

জটিল সংখ্যা ও ভেক্টর

Md. Labu Miah

Instructor, P2A

জটিল সংখ্যা

$$\sqrt{16} = ?$$

$+4$

$$4^2$$

$$\sqrt{-16} = ? \quad \text{কতটুকু ম'থা}$$

a) -4

b) 4

c) ± 4

~~d) কোনোটিই নয়~~

$$\sqrt{-1 \times 16} = \sqrt{-1} \times \sqrt{16}$$

$$= \sqrt{-1} \times 4 = 4i$$

$$\sqrt{-1} = i$$

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

$$a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}} = (ab)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \sqrt{ab}$$

$$\sqrt{-8} \times \sqrt{-2} = ? \quad (41 \text{ BCS})$$

$$\sqrt{-a} \times \sqrt{-b} = \boxed{-\sqrt{ab}}$$

$$\sqrt{-1 \times 8} \times \sqrt{-1 \times 2}$$

$$\sqrt{-1} \times \sqrt{8} \times \sqrt{-1} \times \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{-1} \times \sqrt{-1} \times \sqrt{8 \times 2}$$

$$= -1 \times \sqrt{16} = -4$$



i এর ঘাত সংক্রান্ত গাণিতিক সমস্যা



$$\sqrt{-1} = i$$

$$i^2 = (\sqrt{-1})^2 = -1$$

$$i^3 = i^2 \cdot i = -1 \times i = -i$$

$$\boxed{i^4} = i^2 \cdot i^2 = (-1) \times (-1) = \textcircled{1}$$

$$i^8 = 1, \quad i^{12} = 1, \quad i^{16} = 1$$



$$i^{10} = i^8 \cdot i^2 = i^2 = -1$$

$$i^{17} = i^{16} \cdot i^1 = i^1$$

$$i^{54} = i^2 = -1$$

$$4) \begin{array}{r} 17 \\ \underline{16} \\ 1 \end{array} \quad (4)$$

$$4) \begin{array}{r} 54 \\ \underline{48} \\ 6 \\ \underline{4} \\ 2 \end{array} \quad (17)$$



$$\left. \begin{aligned} i &= i \\ i^2 &= -1 \\ i^3 &= -i \\ i^4 &= 1 \end{aligned} \right\}$$

$$\boxed{i + i^2 + i^3 + i^4} = i - 1 - i + 1 \\ = 0$$

$$i^5 + i^6 + i^7 + i^8 = i + i^2 + i^3 + 1 \\ = 0$$

$$\underbrace{i^{-100} + i^{-101} + i^{-102} + i^{-103}} = 0$$



➤ i এর Power কে 4 দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ যা হবে, তাই i এর ঘাত হবে।



$$i^9 = ? \quad i^1 = \underline{\underline{i}}$$

$$4 \overline{) 9} \begin{matrix} (2 \\ 8 \\ \hline 1 \end{matrix}$$



$$i^{79} = ?$$

$$= i^3 = -i$$

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 79} \quad (19 \\ \underline{4} \\ 39 \\ \underline{36} \\ 3 \end{array}$$



প্রমাণ করুন: i^{-1} বা $\frac{1}{i} = -i$

$$i^{-1} = \frac{1}{i} = \frac{1 \times i}{i \times i} = \frac{i}{i^2} = \frac{i}{-1} = -i$$



$$i^{-49} = ? \quad \underline{\underline{[44 \text{ BCS}]}}$$

$$\frac{1}{i^{49}} = \frac{1}{i} = \underline{\underline{-i}}$$

✓

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 49} \quad (12 \\ \underline{4} \\ 9 \\ \underline{8} \\ 1 \end{array}$$



$$\frac{\sqrt{-8}}{\sqrt{-2}} = -\sqrt{8 \times 2}$$



$$i + i^2 + i^3 + i^4 = ? \quad \textcircled{e}$$



$$\# \quad i^{499} + i^{500} + i^{501} + i^{502} = ? \quad \text{①}$$



$$i + i^2 + i^3 + \dots + \underline{i^{60}} = ? \quad \textcircled{0}$$

$$\underbrace{i + i^2 + i^3 + i^4}_{0} + \underbrace{i^5 + i^6 + i^7 + i^8}_{0} + \dots + \underbrace{i^{57} + i^{58} + i^{59} + i^{60}}_{0} = 0$$



