৪৫তম বিসিএস লিখিত ফুল কোর্স

গাণিতিক যুক্তি

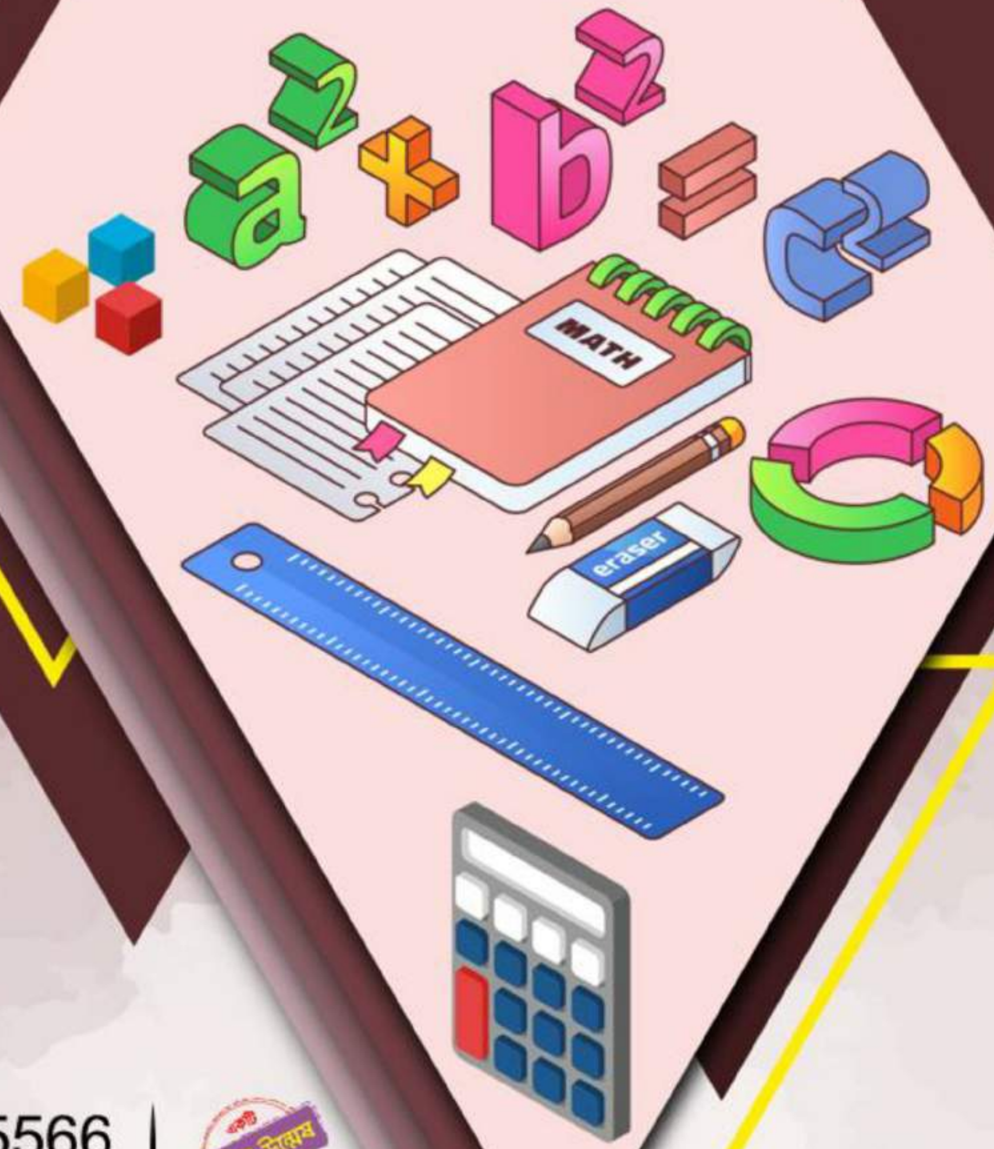
HSC
(Math)

লেকচার: ০৭

টপিক: সমাবেশ, সম্ভাব্যতা।

বিন্যাস

Uttoron (Guide)



সমাবেশ (COMBINATION)

বিন্যাস ও সমাবেশ চেনার উপায়	
বিন্যাস	**সমাবেশ**
• সাধারণত কোনো কিছুকে সাজানো অথবা তার বিন্যস্ত করাই হলো বিন্যাস।	• সাধারণত কোন কিছুর বাছাই/দল গঠন করাই হলো সমাবেশ।
• বিন্যাসের ক্ষেত্রে ক্রম ঠিক রাখা আবশ্যক।	• সমাবেশের ক্ষেত্রে ক্রম ঠিক রাখার আবশ্যকতা নেই।
• সাধারণত সংখ্যার গঠন, শব্দের গঠন, শব্দের অবস্থান বিন্যস্ত করা, শব্দকে সাজানো এই সকল ক্ষেত্রে বিন্যাসের প্রয়োগ হয়।	• দল গঠন, কমিটি গঠন, কোনো কিছু নির্বাচন, ত্রিভুজ গঠন, কোনো কিছু বাছাই করা, খেলাধুলা সংক্রান্ত ইত্যাদির বিষয়ে সমাবেশের প্রয়োগ হয়।

ABC

$^3P_3 = 6$

ABC

$^3C_3 = 1$

$\boxed{ABC}$

সমাবেশ (COMBINATION)

