৪৭তম BCS প্রিলি

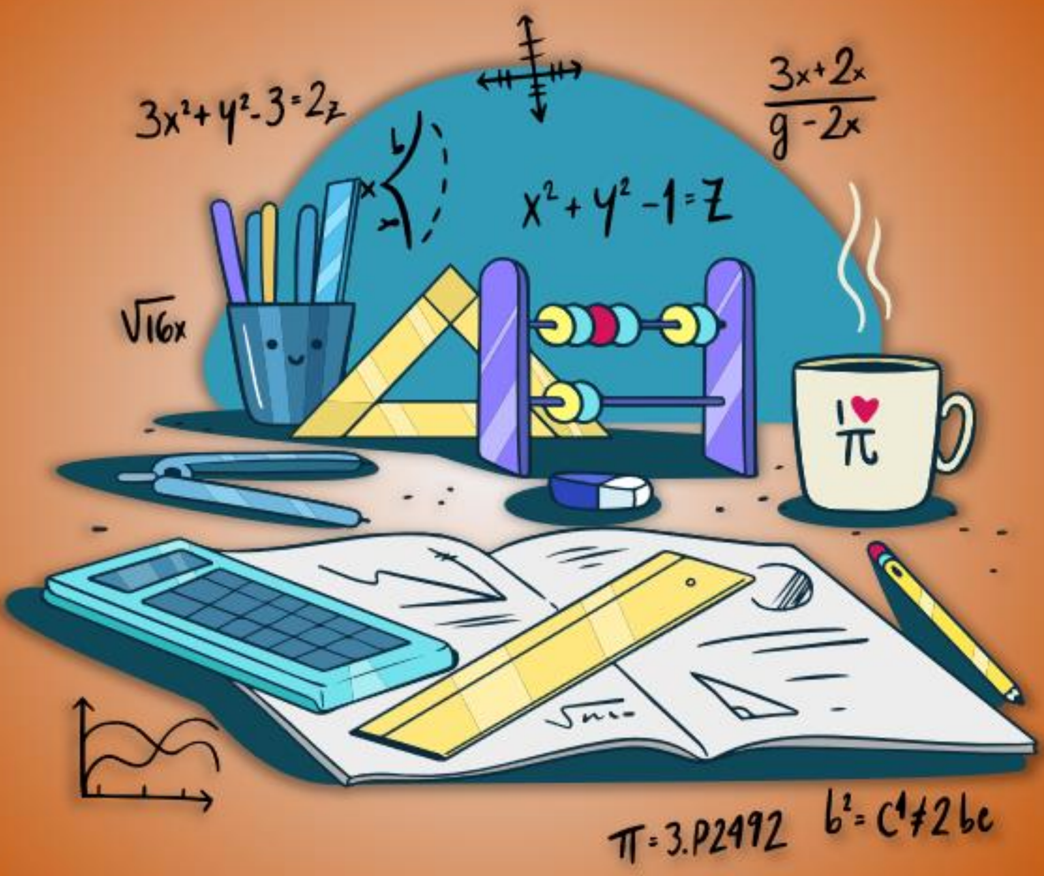
Progressive Batch

গাণিতিক যুক্তি

লেকচার: ০৯

টপিক:

- ✓ সেট
- ✓ স্থানাঙ্ক জ্যামিতি
- ✓ পরিসংখ্যান



উত্তরণ
ক্যারিয়ার এন্ড স্কিলস একাডেমি
09666775566
www.uttoron.academy
একটি উচ্ছ্বাস-উন্মেষ প্রতিষ্ঠান

সেট (Set): বাস্তব বা চিন্তা জগতের সু-সংজ্ঞায়িত বস্তুর সমাবেশ বা সংগ্রহকে সেট বলে। যেমন: পূর্ণ সংখ্যার সেট, বাস্তব সংখ্যার সেট ইত্যাদি।

যেমন: 2, 4, 6 সংখ্যা তিনটির সেট A = {2, 4, 6}

সেট প্রকাশের পদ্ধতি: সেটকে দুই পদ্ধতিতে প্রকাশ করা হয়।

যথা:

❖ **তালিকা পদ্ধতি:**

$$S = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

❖ **সেট গঠন পদ্ধতি:**

$$S = \{x : x \text{ জোড় সংখ্যা এবং } x \leq 10\}$$

- **সসীম সেট:** উপাদান সংখ্যা গণনা করা যায়।

  যেমন: $S = \{x : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $30 < x < 70\}$
- **অসীম সেট:** উপাদান সংখ্যা গণনা করা যায় না।

  যেমন: $N = \{1, 2, 3, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..\}$
- **ফাঁকা সেট:** যে সেটের কোনো উপাদান নেই।

