

৪৬তম বিসিএস

প্রিন্সি ফুল কোর্স

গাণিতিক যুক্তি

লেকচার: ০৭

টপিক:

✓ সমান্তর ও গুণোত্তর ধারা, অনুক্রম ধারা।



সমান্তর ধারা

সমান্তর ধারা:

যে ধারার দু'টি ক্রমিক পদের অন্তর সর্বদা একই থাকে, তাকে সমান্তর ধারা বলে।

যেমন- $2 + 8 + 14 + \dots + 50$ একটি সমান্তর ধারা। কারণ, এখানে প্রত্যেক ক্রমিক পদের অন্তরফল ২।

$$a + (a + d) + (a + 2d) + (a + 3d) + \dots + \{a + (n-1)d\}$$

সমান্তর ধারাটির ক্ষেত্রে,

$$n \text{ তম পদ} = a + (n-1)d,$$

যেখানে, $a =$ প্রথম পদ, $n =$ পদ সংখ্যা, $d =$ সাধারণ অন্তর

$$n \text{ পদসংখ্যা, } n = \frac{\text{শেষ পদ} - \text{১ম পদ}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + 1$$

$$\begin{aligned} 40 - 50 &= (50 - 10) + 1 \\ &= 40 + 1 \\ &= 41 \end{aligned}$$

$$n \text{ সংখ্যক পদের সমষ্টি} = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} \rightarrow \text{Written (Prove)}$$

বি.দ্র. : ১ম পদ, শেষ পদ এবং পদ সংখ্যা জানা থাকলে,

$$\text{সমষ্টি} = \frac{(\text{১ম পদ} + \text{শেষ পদ})}{2} \times \text{পদসংখ্যা} \Rightarrow \text{ওঃ} = \frac{\text{সমষ্টি}}{\text{পদ সংখ্যা}}$$

- সূত্রটি ব্যবহার করলে সমষ্টি নির্ণয় সহজ হয়।

সমান্তর ধারা



সমান্তর ধারা

☉ যদি $-5, p, q, 16$ সমান্তর অনুক্রমে থাকে, তাহলে p ও q এর মান হবে যথাক্রমে-

[88তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $-2, 9$

(খ) $2, 9$

(গ) $-2, -9$

(ঘ) $2, -9$

Solⁿ:

$$2 + \textcircled{4} + 6 + 8$$

$$\frac{-5 + q}{2} = p$$

$$\therefore -5 + q = 2p$$

$$\therefore -10 + 2q = 4p \quad \textcircled{i}$$

$$\textcircled{i} + \textcircled{ii}$$

$$6 = 3p$$

$$\therefore \boxed{p = 2}$$

$$\frac{p + 16}{2} = q$$

$$\therefore p + 16 = 2q \quad \text{or} \quad p + 16 - 2q = 0 \quad \textcircled{ii}$$

$$\textcircled{ii} \text{ or } 18 = 2q$$

$$\therefore \boxed{q = 9}$$

সমান্তর ধারা

⇒ $5 + 8 + 11 + 14 + \dots$ ধারাটির কততম পদ 302।
(ক) 60 তম পদ (খ) 70 তম পদ (গ) 90 তম পদ

[8২তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

~~(ঘ) 100 তম পদ~~

সমাঃ n -তম পদ = 302

অ. $a + (n-1)d = 302$

ন. $5 + (n-1) \cdot 3 = 302$

ত. $(n-1) \cdot 3 = 297$

জ. $n-1 = 99$

∴ $n = 100$

সমান্তর ধারা

- একটি সমান্তর অনুক্রমে ৫ম পদটি ১৪ এবং প্রথম ৫টি পদের যোগফল ৭৫ হলে প্রথম পদটি কত?
/৩৮তম বিসিএস প্রিলিমিনারি/

(ক) ২ (খ) ১০ (গ) ৪ (ঘ) ১২

৫ম পদ:
 $5^{\text{th}} \text{ term} = 14$
 $a + (5-1)d = 14$
অ. $a + 4d = 14$
— (১)

৫টি পদের যোগফল = ৭৫
 $\frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} = 75$
অ. $\frac{5}{2} \{2a + (5-1)d\} = 75$
অ. $2a + 4d = 30$
— (২)

(১) - (২)

$a = 12$

সমান্তর ধারা

□ একটি সিম লাক্স অনফুন্স সে ধারণ অনফু 10 এব ৬-তম পদট 52 হল ১৫-তম পদট ি
[৩৭তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 140 (খ) 142 (গ) 148 (ঘ) 150

Solⁿ: $d = 10$
 $6^{\text{th}} \text{ term} = 52$
স. $a + (n-1)d = 52$
ক. $a + (6-1) \cdot 10 = 52$
খ. $a = 52 - 50$
 $\therefore a = 2$

$$\begin{aligned} 15^{\text{th}} \text{ term} &= a + (15-1)d \\ &= 2 + 14 \cdot 10 \\ &= \underline{\underline{142}} \quad \underline{\underline{Ans}} \end{aligned}$$

POLL QUESTION-01

□ $9 + 7 + 5 \dots$ ধারাটির প্রথম n -সংখ্যক পদের যোগফল -144 হলে $n =$ কত?

