

৪৬তম বিসিএস

প্রিন্সি ফুল কোর্স

গাণিতিক যুক্তি

লেখক: ০৪

টপিক:

বীজগাণিতিক সূত্রাবলি, বহুপদী উৎপাদক।

H.M.

CLASS 9&10

H.M.



বীজগাণিতিক সূত্রাবলি

□ বর্গের সূত্রাবলি:

$$\square (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \text{ --- ①}$$

$$\square (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \text{ --- ②}$$

$$\square a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) \text{ --- ③}$$

$$\square a^2 + b^2 = \frac{1}{2}\{(a + b)^2 + (a - b)^2\}$$

$$\square 2(a^2 + b^2) = (a + b)^2 + (a - b)^2 \text{ --- ① + ②}$$

~~$$\square (a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$$~~

~~$$\square (a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$$~~

$$\square a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab \text{ --- ① হতে}$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab \text{ --- ② হতে}$$

$$\square 4ab = (a + b)^2 - (a - b)^2 \text{ --- ① - ②}$$

$$\square ab = \frac{1}{4}\{(a + b)^2 - (a - b)^2\}$$

$$\Rightarrow ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$$

$$\square (a + b + c)^2 = (a^2 + b^2 + c^2) + 2ab + 2bc + 2ca$$

$$2(ab + bc + ca)$$

$$(a + b + c)(a + b + c)$$

□ ঘনের সূত্রাবলি:

$$\square (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$\Rightarrow (a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

$$\square (a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$\Rightarrow (a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$$

$$\square a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$\Rightarrow a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$$

$$\square a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$\Rightarrow a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$$

$$a^2 = a \times a$$

$$(a + b) \times (a + b)$$

$$= a^2 + 2ab + b^2$$

বীজগাণিতিক সূত্রাবলি

☛ $p + q = 5$ এবং $p - q = 3$ হলে $p^2 + q^2$ এর মান কত?

[৪৫তম বিসিএস]

(ক) 8

~~(খ) 17~~ ✓

(গ) 19

(ঘ) 34

$$\begin{aligned} p^2 + q^2 &= \frac{1}{2} [(p+q)^2 + (p-q)^2] \\ &= \frac{1}{2} \times (5^2 + 3^2) \\ &= 17 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= (a+b)^2 - 2ab \\ &= (a-b)^2 + 2ab \\ 2(a^2 + b^2) &= (a+b)^2 + (a-b)^2 \end{aligned}$$

বীজগাণিতিক সূত্রাবলি

• $a + b = 7$ এবং $ab = 12$ হলে, $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$ এর মান কত?

(ক) $\frac{3}{25}$

~~(খ) $\frac{25}{144}$~~

(গ) $\frac{31}{144}$

(ঘ) $\frac{11}{49}$

[৪১তম বিসিএস]

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{b^2 + a^2}{a^2 b^2}$$
$$= \frac{(a+b)^2 - 2ab}{(ab)^2} = \frac{(7)^2 - 2 \times 12}{(12)^2}$$

$$= \frac{25}{144}$$

বীজগাণিতিক সূত্রাবলি

☉ যদি $a + b = 2$, $ab = 1$ হয় তবে a এবং b এর মান যথাক্রমে-

(ক) 0, 2

~~(খ) 1, 1~~

(গ) -1, 3

(ঘ) -3, -4

[৩১তম বিসিএস]

Option test

~~$0 \times 2 = 0$~~
 $0 + 2 = 2$

$1 \times 1 = 1$ ✓
 $1 + 1 = 2$

$(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$

বীজগাণিতিক সূত্রাবলি

☞ $x^2 - 3x + 1 = 0$ হলে $(x^2 - \frac{1}{x^2})$ এর মান-

(ক) $5\sqrt{3}$

(খ) $3\sqrt{5}$

(গ) $4\sqrt{5}$

(ঘ) $6\sqrt{5}$

[৩৭তম বিসিএস]

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 1 = 3x$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 + 1}{x} = 3$$

$$\Rightarrow x + \frac{1}{x} = 3$$

$$(x - \frac{1}{x})^2 = (x + \frac{1}{x})^2 - 4 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$$

$$= (3)^2 - 4$$

$$= 9 - 4$$

$$= 5$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = \sqrt{5}$$

$$x^2 - \frac{1}{x^2}$$

$$= (x + \frac{1}{x})(x - \frac{1}{x})$$

$$= 3\sqrt{5}$$

বীজগাণিতিক সূত্রাবলি

\Rightarrow $a + b = \sqrt{7}$ এবং $a - b = \sqrt{5}$ হলে, $8ab(a^2 + b^2)$ এর মান নিচের কোনটি হবে?

(ক) $a + b = 7$

(খ) $a - b = 5$

(গ) 24

(ঘ) 144

$(7+5)(7-5)$
 12×2
 $= 24$

$8ab(a^2 + b^2)$
 $= 4ab \cdot 2(a^2 + b^2)$
 $= \{ (a+b)^2 - (a-b)^2 \} \{ (a+b)^2 + (a-b)^2 \}$
 $= (7-5)(7+5)$
 $= 24$

বীজগাণিতিক সূত্রাবলি

$$(a+b+c)^2$$

⇒ $x^2 - 8x - 8y + 16 + y^2$ এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল একটি পূর্ণ বর্গ হবে? [৩২তম বিসিএস]

(ক) ~~4xy~~

~~(খ) 2xy~~

(গ) 6xy

(ঘ) 8xy

$$= (x)^2 + (y)^2 + (-4)^2 + \underline{2xy} + \underline{2 \cdot y(-4)} + \underline{2x(-4)}$$

$$\begin{matrix} (+4)^2 \\ (-4)^2 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} x^2 + y^2 + 2xy \\ \hline (x+y)^2 \end{matrix}$$

$$16 = 4^2$$

$$25 = 5^2$$

$$32 = \cancel{\quad}$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

বীজগাণিতিক সূত্রাবলি

☞ $x^4 + 2x^2 + 1 = 8x^2$ হলে, $x + \frac{1}{x}$ এর মান কত?

