

ত্রিভুজ সংক্রান্ত উপপাদ্য ও
গাণিতিক সমস্যা

Md. Labu Miah
Instructor, P2A

বিগত বিসিএস এর প্রশ্ন

• ৪৬তম বিসিএস

✓ কোনো একটি ত্রিভুজের দুইটি কোণের পরিমাণ ২৮° ও ৬২° । ত্রিভুজটি কোন ধরনের?

• ৪৫তম বিসিএস

✓ একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত $1: 2\sqrt{2}: 3$ হলে এর বৃহত্তম কোণটির মান কত?

✓ ৪৪তম বিসিএস

✓ ABC ত্রিভুজে B কোণের পরিমাণ ৪৮° এবং $AB = AC$ । যদি E এবং F, AB এবং AC-কে এমনভাবে ছেদ করে যেন $EF \parallel BC$ হয়, তাহলে $\angle A + \angle AFE = ?$

✓ একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য ২ সে.মি. এবং উচ্চতা x সে.মি. হলে, x এর মান কোনটি?



বিগত বিসিএস এর প্রশ্ন

- ~~৭৩~~তম বিসিএস

- ✓ একটি কোণের মান তার সম্পূরক কোণের মানের অর্ধেকের সমান। কোণটির মান কত?

- ৪১তম বিসিএস

- ✓ $\triangle ABC$ এর $\angle A = 40^\circ$ এবং $\angle B = 80^\circ$ । $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডক AB বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করলে $\angle CDA = ?$

- ৪০তম বিসিএস

- ✓ চিত্রে, $\angle PQR = 55^\circ$, $\angle LRN = 90^\circ$ এবং $PQ \parallel MR$, $PQ = PR$ হলে, $\angle NRP$ এর মান নীচের কোনটি?

- ৩৮তম বিসিএস

- ✓ একটি সমবাহু ত্রিভুজের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য যদি a একক হয় তবে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?

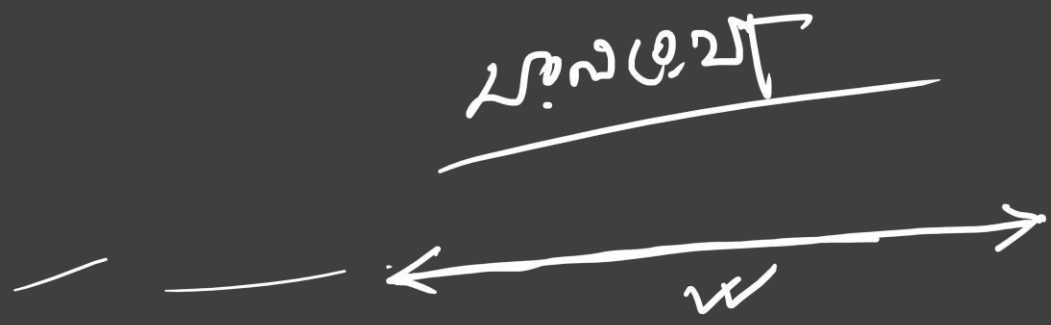
বিগত বিসিএস এর প্রশ্ন

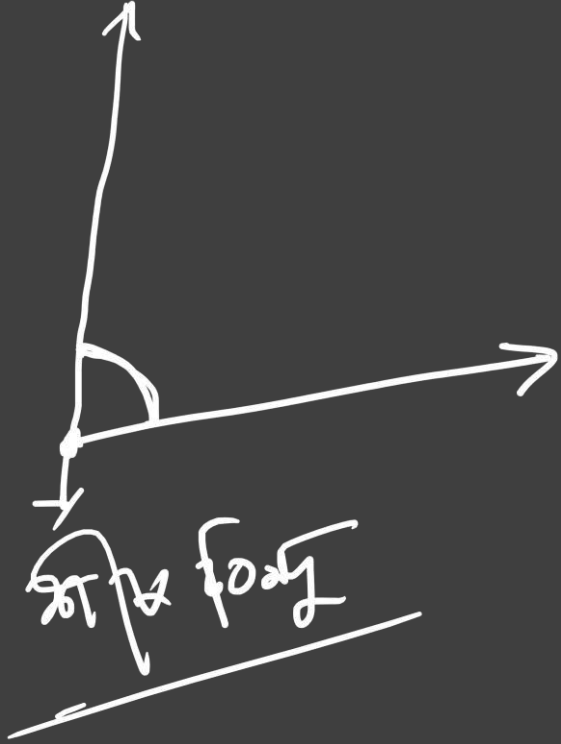
- ৩৭তম বিসিএস

✓ 17 সে.মি., 15 সে.মি., 8 সে.মি বাহু বিশিষ্ট ত্রিভুজটি হবে-

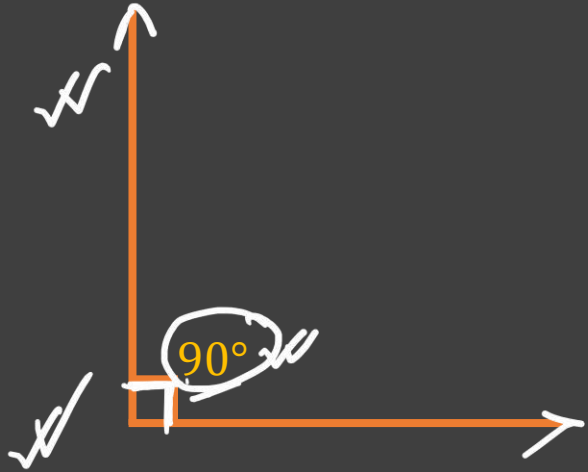
- ৩৬তম বিসিএস

✓ চিত্র অনুসারে O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে ABC অন্তর্লিখিত। $\angle y = 112^\circ$ হলে $x =$ কত?

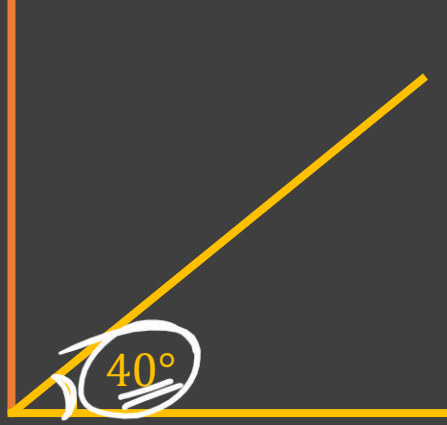




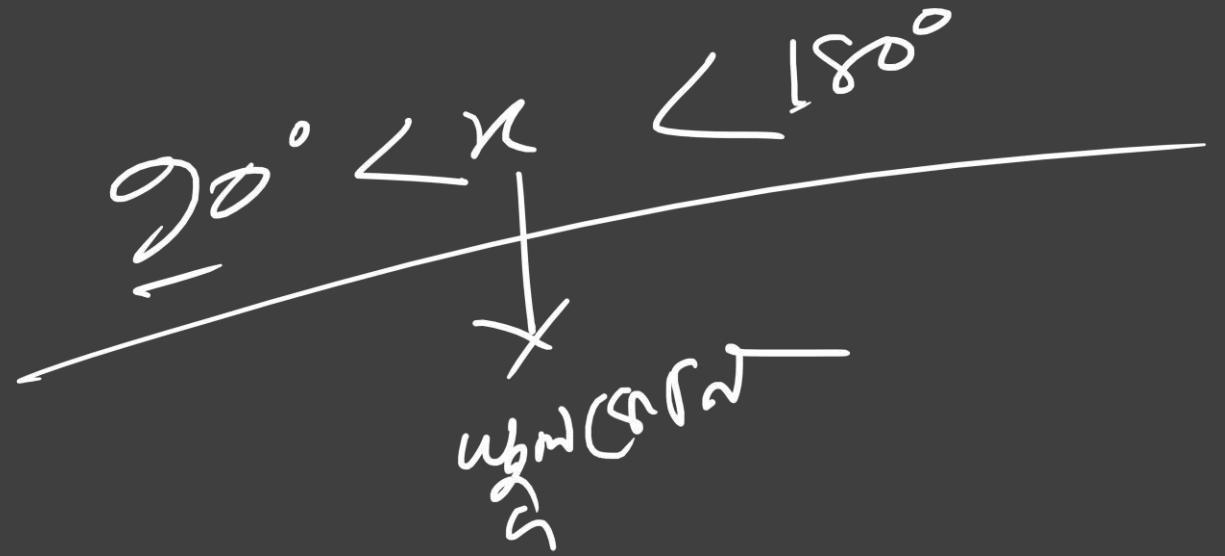
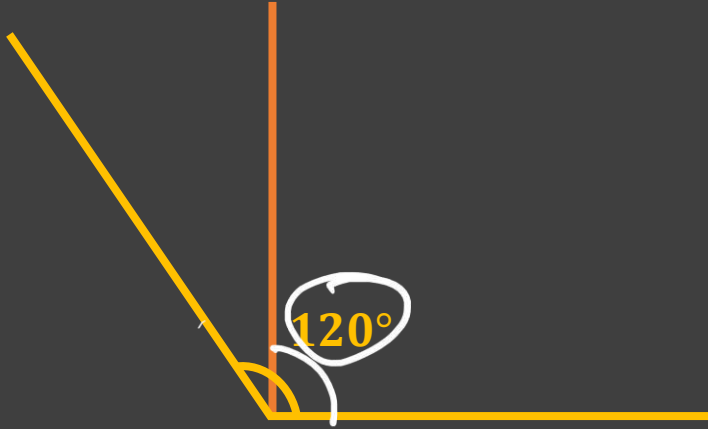
সমকোণ



