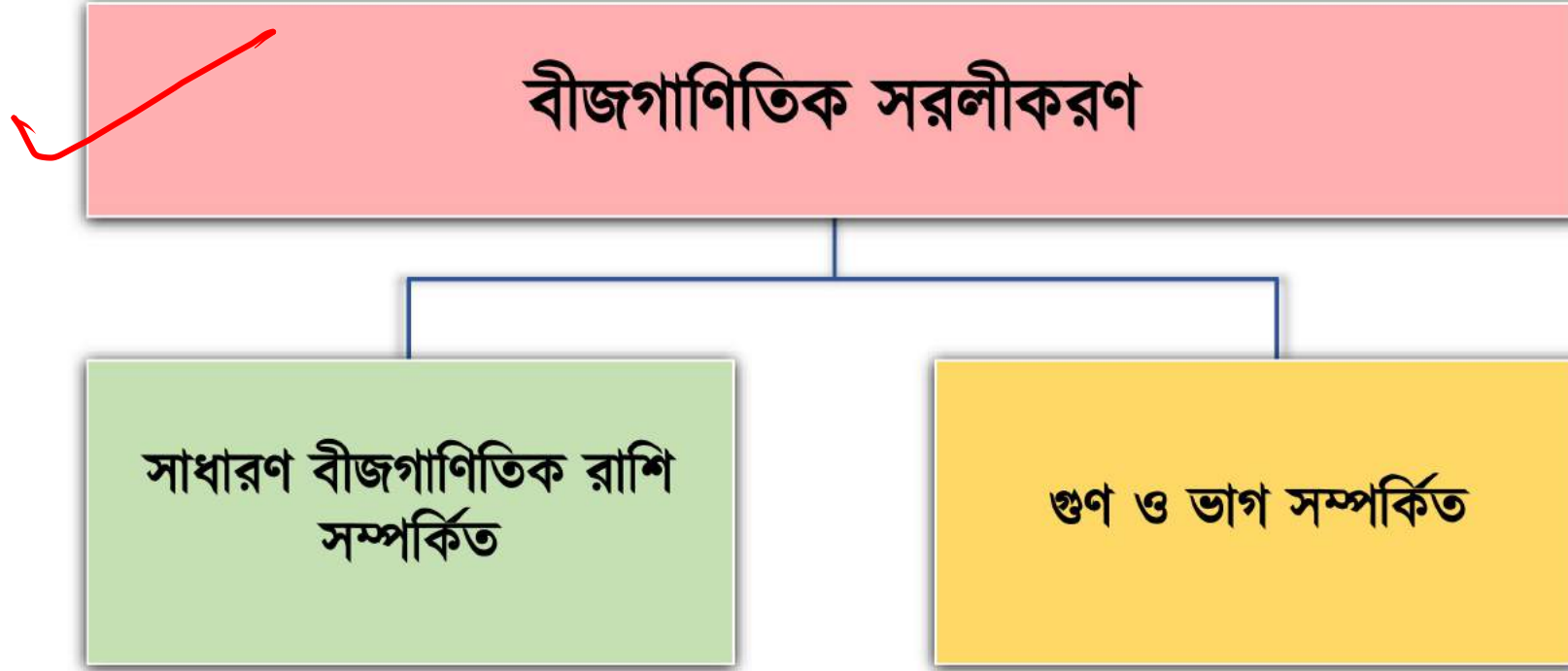
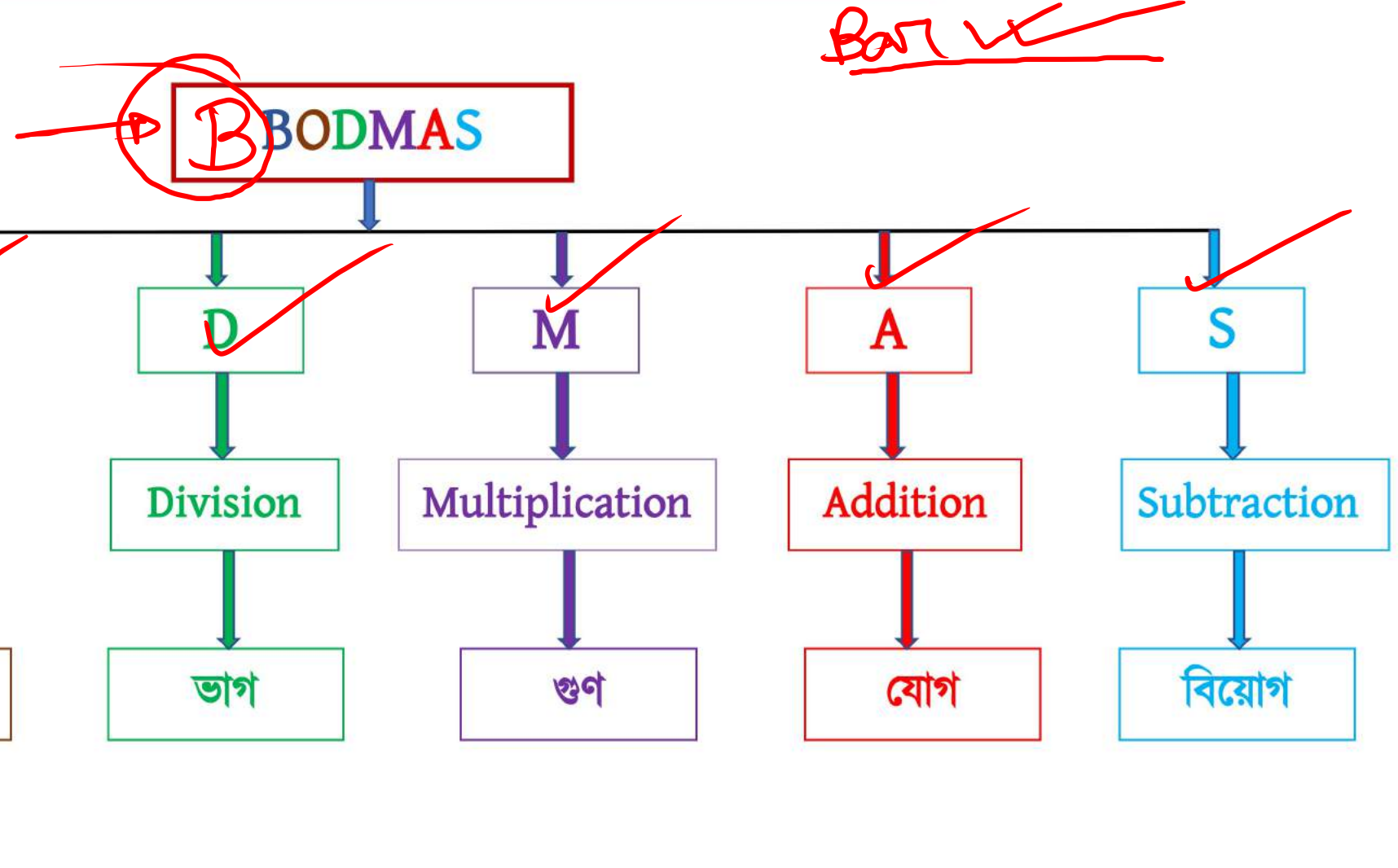


