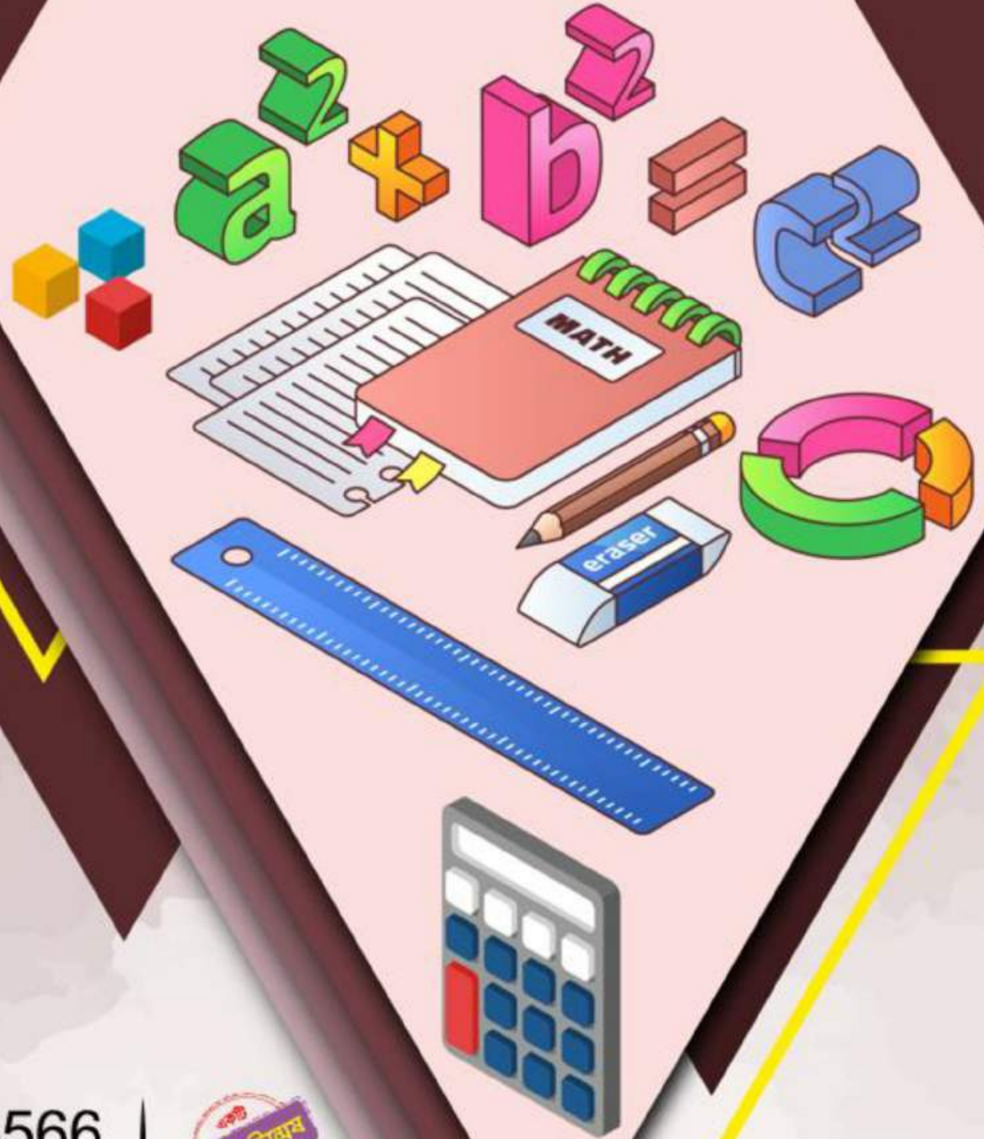
৪৫তম বিসিএস লিখিত ফুল কোর্স

গাণিতিক যুক্তি

Good Evening
will start at
7:15PM

লেকচার: ০৫

টপিক:
অনুক্রম, সমান্তর ও গুণোত্তর ধারা, সূচক ও লগারিদম এবং তাদের ফাংশন সমূহ।



সমান্তর ধারা

Class 9 & 10

$a + (a + d) + (a + 2d) + \ldots\ldots + \{a + (n-1)d\}$

$2 + 7 + 12 + 17 + \ldots$

নাম	সূত্র	প্রতীকের ব্যাখ্যা
n তম পদ	$a + (n-1)d$	এখানে, a = ধারার ১ম পদ n = পদ সংখ্যা d = সাধারণ অন্তর = (দ্বিতীয় পদ – প্রথম পদ)
n সংখ্যক পদের সমষ্টি	$\frac{n}{2} \times \{2a + (n-1)d\}$	
n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি	$1+2+3+\cdots+n = \frac{n(n+1)}{2}$	
n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি	$1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$	
n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি	$1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3 = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$	

