

সূচক (EXPONENTS/INDICES)

ক্র:	সূচক সম্পর্কিত সূত্রাবলি	ক্র:	সূচক সম্পর্কিত সূত্রাবলি
১	$a^m \times a^n = a^{m+n}$ $a^m \times a^n \times a^p = a^{m+n+p}$	৫	$a^{-m} = \frac{1}{a^m}, a \neq 0$
২	$a^m \div a^n = a^{m-n}$	৬	$a^0 = 1, a \neq 0$
৩	$(a^m)^n = a^{mn}$	৭	$(ab)^m = a^m b^m$
৪	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	৮	$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}, b \neq 0$

সূত্রাবলি ও তার প্রয়োগ (মান নির্ণয়)

যদি $\sqrt[4]{x^3} = 2$ হয়, তাহলে $x^{\frac{3}{2}} = ?$

ক) 8

খ) 16

গ) 4

ঘ) 64

[88তম বিসিএস]

Handwritten solution showing the derivation of $x^{\frac{3}{2}}$ from $\sqrt[4]{x^3} = 2$ using various exponent rules. The steps include:

- $\sqrt[4]{x^3} = 2 \Rightarrow x^{\frac{3}{4}} = 2$
- $x^{\frac{3}{4}} = 2 \Rightarrow x^{\frac{3}{4} \times 2} = 2^2 \Rightarrow x^{\frac{3}{2}} = 4$
- $x^{\frac{3}{4}} = 2 \Rightarrow x^{\frac{3}{4} \times \frac{2}{3}} = 2^{\frac{2}{3}} \Rightarrow x^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{2}{3}} \Rightarrow x^{\frac{1}{2} \times 3} = (2^{\frac{2}{3}})^3 \Rightarrow x^{\frac{3}{2}} = 2^2 = 4$
- $x^{\frac{3}{4}} = 2 \Rightarrow x^{\frac{3}{4} \times \frac{4}{3}} = 2^{\frac{4}{3}} \Rightarrow x^1 = 2^{\frac{4}{3}} \Rightarrow x^{\frac{3}{2}} = (2^{\frac{4}{3}})^{\frac{3}{2}} = 2^2 = 4$

Other handwritten notes include $2^2 \times 2$ and $2^2 = 4$.

সূত্রাবলি ও তার প্রয়োগ (মান নির্ণয়)

$(\sqrt[3]{3}) \times (\sqrt[3]{4})^6 =$ কত?

(a) 12

(b) 48

(c) 36

~~(d) 144~~

$(\sqrt[3]{3}) \times (\sqrt[3]{4})^6$

$\Rightarrow 3^{\frac{1}{3} \times 6}$

$= 3^2 \times 4^2$
 $= 9 \times 16$
 $= 144$

$(\sqrt{3} \cdot \sqrt{4})^6 = 27$

$\sqrt[3]{\quad} = \text{cube root}$

$(3^{\frac{1}{2}} \times 4^{\frac{1}{2}})^6$
 $= 3^3 \times 4^3$

[৩৩তম বিসিএস]

সূত্রাবলি ও তার প্রয়োগ (মান নির্ণয়)

☞ $(x^a = y), (y^b = z), (z^c = x)$ হলে, abc এর মান কত কত?

(a) 3

(b) 2

~~(c) 1~~

(d) 0

Handwritten solution and analysis:

② $x^a = y$
 $(x^a)^b = y^b \Rightarrow x^{ab} = z$
 $(x^{ab})^c = z^c \Rightarrow x^{abc} = x$
 $x^{abc} = x^1 \Rightarrow abc = 1$

Alternative path:
 $x^a = y \Rightarrow y^b = z \Rightarrow z^c = x$
 $(x^a)^b = z \Rightarrow x^{ab} = z$
 $(x^{ab})^c = x \Rightarrow x^{abc} = x$
 $abc = 1$

Analysis of options:
 (a) 3: Incorrect.
 (b) 2: Incorrect.
 (c) 1: Correct, but crossed out in red.
 (d) 0: Incorrect.