সূক্ষ্মকোণ



স্থূলকোণ
=

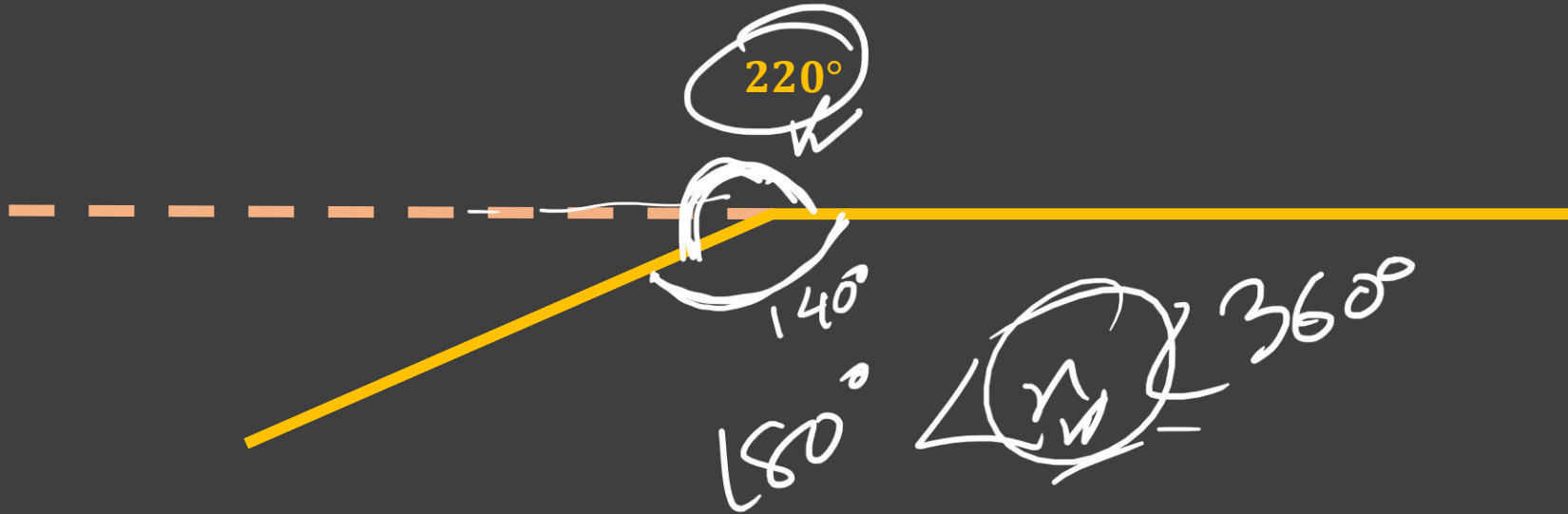
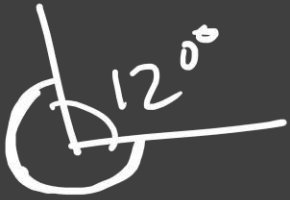


সরলকোণ

180°



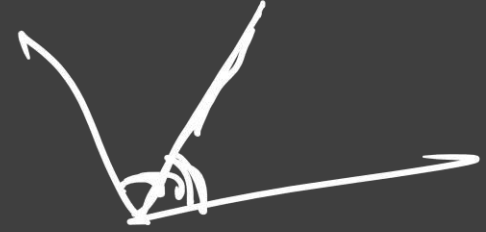
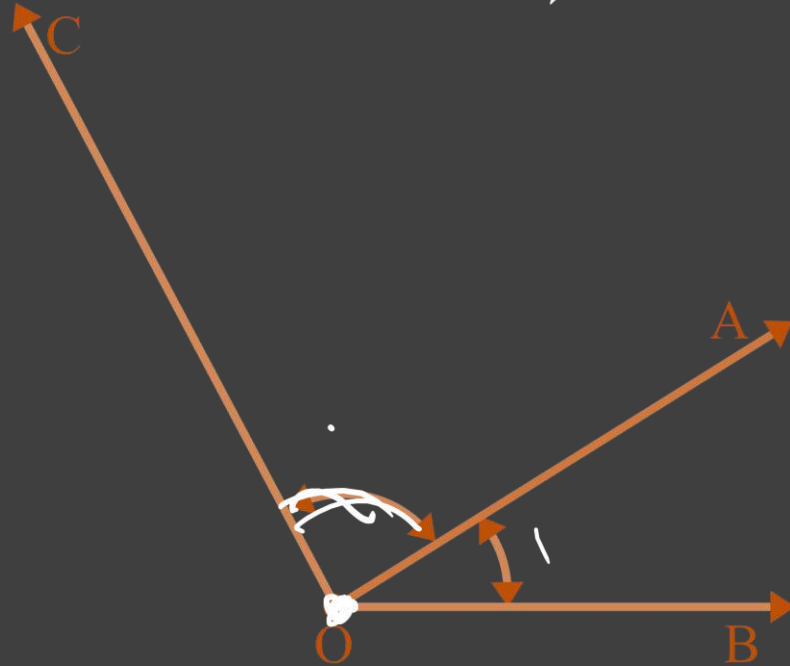
প্রবৃদ্ধকোণ



সন্নিহিত কোণ

যদি কোনো তলে দুইটি কোণের একই শীর্ষবিন্দু হয় এবং কোণদ্বয় সাধারণ বাহুর বিপরীত পাশে অবস্থান করে।