এক নজরে সমাবেশের প্রয়োজনীয় কিছু তথ্যসমূহ:
n সংখ্যক জিনিস থেকে প্রত্যেকবার r সংখ্যক জিনিস নিয়ে সমাবেশ সংখ্যা: $^nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$
n সংখ্যক জিনিস থেকে প্রত্যেকবার n সংখ্যক জিনিস নিয়ে সমাবেশ সংখ্যা: $^nC_n = 1$
n সংখ্যক জিনিস থেকে কোনো জিনিস না নিয়ে সমাবেশ সংখ্যা: $^nC_0 = 1$
সম্পূরক সমাবেশ: $^nC_r = {^nC_{n-r}}$
এখানে, $^nC_r = n$ সংখ্যক জিনিস থেকে প্রত্যেকবার r সংখ্যক জিনিস নিয়ে গঠিত সমাবেশ সংখ্যা।   এবং $^nC_{n-r} = n$ সংখ্যক জিনিস থেকে প্রত্যেকবার $(n-r)$ সংখ্যক জিনিস নিয়ে গঠিত সমাবেশ সংখ্যা
p সংখ্যক নির্দিষ্ট বস্তু সর্বদাই অন্তর্ভুক্ত করে n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন বস্তু থেকে প্রতিবার $r \geq p$ সংখ্যক বস্তু নিয়ে গঠিত সমাবেশ সংখ্যা: $^{n-p}C_{r-p}$
p সংখ্যক নির্দিষ্ট বস্তু সর্বদাই অন্তর্ভুক্ত না করে n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন বস্তু থেকে প্রতিবার r সংখ্যক বস্তু নিয়ে গঠিত সংখ্যা: $^{n-p}C_r$
n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন জিনিস থেকে প্রতিবারে অন্তত একটি জিনিস নিয়ে মোট সমাবেশ সংখ্যা নির্ণয়: $2^n - 1$
প্যাসকেলের অভেদ: $^nC_r + {^nC_{r-1}} = {^{n+1}C_r}$
বিন্যাস ও সমাবেশের মধ্যে সম্পর্ক: $\boxed{^nC_r \times r! = {^nP_r}}$

* n সংখ্যক বস্তু থেকে r সংখ্যক বস্তু বাছাই করার সং

$$^nC_r =$$

$$\boxed{^nC_r = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}}$$

$$^nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$\boxed{^nC_r = \frac{^nP_r}{r!}}$$

$$^6P_2 = 6\times 5 = 30$$

$$\boxed{^6C_2 = \frac{6\times 5}{2!} = 15}$$

$${}^{10}C_3 = \frac{10\times9\times8}{3\times2\times1} = 120$$

$${}^{10}C_7 = \frac{10\times9\times8\times\cancel{7}\times\cancel{6}\times\cancel{5}\times\cancel{4}}{\cancel{7}\times\cancel{6}\times\cancel{5}\times\cancel{4}\times3\times2\times1} = 120$$

$${}^{10}C_3 = {}^{10}C_7$$

$$n \quad r \qquad {}^{10}C_3 = {}^{10}C_{10-3}$$

$$\boxed{{}^{n}C_r = {}^{n}C_{n-r}}$$

$${}^{11}C_9$$

$${}^{11}C_{11-9}$$

$${}^{11}C_2 = 55$$

দল গঠন, বাছাই করা, কমিটি গঠন ইত্যাদি বিষয়ক সমস্যা

➲ একজন ব্যক্তির ১০ জন বন্ধু আছেন যাঁদের মধ্যে ৪ জন অনাত্মীয়। তিনি কত প্রকারে ৭ জন বন্ধুকে নিমন্ত্রণ করতে পারেন, যাঁদের মধ্যে ৪ জন আত্মীয় থাকবেন? **[৪৪তম বিসিএস লিখিত]**

অনাত্মীয় (৪) — ৩

আত্মীয় (৬) — ৪

ক)

∴ বাছাই সংখ্যা $= {}^4C_3 \times {}^6C_4$

$= 4 \times 15$

$= 60$

$\boxed{{}^6C_4 = {}^6C_2 = \frac{6\times5}{2} = 15}$

= ১৫

➲ ৫ জন মহিলা ও ৪ জন পুরুষের মধ্যে থেকে ২ জন পুরুষ এবং ১ জন মহিলা নিয়ে একটি দল কতভাবে বাছাই করা যেতে পারে? **[৪০তম বিসিএস লিখিত]**

মহিলা (5) পুরুষ (4)

ক) 1 2

বাছাই সংখ্যা $= {}^5C_1 \times {}^4C_2$

$= 5 \times 6$

$= 30$

$^6C_2 = \frac{6\times 5}{2}$

➲ 4 জন ভদ্র মহিলাসহ 10 ব্যক্তির মধ্য থেকে 5 জনের একটি কমিটি কত প্রকারে গঠন করা যেতে পারে । যেন প্রত্যেক কমিটিতে অন্ততঃপক্ষে 1 জন ভদ্র মহিলা থাকবে?

	মহিলা (4)	অন্যান্য (6)	বাছাই সংখ্যা
ক)	1	4	$^4C_1 \times {}^6C_4 = 60$
খ)	2	3	$^4C_2 \times {}^6C_3 = 120$
গ)	3	2	$^4C_3 \times {}^6C_2 = 60$
ঘ)	4	1	$^4C_4 \times {}^6C_1 = 6$

∴ মোট বাছাই সংখ্যা = 246

দল গঠন, বাছাই করা, কমিটি গঠন ইত্যাদি বিষয়ক সমস্যা

➲ ৪ জন বোলার ও ২ জন উইকেটরক্ষকসহ মোট ১৬ জন খেলোয়াড় থেকে ১১ জন খেলোয়াড় বাছাই করে একটি ক্রিকেট দল গঠন করেত হবে। অন্তত ৩ জন বোলার এবং অন্তত ১ জন উইকেটরক্ষক নিয়ে কত উপায়ে দল গঠন করা যেতে পারে? **[৪১তম বিসিএস লিখিত]**

বোলার - ৪, WK = 2
Bats (16 - (4+2)) = 10

H.W.

	বোলার (4)	WK (2)	Batsman (10)	বাছাই সংখ্যা
ক)	3	1	7	$^4C_3 \times {^2C_1} \times {^{10}C_7}$
খ)	3	2	6	$^4C_3 \times {^2C_2} \times {^{10}C_6}$
গ)	4	1	6	$^4C_4 \times {^2C_1} \times {^{10}C_6}$
ঘ)	4	2	5	$^4C_4 \times {^2C_2} \times {^{10}C_5}$

শব্দ গঠন সংক্রান্ত সাধারণ সমস্যাবলি

➲ THESIS শব্দটি হতে 4টি বর্ণ নিয়ে কত প্রকারে বাছাই করা যায় এবং কত প্রকারে শব্দ গঠন করা যায়?

