

৪৫তম বিমিএম নির্ধিত ফুন্স কোর্স

গাণিতিক যুক্তি

লেখক: ob

টপিক:

ত্রিভুজ সংক্রান্ত উপপাদ্য, পিথাগোরাস সংক্রান্ত উপপাদ্য, বৃত্তসংক্রান্ত ও
চতুর্ভুজ সংক্রান্ত উপপাদ্য।

theorem

class 9 & 10 (Question)
class 6-8 (Basic)
উপপাদ্য
(1-50)

H.M.

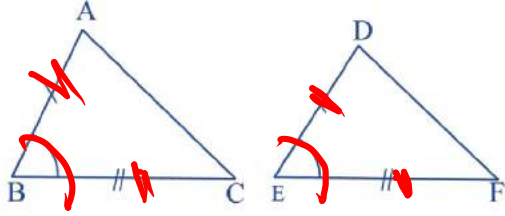
In general



ত্রিভুজের সর্বসমতা

- ⇒ **বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য:** যদি দুইটি ত্রিভুজের একটির দুই বাহু যথাক্রমে অপরটির দুই বাহুর সমান হয় এবং বাহু দুইটির অন্তর্ভুক্ত কোণ দুইটি পরস্পর সমান হয়। তবে ত্রিভুজ দুইটি সর্বসম।

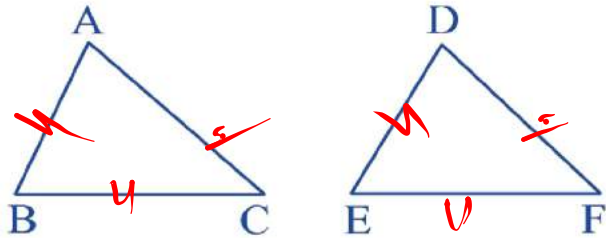
উদাহরণ :



- ✓ মনে করি, $\triangle ABC$ এবং $\triangle DEF$ এ $AB = DE$, $BC = EF$ এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle ABC = \angle DEF$ তাহলে, $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

- **বাহু-বাহু-বাহু উপপাদ্য :** যদি একটি ত্রিভুজের তিন বাহু অপর ত্রিভুজের তিন বাহুর সমান হয় তবে ত্রিভুজ দুইটি সর্বসম হবে।

উদাহরণ :

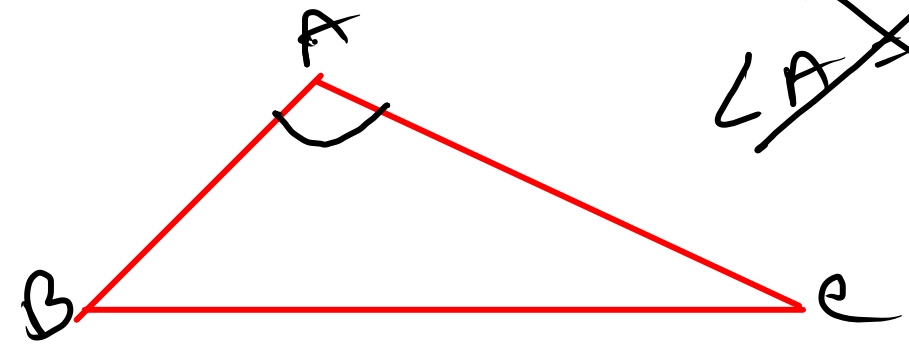
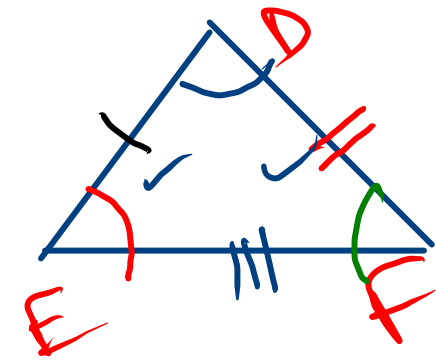
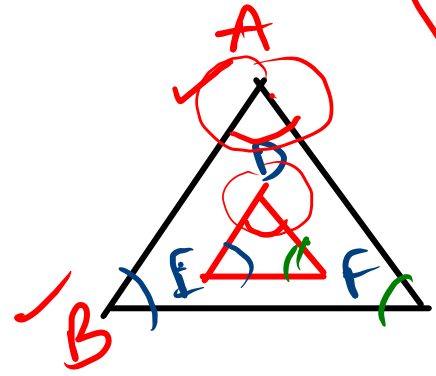
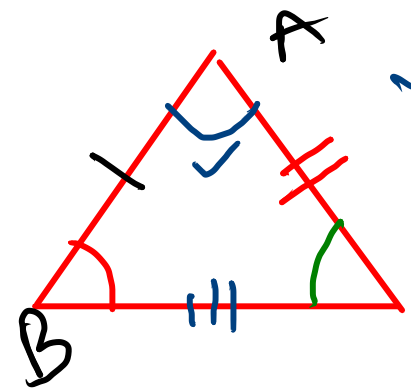


- মনে করি, $\triangle ABC$ এবং $\triangle DEF$ -এ $AB = DE$, $AC = DF$ এবং $BC = EF$ তাহলে, $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ [' \cong ' সর্বসমতার চিহ্ন]

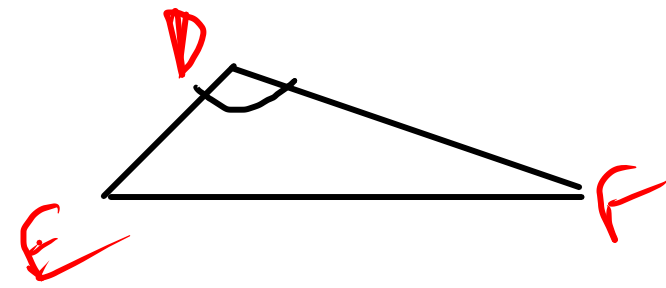
सदृशता

= 1

$$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$$



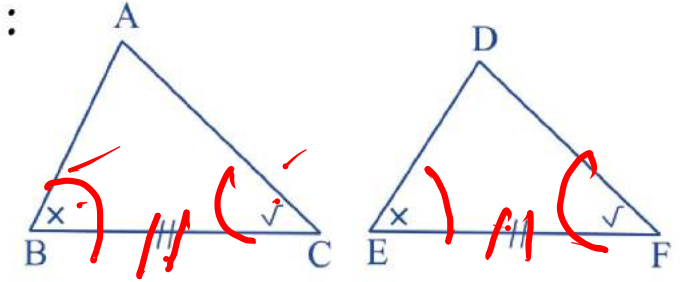
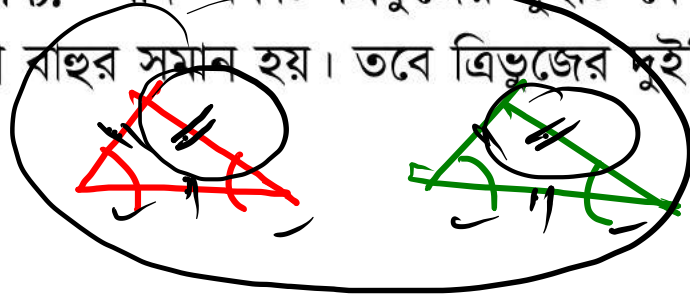
~~∠A = ∠F~~



