

অনুপাত ও সমানুপাত

Md. Labu Miah
Instructor, P2A

বিগত সালের প্রশ্নসমূহ

- যদি $x : y = 2 : 3$ এবং $y : z = 5 : 7$ হয়, তবে $x : y : z = ?$ ৪৫তম বিসিএস
- একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত $1 : 2\sqrt{2} : 3$ হলে এর বৃহত্তম কোণটির মান কত?
৪৫তম বিসিএস
- পনির ও তপনের আয়ের অনুপাত $4 : 3$ তপন ও রবিনের আয়ের অনুপাত $5 : 4$ পনিরের আয় 120 টাকা হলে, রবিনের আয় কত? ৪০তম বিসিএস

বিগত সালের প্রশ্নসমূহ

■ দুইটি সংখ্যার অনুপাত $৭ : ৫$ এবং তাদের ল.সা.গু ১৪০ হলে সংখ্যা দুইটির গ.সা.গু কত?

৩৯তম বিসিএস

■ দুটি সংখ্যার অনুপাত $২ : ৩$ এবং গ.সা.গু ৪ হলে বৃহত্তম সংখ্যাটি কত? ৩৮ তম বিসিএস

■ ২৬১টি আম তিন ভাইয়ের মধ্যে $1/3 : 1/5 : 1/9$ অনুপাতে ভাগ করে দিলে প্রথম ভাই কতটি আম পাবে? ৩৭তম বিসিএস

■ ৬০ লিটার ফলের রসে আম ও কমলার অনুপাত $২ : ১$ কমলার রসের পরিমাণ কত লিটার বৃদ্ধি করলে অনুপাতটি $1 : 2$ হবে? ৩৫তম বিসিএস

অনুপাত কী?

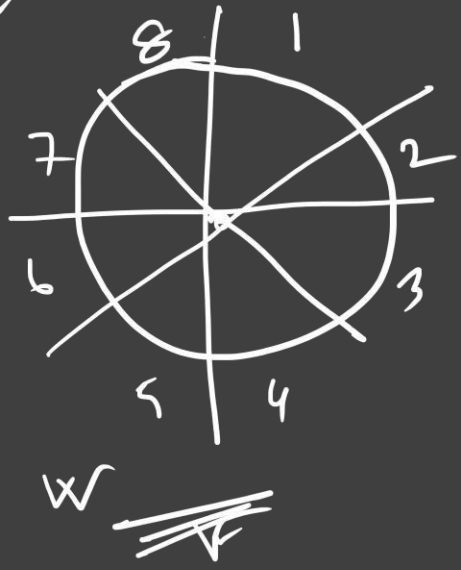
অনুপাত শব্দের অর্থ তুলনা করা। দুইটি একজাতীয় রাশির একটি অপরটির তুলনায় কতগুণ বা কত অংশ তা প্রকাশ করাকেই অনুপাত বলে। অনুপাতকে ভগ্নাংশও বলা হয়। অনুপাতের কোনো একক নেই।

