সংখ্যাপদ্ধতি

Arefin Bhai MBBS

শুরু করা যাক বাস্তব একটি

গল্প দিয়ে...

ডাক্তার: মা, আপনার বয়স কতো?

রোগী: কতো আর হইবো! তিরিশ!

ডাক্তার: আপনার মেয়ের বয়স কতো?

রোগী: কতো আর! পঁচিশ!

ডাক্তার: দেশ স্বাধীনের সময় আপনার বয়স কতো ছিলো?

রোগী: *বিয়া দ্যাওনের বয়সী আছিলাম!*

- আফ্রিকা, ল্যাটিন আমেরিকা ও অস্ট্রেলিয়ার অনেক ক্ষুদ্র নৃগোষ্ঠীর মাঝে এক-দুশো বছর আগেও সংখ্যা নিয়ে কোনো স্পষ্ট ধারণা ছিলো না।

হটেনটট

তাদের ভাষায় শুধু এক থেকে

চার পর্যন্ত সংখ্যা ছিল এবং

চারের চেয়ে বড় সব সংখ্যাই

তাদের ভাষায় অনেক!

কামিলারাই

- অস্ট্রেলিয়ার আদিবাসী কামিলারাই গোত্রের মানুষ তিনের চেয়ে বড় কোনো সংখ্যা বোঝাতে সেই সংখ্যাকে এক থেকে তিন পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর যোগফল আকারে প্রকাশ করত। যেমন তাদের কাছে মাল মানে এক, বুলান মানে দুই, গুলিবা মানে তিন। তাই চারকে তারা বলত বুলান-বুলান (দুই-দুই) পাঁচকে বুলান-গুলিবা (দুই-তিন) আর ছয়কে (গুলিবা-গুলিবা)।

মিশরীয় সংখ্যাপদ্ধতি

Number	Hieroglyph
1–9	(and multiples thereof)
10	
100	
1,000	 Lotus
10,000	
100,000	 Frog (sometimes a bird)
1,000,000	 "I'm Freaking Rich!"

মিশরীয় পদ্ধতিতে ৮৭৩২

ব্যাবিলনীয় ষাটমূলক সংখ্যা পদ্ধতি

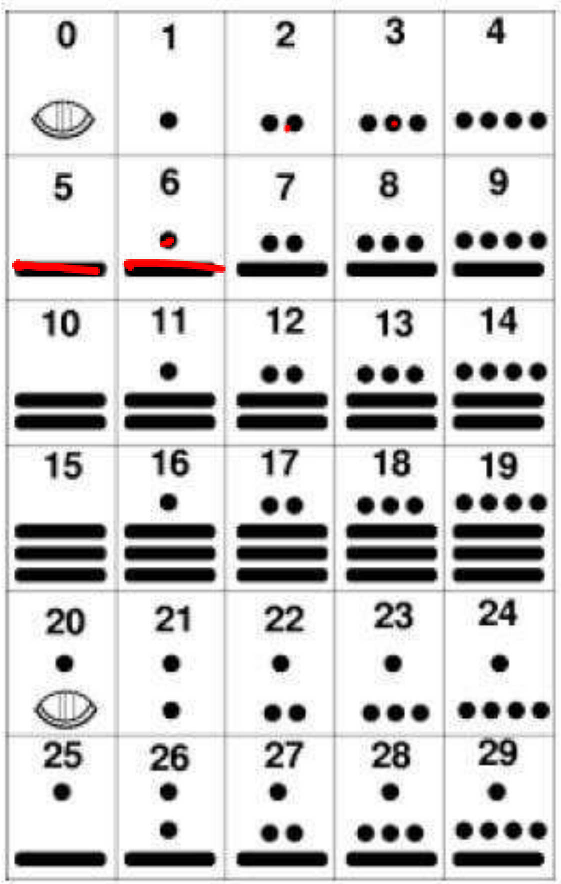
Number	Symbol
1	
10	
60	
600	

ব্যাবিলন ও মিশরের মতো গ্রীক ও রোমানরাও শুন্যের ব্যবহার জানত না। এর একটি বড় কারণ গ্রীক ও রোমানরা অনেক ব্যাপারেই তাদের দ্বারা প্রভাবিত।

·	1	10	100	1000
1	α	ι	ρ	,α
2	β	κ	σ	,β
3	γ	λ	τ	,γ
4	δ	μ	υ	,δ
5	ε	ν	φ	,ε
6	ϛ	ξ	χ	,ϛ
7	ζ	ο	ψ	,ζ
8	η	π	ω	,η
9	θ	ϟ	ϡ	,θ

গ্রীক পদ্ধতি

মায়া সভ্যতার গণনা পদ্ধতি



আধুনিক পদ্ধতি

- বর্তমানে যে পদ্ধতিতে আমরা সংখ্যা লিখি সেটা প্রাচীন ভারতীয় এবং আরবদের সম্মিলিত অবদানের ফসল। শুন্য থেকে নয় পর্যন্ত মোট দশটি প্রতীক ব্যবহার করে যেকোনো সংখ্যা লিখতে পারার বর্তমান পদ্ধতিটি ভারতীয়রা আবিষ্কার করেছিল প্রায় ৬০০ খ্রিস্টাব্দের দিকে।

- ব্যবসা বাণিজ্য এবং ধর্মপ্রচারের উদ্দেশ্যে ভারতবর্ষে আরবদের আনাগোনা সেই সময় থেকেই ছিল। ভারতীয় পদ্ধতিতে যোগ-বিয়োগের হিসাব সে সময়ে আরবে প্রচলিত সিস্টেমের চেয়ে ছিল অনেক সহজ ও কার্যকরী। এই দারুণ পদ্ধতিটি তাই আরবদের মনে ধরে গেল খুব সহজে। ভারত থেকে শিখে আসা পদ্ধতি আরবরা ছড়িয়ে দিল সারা বিশ্বে।

