

৪৬তম বিসিএস

প্রিন্সি ফুল কোর্স

গাণিতিক যুক্তি

লেখক: ০৮

টপিক:

রেখা, কোণ, ত্রিভুজ সংক্রান্ত উপপাদ্য এবং পিথাগোরাসের উপপাদ্য।

Good Evening!

Class will start

6:32 PM

Theorem

৬৬৭

 **উত্তরণ**
ক্যারিয়ার এন্ড স্কিলস একাডেমি

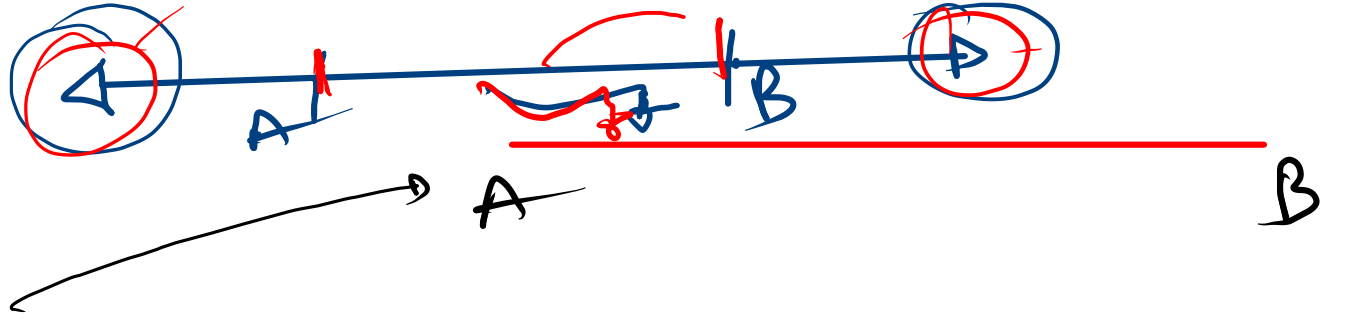
09666775566
www.uttoron.academy

শ্রদ্ধা-উন্নয়ন
শিক্ষা



রেখা

□ রেখা

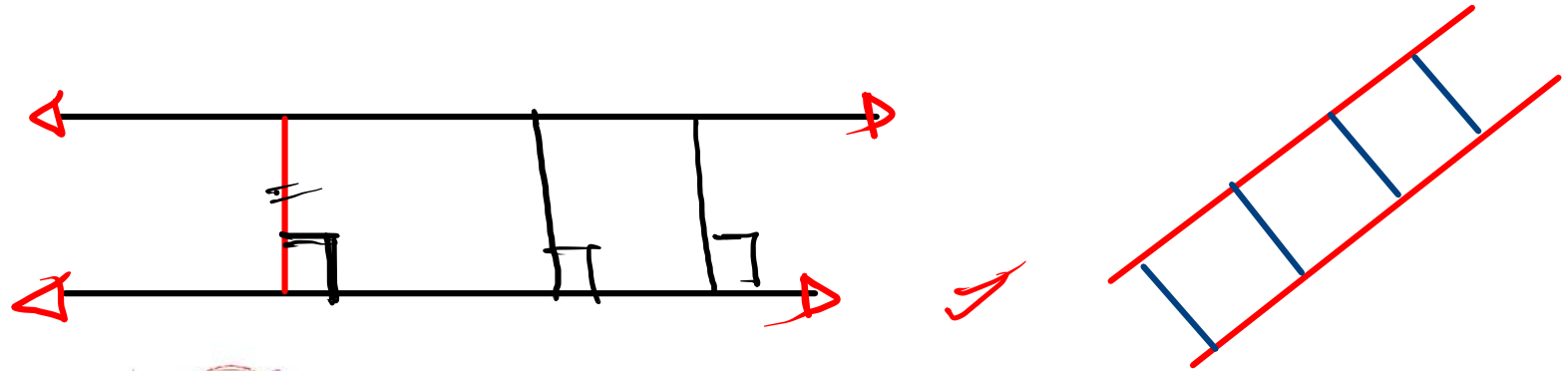


□ রেখাংশ

□ রশ্মি



❖ সমান্তরাল রেখা (Parallel Line):



রেখা

৩ দুটি সমান্তরাল রেখা কয়টি বিন্দুতে ছেদ করে?



[৩৬তম বিসিএস]

ভুল
নাই

(a) ৪

(b) ২

(c) ৮

(d) ১৬

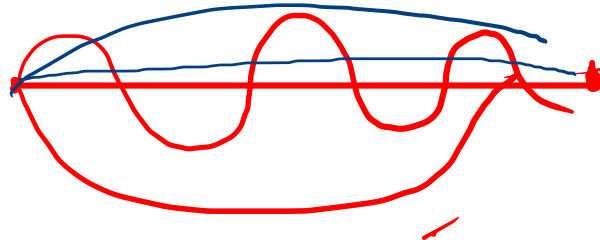
৪ দুটি বিন্দু দিয়ে কয়টি সরলরেখা আঁকা যাবে?

(a) ২টি

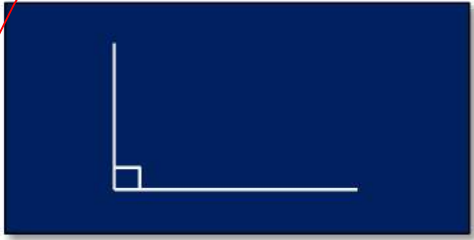
~~(b) ১টি~~

(c) ৩টি

(d) অসংখ্য

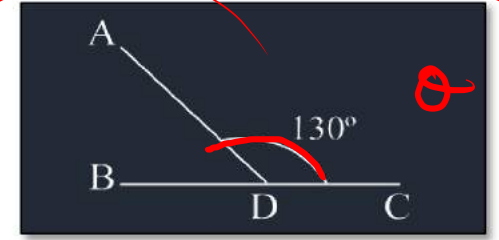
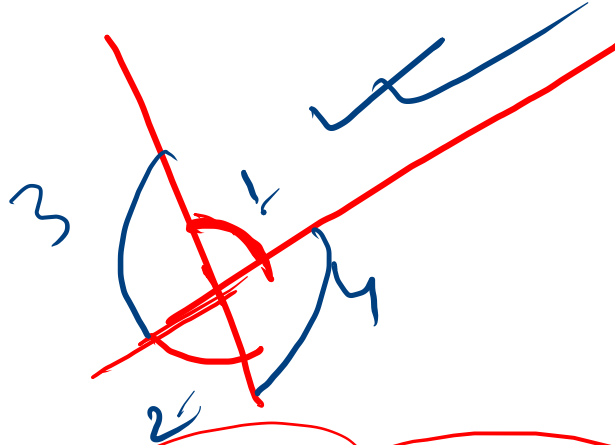


কোণ



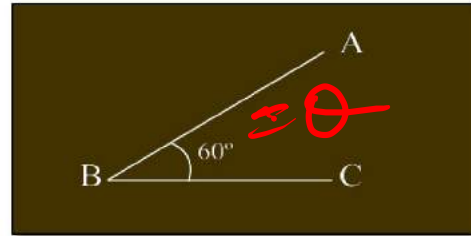
সমকোণ

$$\theta = 90$$



স্থূলকোণ

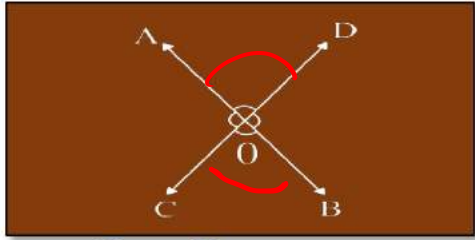
$$90^\circ < \theta < 180^\circ$$



সূক্ষ্মকোণ

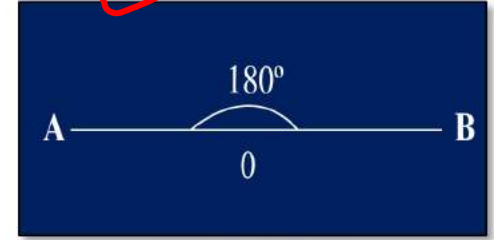
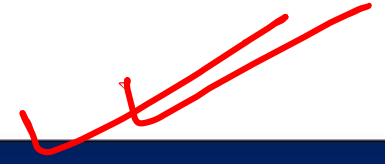
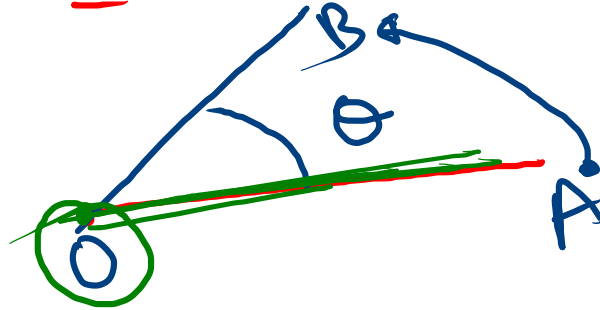
$$0^\circ < \theta < 90^\circ$$

