36 \times 36$$

$$\Rightarrow OA = \sqrt{(36)^2} \text{ [উভয়পক্ষকে বর্গমূল করে]}$$

$$\therefore OA = 36$$

$$\text{অপর কর্ণ, } AC = 2 \times OA = 2 \times 36 = 72 \text{ সে.মি.}$$

$$\therefore \text{ABCD রহস্যের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times 72 \times 54 \text{ বর্গ সে.মি.} = (36 \times 54) \text{ বর্গ সে.মি.} = 1944 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\therefore \text{রহস্যের অপর কর্ণটি ৭২ সে.মি. এবং ক্ষেত্রফল ১৯৪৪ বর্গ সে.মি.।}$$

১৩. একটি রম্বসের একটি কর্ণ ১০ মিটার এবং ক্ষেত্রফল ১২০ বর্গমিটার হলে, অপর কর্ণ এবং পরিসীমা নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.২ (উদাহরণের অংক নং-১৩)]

Sol মনে করি, ABCD রম্বসের কর্ণ BD = $d_1 = 10$ মিটার এবং অপর কর্ণ d_2 মিটার।
রম্বসটির ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}d_1d_2$ বর্গমিটার

প্রমানুসারে, $\frac{1}{2}d_1d_2 = 120$ বা, $d_2 = \frac{120 \times 2}{10} = 24$ মিটার।

আমরা জানি, রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

$\therefore OD = OB = \frac{10}{2}$ মিটার = ৫ মিটার এবং $OA = OC = \frac{24}{2}$ মিটার = ১২ মিটার

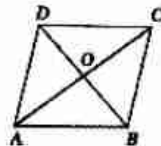
$\triangle AOD$ সমকোণী ত্রিভুজে

$$AD^2 = OA^2 + OD^2 = 12^2 + 5^2$$

$$\therefore AD = 13$$

$\therefore$ রম্বসের পরিসীমা 4×13 মিটার = ৫২ মিটার

$\therefore$ নির্ণয় কর্ণের দৈর্ঘ্য ২৪ মিটার এবং পরিসীমা ৫২ মিটার।



১৪. কোনো রম্বসের একটি বাহু ও একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ১৩cm ও ২৪cm; রম্বসটির অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য কত?

Sol এখানে, একবাহু AD = ১৩ সে.মি.

$$AO = \frac{1}{2} \times AC = \frac{1}{2} \times 24 = 12 \text{ সে.মি.}$$

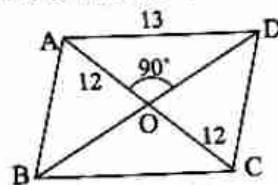
$\therefore$ রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

$$\therefore \angle AOD = 90^\circ$$

$$\therefore AD^2 = AO^2 + OD^2 \Rightarrow OD = \sqrt{AD^2 - AO^2} \Rightarrow OD = \sqrt{13^2 - 12^2} \Rightarrow OD = \sqrt{169 - 144}$$

$$\therefore OD = 5 \text{ সে.মি.}$$

অপর কর্ণ BD = $2 \times OD = (2 \times 5) = 10$ সে.মি.



✱ Pattern-05 (ট্রাপিজিয়াম সংক্রান্ত)

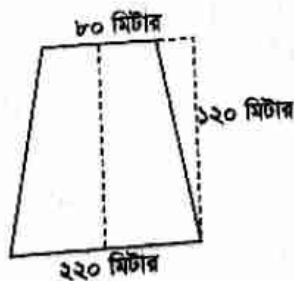
ট্রাপিজিয়ামের কেবলমাত্র দুটি বাহু সমান্তরাল, বাকি দুটি তির্যক।

ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times$ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি $\times$ এদের লম্ব দূরত্ব।

৫১. সংসদ ভবনের উত্তর প্রাঙ্গার একটি ক্ষেত্র পরিমাপসহ নিচে দেওয়া হল। প্রতিটি বর্গমিটার ১২৫ টাকা হিসাবে এতে নতুন করে ঘাস [১১তম বিসিএস]

লাগাতে কত খরচ পড়বে?

Sol চিত্রটি একটি ট্রাপিজিয়ামের।



$$\text{ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} (\text{সমান্তরাল বাহু দ্বয়ের সমষ্টি}) \times \text{উচ্চতা} = \frac{1}{2} (80 + 220) \times 120 \text{ বর্গমিটার}$$

$$= 900 \times 60 = 18000 \text{ বর্গমিটার}$$

$$\therefore \text{মোট খরচ} = 125 \times 18000 = 22,50,000 \text{ টাকা}$$

উত্তর : ২২,৫০,০০০ টাকা।

52. প্রদত্ত তথ্য হইতে পঞ্চভুজ ক্ষেত্র ABCDE এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন :

AB = ১২ মিটার, BC = ১৩.৯ মিটার, CD = ৭ মিটার, DE = ১২ মিটার AE = ১৮.৮ মিটার, $\angle EAB = \angle ABC = \angle CDE = 90^\circ$ [১০তম বিসিএস]

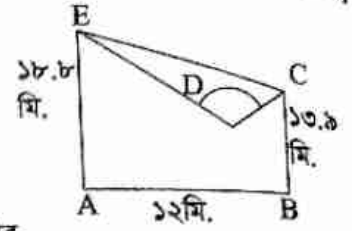
☞Solⁿ মনে করি, ABCE একটি ট্রাপিজিয়াম। উহার $AE \parallel BC$ এবং উচ্চতা AB

$$\therefore \text{ABCE এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} (18.8 + 13.9) \times 12$$

$$= \frac{1}{2} (32.7) \times 12 = 32.7 \times 6 = 196.2 \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{আবার, ত্রিভুজ DCE এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} (12 \times 7) \text{ বর্গমিটার} = 6 \times 7 = 42 \text{ বর্গমিটার}$$

$$\therefore \text{ABCDE এর ক্ষেত্রফল} = (196.2 - 42) \text{ বর্গমিটার} = 154.2 \text{ বর্গমিটার (উত্তর)}$$



53. একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহু দুইটির সৈর্যের অন্তর ৪ সে.মি. এবং এদের লম্ব দূরত্ব ২৪ সে.মি.। যদি ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল ৩১২ বর্গ সে.মি. হয় তবে বাহু দুইটির সৈর্য নির্ণয় কর। [নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.২ (অনুশীলনীর অংক নং-১১)]

☞Solⁿ মনে করি, ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহু দুইটি a ও b এবং তাদের মধ্যে লম্ব দূরত্ব h = 24 সে.মি.

$$\therefore \text{ক্ষেত্রফল} = 312 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } 312 = \frac{1}{2} (a + b) \times h$$

$$\Rightarrow 312 = \frac{1}{2} (a + b) \times 24 \Rightarrow 312 \times 2 = (a + b) 24$$

$$\Rightarrow a + b = \frac{312 \times 2}{24} \therefore a + b = 26 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{এবং } a - b = 8 \dots\dots\dots (ii) \text{ [দেওয়া আছে]}$$

$$\text{এখন, (i) + (ii) করে পাই, } 2a = 34 \therefore a = 17 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{আবার, (i) - (ii) করে পাই, } 2b = 18 \therefore b = 9 \text{ সে.মি.}$$

$$\therefore \text{বাহু দুইটির সৈর্য 17 সে.মি. ও 9 সে.মি.।}$$

54. একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সৈর্য যথাক্রমে 31 সে.মি. ও 11 সে.মি. এবং অপর বাহু দুইটির সৈর্য যথাক্রমে 10 সে.মি. ও 12 সে.মি.। এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.২ (অনুশীলনীর অংক নং-১২)]

☞Solⁿ মনে করি, ABCD ট্রাপিজিয়ামের AB = 31 সে.মি. ; CD = 11 সে.মি.

$$AD = 10 \text{ সে.মি. এবং } BC = 12 \text{ সে.মি.}$$

C ও D থেকে AB এর উপর যথাক্রমে DE ও CF লম্ব টানি।

$$\therefore \text{CDEF একটি আয়তক্ষেত্র।}$$

$$\therefore EF = CD = 11 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{ধরি, } AE = x \text{ এবং } DE = CF = h$$

$$\therefore BF = AB - AF = AB - (AE + EF) [\because AF = AE + EF]$$

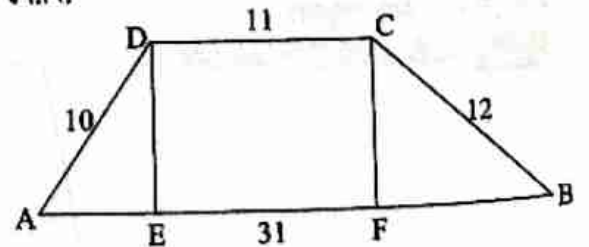
$$= 31 - (x + 11) [\because AE = x, AB = 31 \text{ সে.মি. এবং } EF = 11 \text{ সে.মি.}]$$

$$= 31 - x - 11 = 20 - x$$

$$\triangle ADE \text{ সমকোণী ত্রিভুজ থেকে পাই, } AE^2 + DE^2 = AD^2$$

$$\Rightarrow x^2 + h^2 = (10)^2$$

$$\Rightarrow x^2 + h^2 = 100 \dots\dots\dots (i)$$



আবার, $\triangle BCF$ সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে, $BF^2 + CF^2 = BC^2$

$$\Rightarrow (20-x)^2 + h^2 = (12)^2 \Rightarrow (20)^2 - 2 \cdot 20 \cdot x + x^2 + h^2 = 144$$

$$\Rightarrow 400 - 40x + x^2 + h^2 = 144$$

$$\Rightarrow 400 - 40x + 100 = 144 \text{ [(i) নং এর সাহায্যে]}$$

$$\Rightarrow 500 - 40x = 144 \Rightarrow -40x = 144 - 500 \Rightarrow -40x = -356 \Rightarrow x = \frac{-356}{-40} = \frac{89}{10} = 8.9$$

(i) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই, $(8.9)^2 + h^2 = 100$

$$\Rightarrow 79.21 + h^2 = 100 \Rightarrow h^2 = 100 - 79.21 = 20.79 = \sqrt{20.79} \Rightarrow h = 4.5596$$

$$\therefore \text{ABCD ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} (AB + CD) \cdot h = \frac{1}{2} (31 + 11) \times 4.5596$$

$$= \frac{1}{2} \times 42 \times 4.5596 = 21 \times 4.5596 = 95.75 \text{ (প্রায়)}$$

$\therefore$ নির্ণেয় ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল 95.75 বর্গ সে.মি. (প্রায়)।

55. একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 91 সে.মি. ও 51 সে.মি. এবং অপর বাহু দুইটির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 37 সে.মি. ও 13 সে.মি.। এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.২ (উদাহরণের অংক নং-১৪)]

Solⁿ মনে করি, ABCD ট্রাপিজিয়ামের AB = 91 সে.মি. ; CD = 51 সে.মি.

AD = 37 সে.মি. এবং BC = 13 সে.মি.

C ও D থেকে AB এর উপর যথাক্রমে DE ও CF লম্ব টানি।

$\therefore$ CDEF একটি আয়তক্ষেত্র।

$\therefore$ EF = CD = 51 সে.মি.

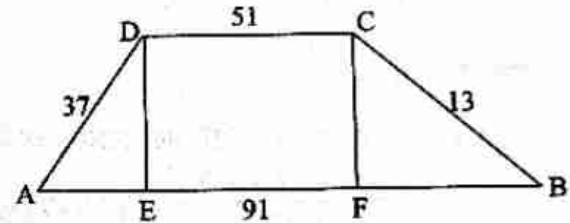
ধরি, AE = x এবং DE = CF = h

$\therefore$ BF = AB - AF

$$= AB - (AE + EF) [\because AF = AE + EF]$$

$$= 91 - (x + 51) [\because AE = x, AB = 91 \text{ সে.মি. এবং EF} = 51 \text{ সে.মি.}]$$

$$= 91 - x - 51 = 40 - x$$



$\triangle ADE$ সমকোণী ত্রিভুজ থেকে পাই, $AE^2 + DE^2 = AD^2$

$$\Rightarrow x^2 + h^2 = (37)^2 \Rightarrow x^2 + h^2 = 1369 \dots\dots\dots (i)$$

আবার, $\triangle BCF$ সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে, $BF^2 + CF^2 = BC^2$

$$\Rightarrow (40-x)^2 + h^2 = (13)^2$$

$$\Rightarrow (40)^2 - 2 \cdot 40 \cdot x + x^2 + h^2 = 169$$

$$\Rightarrow 1600 - 80x + x^2 + h^2 = 169$$

$$\Rightarrow 1600 - 80x + 1369 = 169 \text{ [(i) নং এর সাহায্যে]}$$

$$\Rightarrow -80x = -2800 \Rightarrow x = \frac{-2800}{-80} = 35$$

(i) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই, $(35)^2 + h^2 = 1369$

$$\Rightarrow 1225 + h^2 = 1369 \Rightarrow h^2 = 1369 - 1225 = 144 \Rightarrow h = 12$$

$$\therefore \text{ABCD ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} (AB + CD) \cdot h$$

$$= \frac{1}{2} (91 + 51) \times 12 = \frac{1}{2} \times 142 \times 12 = 71 \times 12 = 852$$

$\therefore$ নির্ণেয় ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল 852 বর্গ সে.মি.।

TYPE 03: বৃত্ত সংক্রান্ত

বৃত্তের ক্ষেত্রফল ও পরিধি

$$\checkmark \text{ বৃত্তের ক্ষেত্রফল} = \pi r^2 \text{ (যেখানে } r \text{ বৃত্তের ব্যাসার্ধ)}$$

$$\checkmark \text{ বৃত্তের পরিধি} = 2\pi r$$

$$\checkmark \text{ বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য} = \frac{\pi r \theta}{180^\circ} \text{ একক}$$

$$\checkmark \text{ বৃত্ত কলার ক্ষেত্রফল} = \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2 \text{ বর্গ একক}$$

$$\checkmark \text{ বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত, } \pi = \frac{22}{7} = 3.1416$$

01. একটি বৃত্তচাপ কেন্দ্রে 30° কোণ উৎপন্ন করে। বৃত্তের ব্যাস 126 সে.মি. হলে, চাপের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.৩ (অনুশীলনীর অংক নং-০১)]

►Sol► মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাস AB। BC চাপ বৃত্তের কেন্দ্র O-তে 30° কোণ উৎপন্ন করে।

দেওয়া আছে, ব্যাস, $d = 126$ সে.মি.

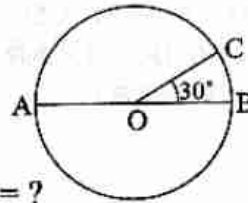
$$\text{ব্যাসার্ধ, } r = \frac{d}{2} = \frac{126}{2} = 63 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{আমরা জানি, } S = \frac{\pi r \theta}{180^\circ}$$

এখানে, $r = 63$ সে.মি., $\theta = 30^\circ$ এবং বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য $S = ?$

$$\therefore S = \frac{3.1416 \times 63 \times 30^\circ}{180^\circ} = 32.987 \text{ সে.মি. (প্রায়)}$$

$$\therefore \text{চাপ BC} = 32.987 \text{ সে.মি. (প্রায়)}।$$



02. একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 8 সে.মি. এবং একটি বৃত্তচাপ কেন্দ্রে 56° কোণ উৎপন্ন করলে, বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য এবং বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.৩ (উদাহরণের অংক নং-১৯)]

►Sol► মনে করি, বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = 8$ সে.মি., বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য s এবং বৃত্তচাপ দ্বারা কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ $\theta = 56^\circ$

$$\text{আমরা জানি, } s = \frac{\pi r \theta}{180^\circ} = \frac{3.1416 \times 8 \times 56^\circ}{180^\circ} \text{ সে.মি.} = 7.82 \text{ সে.মি. (প্রায়) এবং}$$

$$\begin{aligned} \text{বৃত্তাংশের ক্ষেত্রফল} &= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2 = \frac{56}{360} \times 3.1416 \times 8^2 \text{ বর্গ সে.মি.} \\ &= 31.28 \text{ বর্গ সে.মি. (প্রায়)} \end{aligned}$$

03. একটি চাকার ব্যাস 4.5 মিটার। চাকাটি 360 মিটার পথ অতিক্রম করতে কত বার ঘুরবে?

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.৩ (উদাহরণের অংক নং-২৩)]

►Sol► দেওয়া আছে, চাকার ব্যাস 4.5 মিটার

$$\therefore \text{চাকাটির ব্যাসার্ধ } r = \frac{4.5}{2} = 2.25 \text{ মিটার এবং পরিধি} = 2\pi r$$

মনে করি, চাকাটি 360 মিটার পথ অতিক্রম করতে n বার ঘুরবে।

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } n \times 2\pi r = 360$$

$$\text{বা, } n = \frac{360}{2\pi r} = \frac{360}{2 \times 3.1416 \times 2.25} = 25.46 \text{ (প্রায়)}$$

$$\therefore \text{চাকাটি প্রায় 25 বার ঘুরবে।}$$

14. প্রতি মিনিটে 66 মিটার বেগে $1\frac{1}{2}$ মিনিটে একটি ঘোড়া একটি মাঠ ঘুরে এলো। ঐ মাঠের ব্যাস নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.৩ (অনুশীলনীর অংক নং-০২)]

Sol

ঘোড়াটি প্রতি মিনিটে 66 মিটার বেগে $1\frac{1}{2}$ মিনিটে অতিক্রম করে $66 \times 1\frac{1}{2}$ মিটার = 99 মিটার

মনে করি, ঘোড়ার মাঠের ব্যাসার্ধ r মিটার

$\therefore$ ব্যাস $2r$ মিটার এবং পরিধি $2\pi r$ মিটার

প্রশ্নানুসারে, $2\pi r = 99$ বা, $2r = \frac{99}{\pi} = \frac{99}{3.1416}$

$\therefore 2r = 31.513$ (প্রায়)

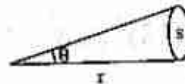
$\therefore$ মাঠের ব্যাস 31.513 মিটার (প্রায়)।

15. একটি বৃত্তাংশের ক্ষেত্রফল 77 বর্গমিটার এবং বৃত্তের ব্যাসার্ধ 21 মিটার। বৃত্তচাপটি কেন্দ্রে যে কোণ উৎপন্ন করে, তা নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.৩ (অনুশীলনীর অংক নং-০৩)]

Sol আমরা জানি, বৃত্তাংশের ক্ষেত্রফল = $\frac{\theta}{360} \pi r^2$ বর্গ একক

যেখানে বৃত্তের ব্যাসার্ধ = r এবং চাপের ডিগ্রি পরিমাণ = θ



$\therefore 77 = \frac{\theta}{360} \times 3.1416 \times (21)^2$

$\therefore \theta = \frac{360 \times 77}{3.1416 \times 21 \times 21} = 20.008^\circ$

$\therefore$ নির্ণেয় কোণ = 20.008° ।

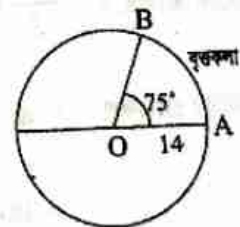
16. একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 14 সে.মি. এবং বৃত্তচাপ কেন্দ্রে 75° কোণ উৎপন্ন করে। বৃত্তাংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.৩ (অনুশীলনীর অংক নং-০৪)]

Sol মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB চাপ বা বৃত্তকলা কেন্দ্রে 75° কোণ উৎপন্ন করে।

দেওয়া আছে, $\theta = 75^\circ$;

$r = 14$ সে.মি.



