৪৭তম BCS প্রিলি

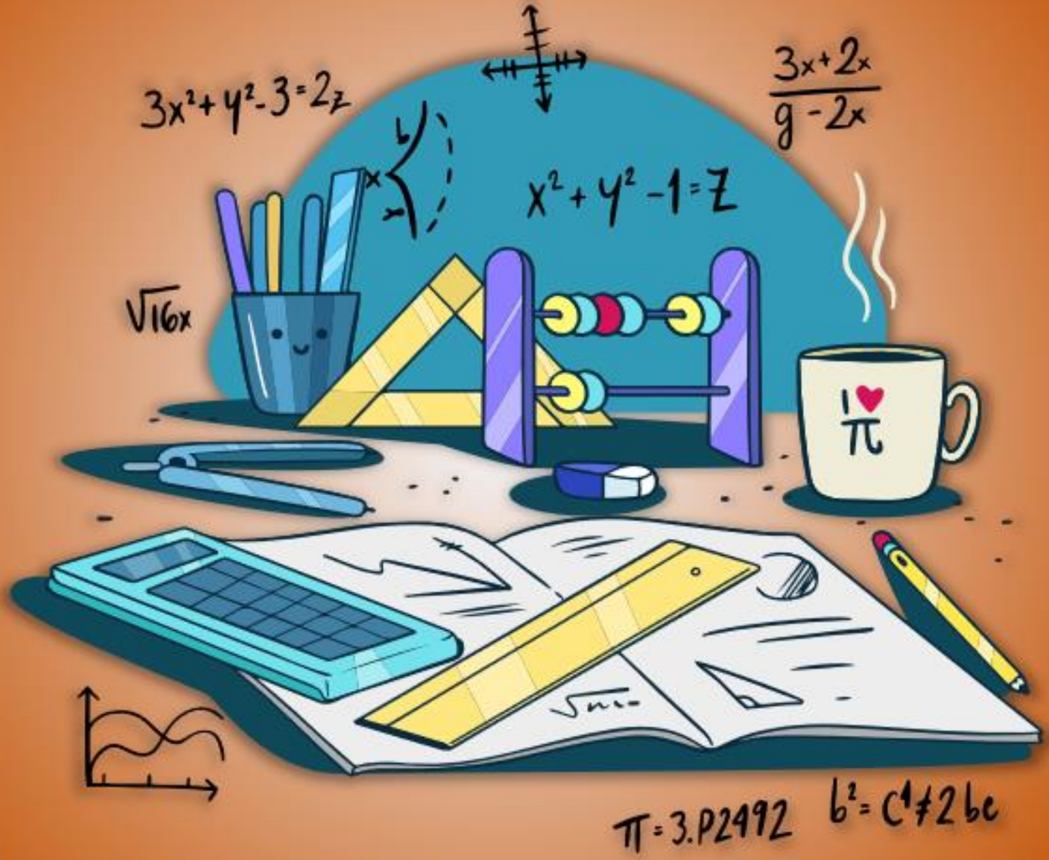
Progressive Batch

গাণিতিক যুক্তি

লেকচার: ০৮

টপিক:

- ✓ বিন্যাস ও সমাবেশ
- ✓ সম্ভাব্যতা



বিন্যাস ও সমাবেশ

বিন্যাস ও সমাবেশ চেনার উপায়	
Permutation বিন্যাস	সমাবেশ Combination
✓ সাধারণত কোনো কিছুকে সাজানো অথবা তার বিন্যস্ত করাই হলো বিন্যাস। ✓ বিন্যাসের ক্ষেত্রে ক্রম ঠিক রাখা আবশ্যক। ✓ সাধারণত সংখ্যার গঠন, শব্দের গঠন, শব্দের অবস্থান বিন্যস্ত করা, শব্দকে সাজানো এই সকল ক্ষেত্রে বিন্যাসের প্রয়োগ হয়।	✓ সাধারণত কোন কিছুর বাছাই করাই হলো সমাবেশ। ✓ সমাবেশের ক্ষেত্রে ক্রম ঠিক রাখার আবশ্যকতা নেই। ✓ দল গঠন, কমিটি গঠন, কোন কিছু নির্বাচন, ত্রিভুজ গঠন, কোন কিছু বাছাই করা, খেলাধুলা সংক্রান্ত ইত্যাদির বিষয়ে সমাবেশের প্রয়োগ হয়।

A B C

৩ জন লোক
২ জন করে
নিয়ে কমিটি
দিবে

A B বা B A

A C বা C A

B C বা C B

সমাবেশ

৩ টি

$$^3C_2 = 3$$

৩ জন লোক
২ জন করে
নিয়ে অবস্থান
সাজানো
যায়?

বিন্যাস

6 ভাবে

A	B
B	A
A	C
C	A
B	C
C	B

$$^3P_2 = 6$$

* n সংখ্যক জিনিস হতে r সংখ্যক জিনিস সাজানো

উপায় $= {}^{n}P_{r} = \dfrac{\lfloor n}{\lfloor n-r} = \dfrac{n!}{(n-r)!}$

factorial

$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

$10! = 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

$n! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \ldots\ldots \times n$

$${}^{5}P_{2} = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = \frac{5 \times 4 \times \cancel{3} \times \cancel{2} \times \cancel{1}}{\cancel{3} \times \cancel{2} \times \cancel{1}}$$