কোণ



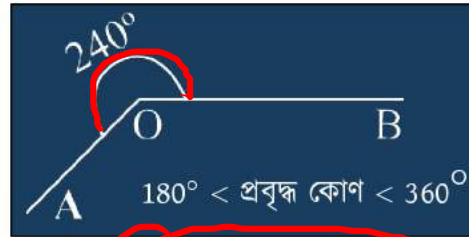
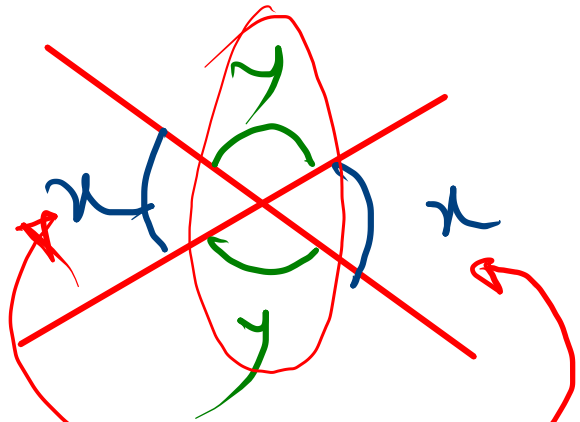
বিপ্রতীপ কোণ

$$0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$$

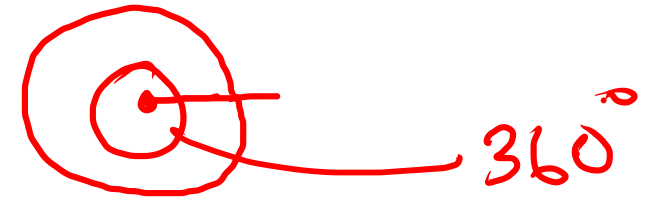


সরলকোণ

$$\theta = 180^\circ$$



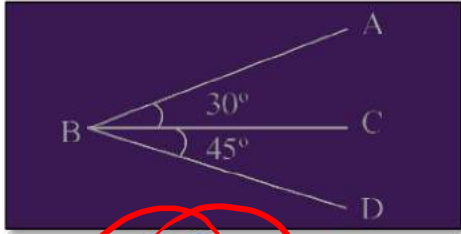
প্রবৃদ্ধ কোণ



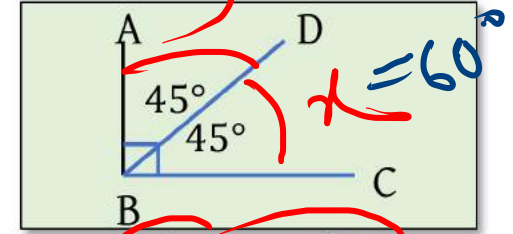
~~★ দ্বিতীয় কোণ সংজ্ঞা~~

$$180^\circ < \theta < 360^\circ$$

কোণ



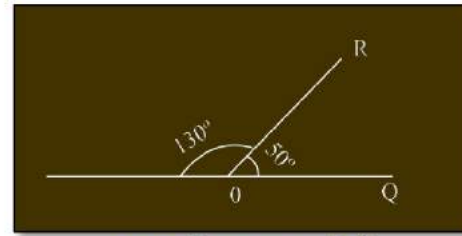
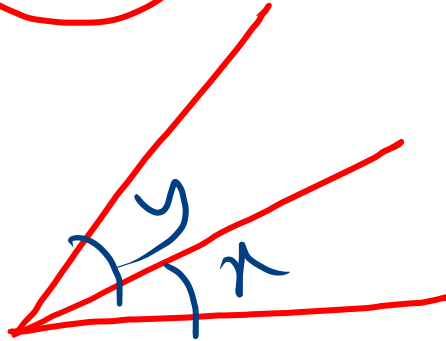
সন্নিহিতকোণ



পূরক কোণ

$x + y = 90^\circ$

x এর দুগুণ কোণ y
 y " " " x



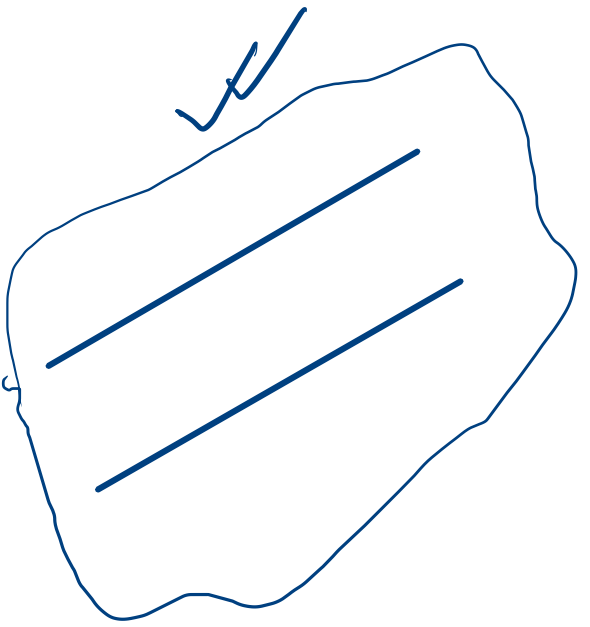
সম্পূরককোণ

$x + y = 180^\circ$

y এর সম্পূরক কোণ $180^\circ - y$
 x " " " $180^\circ - x$

ସମକୋଣ କୋଣ:

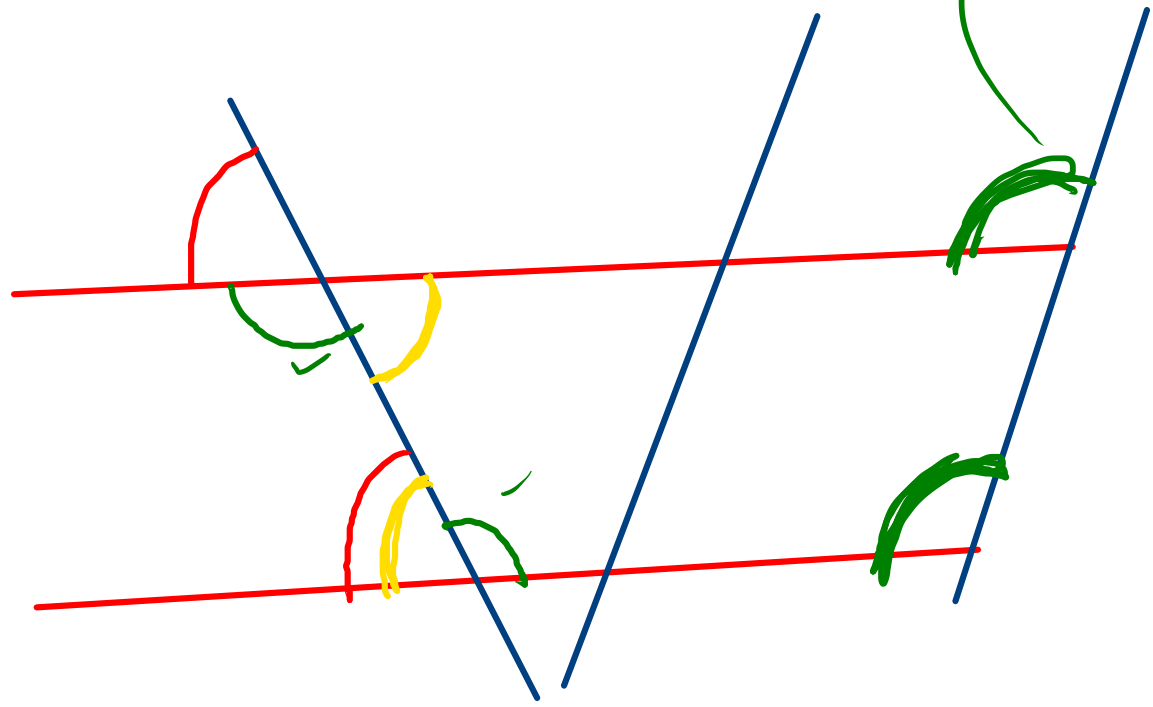
ସମକୋଣ
ଅସମକୋଣ



ସମକୋଣ କୋଣ

ଅସମକୋଣ କୋଣ

ଅସମକୋଣ



কোণ

□ একটি কোণের মান তার সম্পূর্ণ কোণের মানের অর্ধেকের সমান। কোণটির মান কত?

[৪৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 30°

~~(খ) 60°~~

(গ) 90°

(ঘ) 120°

$x = \frac{180^\circ - x}{2}$

$2x = 180^\circ - x$

$x = 60^\circ$

কোণ

□ একটি কোণের মান তার পূরক কোণের মানের অর্ধেকের সমান। কোণটির মান কত?

[৩৮তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ঘ) 25°

~~(ক) 60°~~

~~(খ) 45°~~

~~(গ) 30°~~

x

$$\frac{90^\circ - x}{2}$$

$$2x = 90^\circ - x$$

$$x = 30^\circ$$

কোণ

□ ABC ত্রিভুজে B কোণের পরিমাণ 88° এবং $AB = AC$ । যদি E এবং F, AB এবং AC- কে এমনভাবে ছেদ করে যেন $EF \parallel BC$ হয়, তাহলে $\angle A + \angle AFE = ?$

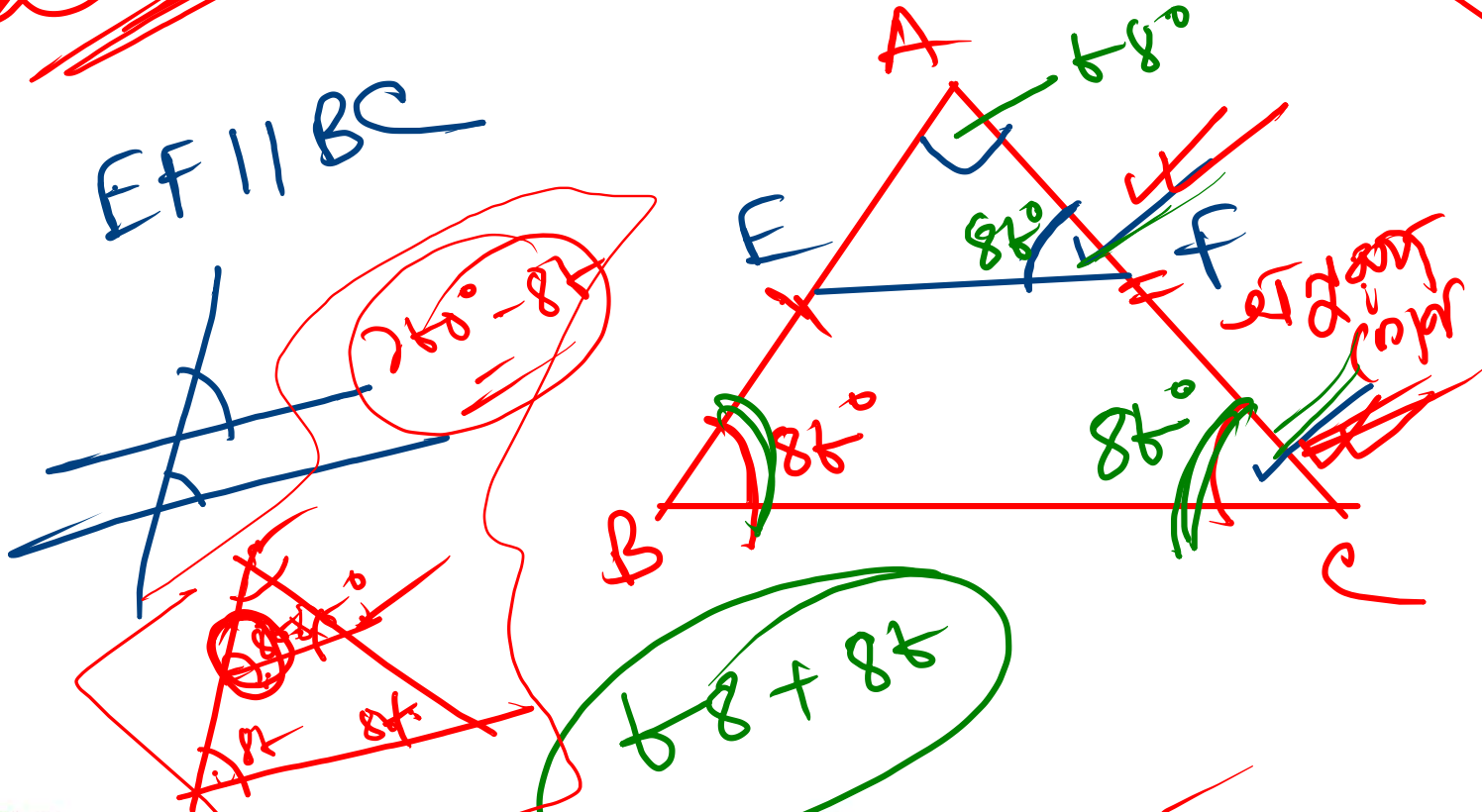
[৪৪তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) ~~102°~~

