

৪৯তম বিসিএম প্রিন্সি Pioneer Batch

গাণিতিক যুক্তি

লেকচার: ০৫

টপিক:

- ✓ সরল ও দ্বিঘাত সমীকরণ
- ✓ সরল সহসমীকরণ
- ✓ সরল ও দ্বিঘাত অসমতা



উত্তরণ

কারিয়ার এন্ড স্কিলস একাডেমি





সরল ও দ্বিঘাত সমীকরণ

x > 5
x < 5

□ সমীকরণের চলক ও ঘাতঃ

২ ঘাত

চলক সর্বোচ্চ ঘাত

- ① $x + y + z = 5$
- ② $30x + 30 = 0 \quad x = -1$
- ③ $2x^2 + 3x + 5 = 0$
- ④ $\pi r^2 - 200 = 0$
- ⑤ $ax^2 + bx + c = 0$

3	1
1	1
1	2
1	2

- $x+1$ রাজনের কাছে মামুনের চেয়ে ১টা কলা বেশি আছে। $x+1+3 = x+4$ সুজনের কাছে রাজনের চেয়ে ৩টা কলা বেশি আছে। সুজনের যদি আরও ৯টা কলা পাইত তাহলে রাজনের তিনগুণ কলা তার কাছে থাকত। মামুনের কাছে কয়টা কলা আছে? x

- $(4+x) + 9 = 3(x+1)$ হলে x এর মান কত?

$$\Rightarrow x+13 = 3x+3$$

$$\Rightarrow (13-3) = 3x-x = 2x$$

$$\Rightarrow x = 5$$



সরল সমীকরণ

একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য 2 মিটার বাড়ালে নতুন বর্গের ক্ষেত্রফল 24 বর্গমিটার হয়। ^{বৈশি} প্রথম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য কত?



$$x+2$$

$$(x+2)^2$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x + 4$$

$$x$$

$$x^2$$

$$(x^2 + 4x + 4) - x^2 = 24$$

$$\Rightarrow 4x + 4 = 24$$

$$\Rightarrow 4x = 20$$

$$\Rightarrow x = 5$$

দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার এককের অঙ্ক দশকের অঙ্ক অপেক্ষা ৩ বেশি। সংখ্যাটি এর অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টির তিনগুণ অপেক্ষা ৪ বেশি। সংখ্যাটি কত?

$$x + x + 3 = 2x + 3$$

[১৪তম শ্রিলি]

(ক) ৪৭

(খ) ৩৬

(গ) ২৫

(ঘ) ১৪

$3(2x+3)$
 B.C.S
 ২

$10x + (x+3)$
 $= 11x + 3$
 $= (11 \times 2) + 3$
 $= 25$

$11x + 3 = 3(2x + 3) + 4$
 $\Rightarrow 11x + 3 = 6x + 9 + 4$
 $\Rightarrow 5x = 10$
 $x = 2$

একটি ক্রিকেট খেলায় যতজন রান আউট হয় তার দেড় গুণ কট আউট হয়। আবার মোট $\overset{10}{\text{উইকেটের অর্ধেক}}$ স্ট্যাম্প আউট হলে কট আউট হয়েছে?

(ক) ২

(খ) ৪

(গ) ৩

(ঘ) ৫

$$x + 1.5x + 5 = 10$$

$$\Rightarrow 2.5x = 5$$

$$\Rightarrow x = \boxed{2}$$



□ দ্বিঘাত সমীকরণ

$ax^2 + bx + c = 0$ একটি একচলকের দ্বিঘাত বহুপদী সমীকরণ।

সমীকরণটির মূল $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

এখানে, $b^2 - 4ac$ কে নিশ্চায়ক বলা হয়।

$$2x^2 + 2x + 2 = 0$$

$$b^2 - 4ac$$

$$= 4 - 4 \cdot 2 \cdot 2$$

নিশ্চায়ক ($b^2 - 4ac$) এর প্রকৃতি	মূল দুটির প্রকৃতি
$b^2 - 4ac = 0$	মূল দুটি বাস্তব, মূলদ ও সমান হবে। এক্ষেত্রে $x = -\frac{b}{2a}$
$b^2 - 4ac > 0$ (ধনাত্মক) এবং পূর্ণবর্গ।	মূল দুটি বাস্তব, মূলদ ও অসমান হবে।
$b^2 - 4ac > 0$ (ধনাত্মক) কিন্তু পূর্ণবর্গ নয়।	মূল দুটি বাস্তব, অমূলদ ও অসমান হবে।
$b^2 - 4ac < 0$ (ঋণাত্মক)	মূল দুইটি জটিল সংখ্যা হবে।



দ্বিঘাত সমীকরণ

⇒ $6x^2 - 7x - 4 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয়ের প্রকৃতি কোনটি?