$a + (a+d)^{(2-1)} + (a+2d)^{(3-1)} + (a+3d)^{(4-1)} + \cdots\cdots \cancel{a+9d}$

১ম ২য় ৩য় ৪র্থ

2 3 4

n তম পদ

$\boxed{a+(n-1)d}$.

n

n পদের সমষ্টি, $S_n = \frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}$.

* $\boxed{1+2+3+4+\cdots\cdots+n} = \frac{n(n+1)}{2}$

n তম পদ পর্যন্ত ~~স্বাভা~~ স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি

* $1^3+2^3+3^3+\cdots\cdots+n^3 = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

* $1^3+2^3+3^3+\cdots\cdots+n^3 = (1+2+3+\cdots\cdots+n)^2$

সূত্র সম্পর্কিত প্রমাণ

➲ প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি নির্ণয় করুন। → $\frac{n(n+1)}{2}$

ধরি, n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি S_n

$S_n = 1+2+3+ \cdots +(n-2)+(n-1)+n$ ---- (1)

পদগুলোকে শেষ থেকে প্রথমে সাজিয়ে পাই,

$S_n = n+(n-1)+(n-2)+ \cdots +3+2+1$ ---- (2)

$1+1+1+1+1$

5×1

(1) + (2)

$2S_n = (n+1)+(n+1)+(n+1)+ \cdots +(n+1)+(n+1)+(n+1)$

$2S_n = n(n+1)$

$$\boxed{S_n = \frac{n(n+1)}{2}}$$

পদসংখ্যা সম্পর্কিত

➲ একটি সমান্তর ধারার p তম পদটি q এবং q তম পদটি p। দেখান যে, r তম পদটি $(p + q - r)$ এবং $(p + q)$ তম পদটি শূন্য হবে। [৪৪তম বিসিএস লিখিত]

দেও,

সমান্তর ধারার ১ম পদ $= a$

সা: অন্তর $= d$

n তম পদ $= a + (n-1)d$

p তম পদ $= a + (p-1)d$
$= a + pd - d$

প্রশ্নমতে, $a + pd - d = q$ —— (1)

$a - d = q - pd$

q তম পদ $= a + (q-1)d$
$= a + qd - d$

প্রশ্নমতে, $a + qd - d = p$ —— (2)

(1) − (2)

$\cancel{a} + pd - \cancel{d} - \cancel{a} - qd + \cancel{d} = q - p$

$d(p - q) = -1(p - q)$

$d = -1$

r তম পদ $= a+(r-1)d$

$= a + rd - d$

$= a-d + rd$

$= q - pd + rd$

$= q - p(-1) + r(-1)$

$= p+q-r$.

(Showed)

$(p+q)$ তম পদ

$= a+(p+q-1)d$

$= a + pd + qd - d$

$= a+pd-d + qd$

$= q + q(-1)$

$= q - q$

$= 0$.

(Showed)

পদসংখ্যা সম্পর্কিত

➲ $5 + 8 + 11 + 14 + \ldots\ldots\ldots$ ধারাটির কোন পদ 383?