  যেমন: $S = \{x : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $23 < x < 29\}$
- **সার্বিক সেট:** সকল সেট যে সেটের উপসেট। সাধারণত U দ্বারা প্রকাশিত।
- **উপসেট:** কোনো সেট থেকে যে সেট পাওয়া যায় তাকে উপসেট বলে।
- **সংযোগ সেট:** দুটি সেটের সকল উপাদান নিয়ে গঠিত সেট। $A \cup B = \{x : x \in A$ অথবা $x \in B\}$
- **ছেদ সেট:** দুটি সেটের সাধারণ উপাদান নিয়ে গঠিত সেট। $A \cap B = \{x : x \in A$ এবং $x \in B\}$
- **ডি মরগ্যানের সূত্র:** A ও B যেকোনো দুটি সসীম সেট হলে এবং A', B' তাদের পূরক সেট হলে --

  (i) $(A \cup B)' = A' \cap B'$ (ii) $(A \cap B)' = A' \cup B'$

  এই দুটো প্রতিজ্ঞাকে একত্রে দ্য মরগ্যানের সূত্র বলা হয়।

সেট

প্রতীক	প্রতীকের নাম	প্রতীক	প্রতীকের নাম
$\{\ \}$	সেট	A'	পূরক সেট
$\cup$	সংযোগ সেট	A^c	
$\cap$	ছেদ সেট	U	সার্বিক সেট
$\subseteq$	উপসেট	$\emptyset$	ফাঁকা সেট
$\subset$	প্রকৃত উপসেট	$\in$	অন্তর্গত
$\not\subset$	উপসেট নয়	$\notin$	অন্তর্গত নয় এমন
$\supseteq$	সুপার সেট	$A \times B$	কার্তেসীয় গুণজ সেট
$\supset$	প্রকৃত সুপারসেট	(a, b)	ক্রমজোড়
$\not\supset$	সুপারসেট নয়	$\mathbb{N}_0/N_0$	শূন্যসহ স্বাভাবিক সংখ্যার সেট
$P(A)$	শক্তি সেট	$\mathbb{N}/N$	স্বাভাবিক সংখ্যার সেট
$A \backslash B$	সেটের অন্তর	$\mathbb{Z}/Z$	পূর্ণ সংখ্যার সেট
$A - B$		$\mathbb{R}/R$	বাস্তব সংখ্যার সেট

➲ যদি $A = \{x : x$ হলো 5, 7 দ্বারা বিভাজ্য এবং $x \leq 150\}$ হয় তবে $P(A)$ এর সদস্য সংখ্যা কত?

[৪৬তম বিসিএস]

(ক) 8 (খ) 12 (গ) 14 (ঘ) 16

➲ $A = \{x \in \mathbb{N} : x^2 - 5x - 14 = 0\}$ হলে, A = ? [৪৫তম বিসিএস]

(ক) $\{6, 1\}$ (খ) $\{-2, 7\}$ (গ) $\{2, 7\}$ (ঘ) $\{7\}$

➲ **$A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 < x \leq 8\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x$ বিজোড় এবং $x \leq 9\}$ হলে, $A \cap B =$ কত?**

[৪৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) $\{3, 5, 8\}$ (খ) $\{4, 5, 7\}$ (গ) $\{3, 4, 5\}$ ✓(ঘ) $\{3, 5, 7\}$

$A = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

$A \cap B = \{3, 5, 7\}$

➲ P = {x: x, 12 এর গুণনীয়কসমূহ} এবং Q = {x : x, 3 এর গুণিতক এবং x ≤ 12} হলে, P – Q কত?

[৪০তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) {1, 2, 4}　　(খ) {1, 3, 4}　　(গ) {1, 3, 6}　　(ঘ) {1, 2, 6}

➲ $A = \{x : x$ বিজোড় মৌলিক সংখ্যা এবং $x < 30\}$ হলে, A সেটটি তালিকা পদ্ধতিতে কি হবে?

(ক) {2,3,5,7,11,13,17,19,23,29}

(খ) {1,5,15,29}

(গ) {3,5,7,11,13,17,19,23,29}

(ঘ) {2,5,7,3,11,13,17,19,23,29,30}

Prime numbers

A = {2,3,5,7,11,13,17,19, 23,29}

➲ সেট $A = \{x : x$ Fibonacci সংখ্যা এবং $x^2 < 65\}$ হলে, $P(A)$ এর উপাদান কয়টি?

(ক) 128 (খ) 32 (গ) 64 (ঘ) 256

➲ A={x : x মৌলিক সংখ্যা এবং x ≤ 5 } হলে P(A) এর সদস্য সংখ্যা কত?

[৩৬তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

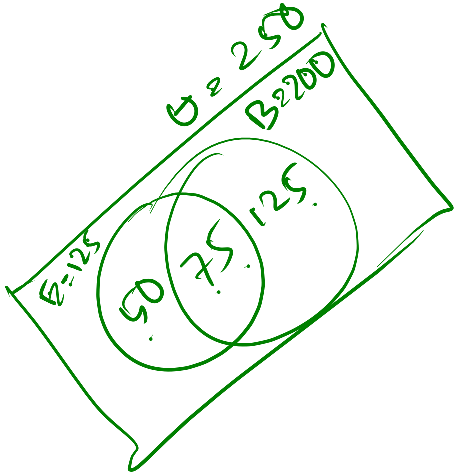
(ক) 8 (খ) 7 (গ) 6 (ঘ) 3

➲ 50 জন লোকের মধ্যে 35 জন ইংরেজি, 25 জন ইংরেজি ও বাংলা উভয়ই এবং প্রত্যেকেই দুইটি ভাষার অন্তত একটি ভাষায় কথা বলতে পারেন। বাংলায় কতজন কথা বলতে পারেন? [৩৫তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) 10 (খ) 15 (গ) 40 (ঘ) 30

➤ 250 জন লোকের একটি দলের 125 জন ইংরেজি ও 200 জন বাংলায় কথা বলতে পারে। কতজন উভয় ভাষায় কথা বলতে পারে?