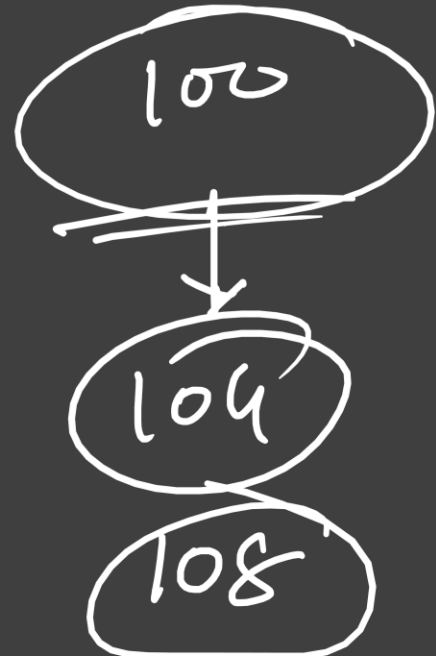
✓

$$i + i^2 + i^3 + \underbrace{i^4 + i^5 + \dots + i^{103}}_{\text{circled}} = ?$$

$$\cancel{i} - (1 - \cancel{i})$$

$$= -1 \quad \checkmark$$

$$\frac{103-4}{1} + 1$$

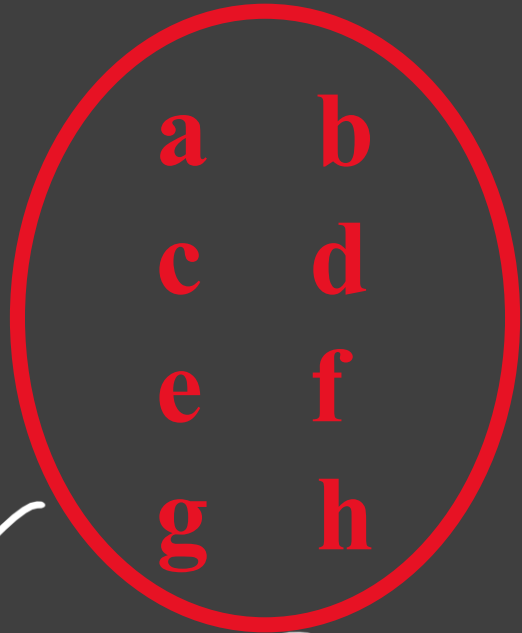


$$i^{n+7} + i^{n+8} + i^{n+9} + i^{n+10} = ? \quad (n \in \mathbb{Z})$$

0

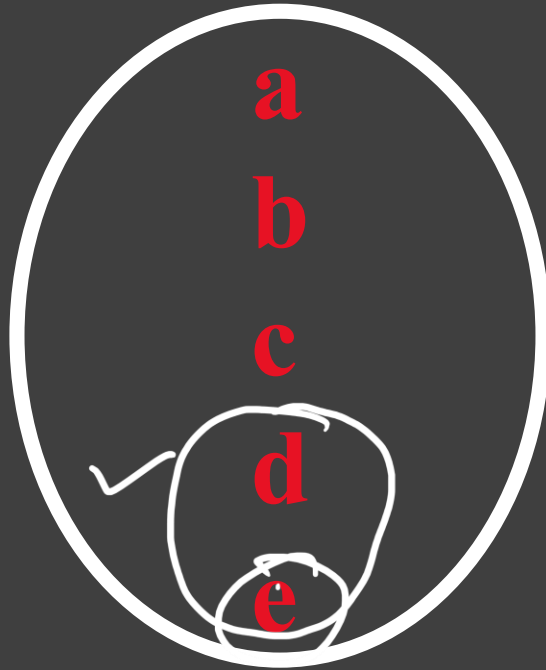
ভেনচিত্র

Students



8

Math

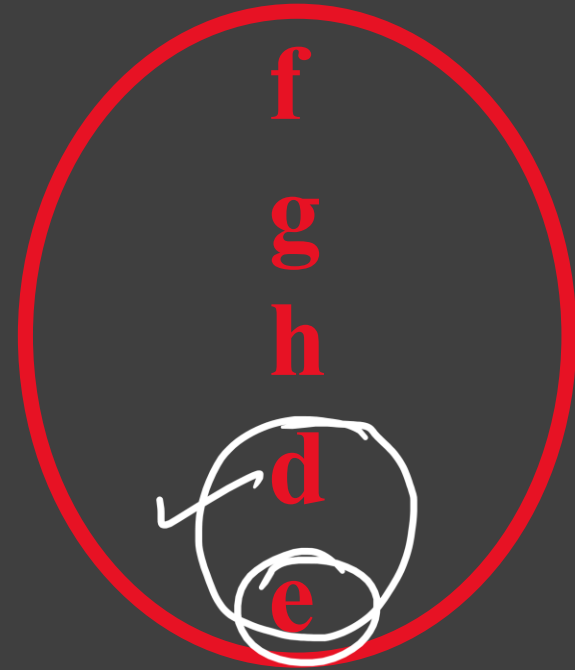


5

1

1

Bangla

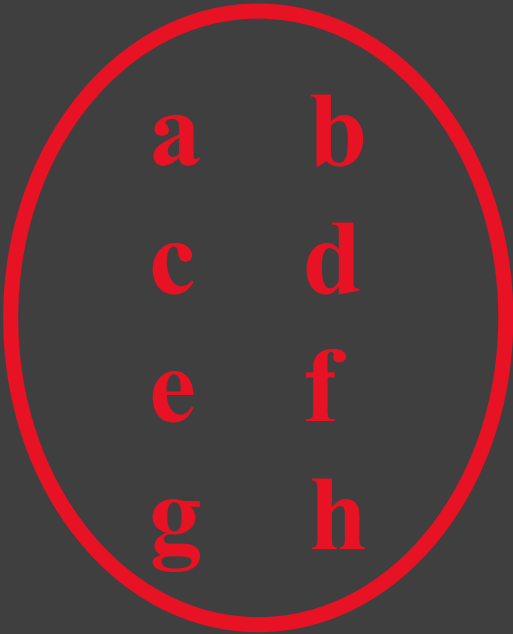


+ 5 = 10 - 2

1

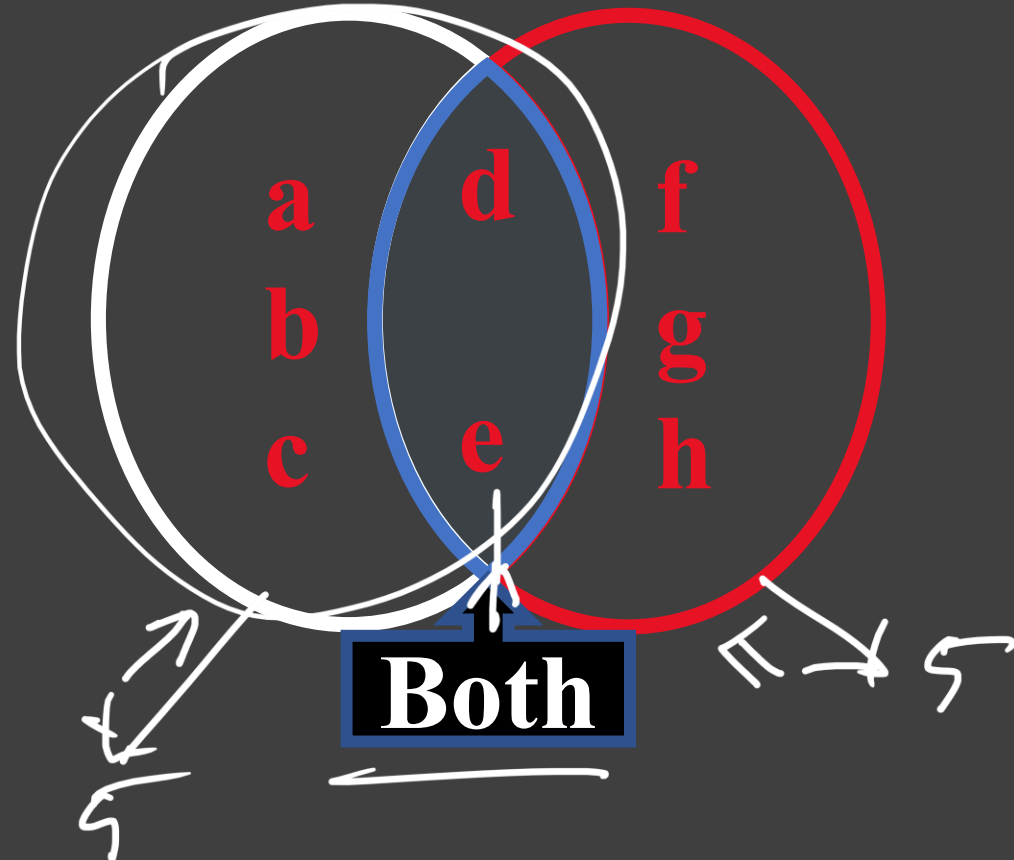
1

Students



Math

Bangla



গণনা করে দেখান যে $= 5 + 5 - 2 = 8$