$+383$

দেওয়া আছে,

n তম পদ $= 383$

সমান্তর ধারাটির ১ম পদ, $a = 5$

সাধারণ অন্তর, $d = 8 - 5$
$= 3$

n তম পদ $= a + (n-1)d$

$383 = 5 + (n-1)3$

$\Rightarrow n = 127$

সমষ্টি নির্ণয় সম্পর্কিত

- ধারার সমষ্টি নির্ণয় করতে অবশ্যই ধারাটির কত তম পদ পর্যন্ত সমষ্টি নির্ণয় করতে হবে তা জানা থাকতে হয় । অর্থাৎ পদ সংখ্যা জানা থাকতে হয়।

- কোনো ধারার প্রথম পদ a, সাধারণ অন্তর d এবং পদ সংখ্যা n হলে, $\boxed{\text{সমষ্টি, } S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}}$

- কোনো ধারার প্রথম পদ, শেষ পদ ও পদ সংখ্যা জানা থাকলে সমষ্টি, $S_n = \frac{\text{১ম পদ} + \text{শেষ পদ}}{2} \times \text{পদ সংখ্যা}$

$5 + 10 + 15 + 20 + \cdots + 100 =$

$n =$ $\boxed{\text{n তম পদ}}$

সমষ্টি নির্ণয় সম্পর্কিত

➲ ২ + ২২ + ৩২ +.........+ ২০১৮২ + ২০১৯২ কে ৮ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত হবে? [৪৩তম বিসিএস লিখিত]

~~এখানে, সমান্তর ধারাটি শুরু হয়েছে 22 থেকে~~

$2 + (22 + 32 + \cdots + 20182 + 20192)$

বন্ধনীর ভেতরের অংশটি একটি সমান্তর ধারা প্রায়

১ম পদ, $a = 22$

সা: অন্তর, $d = 32 - 22 = 10$

n তম পদ $= a + (n-1)d = 20192$

$n = 2018$

সমষ্টি $= \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

$= 20395926$

মোট সমষ্টি $= ২ + ২০৩৯৫৯২৬$

$= ২০৩৯৫৯২৮$

৮) ২০৩৯৫৯২৮ (২৫৪৯৪৯১

$=$ ______

$= ০$

Ans

সমান্তর ধারার প্রয়োগ

➲ গনি সাহেব একজন সরকারি চাকুরিজীবী। ২০১৬ সালে জুলাই মাসে তাঁর মূল বেতন ছিল ২২,০০০ টাকা। তাঁর বার্ষিক বেতন বৃদ্ধির পরিমাণ ১০০০ টাকা।

❖ (ক) উপর্যুক্ত তথ্যের ভিত্তিতে একটি সমান্তর ধারা তৈরি করুন এবং ২০২৫ সালে জুলাই মাসে গনি সাহেবের মাসিক মূল বেতন কত হবে তা নির্ণয় করুন। [৪৬তম বিসিএস লিখিত]

প্রথম পদ, $a = 22000$

সাধারণ অন্তর, $d = 1000$

ধারাটি, $22000 + 23000 + 24000 + \cdots\cdots$

জুলাই, 2016 সাল থেকে জুলাই, 2025 সাল পর্যন্ত মোট সময়

$n = 2025 - 2016 + 1 = 10$

$* \; a + (n-1)d = 31000$

গুণোত্তর ধারা

$$a + ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + \ldots\ldots$$

$$2 + 4 + 8 + 16 + 32 \ldots$$

নাম	সূত্র	প্রতীকের ব্যাখ্যা
n তম পদ	ar^{n-1}	এখানে, a = ধারার ১ম পদ n = পদ সংখ্যা r = সাধারণ অনুপাত অর্থাৎ, $\left[\frac{\text{দ্বিতীয় পদ}}{\text{প্রথম পদ}}\right]$ -১ < র < ১
n সংখ্যক পদের সমষ্টি	$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$, যখন $r < 1$ $S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$, যখন $r > 1$	
অসীমতক পদের সমষ্টি	$S_\infty = \frac{a}{1-r}$ [|র| < ১]	