(ক) 0

(খ) 8

(গ) -8

~~(ঘ) $\sqrt{8}$~~

$$x^4 + 2x^2 + 1 = 8x^2$$

$$x^4 + 1 = 8x^2 - 2x^2$$

$$x^4 + 1 = 6x^2$$

$$\frac{x^4 + 1}{x^2} = 6$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 6$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 6$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 8$$

$$x + \frac{1}{x} = \sqrt{8}$$

$$x + \frac{1}{x}$$

POLL QUESTION-01

★ $x + \frac{9}{x} = 6$ হলে, $\frac{5x^2}{5x^3+x^2-119}$ এর মান কত?

(a) $\frac{45}{144}$

~~(b) $\frac{9}{5}$~~

(c) $\frac{45}{263}$

(d) কোনোটিই নয়

$$x + \frac{9}{x} = 6$$

$$\frac{x+9}{x} = 6$$

$$x+9 = 6x$$

$$(x)^2 - 2 \cdot x \cdot 3 + (3)^2 = 0$$

$$(x-3)^2 = 0$$
$$x = 3$$

$$\frac{5x^2}{5x^3+x^2-119}$$
$$= \frac{5 \times 3^2}{5 \times (3)^3 + 3^2 - 119}$$
$$= \frac{9}{5}$$

বীজগাণিতিক সূত্রাবলি

✓ a, b, c এর সকল মানের জন্য,

$$2(ab + bc + ca)$$

$$\square (a + b + c)^2 = (a^2 + b^2 + c^2) + 2ab + 2bc + 2ca$$

অনুসিদ্ধান্তসমূহ:

• ~~$a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)$~~ ✓

• ~~$2(ab + bc + ca) = (a + b + c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)$~~ ✓

⇒ $a + b + c = 9$, $a^2 + b^2 + c^2 = 29$ হলে, $ab + bc + ca$ এর মান কত?

[১৬তম বিসিএস]

(ক) 52

(খ) 46

~~(গ) 26~~

(ঘ) 22

$$(a + b + c)^2 = (a^2 + b^2 + c^2) + 2(ab + bc + ca)$$

$$(9)^2 = 29 + 2x$$

$$81 - 29 = 2x$$
$$x = 26 //$$

বীজগাণিতিক সূত্রাবলি

☞ $x + y + z = 4$ এবং $x^2 + y^2 + z^2 = 5$ হলে, $xy + yz + zx$ এর মান কত?

(ক) $-\frac{9}{2}$

(খ) 11

~~(গ) $\frac{11}{2}$~~

(ঘ) 25

~~H.W.~~

$$\frac{(4)^2 - 5}{2} =$$

বীজগাণিতিক সূত্রাবলি

সূত্রসমূহ:

$$\square (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

$$\square (a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$$

$$(a+b)(a+b)(a+b)$$

অনুসিদ্ধান্তসমূহ:

- $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$
- $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$

$$(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$$

বীজগাণিতিক সূত্রাবলি

→ $x = \sqrt{4} + \sqrt{3}$ হলে, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান কত?

(ক) $5\sqrt{3}$

~~(খ) 52~~

(গ) $5\sqrt{2}$

(ঘ) $2\sqrt{5}$

$x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ হলে, $x^3 + \frac{1}{x^3} =$

[৪৩তম বিসিএস]

$$x = \sqrt{4} + \sqrt{3}$$

$$\frac{1}{x} = \sqrt{4} - \sqrt{3}$$

$$x + \frac{1}{x} = 2\sqrt{4} = 2 \times 2 = 4$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= (4)^3 - 3 \times 4$$

$$= 52$$

$$x = \sqrt{7} - \sqrt{5}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{2} (\sqrt{7} + \sqrt{5})$$

$$x = \sqrt{6} - \sqrt{3}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{(\sqrt{6} + \sqrt{3})}{3}$$

$$x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{1}$$

$$= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})}$$

$$= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2}$$

বীজগাণিতিক সূত্রাবলি

৭২১০

⇒ $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ হলে, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান কত?

[৩৮তম বিসিএস]

(ক) $3\sqrt{2}$

~~(খ) $18\sqrt{3}$~~

(গ) $12\sqrt{3}$

(ঘ) 8

~~A.w.~~

বীজগাণিতিক সূত্রাবলি

✓
□ সূত্র: $(a + b + c)^3 = (a^3 + b^3 + c^3) + 3(a + b)(b + c)(c + a)$

অনুসিদ্ধান্তসমূহ:

✓
□ $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = \frac{1}{2}(a + b + c)\{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2\}$

✓
□ $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$

⇒ $a + b + c = 0$ এবং $a^3 + b^3 + c^3$ এর মান কত?

(ক) $6abc$

(খ) 0

~~(গ) $3abc$~~

(ঘ) abc

[১০তম বিসিএস]

$a + b + c = 0$
 $(a + b)^3 = (-c)^3$

$a^3 + b^3 + 3ab(a + b) = -c^3$

$a^3 + b^3 - 3abc + c^3 = 0$

$\therefore a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

POLL QUESTION-02

★ যদি $2a - \frac{1}{a} = \sqrt{2}$ হয়, তবে $4a =$ কত?