$$\begin{aligned} \angle A &= \angle D \\ \angle B &= \angle E \\ \angle C &= \angle F \end{aligned}$$

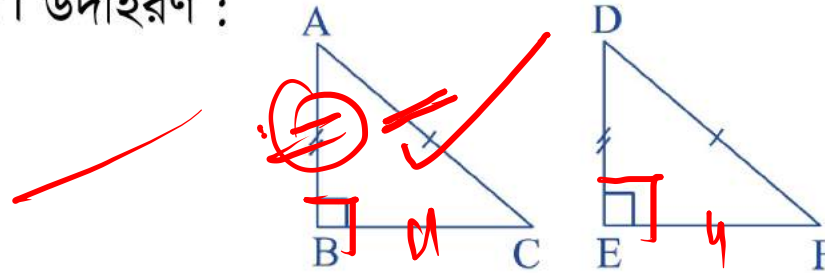
ত্রিভুজের সর্বসমতা

- কোণ-বাহু-কোণ উপপাদ্য: যদি একটি ত্রিভুজের দুইটি কোণ ও এদের সংলগ্ন বাহু যথাক্রমে অপর একটি ত্রিভুজের দুইটি কোণ ও তাদের সংলগ্ন বাহুর সমান হয়। তবে ত্রিভুজের দুইটি সর্বসম হবে। উদাহরণ :



মনে করি, $\triangle ABC$ এবং $\triangle DEF$ - এ $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$ এবং কোণদ্বয়ের সংলগ্ন, BC বাহু = অনুরূপ EF বাহু
তাহলে, $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

- অতিভুজ - বাহু উপপাদ্য: দুইটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজদ্বয় সমান হলে এবং একটির এক বাহু অপরটির অপর এক বাহু সমান হলে, ত্রিভুজদ্বয় সর্বসম। উদাহরণ :

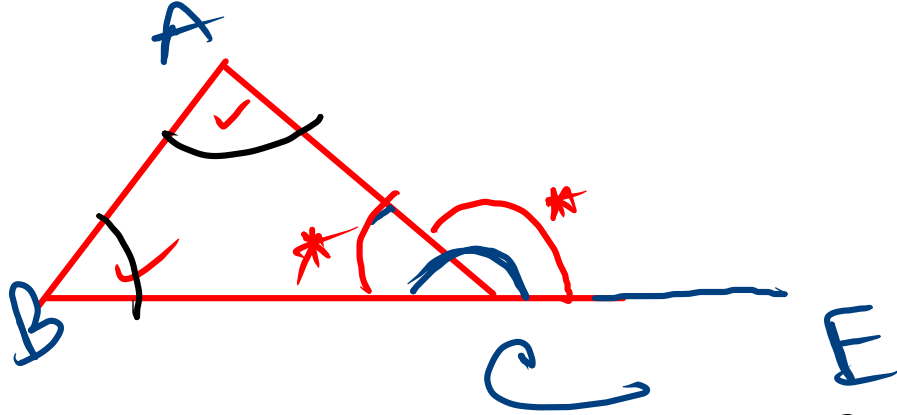


মনে করি, $\triangle ABC$ এবং $\triangle DEF$ সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের অতিভুজ $AC =$ অতিভুজ DF এবং $AB = DE$
তাহলে, $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ [সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণের বিপরীত বাহুকে অতিভুজ বলে]

রেখা ও কোণ সম্পর্কিত উপপাদ্য

~~প্রমাণ~~ প্রমাণ করুন যে, একটি ত্রিভুজের একটি বাহু বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয় তা অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের যোগফলের সমান।

[১৮তম বিসিএস লিখিত]



~~প্রমাণ~~

$$\angle ACE = \angle BAC + \angle ABC$$

প্রমাণ

$$\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ \quad \text{--- (1)}$$

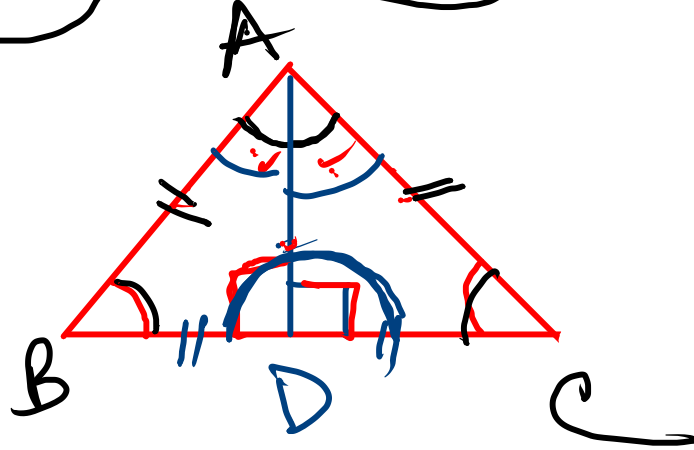
$$\angle ACB + \angle ACE = 180^\circ \quad \text{--- (2)}$$

$$(1) - (2)$$

ত্রিভুজের সর্বসমতা

প্রমাণ করুন যে, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের শিরঃকোণের সমদ্বিখন্ডক ভূমিকেও সমদ্বিখন্ডিত করে এবং ভূমির উপর লম্ব।

[৪৩তম বিসিএস লিখিত]



বি. নি.