আরবীতে শুন্যকে বলা হয় সিফর। আরব বনিকদের কাছে শেখা শূন্য বা সিফরকে ইতালিয়রা ল্যাটিনে বলত জেপিরো। আর ল্যাটিন জেপিরো থেকেই এসেছে ইংরেজি জিরো শব্দটি। যদিও ইতালিয় বনিকরা জানত ইন্দো-আরবীয় পদ্ধতিতে হিসাব নিকাশ খুব সহজে করা যায়, তারপরও ভিনদেশীদের পদ্ধতি বলে বাণিজ্য ছাড়া আর অন্য কোনো কাজে তারা এই পদ্ধতি ব্যবহার করতে চাইত না। তবে অচিরেই ইউরোপে জনপ্রিয়তা লাভ করে ইন্দো-আরবীয় পদ্ধতি।

সংখ্যাপদ্ধতিকে দুই ভাগে ভাগ করা যায়

- ক) নন-পজিশনাল সংখ্যা পদ্ধতি (Non-positional Number System): এই পদ্ধতিতে প্রতীক বা চিহ্নগুলো যেখানেই ব্যবহার করা হোক না কেন, তার মান একই থাকবে।
- যেমন: রোমান সংখ্যা হচ্ছে নন- পজিশনাল সংখ্যার উদাহরণ। যেমন: রোমান সংখ্যা ৫ বোঝানোর জন্য V ব্যবহার করা হয় I V, VI, VII এই তিনটি উদাহরণে V তিনটি ভিন্ন জায়গায় বসেছে, কিন্তু প্রত্যেক ক্ষেত্রেই V এর মান ৫ বুঝিয়েছে। অর্থাৎ এটি কোন অবস্থানে বসেছে তার উপর নির্ভর করে তার মান পরিবর্তন হয়।

V = ৫ VI ৫ VII ৫

৫৫৫

প্রতিটি ৫ কি সমান মান বহন করে?

৫

৫০

৫০০

পজিশনাল সংখ্যা পদ্ধতি (Positional Number System)

- এই পদ্ধতিতে চিহ্ন বা প্রতীকটিকে কোন অবস্থানে ব্যবহার করা হচ্ছে তার উপর মান নির্ভর করে।
- যেমন: আমাদের প্রচলিত দশমিক পদ্ধতি হচ্ছে পজিশনাল সংখ্যা পদ্ধতির উদাহরণ।
- যেমন: ৫৫৫ সংখ্যার ডানদিকের প্রথম অঙ্কটি ৫ সংখ্যা বোঝালেও তার পরেরটি ৫০ এবং পরেরটি ৫০০ সংখ্যা বোঝায়। এটি ১০ ভিত্তিক সংখ্যা এবং প্রত্যেকটি অবস্থানের একটি মান রয়েছে।

$\xleftarrow{\text{MSB}}$ $\qquad$ $\xrightarrow{\text{LSB}}$

$$864.125$$

Raddix Point

$$\frac{5}{1000}$$

$$\frac{1}{10} \quad \frac{2}{100}$$

দশমিক সংখ্যা পদ্ধতি (Decimal Number System):

- দশমিক সংখ্যা পদ্ধতিতে ০, ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮ এবং ৯ এই দশটি প্রতীক দিয়ে সব ধরনের সংখ্যা গঠন করা হয়। দশটি প্রতীক বা অঙ্ক ব্যবহার করা হয় বলে এ সংখ্যা পদ্ধতিকে বলা হয় দশমিক সংখ্যা পদ্ধতি। এ সংখ্যা পদ্ধতির ভিত্তি হচ্ছে ১০।