আমরা জানি, বৃত্তাংশের ক্ষেত্রফল = $\frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

$$= \frac{75^\circ}{360} \times \pi (14)^2 = \frac{75^\circ}{360} \times 3.1416 \times 196$$

$$= \frac{46181.52}{360} = 128.282 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$\therefore$ বৃত্তাংশের ক্ষেত্রফল 129.992 বর্গ সে.মি. (প্রায়)।

07. একটি বৃত্তাকার মাঠকে ঘিরে একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির ভিতরের পরিধি অপেক্ষা বাইরের পরিধি 44 মিটার বড়। রাস্তাটির প্রস্থ নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.৩ (অনুশীলনীর অংক নং-০৫)]

Sol মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তাকার মাঠের চারদিকে x মিটার প্রস্থের একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটিও একটি বৃত্ত।

ধরি, মাঠের ব্যাসার্ধ = r মিটার

মাঠের পরিধি = $2\pi r$ মিটার

বৃত্তাকার মাঠসহ রাস্তার ব্যাসার্ধ = (r + x) মিটার

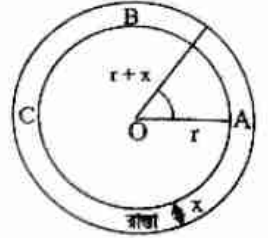
বৃত্তাকার মাঠসহ রাস্তার পরিধি = $2\pi (r + x)$ মিটার

প্রশ্নানুসারে, $2\pi (r + x) - 2\pi r = 44 \Rightarrow 2\pi(r + x - r) = 44$

$$\Rightarrow 2\pi x = 44 \Rightarrow x = \frac{44}{2\pi} \Rightarrow x = \frac{22}{3.1416} [\because \pi = 3.1416]$$

$\therefore x = 7.003$ (প্রায়)

$\therefore$ রাস্তাটির প্রস্থ 7.003 মিটার (প্রায়)।



08. একটি বৃত্তাকার পার্কের ব্যাস 26 মিটার। পার্কটিকে বেটন করে বাইরে 2 মিটার প্রস্থ একটি পথ আছে। পথটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.৩ (অনুশীলনীর অংক নং-০৬)]

Sol

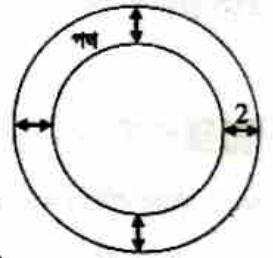
এখানে, পার্কের ব্যাস, D = 26 মিটার

$\therefore$ পার্কের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{26}{2}$ মিটার = 13 মিটার

$\therefore$ পার্কের ক্ষেত্রফল = $\pi r^2 = \pi \times (13)^2 [\because r = 13 \text{ মি.} = \text{পার্কের ব্যাসার্ধ}]$
 $= 169\pi$ বর্গমিটার।

আবার, পথসহ পার্কের ক্ষেত্রফল = $\pi (r + 2)^2 = \pi (13 + 2)^2 = \pi \times 225 = 225\pi$ বর্গমিটার।

$\therefore$ পথের ক্ষেত্রফল = পথসহ পার্কের ক্ষেত্রফল - পার্কের ক্ষেত্রফল
 $= (225\pi - 169\pi) = 56\pi$ বর্গমিটার
 $= (56 \times 3.1416) = 175.93$ বর্গমিটার (প্রায়)।



09. একটি বৃত্তাকার মাঠের ব্যাস 124 মিটার। মাঠের সীমানা বেঁবে 6 মিটার প্রস্থ একটি রাস্তা আছে। রাস্তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.৩ (উদাহরণের অংক নং-২১)]

Sol

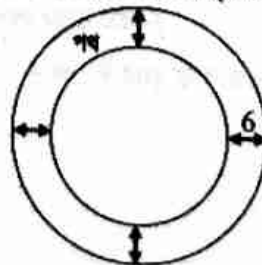
এখানে, মাঠের ব্যাস, D = 124 মিটার

$\therefore$ মাঠের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{124}{2}$ মিটার = 62 মিটার

$\therefore$ মাঠের ক্ষেত্রফল = πr^2
 $= \pi \times (62)^2 [\because r = 62 \text{ মি.} = \text{মাঠের ব্যাসার্ধ}]$
 $= 3844\pi$ বর্গমিটার।

আবার, রাস্তাসহ মাঠের ক্ষেত্রফল = $\pi (62 + 6)^2 = \pi (68)^2 = 4624\pi$ বর্গমিটার।

$\therefore$ রাস্তার ক্ষেত্রফল = রাস্তাসহ মাঠের ক্ষেত্রফল - মাঠের ক্ষেত্রফল
 $= (4624\pi - 3844\pi) = 780\pi$ বর্গমিটার
 $= (780 \times 3.1416) = 2450.44$ বর্গমিটার (প্রায়)।



১০. একটি গাড়ির সামনের চাকার ব্যাস ২৮ সে.মি. এবং পিছনের চাকার ব্যাস ৩৫ সে.মি.। ৪৪ মিটার পথ যেতে সামনের চাকা পিছনের চাকা অপেক্ষা কত পূর্বসংখ্যক বার বেশি ঘুরবে?

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সো. গণিত), অধ্যায়-১৬.৩ (অনুশীলনীর অংক নং-০৭)]

Sol গাড়ির সামনের চাকার ব্যাসার্ধ = $\frac{28}{2} = 14$ সে.মি.

∴ পিছনের চাকার ব্যাসার্ধ = $\frac{35}{2} = 17.5$ সে.মি.

অতএব, গাড়ির সামনের চাকার পরিধি = $2 \times 3.1416 \times 14 = 87.9648$ সে.মি.

এবং গাড়ির পিছনের চাকার পরিধি = $2 \times 3.1416 \times 17.5 = 109.956$ সে.মি.

∴ সূত্রানুসারে ৪৪ মিটার পথ যেতে গাড়ির সামনের চাকা ঘুরবে = $\frac{88 \times 100}{87.9648}$ বার = $100.04 = 100$ বার

এবং পিছনের চাকা ঘুরবে = $\frac{88 \times 100}{109.956} = 80.032 = 80$ বার (প্রায়)

∴ সামনের চাকা পিছনের চাকা অপেক্ষা বেশি ঘুরবে $(100 - 80) = 20$ বার।

১১. ২১১ মিটার ২০ সে.মি. যেতে দুইটি চাকা যথাক্রমে ৩২ এবং ৪৮ বার ঘুরলো। চাকা দুইটির ব্যাসার্ধের অন্তর নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সো. গণিত), অধ্যায়-১৬.৩ (উদাহরণের অংক নং-২৪)]

Sol ২১১ মিটার ২০ সে.মি. = ২১১২০ সে.মি.

মনে করি, চাকা দুইটির ব্যাসার্ধ যথাক্রমে R ও r যেখানে $R > r$

∴ চাকা দুইটির পরিধি যথাক্রমে $2\pi R$ ও $2\pi r$ এবং ব্যাসার্ধের অন্তর $(R - r)$

প্রদানানুসারে, $32 \times 2\pi R = 21120$ বা, $R = \frac{21120}{32 \times 2\pi} = \frac{21120}{32 \times 2 \times 3.1416} = 105.04$ সে.মি. (প্রায়)

এবং $48 \times 2\pi r = 21120$ বা, $r = \frac{21120}{48 \times 2\pi} = \frac{21120}{48 \times 2 \times 3.1416} = 70.03$ সে.মি. (প্রায়)

∴ $R - r = (105.04 - 70.03) = 35.01$ সে.মি. = 0.35 মি. (প্রায়)

∴ চাকা দুইটির ব্যাসার্ধের অন্তর 0.35 মিটার (প্রায়)

১২. একটি বৃত্তের পরিধি ২২০ মিটার। ঐ বৃত্তে অন্তর্লিখিত বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সো. গণিত), অধ্যায়-১৬.৩ (অনুশীলনীর অংক নং-০৮)]

Sol ধরি, বৃত্তের ব্যাসার্ধ = r মিটার

মনে করি, ABCD বর্গক্ষেত্রটি ঐ বৃত্তে অন্তর্লিখিত।

আমরা জানি, বৃত্তের পরিধি = $2\pi r$ মিটার

প্রদানানুসারে, $2\pi r = 220$

⇒ $2 \times 3.1416 \times r = 220 \Rightarrow 6.2832r = 220$

⇒ $r = \frac{220}{6.2832} = 35.0140$ মিটার

∴ বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r = 35.0140$ মিটার

বৃত্তের ব্যাস, $AC = 2 \times 35.0140 = 70.028$ মিটার

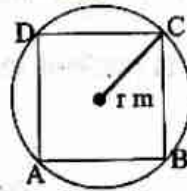
এখন, ABC সমকোণী সমবাহু ত্রিভুজ থেকে আমরা পাই, $AB^2 + BC^2 = AC^2$

⇒ $2AB^2 = AC^2$ [∵ $BC = AB$]

⇒ $\sqrt{2} \cdot AB = AC$

⇒ $AB = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 70.028 = 49.5173$ মিটার (প্রায়)

∴ ঐ বৃত্তে অন্তর্লিখিত বাহুর দৈর্ঘ্য 49.5173 মিটার (প্রায়)।



13. একটি বৃত্তের অন্তর্লিখিত সামান্তরিকের দুই বাহুর দৈর্ঘ্য 3 cm এবং 4 cm হলে, ঐ বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত? [৪৩তম বিসিএস]

►Solⁿ আমরা জানি, বৃত্তস্থ সামান্তরিক একটি আয়তক্ষেত্র হয়।

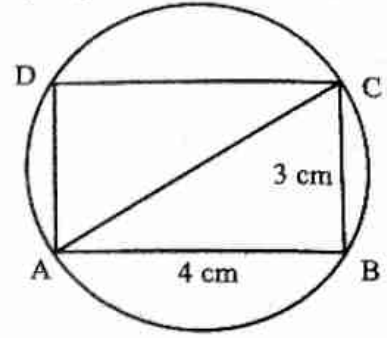
$$\therefore AB = CD = 4 \text{ cm এবং } BC = AD = 3 \text{ cm}$$

$$\therefore \text{কর্ণ, } BC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} \\ = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

আবার, আমরা জানি, বৃত্তস্থ আয়তক্ষেত্রের কর্ণই হবে বৃত্তের ব্যাস।

$$\therefore \text{বৃত্তের ব্যাস} = \text{আয়তক্ষেত্রের কর্ণ} = 5 \text{ cm}$$

$$\therefore \text{বৃত্তের ব্যাসার্ধ} = \frac{\text{ব্যাস}}{2} = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ cm (Ans.)}$$



14. 5 ইঞ্চি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তে একটি সমবাহু ত্রিভুজ অন্তর্লিখিত আছে। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন। [২৯তম বিসিএস]

►Solⁿ মনে করি, ABC সমবাহু ত্রিভুজটি O কেন্দ্র বিশিষ্ট ABC-বৃত্তে অন্তর্লিখিত।

ব্যাসার্ধ OB = OC = OA = 5 ইঞ্চি; ΔOAB , ΔOBC ও ΔOAC এর প্রত্যেকে সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ এবং প্রত্যেকের ক্ষেত্রফল সমান।

$$\text{অতএব, } \Delta ABC = 3 \times \Delta OBC$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} BC^2 = 3 \times \frac{BC}{4} \sqrt{4 \times 5^2 - BC^2}$$

এখানে, প্রথমত BC = সমবাহু ত্রিভুজের এক বাহু, দ্বিতীয়ত BC = সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ OBC এর ভূমি এবং OB = 5 ইঞ্চি = সমদ্বিবাহু ত্রিভুজটির সমান বাহুদ্বয়ের একটি।

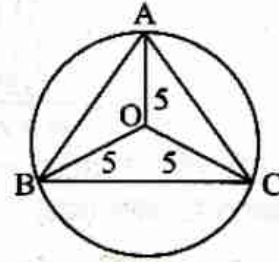
$$\text{অতএব, } \frac{\sqrt{3}}{4} BC^2 = 3 \times \frac{BC}{4} \sqrt{4 \times (5)^2 - BC^2}$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{3} \sqrt{100 - BC^2}$$

$$\Rightarrow BC^2 = 3(100 - BC^2) \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\Rightarrow 4BC^2 = 300 \quad \therefore BC^2 = 75$$

$$\therefore \text{ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{\sqrt{3}}{4} BC^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 75 \text{ বর্গ ইঞ্চি} \\ = 32.475 \text{ ইঞ্চি। (উত্তর)}$$



15. 5 ইঞ্চি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তে একটি সমকোণী ত্রিভুজ অন্তর্লিখিত আছে যার একটি কোণ 30° । উহার বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন। [২৮তম বিসিএস]

►Solⁿ মনে করি, 5 ইঞ্চি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে একটি সমকোণী ত্রিভুজ ABC অন্তর্লিখিত আছে।

$$\angle ABC = 30^\circ \text{ এবং } \angle ACB = 90^\circ$$

এবং অতিভুজ AB।

$$\therefore \angle ACB = 1 \text{ সমকোণ।}$$

$$\therefore \angle ACB \text{ একটি অর্ধবৃত্তস্থ কোণ।}$$

[যেহেতু, অর্ধবৃত্তস্থ কোণ 1 সমকোণ]

$$\therefore \text{অতিভুজ AB হলো বৃত্তটির ব্যাস।}$$

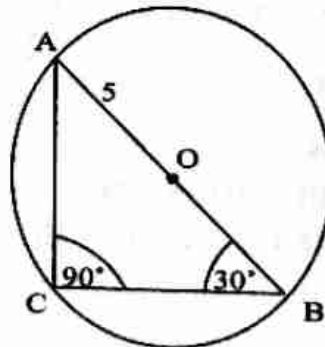
$$\therefore AB = OA + OB = (5 + 5) \text{ ইঞ্চি}$$

$$= 10 \text{ ইঞ্চি} \left[\begin{array}{l} \therefore \text{ব্যাসার্ধ } OA = OB \\ = 5 \text{ ইঞ্চি} \end{array} \right]$$

$$\Delta ABC \text{ হতে পাই, } \sin 30^\circ = \frac{AC}{AB} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{AC}{10} \Rightarrow AC = 5 \text{ ইঞ্চি}$$

$$\therefore BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{100 - 25} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3} \text{ ইঞ্চি}$$

$$\therefore \text{ত্রিভুজটির বাহু ৩টির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 10 ইঞ্চি, } 5\sqrt{3} \text{ ইঞ্চি ও 5 ইঞ্চি (উত্তর)}$$



16. একটি বৃত্তের পরিধি একটি সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমার সমান। এদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সো. গণিত), অধ্যায়-১৬.৩ (উদাহরণের অংক নং-০৯)]

Solⁿ মনে করি, বৃত্তের ব্যাসার্ধ = r একক

অতএব, বৃত্তের ক্ষেত্রফল = πr^2 বর্গ একক এবং বৃত্তের পরিধি = $2\pi r$ একক

প্রশ্নানুযায়ী, সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা = $2\pi r$ একক

$\therefore$ এক বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = \frac{2\pi r}{3}$ একক

এখন, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

যেখানে সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য $a = \frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{2\pi r}{3} \right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{4\pi^2 r^2}{9} = \frac{\pi^2 r^2}{3\sqrt{3}}$ বর্গ একক

অতএব, বৃত্তের ক্ষেত্রফল : সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\pi r^2 : \frac{\pi^2 r^2}{3\sqrt{3}} = 3\sqrt{3} : \pi$

17. চিত্রে ABCD একটি বর্গক্ষেত্র যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 22 মিটার এবং AED ক্ষেত্রটি একটি অর্ধবৃত্ত। সম্পূর্ণ ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

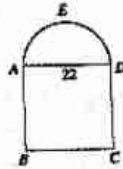
[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সো. গণিত), অধ্যায়-১৬.৩ (উদাহরণের অংক নং-২৬)]

Solⁿ মনে করি, ABCD বর্গক্ষেত্রটির প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্য a

সুতরাং, ABCD বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = a^2

আবার, AED একটি অর্ধবৃত্ত

$\therefore$ অর্ধবৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = \frac{22}{2}$ মিটার = 11 মিটার



সুতরাং, AED অর্ধবৃত্তের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}\pi r^2$

$\therefore$ সম্পূর্ণ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ABCD বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল + AED অর্ধবৃত্তের ক্ষেত্রফল

$$= (a^2 + \frac{1}{2}\pi r^2) = (22^2 + \frac{1}{2} \times 3.1416 \times 11^2) = 674.07 \text{ বর্গমিটার (প্রায়)}$$

$\therefore$ নির্ণেয় ক্ষেত্রফল 674.07 বর্গমিটার (প্রায়)

18. একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 14 সে.মি.। একটি বর্গের ক্ষেত্রফল উক্ত বৃত্তের ক্ষেত্রফলের সমান। বর্গক্ষেত্রটির বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সো. গণিত), অধ্যায়-১৬.৩ (উদাহরণের অংক নং-২৫)]

Solⁿ মনে করি, বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = 14$ সে.মি. এবং বর্গক্ষেত্রটির বাহুর দৈর্ঘ্য a

$\therefore$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল πr^2 এবং বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = a^2

প্রশ্নানুসারে, $a^2 = \pi r^2$ বা, $a = \sqrt{\pi r^2} = \sqrt{3.1416 \times 14^2} = 24.81$

$\therefore$ নির্ণেয় দৈর্ঘ্য 24.81 সে.মি. (প্রায়)

19. চিত্রে ABCD একটি আয়তক্ষেত্র যার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে 12 মিটার ও 10 মিটার এবং DAE একটি বৃত্তাংশ। বৃত্তাংশ DE এর দৈর্ঘ্য এবং সম্পূর্ণ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সো. গণিত), অধ্যায়-১৬.৩ (উদাহরণের অংক নং-২৭)]

Solⁿ বৃত্তাংশের ব্যাসার্ধ $r = AD = 12$ মিটার এবং কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ $\theta = 30^\circ$

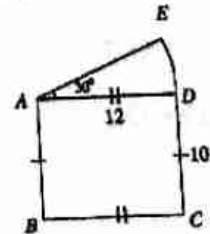
$\therefore$ বৃত্তাংশ DE এর দৈর্ঘ্য = $\frac{\pi r \theta}{180} = \frac{3.1416 \times 12 \times 30}{180} = 6.28$ মিটার (প্রায়)

ADE বৃত্তাংশের ক্ষেত্রফল = $\frac{\theta}{360} \times \pi r^2 = \frac{30}{360} \times 3.1416 \times 12^2 = 37.7$ ব.মি.

আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য $\times$ প্রস্থ = $12 \times 10 = 120$ বর্গমিটার

$\therefore$ সম্পূর্ণ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $(37.7 + 120)$ বর্গমিটার = 157.7 বর্গমিটার (প্রায়)

$\therefore$ নির্ণেয় ক্ষেত্রফল 157.7 বর্গমিটার (প্রায়)।



TYPE 04: বহুভুজ সংক্রান্ত

01. একটি সুস্থম পঞ্চভুজের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্য 4 সে.মি. হলে, এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.২ (উদাহরণের অংক নং-১৫)]

≥Solⁿ মনে করি, সুস্থম পঞ্চভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 4$ সে.মি.। বাহুর সংখ্যা $n = 5$

আমরা জানি, সুস্থম বহুভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{na^2}{4} \cot \frac{180^\circ}{n}$

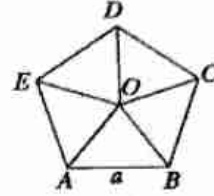
$$\therefore \text{সুস্থম পঞ্চভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{5 \times 4^2}{4} \cot \frac{180^\circ}{5} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 20 \times \cot 36^\circ \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 20 \times 1.376 \text{ বর্গ সে.মি. (ক্যালকুলেটরের সাহায্যে)}$$

$$= 27.528 \text{ বর্গ সে.মি. (প্রায়)}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় ক্ষেত্রফল } 27.528 \text{ বর্গ সে.মি. (প্রায়)}$$



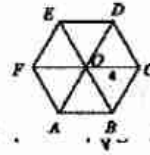
02. একটি সুস্থম ষড়ভুজের কেন্দ্র থেকে কৌণিক বিন্দুর দূরত্ব 4 মিটার হলে, এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.২ (উদাহরণের অংক নং-১৬)]

≥Solⁿ মনে করি, ABCDEF একটি সুস্থম ষড়ভুজ। এর কেন্দ্র O থেকে শীর্ষবিন্দুগুলো যোগ করা হলো। ফলে 6টি সমান ক্ষেত্রবিশিষ্ট ত্রিভুজ উৎপন্ন হয়।

$$\therefore \angle COD = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$$

মনে করি, কেন্দ্র থেকে শীর্ষবিন্দুগুলোর দূরত্ব a মিটার।



$$\Delta COD \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2 \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{সুস্থম ষড়ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} = 6 \times \Delta COD \text{ এর ক্ষেত্রফল} = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 \text{ বর্গমিটার}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় ক্ষেত্রফল } 24\sqrt{3} \text{ বর্গ মিটার}$$

03. একটি সুস্থম অষ্টভুজের কেন্দ্র থেকে কৌণিক বিন্দুর দূরত্ব 1.5 মিটার হলে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

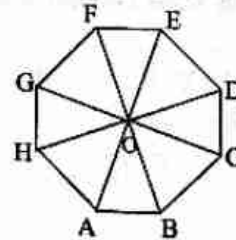
[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.২ (অনুশীলনীর অংক নং-১৩)]

≥Solⁿ

মনে করি, ABCDEFGH একটি সুস্থম অষ্টভুজ।

এর কেন্দ্র O থেকে শীর্ষবিন্দুগুলো যোগ করা হলো।

ফলে 8টি সমান ক্ষেত্রবিশিষ্ট ত্রিভুজ উৎপন্ন হয়।



$$\therefore \angle COD = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ [\because \text{সুস্থম বহুভুজের কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণের পরিমাণ 4 সমকোণ বা } 360^\circ]$$

আবার মনে করি,

কেন্দ্র O থেকে শীর্ষবিন্দুগুলোর দূরত্ব $a = 1.5$ মিটার

$$\therefore \Delta \text{ ক্ষেত্র COD এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \sin 45^\circ = \frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \times (1.5)^2 = \frac{2.25}{2\sqrt{2}}$$

$$\therefore \text{ABCDEFGH সুস্থম অষ্টভুজের ক্ষেত্রফল} = 8 \times \Delta \text{ ক্ষেত্র COD এর ক্ষেত্রফল}$$

$$= 8 \times \frac{2.25}{2\sqrt{2}} = \frac{4 \times 2.25}{\sqrt{2}} = \frac{9}{\sqrt{2}}$$

$$= 6.36 \text{ বর্গমিটার (প্রায়)}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় অষ্টভুজের ক্ষেত্রফল } 6.36 \text{ বর্গমিটার (প্রায়)।}$$

TYPE 05: ঘনক সংক্রান্ত

★ Pattern-01 (আয়তাকার ঘনবস্তুর সংক্রান্ত)

আয়তাকার ঘনবস্তু (Rectangular Parallelepiped): তিন জোড়া সমান্তরাল আয়তাকার সমতল বা পৃষ্ঠ দ্বারা আবদ্ধ ঘনবস্তুকে আয়তাকার ঘনবস্তু বলে।



চিত্র: আয়তাকার ঘনবস্তু

- ✓ আয়তাকার হেলান উন্নতি $= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ (আয়তাকার ঘনবস্তুর যেকোনো কর্ণের দৈর্ঘ্য একই হবে)।
- ✓ আয়তাকার ঘনবস্তুর সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল $= 2(ab + bc + ca)$ বর্গ একক।
- ✓ আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন $=$ দৈর্ঘ্য $\times$ প্রস্থ $\times$ উচ্চতা $= abc$ ঘন একক।

এ টপিক সংক্রান্ত প্রশ্ন ও সমাধান:

Item-01: আয়তাকার ঘনবস্তুর প্যারামিটার নির্ণয় সংক্রান্ত

01. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য 16 মিটার, প্রস্থ 12 মিটার ও উচ্চতা 4.5 মিটার। এর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল, কর্ণের দৈর্ঘ্য ও আয়তন নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.৪ (অনুশীলনীর অংক নং-০৮)]

≥Sol^m মনে করি, আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য $a = 16$ সে.মি., প্রস্থ $b = 12$ সে.মি. এবং উচ্চতা $c = 4.5$ সে.মি.

আয়তাকার ঘনবস্তুর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল $= 2(ab + bc + ca)$ বর্গ সে.মি.

$$= 2(16 \times 12 + 12 \times 4.5 + 4.5 \times 16)$$

$$= 2(192 + 54 + 72) \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 2 \times 318 \text{ বর্গ সে.মি.} = 636 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\therefore \text{কর্ণের দৈর্ঘ্য} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \text{ মিটার} = \sqrt{(16)^2 + (12)^2 + (4.5)^2} \text{ মিটার}$$

$$= \sqrt{256 + 144 + 20.25} \text{ মিটার} = \sqrt{420.25} \text{ মিটার} = 20.5 \text{ মিটার}$$

$$\text{এবং আয়তন, } abc = 16 \times 12 \times 4.5 = 864 \text{ ঘন মিটার।}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় মান } 636 \text{ বর্গমিটার, } 20.5 \text{ মিটার এবং } 864 \text{ ঘন মিটার।}$$

02. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার অনুপাত 21 : 16 : 12 এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য 87 সে.মি. হলে, ঘনবস্তুর তলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.৪ (অনুশীলনীর অংক নং-০৯)]

≥Sol^m মনে করি, অনুপাতের সাধারণ রাশি x

এখানে, দৈর্ঘ্য $a = 21x$, প্রস্থ $b = 16x$ এবং উচ্চতা $c = 12x$

আমরা জানি, আয়তাকার ঘনবস্তুর কর্ণ $= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

$$\Rightarrow 87 = \sqrt{(21x)^2 + (16x)^2 + (12x)^2}$$

$$\Rightarrow (87)^2 = 441x^2 + 256x^2 + 144x^2 \text{ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]}$$

$$\Rightarrow 7569 = 841x^2 \Rightarrow \frac{7569}{841}x^2 \Rightarrow 9 = x^2 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$$

প্রশ্নমতে, x এর মান বসিয়ে পাই,

$$\therefore \text{দৈর্ঘ্য, } a = 21 \times 3 = 63 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{প্রস্থ, } b = 16 \times 3 = 48 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{এবং উচ্চতা, } c = 12 \times 3 = 36 \text{ সে.মি.}$$

$$\therefore \text{আয়তাকার ঘনবস্তুর তলের ক্ষেত্রফল} = 2(ab + bc + ca) = 2(63 \times 48 + 48 \times 36 + 36 \times 63) \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 2(3024 + 1728 + 2268) \text{ বর্গ সে.মি.} = 2(7020) = 14040 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\therefore \text{ঘনবস্তুর তলের ক্ষেত্রফল } 14040 \text{ বর্গ সে.মি.।}$$

03. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার অনুপাত 4 : 3 : 2 এবং তার সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল 468 বর্গমিটার হলে, তার কর্ণ ও আয়তন নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(উ. গণিত), অধ্যায়-১৩ (উদাহরণের অংক নং-০১)]

⇒Solⁿ মনে করি, দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে $4x$, $3x$ ও $2x$ মিটার তাহলে, তার সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল $= 2(4x \cdot 3x + 3x \cdot 2x + 2x \cdot 4x)$

$$\therefore \text{শর্তমতে, } 2(4x \cdot 3x + 3x \cdot 2x + 2x \cdot 4x) = 468$$

$$\text{বা, } 52x^2 = 468 \quad \text{বা, } x^2 = 9 \quad \therefore x = 3$$

$$\therefore \text{ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য } 4x = 4 \times 3 = 12 \text{ মিটার, প্রস্থ } 3x = 3 \times 3 = 9 \text{ মিটার এবং উচ্চতা } 2x = 2 \times 3 = 6 \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{কর্ণের দৈর্ঘ্য} = \sqrt{12^2 + 9^2 + 6^2} \text{ মিটার} = \sqrt{144 + 81 + 36} = \sqrt{261} \text{ মিটার} \approx 16.16 \text{ মিটার (প্রায়)}$$

$$\text{এবং আয়তন} = 12 \times 9 \times 6 = 648$$

04. একটি আয়তাকার ঘনবস্তু 48 বর্গমিটার ভূমির উপর দন্ডায়মান। এর উচ্চতা 3 মিটার এবং কর্ণ 13 মিটার। আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.৪ (অনুশীলনীর অংক নং-১০)]

⇒Solⁿ মনে করি, আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য $= a$ মিটার

আয়তাকার ঘনবস্তুর প্রস্থ $= b$ মিটার

$$\therefore \text{ভূমির ক্ষেত্রফল} = ab \text{ বর্গমিটার} = 48 \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{আমরা জানি, আয়তাকার ঘনবস্তুর কর্ণ, } d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \text{ মিটার}$$

এখানে, উচ্চতা $c = 3$ মিটার

$$\therefore 13 = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$\text{বা, } 169 = a^2 + b^2 + c^2 \text{ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } a^2 + b^2 = 169 - 9 = 160 \dots\dots\dots (i)$$

$$\therefore (a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = 160 + 2 \times 48 \text{ [যেহেতু } a^2 + b^2 = 160 \text{ এবং } ab = 48]$$

$$= 256$$

$$\therefore a + b = \sqrt{256} = 16 \dots\dots\dots (ii)$$

$$\text{আবার, } (a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = 160 - 2 \times 48 = 160 - 96 = 64$$

$$\therefore a - b = 8 \dots\dots\dots (iii)$$

$$\text{এখন, (ii) + (iii) থেকে পাই, } 2a = 24 \Rightarrow a = \frac{24}{2} = 12$$

$$\text{এবং (ii) - (iii) থেকে পাই, } 2b = 8 \Rightarrow b = \frac{8}{2} = 4$$

অতএব, দৈর্ঘ্য 12 মিটার এবং প্রস্থ 4 মিটার।

05. একটি আয়তাকার কার্টের বাজের বাইরের মাপ যথাক্রমে 8 সে.মি., 6 সে.মি. ও 4 সে.মি.। এর ভিতরের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 88 বর্গ সে.মি.। বাজটির কার্টের পুরুত্ব নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.৪ (অনুশীলনীর অংক নং-১১)]

⇒Solⁿ মনে করি, কার্টের পুরুত্ব $= x$ সে.মি.

অতএব, বাজের ভিতরের দৈর্ঘ্য, $a = (8 - 2x)$ সে.মি.

বাজের ভিতরের প্রস্থ, $b = (6 - 2x)$ সে.মি.

এবং বাজের ভিতরের উচ্চতা, $c = (4 - 2x)$ সে.মি.

সুতরাং, বাজটির ভিতরের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 2(ab + bc + ca)$ বর্গ একক

$$= 2\{(8 - 2x)(6 - 2x) + (6 - 2x)(4 - 2x) + (4 - 2x)(8 - 2x)\} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 2(48 - 28x + 4x^2 + 24 - 20x + 4x^2 + 32 - 24x + 4x^2) \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 2(12x^2 - 72x + 104) \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } 2(12x^2 - 72x + 104) = 88 \Rightarrow 12x^2 - 72x + 104 = 44 \Rightarrow 12x^2 - 72x + 60 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow x^2 - 5x - x + 5 = 0 \Rightarrow x(x - 5) - 1(x - 5) = 0 \Rightarrow (x - 5)(x - 1) = 0$$

$$\text{হয়, } x - 5 = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ অথবা, } x - 1 = 0, x = 1$$

যেহেতু বাজের বাইরের উচ্চতা 4 সে.মি. সেহেতু কার্টের পুরুত্ব 5 সে.মি. হতে পারে না।

$\therefore$ বাজটির কার্টের পুরুত্ব 1 সে.মি.।

১৬. একটি বইয়ের দৈর্ঘ্য ২৫ সে.মি. ও প্রস্থ ১৮ সে.মি.। বইটির পৃষ্ঠা সংখ্যা ২০০ এবং প্রতি পাতার পুরুত্ব ০.১ মি.মি. হলে, বইটির আয়তন কত?

Sol প্রতিটি পাতার পুরুত্ব = ০.১ মি.মি.

$$\therefore ২০০টি পৃষ্ঠা বা ১০০টি পাতার পুরুত্ব = (০.১ \times ১০০) \text{ মি.মি.}$$

$$= ১০ \text{ মি.মি.} = \frac{১০}{১০} \text{ সে.মি.} [\because ১ \text{ সে.মি.} = ১০ \text{ মি.মি.}]$$

$$= ১ \text{ সে.মি.}$$

$$\therefore \text{বইটির আয়তন} = (২৫ \times ১৮ \times ১) \text{ ঘন সে.মি.} = ৪৫০ \text{ ঘন সে.মি.}$$

১৭. সোনা পানির তুলনায় ১৯.৩ গুণ ভারী। আয়তাকার একটি সোনার বারের দৈর্ঘ্য ৮.৮ সে.মি., প্রস্থ ৬.৮ সে.মি. এবং উচ্চতা ২.৫ সে.মি.। সোনার বারের ওজন কত?

$$\therefore \text{ " " " প্রস্থ} = ৬.৮ \text{ সে.মি.}$$

$$\therefore \text{ " " " উচ্চতা} = ২.৫ \text{ সে.মি.}$$

$$\therefore \text{ " " " আয়তন} = (৮.৮ \times ৬.৮ \times ২.৫) \text{ ঘন সে.মি.} = ১৪০.৮ \text{ ঘন সে.মি.}$$

১ ঘন সে.মি. পানির ওজন ১ গ্রাম

$$\therefore ১৪০.৮ \text{ ঘন সে.মি. পানির ওজন} = ১৪০.৮ \times ১ = ১৪০.৮ \text{ গ্রাম}$$

$$\text{সোনার বারের ওজন} = \text{পানির ওজন} \times ১৯.৩ = ১৪০.৮ \times ১৯.৩ = ২৭১৭.৮৪ \text{ গ্রাম}$$

Item-02: চৌবাচ্চা সংক্রান্ত

১৮. একটি চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্য ৫ মিটার, প্রস্থ ৪ মিটার ও উচ্চতা ৩ মিটার। চৌবাচ্চাটিতে কত লিটার পানি ধরেবে?

Sol দৈর্ঘ্য = ৫ মিটার, প্রস্থ = ৪ মিটার, উচ্চতা = ৩ মিটার

$$\therefore \text{আয়তন} = ৫ \times ৪ \times ৩ = ৬০ \text{ ঘন মিটার} = ৬০০০০ \text{ লিটার} [১ \text{ ঘনমিটারে } ১০০০ \text{ লিটার পানি ধরে}]$$

$$\therefore \text{চৌবাচ্চাটিতে } ৬০০০০ \text{ লিটার পানি ধরে।}$$

১৯. একটি চৌবাচ্চায় ৮০০০ লিটার পানি ধরে। চৌবাচ্চাটির দৈর্ঘ্য ২.৫৬ মিটার এবং প্রস্থ ১.২৫ মিটার হলে গভীরতা কত মিটার?

Sol চৌবাচ্চাটিতে পানি ধরে ৮০০০ লিটার

$$\therefore \text{চৌবাচ্চার আয়তন} = (৮০০০ \times ১০০০) \text{ ঘন সে.মি.} [১ \text{ লিটার} = ১০০০ \text{ ঘন সে. মি.}]$$

$$= \frac{৮০০০ \times ১০০০}{১০০ \times ১০০ \times ১০০} \text{ ঘন মিটার} [১ \text{ ঘন মিটার} = (১০০)^৩ \text{ ঘন সে.মি.}]$$

$$= ৮ \text{ ঘন মিটার}$$

$$\text{চৌবাচ্চার আয়তন} = \text{দৈর্ঘ্য} \times \text{প্রস্থ} \times \text{গভীরতা}$$

$$\text{সুতরাং গভীরতা} = \frac{\text{চৌবাচ্চার আয়তন}}{\text{দৈর্ঘ্য} \times \text{প্রস্থ}} = \frac{৮}{২.৫৬ \times ১.২৫} \text{ মিটার} = ২.৫ \text{ মিটার।}$$

২০. একটি চৌবাচ্চায় ১৯২০০ লিটার পানি ধরে। এর গভীরতা ২.৫৬ মিটার এবং প্রস্থ ২.৫ মিটার হলে, দৈর্ঘ্য কত?

Sol আমরা জানি, ১০০০ লিটার = ১ ঘনমিটার

$$\therefore ১৯২০০ \text{ লিটার} = \frac{১৯২০০}{১০০০} \text{ ঘনমিটার} = ১৯.২ \text{ ঘনমিটার।}$$

$$\text{এখন, আয়তন} = \text{দৈর্ঘ্য} \times \text{প্রস্থ} \times \text{গভীরতা}$$

$$\Rightarrow \text{দৈর্ঘ্য} = \frac{\text{আয়তন}}{\text{প্রস্থ} \times \text{গভীরতা}} \Rightarrow \text{দৈর্ঘ্য} = \frac{১৯.২}{২.৫৬ \times ২.৫} \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{দৈর্ঘ্য} = ৩ \text{ মিটার।}$$

11. এক মিটার গভীর একটি বর্গাকার খোলা চৌবাচ্চায় 4,000 লিটার পানি ধরে। চৌবাচ্চাটির তলার দৈর্ঘ্য কত?

[১৫তম বিসিএস]

⇒ Solⁿ চৌবাচ্চার আয়তন = 4000×1000 ঘন সে.মি. [$\because 1000$ ঘন সে.মি. = 1 লিটার]

চৌবাচ্চাটির উচ্চতা = 1 মি. = 100 সে.মি.

ধরি, চৌবাচ্চাটির তলার দৈর্ঘ্য = x সে.মি.