তবে ঐ কোণদ্বয়কে সন্নিহিত কোণ বলে।



সম্পূরক কোণ

180°

$$120^\circ + 60^\circ = 180^\circ$$

✓ পূরক কোণ
↓
৭০°

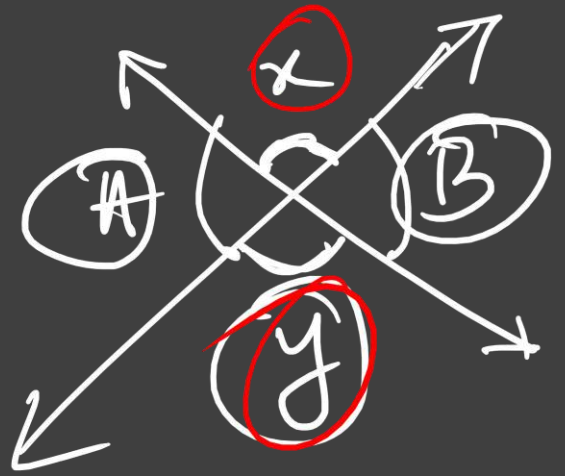
৭০°

✓ সম্পূরক
↓
১৪০°

বিপ্রতীপ কোণ

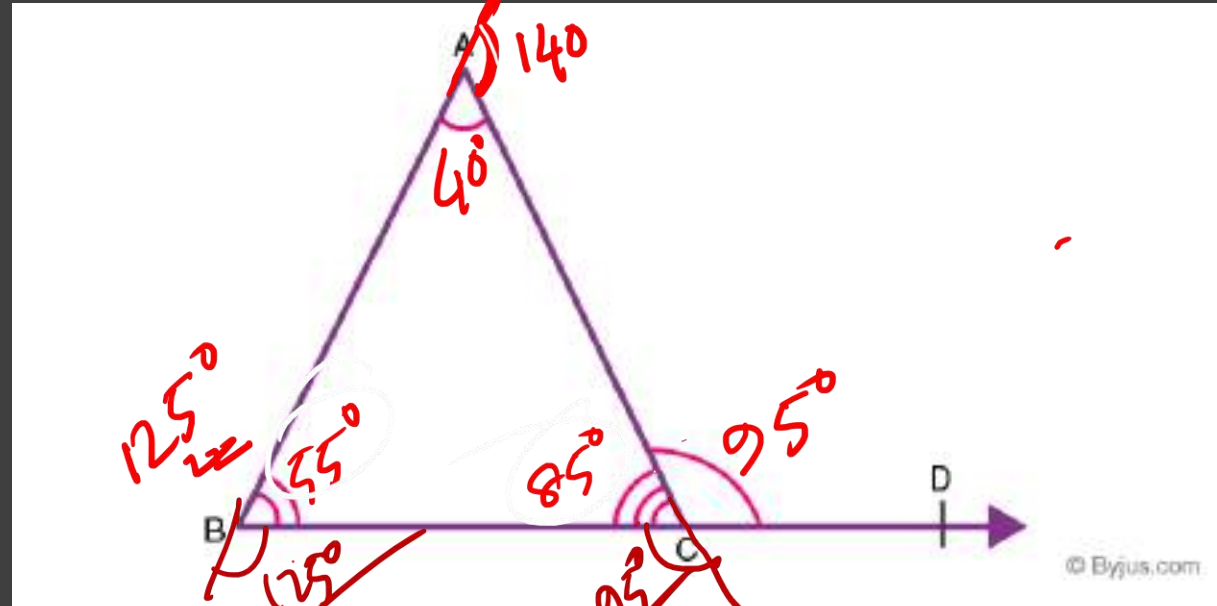
$$\angle x = \angle y$$

$$\angle A = \angle B$$

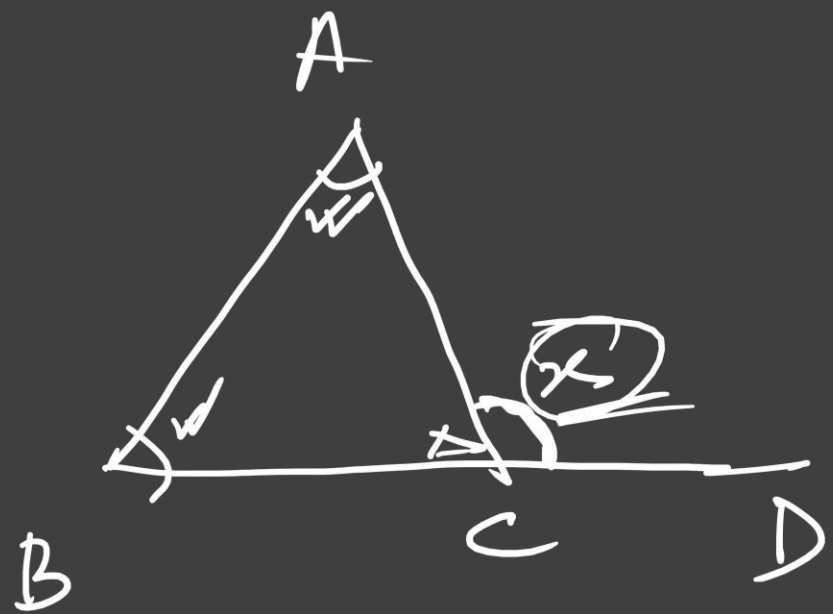


$$\begin{array}{r} 55 \\ 85 \\ \hline 140 \end{array}$$

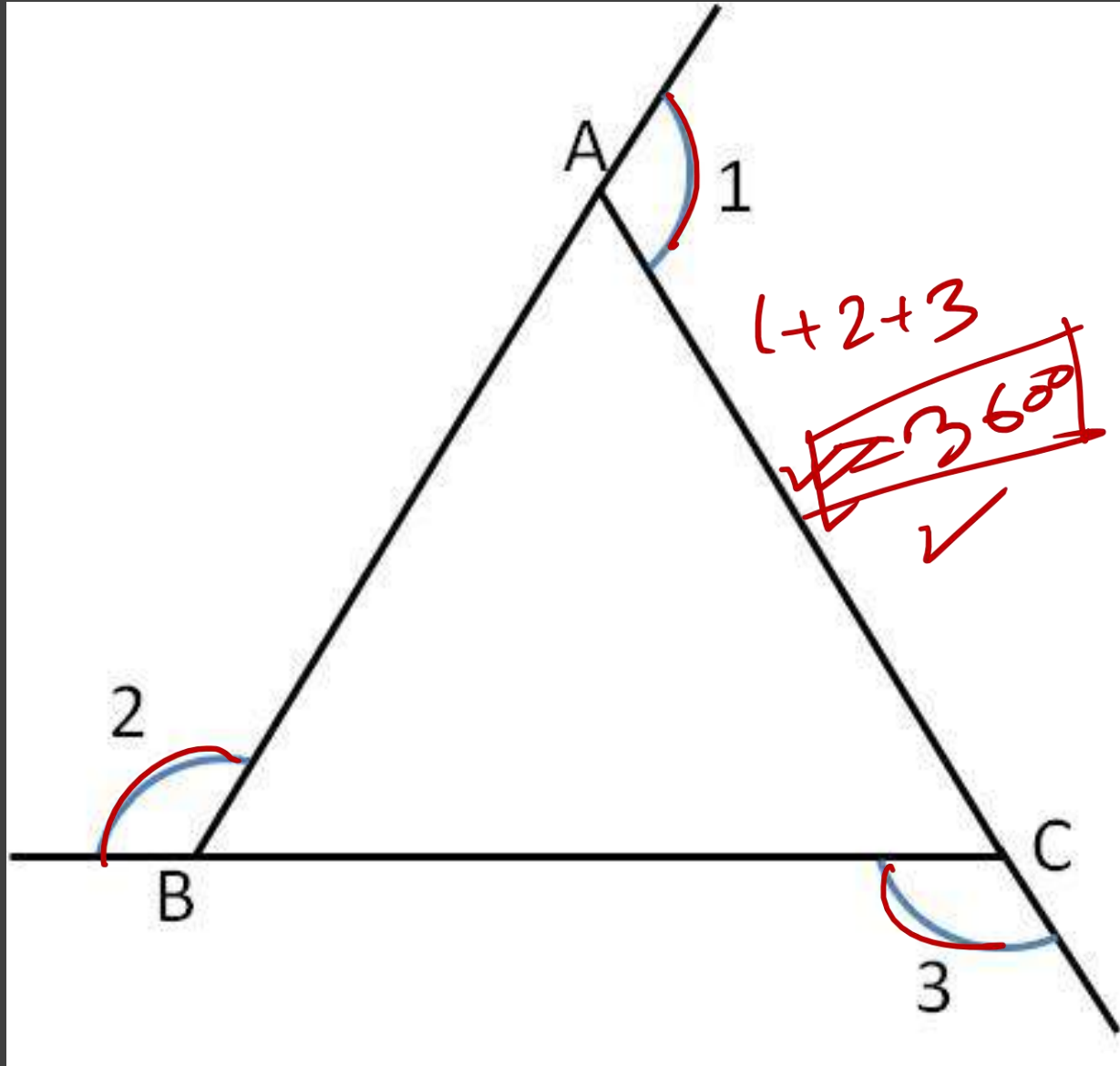
বহিঃস্থ ও অন্তঃস্থ কোণ

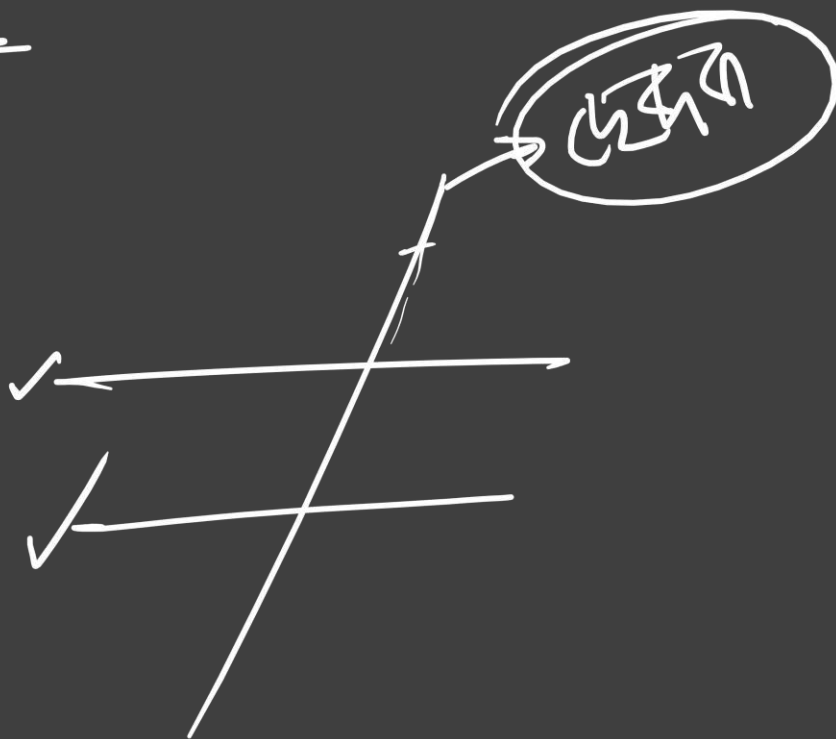
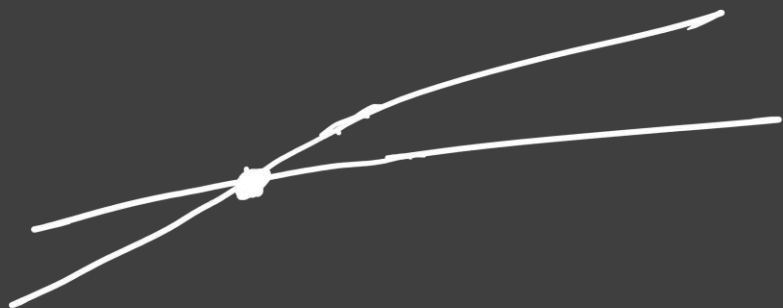
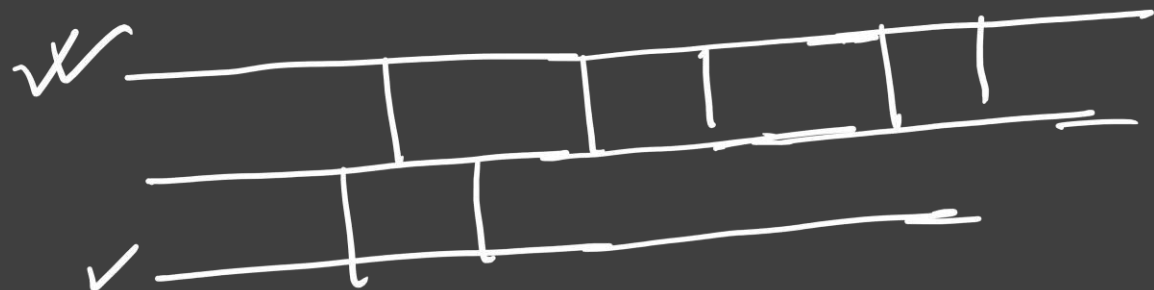