$AB = AC$

$\angle BAD = \angle CAD$

প্রমাণ \rightarrow $BD = DC$

$AD \perp BC$

প্রমাণ \rightarrow $\triangle ABD \cong \triangle ACD$
 $AB = AC$

$AD = AD$, $\angle BAD = \angle CAD$
 $\triangle ABD \cong \triangle ACD \therefore BD = DC$
 $\angle ADB = \angle ADC$

শিরঃকোণ
 $\angle ADB + \angle ADC = 180^\circ$
 $\angle ADB + \angle ADB = 180^\circ$
 $\angle ADB = 90^\circ$
 $\therefore AD \perp BC$

ত্রিভুজের বাহু ও কোণ সম্পর্কিত উপপাদ্য

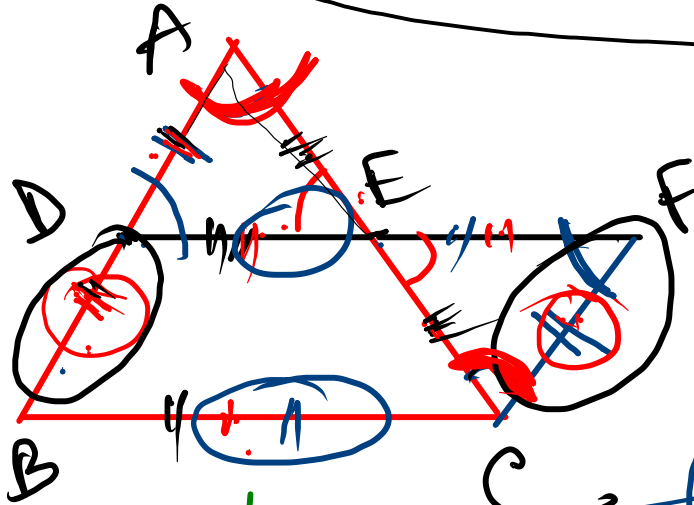
প্রমাণ করুন যে, ত্রিভুজের যে কোনো দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল এবং অর্ধেক।

[৩১তম বিসিএস লিখিত]

অথবা, $\triangle ABC$ এর D এবং E যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু। $AD = BD$

প্রমাণ করুন যে, $DE \parallel BC$ এবং $DE = \frac{1}{2} BC$ । $AE = CE$

[৪১তম বিসিএস লিখিত]



অর্থাৎ DE (কি F দর্শন) চর্চিত করে গুল
 এবং F মোগ করি,
 $DE = EF$

$\triangle ADE$ এবং $\triangle CEF \Rightarrow DE = EF, AE = CE$
 $\angle AED = \angle CEF$

$\triangle ADE \cong \triangle CEF$

$CF = AD$

$\angle DAE = \angle ECF$ সা একত্রি (শোণ)
 $\therefore AB \parallel CF \therefore BD = CF$

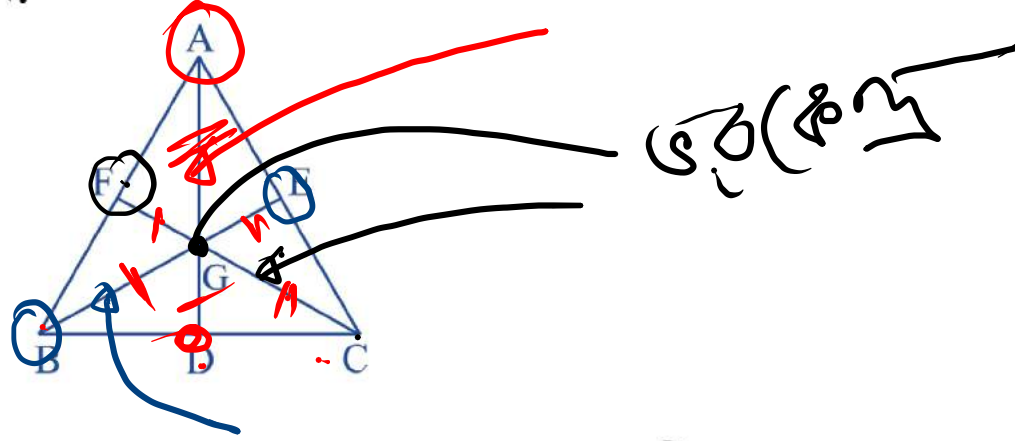
$DE \parallel BC$

$AD = DB, AE = EC$
 $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$
 $\therefore BC \parallel DE$

$BC = DF$
 $BC = 2DE$
 $DE = \frac{1}{2} BC$

মধ্যমা সম্পর্কিত উপপাদ্য

- **ত্রিভুজের মধ্যমা**: যে কোনো ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু হতে তার বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোগ রেখাংশকে ত্রিভুজটির মধ্যমা বলে। উদাহরণ:



চিত্রে, ABC ত্রিভুজের BC, CA ও AB বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D, E ও F। সুতরাং AD, BE ও CF ত্রিভুজটির তিনটি মধ্যমা।

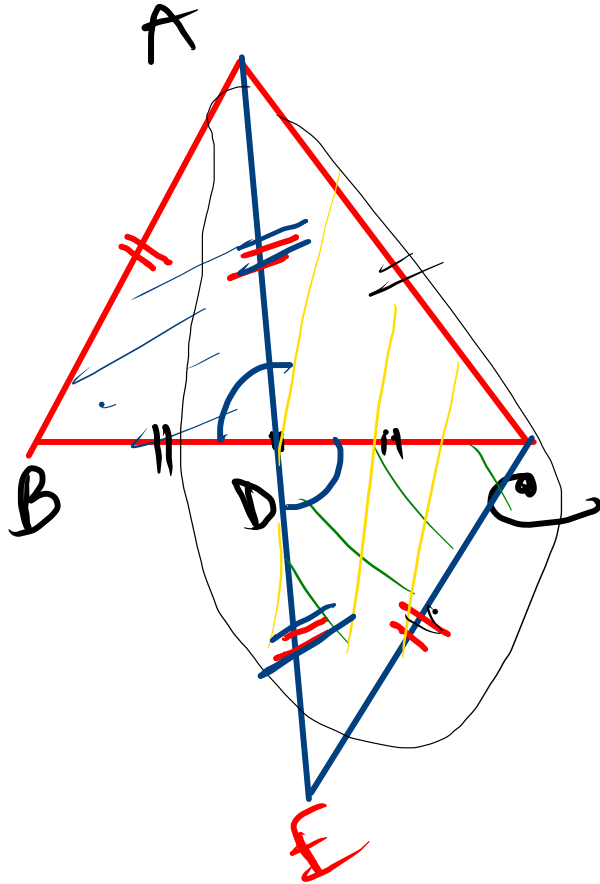
- মধ্যমাত্রয়ের ছেদ বিন্দুকে ভর কেন্দ্র বলে। চিত্রে, G ত্রিভুজটির ভর কেন্দ্র।
- ভরকেন্দ্রে মধ্যমাত্রয় 2 :1 অনুপাতে অন্ত:বিভক্ত হয়।

অর্থাৎ $AG : GD = BG : GE = CG : GF = 2 : 1$

মধ্যমা সম্পর্কিত উপপাদ্য

→ ΔABC এর BC বাহুর মধ্যবিন্দু D হলে, প্রমাণ করুন যে, $AB + AC > 2AD$.