$\therefore$ আয়তন = দৈর্ঘ্য $\times$ প্রস্থ $\times$ উচ্চতা

$$\therefore x \times x \times 100 = 4000 \times 1000 \Rightarrow 100x^2 = 4000 \times 1000$$

$$\therefore x^2 = 40000 \therefore x = 200$$

সুতরাং, তলার দৈর্ঘ্য = 200 সে.মি. বা 2 মিটার (উত্তর)

12. একটি সঁতারের পুলের দৈর্ঘ্য ৩০ মিটার এবং প্রস্থ ১০ মিটার। গভীর এবং অগভীর প্রান্তে পানির গভীরতা যথাক্রমে তিন মিটার এবং এক মিটার। পুলটির ভিতরের পানির আয়তন নির্ণয় করুন।

[১৩তম বিসিএস]

⇒ Solⁿ গভীর প্রান্তে পানির গভীরতা ৩ মিটার

অগভীর প্রান্তে পানির গভীরতা ১ মিটার

$$\therefore \text{পানির গড় গভীরতা} = \frac{3 + 1}{2} = \frac{8}{2} = 2 \text{ মিটার}$$

সঁতারের পুলের পানির আয়তন = দৈর্ঘ্য $\times$ প্রস্থ $\times$ উচ্চতা = $30 \times 10 \times 2$ ঘনমিটার = 600 ঘন মিটার (উত্তর)

13. একটি আয়তাকার চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্য ৫.৫ মিটার, প্রস্থ ৪ মিটার এবং উচ্চতা ২ মিটার। উক্ত চৌবাচ্চাটি পানিভর্তি থাকলে পানির আয়তন কত লিটার এবং ওজন কত কিলোগ্রাম হবে?

[অষ্টম শ্রেণীর বোর্ড বই(গণিত), অধ্যায়-৩ (অনুশীলনীর অংক নং-২০)]

⇒ Solⁿ দেওয়া আছে,

চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্য = ৫.৫ মিটার = 5.5×100 সে.মি. = ৫৫০ সে.মি. [$\because 1$ মিটার = ১০০ সে.মি.]

চৌবাচ্চার প্রস্থ = ৪ মিটার = 4×100 সে.মি. = ৪০০ সে.মি.

চৌবাচ্চার উচ্চতা = ২ মিটার = 2×100 সে.মি. = ২০০ সে.মি.

$\therefore$ চৌবাচ্চার আয়তন = দৈর্ঘ্য $\times$ প্রস্থ $\times$ উচ্চতা

$$= 550 \text{ সে.মি.} \times 400 \text{ সে.মি.} \times 200 \text{ সে.মি.}$$

$$= 88000000 \text{ ঘন সে.মি.} = \frac{88000000}{1000} \text{ লিটার} [\because 1 \text{ লিটার} = 1000 \text{ ঘন সে.মি.}]$$

$$= 88000 \text{ লিটার}$$

আবার, ১ লিটার পানির ওজন ১ কিলোগ্রাম

$$\therefore 88000 \text{ লিটার পানির ওজন } (1 \times 88000) \text{ কিলোগ্রাম} = 88000 \text{ কিলোগ্রাম}$$

$\therefore$ চৌবাচ্চাটির পানির আয়তন ৮৮০০০ লিটার এবং পানির ওজন ৮৮০০০ কিলোগ্রাম। (উত্তর)

14. একটি পুকুরের দৈর্ঘ্য ৩২ মিটার, প্রস্থ ২০ মিটার এবং পুকুরের পানির গভীরতা ৩ মিটার। একটি মেশিন দ্বারা পুকুরটি পানিশূন্য করা হচ্ছে যা প্রতি সেকেন্ডে ০.১ ঘনমিটার পানি সেচতে পারে। পুকুরটি পানিশূন্য করতে কত সময় লাগবে?

[অষ্টম শ্রেণীর বোর্ড বই(গণিত), অধ্যায়-৩ (অনুশীলনীর অংক নং-২১)]

⇒ Solⁿ দেওয়া আছে, পুকুরের দৈর্ঘ্য = ৩২ মিটার, পুকুরের প্রস্থ = ২০ মিটার এবং পানির গভীরতা = ৩ মিটার

$$\therefore \text{পুকুরের পানির আয়তন} = (32 \times 20 \times 3) \text{ ঘনমিটার} = 1920 \text{ ঘনমিটার}$$

আবার,

০.১ ঘনমিটার পানি সেচতে সময় লাগে ১ সেকেন্ড

$$\therefore 1 \text{ " " " " " } \frac{1}{0.1} \text{ সেকেন্ড}$$

$$\therefore 1920 \text{ " " " " " } \frac{1 \times 1920}{0.1} \text{ সেকেন্ড} = 19200 \text{ সেকেন্ড}$$

$$= \frac{19200}{60} \text{ মিনিট} = 320 \text{ মিনিট} [\because 1 \text{ ঘণ্টা} = 60 \text{ মিনিট}]$$

$$= 5 \text{ ঘণ্টা } 20 \text{ মিনিট}$$

$\therefore$ পুকুরটি পানিশূন্য করতে সময় লাগবে ৫ ঘণ্টা ২০ মিনিট। (উত্তর)

15. 2.5 মিটার গভীর একটি বর্গাকৃতি খোলা চৌবাচ্চায় 28,900 লিটার পানি ধরে। এর ভিতরের দিকে সীসার পাত লাগাতে প্রতি বর্গমিটার 12.50 টাকা হিসাবে মোট কত খরচ হবে?

Sol মনে করি, বর্গাকৃতি চৌবাচ্চাটির তলার এক বাহুর দৈর্ঘ্য a সে.মি.
বর্গাকৃতি চৌবাচ্চাটির তলার ক্ষেত্রফল a^2 বর্গ সে.মি.

দেওয়া আছে,

চৌবাচ্চাটির গভীরতা 2.5 মিটার = (2.5×100) সে.মি. = 250 সে.মি.

∴ চৌবাচ্চাটির ভিতরের আয়তন = $(250 \times a^2)$ ঘন সে.মি. = $250a^2$ ঘন সে.মি.

আবার, চৌবাচ্চাটির পানি ধরে 28900 লিটার

সুতরাং চৌবাচ্চার ভিতরের আয়তন = (28900×1000) ঘন সে.মি. [∵ 1 লিটার = 1000 ঘন সে.মি.]
= 28900000 ঘন সে.মি.

গতমতে, $250a^2 = 28900000$

$$\Rightarrow a^2 = \frac{28900000}{250} \Rightarrow a^2 = 115600 \Rightarrow a = \sqrt{115600} \therefore a = 340$$

∴ বর্গাকার চৌবাচ্চার ভিতরের প্রতিটি তলের বাহুর দৈর্ঘ্য = 340 সে.মি. = $\frac{340}{100}$ মিটার = 3.4 মিটার

চৌবাচ্চাটির তলার ক্ষেত্রফল = $(3.4)^2$ বর্গমিটার = 11.56 বর্গমিটার

এবং চৌবাচ্চার পাশের প্রতিটি তলের ক্ষেত্রফল = (3.4×2.5) বর্গমিটার = 8.5 বর্গমিটার

সুতরাং চৌবাচ্চার ভিতরের সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল = $(11.56 + 4 \times 8.5)$ বর্গমিটার = 45.56 বর্গমিটার

প্রতি বর্গমিটার সীসার পাত লাগাতে খরচ হয় 12.50 টাকা

∴ 45.56 বর্গমিটার সীসার পাত লাগাতে খরচ হয় = (12.50×45.56) টাকা = 569.50 টাকা

∴ চৌবাচ্চাটির ভিতরে সীসার পাত লাগাতে খরচ হয় 569.50 টাকা। (উত্তর)

Item-03: Mixed

16. একটি দেওয়ালের দৈর্ঘ্য 25 মিটার, উচ্চতা 6 মিটার এবং পুরুত্ব 30 সে.মি.। একটি ইটের দৈর্ঘ্য 10 সে.মি., প্রস্থ 5 সে.মি. এবং উচ্চতা 3 সে.মি.। দেওয়ালটি ইট দিয়ে তৈরি করতে প্রয়োজনীয় ইটের সংখ্যা নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.৪ (অনুশীলনীর অংক নং-১২)]

Sol দেওয়া আছে, দেওয়ালের দৈর্ঘ্য = 25 মিটার = (25×100) সে.মি. [∵ 1 মিটার = 100 সে.মি.]
= 2500 সে.মি.

উচ্চতা = 6 মিটার = (6×100) সে.মি. [∵ 1 মিটার = 100 সে.মি.] = 600 সে.মি.

এবং পুরুত্ব = 30 সে.মি.

∴ দেওয়ালের আয়তন = $(2500 \times 600 \times 30)$ ঘন সে.মি. = 45000000 ঘন সে.মি.

আবার, ইটের দৈর্ঘ্য = 10 সে.মি., প্রস্থ = 5 সে.মি. এবং উচ্চতা = 3 সে.মি.

∴ ইটের আয়তন = $(10 \times 5 \times 3) = 150$ ঘন সে.মি.

∴ দেওয়ালটি ইট দিয়ে তৈরি করতে ইট লাগবে = $\frac{45000000}{150} = 300000$ টি

∴ দেওয়ালটি ইট দিয়ে তৈরি করতে প্রয়োজনীয় ইটের সংখ্যা 300000 টি।

17. কোনো আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 12 সে.মি. এবং প্রস্থ 5 সে.মি.। একে বৃহত্তর বাহুর চতুর্দিকে ঘোরালে যে ঘনবস্ত্র উৎপন্ন হয় তার পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.৪ (অনুশীলনীর অংক নং-৩৩)]

Sol দেওয়া আছে, একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 12 সে.মি. এবং প্রস্থ 5 সে.মি.। একে বৃহত্তর বাহুর চতুর্দিকে ঘোরালে একটি সমবৃত্তাকার বেলন আকৃতির ঘনবস্ত্র উৎপন্ন হবে, যার উচ্চতা $h = 12$ সে.মি. এবং ভূমির ব্যাসার্ধ $r = 5$ সে.মি.।

উৎপন্ন ঘনবস্ত্রের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল = $2\pi r(r + h)$

$$= 2 \times 3.1416 \times 5(5 + 12) = 534.071 \text{ বর্গ সে.মি. (প্রায়)}$$

এবং আয়তন = $\pi r^2 h = 3.1416 \times 5^2 \times 12 = 942.48$ ঘন সে.মি. (প্রায়)

∴ নির্ণেয় পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল 534.971 বর্গ সে.মি. (প্রায়) এবং আয়তন 942.48 ঘন সে.মি. (প্রায়)। (উত্তর)

18. একটি আয়তাকার লৌহ ফলকের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 10, 8 ও $5\frac{1}{2}$ সে.মি.। এই ফলকটিকে গলিয়ে $\frac{1}{2}$ সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট কতগুলো গোলাকার গুলি প্রস্তুত করা যাবে? [নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(উ.গণিত), অধ্যায়-১৩ (উদাহরণের অংক নং-০৭)]

⇒Solⁿ লৌহ ফলকের আয়তন = $10 \times 8 \times 5\frac{1}{2}$ ঘন সে.মি. = 440 ঘন সে.মি.

মনে করি, গুলির সংখ্যা = n

$$\therefore n \text{ সংখ্যক গুলির আয়তন} = n \times \frac{4}{3} \pi \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{n\pi}{6} \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } \frac{n\pi}{6} = 440 \quad \text{বা, } n = \frac{440 \times 6}{\pi} = 840.34$$

$\therefore$ নির্ণেয় গুলির সংখ্যা 840টি।

19. ভূমির উপর অবস্থিত 2.5 মি. দৈর্ঘ্য ও 1 মি. প্রস্থবিশিষ্ট (অভ্যন্তরীণ পরিমাপ) একটি আয়তাকার জলাধারের উচ্চতা 0.4 মিটার হলে, এর আয়তন এবং অভ্যন্তরীণ তলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(উ.গণিত), অধ্যায়-১৩ (অনুশীলনীর অংক নং-০৮)]

⇒Solⁿ মনে করি, দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে a একক, b একক এবং c একক।

সুতরাং, আয়তাকার জলাধারের দৈর্ঘ্য a = 2.5 মিটার, প্রস্থ b = 1 মিটার এবং উচ্চতা c = 0.4 মিটার।

$$\therefore \text{আয়তাকার ক্ষেত্রের আয়তন} = abc \text{ ঘন একক} = 2.5 \times 1 \times 0.4 \text{ ঘনমিটার} = 1 \text{ ঘনমিটার। (Ans.)}$$

এবং আয়তাকারক্ষেত্রের অভ্যন্তরীণ তলের ক্ষেত্রফল = $2(ab + bc + ca)$ বর্গ একক

$$= 2(2.5 \times 1 + 1 \times 0.4 + 0.4 \times 2.5) \text{ বর্গমিটার}$$

$$= 2(2.5 + 0.4 + 1) \text{ বর্গমিটার}$$

$$= 7.8 \text{ বর্গমিটার (Ans.)}$$

20. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর মাত্রাগুলো 5 সে.মি., 4 সে.মি. ও 3 সে.মি. হলে, এর কর্ণের সমান ধারবিশিষ্ট ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(উ.গণিত), অধ্যায়-১৩ (অনুশীলনীর অংক নং-০৯)]

⇒Solⁿ মনে করি, আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ এবং উচ্চতা যথাক্রমে a একক, b একক এবং c একক।

সুতরাং আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, a = 5 সে.মি., প্রস্থ, b = 4 সে.মি. এবং উচ্চতা, c = 3 সে.মি.।

$$\therefore \text{কর্ণের দৈর্ঘ্য} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \text{ একক} = \sqrt{5^2 + 4^2 + 3^2} \text{ সে.মি.}$$

$$= \sqrt{25 + 16 + 9} \text{ সে.মি.} = \sqrt{50} \text{ সে.মি.} = 5\sqrt{2} \text{ সে.মি.}$$

অর্থাৎ ঘনকের ধার, p = $5\sqrt{2}$ সে.মি.

$$\therefore \text{ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল} = 6p^2 \text{ বর্গএকক} = 6(5\sqrt{2})^2 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 6 \times 50 \text{ বর্গ সে.মি.} = 300 \text{ বর্গ সে.মি. (Ans.)}$$

21. 70 জন ছাত্রের জন্য এরূপ একটি হোস্টেল নির্মাণ করতে হবে যাতে প্রত্যেক ছাত্রের জন্য 4.25 বর্গমিটার মেঝে ও 13.6 ঘনমিটার শূন্যস্থান থাকে। ঘরটি 34 মিটার লম্বা হলে, এর প্রস্থ ও উচ্চতা কত হবে?

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(উ.গণিত), অধ্যায়-১৩ (অনুশীলনীর অংক নং-১০)]

⇒Solⁿ 1 জন ছাত্রের জন্য প্রয়োজন 4.25 বর্গমিটার মেঝে

$$\therefore 70 \text{ " " " " (4.25} \times 70) = 297.50 \text{ বর্গমিটার মেঝে}$$

$$\text{আমরা জানি, দৈর্ঘ্য} \times \text{প্রস্থ} = \text{ক্ষেত্রফল} \Rightarrow 34 \times \text{প্রস্থ} = 297.50$$

$$\therefore \text{প্রস্থ} = \frac{297.50}{34} = 8.75 \text{ মিটার (Ans.)}$$

$$\text{আবার, আয়তন} = (\text{দৈর্ঘ্য} \times \text{প্রস্থ}) \times \text{উচ্চতা}$$

$$\therefore \text{আয়তন} = \text{ক্ষেত্রফল} \times \text{উচ্চতা} \Rightarrow 13.6 = 4.25 \times \text{উচ্চতা} \Rightarrow \text{উচ্চতা} = \frac{13.6}{4.25}$$

$$\therefore \text{উচ্চতা} = 3.2 \text{ মিটার (Ans.)}$$

একটি চাকনাযুক্ত কাঠের বাগানের বাইরের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে 1.6 মি. ও 1.2 মি., উচ্চতা 0.8 মি. এবং এর কাঠ 3 সে.মি. পুরু। বাগানের ভিতরের তলের ক্ষেত্রফল কত? প্রতি বর্গমিটার 14.44 টাকা হিসাবে বাগানের ভিতর রং করতে কত খরচ হবে?

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই (উ. গণিত), অধ্যায়-১৩ (অনুশীলনীর অংক নং-২১)]

Sol

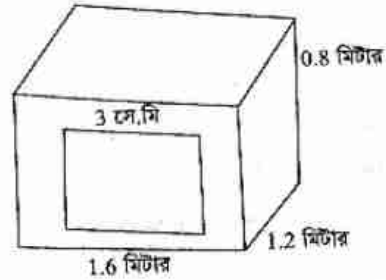
এখানে, কাঠের পুরুত্ব = 3 সে.মি. = 0.03 মি.

ধরি, বাগানের ভিতরের দৈর্ঘ্য, $a = (1.6 - 2 \times 0.03) = 1.54$ মি.

বাগানের ভিতরের প্রস্থ, $b = (1.2 - 2 \times 0.03) = 1.14$ মি.

বাগানের ভিতরের উচ্চতা, $c = (0.8 - 2 \times 0.03) = 0.74$ মি.

$$\begin{aligned} \therefore \text{ভিতরের তলের ক্ষেত্রফল} &= 2(ab + bc + ca) \text{ বর্গমিটার} \\ &= 2(1.54 \times 1.14 + 1.14 \times 0.74 + 0.74 \times 1.54) \text{ বর্গমিটার} \\ &= 7.4776 \text{ বর্গমিটার} = 7.48 \text{ বর্গমিটার (প্রায়) (Ans.)} \end{aligned}$$



দেওয়া আছে, প্রতি বর্গমিটারে খরচ হয় 14.44 টাকা

$$\therefore \text{বাগানের ভিতরের 7.48 বর্গমিটার এর ক্ষেত্রে খরচ হবে} = (14.44 \times 7.48) \text{ টাকা} = 108 \text{ টাকা (প্রায়) (Ans.)}$$

120 মি. দৈর্ঘ্য ও 90 মি. প্রস্থ (বহির্মাপ) বিশিষ্ট আয়তাকার বাগানের চতুর্দিকে 2 মি. উঁচু ও 25 সে.মি. পুরু প্রাচীর নির্মাণ করতে 25 সে.মি. দৈর্ঘ্য, 12.5 সে.মি. প্রস্থ এবং 8 সে.মি. বেধ বিশিষ্ট কতগুলো ইট লাগবে?