$= 20$

* n সংখ্যক জিনিস হতে n সংখ্যক জিনিস নিয়ে সাজানো

$0! = 1$

$$^nP_n = \frac{|\underline{n}}{|\underline{n-n}} = \frac{n!}{0!}$$

$$^nP_n = n!$$

A B C

$$^3P_3 = 3! = 3\times2\times1$$
$$= 6$$

A	B	C
A	C	B
B	A	C
B	C	A
C	A	B
C	B	A

$7! = \underline{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}$

$= 7 \times 6!$

$4! = 4 \times 3!$

\# $\boxed{n! = n \times (n-1)!}$

$5! = 5 \times 4!$

বিন্যাস

এক নজরে বিন্যাসের সূত্রসমূহ:	
n সংখ্যক ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার গুনফল $= n!$; $[n! = n(n-1)(n-2)\ldots\ldots$ n সংখ্যক উৎপাদক পর্যন্ত]	
n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন জিনিস থেকে সব জিনিস একবারে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা, $^nP_n = n!$	
n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন জিনিস থেকে কোনো জিনিস না নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা, $^nP_0 = 1$	
n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন জিনিস থেকে শুধুমাত্র একটি জিনিস নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা, $^nP_1 = n$	
n সংখ্যক বস্তু থেকে r সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন বস্তু নিয়ে বিন্যাসের সংখ্যা (যেখানে $n \geq r$) $^nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$; $[^nP_r = n(n-1)(n-2)\ldots\ldots\ldots(n-r+1)]$	
n সংখ্যক জিনিসের মধ্যে p সংখ্যক এক রকমের, q সংখ্যক দ্বিতীয় রকমের, r সংখ্যক তৃতীয় রকমের এবং বাকি জিনিসগুলো ভিন্ন ভিন্ন হলে, সবগুলো জিনিস নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা, $x = \frac{n!}{p!\ q!\ r!}$	
n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন জিনিস থেকে একবারে r সংখ্যক জিনিস নিয়ে (যেখানে যে কোনো জিনিসের r সংখ্যক বার পুনরাবৃত্তি ঘটে) তার বিন্যাস সংখ্যা $= n^r$	
n সংখ্যক জিনিস হতে সবগুলি নিয়ে চক্রবিন্যাস সংখ্যা $= (n-1)!$	
যদি চক্রাকারে বিন্যাস সংখ্যা (ডানাবর্ত এবং বামাবর্ত) একই হয়, তবে n সংখ্যক জিনিস থেকে একবারে সবগুলি নিয়ে চক্র বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{(n-1)!}{2}$	
$^nP_r = \underbrace{n \times (n-1)(n-2)\ldots\ldots.(n-r+1)}$ এখানে r সংখ্যক উৎপাদক বিদ্যমান যা ‘n’ হতে শুরু হয়ে প্রতিবারে 1 করে কমতে থাকে।	যেমন: $^{100}P_2 = \underbrace{100 \times (100-1)} = 100 \times 99 = 9900$ 100 হতে শুরু হয়ে 1 কমে মোট দু’টি উৎপাদক থাকে।

➢ ADMIN শব্দটির সব কয়টি বর্ণকে নিয়ে সম্ভাব্য যত উপায়ে সাজানো যায় তার সংখ্যা-

(ক) ৬০ বার (খ) ১২০ বার (গ) ১৮০ বার (ঘ) ৭৬০ বার

A D M I N

A M D I N

A D M I N

:

5 letter $\rightarrow$ ${}^5P_5 = 5!$

$= 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

$= 120$

➢ ADMIN শব্দটি থেকে তিনটি করে বর্ণকে নিয়ে সম্ভাব্য যত উপায়ে সাজানো যায় তার সংখ্যা-

(ক) ৬০ বার (খ) ১২০ বার (গ) ১৮০ বার (ঘ) ৭৬০ বার

$$^{5}P_{3} = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = \frac{5\times4\times3\times\cancel{2}\times\cancel{1}}{\cancel{2}\times\cancel{1}}$$

$$= 60$$

A B A

B A A

~~B A A~~

A A B

৩ টা

$3 \longrightarrow 3! = 3 \times 2 = 6$

repeat

$$\frac{n!}{\text{repeat সংখ্যা}!}$$

$$\frac{3!}{2!} = \frac{3 \times 2}{2} = 3$$

➢ SCIENCE শব্দটির সব কয়টি বর্ণকে সম্ভাব্য যত উপায়ে সাজানো যায় তার সংখ্যা-

(ক) 60 বার (খ) 5040 বার (গ) 2520 বার (ঘ) 1260 বার

S C I E N C E

7 letter

C 2 বার

E 2 বার

$$\frac{7!}{2!\,2!} = \frac{7\times6\times5\times\cancel{4}^{2}\times3\times\cancel{2}\times1}{\cancel{2}\times\cancel{1}\times\cancel{2}\times1}$$

$= 1260$

$180 \times 7 = 1260$

➢ SCIENCE শব্দটির স্বরবর্ণগুলোকে একত্রে রেখে সব কয়টি বর্ণকে সম্ভাব্য যত উপায়ে সাজানো যায় তার সংখ্যা-

(ক) 60 বার (খ) 120 বার (গ) 180 বার (ঘ) 760 বার

7 letter, 2 টি C, 2 টি E

Vowel I E E 3 টি যাদের 2 টি E | স্বরবর্ণগুলোকে 1 টি letter

মনে করে মোট letter = 7 − 3 + 1 = 5

S C $\boxed{\text{IEE}}$ N C

S $\boxed{\text{IEE}}$ C N C

S $\boxed{\text{EIE}}$ C N C

সাজানো → $\frac{5!}{2!}$ ← C দুটি

স্বরবর্ণ 3টি এদের নিজেদের মধ্যে সাজাতে পারে $\frac{3!}{2!}$ ← EE

স্বরবর্ণগুলোকে একত্রে রেখে সাজানোর উপায় $= \frac{5!}{2!} \times \frac{3!}{2!}$

$= \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2}{\cancel{2} \times 1} \times \frac{3 \times 2}{\cancel{2} \times 1}$