বীজগাণিতিক সরলীকরণ



সাধারণ বীজগাণিতিক রাশি সম্পর্কিত



সাধারণ বীজগাণিতিক রাশি সম্পর্কিত

→ সরল করুন : $\frac{1}{a-b} - \frac{2}{2a+b} + \frac{1}{a+b} - \frac{2}{2a-b}$

[৩০তম বিসিএস লিখিত]

$$= \frac{1}{a-b} + \frac{1}{a+b} - \left(\frac{2}{2a+b} + \frac{2}{2a-b} \right)$$

$$= \frac{a+b + a-b}{(a-b)(a+b)} - \left\{ \frac{4a - 2b + 4a + 2b}{(2a+b)(2a-b)} \right\}$$

$$= \frac{2a}{a^2-b^2} - \frac{8a}{(2a)^2 - (b)^2}$$

$$= \frac{2a}{a^2 - b^2} - \frac{8a}{4a^2 - b^2}$$

$$= \frac{2a(4a^2 - b^2) - 8a(a^2 - b^2)}{(a^2 - b^2)(4a^2 - b^2)} \quad \times$$

$$= \frac{\cancel{8a^3} - \underline{2ab^2} - \cancel{8a^3} + \underline{8ab^2}}{(a^2 - b^2)(4a^2 - b^2)}$$

Ans: \swarrow

$$= \frac{6ab^2}{(a^2 - b^2)(4a^2 - b^2)}$$

Ans:

বীজগাণিতিক সূত্রাবলি



বর্গ সম্পর্কিত সমস্যা

বর্গ-এর সূত্রসমূহ:

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

বর্গ-এর অনুসিদ্ধান্তসমূহ:

- $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$
- $a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$
- $(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$
- $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$

- $2(ab + bc + ca) = (a + b + c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)$
- $(a^2 + b^2 + c^2) = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)$

- $2(a^2 + b^2) = (a + b)^2 + (a - b)^2$
- $a^2 + b^2 = \frac{1}{2}\{(a + b)^2 + (a - b)^2\}$
- $4ab = (a + b)^2 - (a - b)^2$
- $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

- $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$
- $(x + a)(x - b) = x^2 + (a - b)x - ab$
- $(x - a)(x + b) = x^2 + (b - a)x - ab$
- $(x - a)(x - b) = x^2 - (a + b)x + ab$

বর্গ সম্পর্কিত সমস্যা

$x + \frac{1}{x} = 5$ হলে, $x^4 + \frac{1}{x^4}$ এর মান নির্ণয় করুন।

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (5)^2 \quad \left[\quad \quad \quad \right]$$

$$\Rightarrow x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 25$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 25 - 2$$

$$\Rightarrow \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = (23)^2 \quad \left[\quad \quad \quad \right]$$

$$\Rightarrow \left(x^2\right)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2} + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 = 529$$

$$x^4 + \frac{1}{x^4} = 529 - 2 = 527$$

$$a^2 + b^2 = \frac{(a+b)^2 - 2ab}{(a-b)^2 + 2ab}$$

[৪১তম বিসিএস লিখিত]

$$x^4 + \frac{1}{x^4} = \left(x^2\right)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2$$

$$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2}$$

$$= \left\{ \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 \right\} - 2$$

$$= \left\{ \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \right\}^2 - 2$$

$$= \left\{ (5)^2 - 2 \right\}^2 - 2$$

$$= 527$$

বর্গ সম্পর্কিত সমস্যা

☉ $x + \frac{1}{x} = 3$ হলে, $x^9 + \frac{1}{x^9}$ এর মান নির্ণয় করুন।

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = (3)^3$$

$$\Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) = 27$$

$$\Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 \times 3 = 27$$

$$\Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} = 27 - 9 = 18$$

$$\Rightarrow \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)^3 = (18)^3$$

