

বহুপদী ও দ্বিঘাত সমীকরণ

Md. Labu Miah
Instructor, P2A



চলক (Variable)

x, y, z
চলক

a, b, c
সংখ্যা

$$3x = 9$$
$$x = \frac{9}{3} = 3$$
$$4x = 20$$
$$x = \frac{20}{4} = 5$$

$$3x + 5y = 16$$

$$3x = 9$$

$$4x = 20$$
$$x = 5$$

প্রবক

π 5

π

e

বীজগাণিতিক রাশি

- এক বা একাধিক সংখ্যা, চলক, চলকের ঘাত, অপারেটর (+, -, ×, ÷) সংবলিত রাশিকে বীজগাণিতিক রাশি বলা হয়।

$$\checkmark \quad 5n + 8y + 2z \quad \begin{array}{c} \downarrow \\ \downarrow \\ \downarrow \end{array} \quad \begin{array}{c} (+) \\ (-) \end{array}$$

$$\checkmark \quad \boxed{2n + 5n - 8z}$$

বীজগাণিতিক রাশির পদ

~~৫টি~~

- বীজগাণিতিক রাশিতে যেসব অংশ যোগ চিহ্ন (+) বা বিয়োগ চিহ্ন ⁽⁻⁾ দ্বারা সংযোজিত থাকে তাদের প্রত্যেকটিকে ঐ বীজগাণিতিক রাশির পদ বলা হয়।

$$\underbrace{5x^2 + 9}_{\checkmark} + \underbrace{4y}_{\checkmark} = \underbrace{5x^2 + 9 + 4y}_{\checkmark}$$

~~৫টি~~

পদ ৫টি \rightarrow ৩টি

0, 1, 2

বহুপদী

• বহুপদী বিশেষ ধরনের বীজগাণিতিক রাশি যাতে এক বা একাধিক পদ থাকে এবং পদগুলো এক বা একাধিক চলকের শুধুমাত্র অঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যিক ঘাত ও ধ্রুবকের গুণফল হয়।

অর্থাৎ বহুপদীর প্রতিটি পদ হবে Cx^p আকারের।

যেখানে $C =$ ধ্রুবক, $x =$ চলক, এবং p x এর ঘাত $p \geq 0$

$$3x^2$$

~~$$ax^2$$~~

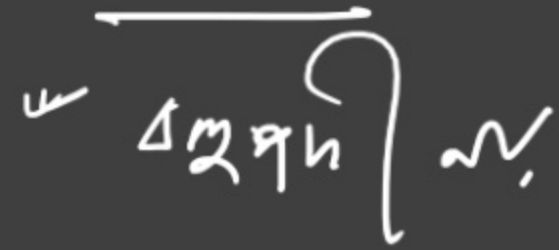
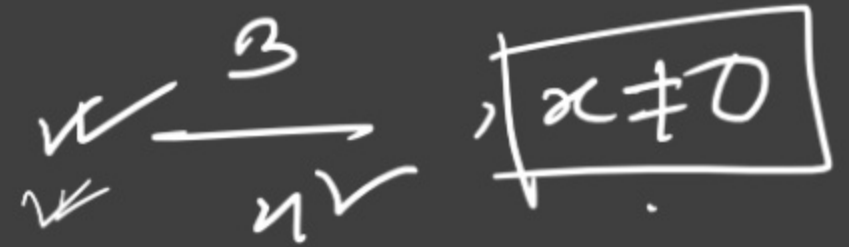
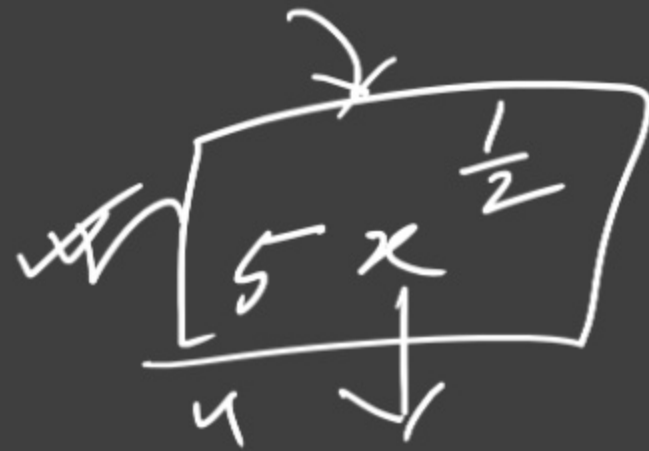
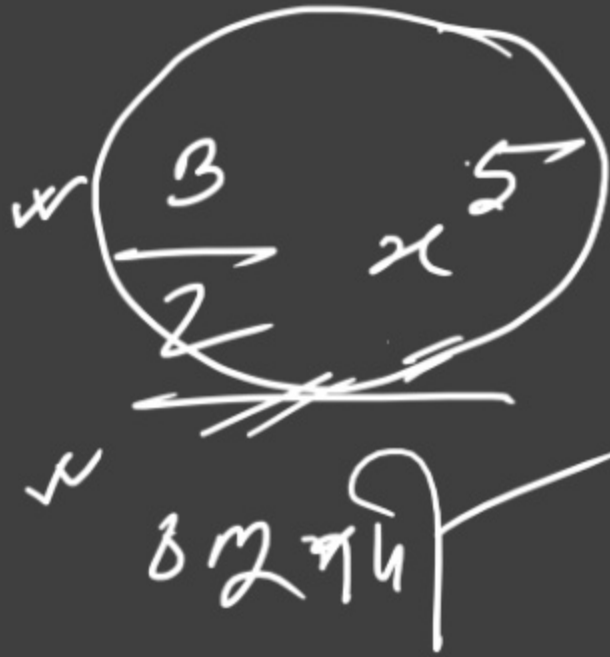
$$5x^{-2}$$