(a) 4

(b) $\sqrt{10} - \sqrt{2}$

~~(c) $\sqrt{10} + \sqrt{2}$~~

(d) 8

$$2a - \frac{1}{a} = \sqrt{2}$$

$$2a + \frac{1}{a} = \sqrt{10}$$

(+)

$$4a = \sqrt{10} + \sqrt{2}$$

$$\left(2a + \frac{1}{a}\right)^2 = \left(2a - \frac{1}{a}\right)^2 + 4 \cdot 2a \cdot \frac{1}{a}$$

$$= (\sqrt{2})^2 + 8$$

$$= 2 + 8$$

$$= 10$$

$$2a + \frac{1}{a} = \sqrt{10}$$

বীজগাণিতিক সূত্রাবলি

☞ যদি $x^4 - x^2 + 1 = 0$ হয়, তবে $x^3 + \frac{1}{x^3} = ?$

(ক) 3

(খ) 2

(গ) 1

~~(ঘ) 0~~

[80তম বিসিএস]

$$x^4 - x^2 + 1 = 0$$

$$x^4 + 1 = x^2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 1$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 1$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 3$$

$$x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3}$$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= (\sqrt{3})^3 - 3\sqrt{3}$$

$$= 0$$

বীজগাণিতিক সূত্রাবলি

⇒ $x^{-3} - 0.001 = 0$ হলে, x^2 -এর মান —

[৩৫তম বিসিএস]

~~(ক) 100~~

(খ) $\frac{1}{10}$

(গ) 10

(ঘ) $\frac{1}{100}$

$$x^{-3} = 0.001$$

$$\frac{1}{x^3} = \frac{1}{1000}$$

$$x^3 = 1000$$

$$x = 10$$

$$x^2 = 100$$

বীজগাণিতিক সূত্রাবলি

☞ $x + 2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}} = 0$ হলে, $x^3 + 6$ এর মান কত?

(ক) $4x$

(খ) $6x$

(গ) 4

(ঘ) 8

H.M.

[৪১তম বিসিএস]

$$x + 2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}} = 0$$

$$x = - \left(2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}} \right)$$

$$x^3 = \left[-1 \left(2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}} \right) \right]^3$$

$$x^3 = - \left[\cancel{\left(2^{\frac{1}{3}} \right)^3} + \cancel{\left(2^{\frac{2}{3}} \right)^3} + 3 \cdot \cancel{2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{2}{3}}} \left(\underline{2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}}} \right) \right]$$

$$x^3 = - \left[2 + 2^2 + 3(-x) \cdot 2^{\frac{1}{3} + \frac{2}{3}} \right]$$

$$x^3 = - \left[6 - 3x \cdot 2^1 \right]$$

$$x^3 = -6 + 6x$$

$$x^3 + 6 = 6x$$

বীজগাণিতিক সূত্রাবলি

☞ $x + x^{-1} = 2$ হলে, $\frac{2x}{x^2 - x + 1} + 2$ এর মান কত?

(ক) 6

(খ) 2

~~(গ) 4~~

(ঘ) কোনোটিই নয়

$$x + \frac{1}{x} = 2$$

$(x-1) = 0$

$$\frac{x^2 + 1}{x} = 2$$

$$x^2 + 1 = 2x$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x-1)^2 - 2(x-1) + (1)^2 = 0$$
$$x = 1$$

$$\frac{2x}{x^2 - x + 1} + 2$$

$$= \frac{2x}{2x - x} + 2$$

$$= \frac{2x}{x} + 2$$

$$= 4$$

বহুপদী উৎপাদক ও ফাংশন

উৎপাদকে বিশ্লেষণের সাধারণ মাধ্যমসমূহ :

- সদৃশ পদ বা সংখ্যা 'Common' নেয়া
- সূত্র প্রয়োগ
- Middle term বা মধ্যরাশিকে বিশ্লেষণ করা
- ফাংশন এবং ভাগশেষ উপপাদ্যের প্রয়োগ

$$\begin{aligned} a^3 + b^3 &= (a+b)^3 - 3ab(a+b) \\ a^3 - b^3 &= (a-b)^3 + 3ab(a-b) \end{aligned}$$

1. $(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$
2. $(a-b)^2 = (a-b)(a-b)$
3. $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
4. $(a+b)^3 = (a+b)(a+b)(a+b)$
5. $(a-b)^3 = (a-b)(a-b)(a-b)$
6. $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
7. $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
8. $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$
 $= \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$

উৎপাদক

বহুপদী উৎপাদক

⇒ $a^2 + 6a + 8 - y^2 + 2y$ এর উৎপাদক কোনটি?

(ক) $a + y + 4$

(গ) $a - y - 4$

~~(খ) $(a + y + 2)(a - y + 4)$~~

(ঘ) $(a + 3)(y + 1)(a + y)$

⇒ $a^2 + 6a + \cancel{8} - y^2 + 2y - 1$

$= \underline{(a)^2 + 2 \cdot a \cdot 3 + (3)^2} - \underline{[(y)^2 - 2 \cdot y \cdot 1 + (1)^2]}$

$= \underline{(a+3)^2} - \underline{(y-1)^2}$

$= \underline{(a+3+y-1)} \underline{(a+3-y+1)}$

বহুপদী উৎপাদক

⇒ $x^2 - y^2 + 2y - 1$ এর একটি উৎপাদক-

(ক) $x + y + 1$

(খ) $x - y$

~~(গ) $x + y - 1$~~

(ঘ) $x - y - 1$

[৩২তম বিসিএস]

$$x^2 - (y^2 - 2y + 1)$$

$$= \underline{x^2} - (\underline{y-1})^2$$

$$= (x + y - 1)(x - y + 1)$$

বহুপদী উৎপাদক

⇒ $a^4 + 4$ এর উৎপাদক কি কি?