[১৭তম ও ২০তম বিসিএস লিখিত]



$AD = DE$, C, E (এক সরল রেখায়)

প্রমাণ:

$\Delta ABD \cong \Delta CDE$

$AD = DE$

$BD = DC$

$\angle ADB = \angle CDE$

$\therefore \Delta ABD \cong \Delta CDE$

$\therefore AB = CE$

$\Delta ACE \Rightarrow$

$AC + CE > AE$

$AB + AC > 2AD$

মধ্যমা সম্পর্কিত উপপাদ্য

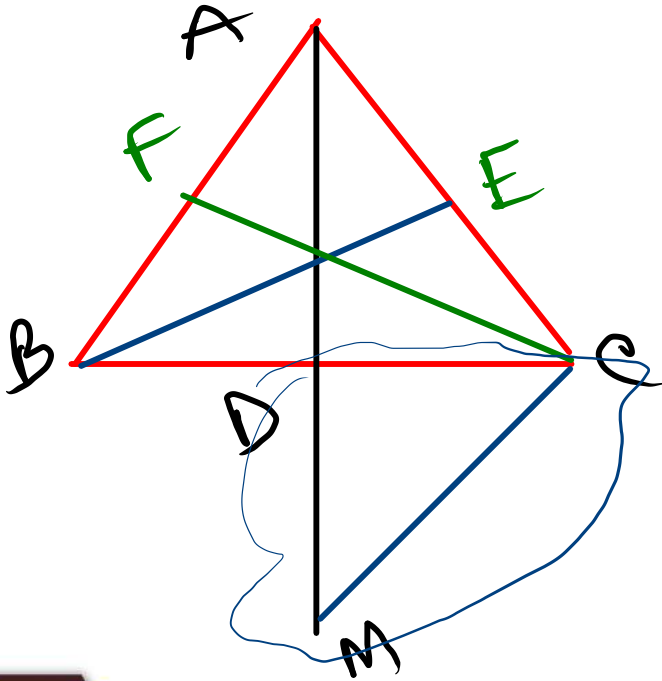
⇒ ABC ত্রিভুজের AD, BE, CF তিনটি মধ্যমা। প্রমাণ করুন যে, $(AB + BC + CA) > (AD + BE + CF)$.

[৩৬তম বিসিএস লিখিত]

অথবা

প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের সমষ্টি তার পরিসীমা অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।

$$(AD + BE + CF) < (AB + BC + CA)$$



যা(খ)ে দু'টি দু'টি

$$AB + AC > 2AD \quad \text{--- (1)}$$

একইভাবে প্রমাণ করে নি(২)

$$AB + BC > 2BE \quad \text{--- (2)}$$

$$AC + BC > 2CF \quad \text{--- (3)}$$

$$(1) + (2) + (3)$$

$$2(AB + BC + CA) >$$

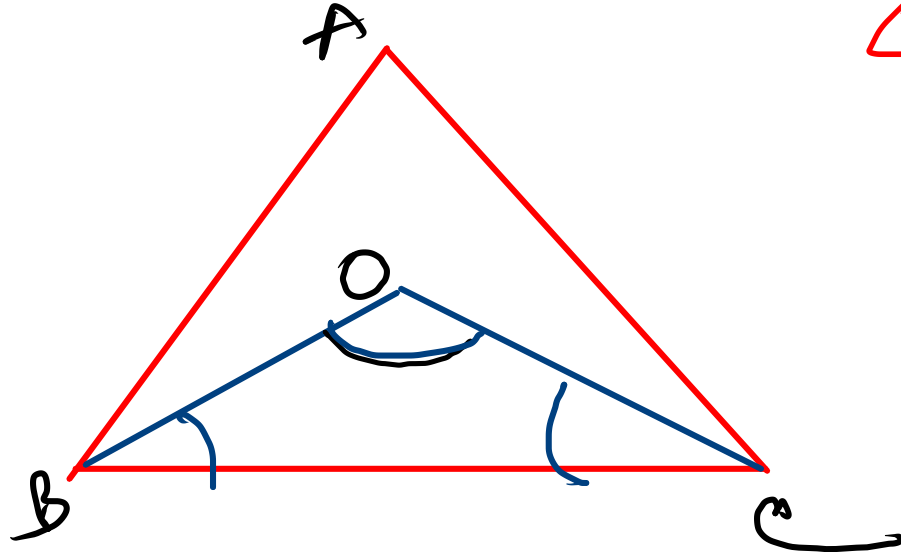
$$2(AD + BE + CF)$$

$$AB + BC + CA > AD + BE + CF$$

কোণের সমদ্বিখণ্ডক সম্পর্কিত উপপাদ্য

⇒ $\triangle ABC$ এর $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়। প্রমাণ করুন যে, $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$

[৪১তম বিসিএস লিখিত]



$\triangle ABC$

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 90^\circ \quad \text{--- (1)}$$

$\triangle BOC$

$$\angle BOC + \angle OBC + \angle OCB = 180^\circ$$

$$\angle BOC + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 180^\circ \quad \text{--- (2)}$$

$$\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$$

কোণের সমদ্বিখণ্ডক সম্পর্কিত উপপাদ্য

→ ABC ত্রিভুজের $\angle B$ এবং $\angle C$ এর বহির্দ্বিখণ্ডক O বিন্দুতে মিলিত হলে $\angle BOC =$ কত?

$$90^\circ - \frac{1}{2} \angle A$$

[১৭তম, ২২তম ও ৩২তম বিসিএস লিখিত]

$$\angle BOC = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A$$

Break

8:14 pm

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\frac{1}{2} \angle A + \frac{1}{2} \angle B + \frac{1}{2} \angle C = 90^\circ \quad \text{--- (1)}$$