Additional notes:
 - "blank" written in red.
 - "ABC = 0" written in red and crossed out.
 - "abc = 1" written in green and circled.
 - "abc = 0" written in green and circled.
 - "abc = 1" written in green and circled.
 - "No try" written in green and circled.

সূত্রাবলি ও তার প্রয়োগ (মান নির্ণয়)

$35 = 243$

যদি $3^{x+2} = 243$ হয় তবে $3(x-2)$ এর মান -

(ক) 2

(খ) 3

(গ) 0

(ঘ) 1

Optimizing text

1) $3^{2+2} = 3^4 = 81$
 $3^{3+2} = 3^5 = 243$

Prb

$3^{2+2} = 243$

$3^2 = 243$

$3^2 = 243$

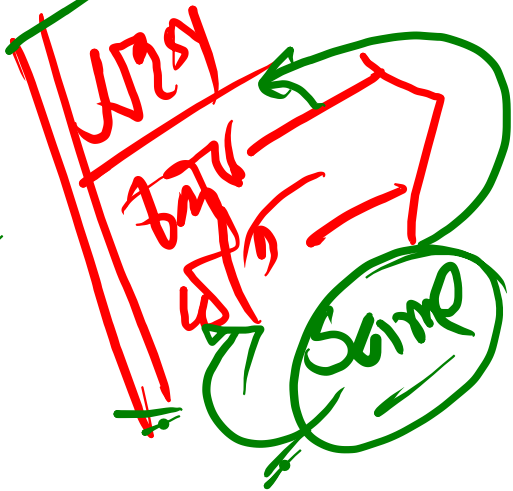
$3^2 = 27 = 27$

$3^2 = 27 = 27$

$3^2 = 27 = 27$

$3^{3-2} = 3^1 = 3$

3



POLL QUESTION-01

→ $\sqrt{x-1}y \cdot \sqrt{y-1}z \cdot \sqrt{z-1}x$ এর মান কত?

(a) 0

~~(b) 1~~

(c) xyz

(d) \sqrt{xyz}

* $\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{5}$
 $= \sqrt{3 \times 2 \times 5}$

$\sqrt{x-1}y$
 $= \sqrt{\frac{1}{x}y}$
 $= \sqrt{\frac{y}{x}}$

$\sqrt{\frac{y}{x} \cdot \frac{z}{y} \cdot \frac{x}{z}}$
 $= \sqrt{1}$

সূত্রাবলি ও তার প্রয়োগ (সরলফল)

● $\frac{5^{n+2} + 35 \times 5^{n-1}}{4 \times 5^n}$ এর মান কত?

(a) 4

(b) 8

(c) 5

(d) 7

[৩৪তম বিসিএস]

কোথ
সংক্ষেপ

$$5^n \cdot 5^2 + 7 \times 5 \times 5^{n-1}$$

$$4 \times 5^n$$

$$= 5^n (5^2 + 7)$$

$$= \frac{25 + 7}{4}$$

$$= \frac{32}{4}$$

$$= 8$$

Side

$$5^n \times 5^{n-1} = 5^{n+n-1} = 5^{2n-1}$$

সূত্রাবলি ও তার প্রয়োগ (সরলফল)

⇒ $4^x + 4^x + 4^x + 4^x$ এর মান নিচের কোনটি
(ক) 16^x (খ) 4^{4x}

৩৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
(ঘ) 2^{8x}

Handwritten solution showing the simplification of $4^x + 4^x + 4^x + 4^x$ to 2^{2x+2} . The original expression is written in red with the 4s circled. It is then converted to $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ (with 2s circled), which is further simplified to 2^{2+2x} . A green arrow points from this result to the option $(গ) 2^{2x+2}$, which is also circled in green.

সূচকীয় সমীকরণ সমাধান

⇒ $2^{x+7} = 4^{x+2}$ হলে x এর মান কত?

[৪৫তম বিসিএস প্রিলি.]

