



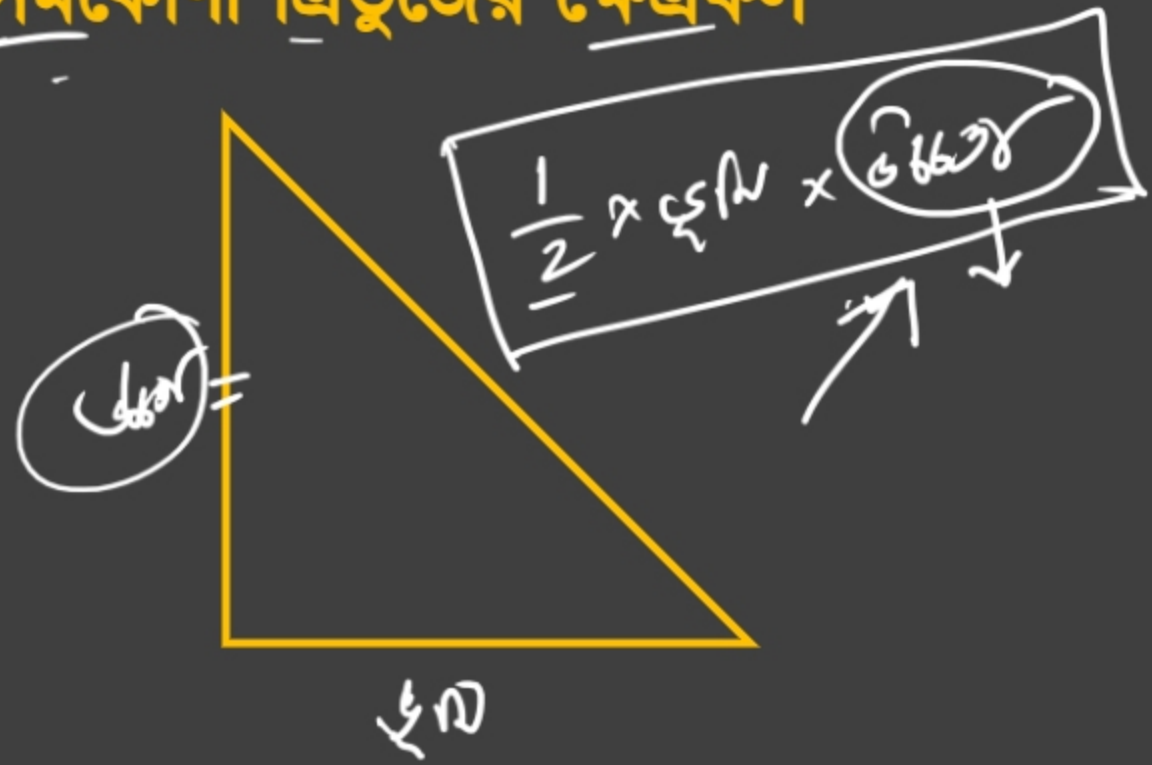
পরিমিতি-০১: ত্রিভুজ

**Md. Labu Miah**

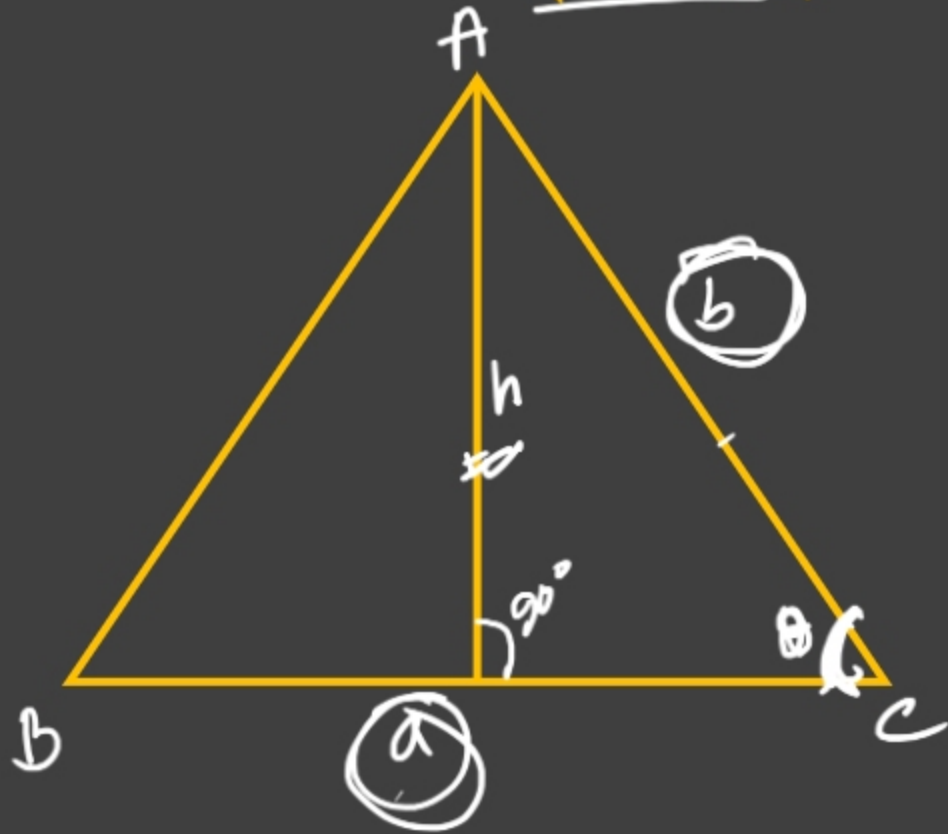
Instructor, P2A

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত সূত্রসমূহ

# সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল



দুইটি বাহু ও অন্তর্ভুক্ত কোণ থেকে ক্ষেত্রফল নির্ণয়



$$\frac{1}{2} \times a \times h = \frac{1}{2} ab \sin \theta$$

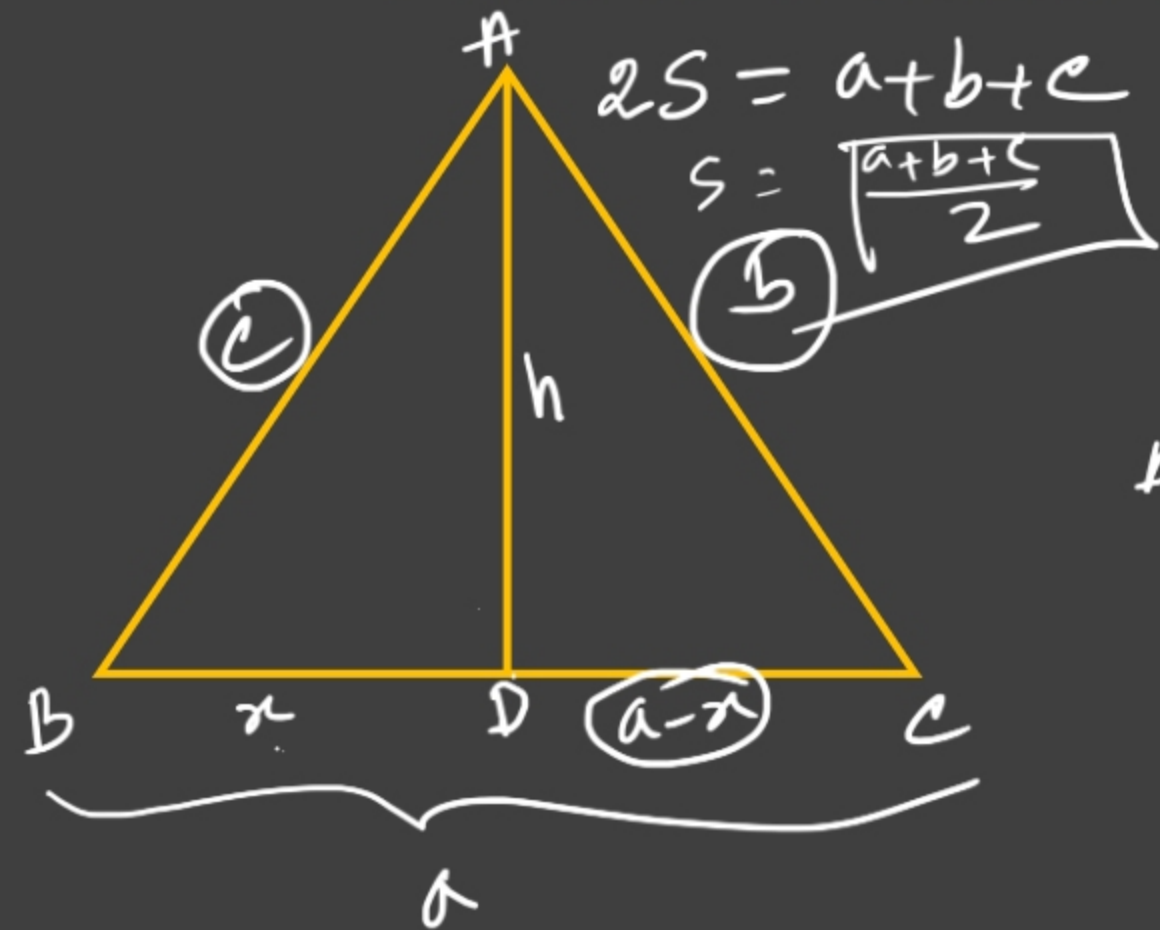
$$\sin \theta = \frac{h}{b}$$