১ম পদ = a, সাধারণ অনুপাত = r

$a r^{1-1=1} + ar^{2-1} + ar^{2} + ar^{3} + \cdots + \boxed{ar^{n-1}}$

১ম, ২য়, ৩য়, ৪র্থ — n তম পদ

সমষ্টি, $\boxed{S_n = \dfrac{a(1-r^n)}{1-r}}$ ← $r < 1$

$\boxed{S_n = \dfrac{a(r^n-1)}{r-1}}$ ← $r > 1$

অসীমতক সমষ্টি,

$a + ar + ar^2 + ar^3 + \cdots + \infty$

$2 + 6 + 18 + 54 + \cdots$ না

$\boxed{r = 3 > 1}$

$1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \cdots$

$1 + 0.1 + 0.01 + 0.001 + \cdots$

$\boxed{r = \frac{1}{10} < 1}$

-1.111111 ✓

-1.1

$\boxed{-1 < r < 1}$

* এ

$$\boxed{S = \frac{a}{1-r}}$$

পদ সংখ্যা সম্পর্কিত

Class 7 8 10
G-M

➲ একটি গুণোত্তর ধারার পঞ্চম পদ $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ এবং দশম পদ $\frac{8\sqrt{2}}{81}$ হলে, ধারাটির তৃতীয় পদ নির্ণয় করুন।

H.W.

পদ সংখ্যা সম্পর্কিত

➲ $\frac{1}{2x+1}+\frac{1}{(2x+1)^2}+\frac{1}{(2x+1)^3}+\ldots$ একটি অনন্ত গুণোত্তর ধারা। $x=\frac{3}{2}$ হলে, ধারাটির সাধারণ অনুপাত এবং ৫ম পদ কত? **[৪১তম বিসিএস লিখিত]**

$a = \frac{1}{2x+1}$

$r = \frac{\frac{1}{(2x+1)^2}}{\frac{1}{2x+1}}$

$r = \frac{1}{2x+1}$

$x = \frac{3}{2}$ হলে, $r = \frac{1}{2\times\frac{3}{2}+1} = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{(2x+1)^5}$

৫ম পদ $= ar^4$

$= \frac{1}{(2x+1)^5} = \frac{1}{(2\times\frac{3}{2}+1)^5} = \frac{1}{1024}$ Ans

সমষ্টি নির্ণয় সম্পর্কিত

➲ 2 + 4 + 8 + 16 +.......ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি 254 হলে, n এর মান কত?

n তম পদ 254

(9 & 10) G.M.

n > 1

n তম পদ $= ar^{n-1} = 254$

$$\boxed{\frac{a(r^n - 1)}{r - 1} = 254}$$

সমষ্টি নির্ণয় সম্পর্কিত

➲ 7 + 77 + 777 +...... ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি নির্ণয় করুন।

$4+44+444+\cdots$

$2+22+222+\cdots$

ধরি,

$S = 7+77+777+\cdots$

$= 7(1+11+111+\cdots)$

$= \frac{7}{9}[9+99+999+\cdots]$

$= \frac{7}{9}[(10-1)+(100-1)+(1000-1)+\cdots]$

$= \frac{7}{9}[10+100+1000+\cdots] - [1+1+1+\cdots] - n\times1$

$$S = \frac{7}{9}\left[(10+100+1000+ \cdots) - n\right] \quad \text{---} \; 1$$

$$a = 10$$

$$r = 10 \qquad r > 1$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r-1} = \frac{10(10^n - 1)}{9}$$

$$\boxed{S = \frac{7}{9}\left[\frac{10}{9}(10^n - 1) - n\right]}$$

Ans.

অসীমতক সমষ্টি ও পৌন:পুনিক সম্পর্কিত

➲ প্রদত্ত অসীম গুণোত্তর ধারার (অসীমতক) সমষ্টি যদি থাকে, তবে তা নির্ণয় করুন:

$\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{8}+\left(-\frac{1}{16}\right)+\dots$

$a=\frac{1}{2}$

$r=-\frac{1}{2}$

$r=\frac{-\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}}$

এখানে, $-1<r<1$

ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে

$S=\frac{a}{1-r}$

$\boxed{\text{Ans: } \frac{1}{3}}$

5 + x + y + 135

➲ $6 + p + q + r + 486$ গুণোত্তর ধারাভুক্ত হলে, p, q, r এর মান নির্ণয় করুন।

5ম পদ

১ম পদ, $a = 6$.

$m = \frac{p}{6} = \frac{q}{p} = \frac{r}{q} = \frac{486}{r}$

5ম পদ $= am^{5-1}$

$486 = 6 \times m^4$

$m^4 = 81 = 3^4$

$m = 3$

2য় পদ $= am^1 = 18$

3য় পদ $= am^2 = 54$

4র্থ পদ $= am^3 = 162$

$\boxed{\text{Break}}$

5-7 minutes

$\boxed{\text{8:30pm}}$

G.M. & H.M.