(a) 16

(b) 12

(c) 14

(d) 18

$$\frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} = -144$$

$$\text{স. } \frac{n}{2} \{18 + (n-1)(-2)\} = -144$$

$$\text{স. } 18n - 2n(n-1) = -288$$

$$\text{স. } 18n - 2n^2 + 2n + 288 = 0$$

$$\text{স. } 2n^2 - 20n - 288 = 0$$

$$\text{স. } n^2 - 10n - 144 = 0$$

$$\text{স. } (n+8)(n-18) = 0$$

$$\therefore n = 18$$

সমান্তর ধারা

⇒ $1 + 3 + 5 + \dots + (2x - 1) =$ কত? x^2

[৩৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $x(x - 1)$

(খ) $\frac{x(x+1)}{2}$

(গ) $x(x - 1)$

(ঘ) x^2

$1 + 3 + 5$
 $(2 \cdot 1 - 1) + (2 \cdot 2 - 1) + (2 \cdot 3 - 1)$

✓ $S = \frac{n}{2} \{2 \cdot 1 + (n-1) \cdot 2\}$
 $= \frac{n}{2} (2 + 2n - 2)$
 $= \frac{n}{2} \cdot 2n$
 $= n^2$

সমান্তর ধারা

⇒ $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 99 =$ কত?

(ক) 4650

(খ) 4750

(গ) 4850

[২৫তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
✓ (ঘ) 4950

সি:

$$\begin{aligned} 1 + 2 + 3 + \dots + n &= \frac{n(n+1)}{2} \\ &= \frac{99 \times 100}{2} \\ &= 99 \times 50 \\ &= \boxed{4950} \end{aligned}$$

সমান্তর ধারা

- একটি সমান্তর ধারার 12তম পদ 77 হলে, তার প্রথম 23 পদের সমষ্টি কত?
(ক) 1771 (খ) 1176 (গ) 1056 (ঘ) 2025

সদ

$$a + (12-1) \cdot d = 77$$

স. $a + 11d = 77$

$$23 \text{ টা পদের সমষ্টি} = \frac{23}{2} \{2a + (23-1)d\}$$

$$= \frac{23}{2} \{2a + 22d\}$$

$$= 23 \times (a + 11d)$$

$$= 23 \times 77$$

$$= 1771$$

সমান্তর ধারা

✓ 1 + 2 + 3 + 4 + + n = $\frac{n(n+1)}{2}$; $s = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$
n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল।

✓ 1 + 3 + 5 + 7 + + (2n - 1) = n²; $(1 + (n-1)) \rightarrow \underline{\underline{2n}}$
n সংখ্যক বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল।

❖ 2 + 4 + 6 + 8 + + 2n = n(n + 1); $s = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$
n সংখ্যক জোড় স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল।

সমান্তর ধারা

□ ১ হতে ১০০ পর্যন্ত সংখ্যা সমূহের যোগফল কত?

/১৮তম বিসিএস

প্রিলিমিনারি/

Solⁿ.

$$\begin{aligned} & \text{(ক) } ১+২+৩+\dots+১০০ = \frac{১০০(১+১০০)}{2} \\ & = ৫০ \times ১০১ \\ & = \boxed{৫০৫০} \end{aligned}$$

সমান্তর ধারা

$$\diamond 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \rightarrow \text{Prof} \rightarrow \underline{\underline{\text{Written}}}$$

n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের যোগফল।

$$\text{ans } \underline{\underline{(3-10)}}$$

$$\checkmark 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 \rightarrow \text{Prof} \rightarrow \text{Written}$$

n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের যোগফল।

$$\therefore 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + 3 + \dots + n)^2$$

$$\left[\begin{array}{l} 1^3 + 2^3 = (1+2)^2 \\ 1^3 + 2^3 + 3^3 = (1+2+3)^2 \end{array} \right]$$

সমান্তর ধারা

☞ $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + \underline{x^2}$ এর মান কত?