(ক) 175 (খ) 25 (গ) 200 (ঘ) 75



❖ উত্তরণে ছাত্র সংখ্যা পাইওনিয়ার ব্যাচে = 179 জন ও প্রোগ্রেসিভ ব্যাচে = 211 জন হলে মোট ছাত্র সংখ্যা কত যখন উভয় ব্যাচের শিক্ষার্থী 25 জন?

(a) 365 জন

(b) 415 জন

(c) 340 জন

(d) 390 জন

1100

$P \cap K = 50$

$K \cap S = 90$

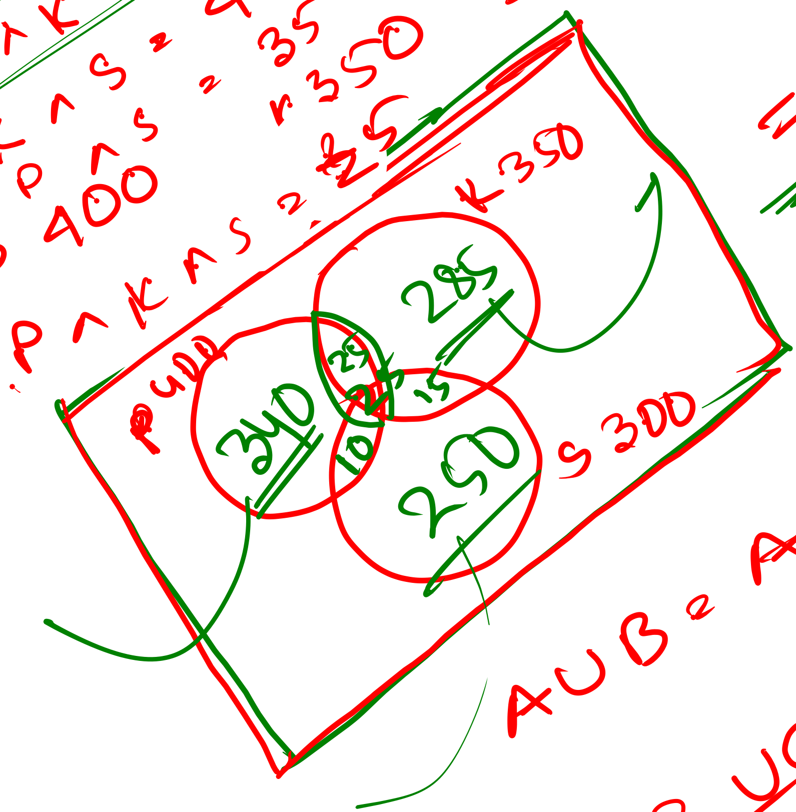
$P \cap S = 35$

P 400

K 350

S 300

$P \cap K \cap S = 25$



$= 950$

$1100 - 950 = 150$

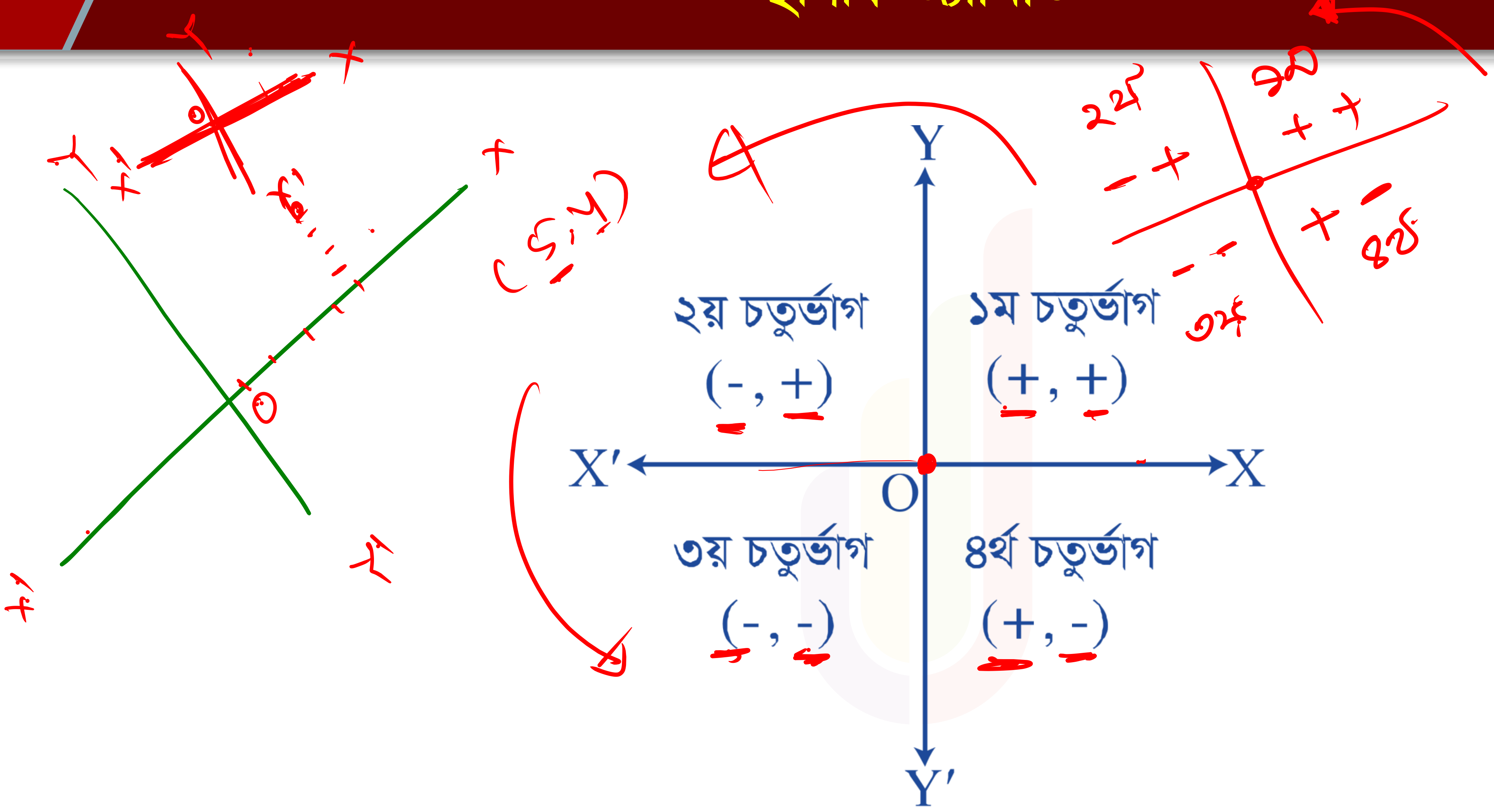
$A \cup B = A + B - A \cap B$