$\triangle BOE$

$$\angle BOE + \angle OBC + \angle OCB = 180^\circ$$

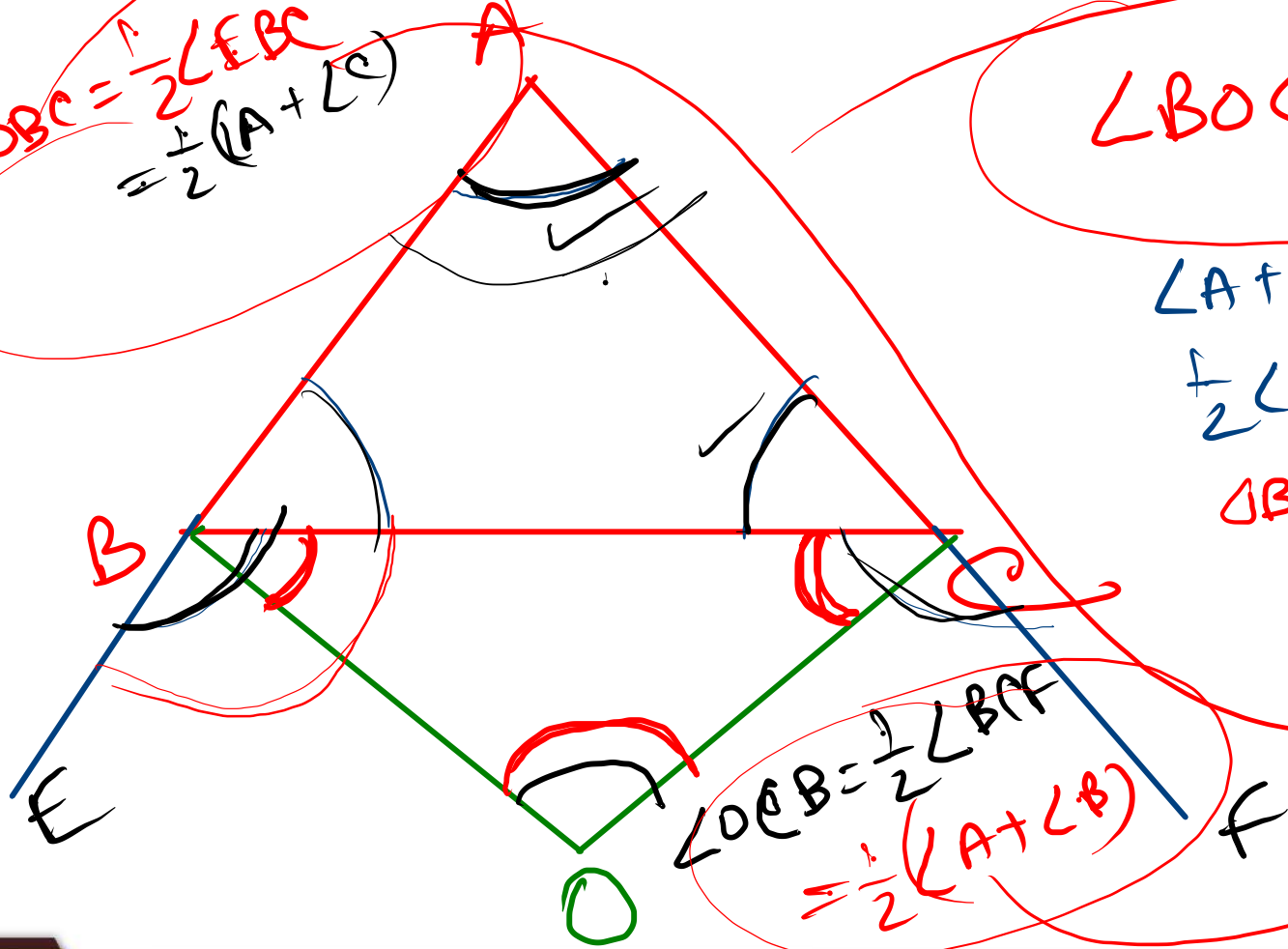
$$\angle OBC = \frac{1}{2} \angle EBC$$

$$= \frac{1}{2} (\angle A + \angle C)$$

$$\angle OCB = \frac{1}{2} \angle BCF$$

$$= \frac{1}{2} (\angle A + \angle B)$$

$$\angle BOC = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A$$

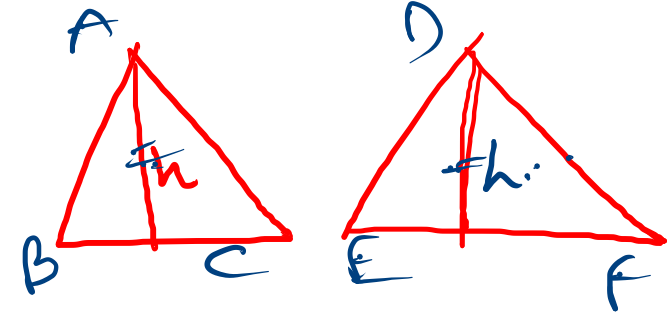


ত্রিভুজের অনুপাত ও সদৃশ্যতা

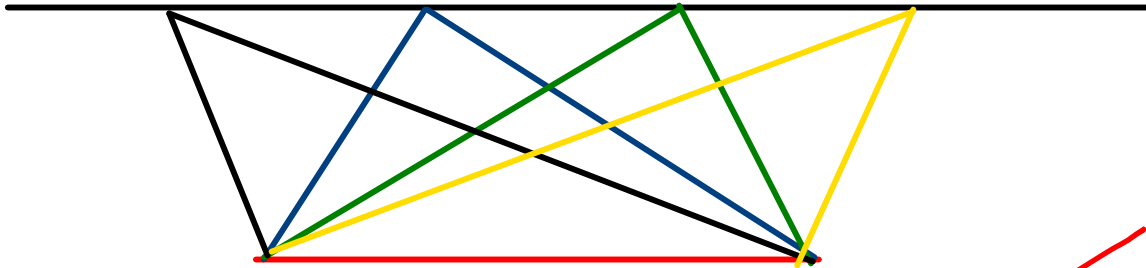
➤ দুইটি ত্রিভুজক্ষেত্রের উচ্চতা সমান হলে এদের ক্ষেত্রফল ও ভূমি সমানুপাতিক।

➤ দুইটি ত্রিভুজক্ষেত্রের ভূমি সমান হলে এদের ক্ষেত্রফল ও উচ্চতা সমানুপাতিক।

➤ একই ভূমির উপর এবং দুইটি সমান্তরাল রেখার মধ্যে অবস্থিত সকল ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সমান।