[৩১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

~~(ক)~~ $\frac{x(x+1)(2x+1)}{6}$

(খ) $\frac{x(x+1)}{2}$

(গ) x

(ঘ) $\left\{\frac{x(x+1)}{2}\right\}^2$

সমান্তর ধারা

☞ $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 =$ কত?

(ক) $\frac{n(n+1)}{2}$

(খ) $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

(গ) $\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

(ঘ) একটিও নয়

POLL QUESTION-02

□ $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2 = 385$ হলে,

$2^2 + 8^2 + 6^2 + \dots + 20^2$ এর মান কত?

(a) ৭৭০

(b) ১৫৪০

(c) ১১৫৫

(d) $(385)^2$

Solⁿ: $2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 20^2$
 $= (2 \cdot 1)^2 + (2 \cdot 2)^2 + (2 \cdot 3)^2 + \dots + (2 \cdot 10)^2$
 $= 2^2 (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2)$
 $= 4 \times 385$
 $= 200 + 320 + 20$
 $= 540$

গুণোত্তর ধারা

$$+ar + \overset{2}{\circ} + \overset{2}{\circ} \quad r^2 + r^2$$

[] → ratio

[]

Prob. written

$$\checkmark [r=1] = [na] ; [r=1]$$

$$s = a + a + a + a + a = 5a$$

$$\begin{aligned} 1^{\text{st}} \text{ term} &= a \\ 2^{\text{nd}} \text{ term} &= ar^{2-1} = ar \\ &\vdots \\ n^{\text{th}} \text{ term} &= ar^{n-1} \end{aligned}$$

গুণোত্তর ধারা

☛ একটি গুণোত্তর অনুক্রমের দ্বিতীয় পদটি -48 এবং পঞ্চম পদটি $\frac{3}{4}$ হলে, সাধারণ অনুপাত কত?

[৩৫তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\frac{1}{2}$

(খ) $-\frac{1}{2}$

(গ) $\frac{1}{4}$

~~(ঘ) $-\frac{1}{4}$~~

Solⁿ:

$$ar^{2-1} = -48$$

$$\therefore ar = -48 \quad \text{--- (i)}$$

$$ar^{5-1} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore ar^4 = \frac{3}{4} \quad \text{--- (ii)}$$

$$\boxed{\text{(ii)} \div \text{(i)}}$$

$$\frac{ar^4}{ar} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{(-48)}$$

$$\therefore r^3 = \frac{1}{-64} = \left(-\frac{1}{4}\right)^3$$

$$\therefore \boxed{r = -\frac{1}{4}}$$

শুণোত্তর ধারা

$\frac{1}{\sqrt{2}}, 1, \sqrt{2}, \dots$ ধারাটির কোন পদ $8\sqrt{2}$ হবে?

[৩৯তম বিসিএস(স্বাস্থ্য)পরীক্ষা]

(ক) ৯তম পদ

(খ) ১০তম পদ

(গ) ১১তম পদ

(ঘ) ১২তম পদ

Solⁿ:

n-তম পদ = $8\sqrt{2}$

১. $a r^{n-1} = 8\sqrt{2}$

২. $\frac{1}{\sqrt{2}} (\sqrt{2})^{n-1} = 8\sqrt{2}$

৩. $(\sqrt{2})^{n-1} = 8 \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 8 \cdot 2 = 16$

৪. $n-1 = 8$

$n = 9$

$8\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 8 \times 2 = 16$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 16} \\ \underline{4} \\ 12 \\ \underline{8} \\ 4 \\ \underline{4} \\ 0 \end{array}$$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$= \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}$

$= (\sqrt{2})^8$

POLL QUESTION-03

□ একটি গুণোত্তর অনুক্রমে তৃতীয় পদটি 20 এবং ষষ্ঠ পদটি 160 হলে প্রথম পদটি কত?

(a) 5

(b) 10

(c) 12

(d) 8

Solⁿ:

$$ar^{3-1} = 20$$

$$\text{অ. } ar^2 = 20 \quad \textcircled{i}$$

$$ar^{6-1} = 160$$

$$\text{অ. } ar^5 = 160 \quad \textcircled{ii}$$

$$\textcircled{ii} \div \textcircled{i}$$

$$r^3 = 8 = 2^3$$

$$\therefore r = 2$$

$$\textcircled{i} \text{ এর মান}$$

$$a \cdot 4 = 20$$

$$\therefore a = 5$$

গুণোত্তর ধারা

\Rightarrow $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots + (-1)^n$ সংখ্যক পদের যোগফল হবে-
 (ক) 0 (খ) 1 (গ) $[1 + (-1)^n]$