$$2x^{3/2}$$

$$\frac{3}{x^2}$$

$$3x^{-2}$$

বহুপদী ও বীজগাণিতিক রাশির পার্থক্য



$$x = -3, -2, -1, -5,$$

বহুপদী হওয়ার শর্ত

✓ • প্রতিটি পদে চলকের ঘাত অঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা হবে।

✓✓ • পদ সংখ্যা সসীম হবে।

$\frac{1}{2}$

$5x^2 - 2y^2 + 3z^2$ বহুপদী ✓

✓✓ $3n^4 + 4n^3 + 7n^2 + \dots$

বহুপদীর মাত্রা

$$\checkmark \quad \underbrace{3x^5}_{\text{মাত্রা 5}} + \underbrace{2x^4}_{\text{মাত্রা 4}} + \underbrace{5x^3}_{\text{মাত্রা 3}} + \underbrace{7x^2}_{\text{মাত্রা 2}} + \underbrace{8x^1}_{\text{মাত্রা 1}}$$

$$\text{মাত্রা} = \boxed{5}$$

$$\text{সুখপদ} = \boxed{7x^2}$$

$$3x^1 \rightarrow \text{সংখ্যা} \rightarrow \underline{1}$$

বহুপদীর মুখ্যপদ

বহুপদীর মুখ্যসহগ

$$\textcircled{3x^5} + 4x^4 + 2x$$

$$\text{সংখ্যা} \rightarrow 5$$

$$\text{মুখ্যপদ} = \textcircled{3x^5}$$

$$\text{মুখ্য সংখ্যা} = \textcircled{3}$$

$$(a+b)^3 = \underline{a^3} + \underline{b^3} + \underline{3a^2b} + \underline{3ab^2}$$

সমমাত্রিক বহুপদী

$$\begin{matrix} 3x^5y^5 \\ (3xy)^5 \\ \textcircled{5} \end{matrix}$$

$$\textcircled{1} a + \textcircled{2} b$$

$$a^3 + b^3 + c^3$$

$$\begin{matrix} \textcircled{2} \\ \underline{a^3 + 2a^1b^1 + b^3} \\ \textcircled{2} \end{matrix}$$

অসমমাত্ৰিক বহুপদী



$$-3x^2 + 5x - 8 = 0$$

$$a = -3$$

$$b = 5$$

$$c = -8$$

দ্বিঘাত সমীকরণ

$$\underline{3x^2 + 8x + 9 = 0}$$

$$\checkmark \quad \underline{x^2 + 5x + 6 = 0}$$

↓
দ্বিঘাত সমীকরণ

$$\rightarrow \underline{ax^2 + bx + c = 0}$$

$$a = 1, \quad b = 5, \quad c = 6$$

$ax^2 + bx + c = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ যার সমাধান, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

✓

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$an^v + bn + c = 0$$

$$\Rightarrow an^v + bn = -c$$

$$\Rightarrow a^v n^v + abn = -ac$$

$$\Rightarrow (an)^v + 2 \cdot an \cdot \frac{b}{2} + \left(\frac{b}{2}\right)^v - \left(\frac{b}{2}\right)^v = -ac$$

$$\Rightarrow \left(an + \frac{b}{2}\right)^v = \frac{b^v}{4} - ac$$

$$\left(a n + \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4}$$

BCS wüßten

$$a n + \frac{b}{2} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{\sqrt{4}}$$