(ক) $(a^2 + 2a + 2)(a^2 - 2a - 2)$

(গ) $(a^2 - 2a + 2)(a^2 + 2a - 2)$

~~(খ) $(a^2 + 2a + 2)(a^2 - 2a + 2)$~~

(ঘ) $(a^2 - 2a - 2)(a^2 - 2a + 2)$

[১২তম বিসিএস]

$a^4 + 4$

$= (a^2)^2 + 2 \cdot a^2 \cdot 2 + (2)^2$

~~$- 4a^2$~~

$= (a^2 + 2)^2 - (2a)^2$

$= (a^2 + 2 + 2a)(a^2 + 2 - 2a)$

$x^2 - 5x + 6$
 $= (x - 3)(x - 2)$

POLL QUESTION-03

★ $\sqrt{m} + \frac{1}{\sqrt{m}} = 2$ হলে, $\sqrt{m} - \frac{1}{\sqrt{m}}$ এর মান কত?

(a) -1

~~(b) 0~~

(c) 1

(d) 4

$$\begin{aligned} \left(\sqrt{m} - \frac{1}{\sqrt{m}}\right) &= \left(\sqrt{m} + \frac{1}{\sqrt{m}}\right)^2 - 4 \cdot \sqrt{m} \cdot \frac{1}{\sqrt{m}} \\ &= (2)^2 - 4 \\ &= 0 \end{aligned}$$

ফাংশন

ডোমেন ও রেঞ্জ এর ধারণা :

ধরি, $y = 2x^2 + 3$ একটি ফাংশন। এক্ষেত্রে x এর ধনাত্মক, ঋণাত্মক যেকোন মানের জন্যই y এর একটি মান পাওয়া সম্ভব।

-100
1005

x এর মান	$y = 2x^2 + 3$
$x = -1$	$y = 5$
$x = 0$	$y = 3$
$x = 1$	$y = 5$
$x = 2$	$y = 11$

$y = 5x + 6$
x এর মানগুলো
ডোমেন

বাস্তব সংখ্যার সেট $\mathbb{R}(-\infty, +\infty)$ এর যেকোন মানের জন্যই y এর মান পাওয়া সম্ভব।

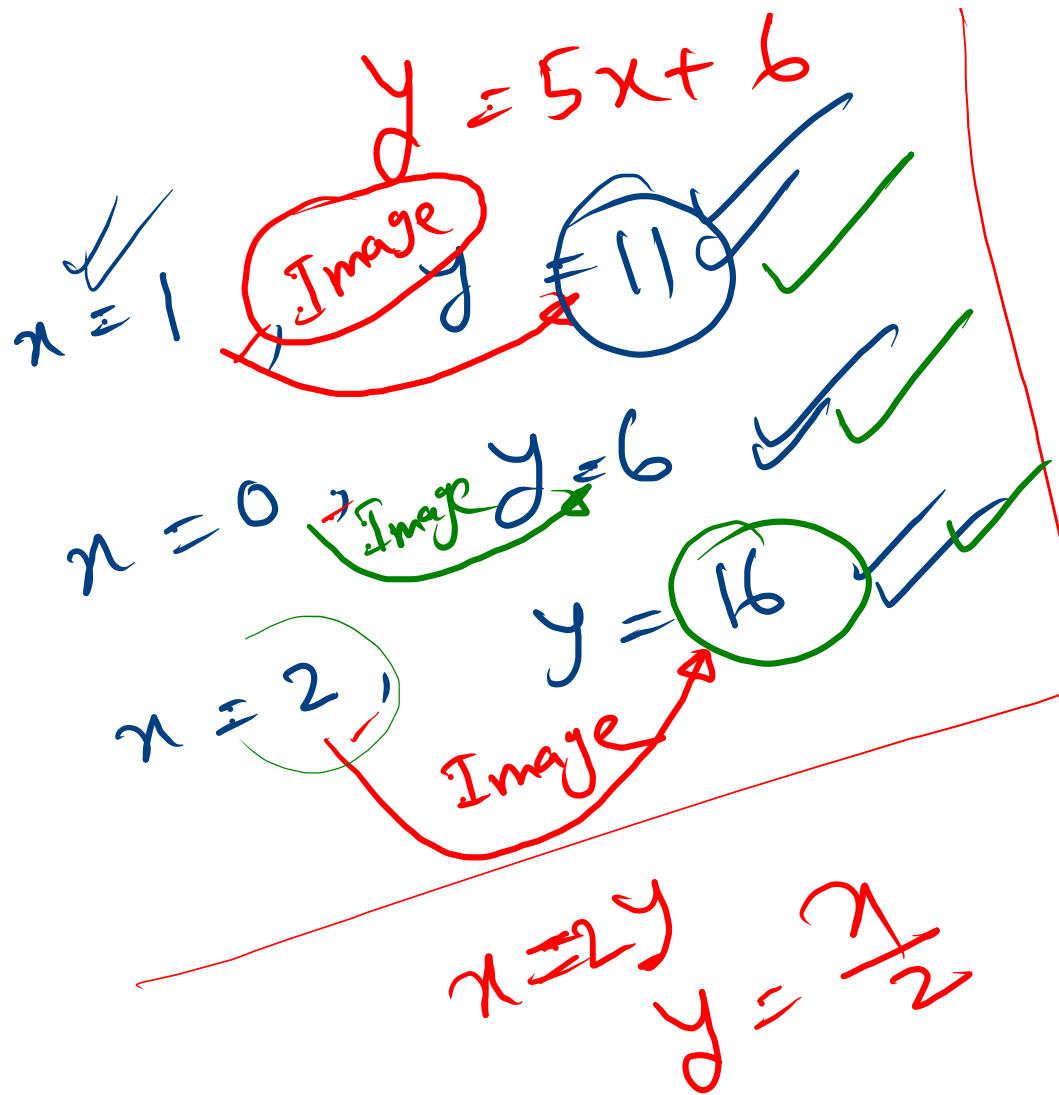
\therefore ফাংশনটির ডোমেন = {সকল বাস্তব সংখ্যার সেট}