$A \cup B \cup C = A + B + C - A \cap B - B \cap C - A \cap C + A \cap B \cap C$

$= 400 + 350 + 300 - 50 - 90 - 35 + 25$

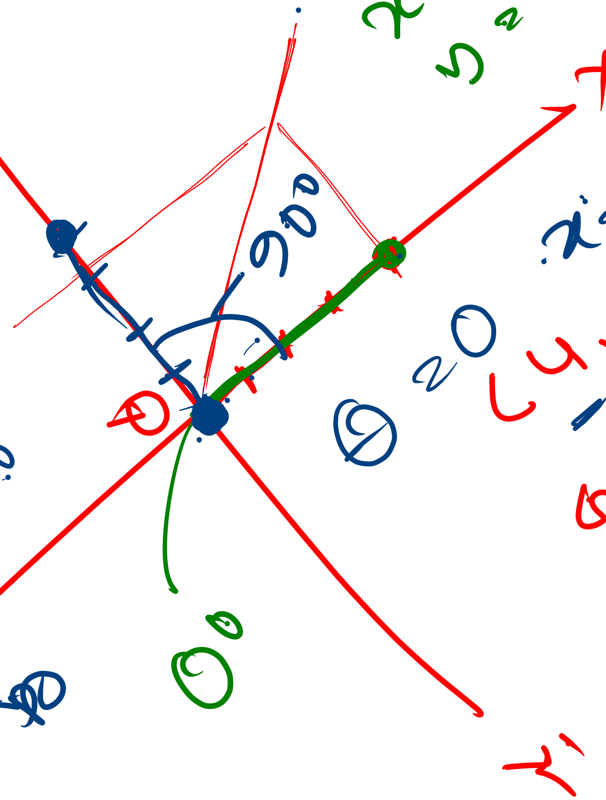
$= 950$

স্থানাঙ্ক জ্যামিতি



স্থানাঙ্কের প্রকারভেদ:

- স্থানাঙ্ক
  - কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক
  - পোলার স্থানাঙ্ক



$x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$

$x = $, $y = 0$

$\sin 0^\circ = 0$, $\cos 0^\circ = 1$, $\theta = 0^\circ$

$x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$

(x, y)