[৪০তম শ্রিলি]

(ক) বাস্তব ও সমান

(খ) বাস্তব ও অসমান

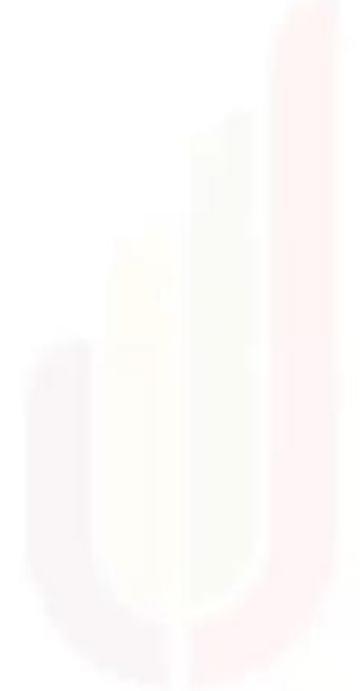
(গ) অবাস্তব X

(ঘ) পূর্ণবর্গ সংখ্যা X

$b^2 - 4ac = 0$

$6x^2 - 7x - 4 = 0$
 $ax^2 + bx + c = 0$

$b^2 - 4ac$
 $= (-7)^2 - (4 \cdot 6 \cdot -4)$
 $= 49 - (-96)$
 $= 49 + 96$
 $= 145$





দ্বিঘাত সমীকরণ



১০ $\frac{x-2}{x-1} + \frac{1}{x-1} - 2 = 0$ এর সমাধান সেট কোনটি?

(ক) $\{\varnothing\}$ $\{\}$

(খ) $\{1\}$

(গ) $\{-1\}$

(ঘ) $\{2\}$

[৪৩তম প্রিলি]

$$\Rightarrow \frac{x-2+1}{x-1} - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{x-1}{x-1} - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{x-1}{x-1} = 2$$

$$\Rightarrow x-1 = 2x-2$$

$$\Rightarrow -1+2 = 2x-x = x = \underline{\underline{1}}$$

একটি শ্রেণিতে যতজন ছাত্র-ছাত্রী আছে প্রত্যেকে তত পয়সার চেয়ে আরও 50 পয়সা বেশি করে চাঁদা দেওয়ায় মোট 150 টাকা উঠল। ঐ শ্রেণির ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা কত?

(ক) 70

(খ) 85

(গ) 100

(ঘ) 120

$$\begin{aligned}
 & x(x+50) = 15000 \\
 \Rightarrow & x^2 + 50x - 15000 = 0 \\
 \Rightarrow & x^2 + 150x - 100x - 15000 = 0 \\
 \Rightarrow & x(x+150) - 100(x+150) = 0 \\
 \Rightarrow & (x+150)(x-100) = 0 \\
 & \begin{array}{l} \swarrow \quad \searrow \\ 0 \quad \quad 0 \\ \underline{x = -150} \quad \underline{x = 100} \end{array}
 \end{aligned}$$

☆ 240 জন লোক একটি বনভোজনে যায়। সেখানে যতজন মহিলা ছিল তার থেকে 20 জন পুরুষ বেশি ছিল। আবার যতজন শিশু ছিল তার থেকে 20 জন প্রাপ্তবয়স্ক বেশি ছিল। বনভোজনে কতজন পুরুষ ছিল?

(a) 100 জন

2x

$$\begin{aligned} & x + x + 20 \\ & - \\ & \underline{\underline{= 2x + 20}} \end{aligned}$$

(b) 140 জন

$$x + x + 20 + 2x = 240$$

$$\Rightarrow 4x = 220$$

$$\Rightarrow x = \underline{\underline{55}}$$

(c) 145 জন

x+20
55+20

(d) 75 জন



সরল সহসমীকরণ



☐ দুই চলকবিশিষ্ট সরল সহসমীকরণের সমাধান যোগ্যতা

- মনে করি, $a_1x + b_1y = c_1$
 $a_2x + b_2y = c_2$

এ দুটি সমীকরণের ক্ষেত্রে, সহগ ও ধ্রুবক পদ তুলনা করে ৩টি ঘটনা হতে পারে।

সহগ ও ধ্রুবক পদ তুলনা	সমঞ্জস/অসমঞ্জস	পরস্পর নির্ভরশীল/অনির্ভরশীল	সমাধান আছে (কয়টি)/নেই
$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	<u>সমঞ্জস</u>	<u>অনির্ভরশীল</u>	আছে (একটিমাত্র)
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$	সমঞ্জস	নির্ভরশীল	আছে (অসংখ্য)
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$	অসমঞ্জস	অনির্ভরশীল	নেই