$$\Rightarrow h = b \sin \theta$$

দুইটি বাহু ও অন্তর্ভুক্ত কোণ থেকে ক্ষেত্রফল নির্ণয়



ত্রিভুজের তিন বাহু থেকে ক্ষেত্রফল নির্ণয় (বিষমবাহু ত্রিভুজ)



$$\frac{1}{2} \times a \times h$$

$$\Delta ABD \rightarrow h^v + x^v = c^v$$

$$h^v = c^v - x^v \quad \text{--- ①}$$

$$\Delta ADC \rightarrow h^v + (a-x)^v = b^v$$

$$h^v = b^v - (a-x)^v \quad \text{--- ②}$$

$$c^v - n^v = b^v - (a - n)^v$$

$$\Rightarrow c^v - n^v = b^v - (a^v - 2an + n^v)$$

$$\Rightarrow c^v - n^v = b^v - a^v + 2an - n^v$$

$$\Rightarrow \cancel{-n^v} - 2an + \cancel{n^v} = b^v - a^v - c^v$$

$$\Rightarrow -2an = b^v - a^v - c^v$$

$$2an = c^v + a^v - b^v$$

$$n = \left( \frac{c^v + a^v - b^v}{2a} \right)$$

$$h^v = c^v - \left( \frac{c^v + a^v - b^v}{2a} \right)$$

$$h = \left( c + \frac{c^v + a^v - b^v}{2a} \right) \left( c - \frac{c^v + a^v - b^v}{2a} \right)$$

$$h^v = \left( \frac{c^v + a^v - b^v + 2ac}{2a} \right) \left( \frac{2ac - c^v - a^v + b^v}{2a} \right)$$