(ক) 2

(খ) 3

(গ) 4

(ঘ) 6

১-১

$$2^{x+7} = 2^{2(x+2)}$$

$$x+7 = 2(x+2)$$

$$x+7 = 2x+4$$

$$7-4 = 2x-x$$

$$x = 3$$

০১

৪)

$$2^{2+7} = 2^9$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 + 1 = 28$$

৫)

$$2^{3+7} = 2^{10}$$

$$2 \cdot 2 \cdot 3 + 1 = 2^{10}$$

সূচকীয় সমীকরণ সমাধান

$4^x + 4^{1-x} = 4$ ~~হলে~~

● $4^x + 4^{1-x} = 4$ হলে $x =$ কত?

(ক) $\frac{1}{4}$

(খ) $\frac{1}{3}$

(গ) $\frac{1}{2}$

(ঘ) 1

[৪৩তম বিসিএস]

০৫

$4^x + 4^{1-x} = 4$
 $= 4 + 4^0$
 $= 4 + 1$
 $= 5$

$4^x + \frac{4}{4^x} = 4$

$4^x + \frac{4}{4^x} = 4$

$\frac{a}{1} + \frac{4}{a} = 4$

$\frac{a^2 + 4}{a} = 4$

$a^2 + 4 = 4a$

$a^2 - 4a + 4 = 0$

$(a-2)^2 = 0$

$a-2=0$

$a=2$

$4^{1/2} + 4^{1-1/2}$
 $= 2 + 2$
 $= 4$

$4^x = ?$
 $\rightarrow 2^x = 2$

$2^x = 2$

$\rightarrow 2^x = 2^1$
 $\rightarrow x = 1$

let $4^x = a$

সূচকীয় সমীকরণ সমাধান

☞ $5^x + 8 \cdot 5^x + 16 \cdot 5^x = 1$ হলে, x এর মান কত?

[৪১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) -3

(খ) -2

(গ) -1

(ঘ) $-\frac{1}{2}$

০.৫
১.৫

$5^x = 1$

$$a + 8a + 16a = 1$$

$$\Rightarrow 25a = 1$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{25}$$

$$\Rightarrow 5^x = \frac{1}{25}$$

$$\Rightarrow 5^x = 5^{-2}$$

$$x = -2$$

সূচকীয় সমীকরণ সমাধান

⇒ $2^x + 2^{1-x} = 3$ হলে, $x =$ কত?

[৩৮তম বিসিএস]

~~(ক) (1, 2)~~

~~(খ) (0, 2)~~

~~(গ) (1, 3)~~

~~(ঘ) (0, 1)~~

০.৭
ক) $2^1 + 2^0 = 3$
 $2^2 + 2^{-1} = 4 + \frac{1}{2}$
গ) $2^3 = 8$
৭.৫২

$2^0 + 2^{1-0} = 1 + 2 = 3$

সূচকীয় সমীকরণ সমাধান

$125(\sqrt{5})^{2x} = 1$ হলে x এর মান কত?

[৩৯তম বিসিএস প্রিলিমিনারি (স্বাস্থ্য)]

~~(ক) 3~~

~~(খ) -3~~

~~(গ) 7~~

~~(ঘ) 9~~

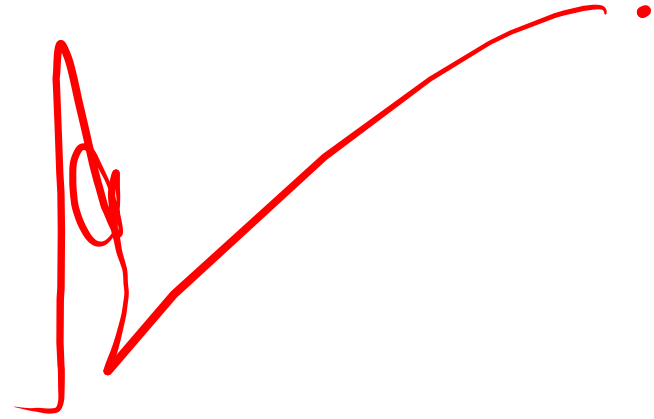
$125(\sqrt{5})^{2x} = 1$
 $125 = 5^3$
 $5^3 \cdot (\sqrt{5})^{2x} = 1$
 $5^3 \cdot 5^{x} = 1$
 $5^{3+x} = 1$
 $5^{3+x} = 5^0$
 $3+x = 0$
 $x = -3$