$$125^\circ + 140^\circ + 95^\circ = \boxed{360^\circ}$$

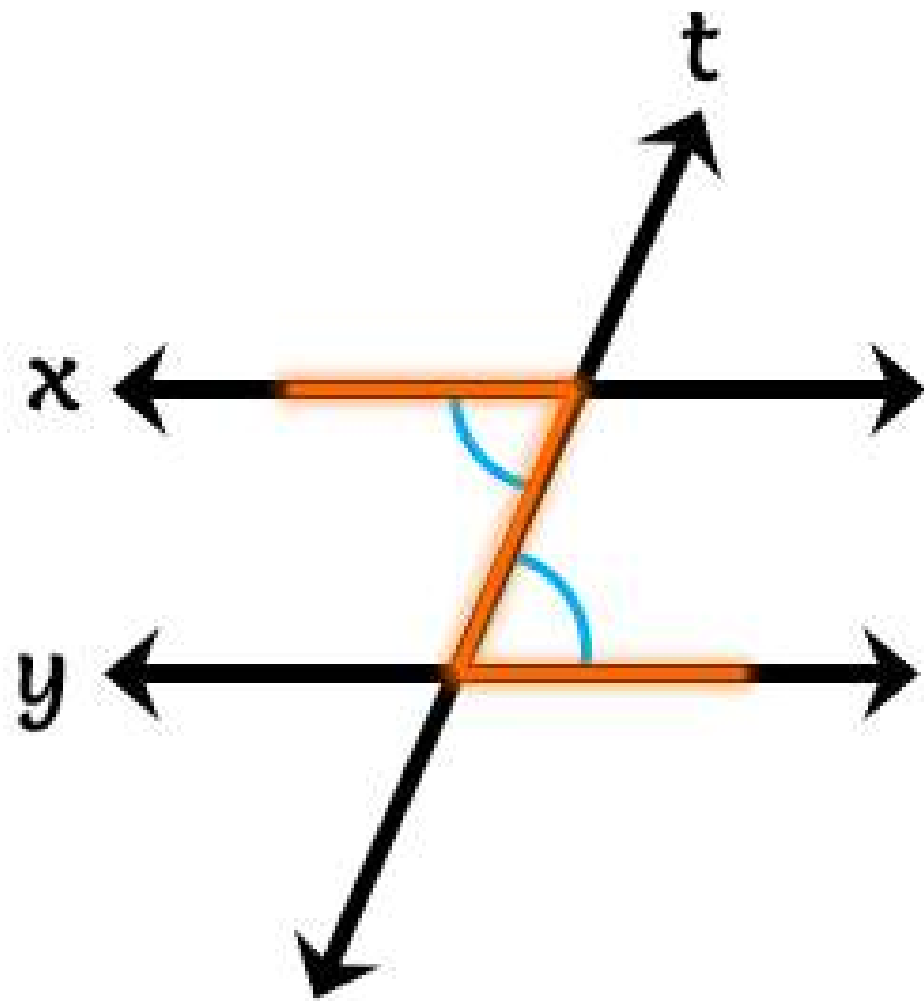
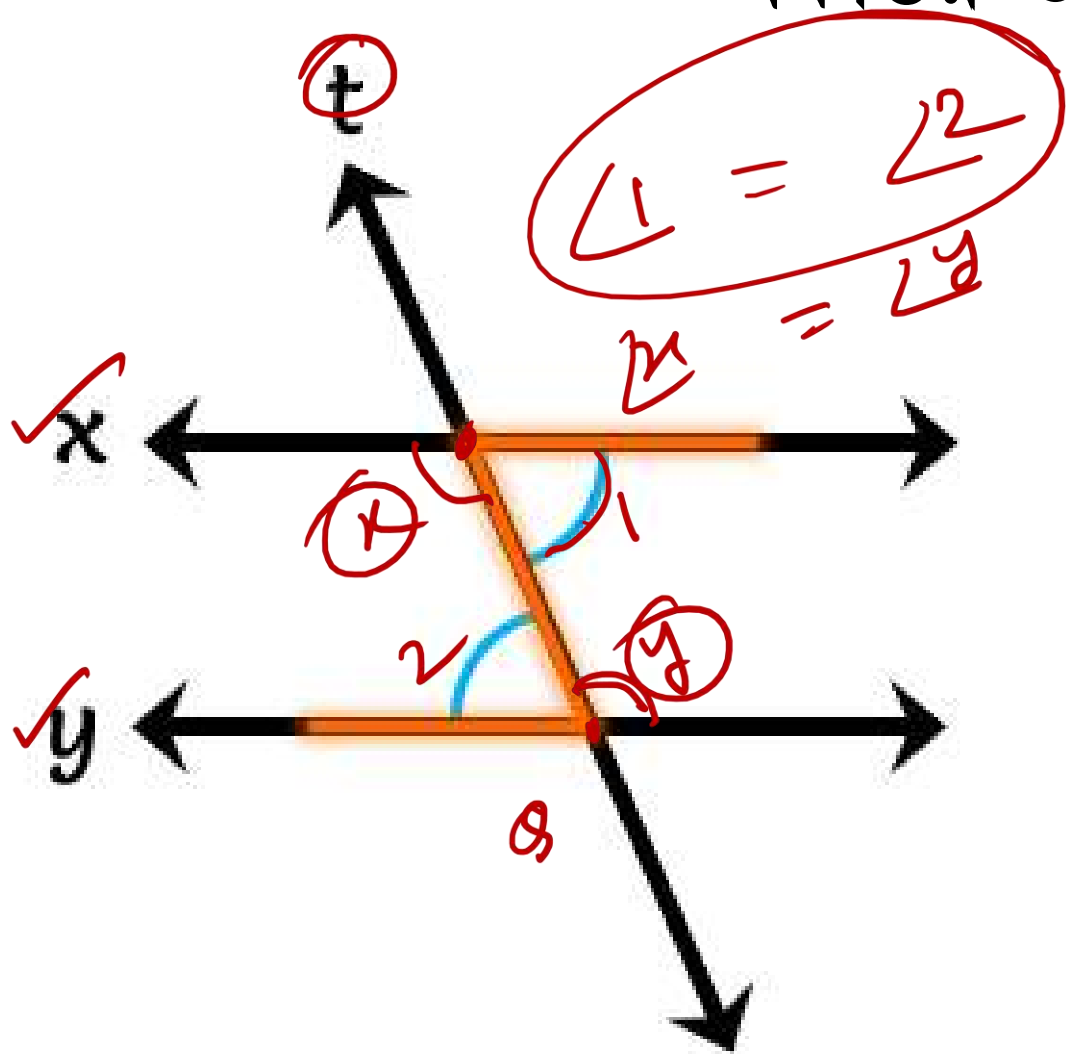


$$x = \angle A + \angle B$$



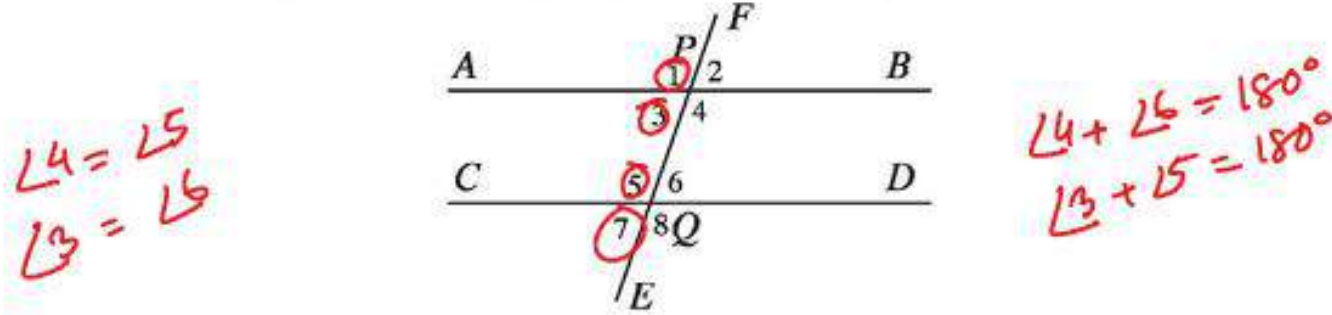


একান্তর ও অনুরূপ কোণ



সমান্তরাল সরলরেখা (Parallel Straight Lines)

একান্তর কোণ, অনুরূপ কোণ, ছেদকের একই পার্শ্বস্থ অন্তঃস্থ কোণ
(Alternate angle, Corresponding angle, Co-interior angle)



উপরের চিত্রে, AB ও CD দুইটি সরলরেখা এবং EF সরলরেখা এদেরকে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করেছে। EF সরলরেখা AB ও CD সরলরেখাঘরের ছেদক। ছেদকটি AB ও CD সরলরেখা দুইটির সাথে $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6, \angle 7, \angle 8$ মোট আটটি কোণ তৈরি করেছে। এ কোণগুলোর মধ্যে

- $\angle 1$ এবং $\angle 5, \angle 2$ এবং $\angle 6, \angle 3$ এবং $\angle 7, \angle 4$ এবং $\angle 8$ পরস্পর অনুরূপ কোণ।
- $\angle 3$ এবং $\angle 6, \angle 4$ এবং $\angle 5$ হলো পরস্পর একান্তর কোণ।
- $\angle 4, \angle 6$ ডানপাশের অন্তঃস্থ কোণ।
- $\angle 3, \angle 5$ বামপাশের অন্তঃস্থ কোণ।

$$\begin{array}{l} \angle 2 = \angle 5 \\ \angle 4 = \angle 8 \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} \angle 1 = \angle 5 \\ \angle 3 = \angle 7 \end{array} \right.$$