অনুপাত ও ভগ্নাংশের মধ্যে পার্থক্য

M: S = 1:2

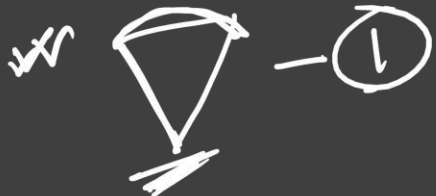
অনুপাত

ভগ্নাংশ



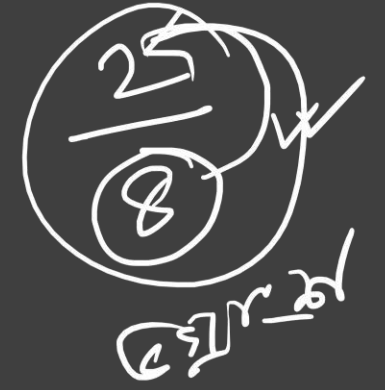
ভগ্নাংশ

Muntaha



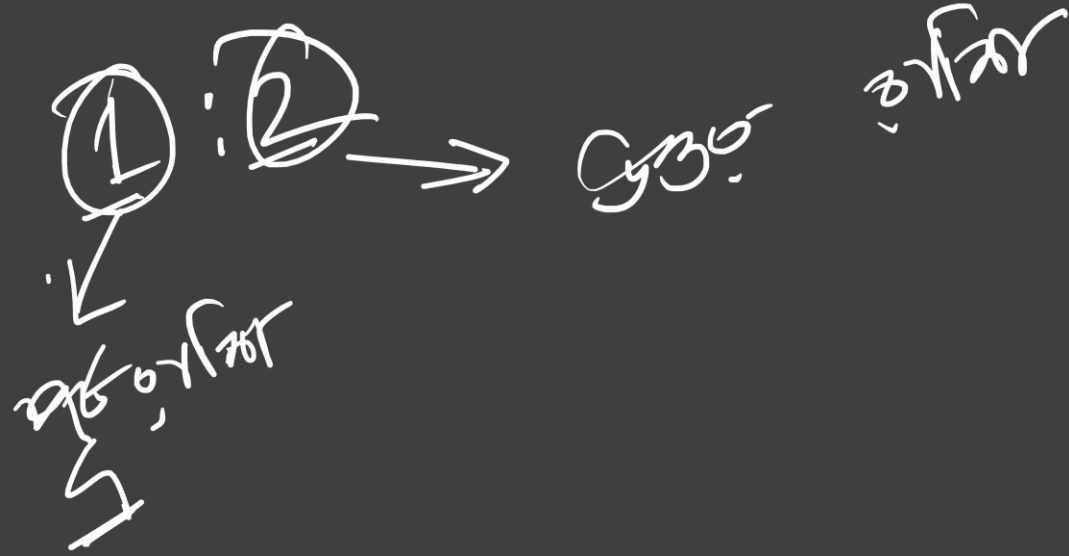
ভগ্নাংশ

Shawn



ভগ্নাংশ

সরল অনুপাত: অনুপাতের দুইটি রাশি থাকলে তাকে সরল অনুপাত বলে।



লঘু অনুপাত: যে অনুপাতের পূর্ব রাশি ছোট তাকে লঘু অনুপাত বলে।

হেঁচ

1:2

$\frac{1}{2}$

✓ 5:7 ✓

গুরু অনুপাত: যে অনুপাতের পূর্ব রাশি বড় তাকে গুরু অনুপাত বলে।

$$\frac{8}{5}$$

$$\frac{7}{5}$$

$$\frac{7}{5} = 1.4$$

একক অনুপাত বা একানুপাত: যে অনুপাতের প্রত্যেকটি রাশির মান একই তাকে একানুপাত বলে।

$2:2 \rightarrow$ একক অনুপাত

$$\frac{2}{2} = \underline{\underline{1}}$$

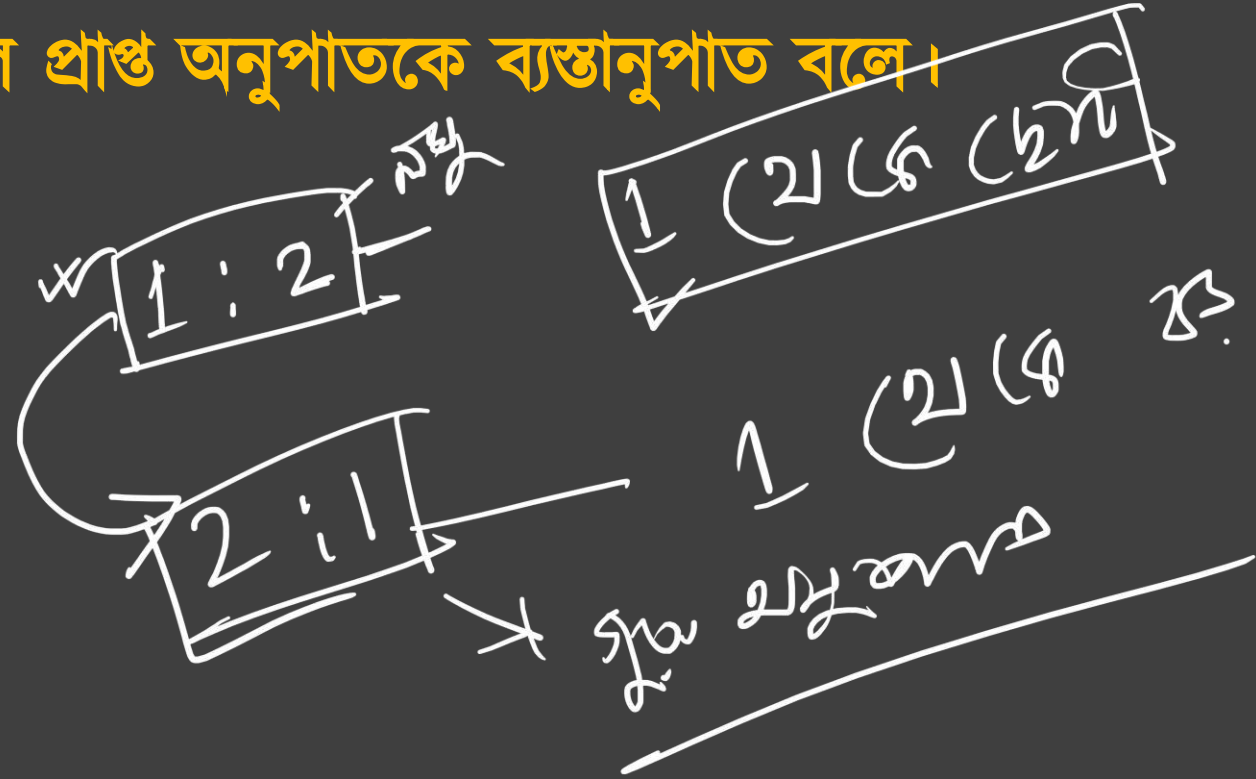
ধারাবাহিক অনুপাত: যে অনুপাতের প্রত্যেকটি রাশি ছোট থেকে বড় বা বড় থেকে ছোট ধারাবাহিকভাবে থাকে তাকে ধারাবাহিক অনুপাত বলে।

অথবা, দুইটি অনুপাত $x : y$ এবং $y : z$ কে সাধারণত $x : y : z$ আকারে লেখা যায়।
একে ধারাবাহিক অনুপাত বলে।