$125 + (\sqrt{5})^{2x(-3)}$
 $= 125 + (\sqrt{5})^{-6}$
 $= 125 + 5^{-3}$
 $= 125 + \frac{1}{5^3}$
 $= 125 + \frac{1}{125}$

$$\underline{\underline{125}} \cdot (\sqrt{5})^{24} = 1$$

$$\begin{aligned} &\rightarrow 5^3 \cdot 5^{24} = 1 \\ &\rightarrow 5^{\cancel{3} + 24} = 1 \\ &\rightarrow 5^{\cancel{3} + 27} = 1 \\ &\rightarrow 5^{\cancel{3} + 27} = 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x = -3$$



লগারিদম (LOGARITHMS)

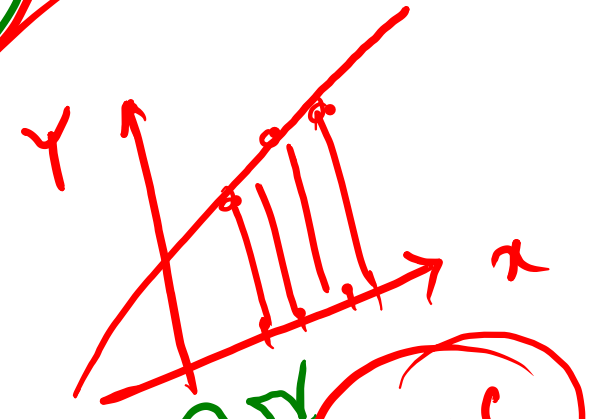
7.52 PM

log, ln
sin, cos
exp, e^x



log

Heat
Temp
Head



সূত্র (সিই)

$$y = mx + c$$

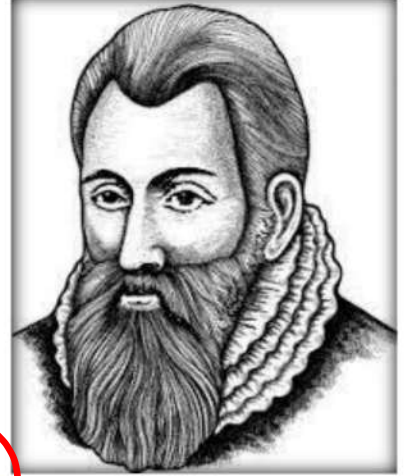
N

লগারিদম (প্রাথমিক আলোচনা)

- গণনা সহজ করার জন্য সপ্তদশ শতাব্দীর শুরুর দিকে **জন নেপিয়ার** লগারিদম এর সূচনা করেন।
- **লগারিদম** হলো সূচকের বিপরীত প্রক্রিয়া। এর অর্থ কোনো সংখ্যার লগারিদম হলো সেই সূচক যেটাকে একটি নির্ধারিত মানের(ভিত্তি) ঘাত হিসাবে উন্নীত করলে প্রথমোক্ত সংখ্যাটি পাওয়া যায়। সাধারণ ক্ষেত্রে লগারিদম একটি সংখ্যা (ভিত্তি) কতবার গুণ করা হলো সেটা গণনা করে।

যেমন: $64 = 2^6$ হওয়ায় আমরা পাই, $\log_2(64) = 6$

অর্থাৎ, $a^p = x$ হলে, $\log_a x = p$



10 ভিত্তিক লগারিদমকে বলা হয় সাধারণ লগারিদম (Common Logarithm)

প্রাকৃতিক লগারিদম (Natural Logarithm) এর ভিত্তি হলো একটি গাণিতিক ধ্রুবক $e (\approx 2.718)$