□ এ বিষয়টি ৩টি উদাহরণের মাধ্যমে তুলে ধরা হলো:

Case-01:

$$2x - 5y = 3, x + 3y = 1$$

এখানে, x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{2}{1}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-5}{3}$

এখানে, $\frac{2}{1} \neq \frac{-5}{3}$

∴ সমীকরণ জোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণ জোটটির একটিমাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

Case-02:

$$x + 3y = 1, 2x + 6y = 2$$

এখানে, x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{2}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{3}{6}$ বা $\frac{1}{2}$

∴ ধ্রুবক পদদ্বয়ের অনুপাত $\frac{1}{2}$

অতএব, সমীকরণ জোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর নির্ভরশীল। সমীকরণ জোটটির অসংখ্য সমাধান আছে।

Case-03:

$$3x - 5y = 7, 6x - 10y = 15$$

এখানে, x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{3}{6}$ বা $\frac{1}{2}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত $\frac{-5}{-10}$ বা $\frac{1}{2}$

ধ্রুবক পদদ্বয়ের অনুপাত $\frac{7}{15}$

$$\therefore \frac{3}{6} = \frac{-5}{-10} \neq \frac{7}{15}$$

∴ সমীকরণ জোট অসমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। এক্ষেত্রে সমীকরণ জোটের কোনো সমাধান নেই।



□ সরল সহসমীকরণ সমাধানের ৫টি পদ্ধতি আছে-

প্রতিস্থাপন পদ্ধতি

অপনয়ন পদ্ধতি

আড়গুণন/বজ্রগুণন পদ্ধতি

নির্ণায়ক পদ্ধতি

লেখচিত্র পদ্ধতি



সরল সহসমীকরণ



⇒ $3x - y = 3$, $5x + y = 21$ হলে, (x, y) এর মান -

[৪৬তম খিলি]

(ক) (2, 5)

(খ) (2, 6)

(গ) (3, 5)

✓ (ঘ) (3, 6)

$$y = 3x - 3$$

$$y = 6$$

$$5x + 3x - 3 = 21$$

$$\Rightarrow 8x = 24$$

$$\Rightarrow x = 3$$





সরল সহসমীকরণ

৩) ২টি আপেল ও ৩টি পেয়ারার একত্রিত মূল্য ৭০ টাকা। ৫টি আপেল ও ১০টি পেয়ারার একত্রিত মূল্য ২০০ টাকা। আপেল ও পেয়ারার মূল্যের পার্থক্য কত? $20 - 10 = 10$ টাকা

(ক) ১৫ টাকা

(খ) ২০ টাকা

~~(গ) ১০ টাকা~~

(ঘ) ৫ টাকা

$x = 20$

$$\begin{aligned} (2x + 3y = 70) \times 5 &\Rightarrow 10x + 15y = 350 \\ (5x + 10y = 200) \times 2 &\Rightarrow 10x + 20y = 400 \\ \hline -5y &= -50 \\ \Rightarrow y &= 10 \end{aligned}$$



সরল সহসমীকরণ



১) দুটি সংখ্যার গুণফল 40 এবং ভাগফল $\frac{5}{2}$ হলে সংখ্যা দুয়ের যোগফল কত?

(ক) 22

(খ) 41

(গ) 13

(ঘ) 14

$x = 10$ $xy = 40$ $\Rightarrow \frac{5}{2}y \cdot y = 40$
 $\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{5}{2}$ $\Rightarrow y^2 = 16 = 4^2$
 $\Rightarrow x = \frac{5}{2}y$ $\Rightarrow y = 4$

$x+y$



সরল ও দ্বিঘাত অসমতা

□ অসমতাৰ ক্ষেত্ৰে মনে রাখতে হবে

- a ≥ b এর অর্থ a > b অথবা a = b
- a ≤ b এর অর্থ a < b অথবা a = b
- a < b < c এর অর্থ
a < b অথবা b < c অর্থাৎ a < c