কম করে

[৪৩তম বিসিএস লিখিত]

$$3^2 = 3 \times 3$$

~~$2 \times 3 = 6$~~

H.W.

$$18^3 - 54$$

$$= 5778$$

বর্গ সম্পর্কিত সমস্যা

→ $a = \sqrt{5} + \sqrt{3}$ হলে, $\frac{a^2+2}{2a}$ এর মান নির্ণয় করুন।

$$a = \sqrt{5} + \sqrt{3}$$

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})}$$

$$= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{5 - 3}$$

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{2}(\sqrt{5} - \sqrt{3})$$

$$\frac{a^2+2}{2a}$$

$$= \frac{a^2}{2a} + \frac{2}{2a}$$

$$= \frac{1}{2}a + \frac{1}{a}$$

$$= \frac{1}{2}(\sqrt{5} + \sqrt{3}) + \frac{1}{2}(\sqrt{5} - \sqrt{3})$$

$$= \sqrt{5} \text{ (Ans)}$$

[৪৩তম বিসিএস লিখিত]

$$a = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$a = \sqrt{5} - \sqrt{3}$$

$$a = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

স্মরণীয়

$$x + y \rightarrow x - y$$

$$a - b \rightarrow a + b$$

H.w.

$$a^2 + \frac{1}{a^2} =$$

$$\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a}$$

$$a + \frac{1}{a} =$$

$$a + \frac{1}{a} =$$

H.w.

$$a^3 + \frac{1}{a^3} =$$

$$\left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a}\right)$$

✓

বর্গ সম্পর্কিত সমস্যা

যদি $x + \frac{1}{x} = 3$ হয়, তবে $\frac{3x}{(x-1)^2}$ এর মান কত?

$$x \neq 0$$

$$x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\frac{x^2 + 1}{x} = 3$$

$$x^2 + 1 = 3x$$

$$\frac{3x}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{3x}{x^2 - 2x + 1}$$

$$= \frac{3x}{x^2 + 1 - 2x}$$

$$= \frac{3x}{3x - 2x}$$

$$= \frac{3x}{x} = 3$$

Ans:

$$\frac{3x}{x} = 3$$

ঘন সম্পর্কিত সমস্যা

ঘন এর সূত্রসমূহ:

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$= a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

$$= \frac{1}{2}(a + b + c)\{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2\}$$

$$= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$$

H.M. (9810)

ঘন এর অনুসিদ্ধান্তসমূহ:

$$a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$$

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$$
$$= (a^2 + b^2 + c^2) - (ab + bc + ca)$$

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = \frac{1}{2} (a+b+c) \{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \}$$

ঘন সম্পর্কিত সমস্যা

→ $x - \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ হলে, $x^6 + \frac{1}{x^6}$ এর মান নির্ণয় করুন।

[৩৮তম বিসিএস লিখিত]

$$2 \times 3 = 6$$

$$3 \times 2 = 6$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right) = \sqrt{3}$$

$$x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 3$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 5$$

$$\left(x^2\right)^3 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^3 + 3 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2} \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 125$$

$$x^6 + \frac{1}{x^6} + 3 \times 5 = 125$$

$$\text{Ans: } = 110$$

ঘন সম্পর্কিত সমস্যা

☞ যদি $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$ হয়, তবে $\frac{x^6+1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় করুন।

[80তম বিসিএস লিখিত]

৬

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$$

$$(x)^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 7$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 7$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 7 + 2$$

$$x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\begin{aligned} & \frac{x^6+1}{x^3} \\ &= \frac{x^6}{x^3} + \frac{1}{x^3} \\ &= x^3 + \frac{1}{x^3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 3^3 - 3 \times 3 \\ &= 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{9} \\ &= \pm 3 \end{aligned}$$

ঘন সম্পর্কিত সমস্যা

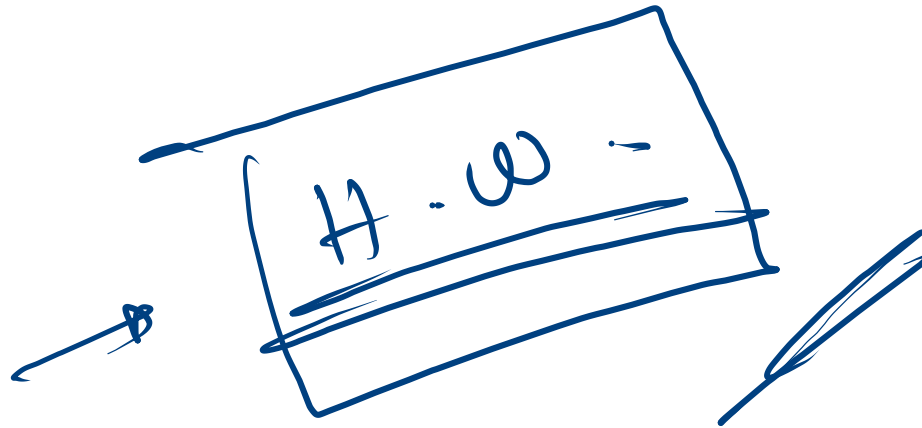
☞ $x + \frac{1}{x} = 3$ হলে, $x^4 + x^3 + x^2 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^4}$ এর মান নির্ণয় করুন।