১৩২০

১৮ = ৭

০
১
২
৩
৪
৫
৬
৭
৮

৯
$\boxed{১০}$
১১
১২
১৩
১৪
১৫

১৬
১৭
১৮
১৯
$\boxed{২০}$
২১

......
৯৯
$\boxed{১০০}$
১০৯
২৯
৩০

০
১
২
৩
.
.
.
৯

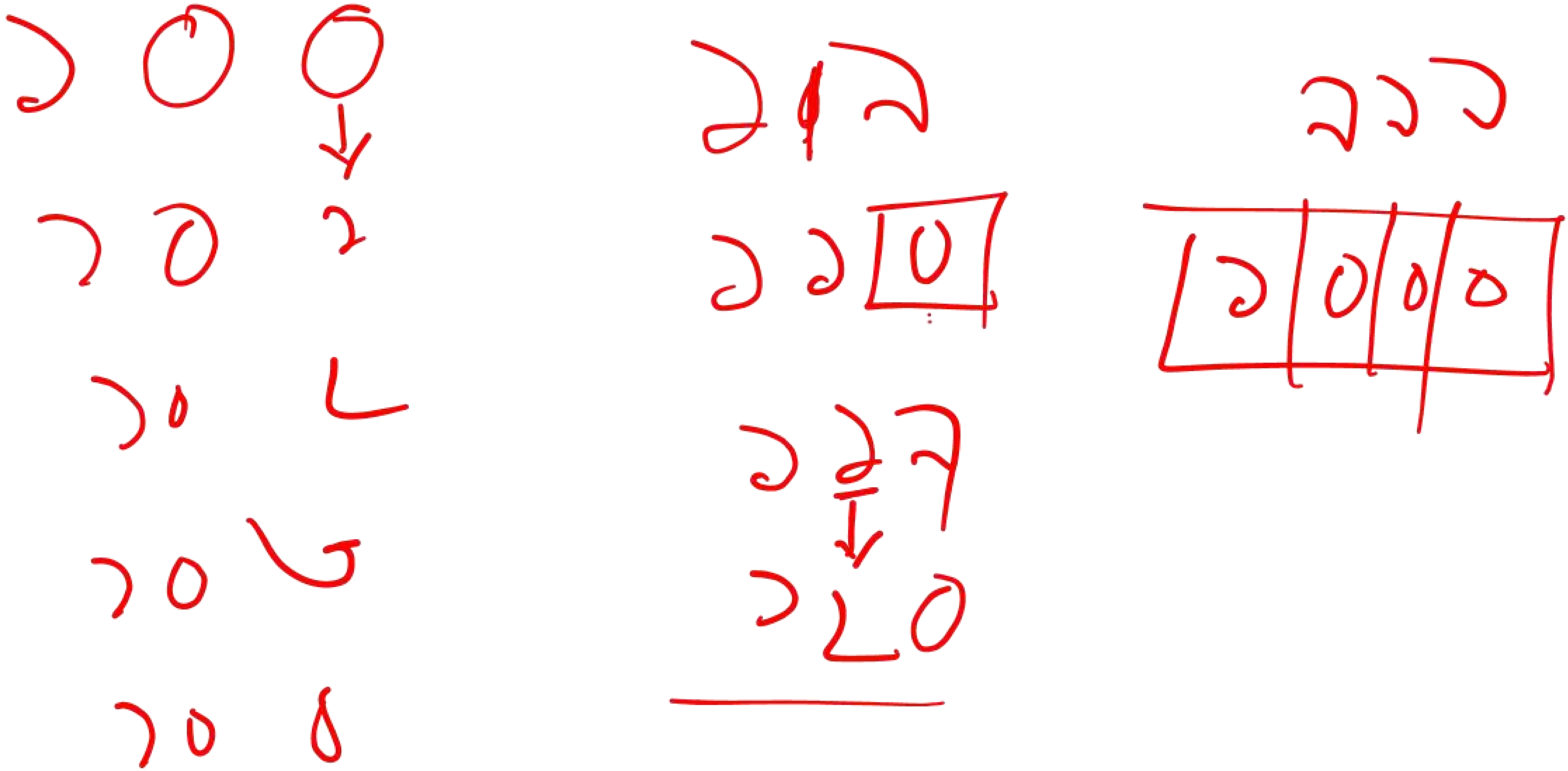
১	০

১	১
১	২
১	৩
১	৪
১	৫
১	৬
১	৭
১	৮
~~১~~	৯

২	০
২	১
২	২
২	৩
২	৪
২	৫
২	৬
২	৭
	৮

৩	০
৩	১
৩	২
৩	৩
৯	৯

১	০	০



২ ৬ ২ ০

০×১০^{০}

২×১০^{১}

$৬ \times ১০^{২} = ৬০০$

$২ \times ১০^{৩} = ২\times১০০০$

২

↑ ০

৫ ৬ ৪

$৪ \times ২০ = ৪$

$৬ \times ২০^{১} = ৬৪$

$৫ \times ২০^{2} =$ [illegible]

৫৬৪.২৭৩

$(৫ \times ১০^{২}) + (৬ \times ১০^{১}) + (৪ \times ১০^{০})$ $\quad ২ \times ১০^{-১}$ $\quad ৫ \times ১০^{-২}$