(খ) 180°

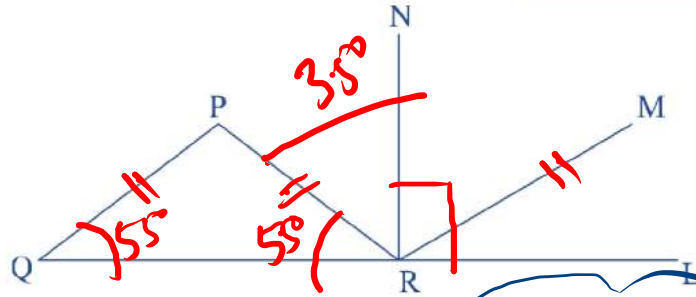
(গ) 108°

(ঘ) 160°



$$\begin{aligned}
 & AB = AC \\
 & \angle AFE = 88^\circ \\
 & \angle A + \angle B + \angle C = 260^\circ \\
 & \angle A + 88^\circ + 88^\circ = 260^\circ \\
 & \therefore \angle A = 260 - 2 \times 88 \\
 & \quad = 88
 \end{aligned}$$

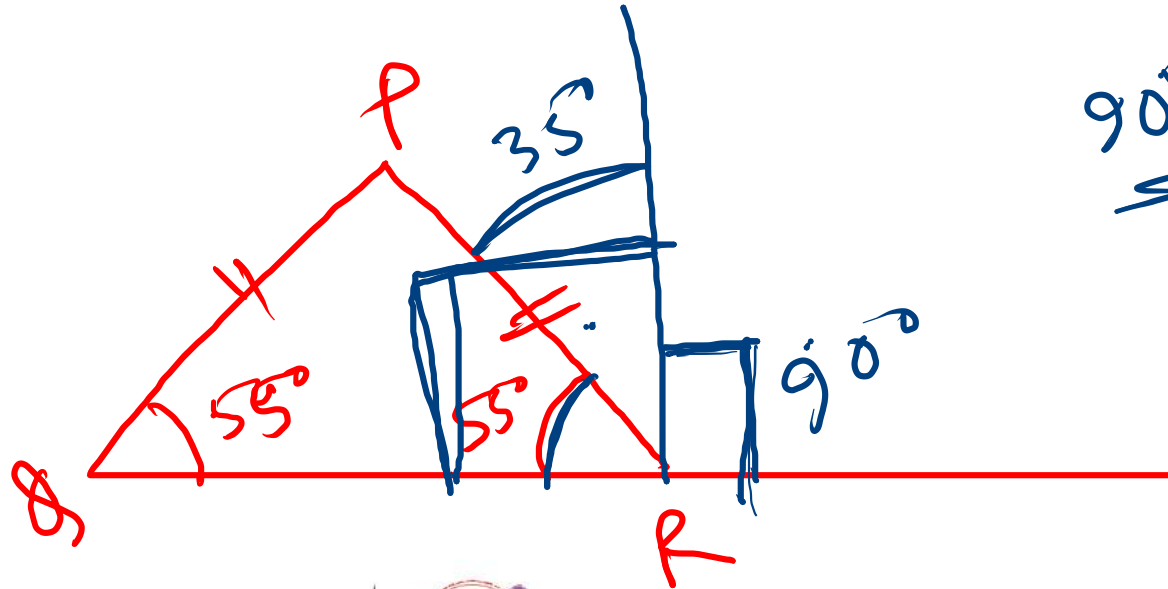
কোণ



চিত্রে, $\angle PQR = 55^\circ$, $\angle LRN = 90^\circ$ এবং $PQ \parallel MR$, $PQ = PR$ হলে, $\angle NRP$ এর মান নিচের কোনটি?
 [৪০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 90° (খ) 55° (গ) 45° (ঘ) 35°

$$90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$$



কোণ

□ একটি ত্রিভুজের একটি কোণের মান 90° অন্য কোণ দুটির অনুপাত $2 : 3$ হলে ছোট কোণটির পূরক কোণ-

(ক) 36°

(খ) 144°

~~(গ) 54°~~

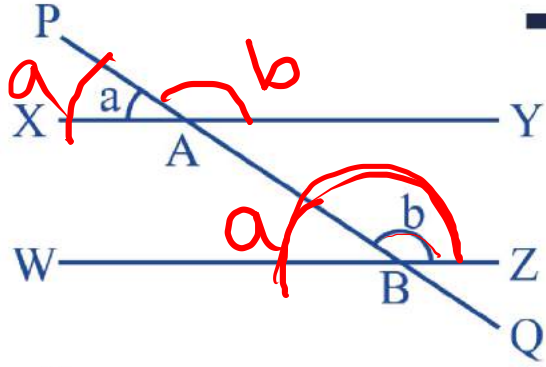
(ঘ) 126°

$$2x + 3x = 90^\circ$$

$$x = 18^\circ$$

$$\text{(ছোট কোণ)} = 2 \times 18^\circ = 36^\circ$$
$$\text{পূরক কোণ} = 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$$

POLL QUESTION-01



❖ চিত্রে XY এবং WZ দুটো সমান্তরাল সরলরেখা, PQ তাদের ছেদক। সেক্ষেত্রে $\angle a + \angle b$ এর মান নিচের কোনটি?

(a) 90°

(b) 120°

~~(c) 180°~~

(d) 360°

$$a + b = 180^\circ$$

কোণ পরিমাপের এককসমূহ

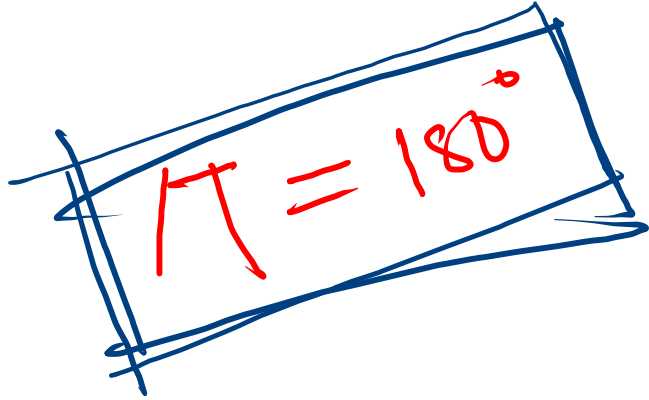
□ $\frac{\pi}{10}$ রেডিয়ানকে ষাটমূলক পদ্ধতিতে কত ডিগ্রি?

(ক) 24°

(খ) 28°

~~(গ) 18°~~

(ঘ) 26°



$$\frac{\pi}{6} = 30^\circ$$

$$\frac{\pi}{3} = 60^\circ$$

ষাটমূলক পদ্ধতি	ত্রিংশত দশকতি
$1^\circ = 60'$ $1' = 60''$	রেডিয়ান কোণ

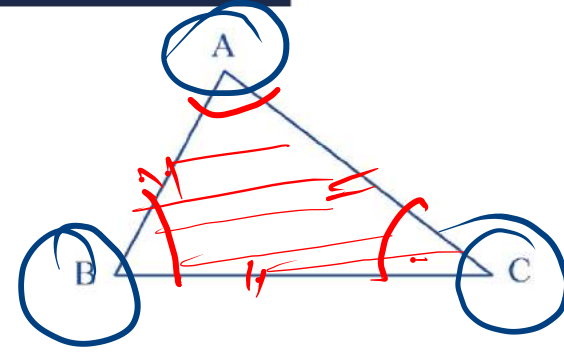
* 20° কে রেডিয়ানে প্রকাশ করুন?

$$20^\circ = \frac{180^\circ}{9} = \frac{\pi}{9}$$

ত্রিভুজ

□ সংজ্ঞা: তিনটি রেখাংশ দ্বারা আবদ্ধক্ষেত্রকে ত্রিভুজ বলে।

এখানে, AB, BC, CA রেখাংশত্রয় দ্বারা আবদ্ধক্ষেত্র ABC একটি ত্রিভুজ।

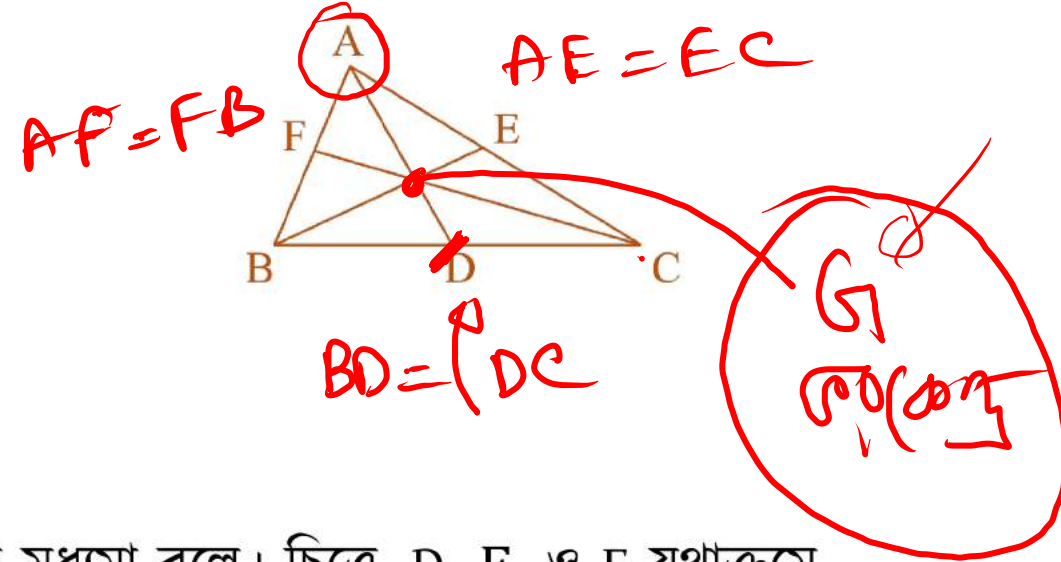


□ ত্রিভুজের বিভিন্ন উপাদান:

- ত্রিভুজের বাহুর সংখ্যা = ৩টি (AB, BC এবং AC)
- ত্রিভুজের কোণের সংখ্যা = ৩টি ($\angle ABC$, $\angle ACB$ ও $\angle BAC$)
- ত্রিভুজের শীর্ষের সংখ্যা = ৩টি (A, B ও C)
- ত্রিভুজের মধ্যমার সংখ্যা = ৩টি

(কোন বাহুর মধ্যবিন্দু ও বিপরীত শীর্ষের সংযোজক সরল রেখাংশকে মধ্যমা বলে। চিত্রে, D, E, ও F যথাক্রমে BC, AC ও AB বাহুর মধ্যবিন্দু।

\therefore AD, BE ও CF তিনটি ΔABC এর মধ্যমা।



ত্রিভুজ

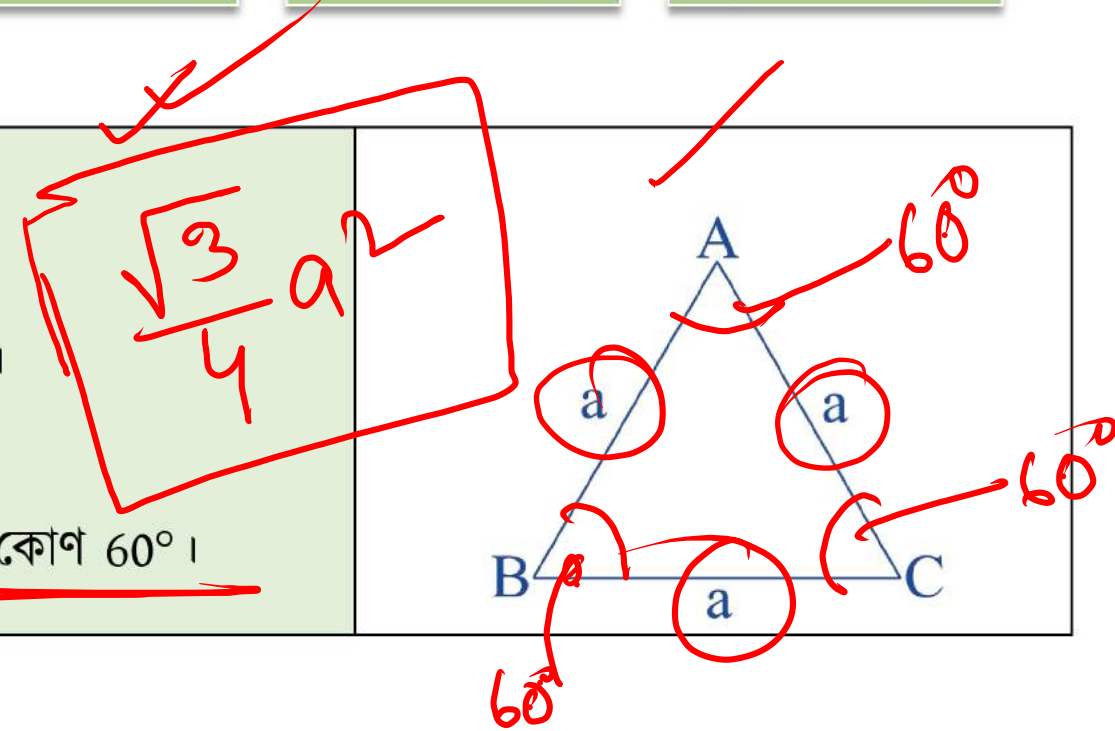


❖ সমবাহু ত্রিভুজ:

যে ত্রিভুজের তিনটি বাহু সমান তা সমবাহু ত্রিভুজ।
পাশের চিত্রে ABC ত্রিভুজের $AB = BC = AC$ ।
অর্থাৎ বাহু তিনটির দৈর্ঘ্য সমান। ABC ত্রিভুজটি একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ বর্গ একক।

এখানে, a = ত্রিভুজের সমান বাহুর দৈর্ঘ্য। সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণ 60° ।

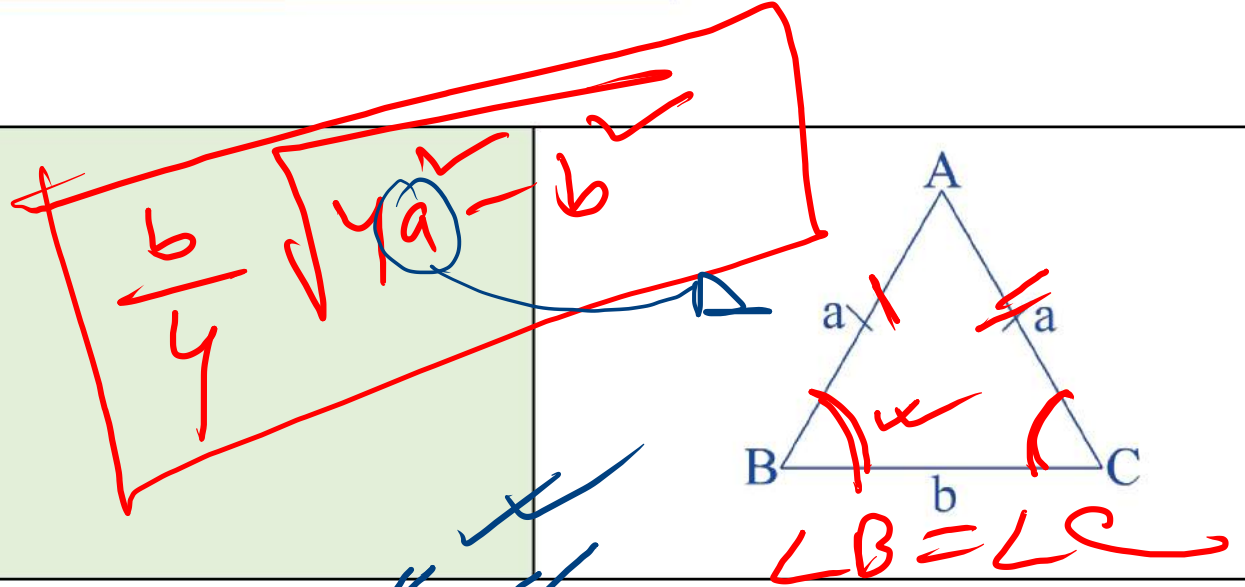


ত্রিভুজ

❖ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ

যে ত্রিভুজের দুইটি বাহু সমান তা সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।
পাশের চিত্রে ABC ত্রিভুজের $AB = AC \neq BC$ ।
অর্থাৎ দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান, যাদের কোনোটিই
তৃতীয় বাহুর সমান নয়। ABC ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু।
ভূমির দৈর্ঘ্য, $BC = b$ সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য, $AB = AC = a$

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2}$ বর্গ একক।

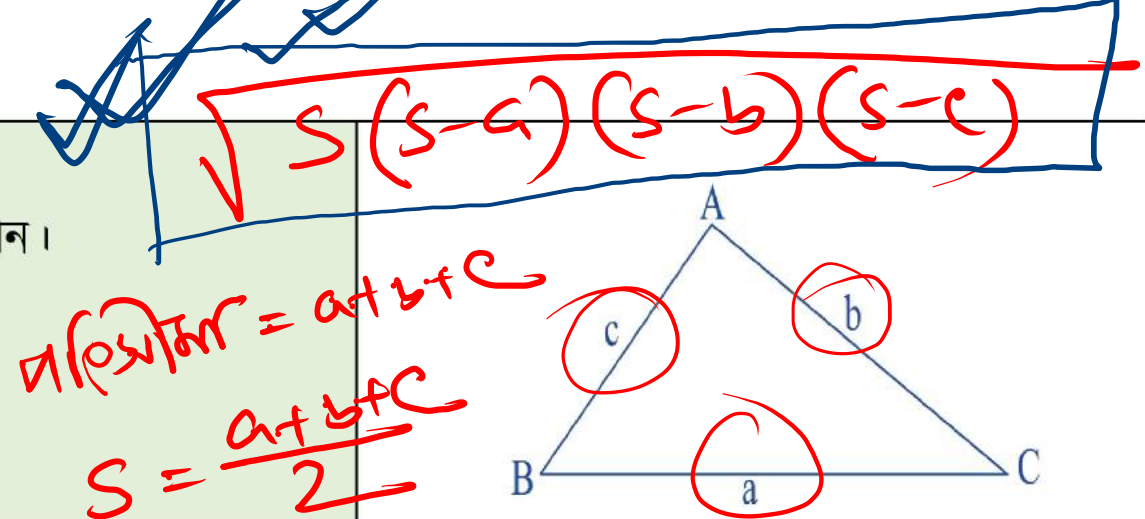


❖ বিষমবাহু ত্রিভুজ

যে ত্রিভুজের তিনটি বাহুই পরস্পর অসমান, তা বিষমবাহু ত্রিভুজ।
পাশের চিত্রে ABC ত্রিভুজের AB, BC, CA বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য পরস্পর অসমান।
ABC ত্রিভুজটি বিষমবাহু।

পরিসীমা, $2s = a + b + c$ বা, $s = \frac{a+b+c}{2}$

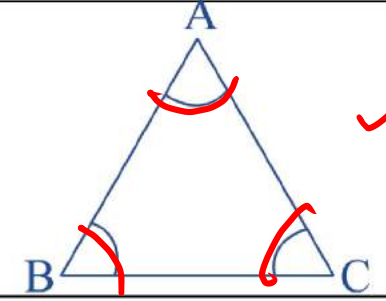
\therefore ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ বর্গ একক।



ত্রিভুজ

❖ সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ

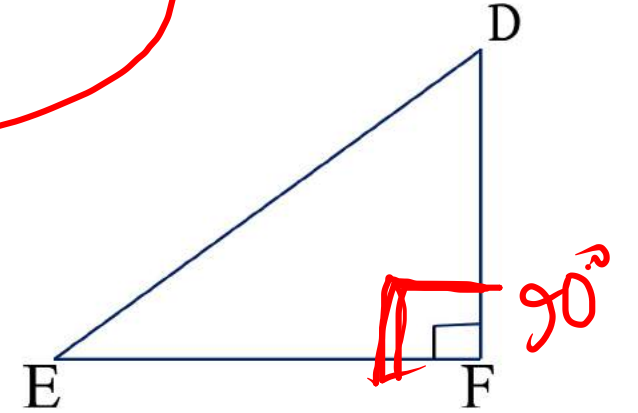
যে ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণ সূক্ষ্মকোণ, তা সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ। ABC ত্রিভুজ $\angle BAC$, $\angle ABC$, $\angle BCA$ কোণ তিনটির প্রত্যেকে সূক্ষ্মকোণ। অর্থাৎ প্রত্যেকটি কোণের পরিমাণ 90° অপেক্ষা কম। $\triangle ABC$ একটি সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ।