[৩৬তম বিসিএস লিখিত]

$$\begin{array}{ccc} x^4 + \frac{1}{x^4} & + & x^3 + \frac{1}{x^3} & + & x^2 + \frac{1}{x^2} \\ \hline \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \end{array}$$

==

==



ঘন সম্পর্কিত সমস্যা

☞ $a^3 + \frac{1}{a^3} = 18\sqrt{3}$ হলে, প্রমাণ করুন যে, $a = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

$$a^3 + \frac{1}{a^3} = 18\sqrt{3} \quad \text{--- (1)}$$

$$\left(a^3 - \frac{1}{a^3}\right)^2 = \left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right)^2 - 4 \cdot a^3 \cdot \frac{1}{a^3}$$

$$= (18\sqrt{3})^2 - 4$$

$$= 972 - 4$$

$$= 968$$

$$a^3 - \frac{1}{a^3} = \sqrt{968} = 22\sqrt{2} \quad \text{--- (2)}$$

$$\sqrt[3]{a^3}$$

$$a = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$a^3 = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^3$$

$$\begin{array}{r} \cancel{324 \times 3} \\ 2 \overline{) 968} \\ \underline{2 \ 484} \\ 2 \ 242 \\ \underline{2 \ 242} \\ 0 \end{array}$$

① + ②

$$a^3 + \cancel{\frac{1}{a^3}} + a^3 - \cancel{\frac{1}{a^3}} = 18\sqrt{3} + 22\sqrt{2}$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$2a^3 = 2(9\sqrt{3} + 11\sqrt{2})$$

$$a^3 = 9\sqrt{3} + 11\sqrt{2}$$
$$a^3 = 3\sqrt{3} + 9\sqrt{2} + 6\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$$
$$a^3 = (\sqrt{3})^3 + 3 \cdot (\sqrt{3})^2 \cdot \sqrt{2} + 3 \cdot \sqrt{3} \cdot (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^3$$
$$a^3 = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^3$$
$$a = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$a^3 + \frac{1}{a^3} = 18\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \frac{a^6 + 1}{a^3} = 18\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow a^6 + 1 = 18\sqrt{3} a^3$$

$$\Rightarrow a^6 - 18\sqrt{3} a^3 + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (a^3)^2 - 2 \cdot a^3 \cdot 9\sqrt{3} + (9\sqrt{3})^2 = 0$$

$$\Rightarrow (a^3 - 9\sqrt{3})^2 = 243 - 1$$
$$\Rightarrow (a^3 - 9\sqrt{3})^2 = 242$$

$$a^3 - 9\sqrt{3} = 11\sqrt{2}$$

$$a^3 = 9\sqrt{3} + 11\sqrt{2}$$

$$a^3 = \underline{9\sqrt{3}} + 11\underline{\sqrt{2}}$$

$$= \underline{3\sqrt{3}} + 9\sqrt{2} + 6\sqrt{3} + \underline{2\sqrt{2}}$$

$$\checkmark = \underline{(\sqrt{3})^3}$$

$$+ 3(\sqrt{3})^2 \cdot \sqrt{2} + 3 \cdot \sqrt{3} \cdot (\sqrt{2})^2 + \underline{(\sqrt{2})^3}$$

$$= \underline{3\sqrt{3}}$$

$$= \underline{3\sqrt{3}}$$

$$\begin{aligned} & (\sqrt{2})^3 \\ & 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$= (\sqrt{3} + \sqrt{2})^3 \checkmark$$

ঘন সম্পর্কিত সমস্যা

☉ যদি $x = b + c - a$, $y = c + a - b$ এবং $z = a + b - c$ হয় তবে দেখান যে,
 $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 4(a^3 + b^3 + c^3 - 3abc)$

H.M. →
 [৩৪তম বিসিএস লিখিত]

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = \frac{1}{2} (x+y+z) \left\{ (x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 \right\}$$

1) $x+y+z = a+b+c$

2) $x-y = 2(b-a) = -2(a-b)$

3) $y-z = -2(b-c)$

4) $z-x = -2(c-a)$

$$= \frac{1}{2} (a+b+c) \left[\left\{ -2(a-b) \right\}^2 + \left\{ -2(b-c) \right\}^2 + \left\{ -2(c-a) \right\}^2 \right]$$

$$= \frac{1}{2} (a+b+c) \left[4(a-b)^2 + 4(b-c)^2 + 4(c-a)^2 \right]$$

$$= 4 \times \frac{1}{2} (a+b+c) \left\{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \right\}$$

$$= 4(a^3 + b^3 + c^3 - 3abc)$$

উৎপাদকে বিশ্লেষণ

দুইটি বর্গের
বিয়োগফলের উৎপাদক

প্রতিস্থাপনের দ্বারা
উৎপাদকে বিশ্লেষণ

মধ্যপদ বিভক্তিকরণ

ভাগশেষ উপপাদ্য

সূত্র প্রয়োগ

৭২১০ (৬.ম. -
৭.ম.)