$$h^2 = \frac{(c+a)^2 - b^2}{2a} \cdot \frac{b^2 - (c-a)^2}{2a}$$

$$= \frac{(c+a+b)(c+a-b)}{2a} \cdot \frac{(b+c-a)(b-c+a)}{2a}$$

$$= \frac{(a+b+c)(a+b+c-2b)(a+b+c-2a)(a+b+c-2c)}{4a^2}$$

$$= \frac{2s(2s-2b)(2s-2a)(2s-2c)}{4a^2}$$

$$= \frac{2s(2s-2b)(2s-2a)(2s-2c)}{4a^2}$$

$$h^v = \frac{4}{16} s(s-a)(s-b)(s-c)$$

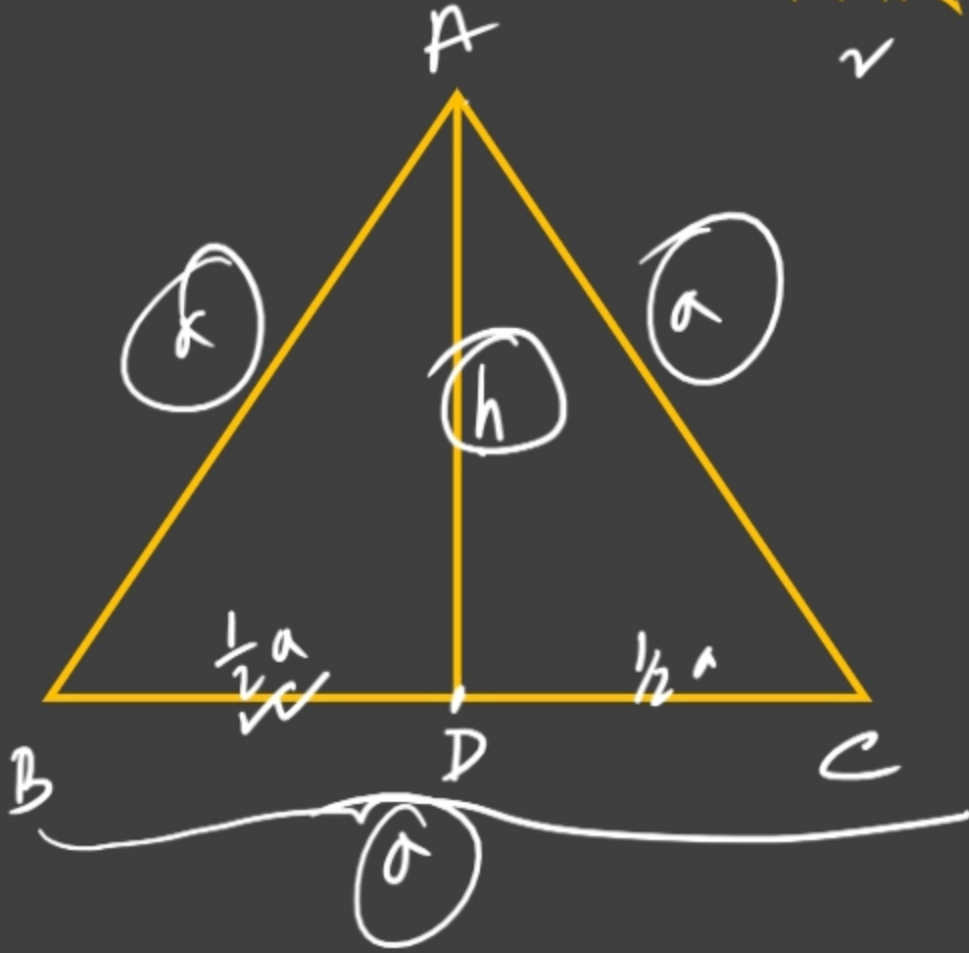
$$\cancel{4} \cancel{a^2}$$

$$h^v = \frac{4s(s-a)(s-b)(s-c)}{a^2}$$

$$h = \frac{2}{a} \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$\frac{1}{2} \times a \times \frac{2}{a} \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

## সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়



$$\frac{1}{2} \times a \times h = \frac{1}{2} \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