❖ সমকোণী ত্রিভুজ

যে ত্রিভুজের একটি কোণ সমকোণ, তা সমকোণী ত্রিভুজ। DEF ত্রিভুজে $\angle DFE$ সমকোণ, অপর কোণ দুইটি $\angle DEF$, $\angle EDF$ প্রত্যেকে সূক্ষ্মকোণ। $\triangle DEF$ একটি সমকোণী ত্রিভুজ। সমকোণ বিপরীত বাহু অতিভুজ। সমকোণের সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের একটি ভূমিও ও অপরটি লম্ব। পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে, (অতিভুজ)^২ = (ভূমি)^২ + (লম্ব)^২ বা, $DE^2 = EF^2 + DF^2$

$$90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

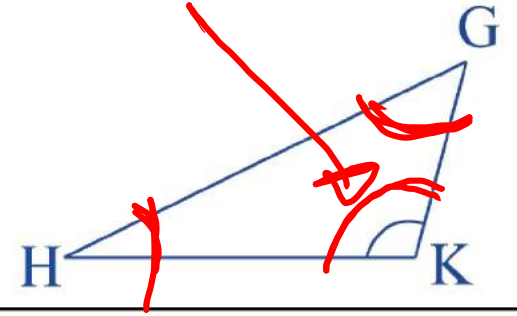


ত্রিভুজ

❖ স্থূলকোণী ত্রিভুজ

যে ত্রিভুজের একটি কোণ স্থূলকোণ, তা স্থূলকোণী ত্রিভুজ।
GHK ত্রিভুজে $\angle GKH$ একটি স্থূলকোণ,
অপর কোণ দুইটি $\angle GHK$ ও $\angle HGK$ প্রত্যেকে সূক্ষ্মকোণ।
 ΔGHK একটি স্থূলকোণী ত্রিভুজ।

90°



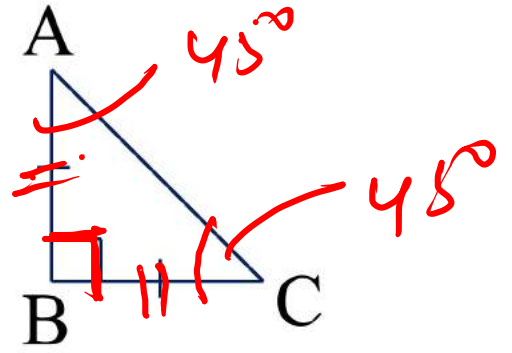
1 cm, 2 cm

3 cm

$1 + 2 = 3$

❖ সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ

কোন সমকোণী ত্রিভুজের দুইটি বাহু সমান হলে তাকে সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ বলে।
মনে করি, ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ, যার-
 $\angle B = 90^\circ$ এবং $AB = BC$
 $\therefore \angle A = \angle C = 45^\circ$
অর্থাৎ সমকোণ ব্যতীত সূক্ষ্মকোণ দুটির প্রত্যেকে 45° ।



ত্রিভুজ

□ $\triangle ABC$ এর $\angle A = 40^\circ$ এবং $\angle B = 80^\circ$ । $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডক AB বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করলে $\angle CDA = ?$

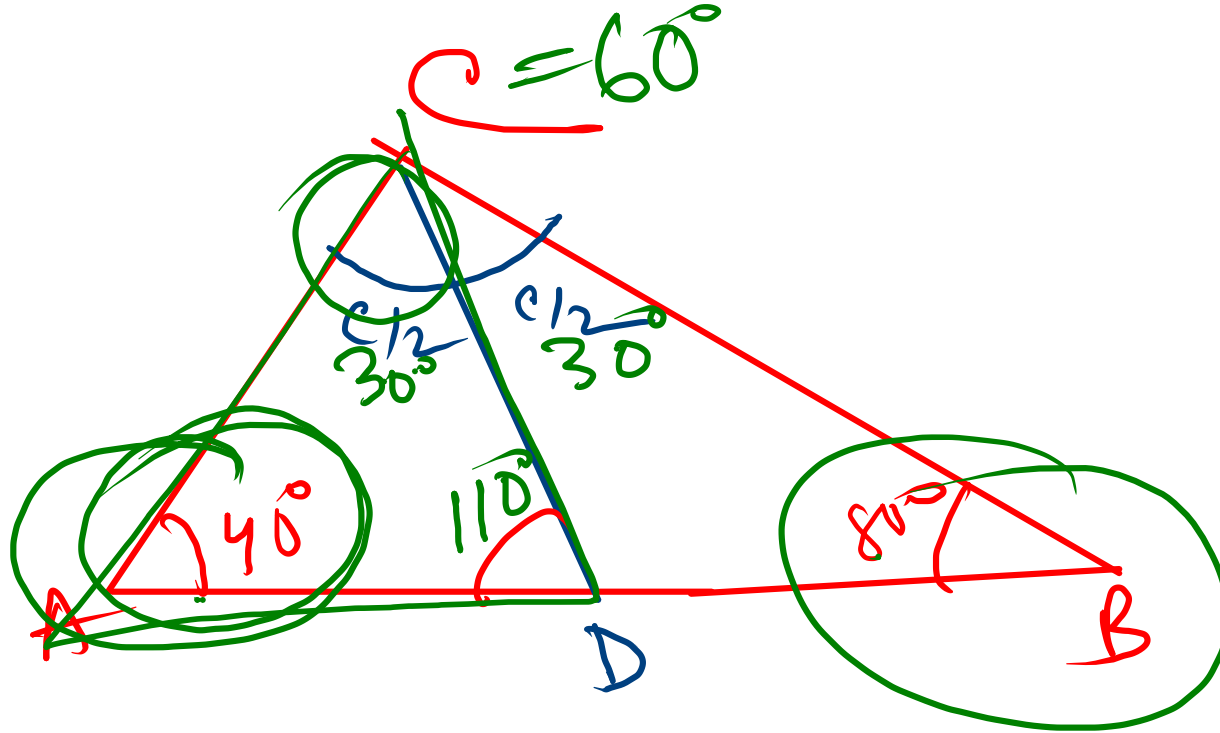
[৪১তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

~~(ক) 110°~~

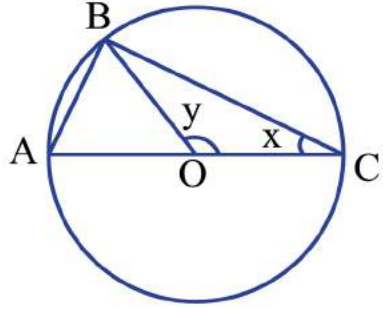
(খ) 100°

(গ) 90°

(ঘ) 80°



ত্রিভুজ



চিত্রানুসারে O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে ΔABC অন্তর্লিখিত। $\angle y = 112^\circ$ হলে $\angle x =$ কত?

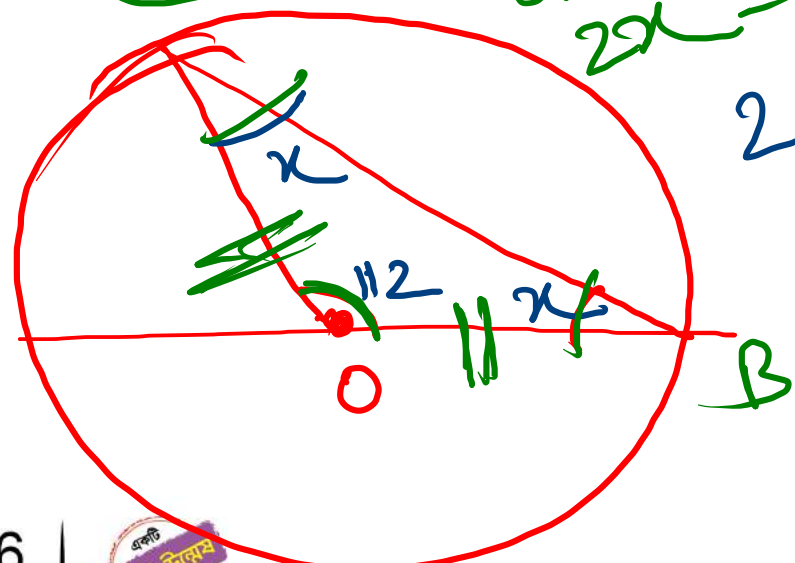
[৩৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 68°

~~(খ) 34°~~

(গ) 45°

(ঘ) 39°



$$\begin{aligned} \angle AOB &= 2x \\ 2x &= 180^\circ - 112^\circ \\ 2x &= 68^\circ \\ x &= 34^\circ \end{aligned}$$

ত্রিভুজ

□ দুটি ত্রিভুজ পরস্পর সর্বসম হওয়ার জন্য নিচের কোন শর্তটি যথেষ্ট নয়?