উৎপাদক
উৎপাদ্য

প্রতিস্থাপনের দ্বারা উৎপাদকে বিশ্লেষণ

⇒ উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন: $4a^2 + \frac{1}{4a^2} - 2 + 4a - \frac{1}{a}$ (H.M.) [৪৪তম বিসিএস লিখিত]

$$= (2a) - 2 \cdot 2a \cdot \frac{1}{2a} + \left(\frac{1}{2a}\right)^2 + 4a - \frac{1}{a}$$

$$= \left(2a - \frac{1}{2a}\right)^2 + 2\left(2a - \frac{1}{2a}\right)$$

$$= \left(2a - \frac{1}{2a}\right) \left(2a - \frac{1}{2a} + 2\right) \quad \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

প্রতিস্থাপনের দ্বারা উৎপাদকে বিশ্লেষণ

⇒ উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন : $(a - 1)x^2 + a^2xy + (a + 1)y^2$ [৪৩তম ও ৩১তম বিসিএস লিখিত]

ধি(ে)

$$\begin{aligned} a+1 &= m \\ a-1 &= n \\ \hline a^2-1 &= mn \quad [\quad] \\ a^2 &= mn+1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &nx^2 + (mn+1)xy + my^2 \\ &= \frac{nx^2 + mnxy + xy + my^2}{=} \\ &= nx(x+my) + y(x+my) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= (x+my)(nx+y) \\ &= \{x+(a+1)y\} \\ &\quad \{(a-1)x+y\} \\ &= (x+ay+y)(ax-x+y) \\ &\quad \underline{\underline{Ans}} \end{aligned}$$

প্রতিস্থাপনের দ্বারা উৎপাদকে বিশ্লেষণ

⇒ উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন : $x(x-1)(x-2)(x-3) - 24$

~~A.M.~~

[৩৬তম বিসিএস লিখিত]

$$= \underline{x(x-3)} \quad \underline{(x-1)(x-2)} - 24$$

$$= (x^2 - 3x) \quad \underline{(x^2 - x - 2x + 2)} - 24$$

$$= \underline{(x^2 - 3x)} \quad \underline{(x^2 - 3x + 2)} - 24$$

$$= a(a+2) - 24$$

[এটি, $a = x^2 - 3x$]

$$= a^2 + 2a - 24$$

$-4x + 2$

$$= (a+6)(a-4)$$

$$= (x^2 - 3x + 6) \underline{(x^2 - 3x - 4)}$$

middle term

$$= (x-4)(x+1)(x^2 - 3x + 6)$$

ভাগশেষ উপপাদ্য

⇒ উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন : $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$

$$= x^3 + x^2 + 5x + 5x + 6x + 6$$

$$= x^2(x+1) + 5x(x+1) + 6(x+1)$$

$$= (x+1)(x^2 + 5x + 6)$$

$$= (x+1)(x+3)(x+2) \checkmark$$

ধিঃ

$$f(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$$

$$f(-1) = (-1)^3 + 6(-1)^2 + 11(-1) + 6$$

$$= 0$$

∴ $(x+1)$, $f(x)$ এর একটি
স্থিতিস্থাপক

~~उत्पाद~~ ~~उत्पाद~~

$$x^2 - 5x + 6 \rightarrow$$

$$(x-3)(x-2)$$

$$f(x) = \underline{x^2 - 5x + 6}$$

$$f(3) = 3^2 - 5 \cdot 3 + 6 = 0$$

$$x^2 - 5x + 6$$

$$= x^2 - 3x - 2x + 6$$

$$= x(x-3) - 2(x-3)$$

ভাগশেষ উপপাদ্য

উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন: $54x^4 + 27x^3a - 16x - 8a$

$$= 27x^3(2x+a) - 8(2x+a)$$

$$= (2x+a)(27x^3 - 8)$$

$$= (2x+a) \{ (3x)^3 - (2)^3 \}$$

$$= (2x+a)(3x-2) \{ (3x)^2 + 3x \cdot 2 + (2)^2 \}$$

$$= (2x+a)(3x-2)(9x^2 + 6x + 4)$$

Ans ✓

[৩৮তম বিসিএস লিখিত]

$$x = \frac{2}{3}$$

$$f(x) =$$

$$f\left(-\frac{1}{2}a\right) =$$

$$x = -\frac{1}{2}a$$

$$(2x+a), f(x) \dots$$

$$x = -\frac{1}{2}a$$

$$2x = -a$$

$$(2x+a) = 0$$

একঘাত সমীকরণ

সমাধান করুন : $\frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b} = \frac{a+b}{x-a-b}$