সমাবেশ বিন্যাস

মোট বর্ণ = 6 টি

বাছাই করতে হবে = 4 টি

S = 2 টি

THIE → $^4C_3$

S S T H

S T H I

কেস	বাছাই সংখ্যা	শব্দ গঠন সংখ্যা
১) কোনও S থাকবে না	$^4C_4 = 1$	$^4P_4 = 4! = 24$
২) ১টি S থাকবে	$^4C_3 = 4$	$^4C_3 \times 4! =$
৩) 2টি S থাকবে	$^4C_2 = 6$	$^4C_2 \times \frac{4!}{2!} =$

H.W. H.W

শব্দ গঠন সংক্রান্ত সাধারণ সমস্যাবলি

➲ ১০টি জিনিসের মধ্যে ২টি একজাতীয় এবং বাকিগুলো ভিন্ন ভিন্ন। ওই জিনিসগুলো থেকে প্রতিবার ৫টি নিয়ে কত ভিন্ন ভিন্ন প্রকারে বাছাই করা যায় নির্ণয় করুন। [৪০তম বিসিএস লিখিত]

১) কোনও একজাতীয় নেই =

২) ১টি একজাতীয় আছে =

৩) ২টি একজাতীয় বাকিগুলো ভিন্ন =

সংখ্যা বাছাইয়ের ক্ষেত্রে সমাবেশ

$1+3+4 = 8$

$1+3+5 = 9$

➲ 1 হতে 30 সংখ্যাগুলোর যে তিনটির সমষ্টি জোড় তাদেরকে কত ভাবে বাছাই করা যায়?

জোড় সংখ্যা = 15 টি   বিজোড় সংখ্যা = 15

ক) তিনটি সংখ্যাই জোড় সংখ্যা হতে হবে

15টি ---- 3টি ---- $= \boxed{{}^{15}C_3} = \frac{15\times14\times13}{3\times2\times1} =$

খ) একটি সংখ্যা জোড় এবং 2টি সংখ্যা বিজোড় হলে তাদের সমষ্টি জোড় হয়

~~1+4+6~~

~~1+2+3~~

15টি জোড় ---- 1 ---- $= {}^{15}C_1$

15টি বিজোড় ---- 2 ---- $= {}^{15}C_2$

$\boxed{{}^{15}C_1 \times {}^{15}C_2}$

কিছু জিনিসকে গ্রহণ বা বর্জন বিষয়ক সমস্যা

➲ 8 জন বালক এবং 2 জন বালিকার মধ্য থেকে বালিকাদের (i) সর্বদা গ্রহণ করে (ii) সর্বদা বর্জন করে 6 জনের একটি কমিটি কত উপায়ে গঠন করা যাবে?

i) $8c_4 \times 2c_2 =$

ii) $8c_6$

ব্যক্তি বা গ্রুপে বিভক্তিকরণ বিষয়ক সমস্যা

➲ 6 জন খেলোয়াড়কে সমান সংখ্যক দুইটি দলে কত ভাবে বিভক্ত করা যায়?

১ম দল 3 ২য় দল 3

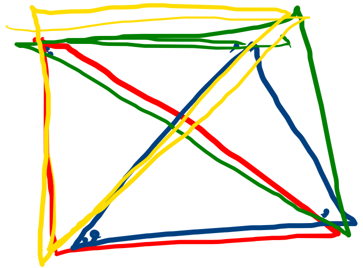
$\cancel{\boxed{{}^6C_3 \times {}^6C_3}}$

ক)

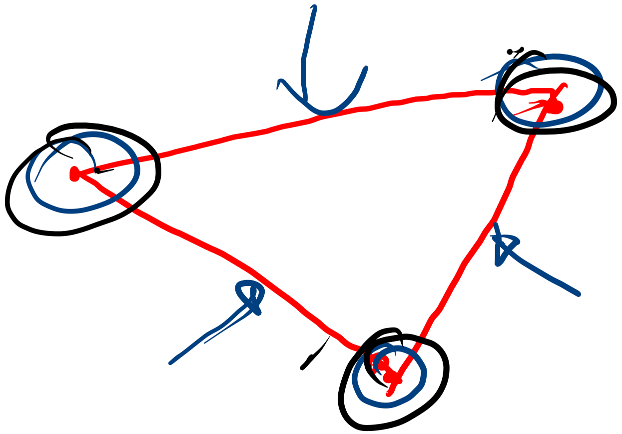
মোট সংখ্যা $= {}^6C_3 \times {}^3C_3$

ত্রিভুজ গঠন, চতুর্ভুজ গঠন ইত্যাদি বিষয়ক সমস্যা

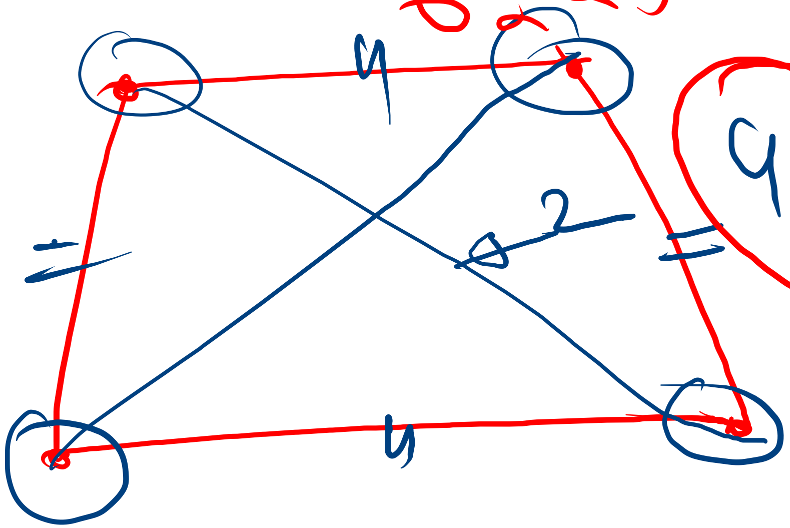
- n সংখ্যক কৌণিক বিন্দু থেকে গঠিত সরলরেখার সংখ্যা = $\boxed{^nC_2}$
- n সংখ্যক কৌণিক বিন্দু থেকে গঠিত ত্রিভুজের সংখ্যা = $\boxed{^nC_3}$
- n সংখ্যক কৌণিক বিন্দু বিশিষ্ট বহুভুজের কর্ণের সংখ্যা = $\boxed{^nC_2 - n}$