[৩০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

~~(ক) একটির তিন বাহু অপরটির তিন বাহুর সমান~~

(খ) একটির তিন কোণ অপরটির তিন কোণের সমান ✓

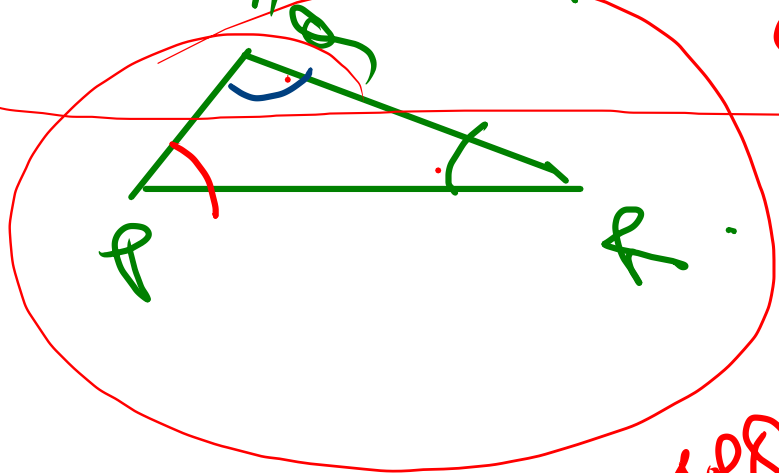
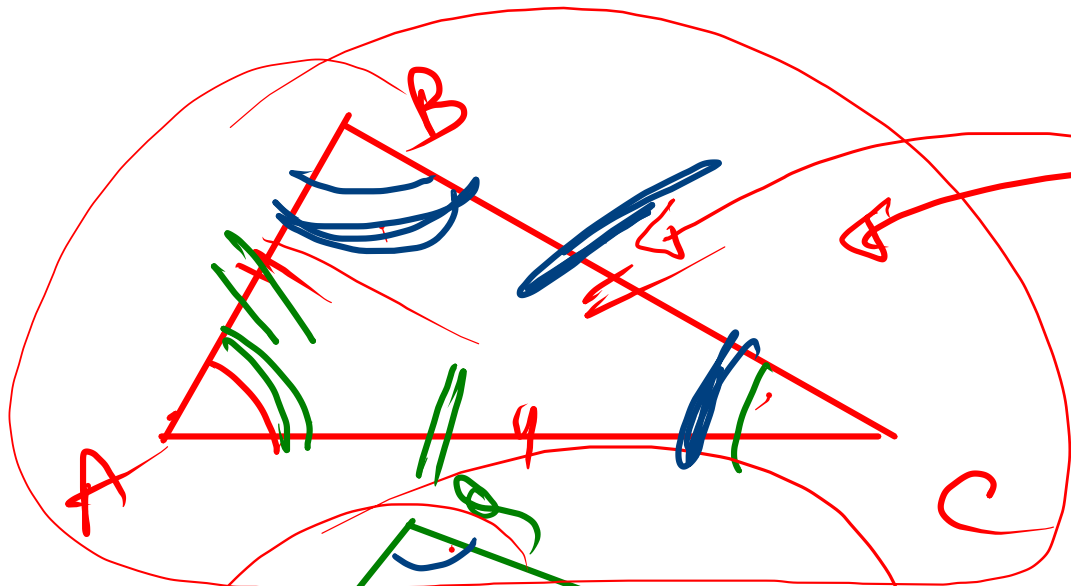
~~(গ) একটির দুই কোণ ও এক বাহু অপরটির দুই কোণ ও অনুরূপ বাহুর সমান~~

~~(ঘ) একটির দুই বাহু ও অন্তর্ভুক্ত কোণ অপরটির দুই বাহু ও অন্তর্ভুক্ত কোণের সমান~~

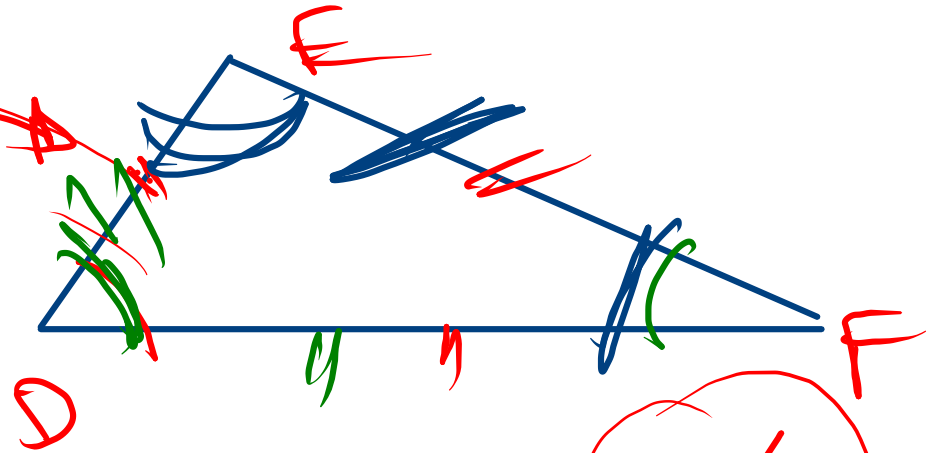
১) AB, BC, CA
 DE, EF, DF

২)

৩)



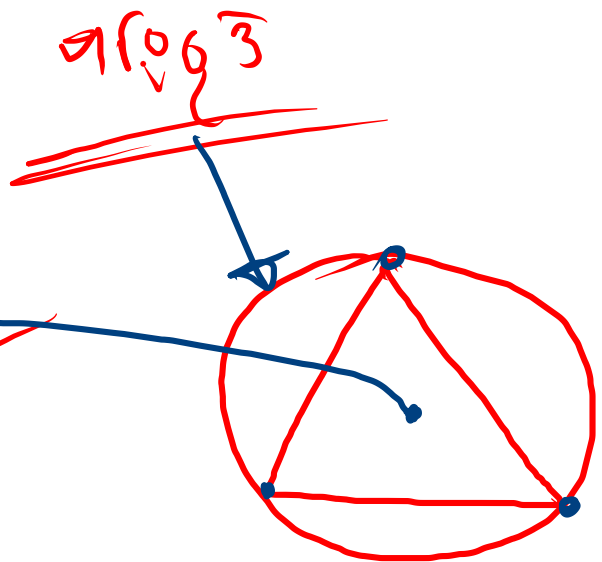
$\triangle ABC$ या $\triangle PQR$
 समानता



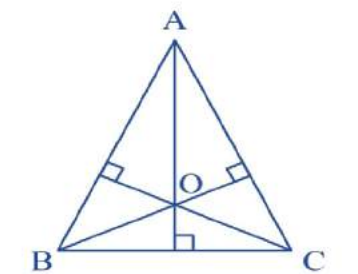
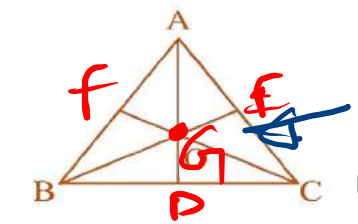
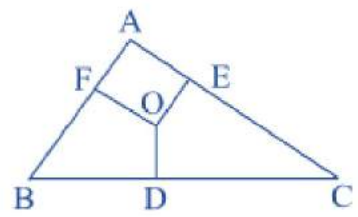
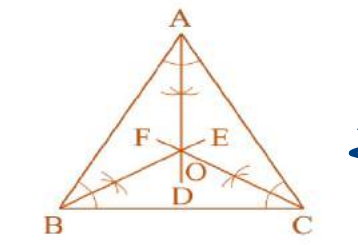
$\triangle ABC \cong \triangle DEF$