$x-a-b \neq 0$
 $x \neq a+b$

$$\frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b} = \frac{a}{x-a-b} + \frac{b}{x-a-b}$$

$$\frac{a}{x-a} - \frac{a}{x-a-b} = \frac{b}{x-a-b} - \frac{b}{x-b}$$

$$\frac{ax - a^2 - ab - ax + a}{(x-a)(x-a-b)}$$

$$= \frac{bx - b^2 - bx + ab + b^2}{(x-a-b)(x-b)}$$

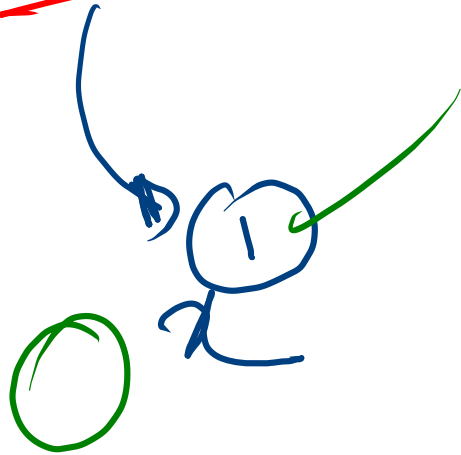
$$\Rightarrow \frac{-ab}{(x-a)(x-a-b)}$$

$$= \frac{ab}{(x-b)(x-a-b)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x-a} = \frac{1}{x-b}$$

$$\Rightarrow x = \frac{a+b}{2}$$

এককীয়



বিষয়

↓
 $Ox^2 + Ox$

একঘাত সমীকরণ

⇒ সমাধান করুন : $\frac{5}{x-1} + \frac{4}{x-2} = \frac{9}{x-3}$

[২৮তম বিসিএস লিখিত]

H.W.

$x =$

দ্বিঘাত সমীকরণ

$ax^2 + bx + c = 0$ একটি এক চলকের দ্বিঘাত বহুপদী সমীকরণ।

সমীকরণটির মূল $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$; এখানে, $b^2 - 4ac$ কে নিশ্চায়ক বলা হয়।

সমস্যাটো

নিশ্চায়ক ($b^2 - 4ac$) এর প্রকৃতি		মূল দুটির প্রকৃতি
$b^2 - 4ac > 0$ (ধনাত্মক)	$b^2 - 4ac$, পূর্ণবর্গ হলে	মূল দুটি বাস্তব, মূলদ ও অসমান হবে।
	$b^2 - 4ac$, পূর্ণবর্গ না হলে	মূল দুটি বাস্তব, অমূলদ ও অসমান হবে।
$b^2 - 4ac = 0$		পরস্পর বাস্তব, মূলদ ও সমান হবে।
$b^2 - 4ac < 0$ (ঋণাত্মক)		মূল দুইটি জটিল সংখ্যা হবে।

সমাধান

সাধারণ দ্বিঘাত সমীকরণের সমাধান

☞ $ax^2 + bx + c = 0$, ($a \neq 0$) সমীকরণটি সমাধান করে x -এর মান নির্ণয় করুন। [৩৬তম বিসিএস লিখিত]

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$(x)^2 + (2) \cdot x \cdot \left(\frac{b}{2a}\right) + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$\frac{(x)^2}{x} = \frac{c}{a}$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\sqrt{4a^2}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

ଅଧିକାଂଶ ସମୀକ୍ଷାଗୁଡ଼ିକ
ସମ୍ଭାବ୍ୟ

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

x

$$a = 1$$
$$b = -5$$
$$c = 6$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

(+) $x = 3$

(-) $x = 2$

$$\sqrt{1}$$

$(b^2 - 4ac) / 4a$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$\sqrt{-5}$ - वास्तव

i) $b^2 - 4ac = 0$

$x = -\frac{b}{2a}$

समान दो उत्तर

ii) $b^2 - 4ac < 0$, $\sqrt{-5}$ वास्तव, x दो समा वास्तव

iii) $b^2 - 4ac > 0$ वास्तव

$x = \frac{\sqrt{5}}{2}$

iv) $b^2 - 4ac$, $\sqrt{5}$ वास्तव दो, x दो समा वास्तव

মূলের বৈশিষ্ট্য সম্পর্কিত সমাধান

☞ $3x^2 + 7x + 1 = 0$ সমীকরণটির সমাধান করুন এবং মূলদ্বয়ের প্রকৃতি বিশ্লেষণ করুন।

$$3x^2 + 7x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{(7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 3}$$

$$= \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 12}}{6}$$

$$= \frac{-7 \pm \sqrt{37}}{6}$$

মূলদ্বয়

সামান্য মূল
প্রকৃতি বিশ্লেষণ

$$7x^2 + x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{-27}}{2 \cdot 7}$$

মূলের বৈশিষ্ট্য সম্পর্কিত সমস্যা

⇒ P এর মানের ব্যবধি বের করুন যার জন্য $x^2 - 2px + p^2 + 5p - 6 = 0$ সমীকরণের কোনো বাস্তব মূল নেই।

[80তম বিসিএস লিখিত]

$$x^2 - 2px + (p^2 + 5p - 6) = 0$$

$$b^2 - 4ac = (-2p)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (p^2 + 5p - 6)$$

$$= 4p^2 - 4p^2 - 20p + 24$$

$$= -20p + 24$$

$$b^2 - 4ac < 0$$

$$-20p + 24 < 0$$

$$\Rightarrow p > \frac{24}{20}$$

⇒

$$p > \frac{6}{5}$$

$$p > \frac{6}{5}$$

Ans:
 $p \left(\frac{6}{5}, \infty \right)$

বর্গমূল ও ভগ্নাংশযুক্ত সমীকরণের সমাধান

→ সমাধান করুন: $\frac{x-a}{x-b} + \frac{x-b}{x-a} = \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$