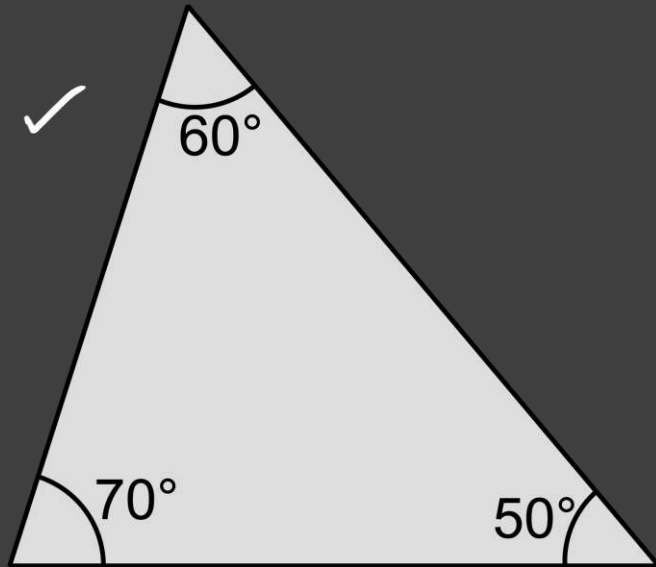
সমতলে দুইটি সরলরেখা পরস্পরকে ছেদ করতে পারে অথবা তারা সমান্তরাল। সরলরেখাঘর পরস্পরছেদী হয়, যদি উভয়রেখায় অবস্থিত একটি সাধারণ বিন্দু থাকে। অন্যথায় সরলরেখা দুইটি সমান্তরাল। লক্ষণীয় যে, দুইটি ভিন্ন সরলরেখার সর্বাধিক একটি সাধারণ বিন্দু থাকতে পারে।

একই সমতলে অবস্থিত দুইটি সরলরেখার সমান্তরালতা নিম্নে বর্ণিত তিনভাবে সংজ্ঞায়িত করা যায়:

- সরলরেখা দুইটি কখনও পরস্পরকে ছেদ করে না (দুই দিকে অসীম পর্যন্ত বর্ধিত করা হলেও)।
- একটি সরলরেখার প্রতিটি বিন্দু অপরটি থেকে সমান ক্ষুদ্রতম দূরত্বে অবস্থান করে।

বিত্তজ

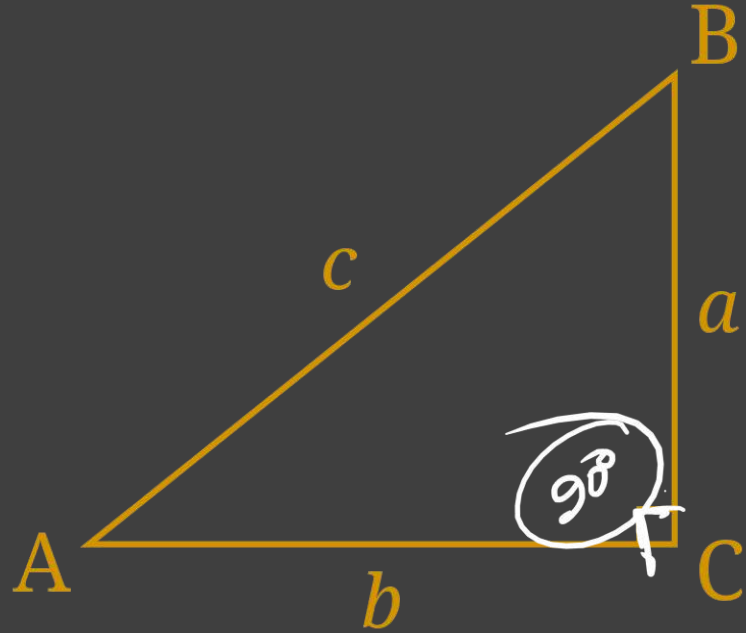
সূক্ষকোণী ত্রিভুজ



2

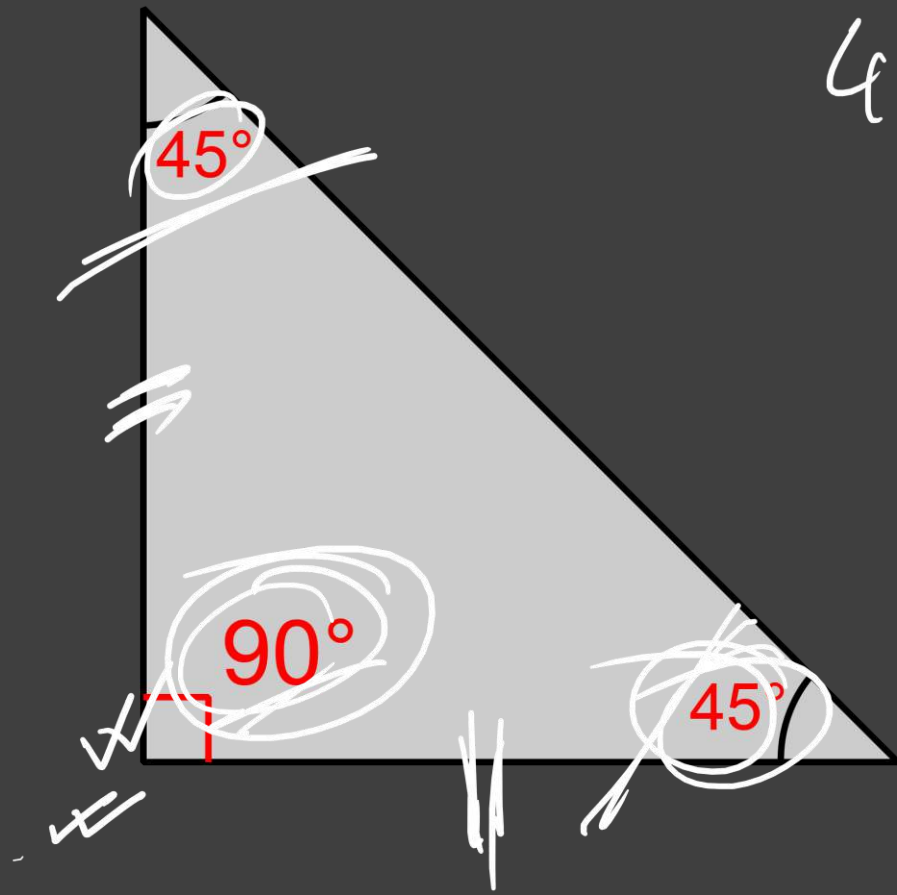
90°

সমকোণী ত্রিভুজ



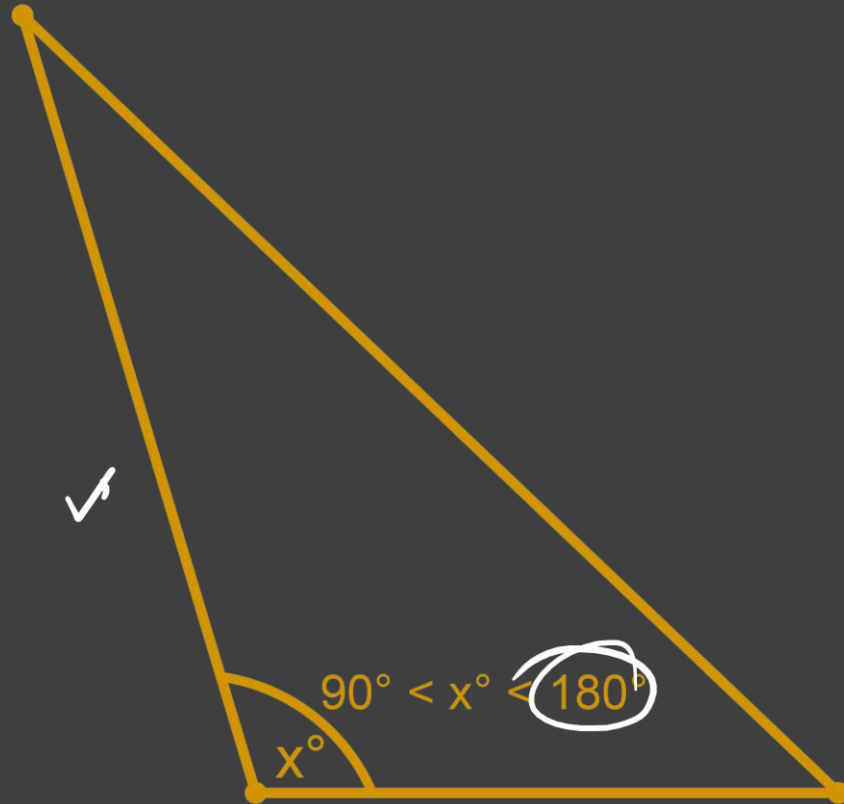
90°
সমকোণী

সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ



$$45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$$
$$\frac{90^\circ}{180^\circ}$$