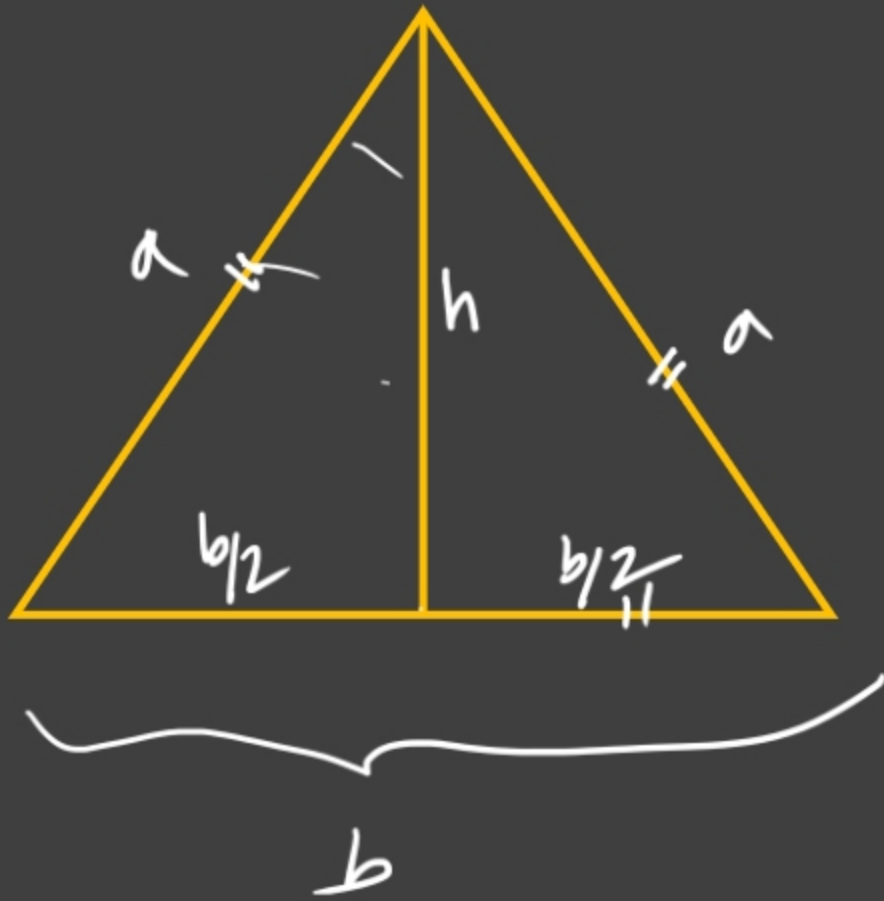
$$h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2$$

$$h^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{4a^2 - a^2}{4}$$

$$= \frac{3a^2}{4}$$

$$h = \sqrt{\frac{3a^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

## সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়



$$\frac{1}{2} \times b \times h = \frac{1}{2} \times b \times \frac{\sqrt{4a^2 - b^2}}{2}$$
$$= \frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2}$$

$$h^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = a^2$$

$$h^2 = a^2 - \frac{b^2}{4} = \frac{4a^2 - b^2}{4}$$

$$h = \sqrt{\frac{4a^2 - b^2}{4}} = \frac{\sqrt{4a^2 - b^2}}{2}$$

## ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্র:

- ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য  $a, b$  এবং  $c$  হলে, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল  $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ .  
[ $s =$  অর্ধপরিসীমা]  $s = \frac{a+b+c}{2}$
- সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল  $= \frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2}$  [ $b =$  ভূমি এবং  $a =$  সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য]
- ✓ সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য  $a$  হলে, ক্ষেত্রফল  $= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$
- ত্রিভুজের দুইটি বাহু  $a$  ও  $b$  এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ  $\theta$  হলে, ক্ষেত্রফল  $= \frac{1}{2} ab \sin \theta$ .
- ত্রিভুজের ভূমি  $b$  এবং উচ্চতা  $h$  হলে, ক্ষেত্রফল  $= \frac{1}{2} bh$ .

টাইপ-১

বিষমবাহু ত্রিভুজ সংক্রান্ত

একটি ত্রিভুজের তিনবাহুর দৈর্ঘ্য 6 মিটার, 4 মিটার ও 8 মিটার হলে, ত্রিভুজটির

ক্ষেত্রফল কত?