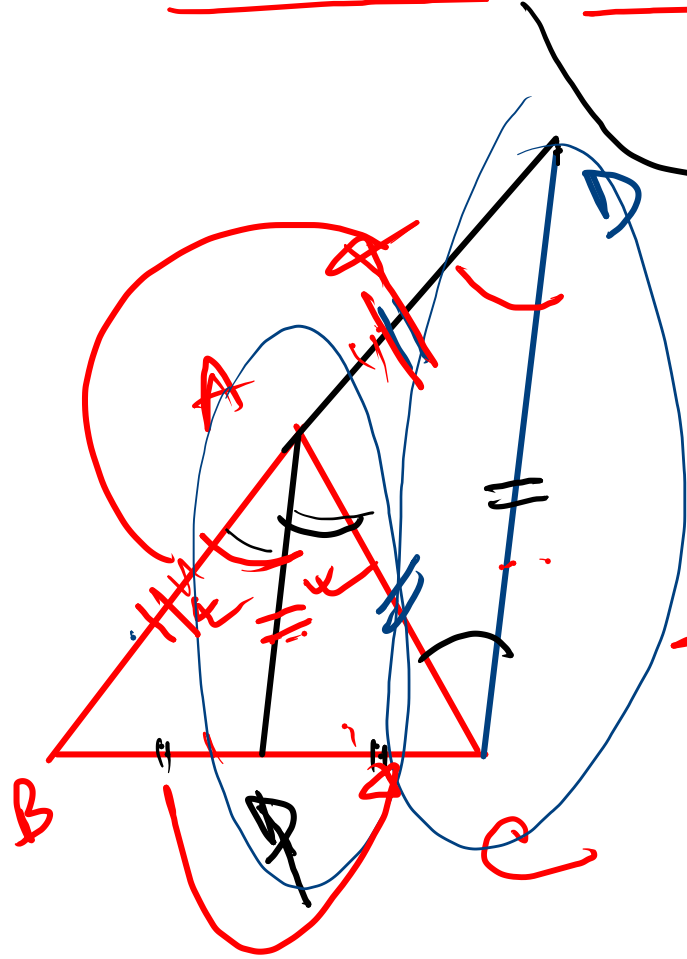
$$\frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{BC}{EF}$$



ত্রিভুজের অনুপাত সম্পর্কিত উপপাদ্য

⇒ $\triangle ABC$ -এর $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AP , BC -কে P বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করুন যে, $BP:PC = BA:AC$

[৪০তম বিসিএস লিখিত]



$$\angle BAP = \angle CAP$$

$$\frac{BP}{PC} = \frac{BA}{AC}$$

প্রমাণ:

$AP \parallel CD$ যাঁহি

বর্ধিত করলে D বিন্দুতে

যেহা AB এর

$$\angle ACD = \angle ADC$$

$$\triangle ACD \sim AC = AD$$

প্রমাণ:
 $AP \parallel CD$

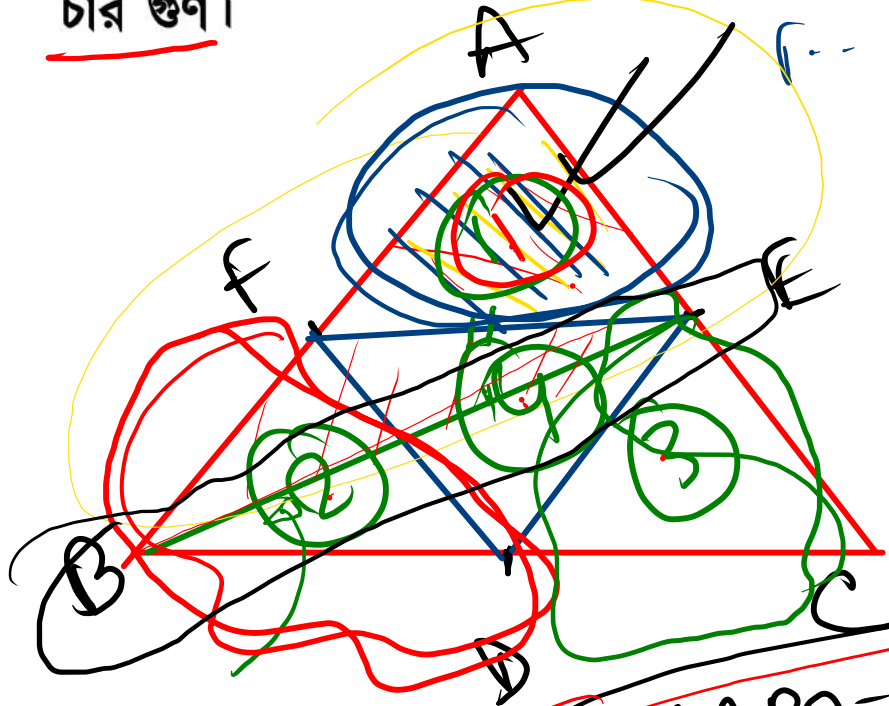
$$\begin{aligned} \angle PAC &= \angle ACD \\ \angle BAP &= \angle ADC \end{aligned}$$

$$\frac{BA}{AD} = \frac{BP}{PC}$$

$$\frac{BA}{AC} = \frac{BP}{PC}$$

ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত উপপাদ্য

⇒ প্রমাণ করুন যে, একটি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ঐ ত্রিভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু দিয়ে গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের চার গুণ। [৪১তম বিসিএস লিখিত]



$$\Delta ABC = 4 \Delta DEF$$

EF, ΔABE - ২০ মধ্যম

$$\Delta BEF = \Delta AEF$$

$$\Delta AEF = \frac{1}{2} \Delta ABE$$

এইরূপে, $\Delta BDF = \frac{1}{4} \Delta ABC$

$$\Delta CED = \frac{1}{4} \Delta ABC$$

$$\Delta ABC = 1, BE \text{ মধ্যম}$$

$$\Delta ABE = \frac{1}{2} \Delta ABC$$

$$2 \Delta AEF = \frac{1}{2} \Delta ABC$$

$$\Delta AEF = \frac{1}{4} \Delta ABC$$

$$\Delta ABC = \Delta AEF + \Delta BDF + \Delta CDE + \Delta DEF$$

$$\Delta ABC = \frac{1}{4}\Delta ABC + \frac{1}{4}\Delta ABC + \frac{1}{4}\Delta ABC + \Delta DEF$$