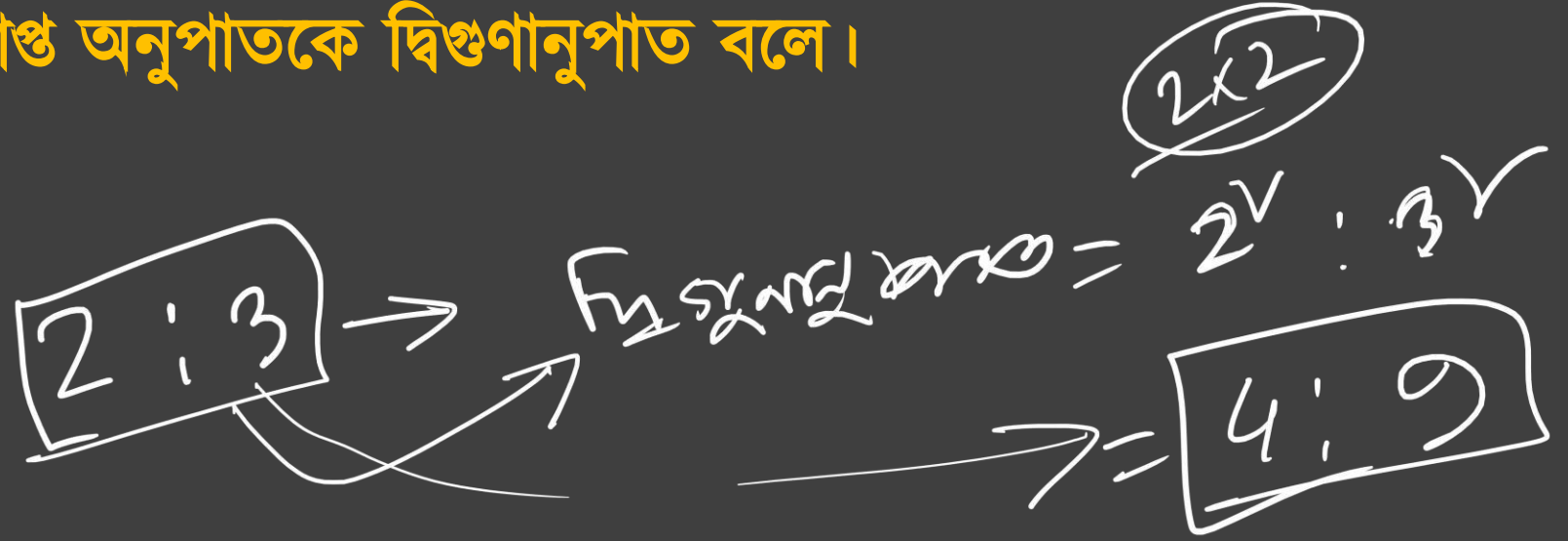
$$\underline{x : y} \quad , \quad \underline{y : z}$$

$$\underline{x : y : z}$$

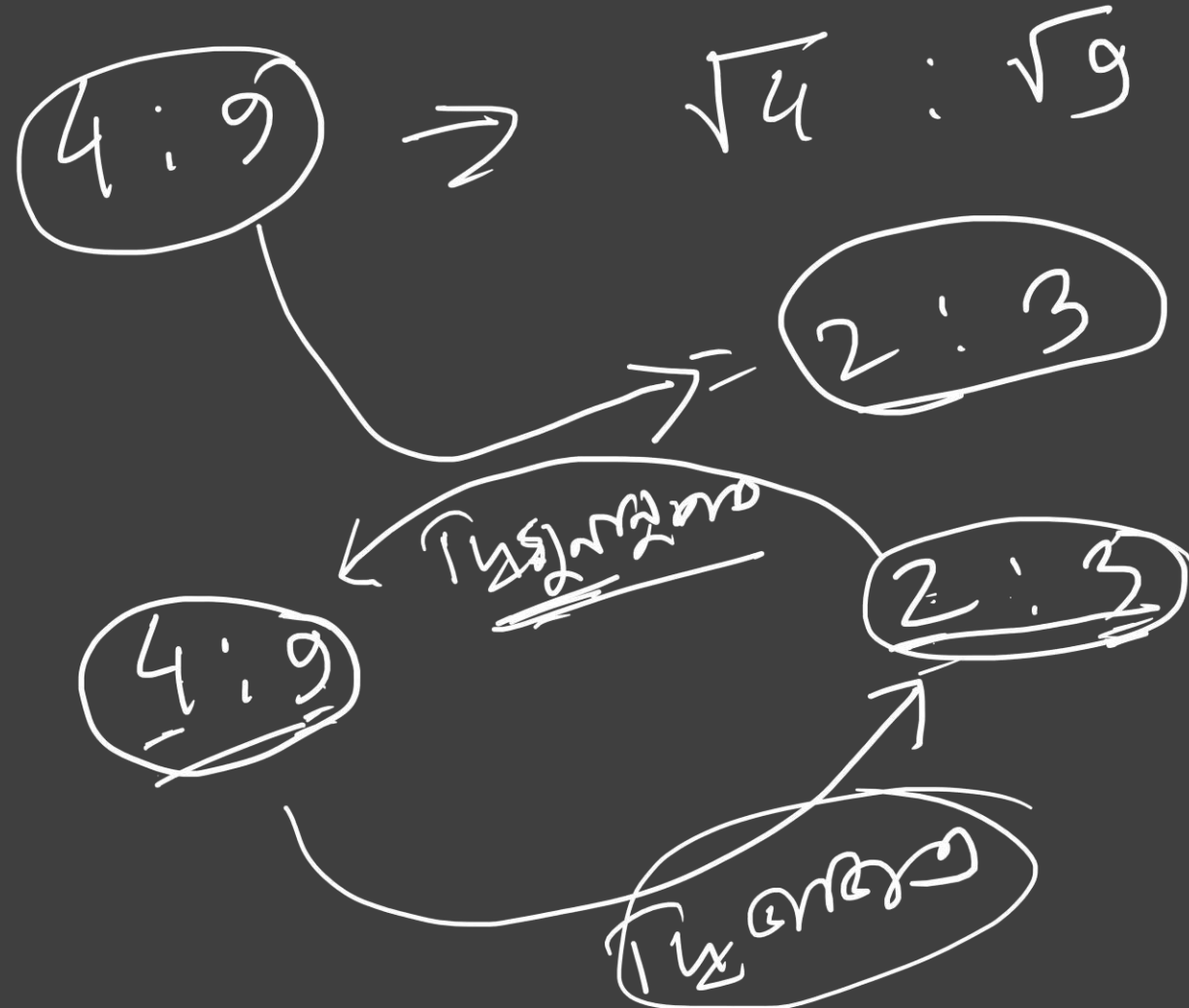
ব্যস্ত অনুপাত বা বিপরীত অনুপাত: কোনো অনুপাতের পূর্ব রাশিকে উত্তর রাশি এবং উত্তর রাশিকে পূর্ব রাশি করলে প্রাপ্ত অনুপাতকে ব্যস্তানুপাত বলে।