$= 180$

* স্বরবর্ণগুলোকে একত্রে না রেখে বিন্যাস

= মোট বিন্যাস − একত্রে রেখে

$$= \frac{7!}{2!\,2!} - \frac{5!}{2!} \times \frac{3!}{2!}$$

$$= 1260 - 180$$

$$= 1080$$

ক্রম বিন্যাস ২

S C I E N C E

S I C E N C E

S I E E N C C

ক্রম বিন্যাস

➢ "CALCULUS" শব্দটিকে কতভাবে সাজানো যাবে যেখানে প্রথম ও শেষ অবস্থানে U থাকবে?

(ক) 150 (খ) 180 (গ) 170 (ঘ) 140

U | C A L C L S | U

$$\frac{6!}{2!\,2!} = \frac{6\times5\times4\times3\times2}{2\times2}$$

$= 180$

সংখ্যা গঠন সম্পর্কিত সমস্যাবলি

➢ 0, 1, 2, 3, 4, 5 অঙ্কগুলোকে প্রতি সংখ্যায় একবার মাত্র ব্যবহার করে তিন অঙ্ক বিশিষ্ট কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যায়?

~~(ক)~~ 100 (খ) 120 (গ) 520 (ঘ) 720

$5 \times 5 \times 4$

2	4	1

2	5	0

2	5	3

2	4	5

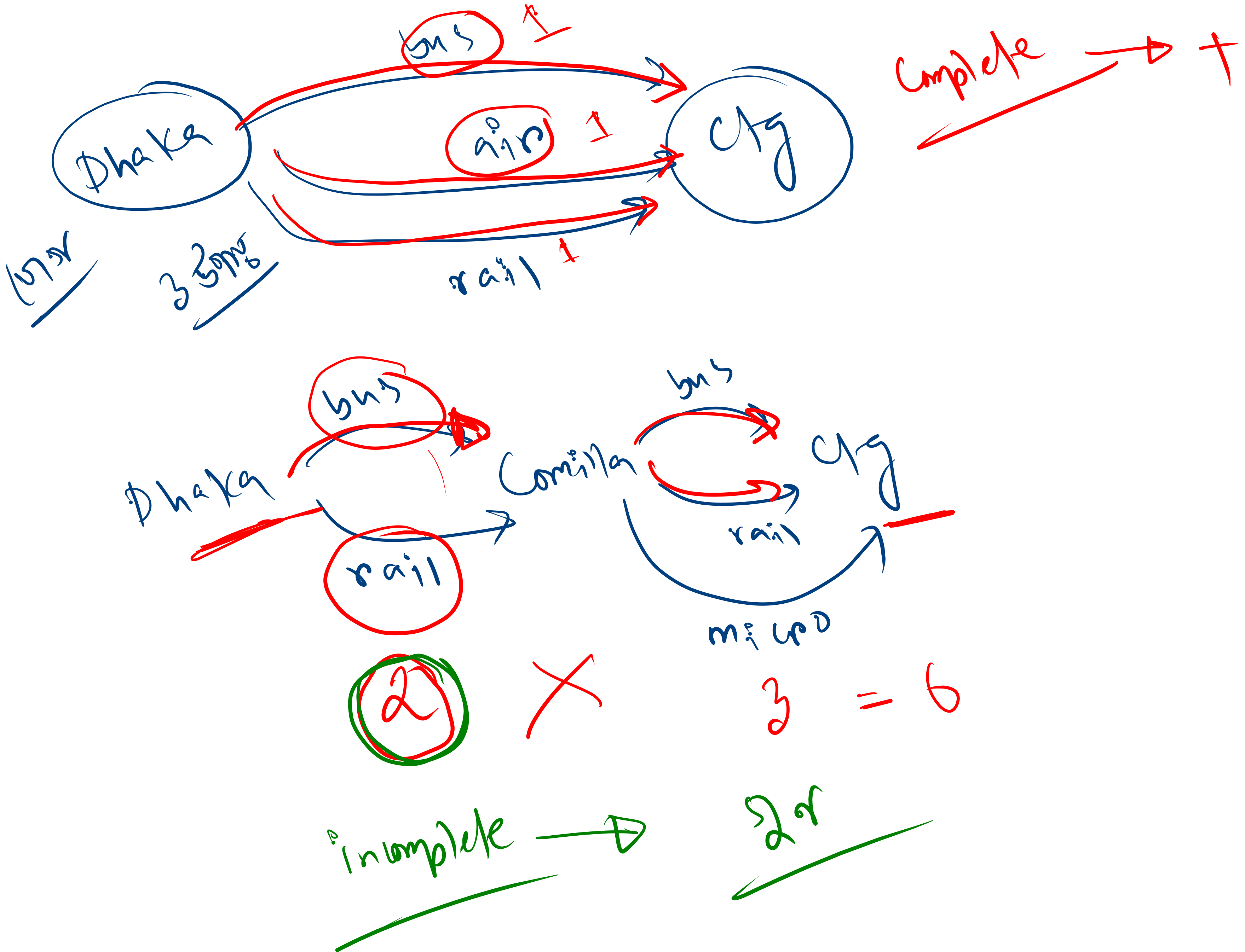
1, 2, 3, 4, 5

0, 1, 3, 4, 5

0, 1, 3, 5

$5 \times 5 \times 4 = 100$

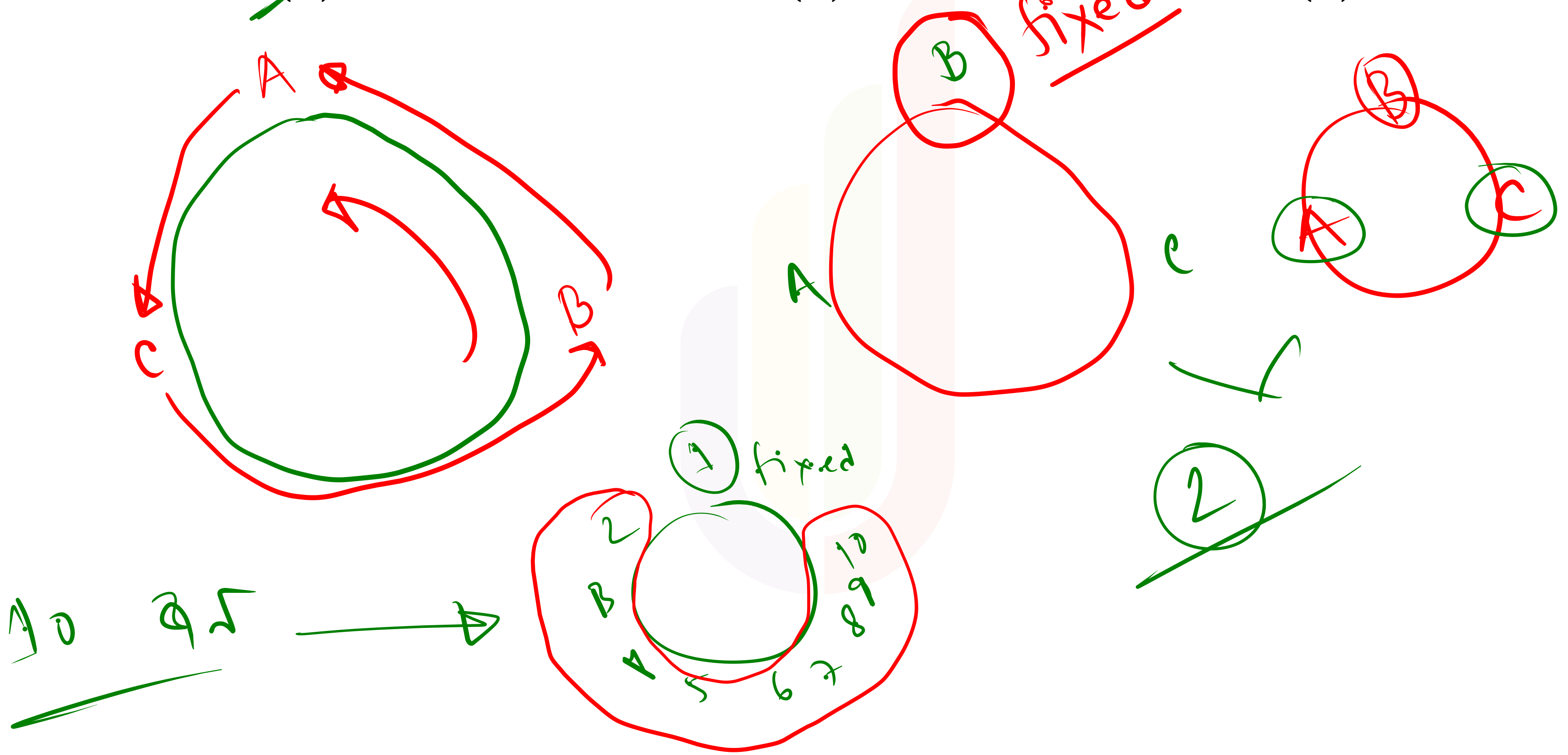
2	



Dhaka
Ctg
bus
air
rail
1
1
1
3 উপায়
Complete → +
Dhaka
Comilla
Ctg
bus
rail
bus
rail
micro
2 × 3 = 6
incomplete →

- 10 জন লোক কতভাবে একটি গোল টেবিলের পার্শ্বে আসন গ্রহণ করতে পারে?

(ক) 7! (খ) 9! (গ)10! (ঘ) 8!



চক্রাকারঃ

মনে করি, n সংখ্যক

বিন্যাস = $(n-1)!$

POLL QUESTION-01

➲ 0, 1, 2, 3, 4 অংকগুলি দ্বারা কতগুলি পাঁচ অংকের অর্থপূর্ণ সংখ্যা গঠন করা যাবে?