সূচক ও লগারিদম এবং তাদের ফাংশনসমূহ

$\frac{a^2}{a^2} = a^{2-2} = a^0$

ক্রম	নাম	সূত্র	নিয়ম
১	শূন্য সূচক	$a^0 = 1$	কোনো ভিত্তির ঘাত শূন্য হলে তার মান 1।
২	গুণের নিয়ম	$\boxed{a^m \times a^n = a^{m+n}}$	গুণ আকারে থাকলে, একই ভিত্তির ঘাত/সূচক যোগ হয়
৩	ভাগের নিয়ম	$a^m \div a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	ভাগ আকারে থাকলে, একই ভিত্তির ঘাত/সূচক বিয়োগ হয়
৪	বণ্টন সূত্র	$(ab)^n = a^n . b^n$ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	গুণফল ও ভগ্নাংশের উপর একই সূচক থাকলে, ঘাত/সূচক বণ্টন হয়।
৫	বর্গমূলের সূচক	$\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$	$x \leftarrow$ Power $a \leftarrow$ Base

সূচক ও লগারিদম এবং তাদের ফাংশনসমূহ

ক্রম	নাম	সূত্র	নিয়ম
৬	ঋণাত্মক সূচক	$a^{-1} = \frac{1}{a}$	ঘাত '-1' বলতে $\frac{1}{\text{ভিত্তি}}$ বোঝায়
		$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	ঘাত '-n' বলতে $\frac{1}{(\text{ভিত্তি})^n}$ বোঝায়
৭	ঋণাত্মক সূচকের গুণ	$a.a^{-1} = a.\frac{1}{a} = 1$	$a^1 . a^{-1} = a^{1-1} = a^0 = 1$ একই ভিত্তির সমান মানের একটিতে ধনাত্মক, অপরটিতে ঋণাত্মক সূচক থাকলে তাদের গুণফল 1 হয়।
		$a^n.a^{-n} = a^n.\frac{1}{a^n} = 1$	
৮	সূচক সমীকরণ	$a^x = b^x$ হলে, $a = b$	সমীকরণের উভয় পাশের ঘাত একই হলে, ভিত্তি সমান হয়।
		$a^x = a^y$ হলে, $x = y$	সমীকরণের উভয় পাশের ভিত্তি একই হলে, ঘাত সমান হয়।

$(ab)^m = a^m \cdot b^m$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

$a^n - b^n$

$(ab)^2 = a^2 b^2$

$\boxed{\sqrt[2]{a} = a^{1/2} \quad \sqrt[4]{a} = a^{\frac{1}{4}} \quad \sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{3}} \quad \sqrt[x]{a} = a^{\frac{1}{x}}}$

$\frac{a^{-1}}{1} = \frac{1}{a} \longrightarrow \frac{a^0}{a^1} = a^{0-1} = a^{-1}$

$a = \frac{1}{a^{-1}} \longrightarrow \frac{a^0}{a^{-1}} = a^{0+1} = a$

মান নির্ণয় সম্পর্কিত সূচক

➲ মান বের করুন: $\frac{5.3^m - 9.3^{m-1}}{3^m - 3^{m-1}}$ [৪৪তম বিসিএস লিখিত]

$3^{m-1} = 3^m \cdot 3^{-1}$

$= \frac{5 \cdot 3^m - \cancel{9}^{3} \cdot 3^m \cdot \frac{1}{\cancel{3}}}{3^m - 3^m \cdot \frac{1}{3}}$

$= \frac{\cancel{3^m}(5-3)}{\cancel{3^m}(1-\frac{1}{3})}$

$= \frac{2}{2/3} = 3$ Ans 3

মান নির্ণয় সম্পর্কিত সূচক

A.M.