দ্বিগুণানুপাত: কোনো সরল অনুপাতের পূর্ব রাশির বর্গ পূর্ব রাশি এবং উত্তর রাশির বর্গ উত্তর রাশি করলে প্রাপ্ত অনুপাতকে দ্বিগুণানুপাত বলে।



দ্বিভাজিত অনুপাত: কোনো সরল অনুপাতের পূর্ব রাশির বর্গমূল পূর্ব রাশি এবং উত্তর রাশির বর্গমূল উত্তর রাশি করলে প্রাপ্ত অনুপাতকে দ্বিভাজিত অনুপাত বলে।



ত্রিগুণানুপাত: কোনো সরল অনুপাতের পূর্ব রাশির ঘন পূর্ব রাশি এবং উত্তর রাশির ঘন উত্তর রাশি করলে প্রাপ্ত অনুপাতকে ত্রিগুণানুপাত বলে।

$$\textcircled{2:3} \rightarrow 2^3 : 3^3 = \underline{\underline{8:27}}$$

ত্রিভাজিত অনুপাত: কোনো সরল অনুপাতের পূর্ব রাশির ঘনমূল পূর্ব রাশি এবং উত্তর রাশির ঘনমূল উত্তর রাশি করলে প্রাপ্ত অনুপাতকে ত্রিভাজিত অনুপাত বলে।

$$\begin{aligned} 8:27 &\Rightarrow \sqrt[3]{8} : \sqrt[3]{27} \\ &= 2:3 \end{aligned}$$

মিশ্র বা যৌগিক অনুপাত: একাধিক সরল অনুপাতের পূর্ব রাশির গুণফল পূর্ব রাশি এবং উত্তর রাশির গুণফল উত্তর রাশি করলে প্রাপ্ত অনুপাতকে মিশ্র অনুপাত বলে।

$$\begin{array}{ccc} \textcircled{2} : 3 & \textcircled{4} : 5 & \textcircled{7} : 11 \\ \hline & & \hline \end{array}$$

$(2 \times 4 \times 7) = \textcircled{56}$

$3 \times 5 \times 11 = \textcircled{165}$

$\textcircled{56} : 165$

টাইপ-১

ধারাবাহিক অনুপাত নির্ণয়

ক, খ ও গ একজাতীয় রাশি। $\underline{ক} : \underline{খ} = 3 : 4$, $\underline{খ} : \underline{গ} = 6 : 7$ হলে, $\underline{ক} : \underline{খ} : \underline{গ}$
= কত?

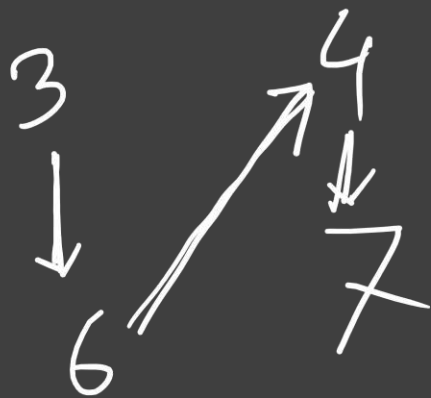
$$\underline{ক} : \underline{খ} = 3 : 4 = 3 \times 6 : 4 \times 6 = \underline{18} : \underline{24}$$

$$\underline{খ} : \underline{গ} = 6 : 7 = 6 \times 4 : 7 \times 4 \\ = \underline{24} : \underline{28}$$

$$\underline{ক} : \underline{খ} : \underline{গ} = \underline{\underline{18 : 24 : 28}}$$

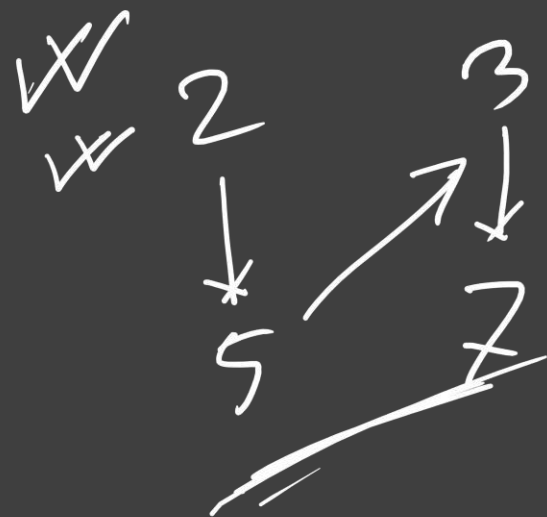
$$4:25 = 3:4$$

$$25:58 = 6:7$$



$$4:25:58 = \underline{18}: \underline{24}: 28$$

যদি $x : y = 2 : 3$ এবং $y : z = 5 : 7$ হয়, তবে $x : y : z = ?$ 45 BCS



$$x : y : z = \frac{10 : 15 : 21}{}$$

x	y	z
2	$3 \rightarrow$	3
	$5 \leftarrow$	7
	10	15
	15	21

$A : B = 2 : 3, B : C = 3 : 5, C : D = 9 : 11$ হলে, $A : B : C : D = ?$

A	B	C	D	
2	3 →	3	3	18, 27, 45, 55 ✓
3	3	5 →	5	
		9	=	
<u>54</u>	<u>81</u>	<u>135</u>	<u>165</u>	