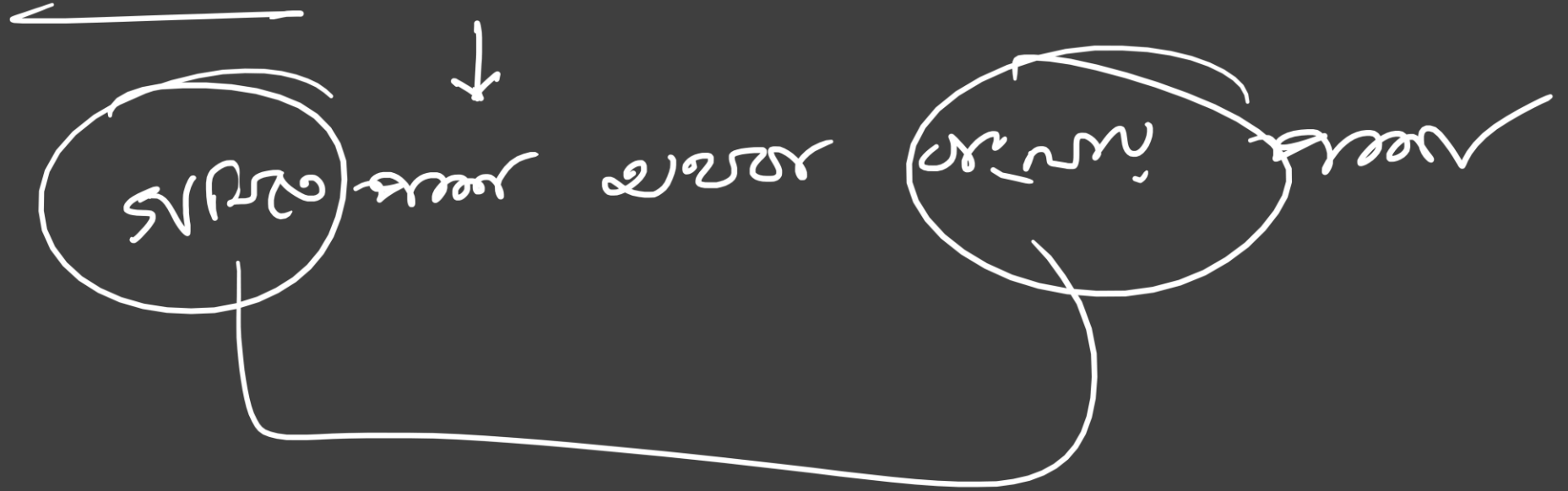
\checkmark গণিত **অথবা** বাংলায় পাশ = গণিতে পাশ + বাংলাতে পাশ - উভয় বিষয়ে পাশ

5

\checkmark উভয় বিষয়ে পাশ = $M + B - \text{Both}$



ଅନ୍ତତଃ ୧ ବିଷୟେ ପାଶ କଥାଟିର ଅର୍ଥ କି?



অথবা = Union (U)

এবং = Intersection (∩)

$$\mathbf{n(M \cup B) = n(M) + n(B) - n(\underline{M} \cap \underline{B})}$$

$$n(M \cup B) = \underline{n(M)} + \underline{n(B)} - \underline{n(M \cap B)}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

গাণিতিক সমস্যাৰলী

যদি $n(A \cap B) = 13$, $n(A) = 40$, $n(B) = 64$ হয়, তাহলে $n(A \cup B) = ?$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$= 40 + 64 - 13$$

$$= 91$$



যদি $n(A \cup B) = 61, n(A) = 30, n(B) = 54$ হয়, তাহলে $n(A \cap B) = ?$

H.W



400 জন লোকের একটি দলের 275 জন ইংরেজি ও 200 জন বাংলায় কথা বলতে পারে। কতজন উভয় ভাষায় কথা বলতে পারে?

৪

৫ ৫ = 10

475

75

কোন পরীক্ষায় পরীক্ষার্থীর ৮০% গণিতে এবং ৭০% বাংলায় পাস করল এবং উভয় বিষয়ে পাস করল ৬০%। উভয় বিষয়ে শতকরা কতজন **ফেল করল?**

$$\begin{aligned} \text{অনুভব ১ টি পরীক্ষা পাস} &= ৮০ + ৭০ - ৬০ \\ &= ৯০ + ৭০ - ৬০ = ১০\% \end{aligned}$$

$$\text{ফেল করেছেন} = ১০০ - ৯০ = ১০\%$$

কোনো পরীক্ষায় ২০০ জনের মধ্যে ৭০% বাংলায়, ৬০% ইংরেজিতে এবং ৪০%

উভয় বিষয়ে পাস করেছে। উভয় বিষয়ে ফেল করেছে কত জন?