➲ $p = xy^{a-1}, q = xy^{b-1}, r = xy^{c-1}$ হলে, $\left(\frac{p}{q}\right)^c \times \left(\frac{q}{r}\right)^a \times \left(\frac{r}{p}\right)^b$ = কত? [৪০তম বিসিএস লিখিত]

$$\left(\frac{p}{q}\right)^c \times \left(\frac{q}{r}\right)^a \times \left(\frac{r}{p}\right)^b$$

$$= \left(\frac{\cancel{x}y^{a-1}}{\cancel{x}y^{b-1}}\right)^c \times \left(\quad\right) \times \left(\quad\right)$$

$$= \left(y^{a-\cancel{1}-b+\cancel{1}}\right)^c \times \left(\quad\right) \times \left(\quad\right)$$

$$= y^{ca-bc} \times y^{ab-ca} \times y^{bc-ab}$$

$$= y^{ca-bc+ab-ca+bc-ab}$$

$$= y^0$$

$$= 1$$

Ay

প্রমাণ সম্পর্কিত সূচক

➲ যদি $a^{1/x} = b^{1/y} = c^{1/z}$ এবং $abc = 1$ হয়, তবে প্রমাণ করুন যে, $x + y + z = 0$ [৪১তম বিসিএস লিখিত]

ধরি, $a^{\frac{1}{x}} = b^{\frac{1}{y}} = c^{\frac{1}{z}} = k$

$a^{\frac{1}{x}} = k$

$\left(a^{\frac{1}{x}}\right)^x = k^x$

$a = k^x$

অনুরূপভাবে,

$b = k^y$

$c = k^z$

দেওয়া আছে,

$abc = 1$

$k^x \cdot k^y \cdot k^z = 1$

$k^{x+y+z} = k^0$

$x + y + z = 0$ (Proved)

প্রমাণ সম্পর্কিত সূচক

➲ যদি $x = 2 + 2^{\frac{2}{3}} + 2^{\frac{1}{3}}$ হয়, তবে $x^3 - 6x^2 + 6x - 2$ এর মান নির্ণয় করুন। [৪১তম বিসিএস লিখিত]

(দেওয়া আছে)

$$x = 2 + 2^{\frac{2}{3}} + 2^{\frac{1}{3}}$$

$$(x-2)^3 = \left(2^{\frac{2}{3}} + 2^{\frac{1}{3}}\right)^3$$

$$\Rightarrow x^3 - 3 \cdot x^2 \cdot 2 + 3 \cdot x \cdot 2^2 - (2)^3 = \left(2^{\frac{2}{3}}\right)^3 + \left(2^{\frac{1}{3}}\right)^3 + 3 \cdot 2^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}}\left(2^{\frac{2}{3}} + 2^{\frac{1}{3}}\right)$$

$$\Rightarrow x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = 2^2 + 2^1 + 3 \cdot 2^{\frac{2}{3}+\frac{1}{3}} (x-2)$$

$$\Rightarrow x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = 4 + 2 + 3 \cdot 2 (x-2)$$

$$\Rightarrow x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = 6 + 6x - 12$$

$$\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\right) = \frac{3}{3} = 1$$

$$x^3 - 6x^2 + 12x - 6x - 8 = -6$$

$$\boxed{x^3 - 6x^2 + 6x - 2} = -6 + 8 - 2$$

$$= 0$$

$$0$$

প্রমাণ সম্পর্কিত সূচক

➲ $a = xy^{p-1}, b = xy^{q-1}, c = xy^{r-1}$ হলে, প্রমাণ করুন যে, $a^{q-r}.b^{r-p}.c^{p-q} = 1$

[৩৮তম বিসিএস লিখিত]

$L.H.S. = a^{q-r} . b^{r-p} . c^{p-q}$

$= (xy^{p-1})^{q-r}$

$= x^{q-r} . y^{(p-1)(q-r)}$

$=$

H.W.

সূচকীয় সমীকরণের সমাধান

➲ সমাধান করুন: $18y^x - y^{2x} = 81,\ 3^x = y^2$ [৪৩তম বিসিএস লিখিত]

$y^x = 3^2 \quad 3^x = y^2$

① হতে পাই

$18y^x - (y^x)^2 = 81$

ধরি, $y^x = a$

$18a - a^2 = 81$

$0 = a^2 - 18a + 81$

$(a)^2 - 2 \cdot a \cdot 9 + 9^2 = 0$

$(a-9)^2 = 0$

$a = 9 \longrightarrow y^x = 3^2$

$(y^x)^x = (3^2)^x$

$\Rightarrow y^{x^2} = (3^x)^2$

$\Rightarrow y^{x^2} = (y^2)^2$

$\Rightarrow y^{x^2} = y^4$

$\Rightarrow x^2 = 4$

$\Rightarrow x = \pm 2$

$x = 2$, $x = -2$

② নং ② নং

$y^2 = 9$

$y = \pm 3$

$y^2 = 3^{-2}$

$y^2 = \frac{1}{9}$.