[৪১তম বিসিএস লিখিত]

H.W.

$$\frac{x-a}{x-b} - \frac{a}{b} = \frac{b}{a} - \frac{x-b}{x-a}$$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{bx} - \cancel{ab} - ax + ab}{b(x-b)} = \frac{\cancel{bx} - \cancel{ab} - ax + ab}{a(x-a)}$$

$$\Rightarrow \frac{x(\cancel{b-a})}{bx - b^2} = \frac{x(\cancel{b-a})}{ax - a^2}$$

$$\Rightarrow x(ax - a^2) = x(bx - b^2)$$

$$x(ax - a^2) - x(bx - b^2) = 0$$

$$\Rightarrow x [ax - a^2 - bx + b^2] = 0$$

$$2^{\text{nd}}, x = 0$$

error,

$$ax - bx \rightarrow (a - b)(a + b) = 0$$

$$x = a + b$$

বর্গমূল ও ভগ্নাংশযুক্ত সমীকরণের সমাধান

⇒ সমাধান করুন : $\frac{1}{a+b+x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{x}$

(9, 10)

[৩৮তম বিসিএস লিখিত]

⇒ $\frac{1}{a+b+x} - \frac{1}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

⇒ $\frac{\cancel{x} - a - b - \cancel{x}}{x(a+b+x)} = \frac{a+b}{ab}$

⇒ $\frac{-\cancel{(a+b)}}{ax+bx+x^2} = \frac{\cancel{a+b}}{ab}$

⇒ $x^2 + ax + bx = -ab$

$x = -a$ ✓
 $x = -b$ ✓

দুই চলক ও তিন চলক বিশিষ্ট সরল সমীকরণ

⇒ সমাধান করুন: $x + ay = b$, $ax - by = c$

$$x + ay = b \quad \text{--- (1)}$$

$$ax - by = c \quad \text{--- (2)}$$

$$\textcircled{1} \times a \quad \text{--- (2)}$$

$$\begin{aligned} ax + a^2y &= ab \\ - ax + by &= -c \end{aligned}$$

$$a^2y + by = ab - c$$

$$y(a^2 + b) = ab - c$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \times b \\ + \textcircled{2} \times a \\ \hline x = \end{aligned}$$

$$y = \frac{ab - c}{a^2 + b}$$

1) প্রতিস্থাপন

2) অদক্ষন ✓

3) বক্রসূত্র ✓

4) নির্ণায়ক

দুই চলক ও তিন চলক বিশিষ্ট সরল সমীকরণ

⇒ সমাধান করুন: $y(3+x) = x(6+y)$, $3(3+x) = 5(y-1)$

[88তম বিসিএস লিখিত]

$$3y + xy = 6x + xy$$

$$6x - 3y = 0$$

$$3(2x - y) = 0$$

$$2x - y = 0 \quad \text{--- (1)}$$

$$9 + 3x = 5y - 5$$

$$3x - 5y + 9 + 5 = 0$$

$$3x - 5y + 14 = 0 \quad \text{--- (2)}$$

$$\frac{x}{-14 - 0} = \frac{y}{0 - 28} = \frac{1}{-10 + 3}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{-14} = \frac{y}{-28} = \frac{1}{-7}$$

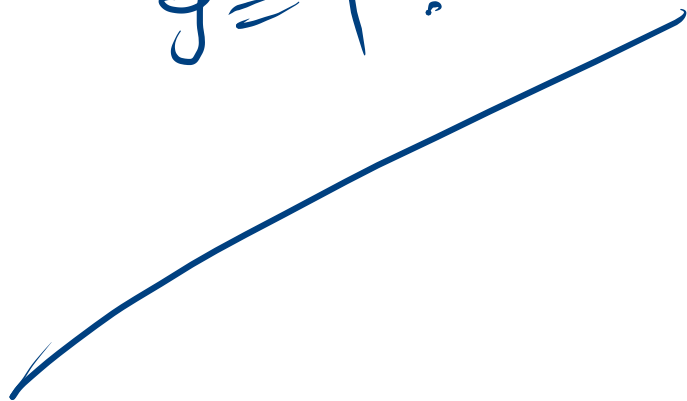
$$\Rightarrow \left(\frac{x}{2}\right) = \frac{y}{4} = 1 \quad \text{--- (1)}$$

$$\frac{x}{2} = 1$$

$$x = 2$$

$$\frac{y}{4} = 1$$

$$y = 4$$

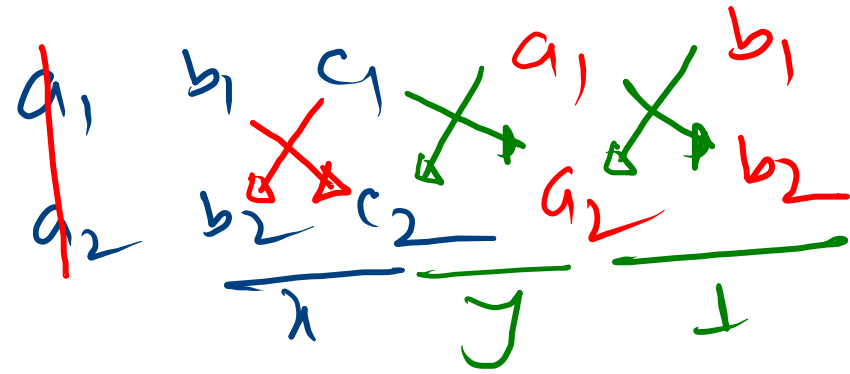


$$a_1x + b_1y + c_1 = 0 \quad \text{--- (1)}$$

$$a_2x + b_2y + c_2 = 0 \quad \text{--- (2)}$$

सक्रान्त / आडुअनव

$$\frac{x}{(b_1c_2 - b_2c_1)} = \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$