$^4C_3 = 4$



চতুর্ভুজ



$^4C_2 - 4 = 2$

ত্রিভুজ গঠন, চতুর্ভুজ গঠন ইত্যাদি বিষয়ক সমস্যা

➲ 16 বাহুবিশিষ্ট একটি বহুভুজের কৌণিক বিন্দুর রেখা দ্বারা কতগুলি ত্রিভুজ গঠন করা যায়? এ বহুভুজের কতগুলি কর্ণ আছে?

* 16 ---------- 16টি কৌণিক বিন্দু

$^{16}C_3$

$^{16}C_2 - 16$

ত্রিভুজ গঠন, চতুর্ভুজ গঠন ইত্যাদি বিষয়ক সমস্যা

➲ সাতটি ভিন্ন ভিন্ন সরলরেখার দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 1, 2, 3, 4, 5, 6 ও 7 সেন্টিমিটার। প্রমাণ করুন যে, চতুর্ভুজ গঠন করতে এদের চারটি সরলরেখা যত প্রকারে বাছাই করা যায় এর মোট সংখ্যা 32 ।

চতুর্ভুজ গঠন করতে ৪টি ————

7টি ———— ৪টি ———— $^7C_4 = 35$

চতুর্ভুজে 3 বাহুর সমষ্টি চতুর্থ বাহু অপেক্ষা বড় হবে

1, 2, 3, 7
ক) $1 + 2 + 3 = 6$, যা ৪র্থ বাহু 7 অপেক্ষা ছোট এক্ষেত্রে কোন ও চতুর্ভুজ গঠন হবে না

1, 2, 4, 7
খ) $1 + 2 + 4 = 7$, যা ৪র্থ --- 7 এর সমান ------

1, 2, 3, 6
গ) $1 + 2 + 3 = 6$, যা ৪র্থ -- 6 ------

চতুর্ভুজের সংখ্যা $= 35 - 3 = 32$

সম্ভাব্যতা

এক নজরে সম্ভাব্যতা সম্পর্কিত সূত্রাবলি

- **সম্ভাবতার সাধারণ সূত্রসমূহ:**

(i) কোনো কিছু ঘটার সম্ভাবনা $= \dfrac{\text{অনুকূল ফলাফল}}{\text{মোট ফলাফল}}$

(ii) কোনো A ঘটনা ঘটার সম্ভাব্যতার মান একটি বাস্তব সংখ্যা যার মান 0 ও 1 এর মধ্যে সীমাবদ্ধ অর্থাৎ $0 \leq P(A) \leq 1$

(iii) নিশ্চিত ঘটনার সম্ভাব্যতা 1

(iv) অসম্ভব ঘটনার সম্ভাব্যতা শূন্য

- **সম্ভাব্যতার পূরক সূত্র:** $P(A) + P(A') = 1$ বা, $P(A') = 1 - P(A)$ অর্থাৎ কোনো কিছু না ঘটার সম্ভাবনা = 1 – ঘটার সম্ভাবনা।

- **বর্জনশীল ঘটনার সূত্র:** $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

- **অবর্জনশীল ঘটনার সূত্র:** $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

- **স্বাধীন ঘটনার সূত্রসমূহ:**

✓ P(A এবং B) = $P(A) \times P(B)$

অর্থাৎ $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

✓ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - \{P(A) \times P(B)\}$

✓ দুইটি ঘটনা একই সাথে স্বাধীন ও বর্জনশীল হতে পারে না।

- **শর্তাধীন সম্ভাবনার সূত্রসমূহ:**

✓ দুইটি অনির্ভরশীল বা স্বাধীন ঘটনার ক্ষেত্রে সম্ভাবনার গুণন সূত্র: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ অথবা, $P(AB) = P(A) \times P(B)$

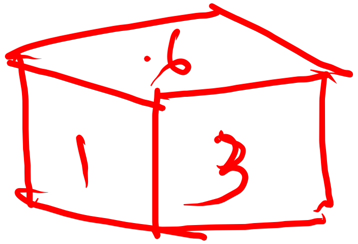
✓ দুইটি নির্ভরশীল বা অধীন ঘটনার ক্ষেত্রে সম্ভাবনার গুণন সূত্র: $P(A \cap B) = \dfrac{n(A \cap B)}{n(S)} = \dfrac{n(A \cap B)}{n(A)} \times \dfrac{n(A)}{n(S)} = P(A) \times P(B|A)$

সম্ভাব্যতা :

ঘটনা → 1 → $n(A)$

ঘটনাক্ষেত্র → 6 $= n(S)$

$$\boxed{P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}}$$



সম্ভাব্যতা

নমুনাক্ষেত্রের ধারণা:

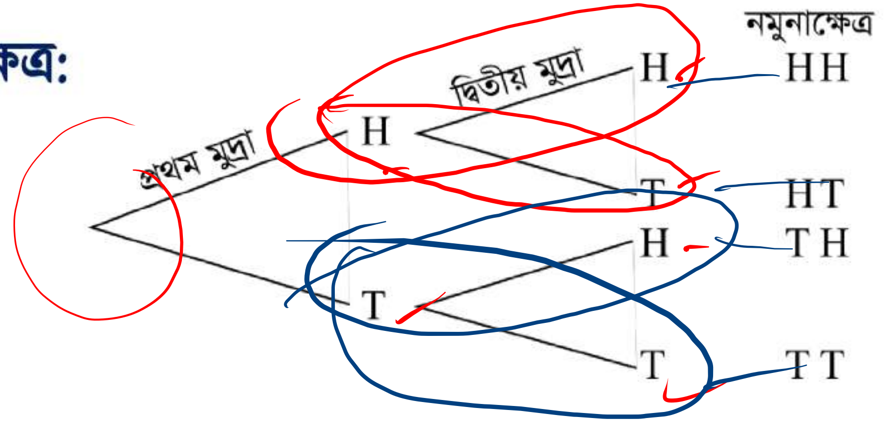
নমুনাক্ষেত্র তৈরি

সম্ভাবনা ট্রি | আয়তাকার সারণি পদ্ধতি

H T শাপলা কয়েন

(i) সম্ভাবনা ট্রি (Probability Tree) পদ্ধতি : সম্ভাবনা ট্রি ব্যবহার করে কয়েকটি নির্দিষ্ট পরীক্ষার সম্ভাব্য ফলাফল বা নমুনাক্ষেত্র দেখানো হলো:

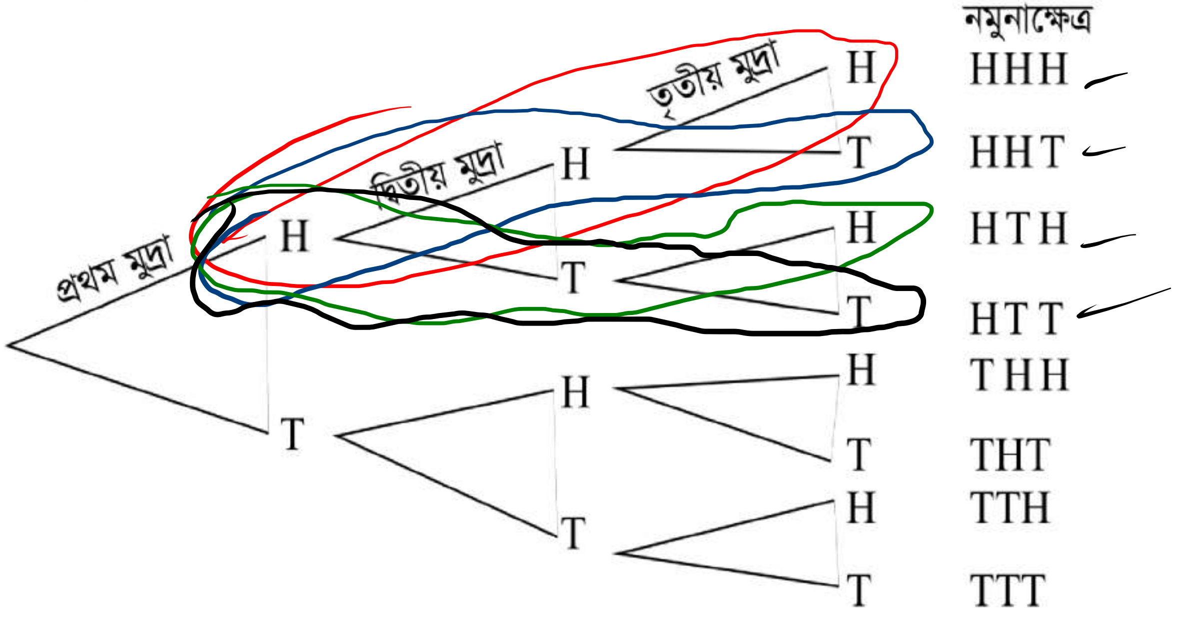
(a) দুইটি মুদ্রা নিক্ষেপের নমুনাক্ষেত্র:



HH, HT,
TH, TT

সুতরাং, দুইটি মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ পরীক্ষার নমুনাক্ষেত্র = {HH, HT, TH, TT}