$A : B = 2 : 3, B : C = 3 : 5, C : D = 9 : 11$ হলে, $A : B : C : D = ?$

A	B	C	D
2	3	3	3
3	3	5	5
9	9	9	11
<hr/>	<hr/>	<hr/>	<hr/>
54	81	135	165

1:2

2:3

4:6

2:3

~~1+2~~ : ~~2+2~~

2 : 4

4 to 10

~~5~~

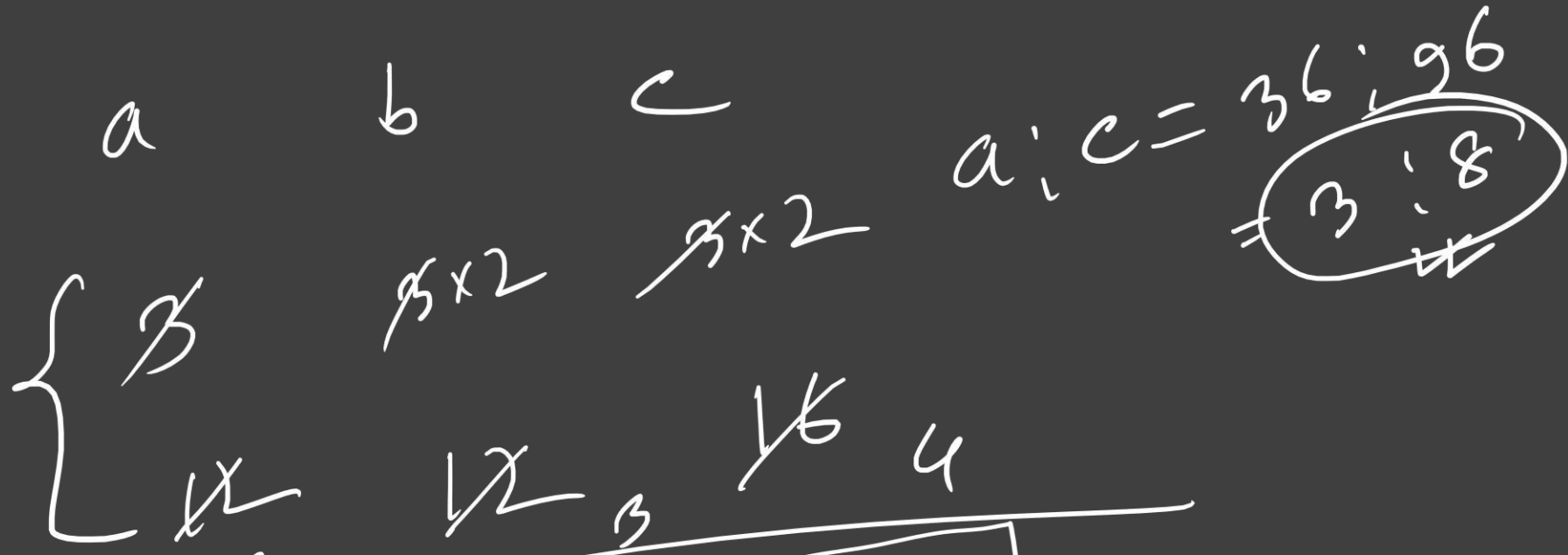
~~5~~ + ~~2~~ = 10

2 x ~~3~~ : 4 x ~~3~~

2:4

$a : b = 3 : 6$ এবং $b : c = 12 : 16$ হলে, $a : c =$ কত?

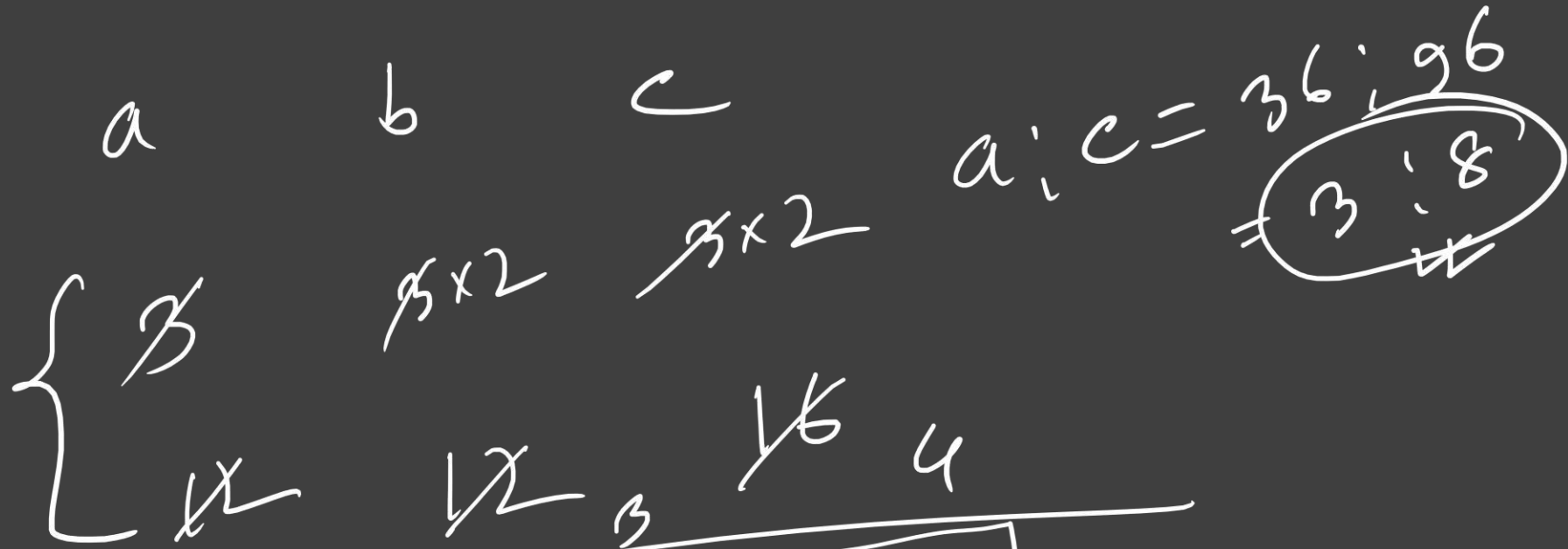
$$\frac{a}{c}$$



$$a : b : c = 3 : 6 : 8$$

$a : b = 3 : 6$ এবং $b : c = 12 : 16$ হলে, $a : c =$ কত?

$$\frac{a}{c}$$



$$a : b : c = 3 : 6 : 8$$

A : B = 2 : 3, B : C = 3 : 5, C : D = 9 : 11 হলে, A : D = ?