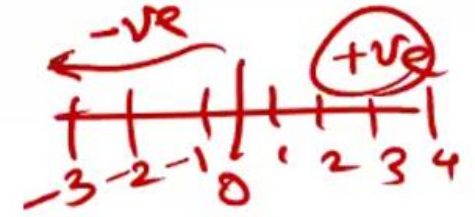
1 < 2 < 3

□ a > b হলে

- b < a
- a + c > b + c
- a - c > b - c
- ac > bc এবং $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ যখন c > 0
- ac < bc এবং $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ যখন c < 0

৫৭³
৫×২৭³+২
৭৭৫

* * *
-ve কিন্তু
বিভেদন/ভাগ
করলে



বিভেদন
করতে হবে

□ পরমমান সংক্রান্ত অসমতার ক্ষেত্রে মনে রাখতে হবে

➤ $|x| < m$ হলে $\rightarrow -m < x < m$

$$\left. \begin{array}{l} +x < m \\ -x < m \end{array} \right\}$$

➤ $|x| > m$ হলে $\rightarrow -m > x > m$

$$\begin{array}{l} \downarrow \\ +x > m \\ -x > m \end{array}$$

➤ $|x| = m$ হলে

$$\begin{array}{l} +x = m \\ -x = m \end{array}$$

□ অসমতা ও পরমমান:

পরমমানবিহীন অসমতা	পরমমানযুক্ত অসমতা
$x + 10 \leq 15$ $\Rightarrow x \leq 15 - 10$ $\therefore x \leq 5$	$ x + 10 \leq 15$ এক্ষেত্রে $(x + 10)$ অঋণাত্মক হলে, $x + 10 \leq 15$ $\Rightarrow x \leq 15 - 10 \quad \therefore x \leq 5$ $(x + 10)$ ঋণাত্মক হলে, $-(x + 10) \leq 15 \Rightarrow -x - 10 \leq 15$ $\Rightarrow -x \leq 25 \quad \therefore x \geq -25$



সরল ও দ্বিঘাত অসমতা

□ অসমতার ক্ষেত্রে সংখ্যারেখার ধারণা:

$(2, 5)$
 $2, 1, 2, 2, 2, 3, \dots, 4, 9$

$[2, 5]$
 $2, 3, 4, 5$

$(2, 5]$
 $2, 1, 2, 2, 3, 4, 5$

ক্র. নং:	ব্যবধি	বর্ণনা	সংখ্যারেখা
১.	(a, b) মুক্ত ব্যবধি	$\{x \in \mathbb{R}: a < x < b\}$	
২.	$[a, b]$ বদ্ধ ব্যবধি	$\{x \in \mathbb{R}: a \leq x \leq b\}$	
৩.	$(a, b]$	$\{x \in \mathbb{R}: a < x \leq b\}$	
৪.	$[a, b)$	$\{x \in \mathbb{R}: a \leq x < b\}$	
৫.	(a, ∞)	$\{x \in \mathbb{R}: a < x < \infty\}$	
৬.	$[a, \infty)$	$\{x \in \mathbb{R}: a \leq x < \infty\}$	
৭.	$(-\infty, b)$	$\{x \in \mathbb{R}: -\infty < x < b\}$	
৮.	$(-\infty, b]$	$\{x \in \mathbb{R}: -\infty < x \leq b\}$	
৯.	$(-\infty, \infty)$	$\{x \in \mathbb{R}: -\infty < x < \infty\}$	



সরল ও দ্বিঘাত অসমতা

→ $x^2 - 7x + 12 \leq 0$ এর সমাধান সেট -

(ক) $(-\infty, 3]$

(খ) $(3, 4)$

$[3, 4]$

(ঘ) $[4, \infty)$

[৪৬তম প্রিলি]

$$x^2 - 4x - 3x + 12 \leq 0$$

$$\Rightarrow x(x-4) - 3(x-4) \leq 0$$

$$\Rightarrow \underbrace{(x-4)}_{\oplus} \underbrace{(x-3)}_{\ominus} \leq 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \oplus \quad \ominus \\ \ominus \quad \oplus \end{array} \right\} \begin{array}{l} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x-4 \geq 0 \mid x-3 \leq 0 \\ \Rightarrow x \geq 4 \mid x \leq 3 \end{array} \right\} \\ \downarrow \\ \left\{ \begin{array}{l} x-4 \leq 0 \mid x-3 \geq 0 \\ \Rightarrow x \leq 4 \mid x \geq 3 \end{array} \right\} \end{array}$$



সরল ও দ্বিঘাত অসমতা

একজন ছাত্র 5 টাকা দরে x টি পেন্সিল এবং 8 টাকা দরে (x + 4) টি খাতা কিনেছে মোট মূল্য অনুধ্ব 97 টাকা হলে, x এর সম্ভব্য মান কত?