দুই চলক ও তিন চলক বিশিষ্ট সরল সমীকরণ

⇒ $x + y = 1$, $kx + y = 2$ এবং $x + ky = 3$ হলে, k এর মান নির্ণয় করুন।

[৪৩তম বিসিএস লিখিত]

~~H.W.~~

সাধারণ অসমতার সমাধান ও সংখ্যারেখা

☞ $x^2 - 5x + 6 > 0$ অসমতাটির সমাধান করুন।

$(x-3)(x-2) > 0$ — ① +

① নং সমীকরণটি সত্যি হতে
 যদি ও কেবল যদি $(x-3)$ এবং
 $(x-2)$ এক চিহ্ন ধরে বিশাল
 অথবা বিশাল হয়

সদন	$(x-3)$ এর চিহ্ন	$(x-2)$ এর চিহ্ন
$x < 2$	-	-
$2 < x < 3$	-	+
$x > 3$	+	+

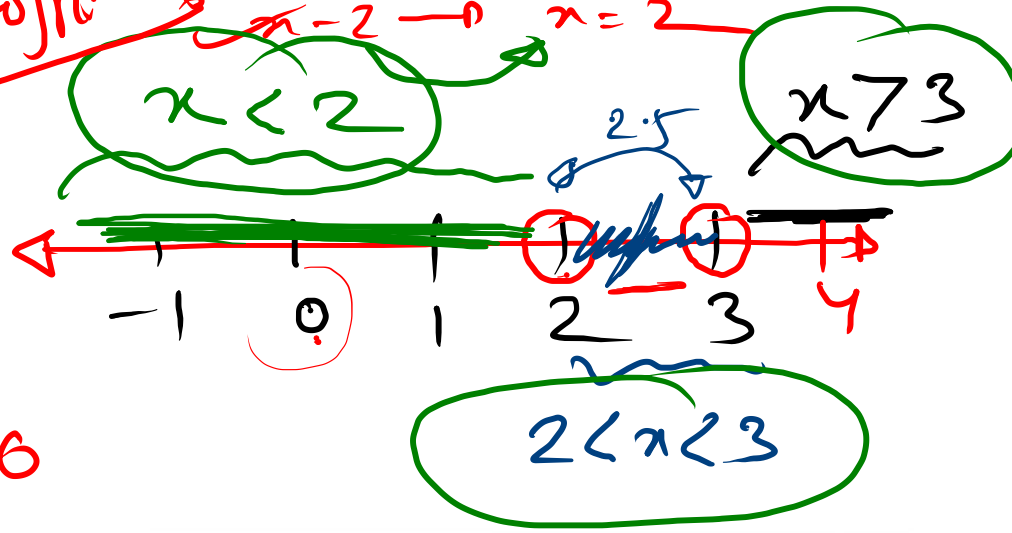
[৪৪তম বিসিএস লিখিত]

$x^2 - 5x + 6 < 0$

$(x-3)(x-2) < 0$

① ②

সংখ্যারেখা: $x-3 \Rightarrow x=3$
 $x-2 \Rightarrow x=2$



$(x-3)(x-2) = 0$
 $x=3$
 $x=2$

②

১৯

∴ বিক্রম

সমষ্টি
(সং)

সমষ্টি

$$= \{x \in \mathbb{R} : \underline{x < 2 \text{ এবং } x > 3}\}$$

$$= \underline{x < 2 \text{ এবং } x > 3}$$

$$= \{x \in \mathbb{R} : 2 < x < 3\}$$

সমষ্টি = $2 < x < 3$ ✓✓

২০

✓

পরমমান সম্পর্কিত অসমতার সমাধান

$$\frac{1}{|2x-1|} \geq 7$$

সমাধান করুন: $\frac{1}{|2x-1|} \geq 7, (x \neq \frac{1}{2})$

দুই (দুই) এর একটি

বিভাজ্যক

বা (বা) অথবা

এক অথবা দুই

এক অথবা দুই

$(2x-1) > 0$ হলে, $\frac{1}{2x-1} \geq 7$

$$2x-1 \leq \frac{1}{7}$$

$$2x \leq \frac{1}{7} + 1$$

$$x \leq \frac{8}{14} = \frac{4}{7}$$

$(2x-1) < 0$ হলে,

$$-\frac{1}{2x-1} \geq 7$$

$$-(2x-1) \leq \frac{1}{7}$$

$$2x-1 \geq -\frac{1}{7}$$

$$x \geq \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$$

$$\frac{3}{7} \leq x \leq \frac{4}{7}$$

Thank you

BCS কঠিন নয়;
প্রস্তুতি যদি গোছানো হয়