(a) 240

(b) 180

(c) 36

(d) 96

2	1	0	3	4

$4 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 96$

সমাবেশ

(এক নজরে সমাবেশের প্রয়োজনীয় কিছু তথ্যসমূহ:)
✓ n সংখ্যক জিনিস থেকে প্রত্যেকবার r সংখ্যক জিনিস নিয়ে সমাবেশ সংখ্যা: $^nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$
✓ n সংখ্যক জিনিস থেকে প্রত্যেকবার n সংখ্যক জিনিস নিয়ে সমাবেশ সংখ্যা: $^nC_n = 1$
✓ n সংখ্যক জিনিস থেকে কোনো জিনিস না নিয়ে সমাবেশ সংখ্যা: $^nC_0 = 1$
✓ সম্পূরক সমাবেশ: $^nC_r = {^nC_{n-r}}$ এখানে, ^nC_r = n সংখ্যক জিনিস থেকে প্রত্যেকবার r সংখ্যক জিনিস নিয়ে গঠিত সমাবেশ সংখ্যা। এবং $^nC_{n-r}$ = n সংখ্যক জিনিস থেকে প্রত্যেকবার $(n-r)$ জিনিস নিয়ে গঠিত সমাবেশ সংখ্যা
✓ p সংখ্যক নির্দিষ্ট বস্তু সর্বদাই অন্তর্ভুক্ত করে n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন বস্তু থেকে প্রতিবার $r \geq p$ সংখ্যক বস্তু নিয়ে গঠিত সমাবেশ সংখ্যা: $^{n-p}C_{r-p}$
✓ p সংখ্যক নির্দিষ্ট বস্তু সর্বদাই অন্তর্ভুক্ত না করে n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন বস্তু থেকে প্রতিবার r সংখ্যক বস্তু নিয়ে গঠিত সংখ্যা: $^{n-p}C_r$
✓ n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন জিনিস থেকে প্রতিবারে অন্তত একটি জিনিস নিয়ে মোট সমাবেশ সংখ্যা নির্ণয়: $2^n - 1$
✓ প্যাসকেলের অভেদ: $^nC_r + {^nC_{r-1}} = {^{n+1}C_r}$
✓ বিন্যাস ও সমাবেশের মধ্যে সম্পর্ক: $^nC_r \times r! = {^nP_r}$

n সংখ্যক জিনিস হতে r সংখ্যক জিনিস বাছাই

$$\boxed{{}^{n}C_{r} = \frac{|\underline{n}}{|\underline{r}\;|\underline{n-r}}}$$

$$ {}^{10}C_{3} = \frac{|\underline{10}}{|\underline{3}\;|\underline{7}} $$

$\underline{n}$

$n!$

$*\quad {}^{n}C_{r} = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$

$*\quad {}^{n}C_{r} = {}^{n}C_{n-r}$

$${}^{10}C_{7} = {}^{10}C_{3}$$

$${}^{10}C_{7} = \frac{10!}{7!\,(10-7)!} = \frac{10!}{7!\,3!}$$

$${}^{10}C_{3} = \frac{10!}{3!\,(10-3)!}$$

$${}^{10}C_{3} = \frac{10!}{3!\,7!}$$

➢ 14 জন খেলোয়াড়ের মধ্য থেকে নির্দিষ্ট একজন অধিনায়কসহ 11 জনের একটি ক্রিকেট দল কতভাবে বাছাই করা যাবে?

(ক) 728 (খ) 286 (গ) 364 (ঘ) 1001

Combination

10 জন

team select

Captain

13 জন

$$^{13}C_{10} = \frac{13!}{10!\,(13-10)!}$$

$$= \frac{13 \times 12 \times 11 \times \cancel{10!}}{\cancel{10!} \times 3!}$$

$$= \frac{13 \times \cancel{12}^{2} \times 11}{\cancel{3} \times \cancel{2}}$$

$$= 286$$

➢ 16 জন লোকের একটি দল হতে 7 জনকে কতভাবে নির্বাচন করা যায়, যাতে নির্দিষ্ট 4 জন লোক সর্বদাই অন্তর্ভুক্ত থাকবে না?

(ক) 720 (খ) 220 (গ) 792 (ঘ) 5040

12 জন → 7 জন select

$$^{12}C_7 = \frac{12!}{7!\,5!} = \frac{\cancel{12}\times 11\times \cancel{10}\times 9\times 8\times \cancel{7!}}{\cancel{7!}\times 1\times \cancel{2}\times \cancel{3}\times \cancel{4}\times \cancel{5}}$$

$= 792$

A B C D

AB

AD

AC

CD

BC

BD

→ auto Select

$^4C_2$

$= \frac{4!}{2!\,2!}$

$= \frac{\cancel{4}\times 3\times 2}{\cancel{2}\times\cancel{2}}$

$= 6$

BD | AC

BC | AD

AB | CD

	Team Red	Team Blue
Game 1:	A B	C D
Game 2:	A D	B C
Game 3:	A C	B D
Game 4:	C D	AB
Game 5:	B C	AD
	BD	AC

- ৬ জন খেলোয়াড়কে সমান সংখ্যক দুইটি দলে কত ভাবে বিভক্ত করা যায়?

(ক) ১০ ~~(খ)~~ ২০ (গ) ৬০ (ঘ) ১২০

Red	Blue
৩ জন	
$^6C_3$	

$$^6C_3 = \frac{6!}{3!\ 3!} = \frac{1\times 2\times 3\times 4\times 5\times 6}{1\times 2\times 3 \times 1\times 2\times 3} = 20$$

➢ ৩ জন মহিলা ও ৫ জন পুরুষ হতে একটি তিন সদস্য বিশিষ্ট কমিটি কত ভাবে তৈরি করা যায় যাতে কমিটিতে অন্তত একজন মহিলা থাকে?

(ক) ৩০ (খ) ১৫ (~~গ~~) ৪৬ (ঘ) ৪৫

	পুরুষ	মহিলা	
Case 1	2 জন	1 জন	$^5C_2 \times {}^3C_1 = 10 \times 3 = 30$
Case 2	1 জন পুরুষ	2 জন	$^5C_1 \times {}^3C_2 = 5 \times 3 = 15$
Case 3	0 জন	3 জন	$^5C_0 \times {}^3C_3 = 1 \times 1 = 1$

$$^5C_2 = \frac{5!}{2!\,3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2! \times 3!} = 10$$

মোট উপায় সংখ্যা $= 30 + 15 + 1$

$= 46$

$$^{n}C_{1} = n$$

$$^{n}C_{n} = \frac{n!}{n!\,0!} = 1$$

$$^{n}C_{0} = \frac{n!}{0!\,(n-0)!} = 1$$

➲ একটি অনুষ্ঠানে কিছু লোক উপস্থিত ছিল। তারা কেবল একজন মাত্র একজনের সাথে একবার করমর্দন করতে পারবে। যদি করমর্দনের সংখ্যা ৩০০ হয়, তাহলে ঐ অনুষ্ঠানে কতজন লোক ছিল?