Math

$$a n = -\frac{b}{2} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2}$$

$$n = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\cancel{x} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$\cancel{b^2 - 4ac}$$

$$\sqrt{-}$$

$$= \sqrt{0}$$

$$\sqrt{5}$$

$$= \frac{2\sqrt{5}}{2}$$

$$\sqrt{4} \sqrt{0}$$

$$= \frac{4\sqrt{0}}{2}$$

ଅନୁସନ୍ଧାନ
କରାଯାଉ
ଅନୁସନ୍ଧାନ

$$x^2 + 2x + 1 = 0 \rightarrow \text{ଅନୁସନ୍ଧାନ କରାଯାଉ}$$

$$ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow a = 1$$
$$b = 2$$
$$c = 1$$

$$b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 4 - 4 = 0$$

$$x^2 + 2 \cdot x + 1 = 0$$

$$(x+1)^2 = 0 \Rightarrow (x+1)(x+1) = 0$$

$$x = (-1) (-1)$$

~~$n^2 + 2n + 1 = 0$~~ - Δ of 051? v f a v

$$n = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$(n+1)^2 = 0$$

$$n+1 = 0$$

$$n = \frac{-2 \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 1}$$

$$n = -1$$

$$n = \frac{-2}{2} = -1$$

$$\vec{b} - \text{Kac} = \underline{\underline{0}} \quad 2(5)$$

{ $\underline{\underline{2n2n}}$ $\underline{\underline{0140}}$ $\underline{\underline{4210}}$ $\underline{\underline{2n2n}}$
 $\underline{\underline{0n2n}}$ $\underline{\underline{2n}}$ $\underline{\underline{2n}}$ $\underline{\underline{210}}$

$$x^2 + 4x + 2 = 0$$

$$a = 1$$

$$b = 4$$

$$c = 2$$

$$\boxed{b^2 - 4ac} = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2$$

$$= 16 - 8 = 8 > 0 \quad \text{∴} \quad \underline{\text{द्वि र्मूलं भवति}}$$

द्वि र्मूलं, द्वि र्मूलं, शून्यं

$$\underline{\underline{x^2 + 5x + 6 = 0}}$$

$$a = 1$$

$$b = 5$$

$$c = 6$$

$$\underline{\underline{b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}$$
$$= 25 - 24$$

$$\underline{\underline{= 1 > 0}}$$

गुणः द्वैतमूल्य-

द्वैतमूल्य, सिद्ध, द्वैतमूल्य

$$3n^2 - 2n + 2 = 0$$

$$b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2$$

$$= 4 - 24$$

$$= -20$$

2101W0

$$a = 3$$

$$b = -2$$

$$c = 2$$

$$\sqrt{-20}$$

দ্বিঘাত সমীকরণের মূলের প্রকৃতি-

$0 \Rightarrow$ সমান
মূলদ = মূলদ

- $b^2 - 4ac = 0$ হয়, তবে মূলদ্বয় বাস্তব ও সমান হবে। এক্ষেত্রে দুটি পূর্ণবর্গ হবে
- $b^2 - 4ac > 0$ এবং পূর্ণবর্গ হয়, তবে মূলদ্বয় মূলদ, বাস্তব ও অসমান।
- $b^2 - 4ac > 0$ এবং পূর্ণবর্গ না হয়, তবে মূলদ্বয় বাস্তব, অমূলদ ও অসমান হবে।
- $b^2 - 4ac < 0$ মূলদ্বয় জটিল।

✓

অসমান

৩ টি

$$2x^2 + 5x + 3 = 0$$

$$a = 2$$

$$b = 5$$

$$c = 3$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3}}{2 \cdot 2}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{4}$$

$$= \frac{-5 \pm 1}{4}$$

$$x_1 = \frac{-5 + 1}{4}$$

$$x_2 = \frac{-5 - 1}{4}$$

$$= \frac{-4}{4}$$

$$= \frac{-6}{4}$$

$$x_1 = \underline{\underline{-1}}$$

$$x_2 = \underline{\underline{-\frac{3}{2}}}$$

$$2x^2 + 5x + 3 = 0$$

$$a = 2$$

$$b = 5$$

$$c = 3$$

$$x_1 = -1, \quad x_2 = -\frac{3}{2}$$

$$x_1 + x_2 = -1 + \left(-\frac{3}{2}\right) \quad x_1 + x_2 = -\frac{5}{2}$$

$$= -1 - \frac{3}{2}$$

$$= \frac{-2-3}{2}$$

$$= -\frac{5}{2}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \times x_2 = -1 \times -\frac{3}{2} = \frac{3}{2} = \frac{c}{a}$$

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{or} \quad \alpha, \beta \text{ roots } \alpha, \beta$$

$$\checkmark \quad \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha - \beta = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{a}$$

$$\checkmark \quad \alpha \beta = \frac{c}{a}$$

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(2/5/5/2/2) = - \frac{\textcircled{6}}{1}$$

$$a = 1$$

$$b = -5$$

$$c = 6$$

$$= - \frac{-5}{1}$$

$$= +5$$

গাণিতিক সমস্যাগুলি

$6x^2 - 7x - 4 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের প্রকৃতি কেমন?