$\theta = 0$

$(0, y)$

$x = r\cos 90^\circ$

$y = r\sin\theta$

$y = r\sin\theta = 0$

$x = r\cos\theta = r$

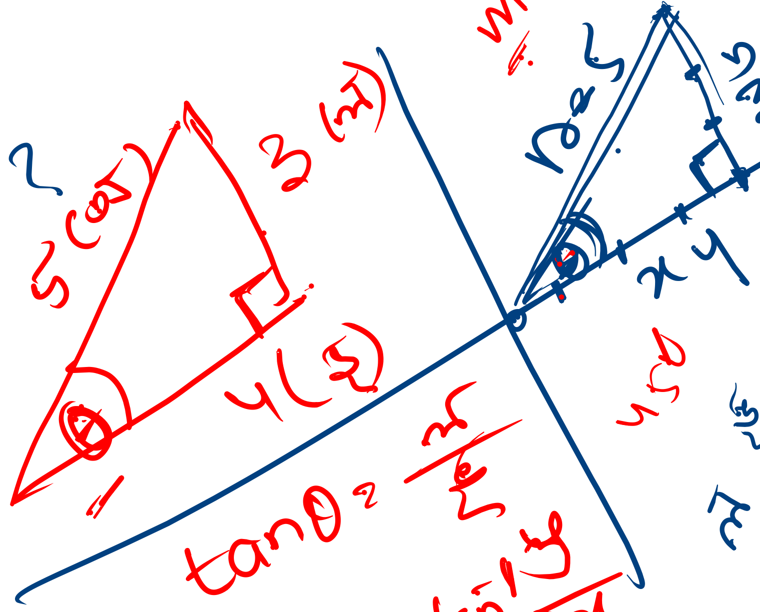
(x, y)

(r, θ)

$x = r\cos\theta$ $y = r\sin\theta$

$(x, y) \rightarrow r?, \theta?$

$(4, 3)$



$m = \tan\theta$

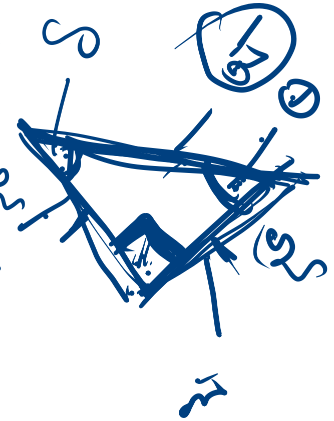
অতি^{2} = লম্ব^2 + ভূমি^{2}

$r^2 = y^2 + x^2$

$\therefore r = \sqrt{x^2 + y^2}$

$\tan\theta = \frac{\text{ল}}{\text{ভূ}}$

$\theta = \tan^{-1}\frac{y}{x}$

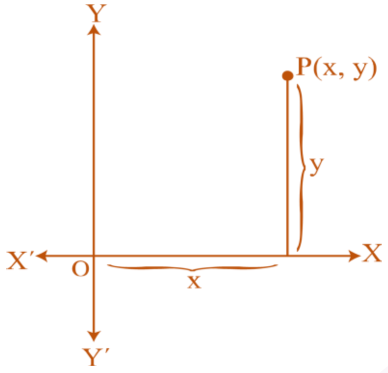


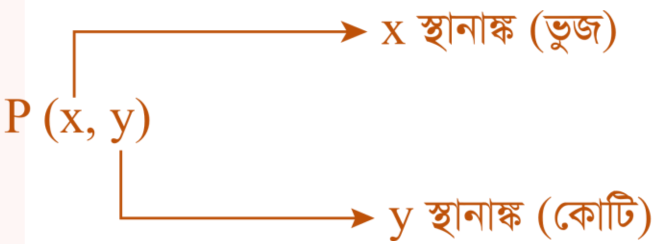
উদাহরণ অনুসারে

$\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$

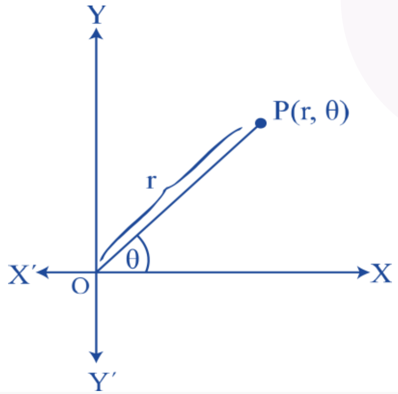
$\theta = \tan^{-1}\frac{\text{ল}}{\text{ভূ}}$

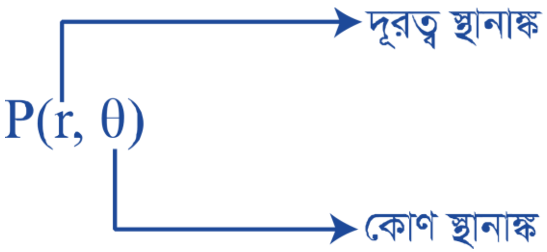
কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক: কার্তেসীয় স্থানাঙ্ককে (x, y) দ্বারা প্রকাশ করা হয়। x কে ভুজ (abscissa) বা x-স্থানাঙ্ক এবং y কে কোটি (ordinate) বা y-স্থানাঙ্ক বলা হয়।





পোলার স্থানাঙ্ক: পোলার স্থানাঙ্ককে (r, θ) দ্বারা প্রকাশ করা হয়। এখানে r হলো মূলবিন্দু থেকে দূরত্ব এবং θ হলো X-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণ।