(a) ৩৫

(b) ২৫

(c) ৭০

(d) ২৪

$A - B$

$A \quad D$

$A \quad E$

$n = ?$

$^{n}C_{2} = 300$

$\frac{n!}{2!\,(n-2)!} = 300$

$\frac{n(n-1)\cancel{(n-2)!}}{2!\,\cancel{(n-2)!}} = 300$

$n^2 - n = 600$

$n^2 - n - 600 = 0$

$7! \quad 7\times6\times5!$

$n^2 - 25n + 24n - 600 = 0$

$n(n-25) + 24(n-25) = 0$

$(n-25)(n+24) = 0$

$n = 25, \cancel{-24}$

$25 \quad 24$

$\frac{25\times24}{2} = \frac{600}{2} = 300$

แข่งขัน n ทีม

$$\frac{n(n-1)}{2} = {}^{n}C_{2}$$

แข่งขัน 70 ทีม

$$\frac{70 \times 69}{2} =$$

* Break upto

8 : 40 pm

❑ এক নজরে সম্ভাব্যতা সম্পর্কিত সূত্রাবলি:

আমরা যেটা চাই

➢ সম্ভাব্যতার সাধারণ সূত্রসমূহ:

(i) কোন কিছু ঘটার সম্ভাবনা $= \dfrac{\text{অনুকূল ফলাফল}}{\text{মোট ফলাফল}}$

(ii) কোনো A ঘটনা ঘটার সম্ভাব্যতার মান একটি বাস্তব সংখ্যা যার মান 0 ও 1 এর মধ্যে সীমাবদ্ধ।

অর্থাৎ $0 \leq P(A) \leq 1$

➢ সম্ভাব্যতার পূরক সূত্র: $P(A) + P(A') = 1$

বা, $P(A') = 1 - P(A)$

অর্থাৎ কোন কিছু না ঘটার সম্ভাবনা = 1 – ঘটার সম্ভাবনা

ছক্কা নিক্ষেপ

জোড় উঠার সম্ভাবনা = ?

2, 4, 6

$$P = \frac{\text{অনুকূল}}{\text{মোট}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

ছক্কায় ১-৬ পর্যন্ত উঠার সম্ভাবনা $= \frac{6}{6} = 1$

অসম্ভব

ছক্কায় 7 উঠার সম্ভাবনা $= \frac{0}{6} = 0$

$$\boxed{0 \le P \le 1}$$

ছক্কায় 6 না উঠার সম্ভাবনা = ?

ছক্কায় 6 উঠার সম্ভাবনা $= \frac{1}{6}$

6 না উঠার সম্ভাবনা $= 1 - \frac{1}{6} = 5/6$

- **বর্জনশীল ঘটনার সূত্র:** $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

- **অবর্জনশীল ঘটনার সূত্র:** $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

- **স্বাধীন ঘটনার সূত্রসমূহ:**

  (i) $P(A$ এবং $B) = P(A) \times P(B)$ অর্থাৎ $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

  (ii) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - \{P(A) \times P(B)\}$

  (iii) দুইটি ঘটনা একই সাথে স্বাধীন ও বর্জনশীল হতে পারে না।

- **শর্তাধীন সম্ভাবনার সূত্রসমূহ:**

  (i) দুইটি অনির্ভরশীল বা স্বাধীন ঘটনার ক্ষেত্রে সম্ভাবনার গুণন সূত্র: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

  অথবা, $P(AB) = P(A) \times P(B)$

  (ii) দুইটি নির্ভরশীল বা অধীন ঘটনার ক্ষেত্রে সম্ভাবনার গুণন সূত্র:

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} \times \frac{n(A)}{n(S)} = P(B/A) \times P(A)$$

সূত্র সম্পর্কিত সমস্যা

- A ও B পরস্পর স্বাধীন হলে, $P(A \cap B) = P(A).P(B)$
- A ও B বর্জনশীল হলে, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- A ও B অবর্জনশীল হলে, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- A ও B একই সাথে স্বাধীন ও অবর্জনশীল হলে, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A).P(B)$
- শুধুমাত্র 'A' ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা: $P(A \cap B^c) = P(A) - P(A \cap B)$
- শুধুমাত্র 'B' ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা: $P(B \cap A^c) = P(B) - P(A \cap B)$
- A এবং B কোনটিই না ঘটার সম্ভাবনা:
  - ✓ $P(A^c \cap B^c) = P\{(A \cup B)^c\} = 1 - P(A \cup B)$ এবং
  - ✓ $P(A^c \cup B^c) = P\{(A \cap B)^c\} = 1 - P(A \cap B)$

* $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(A) =$ A ঘটার সম্ভাবনা

$P(B) =$ B " "

$P(A \cup B) =$ A অথবা B ঘটার সম্ভাবনা

$P(A \cap B) =$ A এবং B ঘটার সম্ভাবনা

* ছক্কায় জোড় অথবা 4 উঠার সম্ভাবনা =?

$P(A) =$ জোড় উঠার সম্ভাবনা $= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$P(B) =$ 4 উঠার সম্ভাবনা $= \frac{1}{6}$

$P(A \cap B) =$ জোড় এবং 4 উঠার সম্ভাবনা $= \frac{1}{6}$

$P(A \cup B) =$ জোড় অথবা 4 উঠার সম্ভাবনা

$$= P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{6} - \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$

* ছক্কায় জোড় অথবা ৩ উঠার সম্ভাবনা -?