$\frac{১}{১০} = ১০^{-১}$ $\quad \frac{২}{১০}$ $\quad \frac{৭}{১০০}$

$\frac{১}{১০০} = \frac{১}{১০^{২}} = ১০^{-২}$

০
১
২
৩
৪
৫
৬
৭

৮
৯

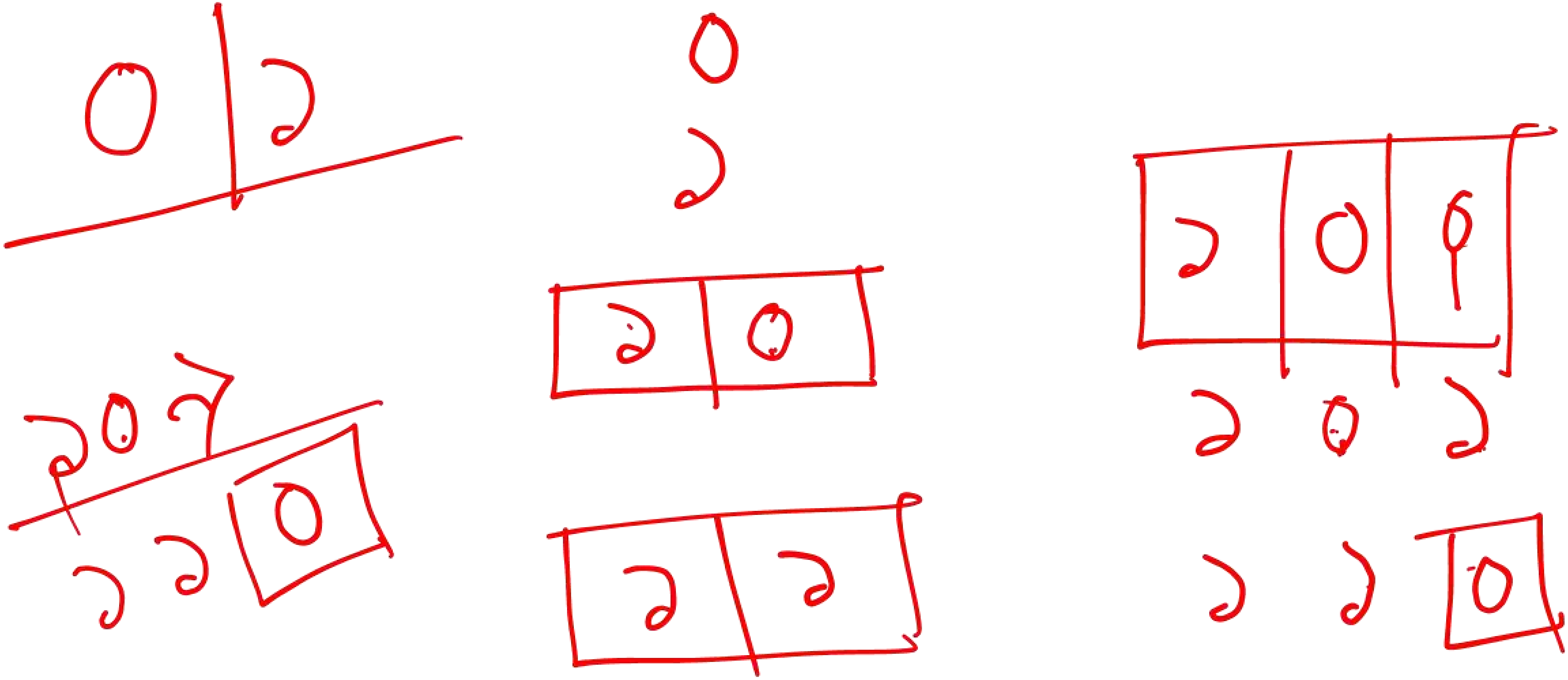
১	০

১১
১২
১৩
১৪

১ ৯
২০
২১
২২
২৩

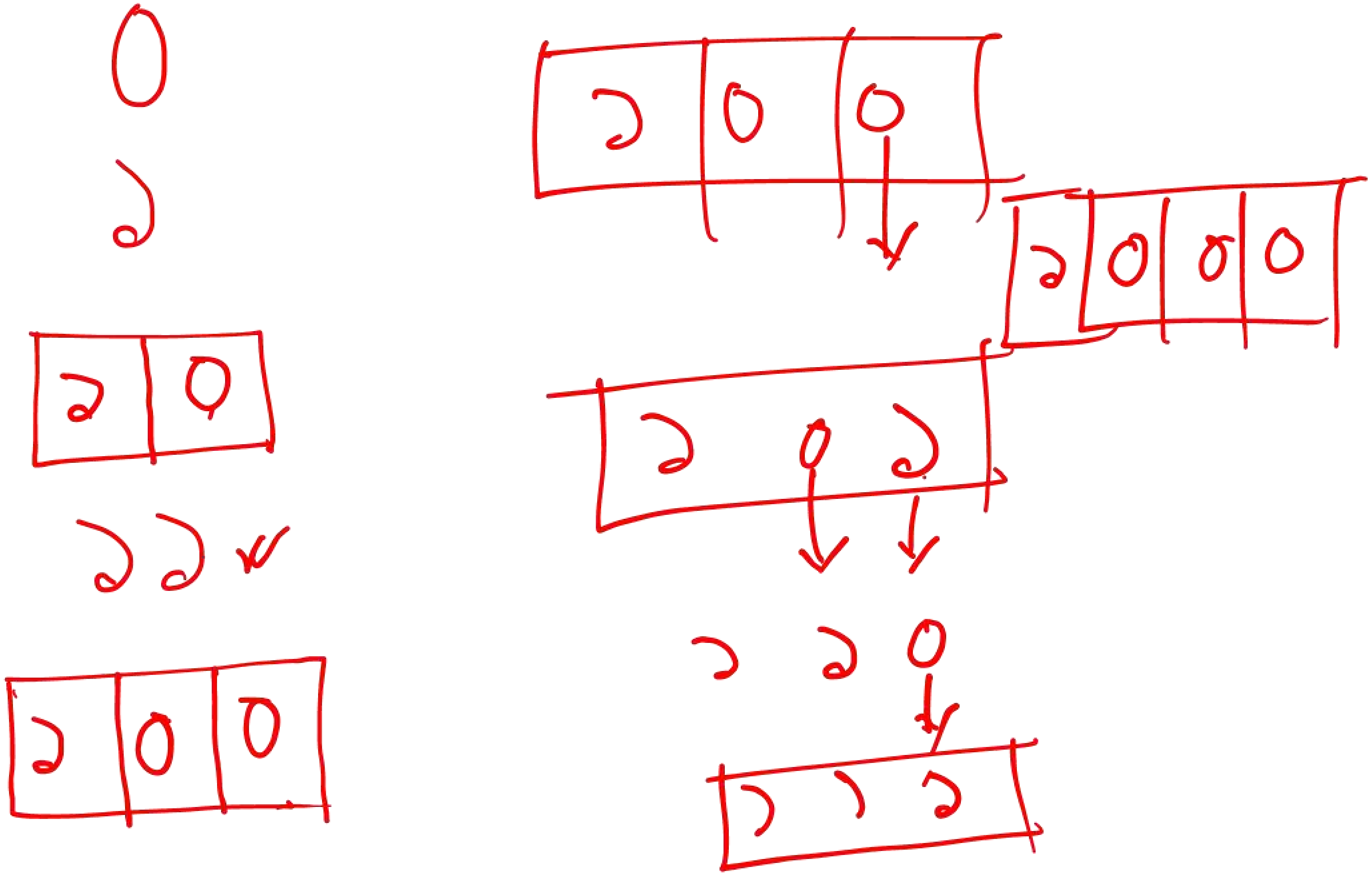
২৯
৩০
৯৯

৯	০	৪



বাইনারি পদ্ধতি (Binary Number System)

- বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতি একটি ২-ভিত্তিক সংখ্যা পদ্ধতি। এ পদ্ধতিতে ০ এবং ১ এই দুটি অঙ্ক ব্যবহৃত হয়। এ দুটি অঙ্ককে বিভিন্নভাবে সাজিয়ে যেকোনো সংখ্যাকে বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতিতে লেখা যায়। বাইনারিতে দুটি অঙ্ক ব্যবহৃত হয় বিধায় এ পদ্ধতির ভিত্তি ২। কম্পিউটার বাইনারি সংখ্যার মাধ্যমে যেকোনো ধরনের উপাত্ত বা ডেটা সংরক্ষণ করে থাকে। আবার কম্পিউটারের সকল অভ্যন্তরীণ প্রক্রিয়াকরণের কাজ সম্পন্ন হয় বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতিতে। বিদ্যুৎ আছে (১) অথবা বিদ্যুৎ নেই (০) - শুধু এ দুটি অবস্থাই কম্পিউটার বুঝতে পারে। অর্থাৎ অন এবং অফ ধারণা থেকেই ২ ভিত্তিক বা বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতি গড়ে উঠেছে।



অক্টাল সংখ্যা পদ্ধতি (Octal Number System)

- যে সংখ্যা পদ্ধতিতে আটটি অঙ্ক বা চিহ্ন ব্যবহার করা হয় তাকে অক্টাল সংখ্যা পদ্ধতি বলে ।
- সুইডেনের রাজা চার্লস অক্টাল সংখ্যা পদ্ধতির উদ্ভাবন করেন। এ পদ্ধতিতে ব্যবহৃত অঙ্কগুলো হলো ০, ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭।
- অক্টাল সংখ্যা পদ্ধতির ভিত্তি হচ্ছে ৮। = ৮

০	১০	২০	৩০
১	১১	২১	
২	১২	২২	$\boxed{১৭}$
৩	১৩	২৩	$\boxed{১৮}$
৪	১৪	২৪	$\boxed{২৬}$
৫	১৫	২৭	$\boxed{৯৬}$
৬	১৬		
৭	১৭		

হেক্সাডেসিমাল সংখ্যা পদ্ধতি (Hexadecimal Number System)