{-1, 0, 1, 2}

অন্যদিকে, x এর মান ইনপুট দেবার পর y এর যেকোনো মান পাবো, সেগুলো দ্বারা গঠিত সেট কে রেঞ্জ বলে।

হক ১ এর ক্ষেত্রে রেঞ্জ = {5, 3, 11}

অর্থাৎ এ থেকে আমরা উপনীত হতে পারি, সমীকরণের যেকোনো সম্ভাব্য ইনপুটই ঐ ফাংশনের ডোমেন এবং ইনপুট দেওয়ার ফলে যে আউটপুট পাওয়া যায় তাই ঐ সমীকরণের রেঞ্জ।



x ର ଥିବା ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ଫାଇଲ୍ (ଅ)

ସେଟ୍ = (ଆ) ସମସ୍ତ

(ଆ) ସମସ୍ତ = $\{0, 1, 2\}$,

$\{6, 11, 16\}$

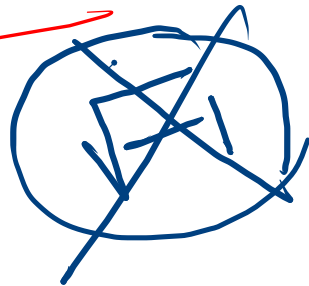
ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ଫାଇଲ୍ (ଅ)

$$y = \frac{1}{x-2} \rightarrow x \neq 2$$

$x=2$

$$y = \frac{1}{0} = \infty$$

$$y = \frac{2x+5}{x\sqrt{x+5}}$$



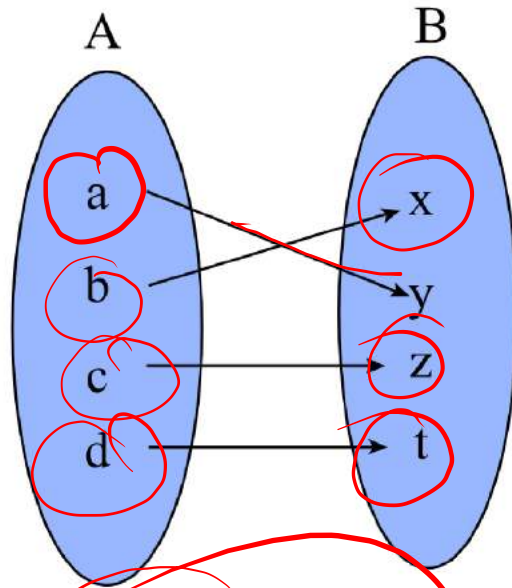
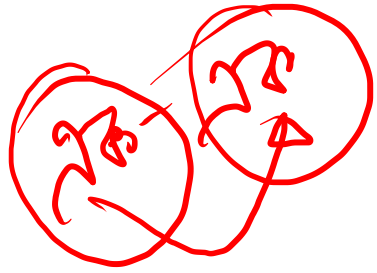
$$y = \sqrt{x} \rightarrow x \geq 0$$

$x = -1$

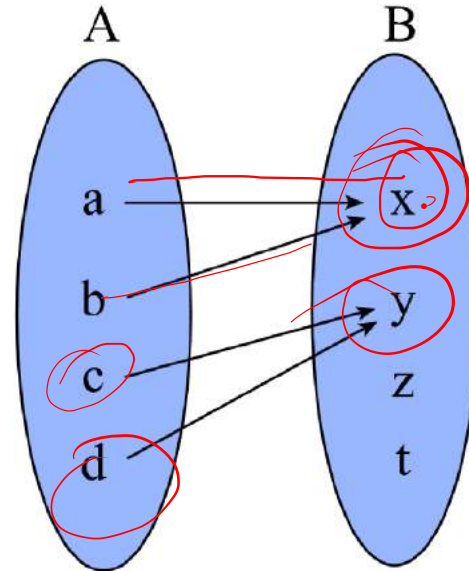
ফাংশন

এক-এক ফাংশন (One One Function): ডোমেনের ভিন্ন ভিন্ন উপাদানগুলোর জন্য যদি কোডোমেনে ভিন্ন ভিন্ন প্রতিচ্ছবি পাওয়া যায় তাহলে ফাংশনটিকে এক-এক ফাংশন বলা হয়।

সকল $x_1, x_2 \in$ ডোমেন f এর জন্য $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$ হলে ফাংশনটি এক-এক।



এক-এক ফাংশন

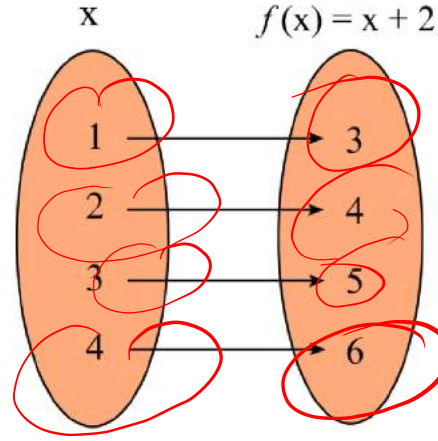


এক-এক ফাংশন নয়

Handwritten red notes: $y = x$ with a checkmark, ~~$x = -2$~~ , $y = y$, and $x = 2$.