(ক) ~~সর্বোচ্চ~~ 5 টি
+55

(খ) সর্বনিম্ন 5 টি
x=5

(গ) সর্বোচ্চ 3 টি

(ঘ) 5 টি

$$\begin{aligned}
 5x + 8(x+4) &\leq 97 \\
 \Rightarrow 13x + 32 &\leq 97 \\
 \Rightarrow 13x &\leq 97 - 32 \\
 \Rightarrow 13x &\leq 65 \\
 \Rightarrow x &\leq \frac{65}{13} \\
 \Rightarrow x &\leq 5
 \end{aligned}$$



সরল ও দ্বিঘাত অসমতা



নিজে করুন

50x

☞ সুজন সাহেব 50 টাকা দরে x কেজি ছোট মাছ কিনলেন। বিক্রেতাকে 500 টাকার একটি নোট দিলে বিক্রেতা (x-2) টি 50 টাকার নোটসহ বাকি টাকা ফেরত দিলেন। x এর সম্ভাব্য মান নিচের কোনটি?

(ক) $x \leq 6$

~~(খ)~~ $x < 6$

(গ) $x = 6$

(ঘ) $-6 < x \leq 6$

$(x-2) \cdot 50$
 $\Rightarrow \underline{50x - 100}$

$50x + (50x - 100) < 500$
 $\Rightarrow 50x + 50x < 500 + 100$
 $\Rightarrow 100x < 600$
 $\Rightarrow x < \underline{6}$

১, ২, ৩, ৪, ৫



সরল ও দ্বিঘাত অসমতা



⇒ বাস্তব সংখ্যায় $|3x + 2| < 7$ অসমতাটির সমাধান :

[৪৪তম থ্রিলি]

(ক) $-3 < \textcircled{x} < 3$

(খ) $-\frac{5}{3} < \textcircled{x} < \frac{5}{3}$

~~(গ)~~ $-3 < \textcircled{x} < \frac{5}{3}$

(ঘ) $\frac{5}{3} < \textcircled{x} < \frac{5}{3}$

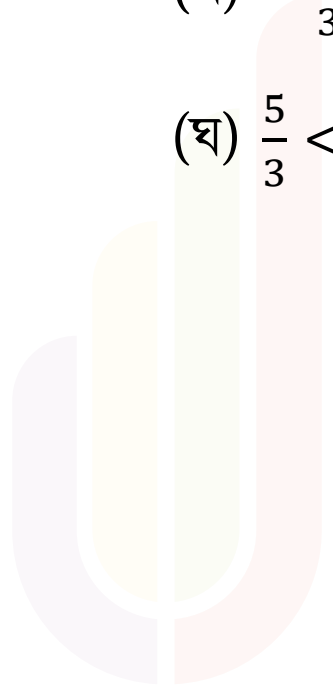
$-7 < 3x+2 < 7$

⇒ $-7-2 < 3x+2-2 < 7-2$

⇒ $-9 < 3x < 5$

⇒ $-\frac{9}{3} < \frac{3x}{3} < \frac{5}{3}$

⇒ $-3 < x < \frac{5}{3}$



⇒ $|x - 2| < 3$ হলে, m এবং n এর কোন মানের জন্য $m < 3x + 5 < n$ হবে?

[৪১তম প্রিলি]

(ক) $m = 1, n = 10$

(খ) $m = 2, n = 20$

(গ) $m = 3, n = 30$

(ঘ) $m = 4, n = 40$

$$-3 < x - 2 < 3$$

$$\Rightarrow -3 + 2 < x - 2 + 2 < 3 + 2$$

$$\Rightarrow -1 < x < 5$$

$$\Rightarrow -3 < 3x < 15$$

$$\Rightarrow -3 + 5 < 3x + 5 < 15 + 5$$

$$\Rightarrow \underline{2} < \underline{3x + 5} < 20$$



BCS কঠিন নয়; প্রস্তুতি যদি গোছানো হয়



Facebook Page

<https://www.facebook.com/uttoronacademy>



Facebook Group (BCS উত্তরণ)

<https://www.facebook.com/groups/www.uttoron.academy>



YouTube Channel

<https://www.youtube.com/@Uttoron>



BCS অনলাইন ও অফলাইনের সমন্বয়ে গোছানো প্রস্তুতি
(<https://www.youtube.com/watch?v=MFKW8FSNnP0>)



09666775566



www.uttoron.academy