- যে সংখ্যা পদ্ধতিতে ১৬টি অঙ্ক বা চিহ্ন ব্যবহার করা হয় তাকে হেক্সাডেসিমাল সংখ্যা পদ্ধতি বলে।
- এ পদ্ধতিতে ব্যবহৃত অঙ্কগুলো হলো ০, ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ৯, A, B, C, D, E, F এখানে A, B, C, D, E এবং F-এর সমতুল্য দশমিক মান হচ্ছে যথাক্রমে ১০, ১১, ১২, ১৩, ১৪ এবং ১৫।
- হেক্সাডেসিমাল পদ্ধতির ভিত্তি ১৬।

০
১
২
৩
৪
৫
৬
৭
৮
৯
A
B
C
D
E
F
১০
১১
১২
১৩
১৪
১৫
১৬
১৭
১৮
১৯
১A
১B
১C
১D
১E
১F
২০

N2K

Decimal	Binary	Octal	Hexadecimal
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10


দশমিক
বাইনারি
অক্টাল
হেক্সাডেসিমাল

দশমিক সংখ্যা পদ্ধতি থেকে অন্য যেকোন সংখ্যা পদ্ধতিতে রূপান্তর

(ক) পূর্ণাংশের ক্ষেত্রে নিয়মাবলি

- ধাপ-১: দশমিক পূর্ণ সংখ্যাকে যে সংখ্যা পদ্ধতির পূর্ণসংখ্যায় রূপান্তর করতে হবে তার Base বা ভিত্তি (যেমন: বাইনারি হলে ২, অক্টাল হলে ৮, হেক্সাডেসিম্যাল হলে ১৬) দ্বারা ভাগ করতে হবে।
- ধাপ-২: প্রাপ্ত ভাগশেষটিকে ভাগফলের পাশে বসাতে হবে।
- ধাপ-৩: প্রাপ্ত ভাগফলকে আবার কাঙ্ক্ষিত সংখ্যা পদ্ধতির বেজ Base বা ভিত্তি দ্বারা ভাগ করতে হবে।
- ধাপ-৪: এভাবে পুনরায় ভাগ করতে হবে যতক্ষণ না পর্যন্ত ভাগফল ০ (শূন্য) হবে।
- ধাপ-৫: প্রাপ্ত ভাগশেষগুলোকে শেষ থেকে শুরু পর্যন্ত অর্থাৎ, নিচ থেকে উপরের দিকে সাজিয়ে লিখলেই রূপান্তরিত বা কাঙ্ক্ষিত সংখ্যা পদ্ধতির সংখ্যা/ফলাফলটি পাওয়া যাবে।

আদব কায়দা

- নিয়মটা বুঝতে হবে।

গুণ-ভাগ, যোগ-বিয়োগ না বুঝলে

Free Course

ভাই আরেকবার...