শ্রুত ২ টি পাস করা = $৭০ + ৬০ - ৪০$
 $= ৭০ + ৬০ - ৪০ = ৯০$

ফেল = $২০০ - ৯০ = ১১০$

২০০ এর $\frac{১১০}{২০০}$

$= ১১০$

কোনো পরীক্ষায় ইংরেজিতে ৫২% এবং গণিতে ৪২% পরীক্ষার্থী অকৃতকার্য হয়েছে।
যদি উভয় বিষয়ে ১৭% পরীক্ষার্থী অকৃতকার্য হয়ে থাকে; তবে উভয় বিষয়ে শতকরা
কতজন কৃতকার্য হয়েছে। ✓

$$\begin{aligned} \text{অনুত ২ বিষয়, কৃত} &= \text{ইং} + \text{গণ} - \text{উভয়} \\ &= ৫২ + ৪২ - ১৭ = ৭৭\% \end{aligned}$$

$$\text{উভয় বিষয় অকৃত} = ১০০\% - ৭৭\% = ২৩\%$$



কোন স্কুলে ৭০% পরিক্ষার্থী বাংলায় এবং ৮০% পরিক্ষার্থী গণিতে পাস করেছে।
কিন্তু উভয় বিষয়ে ১০% ফেল করেছে। যদি উভয় বিষয়ে ২৪০ জন শিক্ষার্থী পাস
করে থাকে, তবে মোট শিক্ষার্থী কত?

✓



পঞ্চাশ জন লোকের মধ্যে ৩৫ জন ইংরেজি, ২৫ জন ইংরেজি ও বাংলা উভয় ভাষায়
এবং প্রত্যেকেই দুটি ভাষার অন্তত একটি ভাষায় কথা বলতে পারেন। বাংলায় কত

জন কথা বলতে পারে? ✓

$$\text{অন্তত ১টি} = \text{ইং} + \text{বাংলা} - \text{উভয়}$$

$$৫০ = ৩৫ + ৩৫ - ২০$$

$$\text{বাংলায়} = ৫০ - ২০ = ৩০$$

৫০ জন লোকের মধ্যে ৩৫ জন ইংরেজি, ২৫ জন ইংরেজি ও বাংলা এবং প্রত্যেকেই দুইটি ভাষার অন্তত একটি ভাষায় কথা বলতে পারে। শুধু বাংলায় কতজন কথা বলতে পারেন?

$$\text{সর্বমুদ্য} = ৪০ \text{ জন}$$

$$\checkmark \text{ শুধু বাংলায়} = \textcircled{৪০} - \underline{\underline{২৫}} = \underline{\underline{২৫}} \text{ জন}$$

P2A এর কোনো পরীক্ষায় ৬৫% শিক্ষার্থী বাংলায় পাস, ৪৮% শিক্ষার্থী বাংলা ও ইংরেজি উভয় বিষয়ে পাস এবং ১৫% শিক্ষার্থী উভয় বিষয়ে ফেল করেছে। কতজন শিক্ষার্থী শুধু ইংরেজিতে পাস করেছে? ৬৩



কোনো পরীক্ষায় ৩০% বাংলায় ফেল এবং ৮০% গণিতে পাশ করল। ১০% উভয় বিষয়ে ফেল করে। উভয় বিষয়ে ১২০ জন পাস করলে পরীক্ষার্থীর সংখ্যা কত?