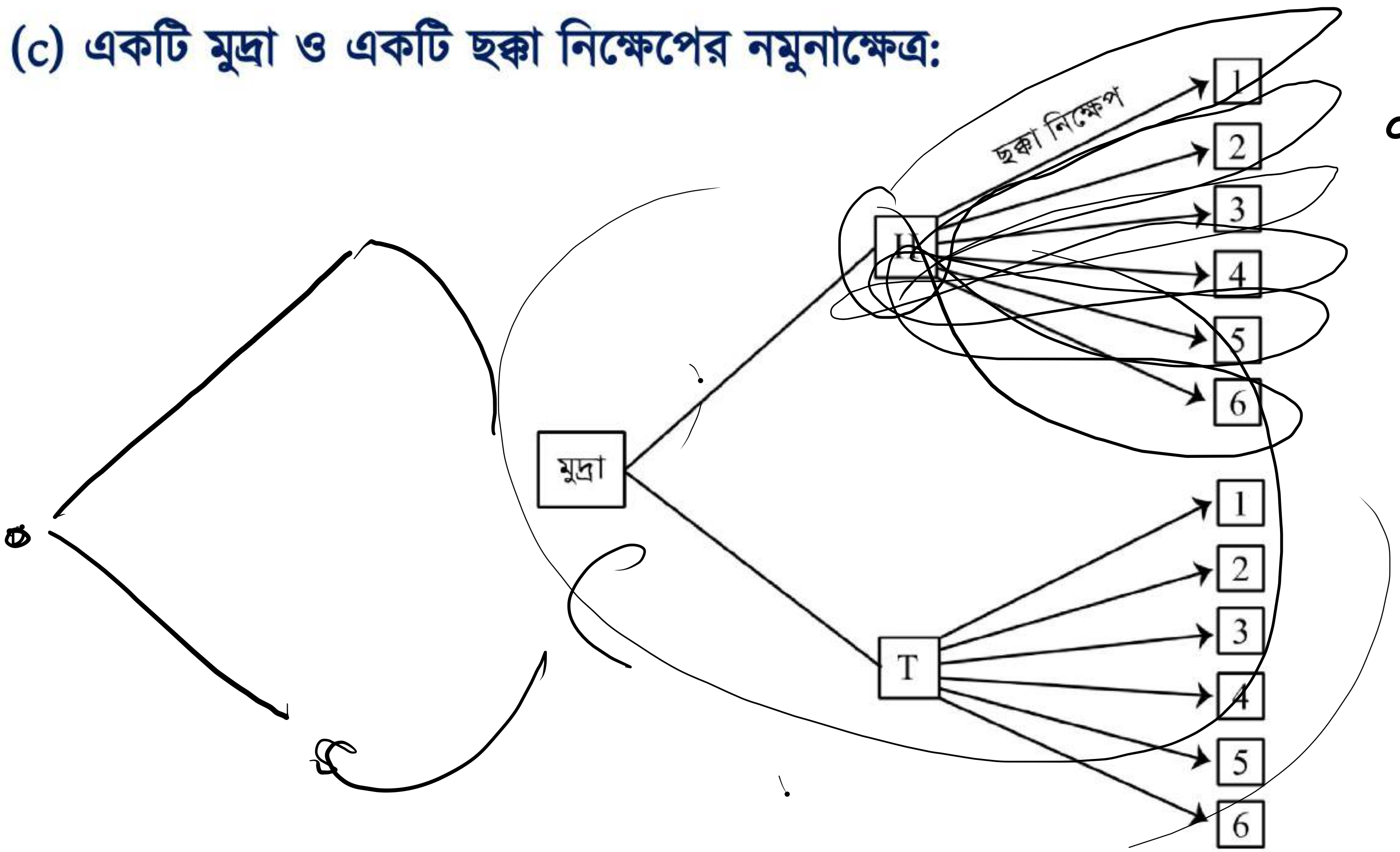
(৮) তিনটি মুদ্রা নিক্ষেপের নমুনাক্ষেত্র:



সুতরাং, তিনটি মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ পরীক্ষার নমুনাক্ষেত্র, S = {HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT}

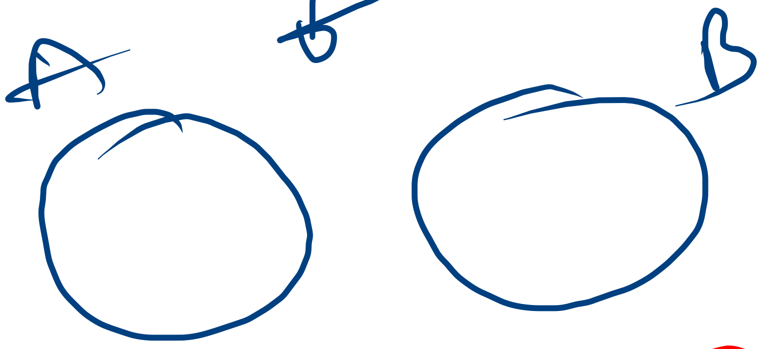
(c) একটি মুদ্রা ও একটি ছক্কা নিক্ষেপের নমুনাক্ষেত্র:

দুইটি মুদ্রা ও 1 টি ছক্কা



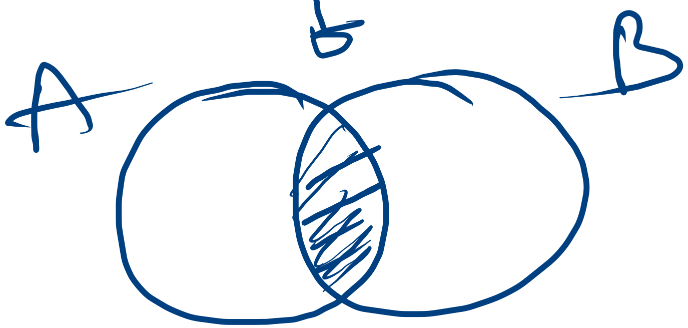
সুতরাং, একটি মুদ্রা ও একটি ছক্কা নিক্ষেপ পরীক্ষার নমুনাক্ষেত্র, S = {H1, H2, H3, H4, H5, H6, T1, T2, T3, T4, T5, T6}

বর্জনশীল ঘটনা



$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

অবর্জনশীল ঘটনা



$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

বর্জনশীল/অবর্জনশীল ঘটনা

➲ একজন ঠিকাদারের/প্রকৌশলীর প্লাম্বিং কাজের চুক্তি পাওয়ার সম্ভাব্যতা $\frac{২}{৩}$ এবং ইলেকট্রিক কাজের চুক্তি না পাওয়ার সম্ভাব্যতা $\frac{৫}{৯}$। যদি কমপক্ষে একটি কাজের চুক্তি পাওয়ার সম্ভাব্যতা $\frac{৪}{৫}$ হয়, তাহলে উভয় কাজের চুক্তি পাওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় করুন। [৪৪তম ও ৪০তম বিসিএস লিখিত]

Plumbing ------ $P(A) = \frac{2}{3}$.

Electric পাওয়ার $P(B) = 1 - \frac{5}{9} =$

$P(A \cup B) = \frac{4}{5}$.

$\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$\boxed{} + \boxed{} = 1$,

$P(A \cap B)$

(H.W)

বর্জনশীল/অবর্জনশীল ঘটনা

➲ 500 জন লোকের উপর জরিপ করে দেখা গেল যে, তাদের মধ্যে 50 জন অবজারভার পড়ে না এবং 25 জন ইত্তেফাক পড়ে না। আবার 10 জন দু'টি পত্রিকার কোনোটিই পড়ে না। একজন লোক নির্বিচারে নেওয়া হলো। লোকটি ইত্তেফাক পড়ে কিন্তু অবজারভার পড়ে না সম্ভাবনা কত? **[৩৬ তম বিসিএস লিখিত]**

$$P(A) = \frac{40}{500} = \frac{2}{25}$$

$n(S) = 500$

$n(A) = 40$

বর্জনশীল/অবর্জনশীল ঘটনা

➲ একটি বাক্সে বিভিন্ন আকারের 6টি সাদা, 7টি লাল এবং 9টি কালো বল আছে। এলোমেলোভাবে 3টি বল তুলে নেয়া হলো। বলগুলি লাল বা সাদা হওয়ার সম্ভাবনা কত?