টাইপ-২

ক্রমিক সমানুপাত

৩, ৯, ৪ এর চতুর্থ সমানুপাতিক কত?

৩, ৬, ৭ এর চতুর্থ সমানুপাতিক কত?

৪ ও ১৬ এর মধ্য সমানুপাতি কত?

৮ ও ১৮ এর মধ্য সমানুপাতি কত?

৪০ ও ১০ এর মধ্য সমানুপাতি কত?

টাইপ-৩

মিশ্র অনুপাত

৫ : ৬, ৭ : ২ এবং ২ : ৭ -এর মিশ্র অনুপাত কত?

• সমাধান: $(৫ \times ৭ \times ২) : (৬ \times ২ \times ৭)$

৫ : ১৮, ৭ : ২ এবং ৩ : ৬ -এর মিশ্র অনুপাত কত?

৩ : ১৮, ৮ : ৭ এবং ৩ : ১৭ -এর মিশ্র অনুপাত কত?

টাইপ-৪

অনুপাত থেকে পৃথক পৃথক পরিমাণ নির্ণয়

২০ টাকা, ৩০ টাকা ও ৪০ টাকাকে অনুপাতের মাধ্যমে প্রকাশ করুন?

৪০ মিটার দীর্ঘ একটি রশিকে ৩ : ৭ : ১০ অনুপাতে ভাগ করলে দীর্ঘতম অংশটির
দৈর্ঘ্য কত মিটার হবে?

কোন চতুর্ভুজের চার কোণের অনুপাত $1:2:2:3$ হলে বৃহত্তম কোণের পরিমাণ কত?

৭২ কেজি ওজন বিশিষ্ট একটি মিশ্রণ A এর ১৭ ভাগ, B এর ৩ ভাগ এবং C এর ৪ ভাগ দ্বারা গঠিত। মিশ্রণে কতটুকু B আছে?

দুই বন্ধু আরিফ ও অর্ক যথাক্রমে ১২০০ টাকা ও ২০০০ টাকা মূলধন নিয়ে কারবার শুরু করে। এক বছর পর কারবারে ৮৪০ টাকা লাভ হলে, আরিফ কত টাকা লাভ পাবে?

একটি ত্রিভুজের কোণগুলোর অনুপাত $5 : 12 : 13$ । ক্ষুদ্রতম কোণের মান কত?

পনির ও তপনের আয়ের অনুপাত ৪ : ৩। তপন ও রবিনের আয়ের অনুপাত ৫ : ৪। পনিরের আয় ১২০ টাকা হলে, রবিনের আয় কত?

টাইপ-৫

বয়স সম্পর্কিত অনুপাত

রহিমের বয়স ১২ বছর । রহিমের বয়স করিমের বয়সের ৩ গুন। যখন রহিমের বয়স করিমের বয়সের দ্বিগুন হবে তখন রহিমের বয়স কত হবে?

এক ব্যক্তি তার স্ত্রীর চেয়ে ৫ বছরের বড়। তার স্ত্রীর বয়স ছেলের বয়সের ৪ গুন। ৫ বছর পর ছেলের বয়স ১২ বছর হলে ঐ ব্যক্তির বয়স কত ?

পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের সমষ্টি ৭০ বছর। বর্তমানে তাদের বয়সের অনুপাত যথাক্রমে ৫ : ২ হলে, ১০ বছর পর তাদের বয়সের অনুপাত কত হবে?

পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের অনুপাত ৩ : ১। তিন বছর আগে তাদের বয়সের অনুপাত ছিল ৭ : ২। তিন বছর পর তাদের বয়সের অনুপাত কত হবে?

পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের অনুপাত $7 : 2$ এবং 5 বছর পরে তাদের বয়সের অনুপাত $8 : 3$ হলে, তাদের বর্তমান বয়স কত?

টাইপ-৬

দুরত্ব ও লাফ

কুকুর যে সময়ে ৪ বার লাফ দেয়, খরগোশ সে সময়ে ৫ বার লাফ দেয়। কিন্তু খরগোশ ৪ লাফে যতদূর যায়, কুকুর ৩ লাফে ততদূর যায়। তাদের গতিবেগের অনুপাত কত?

$$\begin{aligned}
 & \frac{2\text{ফ}}{৫} = \frac{\text{দূরত্ব}}{\text{দূরত্ব}} = \frac{৪}{৫} \\
 & \frac{৫}{৫} = \frac{\text{দূরত্ব}}{\text{দূরত্ব}} = \frac{৪}{৫} \\
 & \boxed{২\text{ফ} : ৫ = ৪ : ৫} \\
 & = \frac{৪}{৫} + \frac{৪}{৫} \\
 & = \frac{৮}{৫}
 \end{aligned}$$

করিম যে সময়ে ৭ বার পদক্ষেপ দেয়, রহিম ততক্ষণে ৮ বার পাদক্ষেপ দেয়।
কিন্তু রহিম ৫ পদক্ষেপে যতদূর যায়, করিম ৪ পদক্ষেপে ততদূর যায়। করিম ও
রহিমের বেগের অনুপাত কত?

$$\frac{\cancel{7} \times 7}{\cancel{8} \times 5} = \frac{\cancel{7} \times 7}{\cancel{8} \times 5} = \frac{35}{32}$$

টাইপ-৭

মিশ্রণ ও অনুপাত

V.V.I

80 গ্রাম মিশ্রণে সোনা ও তামার অনুপাত $5 : 3$ । ঐ মিশ্রণে কী পরিমাণ সোনা

মেশালে সোনা ও তামার অনুপাত হবে $9 : 7$?