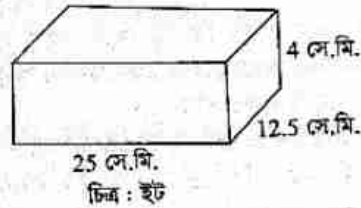
[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই (উ. গণিত), অধ্যায়-১৩ (অনুশীলনীর অংক নং-২২)]

Sol দেওয়া আছে,

বাগানের দৈর্ঘ্য, $A = 120$ মিটার; প্রস্থ, $B = 90$ মিটার

প্রাচীরের উচ্চতা, $H = 2$ মিটার

প্রাচীরের পুরুত্ব, $d = 25$ সে.মি. = 0.25 মিটার



প্রতিটি ইটের দৈর্ঘ্য, $a = 25$ সে.মি. = 0.25 মিটার

প্রস্থ, $b = 12.5$ সে.মি. = 0.125 মিটার

উচ্চতা, $c = 8$ সে.মি. = 0.08 মিটার

$$\therefore \text{প্রাচীর ছাড়া বাগানের দৈর্ঘ্য} = (A - 2d) \text{ মিটার} = (120 - 2 \times 0.25) \text{ মিটার} = 119.5 \text{ মিটার}$$

$$\text{এবং প্রাচীর ছাড়া বাগানের প্রস্থ} = (B - 2d) \text{ মিটার} = (90 - 2 \times 0.25) \text{ মিটার} = 89.5 \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{প্রাচীর ছাড়া বাগানের ক্ষেত্রফল} = (119.5 \times 89.5) \text{ বর্গমিটার} = 10695.25 \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{আবার, প্রাচীরসহ বাগানের ক্ষেত্রফল} = (120 \times 90) \text{ বর্গমিটার} = 10800 \text{ বর্গমিটার}$$

$$\therefore \text{যে স্থানে প্রাচীর অবস্থিত সে স্থানের ক্ষেত্রফল} = (\text{প্রাচীরসহ বাগানের ক্ষেত্রফল} - \text{প্রাচীর ছাড়া বাগানের ক্ষেত্রফল}) \\ = 10800 - 10695.25 \text{ বর্গমিটার} = 104.75 \text{ বর্গমিটার}$$

$$\therefore \text{প্রাচীরের আয়তন} = \text{প্রাচীরের অবস্থিত স্থানের ক্ষেত্রফল} \times \text{প্রাচীরের উচ্চতা} \\ = (104.75 \times 2) \text{ ঘনমিটার} = 209.5 \text{ ঘনমিটার}$$

$$\therefore \text{প্রতিটি ইটের আয়তন} = abc \text{ ঘন একক} = (0.25 \times 0.125 \times 0.08) \text{ ঘনমিটার} = 0.0025 \text{ ঘনমিটার}$$

মনে করি, প্রাচীরে মোট n টি ইট লাগে।

$$\text{তাহলে, প্রাচীরের মোট আয়তন} = n \text{ সংখ্যক ইটের আয়তন} = n \times 0.0025 \text{ ঘনমিটার}$$

$$\text{ধন্যমতে, } n \times 0.0025 = 209.5 \text{ বা, } n = \frac{209.5}{0.0025}$$

$$\therefore n = 83800$$

$$\therefore \text{ইট লাগবে 83800টি। (Ans.)}$$

24. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত 4 : 3 এবং এর আয়তন 2304 ঘন সে.মি.। প্রতি বর্গসেন্টিমিটারে 10 টাকা হিসেবে ঐ বস্তুর তলায় সীসার প্রলেপ দিতে 1920 টাকা খরচ হলে, ঐ বস্তুর মাত্রাগুলো নির্ণয় কর।
[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(উ. গণিত), অধ্যায়-১৩ (অনুশীলনীর অংক নং-২৩)]

⇒Solⁿ মনে করি, দৈর্ঘ্য = $4x$ সে.মি.; প্রস্থ = $3x$ সে.মি. এবং উচ্চতা = h সে.মি.

∴ ঐ বস্তুর আয়তন = $4x \times 3x \times h$ ঘন সে.মি. = $12x^2h$ ঘন সে.মি.

প্রশ্নমতে, $12x^2h = 2304$ (i)

যেহেতু, প্রতি বর্গ সে.মি. 10 টাকা হিসেবে বস্তুর তলায় সীসার প্রলেপ দিতে মোট খরচ হয় 1920 টাকা

∴ তলার ক্ষেত্রফল = $\frac{1920}{10} = 192$ বর্গ সে.মি.

∴ $4x \times 3x = 192$ বা, $12x^2 = 192$ বা, $x^2 = 16$ ∴ $x = 4$

এখন, (i) নং সমীকরণ থেকে পাই, $12x^2h = 2304$ বা, $h = \frac{2304}{12(4)^2}$ ∴ $h = 12$

∴ দৈর্ঘ্য = $4x = 4 \times 4 = 16$ সে.মি.; প্রস্থ = $3x = 3 \times 4 = 12$ সে.মি., এবং উচ্চতা 12 সে.মি. (Ans.)

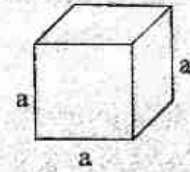
★ Pattern-02 (ঘনক সংক্রান্ত)

ঘনক (Cube): আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা সমান হলে, তাকে ঘনক বলে।

✓ ঘনকের কর্ণ = $\sqrt{3}a$ একক।

✓ ঘনক এর সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল = $6a^2$ বর্গ একক।

✓ ঘনকটির আয়তন = a^3 ঘন একক।



চিত্র: ঘনক

এ টপিক সংক্রান্ত প্রশ্ন ও সমাধান:

25. ৩, ৪ ও ৫ সে.মি. ধারবিশিষ্ট তিনটি ছোট ঘনক গুলিয়ে একটি বড় ঘনক তৈরি করা হলো। ছোট ঘনকগুলোর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও বড় ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত নির্ণয় করুন। [৪৪তম বিসিএস]

⇒Solⁿ মনে করি, বড় ঘনকের ধার = a

∴ বড় ঘনকের আয়তন = ছোট ঘনকগুলোর আয়তনের সমষ্টি

$$\Rightarrow a^3 = 3^3 + 4^3 + 5^3 \Rightarrow a^3 = 27 + 64 + 125 \Rightarrow a^3 = 216 \Rightarrow a^3 = 6^3 \therefore a = 6 \text{ সে.মি.}$$

∴ বড় ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = $6a^2 = 6 \times 6^2 = 6 \times 36 = 216$ বর্গ সে.মি.

এবং ছোট ঘনকগুলোর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি = $6 \times 3^2 + 6 \times 4^2 + 6 \times 5^2$
= $6 \times 9 + 6 \times 16 + 6 \times 25 = 54 + 96 + 150 = 300$ বর্গ সে.মি.

∴ নির্ণেয় অনুপাত = $300 : 216 = 25 : 18$ (Ans.)

26. একটি ঘনক আকৃতির বস্তুর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল 2400 বর্গ সে.মি. হলে, এর কর্ণের দৈর্ঘ্য কত?

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.৪ (অনুশীলনীর অংক নং-১৩)]

⇒Solⁿ দেওয়া আছে, ঘনকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল = 2400 বর্গ সে.মি.

ধরি, ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য = a

∴ ঘনকের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = $6a^2$ বা, $2400 = 6a^2$ বা, $6a^2 = 2400$ বা, $a^2 = \frac{2400}{6} = 400 = (20)^2$

∴ $a = 20$

∴ ঘনকের কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{3}a = \sqrt{3} \times 20$ [∵ $a = 20$] = $20\sqrt{3} = 20 \times 1.732 = 34.641$ সে.মি. (প্রায়)

∴ কর্ণের দৈর্ঘ্য 34.641 সে.মি. (প্রায়)।

27. কোনো ঘনকের পৃষ্ঠতলের কর্ণের দৈর্ঘ্য $8\sqrt{2}$ সে.মি. হলে, এর কর্ণের দৈর্ঘ্য ও আয়তন নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.৪ (উদাহরণের অংক নং-৩২)]

⇒Solⁿ মনে করি, ঘনকের ধার a

∴ ঘনকটির পৃষ্ঠতলের কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{2}a$, কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{3}a$ এবং আয়তন = a^3

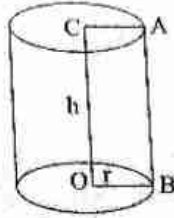
প্রশ্নানুসারে, $\sqrt{2}a = 8\sqrt{2}$ বা, $a = 8$

∴ ঘনকটির কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{3} \times 8 = 13.856$ সে.মি. (প্রায়) এবং আয়তন = $8^3 = 512$ ঘন সে.মি.।

∴ নির্ণেয় কর্ণের দৈর্ঘ্য 13.856 সে.মি. (প্রায়) এবং আয়তন 512 ঘন সে.মি.।

TYPE 06: বেলন সংক্রান্ত

বেলন: কোনো আয়তক্ষেত্রের যে কোনো বাহুকে অক্ষ ধরে আয়তক্ষেত্রটিকে ঐ বাহুর চতুর্দিকে ঘোরালে যে ঘনবস্তুর সৃষ্টি হয়, তাকে সমবৃত্তভূমিক বেলন বলে। সমবৃত্তভূমিক বেলনের দুই প্রান্ত বৃত্ত হবে। বেলনের অক্ষের দৈর্ঘ্যকে এর উচ্চতা বলে।



- ✓ বেলন এর বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 2\pi rh$ বর্গ একক।
- ✓ বেলন এর সমগ্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r(h + r)$ বর্গ একক।
- ✓ বেলন এর আয়তন $= \pi r^2 h$ ঘন একক।

এ টপিক সংক্রান্ত প্রশ্ন ও সমাধান:

01. একটি সমবৃত্তভূমিক বেলনের উচ্চতা 10 সে.মি. এবং ভূমির ব্যাসার্ধ 7 সে.মি. হলে, এর আয়তন এবং সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.৪ (উদাহরণের অংক নং-৩০)]

Sol মনে করি, সমবৃত্তভূমিক বেলনের উচ্চতা $h = 10$ সে.মি. এবং ভূমির ব্যাসার্ধ r

$$\therefore \text{এর আয়তন} = \pi r^2 h = 3.1416 \times 7^2 \times 10 = 1539.38 \text{ ঘন সে.মি. (প্রায়)}$$

$$\text{এবং সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল} = 2\pi r(r + h)$$

$$= 2 \times 3.1416 \times 7(7 + 10) = 747.7 \text{ বর্গমিটার (প্রায়)}$$

02. 12 সে.মি. উচ্চতাবিশিষ্ট একটি বেলনের ভূমির ব্যাসার্ধ 5 সে.মি.। এর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.৪ (অনুশীলনীর অংক নং-১৪)]

Sol আমরা জানি, বেলনের ব্যাসার্ধ r একক এবং উচ্চতা h একক হলে,

$$\text{বেলনের সম্পূর্ণ ক্ষেত্রফল} = 2\pi r(h + r) \text{ বর্গ একক}$$

$$\text{এখানে, } r = 5 \text{ সে.মি. এবং } h = 12 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{অতএব, বেলনের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল}$$

$$= 2 \times 3.1416 \times 5(12 + 5) \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 2 \times 3.1416 \times 85 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

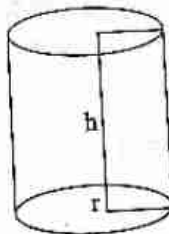
$$= 534.071 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\text{এবং বেলনের আয়তন} = \pi r^2 h = 3.1416 \times 5^2 \times 12 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= 3.1416 \times 25 \times 12 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= 942.48 \text{ ঘন সে.মি. (প্রায়)।}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় ক্ষেত্রফল } 534.071 \text{ বর্গ সে.মি. এবং আয়তন } 942.48 \text{ ঘন সে.মি. (প্রায়)।}$$



03. একটি বেলনের বক্রতলের ক্ষেত্রফল 100 বর্গ সে.মি. এবং আয়তন 150 ঘন সে.মি.। বেলনের উচ্চতা এবং ভূমির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.৪ (অনুশীলনীর অংক নং-১৫)]

Sol মনে করি, বেলনের ভূমির ব্যাসার্ধ r সে.মি.

$$\text{এবং উচ্চতা } h \text{ সে.মি.}$$

$$\text{তাহলে, বক্রতলের ক্ষেত্রফল} = 2\pi rh \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\text{এবং বেলনের আয়তন} = \pi r^2 h \text{ ঘন সে.মি.}$$

প্রশ্নানুসারে, $\pi r^2 h = 150$ (i)

এবং $2\pi r h = 100$ (ii)

(i) ÷ (ii) থেকে পাই, $\frac{\pi r^2 h}{2\pi r h} = \frac{150}{100} \therefore r = 3$

$\therefore$ ভূমির ব্যাসার্ধ = 3 সে.মি.

সমীকরণ (ii)-এ r এর মান বসিয়ে পাই, $2 \times 3.1416 \times 3 \times h = 100$ বা, $h = \frac{100}{2 \times 3.1416 \times 3} = 5.3052$ সে.মি.।

$\therefore$ বেলনের উচ্চতা 5.3052 সে.মি. (প্রায়)

$\therefore$ ব্যাসার্ধ 3 সে.মি. এবং উচ্চতা 5.3052 সে.মি. (প্রায়)।

TYPE 07: সিলিন্ডার সংক্রান্ত

Note: সিলিন্ডারে আকৃতি ও বেলনের আকৃতি একই। অর্থাৎ সিলিন্ডার এক প্রকার বেলন। তাই সিলিন্ডারের অংকে প্রয়োজনীয় সকল সূত্রসমূহ বেলনের সূত্রের অনুরূপ হবে।

01. একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল 4400 বর্গ সে.মি.। এর উচ্চতা 30 সে.মি. হলে, সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.৪ (অনুশীলনীর অংক নং-১৬)]

⇒ **Sol** মনে করি, একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডারের উচ্চতা, $h = 30$ সে.মি.

এবং ভূমির ব্যাসার্ধ = r .

আমরা জানি,

সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r h = 2 \times 3.1416 \times r \times 30 = 188.496 \times r$ বর্গ সে.মি.

শর্তমতে, $188.496 \times r = 4400 \Rightarrow r = \frac{4400}{188.496} = 23.343$ সে.মি.

$\therefore$ সিলিন্ডারের সমগ্রতল $= 2\pi r (r + h) = 2 \times 3.1416 \times 23.343 (23.343 + 30)$ বর্গ সে.মি. $= 7823.75$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ নির্ণেয় সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল 7823.75 বর্গ সে.মি.।

02. একটি লোহার পাইপের ভিতরের ও বাইরের ব্যাস যথাক্রমে 12 সে.মি. ও 14 সে.মি. এবং পাইপের উচ্চতা 5 মিটার। এক ঘন সে.মি. লোহার ওজন 7.2 গ্রাম হলে, পাইপের লোহার ওজন নির্ণয় কর। [নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.৪ (অনুশীলনীর অংক নং-১৭)]

⇒ **Sol** পাইপের ভিতরের ব্যাস, $D_1 = 12$ সে.মি.

পাইপের ভিতরের ব্যাসার্ধ, $r_1 = \frac{D_1}{2} = \frac{12}{2} = 6$ সে.মি.

পাইপের বাইরের ব্যাস, $D_2 = 14$ সে.মি.

পাইপের বাইরের ব্যাসার্ধ, $r_2 = \frac{D_2}{2} = \frac{14}{2} = 7$ সে.মি.

পাইপের উচ্চতা, $h = 5$ মিটার $= 5 \times 100$ সে.মি. [$\because$ 1 মিটার $= 100$ সে.মি.]
 $= 500$ সে.মি.

$\therefore$ পাইপের লোহার আয়তন $= (\pi r_2^2 h - \pi r_1^2 h)$ ঘন সে.মি. $= \pi h (r_2^2 - r_1^2) = 500\pi (7^2 - 6^2)$ ঘন সে.মি.
 $= 500\pi (49 - 36)$ ঘন সে.মি. $= (3.1416 \times 500 \times 13)$ ঘন সে.মি. $= 20420.4$ ঘন সে.মি.

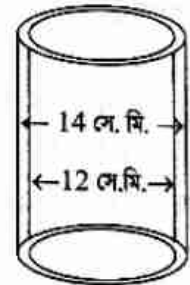
$\therefore$ আয়তন 20420.4 ঘন সে.মি.।

এখন, 1 ঘন সে.মি. লোহার ওজন 7.2 গ্রাম

$\therefore$ 20420.4 ঘন সে.মি. লোহার ওজন $= (7.2 \times 20420.4)$ গ্রাম

$= 147026.88$ গ্রাম $= \frac{147026.88}{1000}$ কিলোগ্রাম $= 147.027$ কিলোগ্রাম (প্রায়)

$\therefore$ লোহার ওজন 147.027 কিলোগ্রাম (প্রায়)।



০১. একটি ক্যাপসুলের দৈর্ঘ্য 15 সে.মি.। ইহার সিলিন্ডার আকৃতির অংশের ব্যাসার্ধ 3 সে.মি. হলে, সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

Sol ক্যাপসুলের সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য 15 সে.মি.। যেহেতু ক্যাপসুলের দুই প্রান্ত অর্ধগোলকাকৃতির, সেহেতু ইহার সিলিন্ডার আকৃতির অংশের দৈর্ঘ্য, $l = 15 - (3 + 3) = 9$ সে.মি.।

সুতরাং ক্যাপসুলের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = দুই প্রান্তের অর্ধগোলকাকৃতি অংশের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল + সিলিন্ডার আকৃতির অংশের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল

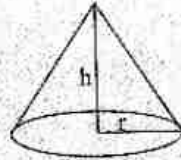
$$= 2 \times \frac{1}{2} \times 4\pi r^2 + 2\pi rl = 4\pi(3)^2 + 2\pi \times 3 \times 9 = 90\pi = 282.74 \text{ বর্গ সে.মি. (প্রায়)}$$

$$\text{এবং ক্যাপসুলটির আয়তন} = 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi r^3 + \pi r^2 l = \frac{4}{3} \pi(3)^3 + \pi(3)^2 \times 9 = 117\pi = 367.57 \text{ ঘন সে.মি. (প্রায়)}।$$

TYPE 08: কোণক সংক্রান্ত

কোণক (Cone): কোনো সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন যে কোনো একটি বাহুকে স্থির রেখে ঐ বাহুর চতুর্দিকে ত্রিভুজটিকে ঘোরালে যে ঘনবস্তুর সৃষ্টি হয়, তাকে সমবৃত্তভূমিক কোণক বলে।

- ☑ কোণকের ক্ষেত্রফল, $l = \sqrt{h^2 + r^2}$
- ☑ কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r \sqrt{h^2 + r^2}$ বর্গ একক।
- ☑ কোণক এর সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল $= \pi r(l + r)$ বর্গ একক।
- ☑ কোণক এর আয়তন $= \frac{1}{3} \pi r^2 h$ ঘন একক।



চিত্র: সমবৃত্তভূমিক কোণক

এ উপরিক সংক্রান্ত প্রশ্ন ও সমাধান:

০১. ২৮ সেমি ব্যাসের একটি অর্ধবৃত্তাকার ধাতুর পাত বাকিয়ে কোণক আকৃতির কাপ তৈরি করা হলো। কাপটির গভীরতা ও ধারণ ক্ষমতা নির্ণয় করুন। [৩৮তম বিসিএস]

Sol এখানে, ব্যাস $2r = 28$ সেমি.; $\therefore$ ব্যাসার্ধ $r = 14$ সেমি.

$$\therefore \text{পরিধি} = 2\pi r = 2\pi \cdot 14 \text{ এবং অর্ধপরিধি} = \frac{2\pi \cdot 14}{2} = 14\pi$$

যেহেতু অর্ধবৃত্তাকার থেকে কোণকে তৈরি করা হয়েছে।

তাই কোণকের বৃত্তের পরিধি, অর্ধবৃত্তাকার পরিধির সমান।

$$\text{অর্থাৎ } 2\pi R = 14\pi \Rightarrow R = 7$$

আমরা জানি, হেলানো তলের গভীরতা, $h = \sqrt{l^2 - R^2}$

$$= \sqrt{(14)^2 - (7)^2}$$

$$= \sqrt{196 - 49}$$

$$= \sqrt{147}$$

$$= \sqrt{3 \times 49}$$

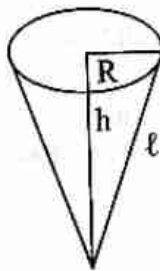
$$= 7\sqrt{3} \text{ সে.মি.}$$

এখানে,

$$\text{ব্যাসার্ধ} = R$$

$$\text{হেলানো তল} = l$$

$$\text{গভীরতা} = h$$



এবং ধারণক্ষমতা এর আয়তনের সমান

$$\text{আমরা জানি, কোণকের আয়তন} = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi \times 7^2 \times 7\sqrt{3}$$

$$= \frac{1 \times 22}{3 \times 7} \times 49 \times 7\sqrt{3} = \frac{22}{3} \times 7 \times 7\sqrt{3} = 622.38 \text{ সে.মি.}$$

উত্তর: গভীরতা $= 7\sqrt{3}$ সে.মি. এবং ধারণ ক্ষমতা $= 622.38$ ঘন সে.মি.।

02. একটি সমবৃত্তভূমিক কোণকের উচ্চতা 12 সে.মি. এবং ভূমির ব্যাস 10 সে.মি. হলে তার হেলানো উচ্চতা বক্রতলের ও সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয় কর।
[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(উ.গণিত), অধ্যায়-১৩ (উদাহরণের অংক নং-০৪)]

➤Solⁿ ভূমির ব্যাসার্ধ $r = \frac{10}{2}$ সে.মি. = 5 সে.মি.