দশমিক থেকে বাইনারি

2)1(

$$(12)_{10} = (1100)_2$$

		অবশিষ্ট
2	12	
2	6	0
2	3	0
2	1	1
	0	1

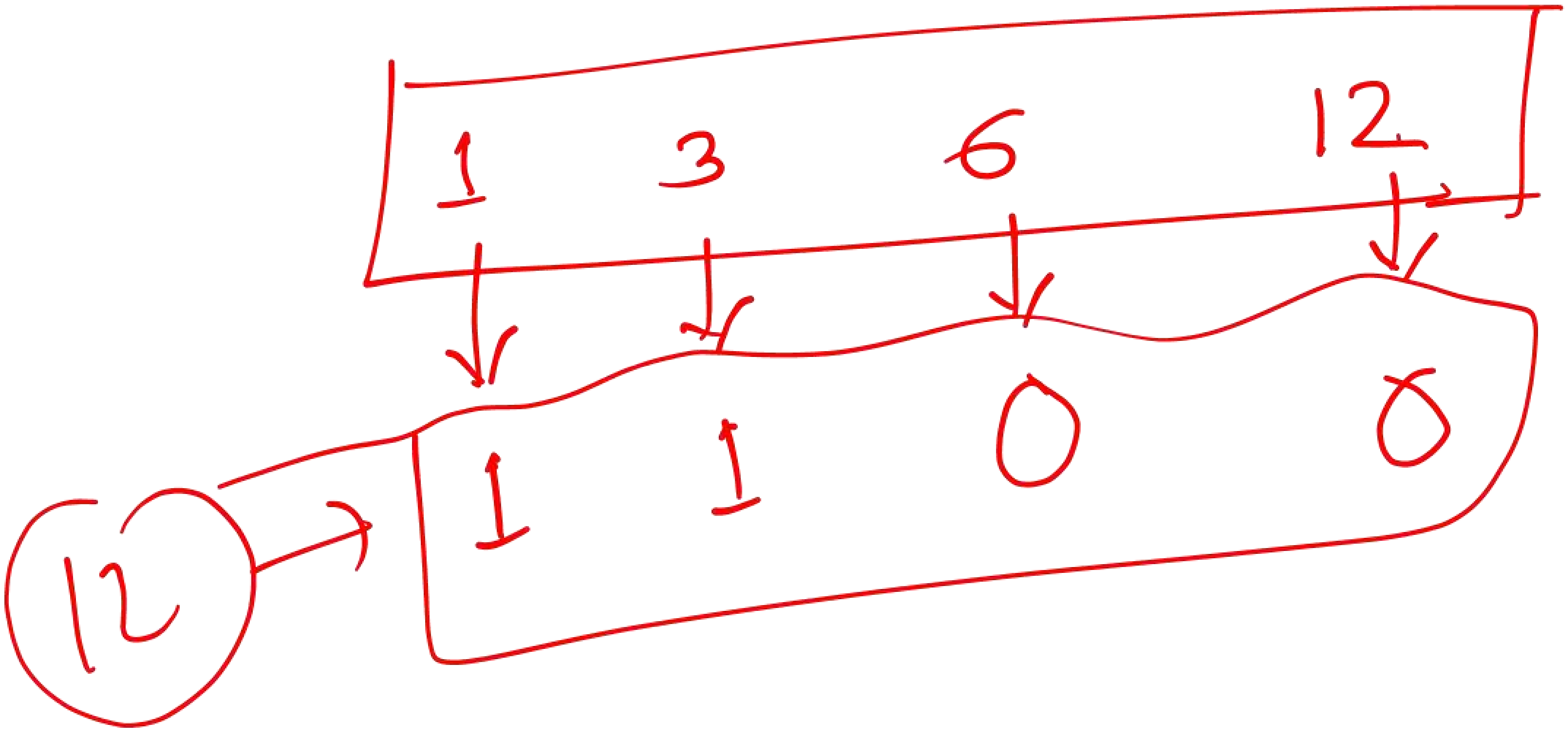
LSD

MSD

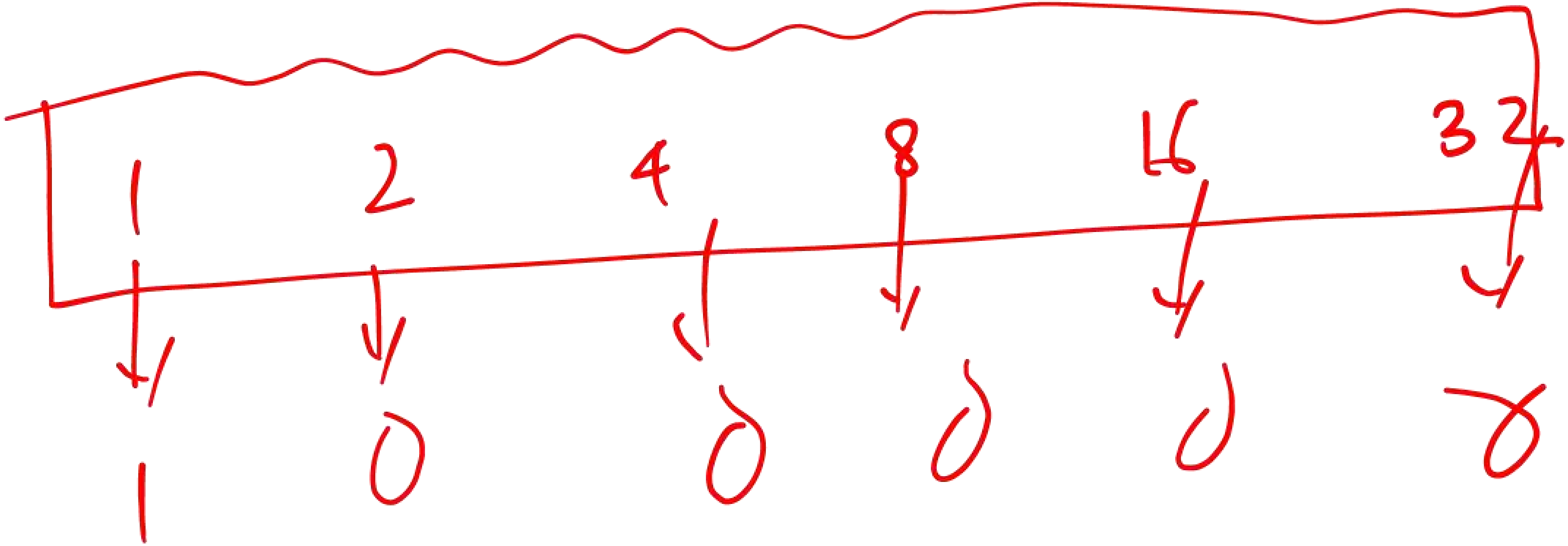
		ভাগশেষ
2	32	
2	16	0
2	8	0
2	4	0
2	2	0
2	1	0
	0	1

100000

$$\therefore \ (12)_{10} = (1100)_2$$



1
3
6
12
1
1
0
0
12


1 2 4 8 16 32
1 0 0 0 0 0

$(368)_{10}$

1 2 5 11 23 46 92 184 368

1 0 1 1 1 0 0 0 0

2	367	ভাগশেষ
2	183	1
2	91	1
2		
2		
2		
2		
2		
2	1	

দশমিক থেকে অক্টাল

$(120)_{10} = (170)_8$

8	120	অবশিষ্ট
8	15	0
8	1	7
	0	1

দশমিক থেকে হেক্সাডেসিমাল

10 = A

11 = B

12 = C

13 = D

14 = E

15 = F

16	25	
16	1	9
	0	1

$(25)_{10} = (19)_{16}$

$$(94)_{10} = (5E)_{16}$$

ভাগশেষ

16	94	
16	5	$14 \rightarrow E$
	0	5

$(245)_{10} = (F5)_{16}$

		ভাগশেষ
16	245	
16	15	5
	0	$15 \rightarrow F$

(খ) ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে নিয়মাবলী

- ধাপ-১: দশমিক ভগ্নাংশ সংখ্যাকে যে সংখ্যা পদ্ধতির ভগ্নাংশে রূপান্তর করতে হবে তার Base বা ভিত্তি (যেমন: বাইনারি হলে ২, অক্টাল হলে ৮, হেক্সাডেসিম্যাল হলে ১৬) দ্বারা গুণ করতে হবে।
- ধাপ-২: প্রাপ্ত গুণফলের পূর্ণ অংশটিকে/পূর্ণ সংখ্যা (সহজভাবে বললে দশমিকের পূর্বের সংখ্যা) সংরক্ষণ করতে হবে।
- ধাপ-৩: প্রাপ্ত গুণফলের ভগ্নাংশটিকে (পূর্ণাংশ নয়) আবার কাঙ্ক্ষিত সংখ্যা পদ্ধতির Base বা ভিত্তি দ্বারা গুণ করতে হবে এবং পূর্ণ অংশ সংরক্ষণ করতে হবে।
- ধাপ ৪: যতক্ষণ না পর্যন্ত গুণফলের মান ০ (শূন্য) হবে ততক্ষণ পর্যন্ত গুণ করতে হবে,
- ধাপ-৫: সংরক্ষিত পূর্ণ সংখ্যাগুলো/দশমিকের পূর্বের সংখ্যাগুলো উপর থেকে নিচের দিকে সাজালে প্রাপ্ত সংখ্যাই হবে কাঙ্ক্ষিত সংখ্যা পদ্ধতি।