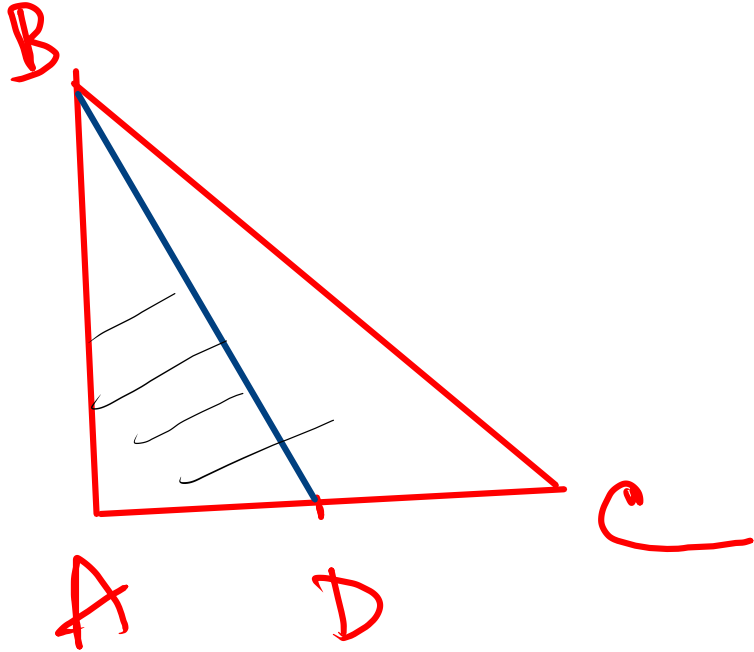
$$\frac{1}{4}\Delta ABC = \Delta DEF$$

$$\Delta ABC = 4 \cdot \Delta DEF$$

পিথাগোরাস সংক্রান্ত উপপাদ্য

- ⇒ ABC ত্রিভুজে $\angle A =$ এক সমকোণ, AC এর উপর D একটি বিন্দু।
তাহলে প্রমাণ করুন যে, $BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$.

[৩২তম ও ৩৪তম বিসিএস লিখিত]



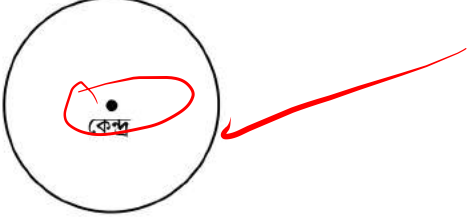
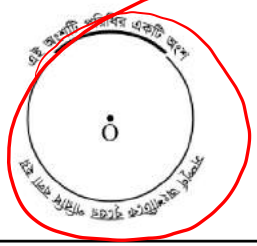
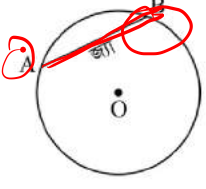
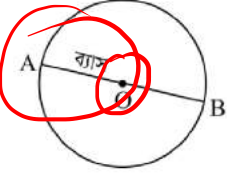
$$\triangle ABC \rightarrow 1 \\ BC^2 = AC^2 + AB^2 \quad \text{--- (1)}$$

$$\triangle ABD \rightarrow 2 \\ BD^2 = AD^2 + AB^2 \quad \text{--- (2)}$$

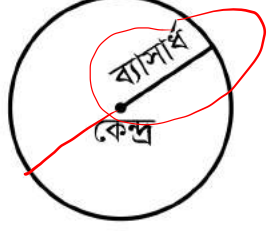
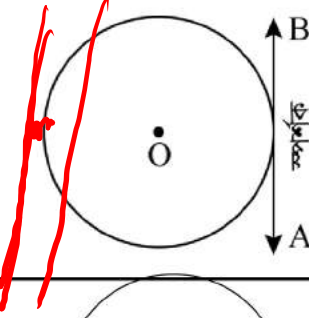
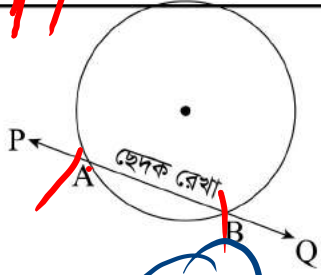
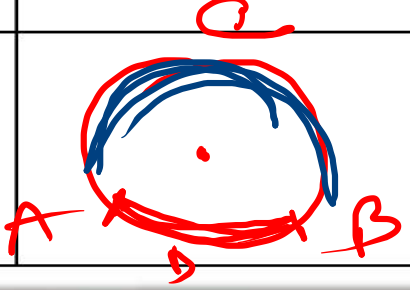
$$\text{(1) - (2)}$$

$$BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$$

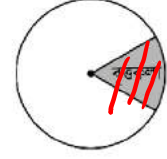

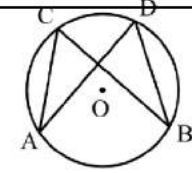
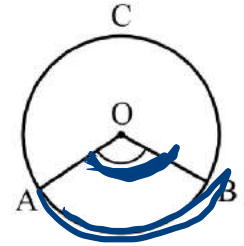
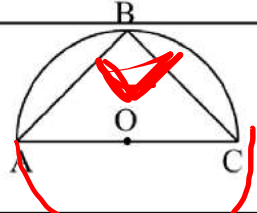
বৃত্ত সংক্রান্ত উপপাদ্য

বৃত্তাংশের নাম	চিত্র
বৃত্ত (Circle)	
বৃত্তের পরিধি (Circumference)	
জ্যা (Chord)	
ব্যাস (Diameter)	

বৃত্ত সংক্রান্ত উপপাদ্য

বৃত্তাংশের নাম	চিত্র
ব্যাসার্ধ (Radius)	
স্পর্শক (Tangent) কুর্নামত ১টি বিন্দুতে হেঁচ বসতে	
ছেদক রেখা (Secant)	
বৃত্তচাপ (Arc)	

বৃত্ত সংক্রান্ত উপপাদ্য

বৃত্তাংশের নাম	চিত্র
বৃত্তকলা (Sector)	
বৃত্তের ক্ষেত্রফল (Area of a Circle)	
বৃত্তস্থ কোণ (Inscribed Angle)	
কেন্দ্রস্থ কোণ (Central Angle)	
অর্ধবৃত্তস্থ কোণ (Angle in a Semicircle)	