হেলানো উচ্চতা $l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$ সে.মি.

বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r l = \pi \times 5 \times 13 = 204.2035$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r(1+r) = \pi \times 5 \times (13+5) = 282.7433$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

আয়তন $= \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \times 5^2 \times 12 = 314.1593$ ঘন সে.মি. (প্রায়)।

03. একটি সমবৃত্তভূমিক কোণকের উচ্চতা 8 সে.মি. এবং ভূমির ব্যাসার্ধ 6 সে.মি. হলে, সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।
[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(উ.গণিত), অধ্যায়-১৩ (অনুশীলনীর অংক নং-১১)]

➤Solⁿ ধরি, সমবৃত্তভূমিক কোণকের উচ্চতা h একক এবং ভূমির ব্যাসার্ধ r একক
সুতরাং, কোণকের উচ্চতা, $h = 8$ সে.মি. এবং ভূমির ব্যাসার্ধ, $r = 6$ সে.মি.

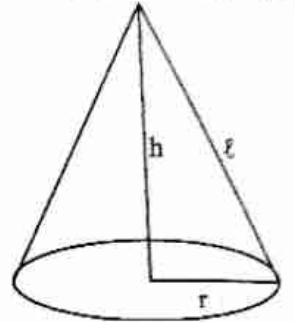
∴ কোণকের তীর্যক বাহুর উচ্চতা, $l = \sqrt{h^2 + r^2}$ একক
 $= \sqrt{8^2 + 6^2}$ সে.মি. $= \sqrt{64 + 36}$ সে.মি. $= \sqrt{100}$ সে.মি. $= 10$ সে.মি.

তাহলে, কোণকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r (l + r)$ বর্গ একক

$= 3.1416 \times 6 \times (10 + 6)$ বর্গ সে.মি.

$= 3.1416 \times 6 \times 16$ বর্গ সে.মি. $= 301.6$ বর্গ সে.মি. (প্রায়) (Ans.)

এবং কোণকের আয়তন $= \frac{1}{3} \pi r^2 h$ ঘন একক $= \frac{1}{3} \times 3.1416 \times 6^2 \times 8$ ঘন সে.মি. $= 301.6$ ঘন সে.মি. (প্রায়) (Ans.)



04. কোনো সমকোণী ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সে.মি. এবং 3.5 সে.মি.। একে বৃহত্তর বাহুর চতুর্দিকে ঘোরালে যে ঘনবস্তুর উৎপন্ন হয়, তার আয়তন নির্ণয় কর।
[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(উ.গণিত), অধ্যায়-১৩ (অনুশীলনীর অংক নং-১৩)]

➤Solⁿ সমকোণী ত্রিভুজের 5 সে.মি. বাহুর চতুর্দিকে ত্রিভুজটিকে ঘোরালে 3.5 সে.মি. ব্যাসার্ধ এবং 5 সে.মি. উচ্চতাবিশিষ্ট সমবৃত্তভূমিক কোণক তৈরি হবে।

ধরি, সমবৃত্তভূমিক কোণকের ব্যাসার্ধ r একক এবং উচ্চতা h একক।

সুতরাং, $r = 3.5$ সে.মি., $h = 5$ সে.মি.

∴ কোণকের আয়তন $= \frac{1}{3} \pi r^2 h$ ঘন একক $= \frac{1}{3} \times 3.1416 \times (3.5)^2 \times 5$ ঘন সে.মি. $= 64.14$ ঘন সে.মি. (প্রায়) (Ans.)

05. একটি সমবৃত্তভূমিক কোণকের উচ্চতা 24 সে.মি. এবং আয়তন 1232 ঘন সে.মি.। এর হেলানো উচ্চতা কত?

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(উ.গণিত), অধ্যায়-১৩ (অনুশীলনীর অংক নং-১২)]

➤Solⁿ ধরি, সমবৃত্তভূমিক কোণকের উচ্চতা h একক, ব্যাসার্ধ r একক এবং কোণকের হেলানো উচ্চতা l একক।

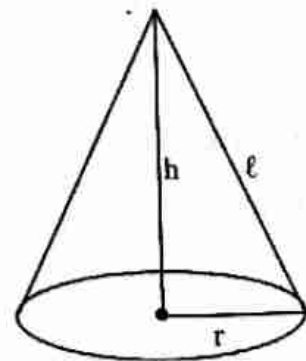
সুতরাং, কোণকের উচ্চতা, $h = 24$ সে.মি. এবং কোণকের আয়তন $= 1232$ ঘন সে.মি.

প্রশ্নমতে, $\frac{1}{3} \pi r^2 \times 24 = 1232$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{1232 \times 3}{24 \times 3.1416} \Rightarrow r^2 = 49.0196$$

∴ $r = 7.0014$ সে.মি.

∴ হেলানো উচ্চতা, $l = \sqrt{h^2 + r^2}$ একক
 $= \sqrt{(24)^2 + (7.0014)^2}$ সে.মি.
 $= \sqrt{576 + 49.0196}$ সে.মি.
 $= 25$ সে.মি. (প্রায়) (Ans.)



06. কৌণিক আকারের একটি তাঁবুর উচ্চতা 7.5 মিটার। এই তাঁবু দ্বারা 2000 বর্গমিটার জমি ঘিরতে চাইলে কি পরিমাণ ক্যানভাস লাগবে?

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(উ.গণিত), অধ্যায়-১৩ (অনুশীলনীর অংক নং-২৪)]

Sol দেওয়া আছে, তাঁবুর উচ্চতা, $h = 7.5$ মিটার

এবং জমির ক্ষেত্রফল = 2000 বর্গমিটার

অতএব, কোণকের ভূমির ক্ষেত্রফল 2000 বর্গমিটার।

ধরি, ভূমির ব্যাসার্ধ = r মিটার

$$\text{প্রশ্নমতে, } \pi r^2 = 2000 \text{ বা, } r^2 = \frac{2000}{3.1416} \text{ বা, } r^2 = 636.6183$$

$$\therefore r = 25.2313$$

$$\text{আমরা জানি, কোণকের তীর্যক বাহুর দৈর্ঘ্য, } l = \sqrt{h^2 + r^2} \text{ একক} = \sqrt{(7.5)^2 + (25.2313)^2} \text{ মিটার}$$

$$= 26.3224 \text{ মিটার}$$

মোট ক্যানভাস প্রয়োজন হবে কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফলের সমান।

$$\therefore \text{তাঁবুর ক্যানভাসের পরিমাণ} = \pi r l \text{ বর্গমিটার} = (3.1416 \times 25.2313 \times 26.3224) \text{ বর্গমিটার} = 2086.4885 \text{ বর্গমিটার}$$

$$= 2086.4885 \text{ বর্গমিটার (প্রায়) (Ans.)}$$

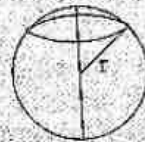


TYPE 09: গোলক সংক্রান্ত

গোলক (Sphere): কোনো অর্ধবৃত্তের ব্যাসকে অক্ষ ধরে অর্ধবৃত্তটিকে ঐ ব্যাসের চারদিকে ঘোরালে যে ঘনবস্তুর সৃষ্টি হয়, তাকে গোলক বলে।

☑ গোলকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = $4\pi r^2$ বর্গ একক।

☑ গোলক এর আয়তন = $\frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন একক।



চিত্র: গোলক

এ উপক সংক্রান্ত প্রশ্ন ও সমাধান:

01. 6 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি গোলকের পৃষ্ঠতল ও আয়তন নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(উ.গণিত), অধ্যায়-১৩ (অনুশীলনীর অংক নং-১৪)]

Sol ধরি, গোলকের ব্যাসার্ধ r একক।

$$\text{সুতরাং } r = 6 \text{ সে.মি.}$$

$$\therefore \text{গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল} = 4\pi r^2 \text{ বর্গ একক} = 4 \times 3.1416 \times (6)^2 \text{ বর্গ সে.মি.} = 452.39 \text{ বর্গ সে.মি. (প্রায়) (Ans.)}$$

$$\text{এবং গোলকের আয়তন} = \frac{4}{3}\pi r^3 \text{ ঘন একক} = \frac{4}{3} \times 3.1416 \times (6)^3 \text{ ঘন সে.মি.} = 904.8 \text{ ঘন সে.মি. (প্রায়) (Ans.)}$$

02. 6, 8, r সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট তিনটি কঠিন কাচের বল গলিয়ে 9 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি কঠিন গোলকে পরিণত করা হলো। r এর মান নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(উ.গণিত), অধ্যায়-১৩ (অনুশীলনীর অংক নং-১৫)]

Sol আমরা জানি, গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3}\pi \times (\text{ব্যাসার্ধ})^3$ ঘন একক

$$6, 8, r \text{ সে.মি. ব্যাসার্ধের গোলকের আয়তনের সমষ্টি} = \left\{ \frac{4}{3}\pi (6)^3 + \frac{4}{3}\pi (8)^3 + \frac{4}{3}\pi r^3 \right\} \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= \frac{4}{3}\pi (6^3 + 8^3 + r^3) \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$\text{আবার, 9 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট গোলকের আয়তন} = \frac{4}{3}\pi 9^3 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{4}{3}\pi (6^3 + 8^3 + r^3) = \frac{4}{3}\pi 9^3 \Rightarrow 6^3 + 8^3 + r^3 = 9^3 \Rightarrow 216 + 512 + r^3 = 729 \Rightarrow r^3 = 729 - 728$$

$$\Rightarrow r^3 = 1$$

$$\therefore r = 1 \text{ সে.মি. (Ans.)}$$

03. একটি ফাঁপা লোহার গোলকের বাইরের ব্যাস 13 সে.মি. এবং লোহার বেধ 2 সে.মি.। ঐ গোলকে ব্যবহৃত লোহা দিয়ে একটি নিরেট গোলক তৈরি করা হলো। তার ব্যাস কত হবে?

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(উ.গণিত), অধ্যায়-১৩ (অনুশীলনীর অংক নং-১৬)]

⇒Sol" গোলকের বাইরের ব্যাসার্ধ = $\frac{13}{2}$ সে.মি. = 6.5 সে.মি.

গোলকের ফাঁপা অংশের ব্যাসার্ধ = $(6.5 - 2)$ সে.মি. = 4.5 সে.মি.

∴ ফাঁপা অংশের আয়তন = $\frac{4}{3} \pi (4.5)^3$ ঘন সে.মি.

= $\frac{4}{3} \times 3.1416 \times (4.5)^3$ ঘন সে.মি.

= 381.7044 ঘন সে.মি.

∴ সম্পূর্ণ গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3} \pi (6.5)^3$ ঘন সে.মি.

= $\frac{4}{3} \times 3.1416 \times (6.5)^3$ ঘন সে.মি.

= 1150.3492 ঘন সে.মি.

∴ গোলকে ব্যবহৃত লোহার আয়তন = $(1150.3492 - 381.7044)$ ঘন সে.মি.
= 768.6448 ঘন সে.মি.

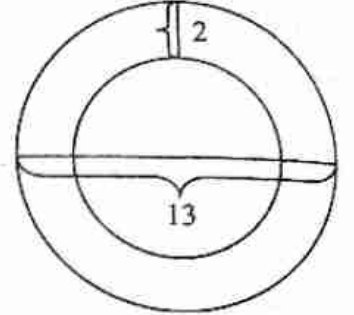
নিরেট লোহার গোলকের ব্যাসার্ধ r একক হলে আয়তন = $\frac{4}{3} \pi r^3$ ঘন একক যা ফাঁপা গোলকে ব্যবহৃত লোহার আয়তনের সমান।

∴ $\frac{4}{3} \pi r^3 = 768.6448$

⇒ $r^3 = \frac{768.644 \times 3}{4 \times 3.1416}$ [$\because \pi = 3.1416$]

⇒ $r^3 = 183.5$ ∴ $r = 5.6826$

∴ নিরেট লোহার গোলকের ব্যাস = $2r$ একক = $2 \times 5.6826 = 11.37$ সে.মি. (Ans.)



04. 4 সে.মি. ব্যাসার্ধের একটি নিরেট গোলককে গলিয়ে 5 সে.মি. বহিঃব্যাসার্ধ বিশিষ্ট ও সমভাবে পুরু একটি ফাঁপা গোলক প্রস্তুত করা হলো। দ্বিতীয় গোলকটি কত পুরু?

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(উ.গণিত), অধ্যায়-১৩ (অনুশীলনীর অংক নং-১৭)]

⇒Sol" দেওয়া আছে, নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধ, $r = 4$ সে.মি.

ধরি, ফাঁপা গোলকের বহিঃব্যাসার্ধ, $r_1 = 5$ সে.মি. এবং অন্তঃব্যাসার্ধ = r_2 সে.মি.

আমরা জানি, উভয় গোলকের লোহার আয়তন সমান।

অর্থাৎ, $\frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi r_1^3 - \frac{4}{3} \pi r_2^3$

⇒ $r^3 = r_1^3 - r_2^3$

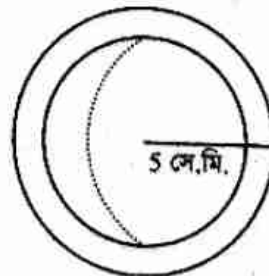
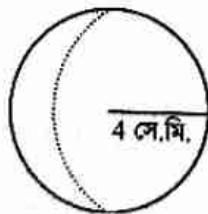
⇒ $r_2^3 = r_1^3 - r^3$

⇒ $r_2^3 = (5)^3 - (4)^3$

⇒ $r_2^3 = 125 - 64$

⇒ $r_2^3 = 61$

∴ $r_2 = 3.936$ সে.মি. (প্রায়)



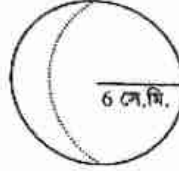
∴ দ্বিতীয় গোলকের পুরুত্ব = $(r_1 - r_2) = (5 - 3.936)$ সে.মি. = 1.063 সে.মি. (প্রায়) (Ans.)

15. একটি লোহার নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধ 6 সে.মি.। এর লোহা থেকে 8 সে.মি. দৈর্ঘ্য ও 6 সে.মি. ব্যাসের কয়টি নিরেট সিলিন্ডার প্রস্তুত করা যাবে?

Sol দেওয়া আছে, নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধ = 6 সে.মি.
এবং লোহার সিলিন্ডারের ব্যাস = 6 সে.মি.

ধরি, ব্যাসার্ধ, $r = \frac{6}{2} = 3$ সে.মি.

এবং দৈর্ঘ্য, $h = 8$ সে.মি.



আমরা জানি, গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3} \pi r^3$ ঘন সে.মি. = 288π ঘন সে.মি.

এবং সিলিন্ডারের আয়তন = $\pi r^2 h$ ঘন একক = $\pi \times 3^2 \times 8$ ঘন সে.মি.
= 72π ঘন সে.মি.



মনে করি, n সংখ্যক সিলিন্ডার তৈরি করা যাবে।

তাহলে, সিলিন্ডারসমূহের আয়তন = নিরেট গোলকের আয়তন

$$\Rightarrow n \times 72\pi = 288\pi$$

$$\Rightarrow n = \frac{288\pi}{72\pi}$$

$$\therefore n = 4$$

$\therefore$ নিরেট সিলিন্ডার প্রস্তুত করা যাবে 4টি। (Ans.)

06. $\frac{22}{\pi}$ সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি গোলক আকৃতির বল একটি ঘনক আকৃতির বাস্তব ঠিকভাবে ঐটে যায়। বাস্তবটির অনধিকৃত অংশের আয়তন নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(উ.গণিত), অধ্যায়-১৩ (অনুশীলনীর অংক নং-১৯)]

Sol ধরি, গোলকের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{22}{\pi}$ সে.মি.

যেহেতু, গোলকটি ঘনক আকৃতির বাস্তব ঠিকভাবে ঐটে যায় সেহেতু, ঘনকের বাহু হবে গোলকের ব্যাসের সমান।

$$\therefore \text{ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য, } 2r = 2 \times \frac{22}{\pi} = \frac{44}{3.1416} = 14.0056 \text{ সে.মি. (প্রায়)}$$

$$\therefore \text{ঘনকের আয়তন} = (\text{ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য})^3 \text{ ঘন একক} \\ = (14.0056)^3 \text{ ঘন একক} = 2747.2954 \text{ ঘন সে.মি. (প্রায়)}$$

$$\text{এবং গোলকের আয়তন} = \frac{4}{3} \pi r^3 \text{ ঘন একক}$$

$$= \frac{4}{3} \times 3.1416 \times (7.0028)^3 \text{ ঘন সে.মি. } [\because r = \frac{22}{\pi} = 7.0028 \text{ সে.মি.}]$$

$$= 1438.4832 \text{ ঘন সে.মি. (প্রায়)}$$

$$\therefore \text{অনধিকৃত অংশের আয়তন} = \text{ঘনকের আয়তন} - \text{গোলকের আয়তন}$$

$$= (2747.2954 - 1438.4832) \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= 1308.812 \text{ ঘন সে.মি. (প্রায়) (Ans.)}$$

07. 13 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি গোলকের কেন্দ্র থেকে 12 সে.মি. দূরবর্তী কোনো বিন্দুর মধ্য দিয়ে ব্যাসের উপর লম্ব সমতল গোলকটিকে ছেদ করে। উৎপন্ন তলটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(উ.গণিত), অধ্যায়-১৩ (অনুশীলনীর অংক নং-২০)]

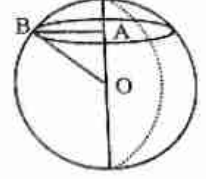
►Solⁿ চিত্র থেকে, গোলকের কেন্দ্র থেকে তলের দূরত্ব, $OA = 12$ সে.মি.

গোলকের ব্যাসার্ধ, $OB = 13$ সে.মি.