$y = \pm \frac{1}{3}$.

(x, y)

$a \neq b$

$x^2 = 2$

$x = \pm 2$

Only ধনাত্মক

$2^2 = 4$

$(-2)^2 = 4$

Ans: $(2, 3)$, $(2, -3)$, $(-2, \frac{1}{3})$, $(-2, -\frac{1}{3})$.

সূচকীয় সমীকরণের সমাধান

➲ **সমাধান করুন** : $4^x - 3(2^{x+2}) + 2^5 = 0$ **[৩৮তম বিসিএস লিখিত]**

$(2^x)^2 - 3 \cdot 2^x \cdot 2^2 + 32 = 0$

$2^x = a$

$a^2 - 12a + 32 = 0$

H.W.

Ans: $x = 2$, $x = 3$

লগারিদম (LOGARITHM)

নাম	সূত্র	উদাহরণ
শূন্য ও এক লগ	$\log_a 1 = 0$	$\log_2 1 = 0$
	$\log_a a = 1$	$\log_5 5 = 1$
গুণফলের লগ	$\log_a(m \times n) = \log_a m + \log_a n$	$\log_3(243) = \log_3(9 \times 27) = \log_3 9 + \log_3 27 = 2 + 3 = 5$
ভাগফলের লগ	$\log_a\left(\frac{m}{n}\right) = \log_a m - \log_a n$	$\log_2\left(\frac{64}{4}\right) = \log_2 64 - \log_2 4 = 6 - 2 = 4$
ঘাতের লগ	$\log_a m^n = n\log_a m$	$\log_5 125 = \log_5 3^3 = 3\log_5 5 = 3$
ভিত্তি পরিবর্তন	$\log_a m = \log_b m \times \log_a b$	$\log_{\frac{1}{2}} 16 = \log_4 16 \times \log_{\frac{1}{2}} 4$
	$\log_a m = \frac{1}{\log_m a}$	$\operatorname{Log}_{\frac{1}{2}} 8 = \frac{1}{\log_8 \frac{1}{2}} = \frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}$
সমীকরণের লগ	$\log_a x = \log_a y$ হলে, $x = y$	$\log_3 2x = \log_3 x + 3$ বা, $2x = x + 3$ বা, $2x - x = 3$ বা $, x = 3$

এখানে, $a > 0; a \neq 1$ [log – এর ভিত্তি সর্বদা 1 নয় এবং শূন্য থেকে বড়।]

$\log_a x$ ← সংখ্যা

a ← Base

$\log_{10} x$ | $\log_e x = \ln x$

* $\log_a x^r = r \log_a x$

* $\log_a a = 1$

* $\log_a 1 = 0$, a = ??

$\log_a a^0$
$= 0 \times \log_a a$
$= 0$

$$\log_a (MN) = \log_a M + \log_a N$$

$$\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

$$* \quad \log_a x - \log_b y = \cancel{\log_{a-b} (x-y)}$$

* $\log_a b = \log_a x \times \log_x b$

* $\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$

$$\frac{\log_a b}{1}$$

$$1 = \log_a a = \log_a b \times \log_b a$$

মান নির্ণয় সম্পর্কিত লগ

➲ সমাধান করুন: $\log_{10} x = -3$ [৪৪তম বিসিএস লিখিত]

$x = 10^{-3}$

$x = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000}$ Ans

$\log_a x = p$

$x = a^p$

$\sqrt{a^2}$

➲ $\log_{2\sqrt{5}} 400$ এর মান কত? [৩৭তম বিসিএস লিখিত]

$\log_a a = 1$

$\log_{2\sqrt5} 400$

$= \log_{2\sqrt5} (2\sqrt5)^4 = 4\log_{2\sqrt5} 2\sqrt5$

$= 4$ Ans

$$\begin{array}{r|l} 2 & 400 \\ 2 & 200 \\ 2 & 100 \\ 2 & 50 \\ & 25 \end{array}$$