স্থূলকোণী ত্রিভুজ

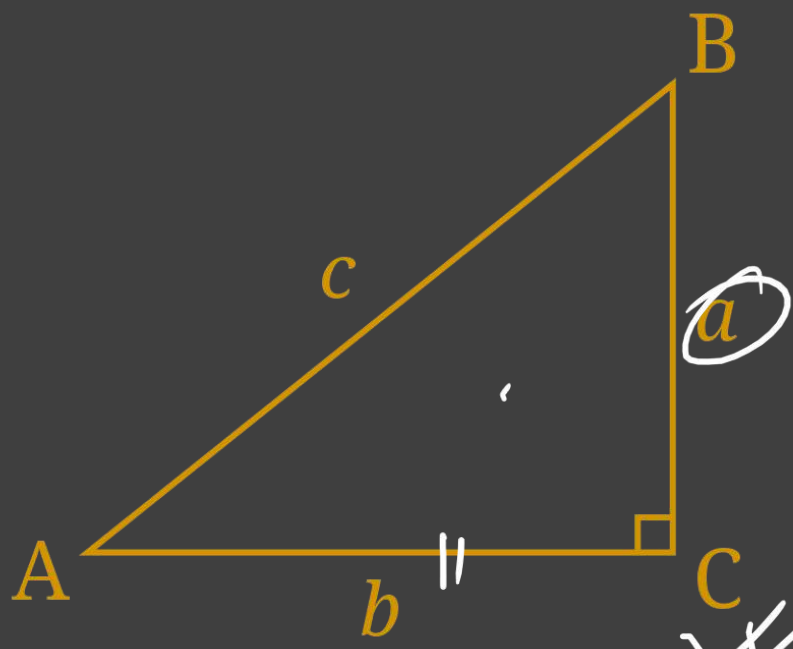


ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্র

$$\frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}$$

✓

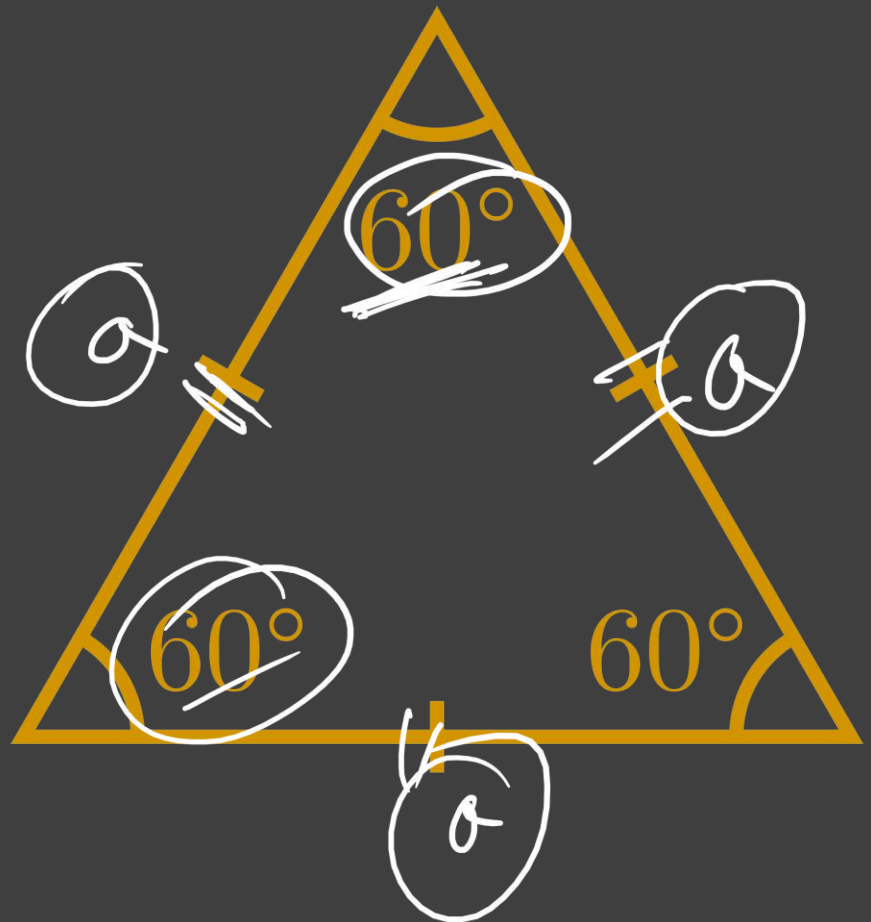
সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল



$$\frac{1}{2} \times a \times b$$

$$\frac{1}{2} \times \text{বাস} \times \text{উচ্চ}$$

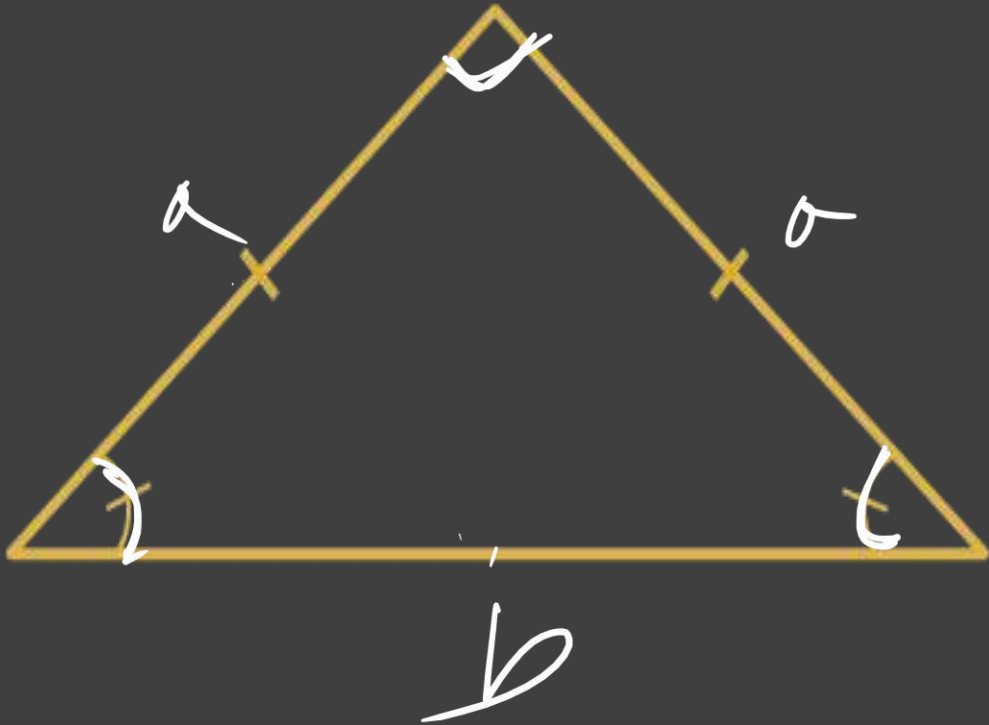
সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল



$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times (a^2)$$

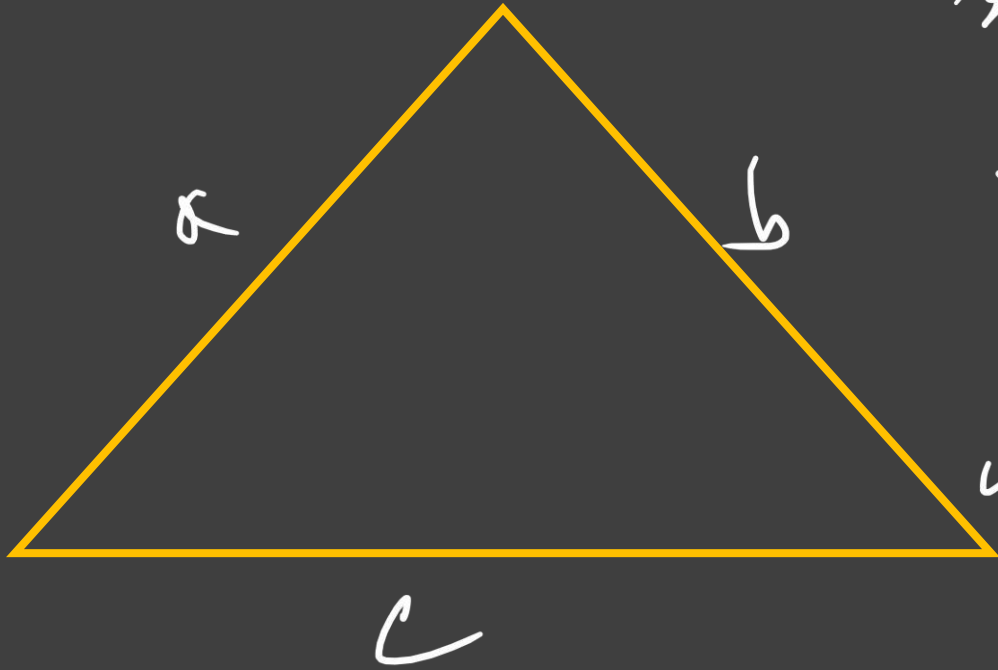
$$\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল



$$\frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2}$$

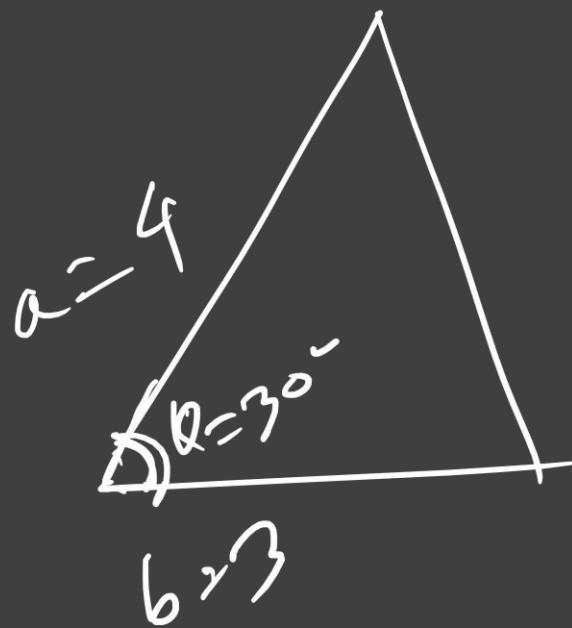
বিষমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল



$$\text{পার্শ্বসমষ্টি} = a + b + c$$

$$\text{অর্ধপার্শ্বসমষ্টি} = \frac{a + b + c}{2} = s$$

$$\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$



$$= \frac{1}{2} ab \sin \theta$$

$$\frac{1}{2} \times 3 \times 4 \times \sin 30^\circ$$

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্র:

• ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য a, b এবং c হলে, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$.

[s = অর্ধপরিসীমা]

• সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2}$ [b = ভূমি এবং a = সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য]

• সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য a হলে, ক্ষেত্রফল = $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

• ত্রিভুজের দুইটি বাহু a ও b এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ θ হলে, ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} ab \sin \theta$.