✓

$$\text{অর্ধপরিধি, } s = \frac{6+4+8}{2} = 9$$

$$\text{ক্ষেত্রফল} = \sqrt{9(9-6)(9-4)(9-8)}$$

$$= \sqrt{9 \times 3 \times 5 \times 1}$$

$$= \boxed{3\sqrt{15}}$$

$$= \boxed{\sqrt{135}}$$

একটি ত্রিভুজাকৃতি মাঠের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 20m, 21m এবং 29m হলে

এর ক্ষেত্রফল কত?

$$s = \frac{20+21+29}{2} = 35$$

$$\sqrt{5 \times 5} = 5$$

$$\sqrt{7 \times 7} = 7$$

$$\sqrt{35(35-20)(35-21)(35-29)}$$

$$\sqrt{35 \times 15 \times 14 \times 6} = \sqrt{\underline{5} \times \underline{7} \times \underline{3} \times \underline{5} \times \underline{7} \times \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{3}}$$

$$= 5 \times 7 \times 3 \times 2 = 210 \text{ m}^2$$

কোনো ত্রিভুজের দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 9 সে.মি. ও 12 সে.মি. এবং এদের  
অন্তর্ভুক্ত কোণ 30° হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত?

$$\sin 30 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \times 9 \times 12 \times \sin 30^\circ$$

$$9 \times 6 \times \frac{1}{2} = \underline{27 \text{ cm}^2}$$

একটি ত্রিভুজের দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 26 মিটার, 28 মিটার এবং ক্ষেত্রফল 182 বর্গমিটার হলে, বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ নির্ণয় কর।

$$\frac{1}{2} \times 26 \times 28 \times \sin \theta = 182$$

$$13 \times 28 \times \sin \theta = 182$$

$$\sin \theta = \frac{182 \times 14}{13 \times 28}$$

$$\sin \theta = \frac{1}{2}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\theta = 30^\circ$$

$$\frac{c}{d} = b$$

$$4ax^2 + bx = a$$

$$\frac{b \pm \sqrt{4a^2 - b^2}}{4}$$

টাইপ-২

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ সংক্রান্ত

একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি 16 একক এবং অপর প্রত্যেক বাহুদ্বয় 10 একক।

ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? ✓



$$\frac{b}{a} \sqrt{4a^2 - b^2}$$

$$\frac{16}{10} \sqrt{4 \cdot 10^2 - 16^2}$$

$$4 \sqrt{400 - 256}$$

$$4 \sqrt{144} = 4 \times 12 = \underline{48}$$

একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহু ও ভূমির দৈর্ঘ্যের অনুপাত 5:6 এবং পরিসীমা 16 মি. হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত?

$$\text{সমদ্বিবাহু, } a = 5x = \textcircled{5}$$

$$\text{ভূমি, } b = 6x = \textcircled{6}$$

How

$$5x + 5x + 6x = 16$$

$$16x = 16$$

$$x = 1$$

একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য 60 সে.মি. এর ক্ষেত্রফল 1200 বর্গ সে.মি.

হলে সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

$a \rightarrow 50 \text{ cm}$

$$\frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2} = 1200$$

$$\frac{60}{4} \sqrt{4a^2 - 60^2} = 1200$$

$$\sqrt{4a^2 - 60^2} = \frac{1200}{15} = 80$$

$$4a^2 - 60^2 = 80^2$$

$$4a^2 = 80^2 + 60^2$$

$$4a^2 = 6400 + 3600 = 10000$$

$$a^2 = \frac{10000}{4} = 2500$$

$$a = \sqrt{2500} = 50$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2$$

টাইপ-৩

সমদ্বাহ ত্রিভুজ সংক্রান্ত

০

একটি সমবাহু ত্রিভুজের একটি বাহু 16 মিটার। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত?