ত্রিভুজের কেন্দ্রসমূহ

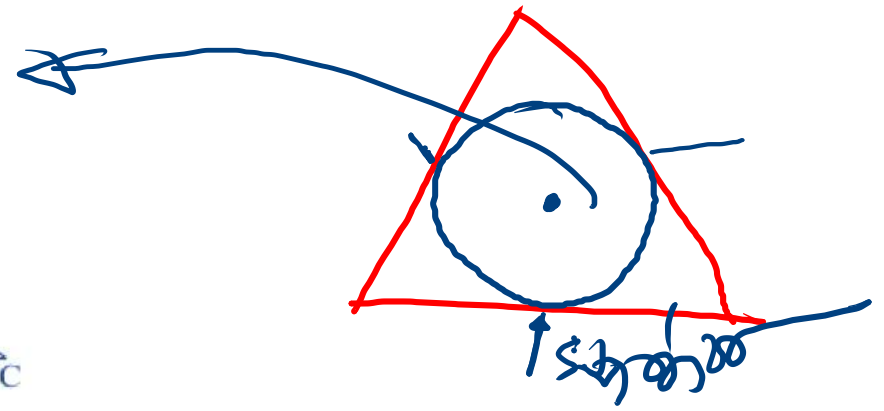
✓
□ অন্তঃকেন্দ্র



✓
□ পরিকেন্দ্র



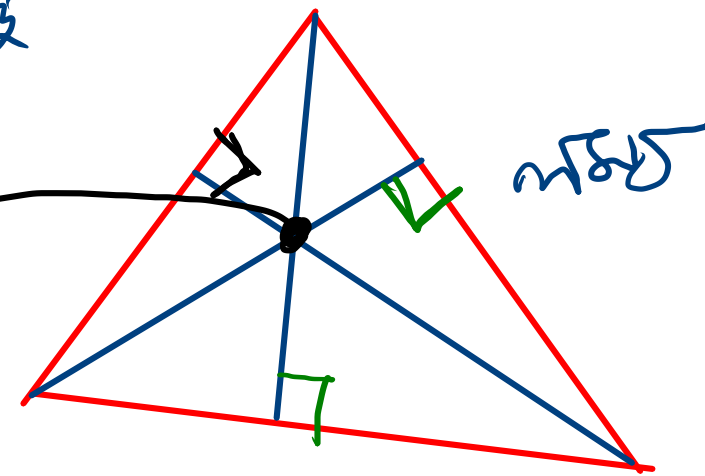
অন্তঃকেন্দ্র



✓
□ ভরকেন্দ্র

অন্তঃকেন্দ্র
গুরুত্ব

✓
□ লম্ববিন্দু



ত্রিভুজ

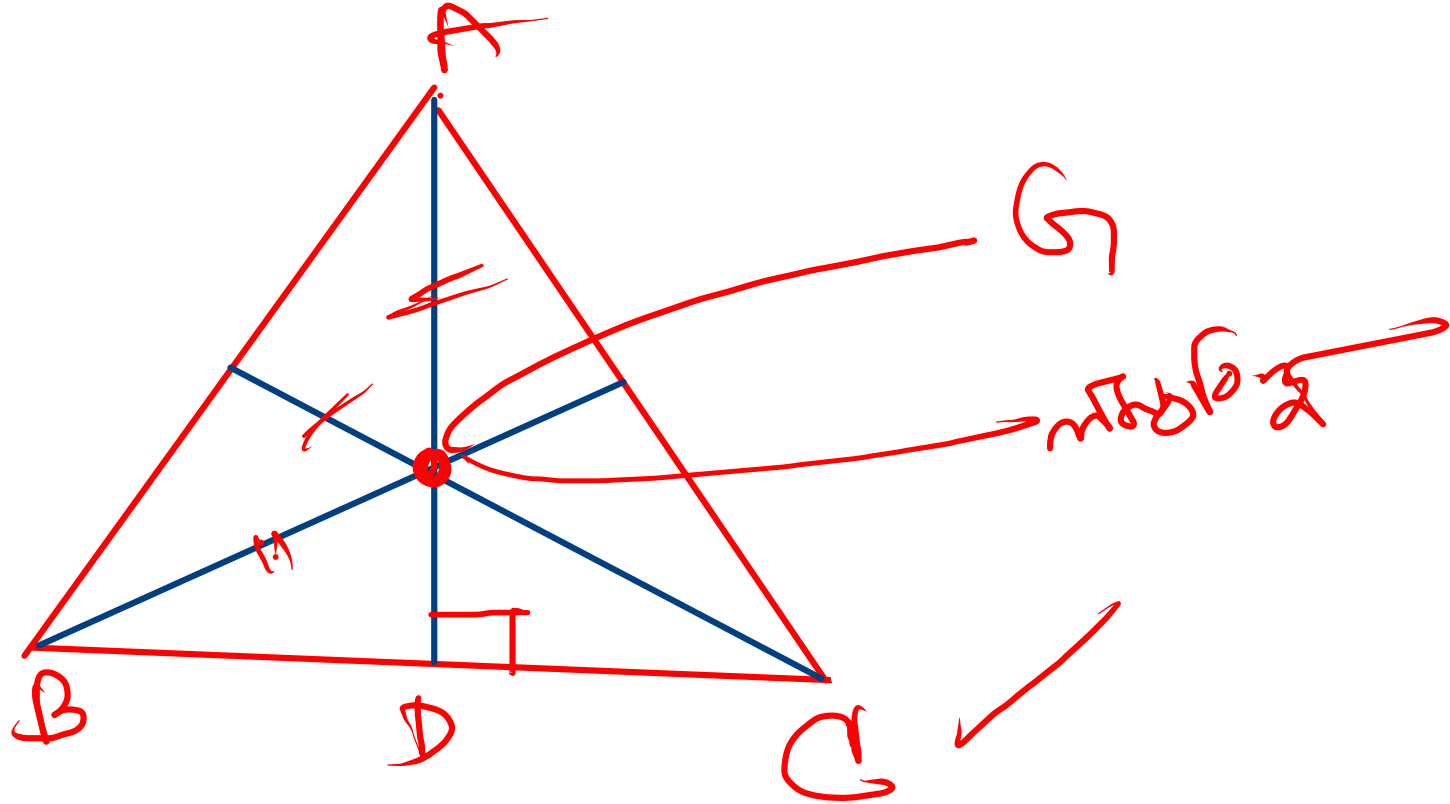
□ একটি ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয় পরস্পর সমান হলে ত্রিভুজটি-

(ক) বিষমবাহু

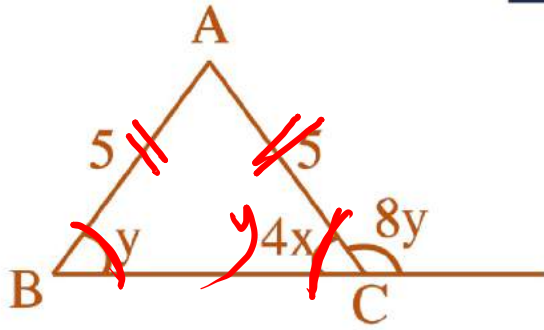
(খ) সমদ্বিবাহু

(গ) সমকোণী

~~(ঘ) সমবাহু~~



POLL QUESTION-02



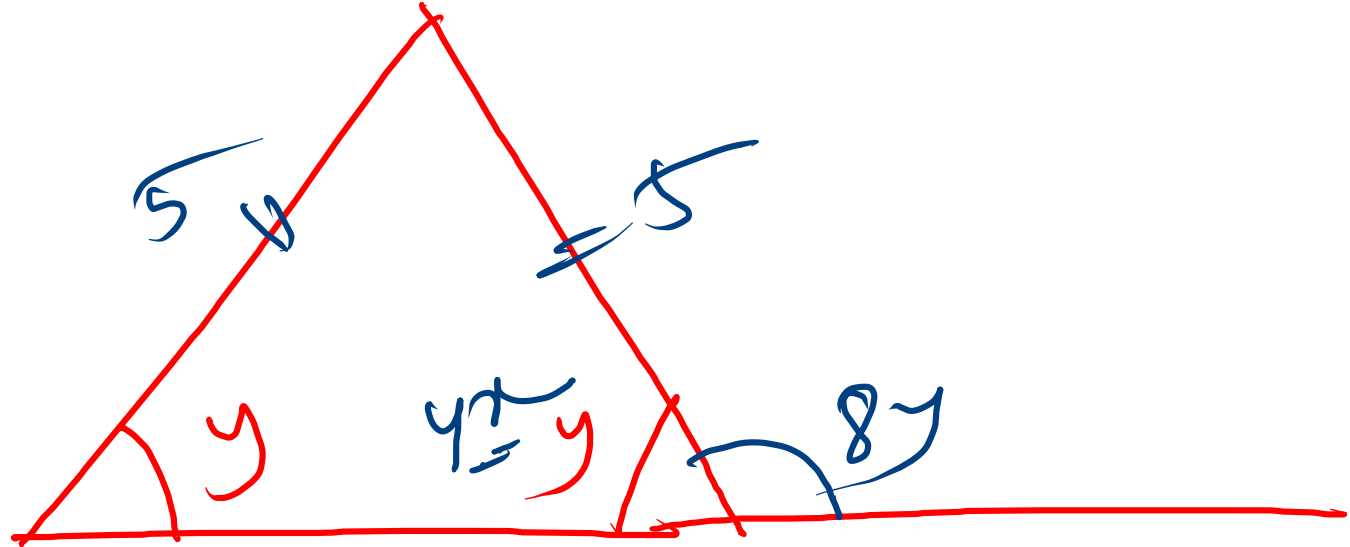
❖ চিত্রে x এর মান কত?

(a) 36°

~~(b) 5°~~

(c) 20°

(d) 10°



$$y + 8y = 180^\circ$$
$$9y = 180^\circ$$
$$y = 20^\circ$$

$$4x = 20$$
$$x = 5^\circ$$

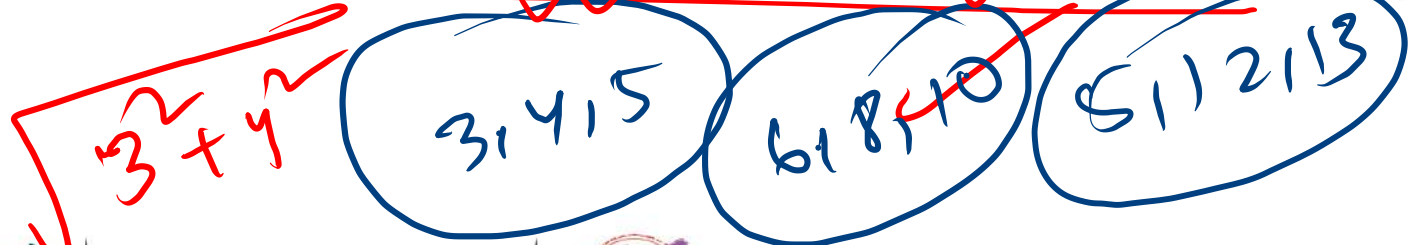
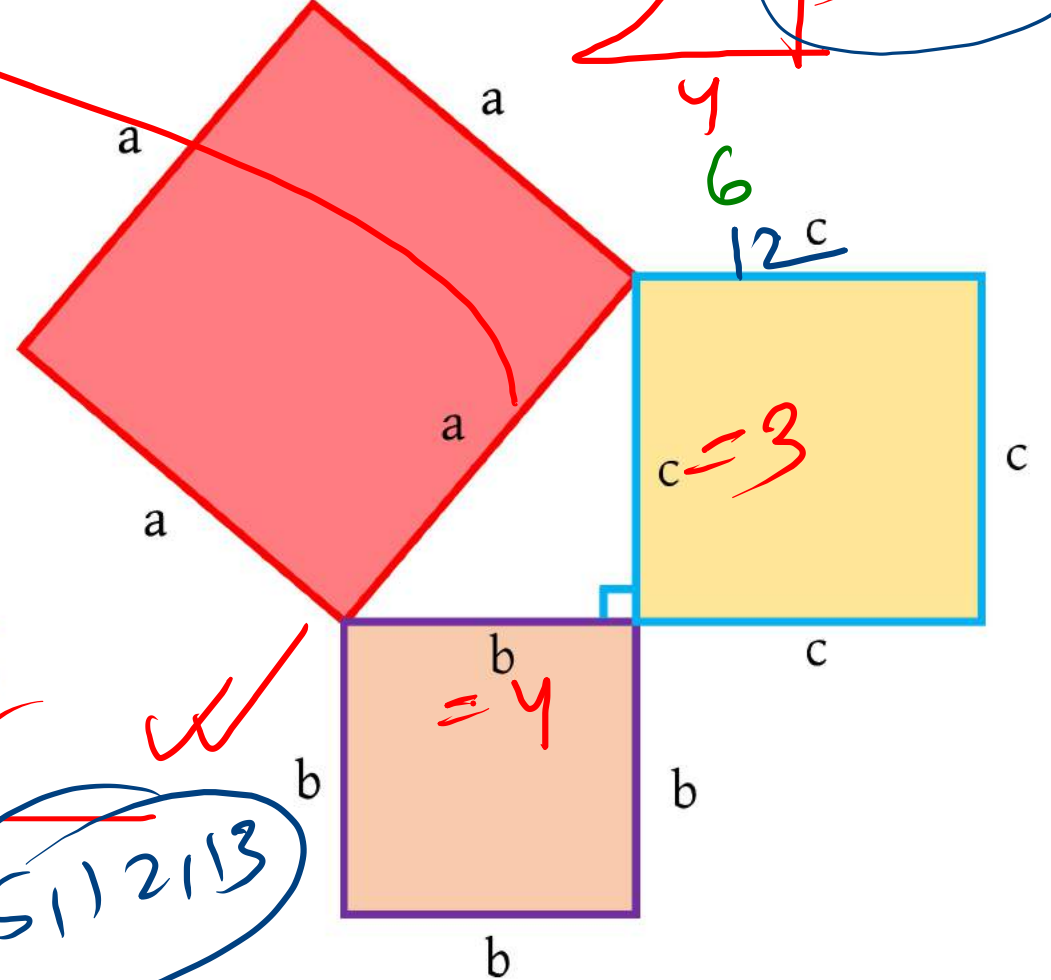
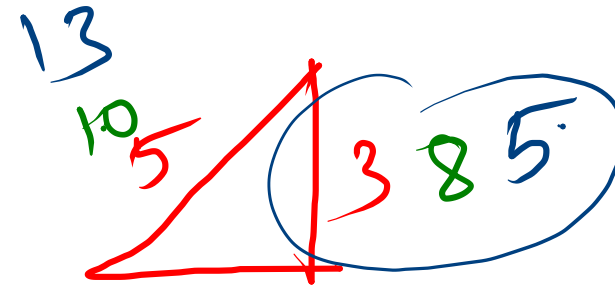
পিথাগোরাসের উপপাদ্য

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$\text{অতিভুজ}^2 = \text{ভূমি}^2 + \text{লম্ব}^2 \therefore \text{অতিভুজ} = \sqrt{(\text{ভূমি})^2 + (\text{লম্ব})^2}$$

$$\text{ভূমি} = \sqrt{(\text{অতিভুজ})^2 - (\text{লম্ব})^2}$$

$$\text{লম্ব} = \sqrt{(\text{অতিভুজ})^2 - (\text{ভূমি})^2}$$



পিথাগোরাসের উপপাদ্য

- একটি নৌকা পানির লেভেলে বাঁধা দড়ি দ্বারা একটি ডকের দিকে টানা হয়। নৌকাটি যখন ডক থেকে ১২ ফুট দূরে থাকে, তখন নৌকা থেকে ডক পর্যন্ত দড়ির দৈর্ঘ্য পানির উপর ডকের উচ্চতার দ্বিগুণের চেয়ে ৩ ফুট বেশি হয়। তাহলে ডকের উচ্চতা কত?