কার্তেসীয় ও পোলার স্থানাঙ্কের সম্পর্ক:

• পোলার স্থানাঙ্ক → কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক
$x = r\cos\theta, \quad y = r\sin\theta$
• কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক → পোলার স্থানাঙ্ক
$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \theta = \tan^{-1}\frac{y}{x}$

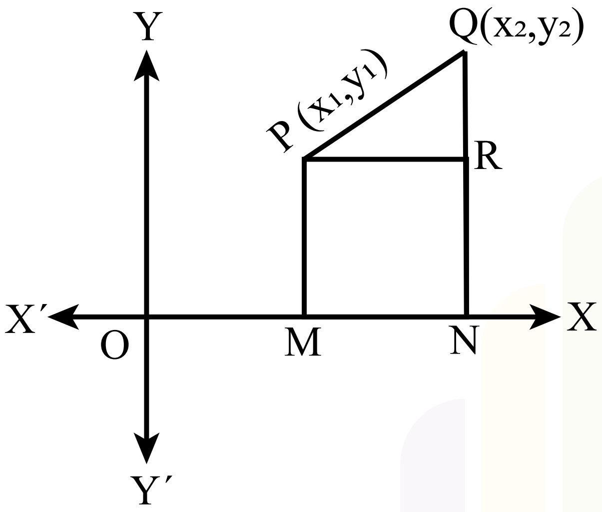
সরলরেখার ঢাল:

(i) $m = \tan\theta$, যেখানে θ = X অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণ।

(ii) (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল, $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\text{কোটিদ্বয়ের অন্তর}}{\text{ভুজদ্বয়ের অন্তর}}$

(iii) $ax + by + c = 0$ সরলরেখার ঢাল, $m = -\frac{x \text{ এর সহগ}}{y \text{ এর সহগ}} = -\frac{a}{b}$

দুইটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব



মনে করি, $P(x_1, y_1)$ এবং $Q(x_2, y_2)$ একটি সমতলে অবস্থিত দুইটি ভিন্ন বিন্দু।

P বিন্দু হতে Q বিন্দুর দূরত্ব, $PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

- মূলবিন্দু (0, 0) হতে সমতলে অবস্থিত যেকোনো বিন্দু P(x, y) এর দূরত্ব,

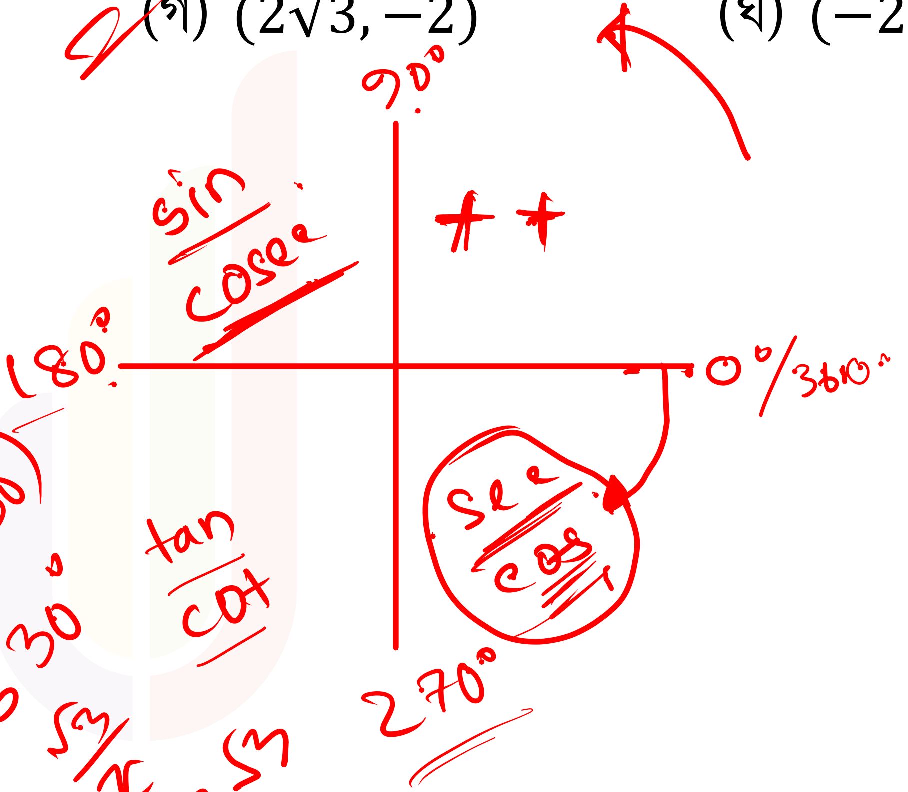
$$PQ = \sqrt{(x - 0)^2 + (y - 0)^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

➲ $(1, \sqrt{3})$ বিন্দুটির পোলার স্থানাঙ্ক কত?