মোট বল $= 6+7+9 = 22$ টি

22টি থেকে 3টি বল তোলা যায়, $n(S) = {}^{22}C_3$

3টি লাল বল ---- $n(A) = {}^{7}C_3$

∴ বলগুলি লাল হওয়ার সম্ভাবনা $= \dfrac{{}^{7}C_3}{{}^{22}C_3}$

---- $= {}^{6}C_3$

---- সাদা $= \dfrac{{}^{6}C_3}{{}^{22}C_3}$

---- লাল বা সাদা $= \bigcirc + \bigcirc$

সংখ্যা সম্পর্কিত বর্জনশীল/অবর্জনশীল ঘটনা

➲ 10 থেকে 30 পর্যন্ত সংখ্যা হতে যে কোনো একটিকে ইচ্ছামত নিলে সেই সংখ্যাটি মৌলিক, অথবা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় করুন।

$A = \{11, 13, 17, 19, 23, 29\}$ $n(A) = 6$ $n(S) = 21$

$B = \{10, 15, 20, 25, 30\}$, $n(B) = 5$

$P(A) = \frac{6}{21}$ $P(B) = \frac{5}{21}$

$\therefore$ ... $= \frac{6}{21} + \frac{5}{21}$

$= \frac{11}{21}$

সম্ভাব্যতার পূরক সূত্র

❖ সম্ভাব্যতার পূরক সূত্র: $\mathbf{P}(A) + \mathbf{P}(A') = \mathbf{1}$

বা, $\mathbf{P}(A') = \mathbf{1} - \mathbf{P}(A)$

❖ কোনো কিছু না ঘটার সম্ভাবনা $=$ $\mathbf{1} -$ ঘটার সম্ভাবনা।

$+ \square = 1$

সম্ভাব্যতার পূরক সূত্র

➲ যদি $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$, $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$ এবং $P(A) = \frac{1}{2}$ হয়, তবে $P(B^c)$ এর মান নির্ণয় করুন।

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(B) =$

H.W.

$P(B) + P(B^c) = 1$

$P(B^c) = \frac{1}{3}$

স্বাধীন/অধীন ঘটনা

- স্বাধীন ঘটনার ক্ষেত্রে, (i) P(A এবং B) = $P(A) \times P(B)$ অর্থাৎ $\boxed{P(A \cap B) = P(A) \times P(B)}$

(ii) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - \boxed{P(A) \times P(B)}$ $P(A \cap B)$

(iii) দুইটি ঘটনা একই সাথে স্বাধীন ও বর্জনশীল হতে পারে না।

- অধীন ঘটনার ক্ষেত্রে, $\boxed{P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A)}$

$P(A \cap B) = P(B) \times P(A|B)$

শর্তাধীন সম্ভাব্যতা

➢ **শর্তাধীন সম্ভাব্যতার ক্ষেত্রে,**

(i) B ঘটার সাপেক্ষে A ঘটার সম্ভাবনা, $P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$

(ii) A ঘটার সাপেক্ষে B ঘটার সম্ভাবনা, $P(B|A) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)}$

H H

$$P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

B ঘটে

স্বাধীন/অধীন ঘটনা

➲ একটি বাক্সে 5টি লাল ও 4টি সাদা ক্রিকেট বল এবং অপর একটি বাক্সে 3টি লাল ও 6টি সাদা ক্রিকেট বল আছে। প্রত্যেক বাক্স হতে একটি করে বল উঠালে হলে দুইটি বলের মধ্যে কমপক্ষে একটি লাল হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় করুন।

5R 4W — ১ম বক্স

3R 6W — ২য় বক্স

ক) 1R, 1R $= \frac{{}^5C_1}{{}^9C_1} \times \frac{{}^3C_1}{{}^9C_1} = \frac{15}{81}$

খ) 1R, 1W $= \frac{{}^5C_1}{{}^9C_1} \times \frac{{}^6C_1}{{}^9C_1} = \frac{30}{81}$

গ) 1W, 1R $= \frac{{}^4C_1}{{}^9C_1} \times \frac{{}^3C_1}{{}^9C_1} = \frac{12}{81}$

$\therefore = \frac{15}{81} + \frac{30}{81} + \frac{12}{81} = \frac{57}{81} = \frac{19}{27}$

শর্তাধীন সম্ভাব্যতা

➲ $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{3}$, এবং $P(B \mid A) = \frac{3}{5}$, হলে, (ক) $P(A \cap B)$ (খ) $P(A \mid B)$ এবং (গ) $P(A \cup B)$ এর মান নির্ণয় করুন।

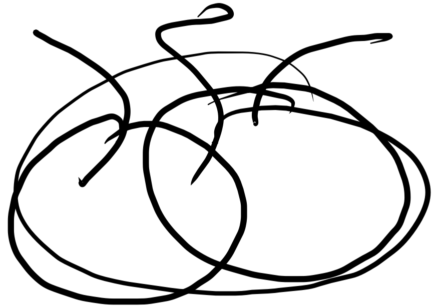
H.W :

শর্তাধীন সম্ভাব্যতা

➲ একটি পরীক্ষায় 30% ছাত্র গণিতে এবং 20% ছাত্র রসায়নে এবং 10% ছাত্র উভয় বিষয়ে ফেল করে। দৈবভাবে একজন ছাত্র নির্বাচন করলে (i) ছাত্রটি গণিতে ফেল করার সম্ভাবনা কত, যখন জানা আছে ছাত্রটি রসায়নে ফেল করেছে? (ii) ছাত্রটির কমপক্ষে একটি বিষয়ে ফেল করার সম্ভাবনা কত?