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 16^2$$

$$= 64\sqrt{3}$$

একটি সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা 9 সে.মি. হলে, এর ক্ষেত্রফল কত বর্গসে.মি?

$$a = \frac{9}{3} = 3$$

$$3 + 3 + 3 = 9$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 3^2 = \frac{9\sqrt{3}}{4}$$

একটি সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল  $4\sqrt{3}$  বর্গ সে.মি.। ত্রিভুজটির প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য  $a$  কত?

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) a^2 = 4\sqrt{3}$$

১০

$$a^2 = 4\sqrt{3} \times \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$a^2 = 16$$

$$a = 4$$

একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 1 মিটার বাড়ালে ক্ষেত্রফল  $3\sqrt{3}$  বর্গমিটার বেড়ে যায়। ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য কত? written

ধরি, বাহুর দৈর্ঘ্য =  $a$  মিঃ

ক্ষেত্রফল =  $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$  মিঃ<sup>২</sup>

1 মিঃ বাহুর ত্রিভুজে বাহুর দৈর্ঘ্য =  $a+1$  মিঃ

ক্ষেত্রফল =  $\frac{\sqrt{3}}{4} (a+1)^2$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} (a+1)^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

$$\left( \frac{\sqrt{3}}{4} \right) \left( (a+1)^2 - a^2 \right) = 3\sqrt{3}$$

$$(a+1+a)(a+1-a) \quad a^2 + 2a + 1 - a^2 = 3\sqrt{3} \times \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$2a+1$$

$$2a+1 = 12$$

$$2a = 11 \Rightarrow a = \frac{11}{2} = 5.5$$

টাইপ-৪

সমকোণী ত্রিভুজ সংক্রান্ত

10) 2:218

~~5~~, 12, 13

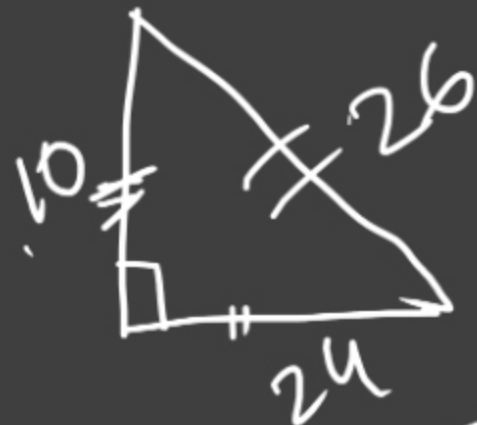
~~3~~, 4, 5

10, 24, 26

~~6~~, 8, 10

~~9~~, 12, 15

~~12~~, 16, 20



~~1, 1,  $\sqrt{2}$~~

একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 6  
সে.মি. ও 8 সে.মি. হলে এর ক্ষেত্রফল কত?



$$\frac{1}{2} \times \cancel{8}^4 \times 6 = \underline{24 \text{ cm}^2}$$

একটি ত্রিভুজের ভূমি 10 মিটার এবং উচ্চতা 4 মিটার হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল

কত?



একটি ত্রিভুজাকৃতি জমির ক্ষেত্রফল 216 বর্গমিটার। এর ভূমি 18 মিটার হলে,  
উচ্চতা নির্ণয় কর।



$$\frac{1}{2} \times 18 \times h = 216$$

$$9h = 216$$

$$h = \frac{216}{9} = 24$$

একটি সমকোণী ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য লম্ব অপেক্ষা 1 মিটার কম এবং লম্ব অপেক্ষা অতিভুজ 1 মিটার বেশি হলে, ত্রিভুজটির লম্বের দৈর্ঘ্য কত মিটার?