সমকোণী $\triangle OBA$ থেকে পাই, $OB^2 = OA^2 + AB^2$

$$\therefore AB^2 = OB^2 - OA^2 = 13^2 - 12^2 = 169 - 144 \Rightarrow AB^2 = 25$$

$$\therefore AB = 5 \text{ সে.মি.}$$



সমতলটি একটি বৃত্ত হবে যার ব্যাসার্ধ, $r = 5$ সে.মি.

$$\text{আমরা জানি, বৃত্তের ক্ষেত্রফল} = \pi r^2 \text{ বর্গ একক} = \pi \times 5^2 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 25\pi \text{ বর্গ সে.মি.} = 25 \times 3.1416 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 78.5 \text{ বর্গ সে.মি. (প্রায়) (Ans.)}$$

08. 4 সে.মি. ব্যাসের একটি লৌহ গোলককে পিটিয়ে $\frac{2}{3}$ সে.মি. পুরু একটি বৃত্তাকার লৌহপাত প্রস্তুত করা হল। ঐ পাতের ব্যাসার্ধ কত?

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(উ.গণিত), অধ্যায়-১৩ (উদাহরণের অংক নং-০৫)]

►Solⁿ লৌহ গোলকের ব্যাসার্ধ $= \frac{4}{2} = 2$ সে.মি.।

$$\therefore \text{তার আয়তন} = \frac{4}{3}\pi \times 2^3 = \frac{32}{3}\pi \text{ ঘন সে.মি.।}$$

মনে করি, পাতের ব্যাসার্ধ $= r$ সে.মি.। পাতটি $\frac{2}{3}$ সে.মি. পুরু।

$$\therefore \text{পাতের আয়তন} = \pi r^2 \times \frac{2}{3} \text{ ঘন সে.মি.} = \frac{2}{3}\pi r^2$$

$$\text{শর্তানুসারে, } \frac{2}{3}\pi r^2 = \frac{32}{3}\pi \text{ বা, } r^2 = 16 \text{ বা, } r = 4$$

$$\therefore \text{পাতের ব্যাসার্ধ} = 4 \text{ সে.মি.}$$

TYPE 10: প্রিজম ও পিরামিড সংক্রান্ত

- ✓ প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = ২(ভূমির ক্ষেত্রফল) + পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল
- ✓ প্রিজমের আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা
- ✓ পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = ভূমির ক্ষেত্রফল + পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল
- ✓ প্রিজমের আয়তন $= \frac{1}{3} \times$ ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

এ টাইপক সাজিয়ে প্রশ্ন ও সমাধান

01. একটি ত্রিভুজাকার প্রিজমের ভূমির বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3, 4 ও 5 সে.মি. এবং উচ্চতা 8 সে.মি.। ইহার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(উ.গণিত), অধ্যায়-১৩ (উদাহরণের অংক নং-০২)]

►Solⁿ প্রিজমের ভূমির বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3, 4 ও 5 সে.মি.।

$$\text{যেহেতু } 3^2 + 4^2 = 5^2, \text{ ইহার ভূমি একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\text{সুতরাং, প্রিজমটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল} = 2 \times 6 + (3 + 4 + 5) \times 8 = 12 + 96 = 108 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\text{এবং ইহার আয়তন} = 6 \times 8 = 48 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$\text{অতএব প্রিজমটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল 108 বর্গ সে.মি. এবং আয়তন 48 ঘন সে.মি.।}$$

02. 10 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট বর্গাকার ভূমির উপর অবস্থিত একটি পিরামিডের উচ্চতা 12 সে.মি। ইহার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(উ.গণিত), অধ্যায়-১৩ (উদাহরণের অংক নং-০৩)]

Solⁿ পিরামিডের ভূমির কেন্দ্রবিন্দু হতে যেকোনো বাহুর লম্ব দূরত্ব $r = \frac{10}{2}$ সে.মি. = 5 সে.মি., পিরামিডের উচ্চতা 12 সে.মি।

অতএব ইহার যেকোনো পার্শ্বতলের হেলানো উচ্চতা $= \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$ সে.মি।

$\therefore$ পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= [10 \times 10 + \frac{1}{2} (4 \times 10) \times 13]$ বর্গ সে.মি. $= 100 + 260 = 360$ বর্গ সে.মি।

এবং ইহার আয়তন $= \frac{1}{3} \times (10 \times 10) \times 12$ ঘন সে.মি. $= 10 \times 10 \times 4 = 400$ ঘন সে.মি।

$\therefore$ পিরামিডটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল 360 বর্গ সে.মি. এবং আয়তন 400 ঘন সে.মি।

03. 4 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট সুষম ষড়ভুজাকার প্রিজমের উচ্চতা 5 সে.মি। ইহার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন বের কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(উ.গণিত), অধ্যায়-১৩ (অনুশীলনীর অংক নং-২৬)]

Solⁿ দেওয়া আছে, সুষম ষড়ভুজাকার প্রিজমের উচ্চতা = 5 সে.মি.

এবং প্রিজমটির ভূমি ষড়ভুজ, যার প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য = 4 সে.মি.

আমরা জানি, n বাহুবিশিষ্ট সুষম বহুভুজের ক্ষেত্রফল

$$= n \times \frac{a^2}{4} \cot \frac{180^\circ}{n} \text{ বর্গ একক [যেখানে, } a = \text{বাহুর দৈর্ঘ্য}]$$

$$\therefore \text{প্রিজমটির ভূমির ক্ষেত্রফল} = 6 \times \frac{4^2}{4} \cot \frac{180^\circ}{6} \text{ বর্গ সে.মি. } [\because n = 6]$$

$$= 6 \times 4 \cot 30^\circ \text{ বর্গ সে.মি.} = 41.569 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

এবং প্রিজমটির ভূমির পরিসীমা $= 6 \times 4$ সে.মি. $= 24$ সে.মি.

আমরা জানি, প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2$ (ভূমির ক্ষেত্রফল) $+ \text{ভূমির পরিসীমা} \times \text{উচ্চতা} = (2 \times 41.569 + 24 \times 5)$ বর্গ সে.মি.
 $= 203.138$ বর্গ সে.মি. $= 203.14$ বর্গ সে.মি. (প্রায়) (Ans.)

$\therefore$ প্রিজমের আয়তন $= \text{ভূমির ক্ষেত্রফল} \times \text{উচ্চতা} = 41.569 \times 5$ ঘন সে.মি. $= 207.85$ ঘন সে.মি. (প্রায়) (Ans.)

04. 6 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট সুষম ষড়ভুজের উপর অবস্থিত একটি পিরামিডের উচ্চতা 10 সে.মি। ইহার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(উ.গণিত), অধ্যায়-১৩ (অনুশীলনীর অংক নং-২৭)]

Solⁿ দেওয়া আছে, পিরামিডের ভূমি সুষম ষড়ভুজ যার প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সে.মি. এবং পিরামিডের উচ্চতা, $h = 10$ সে.মি.

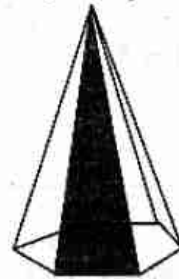
আমরা জানি, n বাহুবিশিষ্ট সুষম বহুভুজের ক্ষেত্রফল $= n \times \frac{a^2}{4} \cot \left(\frac{180^\circ}{n} \right)$ বর্গ একক [যেখানে, $a = \text{বাহুর দৈর্ঘ্য}$]

$$\therefore \text{পিরামিডের ভূমির ক্ষেত্রফল} = 6 \times \frac{6^2}{4} \cot \left(\frac{180^\circ}{6} \right) \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 6 \times 9 \times \cot 30^\circ \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 93.531 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

প্রিজমটির ভূমির পরিসীমা $= (6 \times 6)$ সে.মি. $= 36$ সে.মি.



সুষম পিরামিড

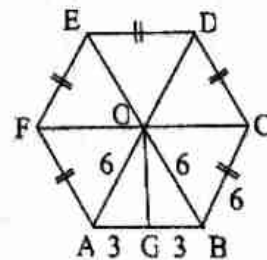
আমরা জানি, সুষম পিরামিডের কেন্দ্র হতে যেকোনো শীর্ষবিন্দুর দূরত্ব = বাহুর দৈর্ঘ্য

$\therefore OA = 6$ সে.মি.

এবং $OG = \frac{6}{2} = 3$ সে.মি.

এখন, পিরামিডের ভূমির কেন্দ্রবিন্দু হতে

যেকোনো বাহুর লম্ব দূরত্ব r হলে, $r^2 = OA^2 - OG^2 = 6^2 - 3^2 = 27$



অতএব, ইহার যেকোনো পার্শ্বতলের হেলানো উচ্চতা

$$= \sqrt{h^2 + r^2} \text{ একক} = \sqrt{10^2 + 27} \text{ সে.মি.} = 11.269 \text{ সে.মি. (প্রায়)}$$

আমরা জানি, পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = ভূমির ক্ষেত্রফল + $\frac{1}{2}$ (ভূমির পরিসীমা $\times$ হেলানো উচ্চতা)

$$= \{93.531 + \frac{1}{2} (36 \times 11.269)\} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= \{93.531 + 202.842\} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 296.37 \text{ বর্গ সে.মি. (প্রায়) (Ans.)}$$

এবং পিরামিডের আয়তন = $\frac{1}{3} \times$ ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা = $\frac{1}{3} \times 93.531 \times 10$ ঘন সে.মি. = 322.77 ঘন সে.মি. (প্রায়) (Ans.)

TYPE 11: সৃজনশীল প্রশ্ন

01. একটি সমকোণী ত্রিভুজের লম্ব ভূমির $\frac{11}{12}$ অংশ থেকে 6 সে.মি. কম এবং অতিভুজ ভূমির $\frac{4}{3}$ অংশ থেকে 3 সে.মি. কম।

(ক) ভূমি x হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল x এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।

(খ) ভূমির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

(গ) ত্রিভুজটির ভূমি 12 সে.মি. হলে এর পরিসীমার সমান পরিসীমাবিশিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.১ (অনুশীলনীর অংক নং-১০)]

≥Sol (ক) সমকোণী ত্রিভুজটির ভূমি x সে.মি. হলে, লম্ব = $\left(\frac{11x}{12} - 6\right)$ সে.মি.

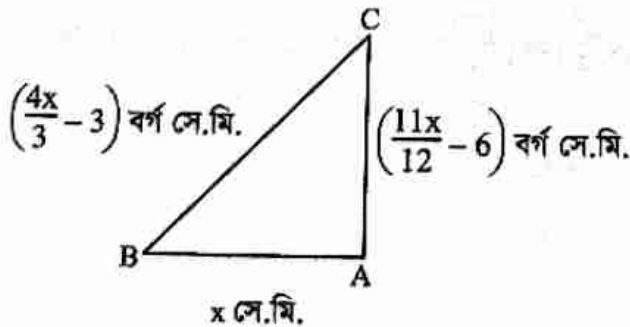
$$\therefore \text{ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times x \times \left(\frac{11x}{12} - 6\right) \text{ সে.মি.} = \frac{11x^2}{24} - 3x \text{ বর্গ সে.মি.} = \frac{11x^2 - 72x}{24} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\therefore \text{ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল} = \frac{11x^2 - 72x}{24} \text{ বর্গ সে.মি.}$$

(খ) এখানে, ABC সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি, AB = x সে.মি.

$$\text{লম্ব, AC} = \left(\frac{11x}{12} - 6\right) \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\text{এবং অতিভুজ, BC} = \left(\frac{4x}{3} - 3\right) \text{ বর্গ সে.মি.}$$



$$\text{ABC সমকোণী ত্রিভুজে, } AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$\Rightarrow x^2 + \left(\frac{11x}{12} - 6\right)^2 = \left(\frac{4x}{3} - 3\right)^2$$

$$\Rightarrow x^2 + \left(\frac{11x}{12}\right)^2 - 2 \cdot \frac{11x}{12} \cdot 6 + 6^2 = \left(\frac{4x}{3}\right)^2 - 2 \cdot \frac{4x}{3} \cdot 3 + 3^2$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{121x^2}{144} - 11x + 36 = \frac{16x^2}{9} - 8x + 9$$

$$\Rightarrow \frac{144x^2 + 121x^2}{144} - 11x + 36 = \frac{16x^2}{9} - 8x + 9$$

$$\Rightarrow \frac{265x^2}{144} - \frac{16x^2}{9} - 11x + 8x + 36 - 9 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{265x^2 - 256x^2}{144} - 3x + 27 = 0 \Rightarrow \frac{9x^2}{144} - 3x + 27 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{16} - 3x + 27 = 0 \Rightarrow x^2 - 48x + 432 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 12x - 36x + 432 = 0 \Rightarrow x(x - 12) - 36(x - 12) = 0$$

$$\Rightarrow (x - 12)(x - 36) = 0$$

$$\Rightarrow x - 12 = 0 \quad \text{অথবা, } x - 36 = 0$$

$$\Rightarrow x = 12 \quad \Rightarrow x = 36$$

$\therefore$ ভূমির দৈর্ঘ্য 12 সে.মি. বা 36 সে.মি.।

(গ) ত্রিভুজটির ভূমি 12 সে.মি. হলে,

$$\text{লম্ব} = \left(\frac{11}{12} \times 12 - 6 \right) \text{ সে.মি.} = (11 - 6) \text{ সে.মি.} = 5 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{অতিভুজ} = \left(\frac{4}{3} \times 12 - 3 \right) \text{ সে.মি.} = (16 - 3) \text{ সে.মি.} = 13 \text{ সে.মি.}$$

$$\therefore \text{ত্রিভুজটির পরিসীমা} = (12 + 5 + 13) \text{ সে.মি.} = 30 \text{ সে.মি.}$$

ত্রিভুজটির পরিসীমার সমান পরিসীমাবিশিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা = 30 সে.মি.

$$\therefore \text{সমবাহু ত্রিভুজটির একবাহুর দৈর্ঘ্য} = \frac{30}{3} \text{ সে.মি.} = 10 \text{ সে.মি.}$$

$$\therefore \text{সমবাহু ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (10)^2 \text{ বর্গ সে.মি.} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 100 \text{ বর্গ সে.মি.} = 43.301 \text{ বর্গ সে.মি. (প্রায়)}$$

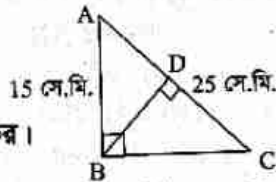
$$\therefore \text{সমবাহু ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল } 43.301 \text{ বর্গ সে.মি. (প্রায়)}$$

02. প্রদত্ত চিত্রের আলোকে

ক) BC বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

খ) BD এর মান নির্ণয় কর।

গ) $\triangle ABD$ ও $\triangle BCD$ এর ক্ষেত্রফলদ্বয়ের অনুপাত নির্ণয় কর।



[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.১ (উদাহরণের অংক নং-০৭)]

≥Solⁱ ক) $AB = 15, AC = 25$

$$\therefore BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{(25)^2 - (15)^2} = \sqrt{400} = 20$$

$$\text{খ) } \triangle ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} BC \cdot AB = \frac{1}{2} AC \cdot BD \text{ বা, } \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} BC \cdot AB \text{ বা, } 25 \times BD = 20 \times 15$$

$$\therefore BD = 12$$

$$\text{গ) } \triangle ABD \text{ সমকোণী থেকে পাই, } AD^2 + BD^2 = AB^2$$

$$\text{বা, } AD^2 + 12^2 = 15^2 \text{ বা, } AD^2 = 225 - 144 = 81$$

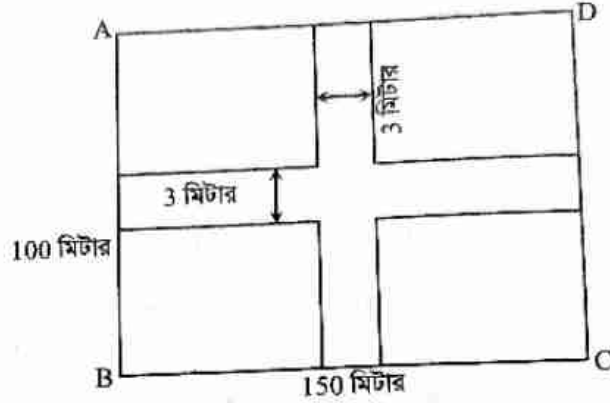
$$\therefore AD = 9 \text{ এবং } CD = AC - AD = 25 - 9 = 16$$

$$\text{অতএব, } \triangle ABD \text{ ও } \triangle BCD \text{ এর ক্ষেত্রফলদ্বয়ের অনুপাত, } \frac{\triangle ABD}{\triangle BCD} = \frac{\frac{1}{2} BD \cdot AD}{\frac{1}{2} BD \cdot CD} = \frac{AD}{CD} = \frac{9}{16}$$

$$\therefore \triangle ABD : \triangle BCD = 9 : 16$$

03. আয়তাকার একটি ফুলের বাগানের দৈর্ঘ্য 150 মিটার এবং প্রস্থ 100 মিটার। বাগানটিকে পরিচর্যা করার জন্য ঠিক মাঝ দিয়ে 3 মিটার চওড়া দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর রাস্তা আছে।
- (ক) উপরের তথ্যটি চিত্রের সাহায্যে সংক্ষিপ্ত বর্ণনা দাও।
- (খ) রাস্তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- (গ) রাস্তাটি পাকা করতে 25 সে.মি. দৈর্ঘ্য এবং 12.5 সে.মি. প্রস্থবিশিষ্ট কয়টি ইটের প্রয়োজন হবে?
- [নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.২ (অনুশীলনীর অংক নং-১৪)]

≥Solⁿ



- (ক) মনে করি, ABCD আয়তাকার ফুলের বাগানের দৈর্ঘ্য, $BC = 150$ মিটার
এবং প্রস্থ $AB = 100$ মিটার
ABCD আয়তাকার ফুলের বাগানটির ঠিক মাঝ দিয়ে 3 মিটার চওড়া দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর রাস্তা আছে।

- (খ) 'ক' হতে প্রাপ্ত,
ABCD আয়তাকার ফুলের বাগানের দৈর্ঘ্য, $BC = 150$ মিটার
এবং প্রস্থ $AB = 100$ মিটার
 $\therefore$ ফুলের বাগানের ক্ষেত্রফল $= (150 \times 100)$ বর্গমিটার $= 15000$ বর্গমিটার
রাস্তাবাদে ফুলের বাগানের দৈর্ঘ্য $= (150 - 3)$ মিটার $= 147$ মিটার
রাস্তাবাদে ফুলের বাগানের প্রস্থ $= (100 - 3)$ মিটার $= 97$ মিটার
 $\therefore$ রাস্তাবাদে ফুলের বাগানের ক্ষেত্রফল $= (147 \times 97)$ মিটার $= 14259$ মিটার
 $\therefore$ রাস্তার ক্ষেত্রফল $= (15000 - 14259)$ বর্গমিটার $= 741$ বর্গমিটার
 $\therefore$ নির্ণেয় রাস্তার ক্ষেত্রফল 741 বর্গমিটার