10 min

$$a = 6$$

$$b = -7$$

$$c = -4$$

$$b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \cdot 6 \cdot -4$$

$$= 49 + 96$$

$$= \underline{\underline{145}} > 0$$

ঐক্যমূল, বাস্তব, অমূল্য

$x^2 - 6x + 9 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়-

H.W

$2x^2 - 4x + p = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব হলে P এর মান

$$b^2 - 4ac \geq 0$$

$$(-4)^2 - 4 \cdot 2 \cdot p \geq 0$$

$$16 - 8p \geq 0$$

$$-8p \geq -16$$

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$b^2 - 4ac > 0$$

$$8p \leq 16$$

$$p \leq \frac{16}{8}$$

$$\Rightarrow p \leq 2$$

P এর মান কত হলে $px^2 + 3x + 4 = 0$ সমীকরণের মূলগুলো বাস্তব ও অসমান হবে?

$$b^2 - 4ac > 0$$

H.W

$x^2 + px + 6 = 0$ এর মূল দুটি সমান হলে এবং $p > 0$ হয়, তবে $p = ?$

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$p^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 0$$

$$p^2 - 24 = 0$$

$$p^2 = 24$$

$$p = \pm \sqrt{24}$$

$$p = \sqrt{24}$$

৬
 $x^2 + kx + 1 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় সমান ও বিপরীত চিহ্নবিশিষ্ট হলে k এর মান কত?

~~$+x_1$~~

~~$-x_1$~~

~~যোগ = $-\frac{b}{a}$~~

গুণ = $\frac{c}{a}$

যোগ = $-\frac{b}{a}$

$x_1 + (-x_1) = -\frac{k}{1}$

$0 = -k$

$k = 0$

$b^2 - 4ac = 0$

$x^2 - 4x + 3 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α ও β হলে, $\alpha - \beta = ?$

$$\alpha - \beta = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{a}$$

$$= \pm \frac{\sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{1}$$

$$= \pm \sqrt{16 - 12} = \pm \sqrt{4} = \pm 2$$

। $x^2 + 4x + r = 0$ সমীকরণের দুটি মূল -2 হলে, r এর মান কত?

$$(-2) \times (-2) = \frac{c}{a}$$

$$\text{মূল} = -\frac{b}{a}$$

$$\text{মূল} = \frac{c}{a}$$

$$4 = \frac{r}{1}$$

$$r = 4$$

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$4^2 - 4 \cdot 1 \cdot c = 0$$

$$16 - 4c = 0$$

$$c = 4$$

$3x^2 + 5x + p = 0$ সমীকরণের একটি মূল অপরটির বিপরীত হলে p এর মান কত?

$=$

x_1

$\frac{1}{x_1}$

$\sum x_i = \frac{-b}{a}$

~~x_1~~ \times ~~$\frac{1}{x_1}$~~ $= \frac{-5}{3}$

$\frac{p}{3} = 1$

$\Rightarrow p = 3$

k এর মান কত হলে, $(k-1)x^2 - (k+2)x + 4 = 0$ সমীকরণের মূলগুলো

বাস্তব ও সমান হবে।

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$\Rightarrow \{- (k+2)\}^2 - 4 \cdot (k-1) \cdot 4 = 0$$

$$\Rightarrow k^2 + 4k + 4 - 16k + 16 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{k^2 - 12k + 20 = 0} \quad k = 10, 2$$

$$a = k-1$$

$$b = -(k+2)$$

$$c = 4$$

P এর মান কত হলে $4x^2 - px + 9 = 0$ একটি পূর্ণবর্গ হবে।

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$p = \pm 12$$

$$(-p)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9 = 0$$

$$p^2 = 4 \cdot 4 \cdot 9$$

$$p = \pm \sqrt{4 \cdot 4 \cdot 9} = \pm 2 \cdot 2 \cdot 3 \\ = \pm 12$$

p এর মানের ব্যবধি বের করুন যার জন্যে $x^2 - 2px + p^2 + 5p - 6 = 0$

সমীকরণের বাস্তব মূল নেই। থ্রুথু

$$b^2 - 4ac < 0$$

$$(-2p)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (p^2 + 5p - 6) < 0$$

$$a = 1$$

$$b = -2p$$

$$c = p^2 + 5p - 6$$

$$\cancel{4p^2} - \cancel{4p^2} - 20p + 24 < 0$$

$$-20p < -24$$

$$20p > 24$$

$$p > \frac{24}{20}$$

$$p > \frac{6}{5} \quad \text{A}$$

Thank You