$(37.125)_{10}$ কে বাইনারি সংখ্যায় রূপান্তর করো

2	37	
2	18	1
2	9	0
2	4	1
2	2	0
2	1	0
	0	1

$.125 \rightarrow .001$

পূর্ণাংশ	ভগ্নাংশ
	.125 × 2
0	.250 × 2
0	.500 × 2
1	.000

$$\begin{array}{r} 0.175 \\ \times 8 \\ \hline 1.40 \end{array}$$

$(0.175)_{10}$ কে অক্টাল সংখ্যায় রূপান্তর করো

পূর্ণাংশ	ভগ্নাংশ –
	.175 × 8
1	.400 × 8
3	.200 × 8
1	.600

$0.175 = 0.131$

0.175

$$\begin{array}{r} .400 \\ \times 8 \\ \hline 3.200 \end{array}$$

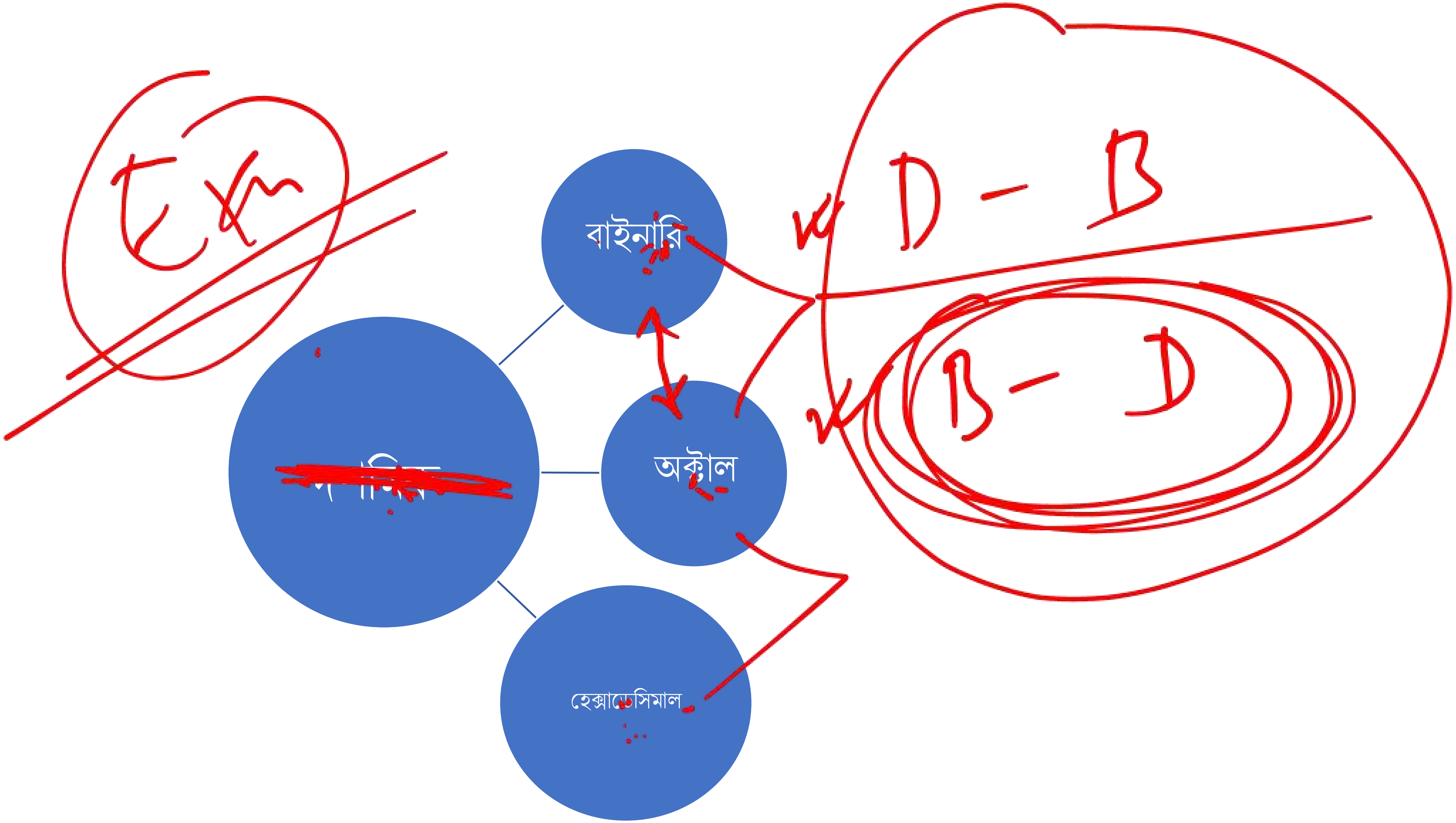
$$\begin{array}{r} .200 \\ \times 8 \\ \hline 1.600 \end{array}$$

পূর্ণাংশ	ভগ্নাংশ
	0.175 ×8

$(0.135)_{10}$ কে হেক্সাডেসিমাল এ রূপান্তর করো।

Hw

পূর্ণাংশ	ভগ্নাংশ —
	.135 ×16


Ex
বাইনারি
অক্টাল
হেক্সাডেসিমাল
D - B
B - D

বাইনারি থেকে ডেসিমাল

$(10101)_2$

$(1\times 2^4) + (0\times 2^3) + (1\times 2^2) + (0\times 2^1) + (1\times 2^0)$

$16 + 4 + 1$

21

1	~~0~~	1	~~0~~	~~0~~	1
↓	~~↓~~	↓	~~↓~~	~~↓~~	↓
32	~~16~~	8	~~4~~	~~2~~	1

41

$(0.1001)_2$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{16}$$

$$1 \times 2^{-1} + \boxed{0 \times 2^{-2}} + \boxed{0 \times 2^{-3}} + 1 \times 2^{-4}$$