১৭-৬



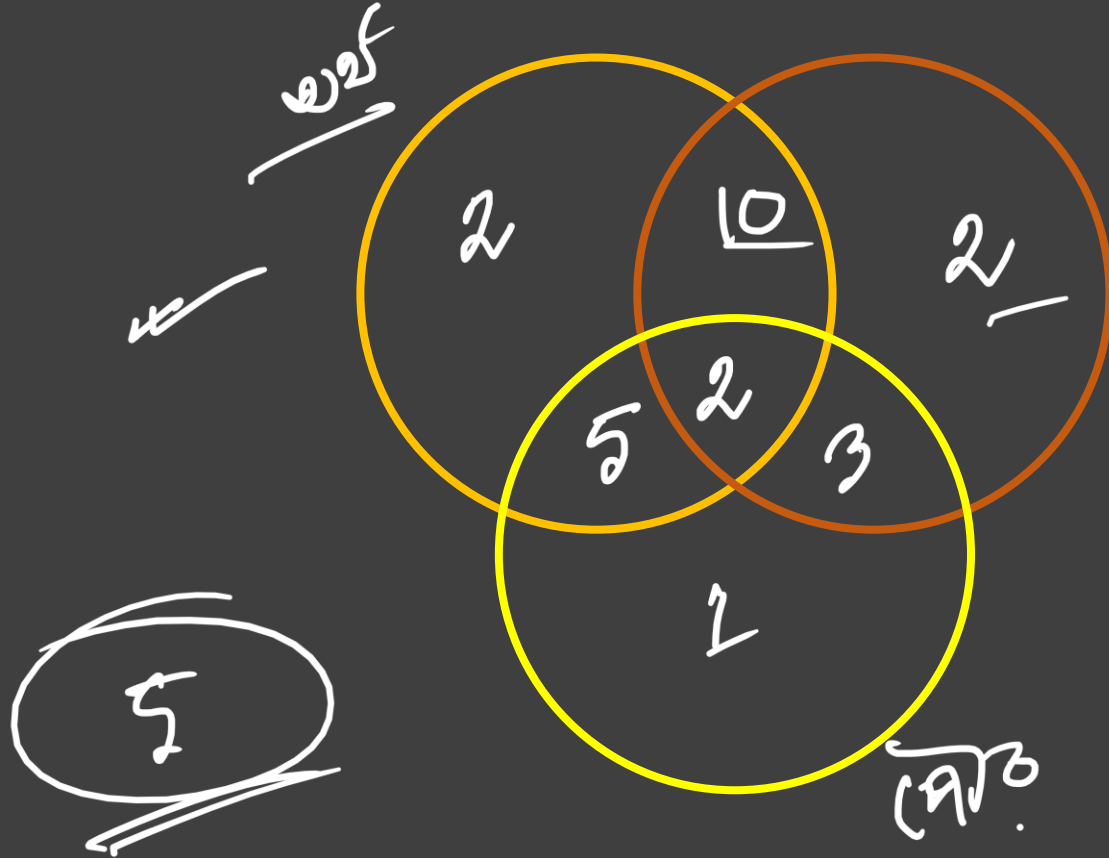
একটি অফিসের ২০০ কর্মচারীর মধ্যে ৯০ জন আর্জেন্টিনা, ৮০ জন ব্রাজিলকে সাপোর্ট করে এবং উভয় দলকে সাপোর্ট করে ২০ জন। কতজন কর্মচারী কোনো দলকেই সাপোর্ট করে না? H.W



একটি ক্লাসে ৩০ জন ছাত্র আছে। তাদের মধ্যে ১৮ জন ফুটবল খেলে এবং ১৪ জন ক্রিকেট খেলে। ৫ জন কিছুই খেলেনা। কতজন উভয় খেলা খেলে?

১১

কোন শ্রেণির 30 জন শিক্ষার্থীর মধ্যে 19 জন অর্থনীতি, 17 জন ভূগোল, 11 জন পৌরনীতি, 12 জন অর্থনীতি ও ভূগোল, 7 জন অর্থনীতি ও পৌরনীতি, 5 জন ভূগোল ও পৌরনীতি এবং 2 জন সবগুলো বিষয় নিয়েছে। কতজন শিক্ষার্থী কোনটিই নেয়নি?



ভূগোল

$$2 + 10 + 2 + 5 + 2 + 3 + 1$$

$$= 25$$

কোণ শ্রেণির 30 জন শিক্ষার্থীর মধ্যে 19 জন অর্থনীতি, 17 জন ভূগোল, 11 জন পৌরনীতি, 12 জন অর্থনীতি ও ভূগোল, 7 জন অর্থনীতি ও পৌরনীতি, 5 জন ভূগোল ও পৌরনীতি এবং 2 জন সবগুলো বিষয় নিয়েছে। কতজন শিক্ষার্থী কোনটিই নেয়নি?

অন্তত 1 টি বিষয় নিয়েছেন = অর্থনীতি + ভূগোল + পৌরনীতি - অর্থনীতি ও ভূগোল - ভূগোল ও পৌরনীতি - পৌরনীতি ও অর্থনীতি + তিনটি বিষয় নিয়েছেন

২য় শ্রেণির ৩০ জন শিক্ষার্থী

$$19 + 17 + 11 - 12 - 7 - 5 + 2$$
$$= 25$$

Thank You