(ক) $(4, -60°)$ (খ) $(4, 60°)$ (গ) $(2, 120°)$ (ঘ) $(2, 60°)$

➲ **(4, 330°) বিন্দুটির কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক কত?**

(ক) $(-2, 2\sqrt{3})$ (খ) $(2, -2\sqrt{3})$ (গ) $(2\sqrt{3}, -2)$ (ঘ) $(-2\sqrt{3}, 2)$



$y = r \sin\theta$

$= 4 \cdot \sin 330^\circ$

$= 4 \cdot \sin(360^\circ - 30^\circ)$

$= 4 \cdot \sin(4 \times 90^\circ - 30^\circ)$

$= -4 \cdot \sin 30^\circ$

$= -4 \cdot \frac{1}{2}$

$= -2$

➲ মূলবিন্দু হতে $(-5, 5)$ এবং $(5, k)$ বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব সমান হলে k এর মান কত?

(ক) 0 (খ) 3 (গ) 4 (ঘ) 5

➲ A $(3, 3P)$ এবং $B(4, P^2 + 1)$ বিন্দুগামী রেখার ঢাল -1 হলে, p এর মান কত?

(ক) 2 (খ) -1 (গ) -2 (ঘ) অনির্ণেয়

➲ $y = 3x + 2$, $y = -3x + 2$ এবং $y = -2$ দ্বারা গঠিত জ্যামিতিক চিত্রটি কি?

[২৫তম ও ১৩তম বিসিএস প্রিলিমিনারি]

(ক) একটি সমবাহু ত্রিভুজ
(খ) একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ
(গ) একটি বিষমবাহু ত্রিভুজ
(ঘ) একটি সমকোণী ত্রিভুজ

❖ (5 , −1) এবং (−5, 1) বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব-

(a) $\sqrt{4}$ একক

(b) $\sqrt{104}$ একক

(c) $\sqrt{0}$ একক

(d) $\sqrt{100}$ একক

সংগ্রহের পদ্ধতির ভিত্তিতে উপাত্ত দুই প্রকার:

- প্রত্যক্ষ উপাত্ত
- পরোক্ষ উপাত্ত

➢ পরিসংখ্যানে তথ্য/উপাত্তকে শ্রেণিবদ্ধভাবে বিন্যস্ত করে গণসংখ্যা সারণি তৈরি করা হয়। এই সারণি তৈরির গুরুত্বপূর্ণ প্রথম দুইটি ধাপ হলো-

✓ **পরিসর নির্ণয়:** পরিসর = (সর্বোচ্চ সংখ্যা − সর্বনিম্ন সংখ্যা) + ১

✓ **শ্রেণি নির্ধারণ:** শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{(\text{বৃহত্তম সংখ্যা} - \text{ক্ষুদ্রতম সংখ্যা}) + ১}{\text{শ্রেণিব্যাপ্তি}}$

মধ্যক নির্ণয়

- ✓ উপাত্ত বিজোড় সংখ্যক হলে মধ্যক হবে মধ্যপদের মান।

মধ্যক $= \left(\frac{n+১}{২}\right)$তম পদ; যখন n বিজোড়।

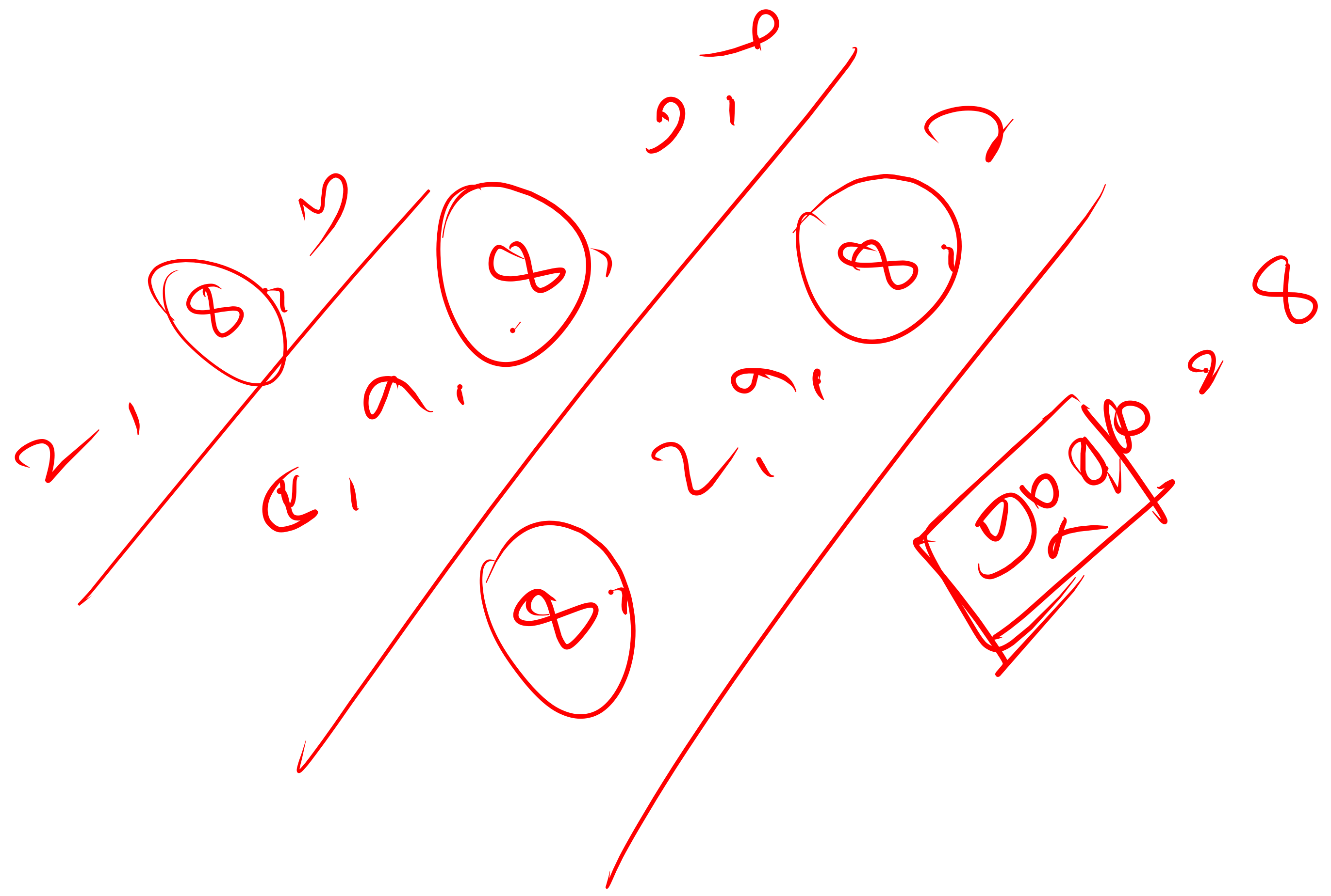
- ✓ উপাত্ত জোড় সংখ্যক হলে মধ্যক হবে মাঝখানের পদ দুইটির গড়।