$P(M) = \frac{30}{100}$ $\quad P(C) = \frac{20}{100}$ $\quad P(M \cap C) = \frac{10}{100}$

i) $P(M/C) = \frac{P(M \cap C)}{P(C)} = \frac{1}{2}$



ii) $P(M \cup C) = P(M) + P(C) - P(M \cap C)$

$= \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$

➲ একটি মুদ্রা তিন বার টস করা হল। পর্যায়ক্রমে মুদ্রাটির হেড এবং টেইল পাবার সম্ভাবনা নির্ণয় করুন।

~~HTH~~
~~THT~~

নমুনাক্ষেত্র = HHH, HHT, HTH,

$n(S) =$ ৮টি

ধরি $n(A) = 2$

$\therefore$ $P(A) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ Ans.

বাক্স/থলে থেকে বল তোলা সম্পর্কিত

➲ একটি ব্যাগে 7টি লাল এবং 5টি সাদা বল আছে। নিরপেক্ষভাবে 4টি বল তোলা হলে তাদের মধ্যে 2টি লাল এবং 2টি সাদা বল হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় করুন।

7R
5W

মোট বল = 12টি

তুলতে হবে = 4 টি

$n(S) = {}^{12}C_4$

$n(A) = {}^{7}C_2 \times {}^{5}C_2$

$P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)}$

$= \dfrac{14}{33}$ Ans

H.W

পুনঃস্থাপন করা বা না করা

- **পুন:স্থাপন করা:** একটি সংখ্যা/বল/কার্ড তুলে সেটা পুনরায় রেখে দেওয়া হয়। অর্থাৎ মোট সম্ভাব্য ঘটনা ও ঘটে যাওয়া ঘটনা মানের পরিবর্তন হয় না।

- **পুন:স্থাপন না করা:** একটি সংখ্যা/বল/কার্ড তুলে সেটা পুনারায় রাখা হয় না। অর্থাৎ, মোট সম্ভাব্য ঘটনা ও ঘটে যাওয়া ঘটনার মান প্রতিবারে 1 কমে যায়।

পুনঃস্থাপন করা বা না করা

➲ একটি ব্যাগে 5টি সাদা, 7টি লাল এবং 8টি কালো বল আছে। যদি পুনঃস্থাপন না করে একটি একটি করে পর পর চারটি বল তুলে নেয়া হয় তবে, সবগুলি বল সাদা হবার সম্ভাবনা কত?

ক) $\frac{^5C_1}{^{20}C_1} = \frac{5}{20}$

খ) $\frac{^4C_1}{^{19}C_1} = \frac{4}{19}$

গ) $\frac{^3C_1}{^{18}C_1} = \frac{3}{18}$

ঘ) $\frac{^2C_1}{^{17}C_1} = \frac{2}{17}$

20টি

19

18

17

সম্ভাবনা $= \frac{5}{20} \times \frac{4}{19} \times \frac{3}{18} \times \frac{2}{17}$

H.W. =

তাস সম্পর্কিত

একটি তাসের প্যাকেটে মোট 52টি তাস বিদ্যমান। যেখানে চার প্রকারের তাস আছে।

Black	Red	Red	Black
Clubs (চিড়াতন)	Diamonds (রুইতন)	Hearts (হরতন)	Spades (ইস্কাপন)
কালো	লাল	লাল	কালো
১৩টি	১৩টি	১৩টি	১৩টি

Ace - টেক্কা

K

প্রতিটি Category তে 13টি Card থাকে-

A, K, Q, J, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2

তাসের প্যাকেটে Card থাকে:

Ace (A) ⟶ 4 টি	King (K) ⟶ 4 টি
Queen (Q) ⟶ 4 টি	Jack (J) ⟶ 4 টি
Red Ace ⟶ 2 টি	Black Ace ⟶ 2 টি
Red King⟶ 2 টি	Black King ⟶ 2 টি
Red Queen ⟶ 2 টি	Black Queen ⟶ 2 টি
লাল তাস ⟶ 26 টি	কালো তাস ⟶ 26 টি

সম্ভাব্যতার পূরক সূত্র

➲ 52 তাসের প্যাকেটে ~~4টি~~ টেক্কা আছে। নিরপেক্ষভাবে যে কোনো একখানা তাস টেনে টেক্কা না পাওয়ার সম্ভাবনা কত?

$52 - 4 = 48$

$P(A) = \frac{48}{52}$

$\frac{4}{52}$

$1 - \frac{4}{52}$

H.W.:

* লাল টেক্কা পাওয়ার সম্ভাবনা

মোট টেক্কা - 4

কালো - 2

লাল - 2

$\frac{2}{52} = \frac{1}{26}$

C.W.:

1। কালো হওয়ার সম্ভাবনা

$\frac{26}{52} = \frac{1}{2}$

বিবিধ

➲ একটি প্রতিষ্ঠানে প্রতিদিন 100টি বল্টু উৎপন্ন হয়। যেখানে A মেশিন 40টি, B মেশিন 35টি এবং C মেশিন 25টি বল্টু উৎপাদন করে । মেশিনগুলো যথাক্রমে 5%, 4% ও 3% ত্রুটিপূর্ণ বল্টু তৈরী করে। নিরপেক্ষ ভাবে একটা বল্টু তোলা হলে দেখা গেলো বল্টুটি ত্রুটিপূর্ণ। তবে ঐ বল্টুটি A মেশিন হতে আসার সম্ভাব্যতা কত?

A মেশিনে ত্রুটিপূর্ণ বল্টু = 40 এর 5% = 2

B " " " = 35 এর 4% = $\frac{7}{5}$

C " " " = 25 এর 3% = $\frac{3}{4}$

$n(S) = 2 + \frac{7}{5} + \frac{3}{4} =$

$n(A) = 2$

$P(A) =$

Thanks.

BCS কঠিন নয়; প্রস্তুতি যদি গোছানো হয়