$$\text{লম্ব} = x$$

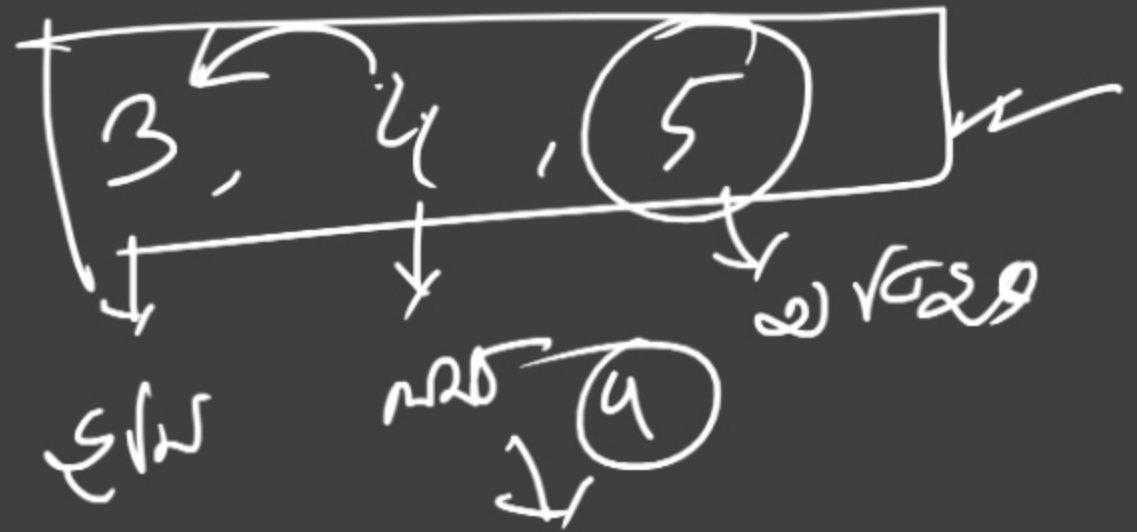
$$\text{ভূমি} = x - 1$$

$$\text{অতিভুজ} = x + 1$$

$$x^2 + (x-1)^2 = (x+1)^2$$

$$\cancel{x^2} + x^2 - 2x + 1 = \cancel{x^2} + 2x + 1$$

$$x^2 - 2x - 2x > 0$$



$$x^2 - 4x = 0$$

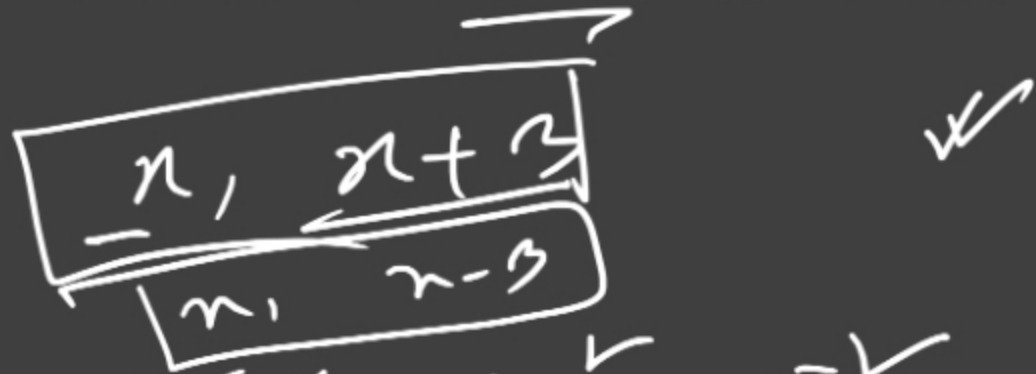
$$x(x-4) = 0$$

$$x = 0$$

$$x - 4 = 0$$

$$x = 4$$

একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য 15 সে.মি. ও অপর বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের অন্তর 3 সে.মি.। ঐ বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য কত?



$$x + (x+3) = 15$$

$$x^2 + (x+3)^2 = 225$$

$$2x^2 + 6x + 9 - 225 = 0$$

$$2x^2 + 6x - 216 = 0$$



$$x = 12$$

$$x^2 + 3x - 108 = 0$$

$$x^2 + 12x - 9x - 108 = 0$$

$$x(x+12) - 9(x+12) = 0$$

$$(x+12)(x-9) = 0$$

$$x = 9, -12$$

$$x = 9$$

$$9 + 3 = 12$$

**Thank You**