$2^4 \times 5^2$

$= 2^4 \times (\sqrt5)^4$

$= (2\sqrt5)^4$

➲ $p = xy^{a-1}, q = xy^{b-1}, r = xy^{c-1}$ হলে, প্রমাণ করুন $\log p^{b-c} + \log q^{c-a} + \log r^{a-b} = 0$

[৪০তম বিসিএস লিখিত]

$$L.H.S. = \log p^{b-c} + \log q^{c-a} + \log r^{a-b}$$

$$= \log\left(p^{b-c} \cdot q^{c-a} \cdot r^{a-b}\right)$$

$= 1$

details লিখতে হবে

সংক্ষেপে করেছি

পুরো সমাধান অবশ্যই করতে হবে

$$= \log 1$$

$$= 0 = R.H.S.$$

প্রমাণ সম্পর্কিত লগ

➲ প্রমাণ করুন যে,

$$\log_a\left(\prod_{i=1}^{n} x_i\right) = \sum_{i=1}^{n} \log_a x_i$$

[৩৮তম বিসিএস লিখিত]

গুণ Π

$\sum_{i=1}^{n} x_i$

$x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n$

$$L.H.S. = \log_a\left(\prod_{i=1}^{n} x_i\right)$$

$$= \log_a(x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots\cdots x_n)$$

$$= \log_a x_1 + \log_a x_2 + \log_a x_3 + \cdots + \log_a x_n$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \log_a x_i = R.H.S.$$

সমীকরণ সম্পর্কিত লগ

➲ যদি $m^x = n^y = p^z = r^w$ হয়, তবে দেখান যে, $\log_n(mpr) = y\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{z} + \frac{1}{w}\right)$

[৪৪তম বিসিএস লিখিত]

$m^x = n^y$

$m = n^{\frac{y}{x}}$

$p^z = n^y$

$p = n^{\frac{y}{z}}$

$r^w = n^y$

$r = n^{\frac{y}{w}}$

$\cancel{\log_n}$

$L.H.S = \log_n(mpr) = \log_n n^{\frac{y}{x}} \cdot n^{\frac{y}{z}} \cdot n^{\frac{y}{w}}$

$= \log_n n^{\left(\frac{y}{x} + \frac{y}{z} + \frac{y}{w}\right)}$

$= \left(\frac{y}{x} + \frac{y}{z} + \frac{y}{w}\right) \log_n n$

e^x সম্পর্কিত

বিস্তার

$\log_e x = \ln x$

➲ $e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \ldots\ldots \propto$

$\ln x =$

➲ $e^{-x} = 1 - \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^5}{5!} + \ldots\ldots \propto$

$+ \quad - \quad + \quad - \quad + \quad - \quad + \quad - \quad - \quad -$

e^x সম্পর্কিত প্রমাণ

➲ দেখান যে, $\frac{1}{e} = 2\left(\frac{1}{3!} + \frac{2}{5!} + \frac{3}{7!} + \ldots \infty\right)$ [৩৬ তম বিসিএস লিখিত]

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots$$

$$\frac{1}{e} = e^{-1}$$

$x = -1$

$$e^{-1} = \cancel{1} - \cancel{\frac{1}{1!}} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \frac{1}{5!} + \cdots$$

$$= \left(\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!}\right) + \left(\frac{1}{4!} - \frac{1}{5!}\right) + \left(\frac{1}{6!} - \frac{1}{7!}\right) + \cdots \infty$$

$$= \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{24} - \frac{1}{120}\right) + \left(\frac{1}{720} - \frac{1}{5040}\right) + \cdots$$

$3 \cdot 2!$

$$e^{-1} = \frac{3-1}{6} + \frac{5-1}{120} + \frac{7-1}{5040} + - - - -$$

$$= \frac{2}{6} + \frac{4}{120} + \frac{6}{5040} + - - - -$$

$$= 2\left(\frac{1}{3!} + \frac{2}{5!} + \frac{3}{7!} + - - + \infty\right)$$

Thank you

BCS কঠিন নয়; প্রস্তুতি যদি গোছানো হয়