New Mix

সোনা : $9 : 7$

35 : $25 = 7 : 5$

$35 - 25 = 10g$
 $\frac{10g}{3} = 3\frac{1}{3}$

Old Mix

সোনা : তামা = $5 : 3$

সোনা = $\frac{80}{8} \times 5 = 50g$

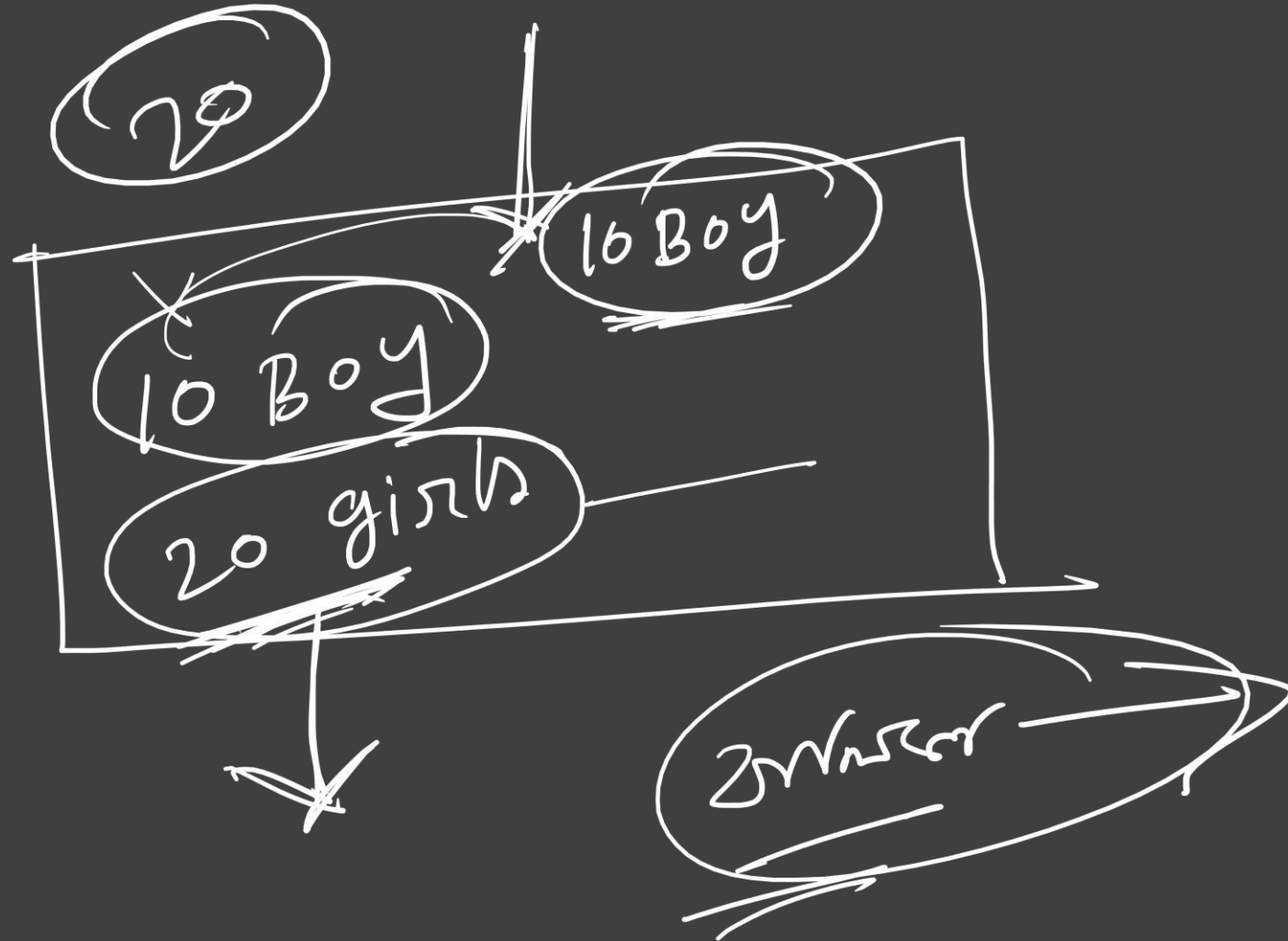
তামা = $30g$

$\frac{80}{8} \times 3 = 30g$

$25g$

$25g$

$10g$



৩০ লিটার পরিমাণ মিশ্রণে অ্যাসিড ও পানির অনুপাত ৭:৩। ঐ মিশ্রণে কী পরিমাণ পানি মিশ্রিত করলে অ্যাসিড ও পানির অনুপাত ৩:৭ হবে?

৪০%
165

A: $w = 3:7$

21
 $\frac{7 \times 21 + 7}{3}$

৭৯৯
= ৭০৮

old mix

A: $w = 7:3$
 A $\rightarrow \frac{30 \times 7}{10} = 21$
 $w \rightarrow 9$

একটি সোনার গহনার ওজন ১৬ গ্রাম। এতে সোনা ও তামার অনুপাত ৩ : ১।

এতে কী পরিমাণ সোনা মেশালে অনুপাত ৪ : ১ হবে?

✓

(H.W.)