• ত্রিভুজের ভূমি b এবং উচ্চতা h হলে, ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} bh$.

ত্রিভুজ সম্পর্কিত সমস্যা

ΔXYZ এ $\angle X = 65^\circ$, $\angle Y = 25^\circ$ হলে, ত্রিভুজটি কী ধরণের হবে?

$$65^\circ + 25^\circ = 90^\circ$$

এককোণী

90°

একটি কোণের মান তার পূরক কোণের চারভাগের ভাগের সমান। কোণটি কত?

বলেছেন, এম

$$x = \frac{90 - x}{4}$$

$$18 \leftarrow \frac{72}{4}$$

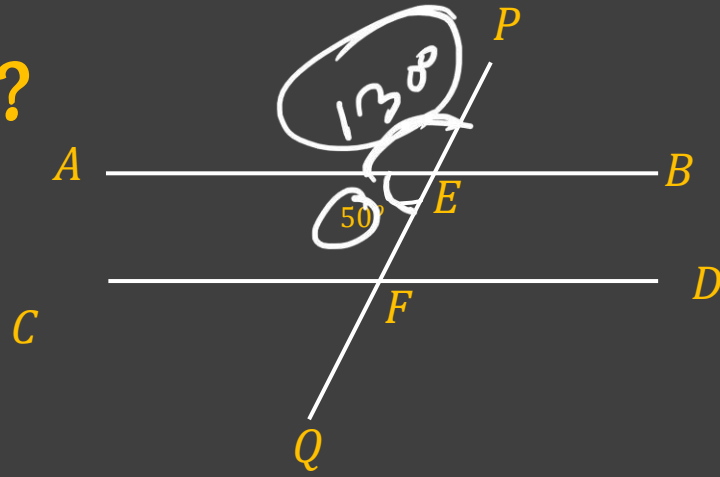
$$4x = 90 - x$$

$$5x = 90$$

$$x = 18$$



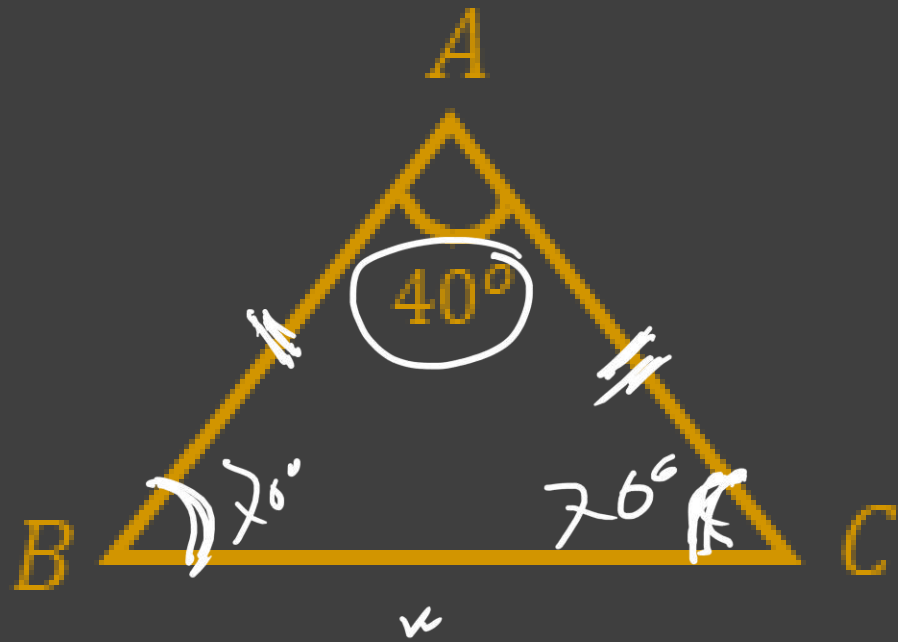
∠PEA এর মান কত?



180°

$$180^\circ - 50 = \underline{130^\circ}$$

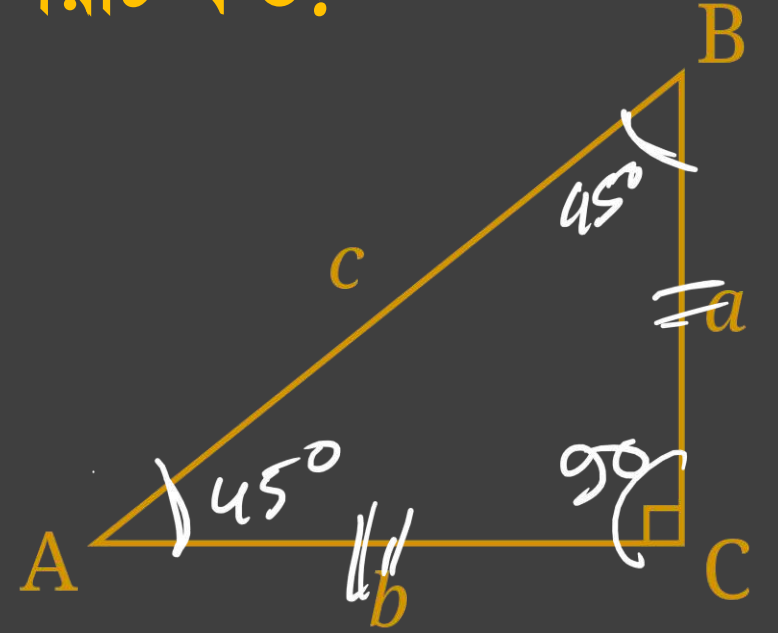
চিত্রে সমদ্বিবাহু ত্রিভুজটির C কোণের মান কত?



$$180 - 40 = 140^\circ$$

$$\frac{140}{2} = 70^\circ$$

সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের একটি 45° হলে অপরটি কত?



কোনো ত্রিভুজের দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 9 সে.মি. ও 12 সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 30° হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত?

a, b, θ

$$\frac{1}{2} ab \sin \theta$$

$$\frac{1}{2} \times 9 \times 12 \times \sin 30^\circ$$

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$54 \times \frac{1}{2} = 27 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য ১ মিটার বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল $5\sqrt{3}$ বর্গমিটার বেড়ে যায়। সমবাহু ত্রিভুজের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য কত?

১ম বাহুর দৈর্ঘ্য = a মিটার

$$\text{ক্ষেত্রফল} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2$$

২ম বাহুর দৈর্ঘ্য হলে ২ম বাহুর দৈর্ঘ্য = $a+1$ মিটার

$$\text{ক্ষেত্রফল} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (a+1)^2$$

$$5\sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \stackrel{(a+1)}{\implies} \frac{\sqrt{3}}{4} a = 5\sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times (a + 2a + 1 - a) = 5\sqrt{3}$$

$$2a + 1 = 5\sqrt{3} \div \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$2a + 1 = 5\sqrt{3} \times \frac{4}{\sqrt{3}} = 20$$

$$2a = 20 - 1$$

$$a = \frac{19}{2}$$

$$= 9.5$$

একটি সমকোণী ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য লম্ব অপেক্ষা 1 মিটার কম এবং লম্ব অপেক্ষা
অতিভুজ 1 মিটার বেশি হলে, ত্রিভুজটির লম্বের দৈর্ঘ্য কত মিটার?

$$\text{লম্ব} = x \text{ মিটার}$$

$$\text{ভূমি} = x - 1 \text{ মি.}$$

$$\text{অতিভুজ} = x + 1$$

$$x^2 + (x-1)^2 = (x+1)^2$$

$$x = ?$$

$$\text{লম্ব}^2 + \text{ভূমি}^2 = \text{অতিভুজ}^2$$

একটি ত্রিভুজের তিনবাহুর দৈর্ঘ্য ৬ মিটার, ৪ মিটার ও ৮ মিটার হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত?

$$\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$s = \frac{6+4+8}{2}$$

$$= 9$$

$$= \sqrt{9(9-6)(9-4)(9-8)}$$

$$= \sqrt{9 \times 3 \times 5 \times 1}$$

$$= \sqrt{135} \quad \text{সর্বোত্তম}$$

11

ΔABC এর $\angle A = 36^\circ$ এবং $\angle B = 72^\circ$ হলে, ΔABC কী ধরনের ত্রিভুজ?