[88তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

\checkmark $\frac{1}{2} [1 - (-1)^n]$

\checkmark $n \rightarrow$ জোড় হলে \rightarrow $y = 0$
 \checkmark $n \rightarrow$ বিজোড় " \rightarrow $y = 1$

Solⁿ:
 $\checkmark r = \frac{-1}{1} = -1 < 1$
 $a = 1$

$S = a \cdot \frac{1 - r^n}{1 - r}$ মতন $(r < 1)$
 $= 1 \cdot \frac{1 - (-1)^n}{1 - (-1)}$
 $= \frac{1}{2} [1 - (-1)^n]$

গুণোত্তর ধারা

☞ $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$ ধারাটির প্রথম আটটি পদের সমষ্টি কত?

(ক) $\frac{1}{128}$

(খ) $\frac{64}{128}$

(গ) $\frac{255}{256}$

(ঘ) $\frac{255}{128}$

Solⁿ:

$$a = 1$$

$$r = \frac{1}{2} < 1$$

$$S_n = a \cdot \frac{1 - r^n}{1 - r}$$

$$= 1 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^8}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$= 2 \cdot \left(1 - \frac{1}{28}\right)$$

$$= 2 \cdot \frac{255}{256}$$

$$= \frac{255}{128}$$

গুণোত্তর ধারা

⇒ 5 + 55 + 555 + ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের যোগফল নিচের কোনটি?

(ক) $\frac{50}{81}(10^n - 1)$

(খ) $\frac{50}{9}(8^n - 1) - \frac{5n}{9}$

~~(গ) $\frac{50}{81}(10^n - 1) - \frac{5n}{9}$~~

(ঘ) $\frac{50}{81} - \frac{5n}{9}(10^n - 1)$

Sol:

$$S = 5 + 55 + 555 + \dots + n \text{ বা } n \text{ টা পদ পর্যন্ত}$$

$$= 5 (1 + 11 + 111 + \dots + \dots)$$

$$= \frac{5}{9} (9 + 99 + 999 + \dots + \dots)$$

$$= \frac{5}{9} [(10-1) + (10^2-1) + (10^3-1) + \dots + (10^n-1)]$$

$$= \frac{5}{9} [(10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^n) - n \cdot 1]$$

$$= \frac{5}{9} \left(10 \cdot \frac{10^n - 1}{10 - 1} - n \right) = \boxed{\frac{50}{81}(10^n - 1) - \frac{5n}{9}}$$

$a = 10$
 $r = 10/9$

অসীম ধারা

* $S = 2 + 4 + 6 + \dots = ? (+\infty) \rightarrow$ Diverging

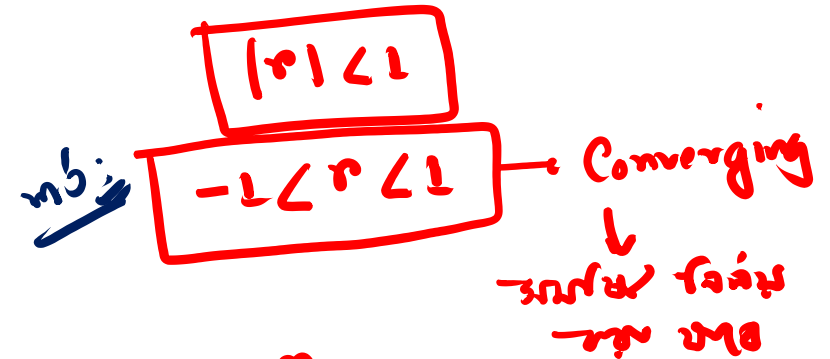
* $S = 2 + 2 + 2 + \dots = ? (+\infty) \rightarrow$ "

* $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$

$1 + 0.5 + 0.25 + 0.125 + \dots$
Decreasing Converging

$= 1.75 + 0.125$
 $= 1.875 \approx 1.89 \approx 1.9$

$r = \frac{1}{2}$
 $= \frac{1}{2^{200}} = \frac{1}{8} = 0$



$S = a \cdot \frac{1 - r^n}{1 - r}$

$= \frac{a}{1 - r} - a \cdot \frac{r^n}{1 - r}$

$S_{\infty} = \frac{a}{1 - r}$



অসীম ধারা

⇒ $\frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{9} - \frac{2}{27} + \dots$ ধারাটির অসীম পদের সমষ্টি কত?