ফাংশন

উদাহরণ: (i) $f : A \rightarrow B$ এর জন্য $f(x) = x + 2$ এক-এক ফাংশন।
যেখানে, $A = \{1, 2, 3, 4\}$ এবং $B = \{3, 4, 5, 6\}$
কেননা,



$$y = x + 2$$

$$y = f(x)$$

এখানে, x একটি মানের জন্য $f(x)$ -এর একটি মান পাওয়া যায়।

(ii) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 1$ দ্বারা বর্ণিত ফাংশন এক-এক নয়।

কেননা, $f(2) = 2^2 - 1 = 4 - 1 = 3$

$f(-2) = (-2)^2 - 1 = 4 - 1 = 3$

এখানে x এর দুইটি মানের জন্য $f(x)$ এর একটি মান পাওয়া যায়।

সুতরাং, $f(x)$ ফাংশনটি এক-এক নয়।

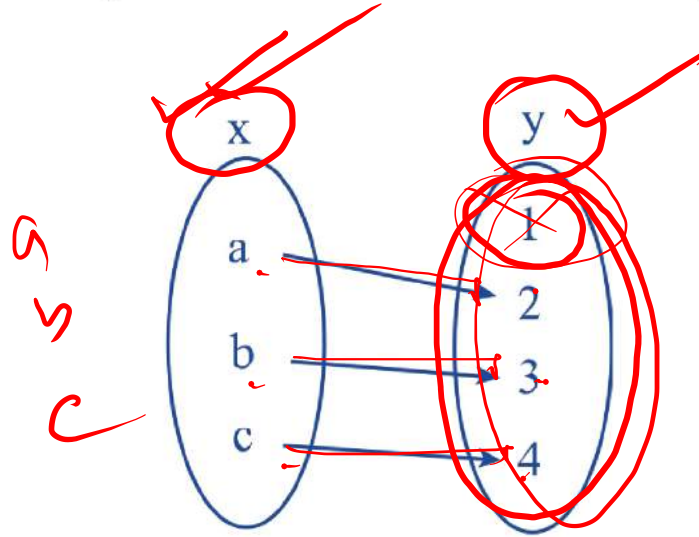
ফাংশন

✓ কো-ডোমেন (Codomain): কোনো অঞ্চয়ের y সেটের বিদ্যমান সকল উপাদানগুলোকে কো-ডোমেন বলে।

❖ অঞ্চয়ের x সেটের সাথে y সেটের সম্পর্কযুক্ত উপাদানকে রেঞ্জ বলে।

❖ x সেটের উপাদানের সাথে y সেটের উপাদানের সম্পর্কযুক্ত বা সম্পর্কযুক্ত নয় এরূপ সকল উপাদানকে কো-ডোমেন বলে।

উদাহরণ:



রেঞ্জ = $\{2, 3, 4\}$

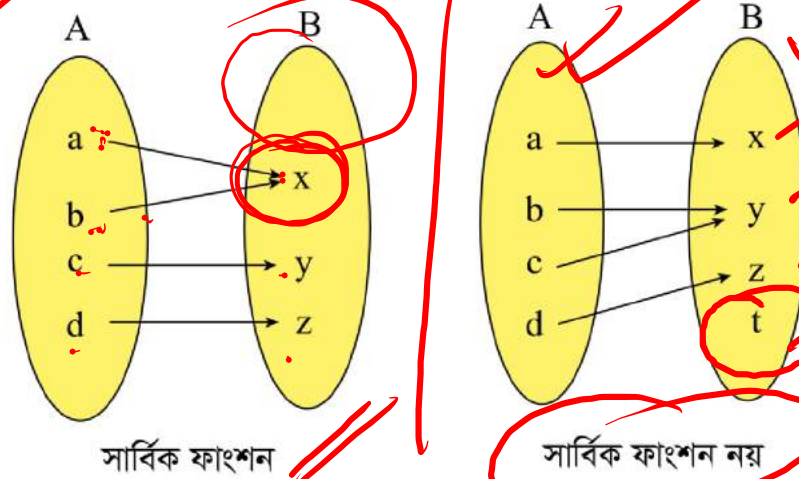
এখানে, y সেটে বিদ্যমান মান $\{1, 2, 3, 4\}$

এবং x সেটের সাথে সম্পর্কযুক্ত মান $\{2, 3, 4\}$

সুতরাং অঞ্চয়টির রেঞ্জ = $\{2, 3, 4\}$ এবং কো-ডোমেন = $\{1, 2, 3, 4\}$

ফাংশন

সার্বিক ফাংশন (Universal Function): ফাংশনের সবগুলো উপাদান সম্পর্কে অংশগ্রহণ করলে তাকে সার্বিক ফাংশন বলে। অর্থাৎ ফাংশনের রেঞ্জ যদি কো-ডোমেনের সমান হয় তাকে সার্বিক সেট বলে।



x, y, z, t
 $\{x, y, z\}$

উদাহরণ: (i) $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$; $A \rightarrow B$ এবং $f(x) = x + 2$ একটি সার্বিক ফাংশন।