✓✓

$$36^\circ + 72^\circ = 108^\circ$$

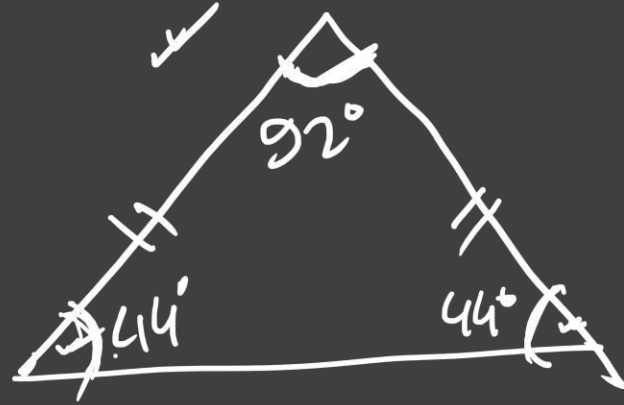
$$180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$$

$$\underline{36^\circ}, \quad \underline{72^\circ}, \quad \underline{72^\circ}$$

✓ সমদ্বিভুজ

✓ সমকোণী

একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের একটি কোণ 92° তাহলে ঐ ত্রিভুজের অপর একটি কোণের মান কত হবে?



$$180 - 92 = 88$$

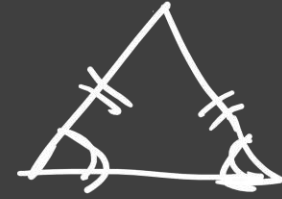
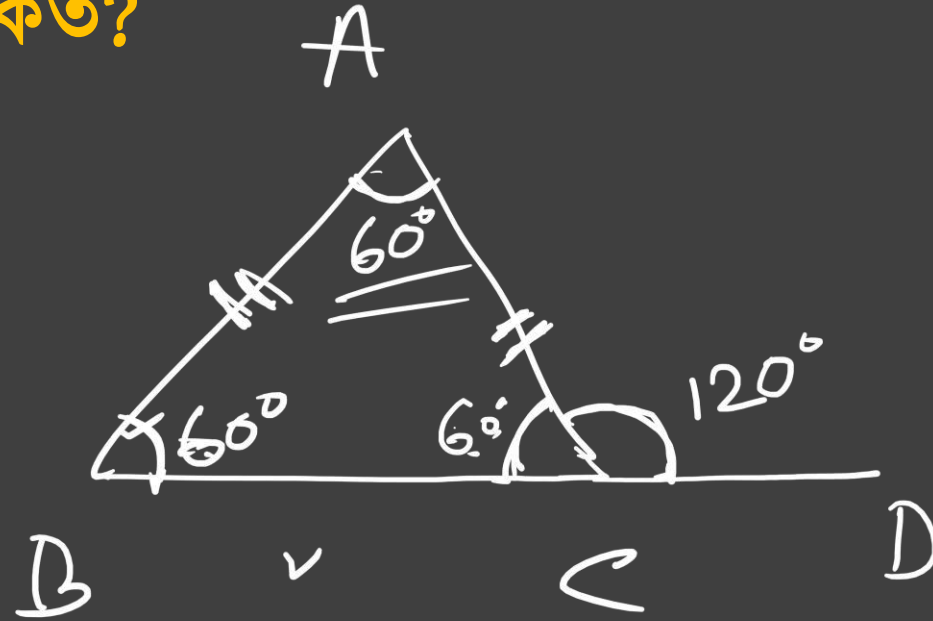
$$\frac{88}{2} = 44$$

92°

92°

$\triangle ABC$ এর $AB=AC$, BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করলে যদি $\angle ACD=120^\circ$ হয়,

তবে $\angle BAC$ এর মান কত?



2022

একটি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল একটি বর্গের ক্ষেত্রফলের সমান। বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য ৬০মি. ত্রিভুজটির উচ্চতা ৯০ মি. হলে, ভূমির দৈর্ঘ্য কত?

বর্গের ক্ষেত্রফল = $(৬০)^2$

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = বর্গের ক্ষেত্রফল = $(৬০)^2 = ৩৬০০$

$\frac{1}{2} \times a \times 90 = 3600$

$a = \frac{3600 \times 2}{90} = 80$

একটি সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $4\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.। ত্রিভুজটির প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য কত?
a

$$\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 4\sqrt{3}$$

$$a^2 = 4 \times 4 = 16$$

$$a = \sqrt{16} = \underline{4}$$

একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য 15 সে.মি. ও অপর বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের
অন্তর 3 সে.মি.। ঐ বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য কত?

✓

3, 4, 5

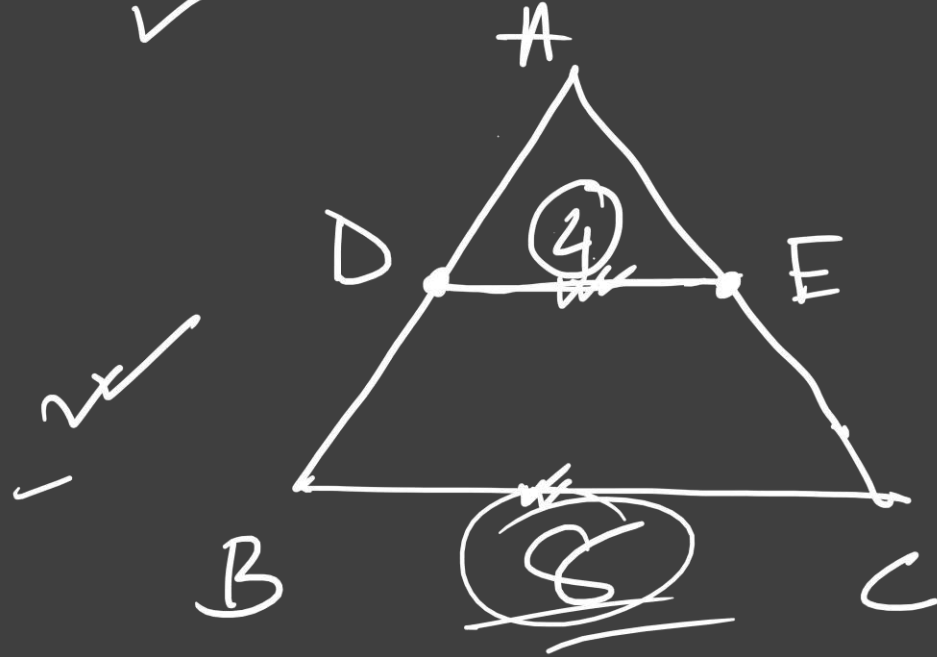
6, 8, 10

9, 12, 15

12, 16, 20

ABC একটি ত্রিভুজ। D ও E যথাক্রমে ত্রিভুজটির AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু।

DE = 4 সে.মি. হলে, BC এর মান কত?



$$\underline{DE \parallel BC}$$

$$\boxed{DE = \frac{1}{2} BC}$$

$$\rightarrow BC = 2 \times DE$$

৭৫° কোণের সম্পূরক কোণ নির্ণয় কর?

105°

দুইটি সম্পূরক কোণের অনুপাত $৮ : ৪$ হলে বৃহত্তম কোণটি কত?

$$২:১$$

$$৪x + ৪x = 180^\circ$$

$$12x = 180$$

$$x = 15$$

$$৪ \times 15 = 120$$

$$৪ \times 15 = 60$$

কোনো ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত নিচের কোনটি হলে ত্রিভুজটি একটি

সমকোণী ত্রিভুজ হবে?

~~(a)~~ $3 : 4 : 7$

$$3^2 + 4^2 \neq 7^2$$

~~(b)~~ $1 : 2\sqrt{2} : 3$

$$\frac{1^2 + (2\sqrt{2})^2}{1 + 8} = \frac{9}{9} = 3^2$$

(c) $5 : 7 : 9$

$$5^2 + 7^2 \neq 9^2$$

(d) $1 : 2 : 3$

$$1^2 + 2^2 \neq 3^2$$

$5 = 9$

একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহু ও ভূমির দৈর্ঘ্যের অনুপাত ৫:৬

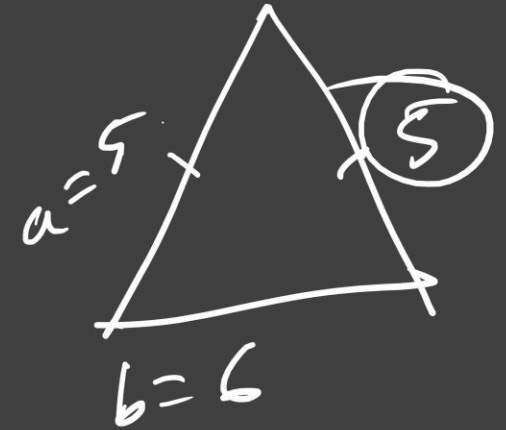
এবং পরিসীমা ১৬ মি. হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত?

$$5x, 5x, 6x$$

$$5x + 5x + 6x = 16$$

$$16x = 16$$

$$x = 1$$



$$\frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2}$$

$$\frac{6}{4} \sqrt{4 \times 5^2 - 6^2}$$

$$=$$

একটি কোণের মান তার সম্পূরক কোণের মানের এক - তৃতীয়াংশের সমান

হলে, কোণটির মান কত?

৩x

$$x + 3x = 180^\circ$$

$$x = 45^\circ$$

$$\text{কোণ} = x$$

$$\text{সম্পূরক} = 180 - x$$

$$x = \frac{180 - x}{3}$$

$$3x = 180 - x$$

$$4x = 180 \Rightarrow x = \underline{45^\circ}$$

একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য ১ মিটার বাড়ালে ক্ষেত্রফল $৩\sqrt{৩}$ বর্গমিটার বেড়ে যায়। ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য কত? (H.ve)

↳ Lecture Book - ৬ মাসের মাসে

Page → 103

একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের একটি কোণের মান 100° হলে, ওপর দুইটি কোণের প্রত্যেকটির পরিমাণ কত?

40°

ABC ত্রিভুজের দুইটি কোণের পরিমাণ 80° ও 50° হলে, ABC ত্রিভুজটি কী ধরনের?

$$80^\circ + 50^\circ = 130^\circ$$

$$180 - 130 = 50^\circ$$

$80^\circ, 50^\circ, 50^\circ$ / দুই কোণ
সমান

$$a^2 + b^2 = c^2$$

(3, 4, 5)

~~(6, 8, 10)~~

(7, 24, 25)

(5, 12, 13)

(20, 21, 29)

(8, 15, 17)

(20, 99, 101)

(48, 55, 73)

(17, 144, 145)

Pythagorean Triples

9-10

$$17^2 + 144^2 = 145^2$$

3, 4, 5

6, 8, 10

9, 12, 15

12, 16, 20

15, 20, 25

18, 24, 30

5, 12, 13

10, 24, 26

15, 36, 39

Thank You