[৪৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $S_{\infty} = \frac{20}{3}$

~~(খ) $S_{\infty} = \frac{3}{20}$~~

(গ) $S_{\infty} = 20$

(ঘ) $S_{\infty} = 3$

Solⁿ:

$$a = \frac{1}{4}$$

$$r = -\frac{2}{3} < 1$$

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$$

$$= \frac{\frac{1}{4}}{1 + \frac{2}{3}}$$

$$= \frac{\frac{3}{5} \times \frac{3}{4}}$$

$$= \frac{3}{20}$$

অসীম ধারা

⇒ $0.12 + 0.0012 + 0.000012 + \dots$ ধারাটির অসীম পদ পর্যন্ত যোগফল-

[৪১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

~~(ক) $\frac{8}{33}$~~

(খ) $\frac{8}{99}$

(গ) $\frac{112}{99}$

(ঘ) $\frac{18}{99}$

সমাঃ

$$a = 0.12$$
$$r = \frac{0.0012}{0.12} = 0.01 < 1$$
$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$$
$$= \frac{0.12}{1-0.01}$$
$$= \frac{0.12}{0.99}$$
$$= \frac{4}{33}$$

লগ সম্বলিত ধারা

- ⇒ $\log 2 + \log 4 + \log 8 + \dots$ ধারাটির প্রথম দশটি পদের সমষ্টি কত? [২৫তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
- (ক) 45 log 2 (খ) ~~55 log 2~~ (গ) 65 log 2 (ঘ) 75 log 2

Solⁿ:

$$\log 2 + \log 2^2 + \log 2^3 + \dots$$
$$= \log 2 + 2\log 2 + 3\log 2 + \dots$$

$$a = \log 2$$

$$d = \log 2$$

$$n = 10$$

$$S = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$= 5 (2\log 2 + 9\log 2)$$

$$= \boxed{55\log 2}$$

৪ = ২^২
১ = ২^০

লগ সম্বলিত ধারা

□ $\log 2 + \log 16 + \log 512 + \dots$ ধারাটির প্রথম বারটি পদের সমষ্টি নিচের কোনটি?

(ক) $500 \log 2$ (খ) $625 \log 2$ (গ) $650 \log 2$ (ঘ) $512 \log 2$

Solⁿ:

$$\begin{aligned} & \log 2 + \log 2^4 + \log 2^9 + \dots \\ &= \log 2 + 4 \log 2 + 9 \log 2 + \dots \\ &= (1 + 4 + 9 + 16 + \dots) \log 2 \\ &= (1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + \text{১২৫^২ সম নম্বর}) \log 2 \\ &= \frac{12(12+1)(2 \cdot 12+1)}{6} \log 2 \\ &= 2 \cdot 13 \cdot 25 \log 2 \\ &= 50 \times 13 \log 2 \\ &= \boxed{650 \log 2} \end{aligned}$$

FIBONACCI ধারা

- ১. ১. ২. ৩. ৫. ৮. ১৩. ২১..... ধারার ১০ম পদটি কত? [৩৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]
- (ক) ৩৪ (খ) ৫৫ (গ) ৮৮ (ঘ) ৩৪
- Handwritten notes: ৩৪, ৫৫, ১০৩তম

POLL QUESTION-04

□ $\log 3 + \log 9 + \log 27 + \dots$ ধারাটির কত তম পদ $\log 2187$?

(a) 12

(b) 7

(c) 6

(d) 8

Solⁿ:

$$\begin{aligned}d &= \log 9 - \log 3 \\ &= \log \left(\frac{9}{3}\right) \\ &= \log 3 \\ a &= \log 3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}n\text{-th term} &= \log 2187 \\ \therefore \log 3 + (n-1) \cdot \log 3 &= \log 3^7 \\ \therefore \log 3 + (n-1) \cdot \log 3 &= 7 \log 3 \\ \therefore (n-1) \log 3 &= 6 \log 3 \\ \therefore n-1 &= 6 \\ \therefore n &= 7\end{aligned}$$

BCS কঠিন নয়; প্রস্তুতি যদি গোছানো হয়



Facebook Page

<https://www.facebook.com/uttoronacademy>



Facebook Group (BCS উত্তরণ)

<https://www.facebook.com/groups/www.uttoron.academy>



YouTube Channel

<https://www.youtube.com/c/Uttoron>



উত্তরণ

ক্যারিয়ার এন্ড স্কিলস একাডেমি

BCS অনলাইন ও অফলাইনের সমন্বয়ে গোছানো প্রস্তুতি

(<https://www.youtube.com/watch?v=MFkW8F3NnPi>)



09666775566



www.uttoron.academy