$$= \frac{1}{2} + 0 + 0 + \frac{1}{2^4}\ 16$$

1 0 1 0 1

↓ ↓ ↓ ↓ ↓

16 8 4 2 1

21

8

1	3	7	14	28	56
1	1	1	0	0	0

অক্টাল থেকে দশমিক

$(637)_8$

$6 \times 8^2 + 3 \times 8^1 + 7 \times 8^0$

$\underline{384} + \underline{24} + \underline{7}$

$B \rightarrow D$

$D — B$

$(0.125)_8$

1×8^{-1} 2×8^{-2} 5×8^{-3}

$\times$

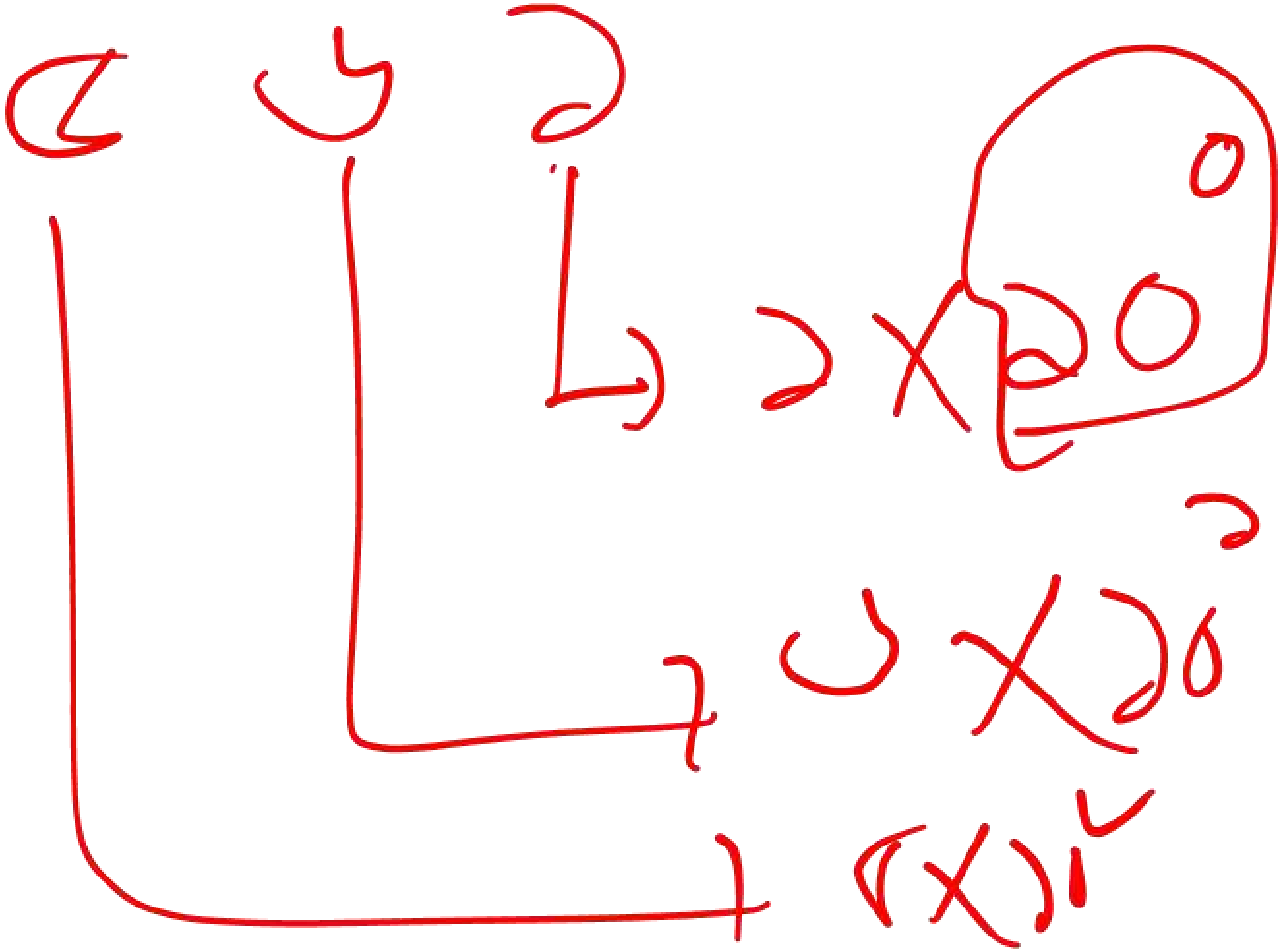
হেক্সাডেসিমাল থেকে দশমিক

$(52)_{16}$

$5 \times 16^1 + 2 \times 16^0$

$(4D)_{16}$

$4 \times 16^1 \quad 13 \times 16^0$



$(BABA)_{16}$

$11 \times 16^3 \quad 10 \times 16^2 \quad 11 \times 16^1 \quad 10 \times 16^0$

$(0.9A)_{16}$

$9 \times 16^{-1} + 10 \times 16^{-2}$

বাইনারি থেকে অক্টাল

Decimal	Binary	Octal	Hexadecimal
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10

Shortcut

$\boxed{4}$ $\boxed{2}$

$\boxed{1}$

✓	✓	✓	
4	2	1	
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	2
0	1	1	3
1	0	0	4
1	0	1	5
1	1	0	6
1	1	1	7

$(101100)_2$ **Octal**

$1 = 2^0$

$2 = 2^1$

$4 = 2^2$

54

4	2	1	
1	0	0	= 4
1	0	1	= 5

$(10110.1101)_2$ **Octal** → 1, 2, 4

010 110 . 110 100

2 6 6

4

4	2	1	
1	1	0	= 6
0	1	0	= 2
1	1	0	6
1	0	0	4

অক্টাল থেকে বাইনারি

$(521)_8$ **Binary**

101 010 001

4	2	1	
0	0	1	1
0	1	0	2
1	0	1	5

বাইনারি থেকে হেক্সাডেসিমাল

$2^0 = 1$

$2^1 = 2$

$2^2 = 4$

$2^3 = 8$

8	4	2	1	
0	1	1	1	7
1	0	1	0	A
1	0	1	1	B
1	1	1	1	F

$(11011.110111)_2$ **Hexadecimal**

$$\underbrace{0001}_{\downarrow\ 1}\ \underbrace{1011}_{\downarrow\ B}\ .\ \underbrace{1101}_{\downarrow\ D}\ \underbrace{1100}_{\downarrow\ C}$$

8	4	2	1	
1	0	1	1	= B
0	0	0	1	1
1	1	0	1	D
1	1	0	0	C

হেক্সাডেসিমাল থেকে বাইনারি

1 7 4

B —
E —
Mat —
Mu —
ICT

$(7.2D)_{16}$ **Binary**

0111 · 0010 1101

8	4	2	1	
0	1	1	1	7
0	0	1	0	2
1	1	0	1	D

D → B

B — D

H – D

SzA.

O – D

D – O

Math

Thank You