দ্বিমিক লগারিদম এ ভিত্তি হিসাবে ব্যবহৃত হয় 2

- উল্লেখ্য, শুধু ধনাত্মক সংখ্যার লগ আছে। শূন্য ও ঋণাত্মক সংখ্যার লগ নেই।

লগ-সূচকের সম্পর্ক

ক্র:নং	লগের সূত্রাবলি	ক্র:নং	লগের সূত্রাবলি
১	$\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$	৬	$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
২	$\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$	৭	$\log_a 1 = 0$
৩	$\log_a x^m = m \log_a x$	৮	$\log_a a = 1$
৪	$\log_a \sqrt[n]{x} = \frac{1}{n} \log_a x$	৯	$n^{\log_n x} = x$
৫	$\log_a b \times \log_b a = 1$		

লগ
লগ
প্রিন্সিপ

ভিত্তি
Base
লগ ১০
লগ ১১০
লগ ১০ →

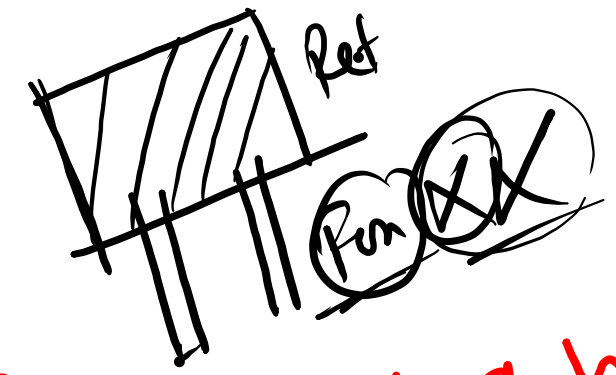
~~log 9 =~~ $\log 3^2 = 2 \log 3$

$3 \log 5 = \log 5^3$

$\log 5^3$

~~$\log 2 + \log 2 = \log 2^2$~~

$\log (bx)$



$= 1$

$\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$

$\log_3 2 = \frac{1}{\log_2 3}$

$\log 6$

~~$\log 10$~~ $\rightarrow \log 10 = 1$

লগারিদম

Q $\log_2(\log_{\sqrt{e}} e^2) = ?$

(ক) -2

(খ) -1

(গ) 1

[81তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ঘ) 2

$\log_2(\log_{\sqrt{e}} e^2)$

$\log_2(2)$

1

$\log_2(\log_{\sqrt{e}} e^2)$

$= \log_2(2)$

$= 1$

$\log_2 2^2 = 2 \log_2 2 = 2 \times 1 = 2$

Q কোন ক্ষেত্রে $\log_a 1 = 0$?

(ক) $a > 0, a \neq 1$

(গ) $a > 0, a = 1$

$a \neq 0$

[80তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(খ) $a \neq 0, a > 1$

(ঘ) $a \neq 1, a < 0$

$e^2 \rightarrow \sqrt{e}$

$e \cdot e \rightarrow \sqrt{e} \cdot \sqrt{e}$

$\log_2 \sqrt{e}$

$\log_2 \sqrt{e}$

1

লগারিদম

☞ $\log_{\sqrt{3}} 81 =$ কত?

(ক) 4

(খ) $27\sqrt{3}$

~~(গ) 8~~

[৩৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ঘ) $\frac{1}{8}$

$$\log_{\sqrt{3}} 81$$

$$\begin{aligned} &= \log_{\sqrt{3}} (\sqrt{3})^8 \\ &= 8 \log_{\sqrt{3}} \sqrt{3} \\ &= 8 \times 1 \\ &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 81 &= 3^4 \\ &= (\sqrt{3})^{2 \times 4} \\ &= (\sqrt{3})^8 \end{aligned}$$

লগারিদম

☞ যদি $\log\left(\frac{a}{b}\right) + \log\left(\frac{b}{a}\right) = \log(a + b)$ হয়, তবে -

(ক) $a + b = 1$

(খ) $a - b = 1$

(গ) $a = b$

(ঘ) $a^2 - b^2 = 1$

[৪৫তম বিসিএস]

$\log\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) = \log(a + b)$
যেহেতু $\log 1 = \log(a + b)$
সেহেতু $1 = a + b$

লগারিদম

$$\Rightarrow 2 \log_{10} 5 + \log_{10} 36 - \log_{10} 9 = ?$$

[88তম বিসিএস]