মধ্যক $= \dfrac{\left(\frac{n}{২}\right)\text{ তম পদ} + \left(\frac{n}{২}+১\right)\text{ তম পদ}}{২}$; যখন n জোড়।

প্রচুরক নির্ণয়

- ✓ বিন্যস্ত উপাত্তের ক্ষেত্রে প্রচুরক $= L + \dfrac{f_1}{f_1+f_2} \times h$

এখানে,
L = প্রচুরক শ্রেণির নিম্নসীমা
f = প্রচুরক শ্রেণি ও এর পূর্বের শ্রেণির গণসংখ্যার পার্থক্য
f_2 = প্রচুরক শ্রেণি ও এর পরবর্তী শ্রেণির গণসংখ্যার পার্থক্য
n = শ্রেণি ব্যবধান



➲ ১৮ এবং ৭২ এর গুণোত্তর গড় কোনটি? [৪৪তম বিসিএস]

(ক) ৪৫ (খ) ১২৯৩ (গ) ৩৬ (ঘ) ৪

➲ তিনটি ক্রমিক সংখ্যার গুণফল তাদের যোগফলের ৫ গুণ; সংখ্যা তিনটির গড় কত? [৩৪তম বিসিএস]

(ক) ৬ (খ) ৩ (গ) ৫ (ঘ) ৪

➲ 100 জন শিক্ষার্থীর পরিসংখ্যানে গড় নম্বর 75। এদের মধ্যে 55 জন ছাত্রীর গড় নম্বর 70 হলে, ছাত্রদের গড় নম্বর কত? [৩৫তম বিসিএস]

(ক) 55.5 (খ) 60.5 (গ) 65.5 (ঘ) 81.11

H.W.

➲ তিন সদস্যের একটি বিতর্ক দলের সদস্যদের গড় বয়স ২৪ বছর। যদি কোনো সদস্যের বয়সই ২১ বছরের নিচে না হয় তবে তাদের কোনো একজনের সর্বোচ্চ বয়স কত হতে পারে? [৩৩তম বিসিএস]

(ক) ২৫ বছর (খ) ৩০ বছর (গ) ২৮ বছর (ঘ) ৩২ বছর

➲ ৮, ১০, ১৬, ১৪, ১৬, ২০ উপাত্তগুলোর মধ্যক কোনটি?

(ক) ১৪ (খ) ১৬ (গ) ১৫ (ঘ) ৩০

৮,১০,১৪,১৬,১৬,২০

১৫

➲ নিচের প্রদত্ত উপাত্তের প্রচুরক কত?

শ্রেণী	6-10	11-15	16-20	21-25
ঘটন সংখ্যা	4	10	15	20

(ক) 10 (খ) 22 (গ) 13 (ঘ) 40

POLL QUESTION-03

❖ ৭, ৯, ৭, ৯, ৩, ৪, ১৯, ৭০, ৭০, ৯, ৭, ৭০, ৯, ৪, ৩, ৭, ৭ কোনটি প্রচুরক?

(a) ৭

(b) ৭০

(c) ৯

(d) ৩

BCS কঠিন নয়;
প্রস্তুতি যদি গোছানো হয়