কেননা, এখানে কো-ডোমেন = $\{3, 4, 5, 6\}$ এবং রেঞ্জ = $\{3, 4, 5, 6\}$

কো-ডোমেন ও রেঞ্জ সমান হওয়ায় ফাংশনটি সার্বিক।

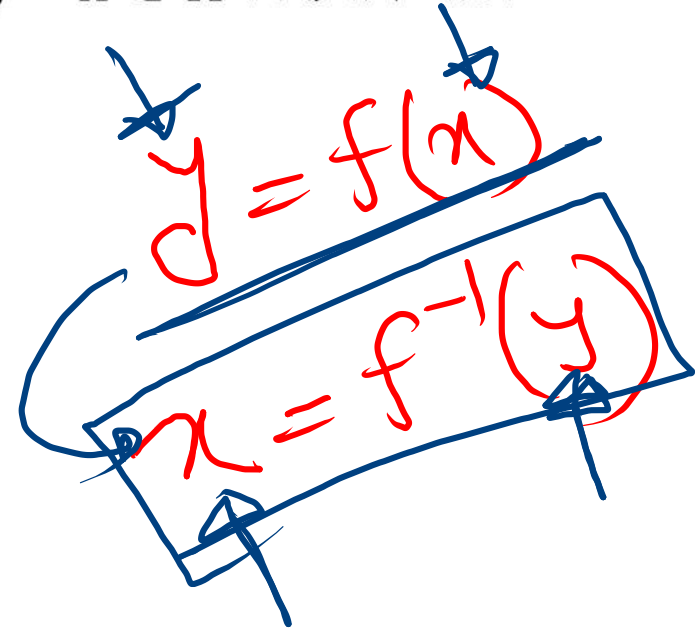
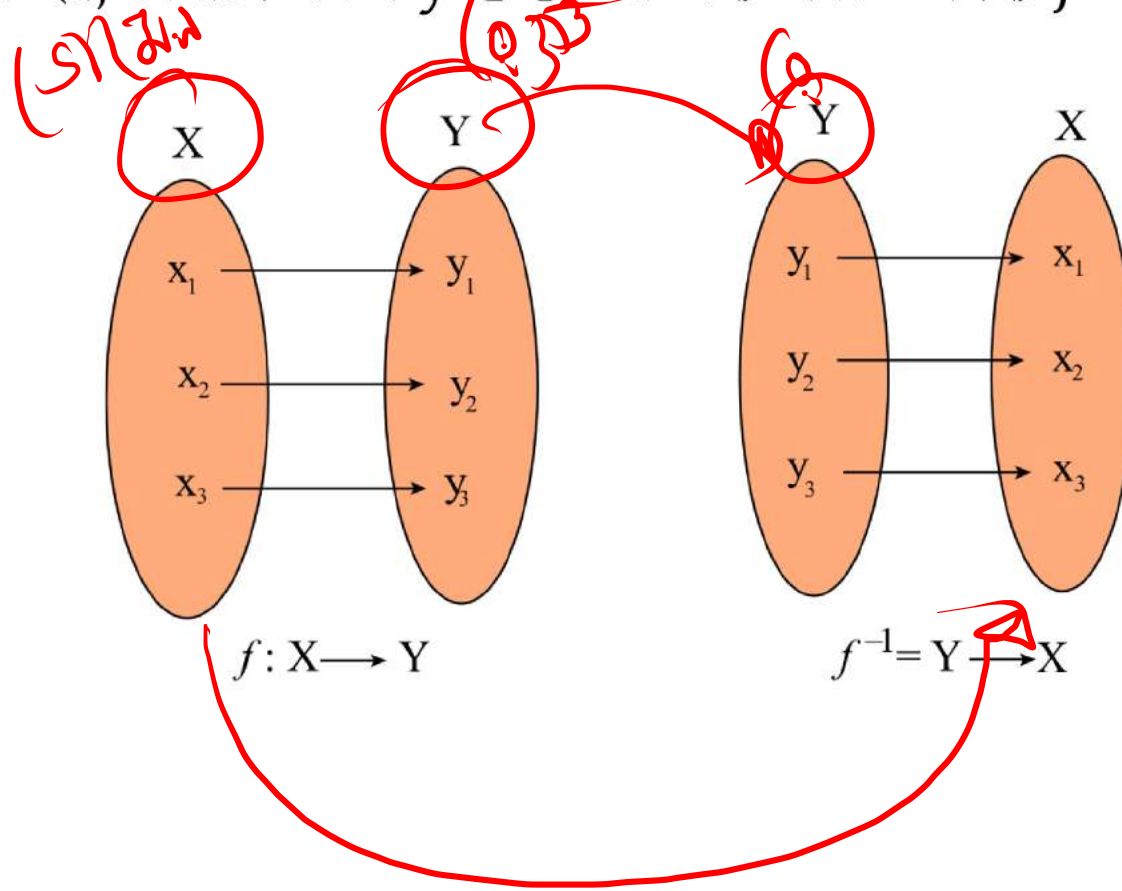
(ii) $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$; $A \rightarrow B$ এবং $f(x) = x + 2$ সার্বিক ফাংশন নয়।

কেননা, এখানে কো-ডোমেন = $\{3, 4, 5, 6, 7\}$ এবং রেঞ্জ = $\{3, 4, 5, 6\}$

কো-ডোমেন ও রেঞ্জ সমান না হওয়ায় ফাংশনটি সার্বিক নয়।

ফাংশন

বিপরীত ফাংশন: $f: X \rightarrow Y$ দ্বারা সূচিত ফাংশন এক-এক এবং সার্বিক হলে f এর বিপরীত ফাংশন f^{-1} কে $f^{-1}: Y \rightarrow X$ দ্বারা সূচিত করা হয়, যেখানে সকল $y \in Y$ এর জন্য একটি অনন্য $f^{-1}(y) = x \in X$ বিদ্যমান থাকে।



ফাংশন

⇒ $f(x) = x^4 + 5x - 3$ হলে $f(-1)$ $f(2)$ এর মান কত ?