৩০০ গ্রাম চিনির মিশ্রণে চিনির পরিমাণ $\frac{2}{5}$ কত গ্রাম চিনি মিশ্রণে

চিনির পরিমাণ হবে $\frac{50\%?}{2:2}$ $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{1} = 50\%$

$$\frac{1}{1} = 80\%$$

$$\frac{1}{1} = 50\%$$

$$\frac{1}{1} = 50\%$$

$$\frac{1}{1} : \frac{1}{1} = 80\% : 50\% \\ = 2 : 3$$

৩০ গ্রাম লোহা ও সিসার ওজনের মিশ্রনে লোহা ৬০%। কী পরিমাণ সিসা মিশালে
সিসার পরিমাণ ৬০% হবে? (H.W)

ক, খ ও গ এর বেতনের অনুপাত ৭:৫:৩। খ, গ অপেক্ষা ২২২ টাকা বেশি পেলে

ক এর বেতন কত?

$$ক : খ : গ = 7 : 5 : 3$$

$$2 \times 222 = 444$$
$$444 \times 9 = 3996$$

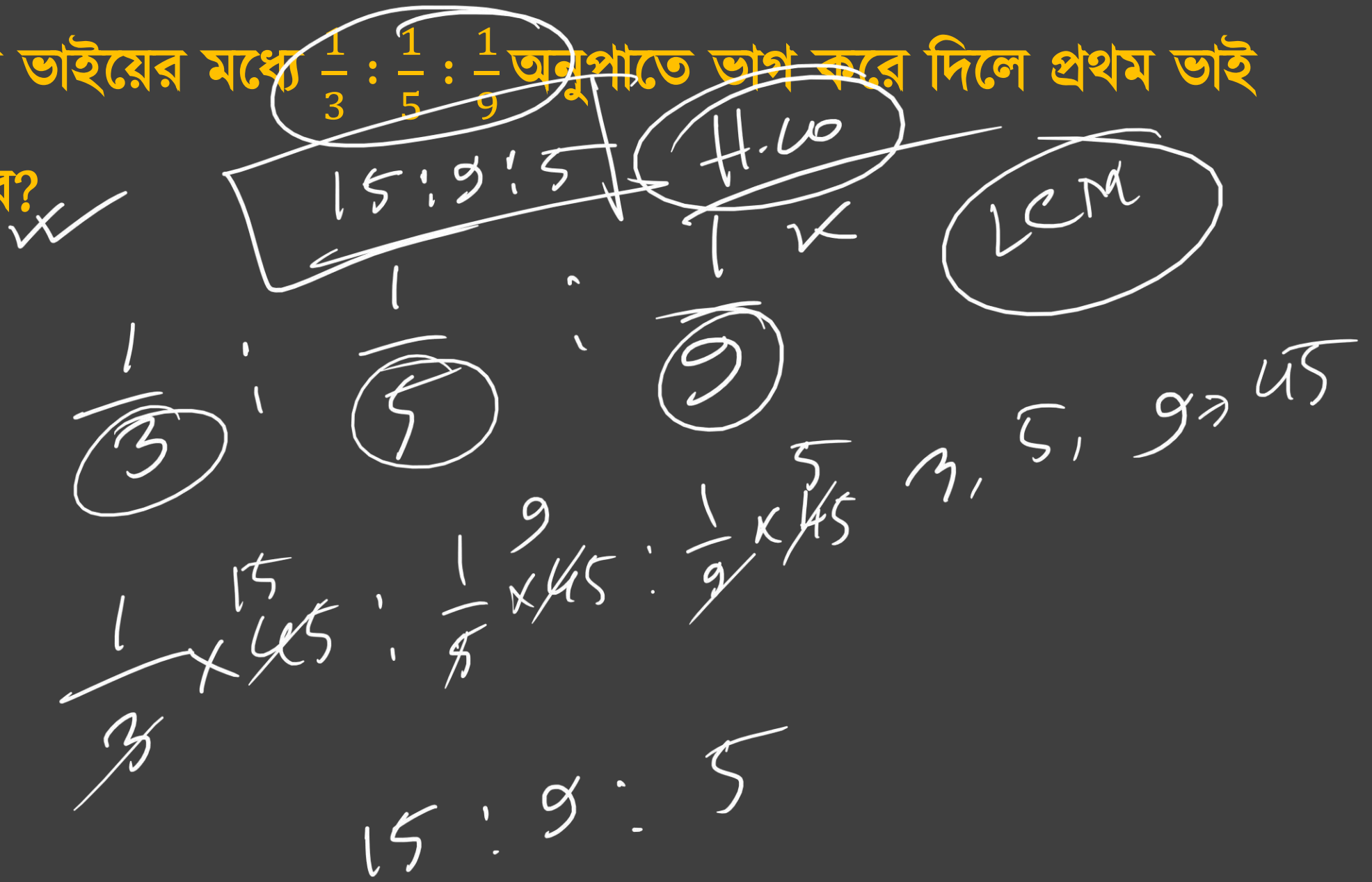
$$9 \times 444 = 3996$$

দুটি সংখ্যার অনুপাত $২:৩$ এবং গ.সা.গু ৪ হলে বৃহত্তম সংখ্যাটি কত?

১২: $\rightarrow \frac{৪ \times ৩}{১} = ১২$

১৬: $\rightarrow \frac{৪ \times ৪}{১} = ১৬$

261টি আম তিন ভাইয়ের মধ্যে $\frac{1}{3} : \frac{1}{5} : \frac{1}{9}$ অনুপাতে ভাগ করে দিলে প্রথম ভাই কতটি আম পাবে?



দুইটি সংখ্যার অনুপাত $৭ : ৫$ এবং তাদের ল.সা.গু ১৪০ হলে সংখ্যা দুইটির গ.সা.গু কত?

দুটি সংখ্যার ল.সা.গু = দুই সংখ্যার গুণফল ÷ গ.সা.গু

$$১৪০ = \frac{৭ \times ৫}{\text{গ.সা.গু}}$$

$$\frac{১৪০ \times \text{গ.সা.গু}}{৭ \times ৫}$$

$$= \text{ল.সা.গু}$$

$$\text{ল.সা.গু} = ৫০$$



Thank you