(ক) 2

(খ) 100

(গ) 37

(ঘ) 4.6

$$\begin{aligned} &= 2 \log_{10} 5 + \log_{10} 36 - \log_{10} 9 \\ &= \log_{10} 5^2 + \log_{10} 36 - \log_{10} 9 \\ &= \log_{10} (25 \times 36) - \log_{10} 9 \\ &= \log_{10} 900 - \log_{10} 9 \\ &= \log_{10} \frac{900}{9} \\ &= \log_{10} 100 \\ &= \log_{10} 10^2 \\ &= 2 \log_{10} 10 \\ &= 2 \end{aligned}$$

লগারিদম

☞ $2^{\log_2 3 + \log_2 5}$ এর মান কত?

(ক) 8

(খ) 2

(গ) 15

[৪৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ঘ) 10

Handwritten solution in green and red ink:

$2^{\log_2 3 + \log_2 5}$

$2^{\log_2 3} \cdot 2^{\log_2 5}$

$3 \times 5 = 15$

Side Note: $\log_2 2 = 1$

$\log_2 2 = 1$

$\log_2 2 = 1$

For

লগারিদম

☞ যদি $\log_{10}^x = -1$ হয়, তাহলে নিচের কোনটি x এর মান?

[৪৪তম বিসিএস]

~~(ক) 0.1~~

(খ) 0.01

(গ) $\frac{1}{10000}$

(ঘ) 0.001

Handwritten solution in green ink:

$$\log_{10} x = -1$$
$$\Rightarrow 10^{-1} = x$$
$$\Rightarrow x = \frac{1}{10}$$

Handwritten solution in red ink:

$$\log_{10} x = -1$$
$$\Rightarrow 10^{-1} = x$$
$$\Rightarrow x = \frac{1}{10}$$

লগারিদম

✓ $\log_x\left(\frac{1}{8}\right) = -2$ হলে $x =$ কত?

[৩৮তম বিসিএস]

(a) 2

(b) $\sqrt{2}$

~~(c) $2\sqrt{2}$~~

(d) 4

$\log\left(\frac{1}{8}\right) = -2$
 $x^{-2} = \frac{1}{8}$
 $x^2 = 8$
 $x = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

$\Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{1}{8}$
 $\Rightarrow x^2 = 8$
 $\Rightarrow x = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

লগারিদম

⇒ ~~$\log_x \frac{1}{9} = -2$~~ হলে x এর মান কোনটি?

[৪২তম বিসিএস]

~~(ক) 3~~

(খ) 2

(গ) $\frac{1}{3}$

(ঘ) $-\frac{1}{3}$

$$\begin{aligned} \log_x \frac{1}{9} &= -2 \\ x^{-2} &= \frac{1}{9} \\ x^2 &= 9 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

লগারিদম

☞ $\log_a x = 1$, $\log_a y = 2$, $\log_a z = 3$ হলে, $\log_a \left(\frac{x^3 y^2}{z} \right)$ এর মান কত?

[৩৫তম বিসিএস]

(a) 1

(b) 2

(c) 3

~~(d) 4~~

~~$\log x = 1$~~

$\log \frac{x^3 y^2}{z}$

$= \log x^3 + \log y^2 - \log z$
 $= 3 \log x + 2 \log y - \log z$
 $= 3 \times 1 + 2 \times 2 - 3$
 $= 3 + 4 - 3$
 $= 4$

BCS কঠিন নয়; প্রস্তুতি যদি গোছানো হয়

 Facebook Page
<https://www.facebook.com/uttoronacademy>

 Facebook Group (BCS উত্তরণ)
<https://www.facebook.com/groups/www.uttoron.academy>

 YouTube Channel
<https://www.youtube.com/c/Uttoron>

 **উত্তরণ**
ক্যারিয়ার এন্ড স্কিলস একাডেমি

BCS অনলাইন ও অফলাইনের সমন্বয়ে গোছানো প্রস্তুতি
(<https://www.youtube.com/watch?v=MFKW8FSNnPC>)



 09666775566
 www.uttoron.academy