~~(ক) -7, 23~~

(খ) -7, 26

(গ) -7, 3

(ঘ) 3, 15

$$f(x) = x^4 + 5x - 3$$

$$f(-1) = (-1)^4 + 5(-1) - 3 = 1 - 5 - 3 = -7$$

$$f(2) = 2^4 + 5 \times 2 - 3 \\ = 16 + 10 - 3 = 23$$

ফাংশন

একটি ফাংশনে $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = 2x + 1$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত হলে $f^{-1}(2)$ এর মান কত? [৪৪তম বিসিএস]

(ক) 0

~~(খ) $\frac{1}{2}$~~

~~$y =$~~

(গ) 5

(ঘ) 1

$$y = 2x + 1$$

$$y - 1 = 2x$$

$$x = \frac{y-1}{2}$$

$$f^{-1}(y) = \frac{y-1}{2}$$

$$f^{-1}(2) = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$y = f(x)$$

$$x = f^{-1}(y)$$

ফাংশন

⇒ $f(x) = x^3 - 2x + 10$ হলে $f(0)$ কত?

(ক) 1

(খ) 5

(গ) 8

[৩১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

~~(ঘ) 10~~

f(0) =

ল.সা.গু. এবং গ.সা.গু.

⇒ $x^2y + xy^2$ এবং $x^2 + xy$ রাশিদ্বয়ের ল.সা.গু. এবং গ.সা.গু. এর গুণফল কত?

[৪৫তম বিসিএস]

(ক) $x^2y^2(x + y)$

(খ) $xy(x^2 + y^2)$

~~(গ) $x^2y(x + y)^2$~~

(ঘ) $xy^2(x^2 + y)$

✓ ল.সা.গু. \times গ.সা.গু. = ১ম রাশি \times ২য় রাশি

$$= (x^2y + xy^2) (x^2 + xy)$$

$$= (xy)(x+y) \cdot x(x+y)$$

$$= x^2y(x+y)$$

ল.সা.গু. এবং গ.সা.গু

⇒ $6a^2bc$ এবং $4a^3b^2c^2$ এর সংখ্যা সহগের গ.সা.গু. নিচের কোনটি?

(ক) a^2bc

(খ) $2a^2bc$

(গ) $2a^2b^2c^2$

[88তম বিসিএস]

~~(ঘ) কোনটিই নয়~~

$6a^2bc$
 $4a^3b^2c^2$

এক সংখ্যা সহগ = 6
" " " = 4
→ 2

ল.সা.গু. এবং গ.সা.গু.

⇒ $(4x^2 - 16)$ এবং $6x^2 + 24x + 24$ এর গ.সা.গু.-

[৩১তম বিসিএস]

(ক) $x + 2$

(খ) $x + 4$

(গ) $x + 2$

~~(ঘ) $2(x + 2)$~~

$$\rightarrow 4x^2 - 16 = 4(x^2 - 4)$$

$$= 4(x+2)(x-2)$$

$$6x^2 + 24x + 24 = 6(x^2 + 4x + 4)$$

$$= 6(x+2)^2$$

$$\therefore \text{ল.সা.গু.} = 12(x+2)(x-2)$$

POLL QUESTION-04

★ $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 7x - 8$ কে $(x - 2)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত হবে?

(a) 16

(b) 30

~~(c) 2~~

(d) কোনোটিই নয়

লোগরীথম উপদান্য:

$f(x)$ কে $(x - a)$ দ্বারা ভাগ করলে

লোগরীথম হবে $f(a)$

$$f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 7x - 8$$

$$f(2) = 2 \cdot 2^3 - 5 \cdot 2^2 + 7 \cdot 2 - 8$$

$$= 2$$

~~2~~

* $(x + a)$ দ্বারা ভাগ করলে

$$f(-a) =$$

उत्पादक विभाजः

$f(x)$ को $(x-a)$ द्वारा भाग करने पर $f(a) = 0$ रूप
वाशने, $(x-a)$ $f(x)$ का एक गुणक है।

$$f(x) = x^2 - 5x + 6$$

$$f(2) = (2)^2 - 5 \times 2 + 6 = 0$$

$(x-2)$,

$f(x)$ का एक गुणक है।

Thanks

BCS কঠিন নয়;
প্রস্তুতি যদি গোছানো হয়

 Facebook Page
<https://www.facebook.com/uttoronacademy>

 Facebook Group (BCS উত্তরণ)
<https://www.facebook.com/groups/www.uttoron.academy>

 YouTube Channel
<https://www.youtube.com/c/Uttoron>

 **উত্তরণ**
ক্যারিয়ার এন্ড স্কিলস একাডেমি

BCS অনলাইন ও অফলাইনের সমন্বয়ে গোছানো প্রস্তুতি
(<https://www.youtube.com/watch?v=MFKW8FSNnPO>)



 09666775566
 www.uttoron.academy