$P(A)$ = জোড় উঠার সম্ভাবনা $= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$P(B)$ = ৩ উঠার সম্ভাবনা $= \frac{1}{6}$

$P(A \cap B)$ = জোড় এবং ৩ উঠার সম্ভাবনা $= 0$

$P(A \cup B)$ = জোড় অথবা ৩ উঠার সম্ভাবনা

$= P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{6} - 0 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

* স্বাধীন ঘটনা:

ছক্কায় জোড় $_A$ এবং মুদ্রায় হেড $_B$ উঠার

সম্ভাবনা = ?

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$= \frac{3}{6} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{4}$$

* দেওয়া আছে,

বাংলায় পাশ করার সম্ভাবনা $= \frac{1}{3}$

গণিতে পাশ করার সম্ভাবনা $= \frac{1}{4}$

উভয় বিষয়ে ফেল করার সম্ভাবনা $= ?$

$A =$ বাংলায় ফেল $\rightarrow P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

$B =$ গণিতে ফেল $\rightarrow P(B) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

$\therefore$ গণিত ও বাংলা উভয় ফেল $= P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$$

➢ ১ থেকে ৪৪০ পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর একটি দৈবচয়ন পদ্ধতিতে নেওয়া হলে সংখ্যাটি বর্গসংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা-

(ক) $\frac{১}{২২}$ (খ) $\frac{১}{৬৪}$ (গ) $\frac{১}{৬০}$ (ঘ) $\frac{২}{৬৫}$

$\sqrt{৪৪০} = ২০.....$

$P = \frac{\text{[illegible]}}{\text{মোট}} = \frac{\cancel{20}}{\cancel{440}} = \frac{1}{22}$

$১^২ = ১$

$২^২ = ৪$

$৩^২ = ৯ \cdots$

$২০^২ = ৪০০$

$২১^২ = ৪৪১$

* ১ থেকে ৫০০ এর মধ্যে ঘনসংখ্যা সম্ভাবনা =?

$$p = \frac{7}{500}$$

1^3

2^3

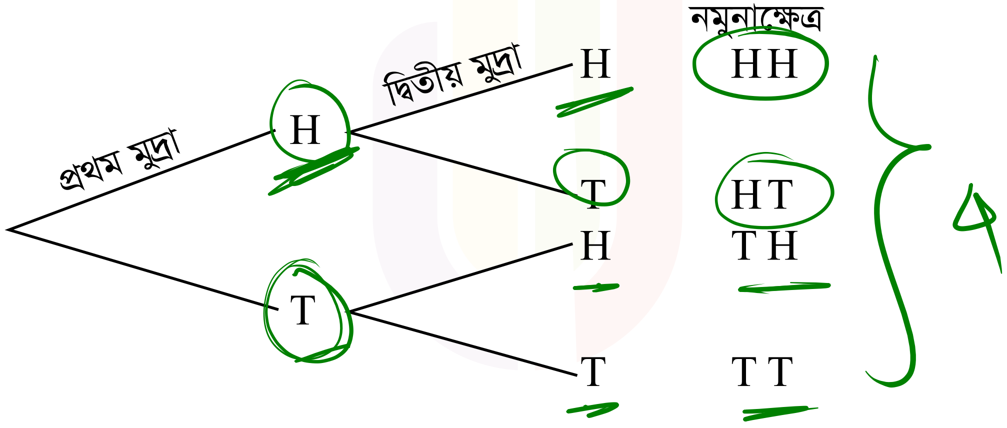
3^3 . . . . .

$7^3 = 343$

$8^3 = 512$

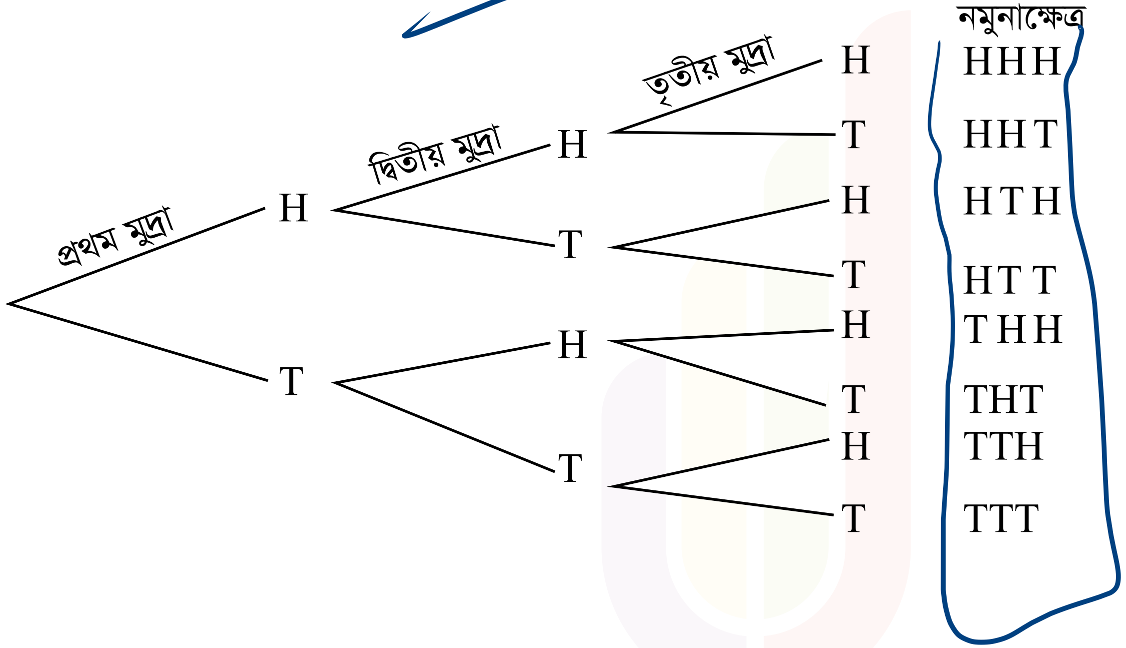
- একটি মুদ্রা n বার নিক্ষেপ করলে মোট ঘটনা সংখ্যা $= 2^n$ = n সংখ্যক মুদ্রা একসাথে নিক্ষেপ
- একটি ছক্কা n বার নিক্ষেপ করলে মোট নমুনা ক্ষেত্রের সংখ্যা $= 6^n$ = n সংখ্যক ছক্কা একসাথে নিক্ষেপ