(ক) ৯ ফুট

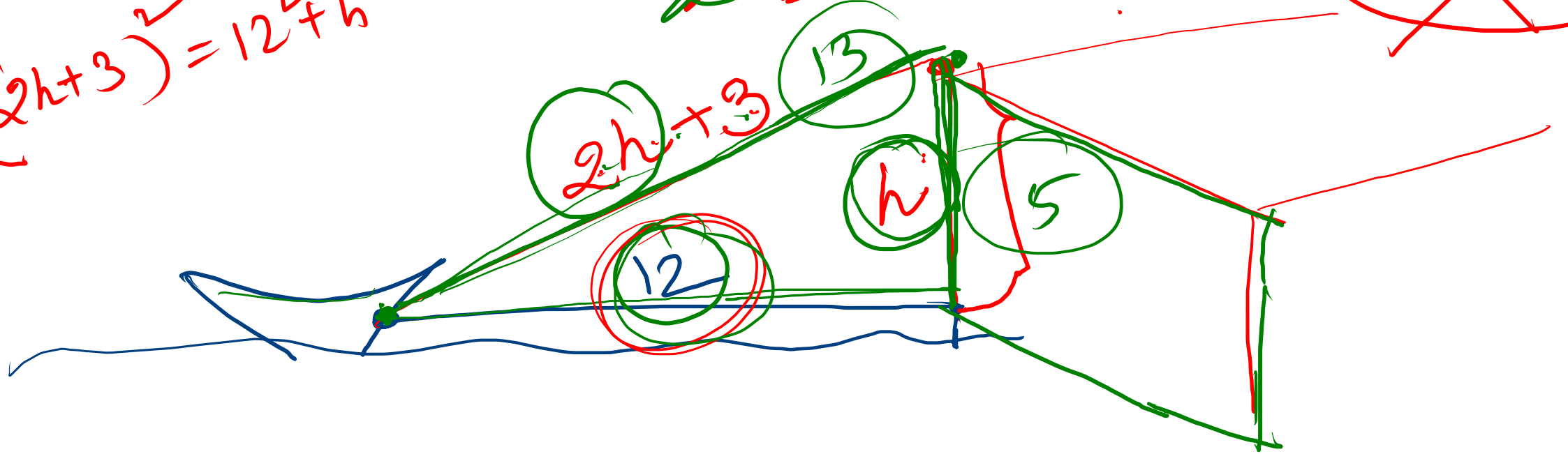
(খ) ৮ ফুট

~~(গ) ৫ ফুট~~

(ঘ) ৪ ফুট

~~৭, ১১, ১২~~

$$(2h+3)^2 = 12^2 + h^2$$

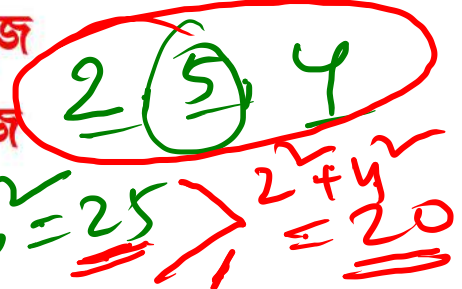


পিথাগোরাসের উপপাদ্য

ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য থেকে ত্রিভুজের ধরণ নির্ণয়-

- $(\text{বৃহত্তম বাহু})^2 = (\text{১ম ক্ষুদ্রতম বাহু})^2 + (\text{২য় বৃহত্তম বাহু})^2 \Rightarrow$ সমকোণী ত্রিভুজ
- $(\text{বৃহত্তম বাহু})^2 < (\text{১ম ক্ষুদ্রতম বাহু})^2 + (\text{২য় বৃহত্তম বাহু})^2 \Rightarrow$ সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ
- $(\text{বৃহত্তম বাহু})^2 > (\text{১ম ক্ষুদ্রতম বাহু})^2 + (\text{২য় বৃহত্তম বাহু})^2 \Rightarrow$ স্থূলকোণী ত্রিভুজ

পিথাগোরাস

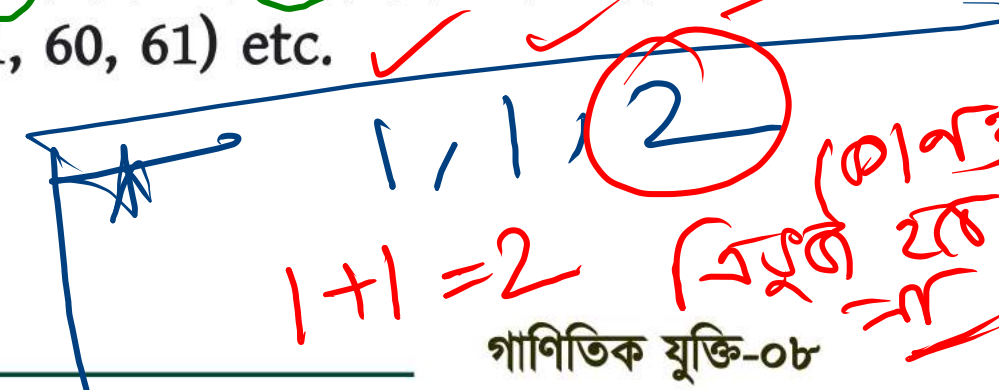


Pythagorean Triples - বাহুর দৈর্ঘ্য নিম্নরূপ হলে তা সমকোণী ত্রিভুজ তৈরি করে (অর্থাৎ $c^2 = a^2 + b^2$)
 এরূপ ত্রয়ীকে Pythagorean Triples বলে।

- (3, 4, 5), (5, 12, 13), (6, 8, 10), (9, 12, 15), (15, 20, 25), (8, 15, 17), (7, 24, 25),
 (20, 21, 29), (12, 35, 37), (9, 40, 41), (28, 45, 53), (11, 60, 61) etc.

$5^2 = 25$

$3^2 + 4^2 = 25$



পিথাগোরাসের উপপাদ্য

□ একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ 15 সে.মি. এবং অপর দুটি বাহুর অন্তর 3 সে.মি হলে অপর বাহু দুটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।

(ক) 13 সে.মি., 16 সে.মি.

(খ) 11 সে.মি., 14 সে.মি.

(গ) 10 সে.মি., 13 সে.মি.

~~(ঘ) 9 সে.মি., 12 সে.মি.~~

এটা এছ x
অপর এছ $x+3$

(অতিভুজ)² = $x^2 + (x+3)^2$

$$15^2 = x^2 + x^2 + 6x + 9$$

$$2x^2 + 6x + 9 - 225 = 0$$

$$2x^2 + 3x - 108 = 0$$

$$x^2 + 12x - 108 = 0$$

$$x^2 + 12x - 9x - 108 = 0$$

$$x^2 + 3x - 9x - 108 = 0$$

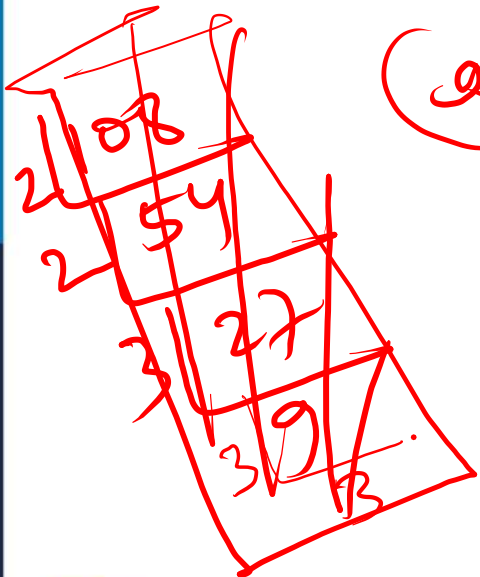
$$x(x+3) - 9(x+12) = 0$$

$$x(x+3) - 9(x+12) = 0$$

$$1 \times 108 = 108$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 108} \\ \underline{4} \\ 20 \\ \underline{40} \\ 208 \\ \underline{216} \\ -8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 27} \\ \underline{9} \\ 18 \\ \underline{18} \\ 0 \end{array}$$



POLL QUESTION-03

❖ $\triangle ABC$ এ $\angle A = 70^\circ$ এবং $\angle B = 20^\circ$ হলে ত্রিভুজটি কোন প্রকৃতির?

~~(a) সমকোণী~~

(b) সমদ্বিবাহু

(c) সূক্ষ্মকোণী

(d) সমবাহু

$$\angle A = 70^\circ$$

$$\angle B = 20^\circ$$

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\angle C = 180^\circ - 70^\circ - 20^\circ$$

$$= 180^\circ - 90^\circ$$

$$= 90^\circ$$

Thanks

BCS কঠিন নয়;
প্রস্তুতি যদি গোছানো হয়

 Facebook Page
<https://www.facebook.com/uttoronacademy>

 Facebook Group (BCS উত্তরণ)
<https://www.facebook.com/groups/www.uttoron.academy>

 YouTube Channel
<https://www.youtube.com/c/Uttoron>

 উত্তরণ
ক্যারিয়ার এন্ড স্কিলস একাডেমি

BCS অনলাইন ও অফলাইনের সমন্বয়ে গোছানো প্রস্তুতি
(<https://www.youtube.com/watch?v=MFKW8FSNnPO>)

উত্তরণ-উন্নয়ন

 09666775566
 www.uttoron.academy