- (গ) এখানে, ইটের দৈর্ঘ্য $= 25$ সে.মি. $= \frac{25}{100}$ মিটার [$\because$ 1 মিটার $= 100$ সে.মি.]
 $= 0.25$ মিটার

$$\text{ইটের প্রস্থ} = 12.5 \text{ সে.মি.} = \frac{12.5}{100} \text{ মিটার} [\because 1 \text{ মিটার} = 100 \text{ সে.মি.}]$$

$$= 0.125 \text{ মিটার}$$

- $\therefore$ ইটের ক্ষেত্রফল $= (0.25 \times 0.125)$ বর্গমিটার $= 0.03125$ বর্গমিটার
খ হতে প্রাপ্ত, রাস্তার ক্ষেত্রফল 741 বর্গমিটার

- $\therefore$ রাস্তাটি পাকা করতে ইটের প্রয়োজন $= \frac{741}{0.03125} = 23712$ টি

- $\therefore$ রাস্তাটি পাকা করতে 23741 টি ইটের প্রয়োজন হবে।

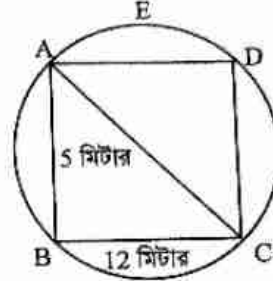
১৪. একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ১২ মিটার এবং প্রস্থ ৫ মিটার। আয়তাকার ক্ষেত্রটিকে পরিবেষ্টিত করে একটি বৃত্তাকার ক্ষেত্র আছে যেখানে আয়তাকার ক্ষেত্র দ্বারা অনধিকৃত অংশে ঘাস লাগানো হলো।
- (ক) উপরের তথ্যের ভিত্তিতে সর্বাধিক বর্ণনাসহ চিত্র আঁক।
- (খ) বৃত্তাকার ক্ষেত্রটির ব্যাস নির্ণয় কর।
- (গ) প্রতি বর্গমিটার ঘাস লাগাতে ৫০ টাকা খরচ হলে, মোট খরচ নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.৪ (অনুশীলনীর অংক নং-১৮)]

Sol

- (ক) মনে করি, ABCD আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য, BC = ১২ মিটার
প্রস্থ, AB = ৫ মিটার

ABCD আয়তাকার ক্ষেত্রটিকে পরিবেষ্টিত করে ABCDE বৃত্তাকার ক্ষেত্র আছে যেখানে আয়তাকার ক্ষেত্র দ্বারা অনধিকৃত অংশে ঘাস লাগানো হয়েছে।



- (খ) এখানে, ABCD আয়তাকার ক্ষেত্রের কর্ণ AC হচ্ছে ABCDE বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ব্যাস।
'ক' হতে প্রাপ্ত, ABCD আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য, BC = ১২ মিটার এবং প্রস্থ, AB = ৫ মিটার
এখন, ABC সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই, $AC^2 = AB^2 + BC^2 = (5)^2 + (12)^2 = 25 + 144 = 169$
 $\Rightarrow AC = \sqrt{169} = 13$
 $\therefore$ নির্ণেয় বৃত্তাকার ক্ষেত্রটির ব্যাস ১৩ মিটার।

- (গ) 'খ' হতে প্রাপ্ত, ABCDE বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাস ১৩ মিটার

$\therefore$ ABCDE " ব্যাসার্ধ, $r = \frac{13}{2} = 6.5$ মিটার

$\therefore$ ABCDE বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2 = 3.1416 \times (6.5)^2$ বর্গমিটার
 $= 3.1416 \times 42.25$ বর্গমিটার $= 132.7326$ বর্গমিটার

এখানে, ABCD আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য, BC = ১২ মিটার এবং প্রস্থ, AB = ৫ মিটার

$\therefore$ ABCD আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (12 \times 5)$ বর্গমিটার $= 60$ বর্গমিটার

$\therefore$ ABCD আয়তক্ষেত্র দ্বারা অনাধিকৃত অংশের ক্ষেত্রফল $= (132.7326 - 60)$ বর্গমিটার $= 72.7326$ বর্গমিটার

১ বর্গমিটার ঘাস লাগাতে খরচ হয় ৫০ টাকা

$\therefore$ ৭২.৭৩২৬ " " " " " $(72.7326 \times 50) = 3636.63$ টাকা

$\therefore$ নির্ণেয় মোট খরচ ৩৬৩৬.৬৩ টাকা (প্রায়)।

১৫. একটি ঘরের প্রস্থ দৈর্ঘ্যের $\frac{2}{3}$ অংশ। ঘরের দৈর্ঘ্য ও উচ্চতা যথাক্রমে ১৫ মিটার ও ৪ মিটার। মেঝের চারদিকে ১ মিটার ফাঁকা

রেখে ৫০ সে.মি. বর্গাকার পাথর বসানো হলো। বায়ু পানির তুলনায় ০.০০১২৯ গুণ ভারী।

- (ক) ঘরের পরিসীমা নির্ণয় করুন।

- (খ) কতটি পাথরের প্রয়োজন হবে?

- (গ) ঘরটিতে কত কিলোগ্রাম বায়ু আছে?

[অষ্টম শ্রেণীর বোর্ড বই(গণিত), অধ্যায়-৩ (অনুশীলনীর অংক নং-২৯)]

Sol (ক) দেওয়া আছে, ঘরের দৈর্ঘ্য ১৫ মিটার

$\therefore$ ঘরের প্রস্থ $= \left(\frac{2}{3} \times ১৫\right)$ মিটার $= ১০$ মিটার

$\therefore$ ঘরের পরিসীমা $= ২$ (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) $= ২(১৫ + ১০)$ মিটার $= ২ \times ২৫$ মিটার $= ৫০$ মিটার (উত্তর)

- (খ) ঘরের মেঝের দৈর্ঘ্য ১৫ মিটার এবং ঘরের মেঝের প্রস্থ ১০ মিটার
 ফাঁকা স্থান বাদে মেঝের দৈর্ঘ্য = $(১৫ - ২ \times ১)$ মিটার = ১৩ মিটার
 ফাঁকা স্থান বাদে মেঝের প্রস্থ = $(১০ - ২ \times ১)$ মিটার = $(১০ - ২)$ মিটার = ৮ মিটার
 $\therefore$ ফাঁকা স্থান বাদে মেঝের ক্ষেত্রফল = (১৩×৮) বর্গমিটার = ১০৪ বর্গমিটার
 বর্গাকার পাথরের দৈর্ঘ্য ৫০ সে.মি. = $\frac{৫০}{১০০}$ মিটার = ০.৫ মিটার [$\because$ ১ মিটার = ১০০ সে.মি.]
 $\therefore$ বর্গাকার পাথরের ক্ষেত্রফল = $(০.৫)^2$ বর্গমিটার = ০.২৫ বর্গমিটার
 $\therefore$ প্রয়োজনীয় পাথরের সংখ্যা = $(১০৪ \div ০.২৫)$ টি = ৪১৬ টি (উত্তর)
- (গ) ঘরের আয়তন = দৈর্ঘ্য $\times$ প্রস্থ $\times$ উচ্চতা = $(১৫ \times ১০ \times ৪)$ ঘনমিটার = ৬০০ ঘনমিটার
 = ৬০০×১০০০০০০ ঘন সে.মি. = ৬০০০০০০০০ ঘন সে.মি.
 বায়ু পানির তুলনায় ০.০০১২৯ গুণ ভারী
 ১ ঘন সে.মি. বায়ুর ওজন = ০.০০১২৯ গ্রাম
 অতএব, ঘরটিতে বায়ুর পরিমাণ = ৬০০০০০০০০×০.০০১২৯ গ্রাম = ৭৭৪০০০ গ্রাম = ৭৭৪ কিলোগ্রাম
 $\therefore$ ঘরটিতে ৭৭৪ কিলোগ্রাম বায়ু আছে। (উত্তর)

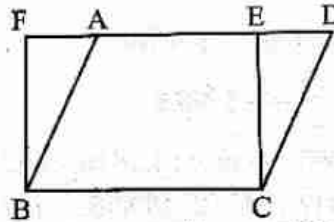
06. একটি সামান্তরিক ক্ষেত্র ABCD এবং একটি আয়তক্ষেত্র BCEF উভয়ের ভূমি BC.

- (ক) একই উচ্চতা বিবেচনা করে সামান্তরিক ও আয়তক্ষেত্রটির চিত্র আঁক।
 (খ) দেখাও যে, ABCD ক্ষেত্রটির পরিসীমা BCEF ক্ষেত্রটির পরিসীমা অপেক্ষা বৃহত্তর।
 (গ) আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত ৫ : ৩ এবং ক্ষেত্রটির পরিসীমা ৪৮ মিটার হলে, সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
 [নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.৪ (অনুশীলনীর অংক নং-২০)]

≧Solⁿ

(ক)

চিত্রে, সামান্তরিক ক্ষেত্র, ABCD এবং
 আয়তক্ষেত্র BCEF উভয়েরই ভূমি BC
 এবং উভয়ের একই উচ্চতা $BF = CE$ ।



- (খ) মনে করি, ABCD সামান্তরিক ক্ষেত্র এবং BCEF আয়তক্ষেত্র উভয়ের ভূমি BC. প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD ক্ষেত্রটির পরিসীমা BCEF ক্ষেত্রটির পরিসীমা অপেক্ষা বৃহত্তর।
 প্রমাণ: ABCD সামান্তরিক ক্ষেত্রের পরিসীমা $2(BC + CD)$ ।
 BCEF আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা $2(BC + CE)$
 উভয়ক্ষেত্রের পরিসীমা কম-বেশি নির্ভর করে CD ও CE এর দৈর্ঘ্যের মানের উপর। CE, AD এর উপর লম্ব হওয়ায় CED একটি সমকোণী ত্রিভুজ এবং CD এর অতিভুজ।
 সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ বৃহত্তর বাহ।
 $\therefore CD > CE$
 অতএব, $2(BC + CD) > 2(BC + CE)$.
 অর্থাৎ, ABCD সামান্তরিক ক্ষেত্রটির পরিসীমা BCEF আয়তক্ষেত্রটির পরিসীমা অপেক্ষা বৃহত্তর। (প্রমাণিত)
- (গ) এখানে, BCEF আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত ৫ : ৩ এবং ক্ষেত্রটির পরিসীমা ৪৮ মিটার।
 ধরি, BCEF আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য, $BC = 5x$ একক এবং প্রস্থ, $CE = 3x$ একক
 $\therefore$ BCEF আয়তক্ষেত্রটির পরিসীমা = $2(BC + CE)$ একক = $2(5x + 3x)$ একক = $2 \times 8x = 16x$ একক
 প্রশ্নমতে, $16x = 48 \Rightarrow x = \frac{48}{16} = 3$
 $\therefore$ BCEF আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য, $BC = 5 \times 3 = 15$ মিটার এবং প্রস্থ, $CE = 3 \times 3 = 9$ মিটার
 $\therefore$ ABCD সামান্তরিক ক্ষেত্রের ভূমি, $BC = 15$ মিটার এবং উচ্চতা, $CE = 9$ মিটার
 $\therefore$ ABCD সামান্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল, $BC \times CE$ বর্গ মিটার = $15 \times 9 = 135$ বর্গমিটার
 $\therefore$ সামান্তরিক ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল ১৩৫ বর্গমিটার।

৩৭. একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা একটি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমার সমান। আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য প্রস্থের তিনগুণ এবং ক্ষেত্রফল 1200 বর্গমিটার।

- (ক) x চলকের মাধ্যমে আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা নির্ণয় কর।
 (খ) বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
 (গ) আয়তাকার ক্ষেত্রের বাইরে চতুর্দিকে 1.5 মিটার চওড়া একটি রাস্তা তৈরি করতে 25×12.5 বর্গ সে.মি. তলবিশিষ্ট ইটের সংখ্যা নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.৪ (অনুশীলনীর অংক নং-২১)]

Sol (ক) ধরি, আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = x মিটার

$$\therefore \text{আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য} = 3x \text{ মিটার}$$

$$\text{এবং পরিসীমা} = 2 \times (3x + x) = (2 \times 4x) = 8x \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা } 8x \text{ মিটার।}$$

(খ) আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $(3x \times x)$ বর্গমিটার = $3x^2$ বর্গমিটার

শর্তমতে, $3x^2 = 1200 \Rightarrow x^2 = \frac{1200}{3} = 400 \Rightarrow x = \sqrt{400} = 20$

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = 20 মিটার এবং দৈর্ঘ্য = (3×20) মিটার = 60 মিটার

পরিসীমা = $2 \times (60 + 20) = (2 \times 80) = 160$ মিটার

যেহেতু বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা আয়তক্ষেত্রের পরিসীমার সমান

সেহেতু বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা = 160 মিটার

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য = $\frac{160}{4}$ মিটার = 40 মিটার

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $(40)^2$ বর্গমিটার = 1600 বর্গমিটার

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল 1600 বর্গমিটার

(গ) রাস্তাসহ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = $(60 + 2 \times 1.5)$ মিটার = $(60 + 3)$ মিটার = 63 মিটার

রাস্তাসহ আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = $(20 + 2 \times 1.5)$ মিটার = $(20 + 3)$ মিটার = 23 মিটার

$\therefore$ রাস্তাসহ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $(63 \times 23) = 1449$ বর্গমিটার

$\therefore$ রাস্তার ক্ষেত্রফল = $(1449 - 1200) = 249$ বর্গমিটার

ইটের ক্ষেত্রফল = 25×12.5 বর্গ সে.মি. = 312.5 বর্গ সে.মি. = $\frac{312.5}{10000}$ বর্গ মিটার = 0.03125 বর্গ মিটার

$\therefore$ রাস্তাটি তৈরি করতে প্রয়োজনীয় ইটের সংখ্যা = $\frac{249}{0.03125} = 7968$ টি

$\therefore$ ইটের সংখ্যা 7968 টি।

৩৮. ঢাকনাসহ একটি বাগানের বাইরের মাপ যথাক্রমে 10 সে.মি. 9 সে.মি. ও 7 সে.মি.। বাগানের ভিতরের সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 262 বর্গ সে.মি. এবং বাগানের পুরুত্ব সমান।

ক) বাগানের আয়তন নির্ণয় কর।

খ) বাগানের দেওয়ালের পুরুত্ব নির্ণয় কর।

গ) বাগানের বৃহত্তম দৈর্ঘ্যের সমান বাহুবিশিষ্ট কোনো রম্বসের একটি কর্ণ 16 সে.মি. হলে রম্বসটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

[নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই(সা. গণিত), অধ্যায়-১৬.৪ (উদাহরণের অংক নং-৩১)]

Sol ক) বাগানের বাইরের মাপ যথাক্রমে 10 সে.মি., 9 সে.মি. ও 7 সে.মি.

$\therefore$ বাগানের বাইরের আয়তন = $10 \times 9 \times 7 = 630$ ঘন সে.মি.।

খ) মনে করি, বাগানের পুরুত্ব x .

ঢাকনাসহ বাগানের বাইরের মাপ যথাক্রমে 10 সে.মি., 8 সে.মি. ও 7 সে.মি.

$\therefore$ বাগানের ভিতরের মাপ যথাক্রমে $a = (10 - 2x)$, $b = (9 - 2x)$ এবং $c = (7 - 2x)$ সে.মি.

বাগানের ভিতরের সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল = $2(ab + bc + ca)$

প্রশ্নানুসারে, $2(ab + bc + ca) = 262$

বা, $(10 - 2x)(9 - 2x) + (9 - 2x)(7 - 2x) + (7 - 2x)(10 - 2x) = 131$

বা, $90 - 38x + 4x^2 + 63 - 32x + 4x^2 + 70 - 34x + 4x^2 - 131 = 0$

বা, $12x^2 - 104x + 92 = 0$ বা, $3x^2 - 26x + 23 = 0$ বা, $3x^2 - 3x - 23x + 23 = 0$

বা, $3x(x - 1) - 23(x - 1) = 0$ বা, $(x - 1)(3x - 23) = 0$

বা, $x - 1 = 0$ অথবা, $3x - 23 = 0$

বা, $x = 1$ অথবা, $x = \frac{23}{3} = 7.67$ (প্রায়)

বাক্সটির পুরুত্ব তার বাইরের তিনটি পরিমাপের কোনটির চেয়েই বড় হতে পারে না। $\therefore$ নির্ণেয় বাক্সের পুরুত্ব 1 সে.মি.।

গ) মনে করি, ABCD রম্বসের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 10 সে.মি. এবং কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

আমরা জানি, রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

$\therefore OA = OC, OB = OD$

ΔAOB সমকোণী ত্রিভুজে অতিভুজ $AB = 10$

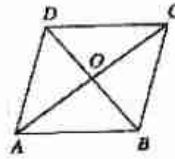
এখানে, $AB^2 = 10^2 = 100 = 36 + 64$

$= 6^2 + 8^2 = OB^2 + OA^2$ [চিত্র অনুযায়ী]

$\therefore OB = 6, OA = 8$

$\therefore$ কর্ণ $AC = 2 \times 8 = 16$ সে.মি. এবং কর্ণ $BD = 2 \times 6 = 12$ সে.মি.

$\therefore$ ABCD রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times AC \times BD = \frac{1}{2} \times 16 \times 12 = 96$ বর্গ সে.মি.



TYPE 12: Miscellaneous

01. সমান উচ্চতা বিশিষ্ট একটি সমবৃত্তভূমিক কোণক, একটি অর্ধগোলক ও একটি সিলিন্ডার সমান সমান ভূমির উপর অবস্থিত। দেখাও যে, তাদের আয়তনের অনুপাত $1 : 2 : 3$ । [নবম-দশম শ্রেণীর বোর্ড বই (উ. গণিত), অধ্যায়-১৩ (উদাহরণের অংক নং-০৬)]

►Solⁿ মনে করি, সাধারণ উচ্চতা ও ভূমির ব্যাসার্ধ যথাক্রমে h এবং r একক। যেহেতু অর্ধ গোলকের উচ্চতা ও ব্যাসার্ধ সমান সুতরাং, $h = r$

তাহলে কোণকের আয়তন $\frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi r^3$ ঘন একক

অর্ধ গোলকের আয়তন $= \frac{1}{2} \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right) = \frac{2}{3} \pi r^3$ ঘন একক

সিলিন্ডারের আয়তন $= \pi r^2 h = \pi r^3$ ঘন একক

$\therefore$ নির্ণেয় অনুপাত $= \frac{1}{3} \pi r^3 : \frac{2}{3} \pi r^3 : \pi r^3 = \frac{1}{3} : \frac{2}{3} : 1 = 1 : 2 : 3$

এই অধ্যায়ের Suggestion

শেষ মূহর্তের প্রস্তুতির জন্য এই সাজেশন। তবে মনে রাখবেন সকল সাজেশনেই কিছু ঝুঁকি থাকবেই।

Type	Question No.
Type-01	01, 03, 05, 13, 16, 19, 21, 23
Type-02	01, 03, 07, 09, 10, 11, 14, 17, 19, 21, 24, 25, 27, 33, 36, 40, 41, 49
Type-03	03, 07, 08, 10, 12, 13
Type-05	03, 04, 05, 09, 13, 16, 17, 22, 26, 27
Type-07	02
Type-08	01, 03, 05, 06
Type-09	02, 03, 06, 08
Type-11	03, 04, 07

বিদ্র: পরীক্ষার আগে আরো শর্ট সাজেশন পেতে নিম্নোক্ত পেইজে চোখ রাখুন

“Ashraf's Islam”