❖ **দুইটি মুদ্রা নিক্ষেপের নমুনাক্ষেত্র:**



❖ **তিনটি মুদ্রা নিক্ষেপের নমুনাক্ষেত্র:**

$2^3 = 8$



১ম | ২য়
6 | 6

* দুইটি ছক্কা একসাথে নিক্ষেপ করলে উভয় ছক্কায় 6 উঠার সম্ভাবনা = ?

$$P = \frac{\text{অনুকূল}}{\text{মোট}} = \frac{1}{6^2} = \frac{1}{36}$$

মোট $= 6^2 = 36$

*

$P(A) = P(\text{১ম ছক্কায় } 6) = \frac{1}{6}$

$P(B) = P(\text{২য় ছক্কায় } 6) = \frac{1}{6}$

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= P(\text{উভয় ছক্কায় } 6) \\ &= P(A) \times P(B) \\ &= \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \\ &= \frac{1}{36} \end{aligned}$$

➢ একটি ছক্কা ও একটি মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ করা হলে ছক্কায় জোড় ও মুদ্রায় হেড উঠার সম্ভাব্যতা কত?

(ক) $\frac{1}{2}$ (খ) $\frac{1}{6}$ ~~(গ)~~ $\frac{1}{4}$ (ঘ) $\frac{1}{10}$

ছক্কায় জোড় $= P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

মুদ্রায় হেড $= P(B) = \frac{1}{2}$

$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

$= \frac{1}{4}$

- একটি তাসের প্যাকেটে মোট 52টি তাস বিদ্যমান। যেখানে চার প্রকারের তাস আছে-

টেক্কা → A, K, Q, J, ১০, ৯, ৮, ৭, ৬, ৫, ৪, ৩, ২

টেক্কা → ৪ টি
লাল টেক্কা → ২
কালো টেক্কা - ২

♣	♦	♥	♠
Clubs (চিড়াতন)	Diamonds (রুইতন)	Hearts (হরতন)	Spades (ইস্কাপন)
কালো	লাল	লাল	কালো
১৩টি	১৩টি	১৩টি	১৩টি

কালো → ২৬ টি
লাল → ২৬ টি

➤ 52টি তাসের প্যাকেটে 4টি টেক্কা আছে। নিরপেক্ষভাবে যে কোনো একখানা তাস টেনে টেক্কা না পাওয়ার সম্ভাবনা কত?

(ক) $\frac{9}{13}$ (খ) $\frac{1}{13}$ (গ) $\frac{12}{13}$ (ঘ) $\frac{4}{13}$

টেক্কা পাওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

টেক্কা না পাওয়ার সম্ভাবনা $= 1 - \frac{1}{13}$

$= \frac{12}{13}$

$P = \frac{\cancel{48}^{12}}{\cancel{52}_{13}} = \frac{12}{13}$

বল/মার্বেল বিষয়ক সমস্যাবলি

➢ একটি বাক্সে 4টি লাল, 5টি নীল এবং 7টি সাদা রং এর বল আছে। দৈবচয়নে একটি বলের লাল বা সাদা হওয়ার সম্ভাব্যতা কত?

(ক) $\frac{4}{7}$ (খ) $\frac{5}{16}$ (গ) $\frac{7}{64}$ (ঘ) $\frac{11}{16}$

$p = \dfrac{\text{লাল অথবা সাদা}}{\text{মোট}}$

$= \dfrac{4+7}{16} = \dfrac{11}{16}$

$P(Red) = \dfrac{4}{16}$

$P(white) = \dfrac{7}{16}$

$P(R \cup W)$

$= P(R) + P(W) - P(R \cap W)$

লাল এবং সাদা

$= \dfrac{4}{16} + \dfrac{7}{16} - 0$

$= \dfrac{11}{16}$

➢ যদি P(AB) = 0.48 এবং P(A) = 0.6 হয়, তবে P(B) এর মান কত হলে A ও B স্বাধীন হবে?

(ক) 0.4 (খ) 0.8 (গ) 0.288 (ঘ) 0.52

$P(A \cap B)$

$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

$0.48 = 0.6 \times P(B)$

$P(B) = 0.8$

➲ একটি থলিতে 6 টি নীল বল, 8 টি সাদা বল এবং 10 টি কালো বল আছে। দৈবভাবে একটি বল তুললে সেটি সাদা না হবার সম্ভাবনা কত?

(a) $\frac{2}{3}$

(b) $\frac{1}{2}$

(c) $\frac{1}{3}$

(d) $\frac{1}{4}$

সাদা হবে সম্ভাবনা $= \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$

না হওয়ার সম্ভাবনা $= 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

BCS কঠিন নয়;
প্রস্তুতি যদি গোছানো হয়