বৃত্ত সংক্রান্ত উপপাদ্য

প্রমাণ করুন, বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক।

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB$$

OC কে (মাঝ লেহে D বিন্দুতে

গঠিত হলে,
 $\angle OCA = \angle OAC$

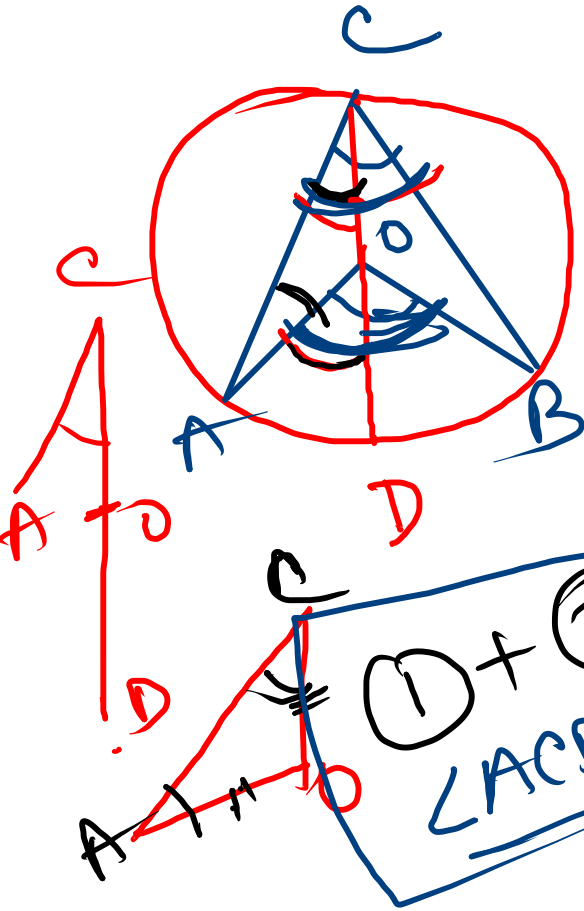
$\triangle AOC \rightarrow$

$$\begin{aligned} \angle AOD &= \angle OAC + \angle OCA \\ &= \angle OCA + \angle OCA \\ &= 2\angle OCA \end{aligned}$$

$$\therefore \angle ACD = \frac{1}{2} \angle AOD \quad \text{--- (1)}$$

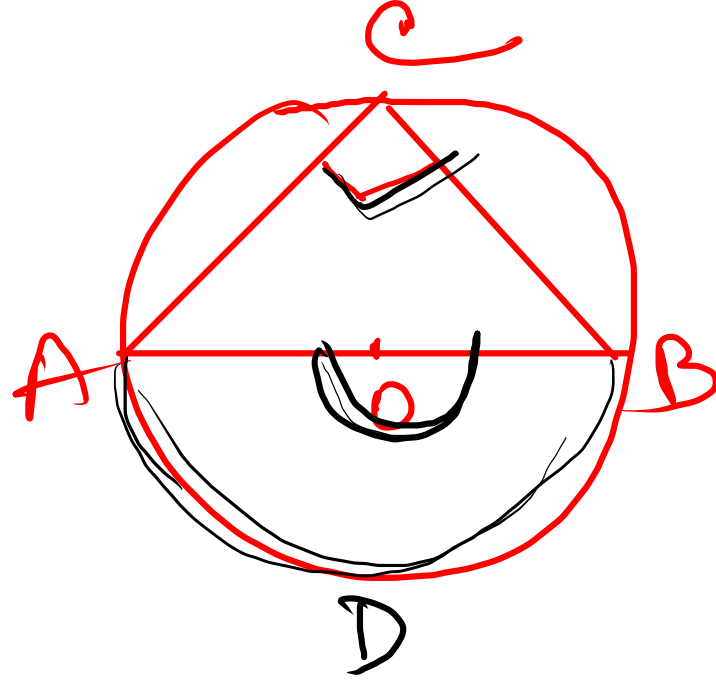
একই উপপাদ্যে,
 $\angle BCD = \frac{1}{2} \angle BOD \quad \text{--- (2)}$

(1) + (2)
 $\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB$



বৃত্ত সংক্রান্ত উপপাদ্য

⇒ প্রমাণ করুন, অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ।



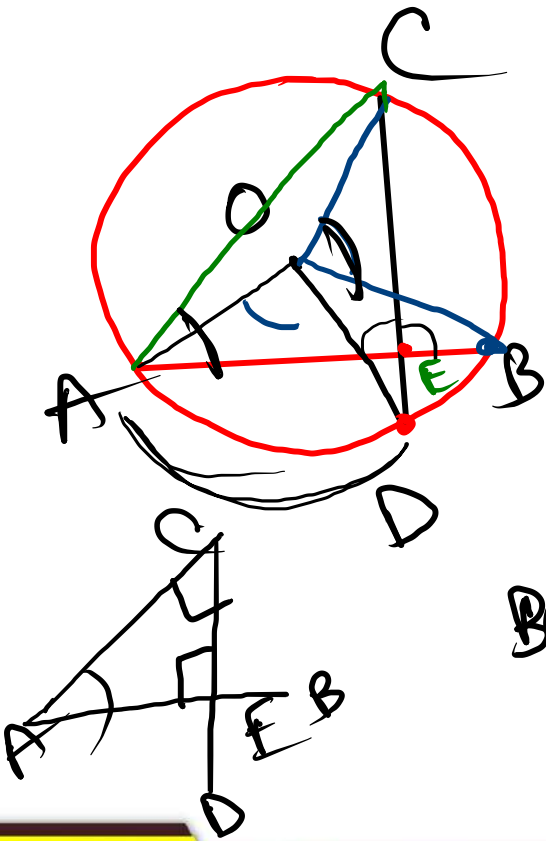
$$\begin{aligned}\angle ACB &= \frac{1}{2} \angle AOB \\ &= \frac{1}{2} \times 180^\circ \\ &= 90^\circ\end{aligned}$$



বৃত্ত সংক্রান্ত উপপাদ্য

⇒ O কেন্দ্র বিশিষ্ট কোন বৃত্তের AB ও CD জ্যা দুটি বৃত্তের অভ্যন্তরে অবস্থিত কোনো বিন্দুতে সমকোণে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ করুন যে, $\angle AOD + \angle BOC =$ দুই সমকোণ।

[৪১তম, ৩৫তম বিসিএস লিখিত]



প্রমাণঃ

AD চাপে

$$\angle AOD = 2 \angle ACD$$

$$\angle AOD = 2 \angle ACE \text{ --- (1)}$$

BC চাপে

$$\angle BOC = 2 \angle BAC$$

$$\angle BOC = 2 \angle EAC \text{ --- (2)}$$

(1) + (2)

$$\angle AOD + \angle BOC = 2(\angle ACE + \angle EAC)$$

$\triangle AEC$ - এ

$$\angle ACE + \angle EAC + \angle AEC = 180^\circ$$

$$\therefore \angle ACE + \angle EAC = 90^\circ$$

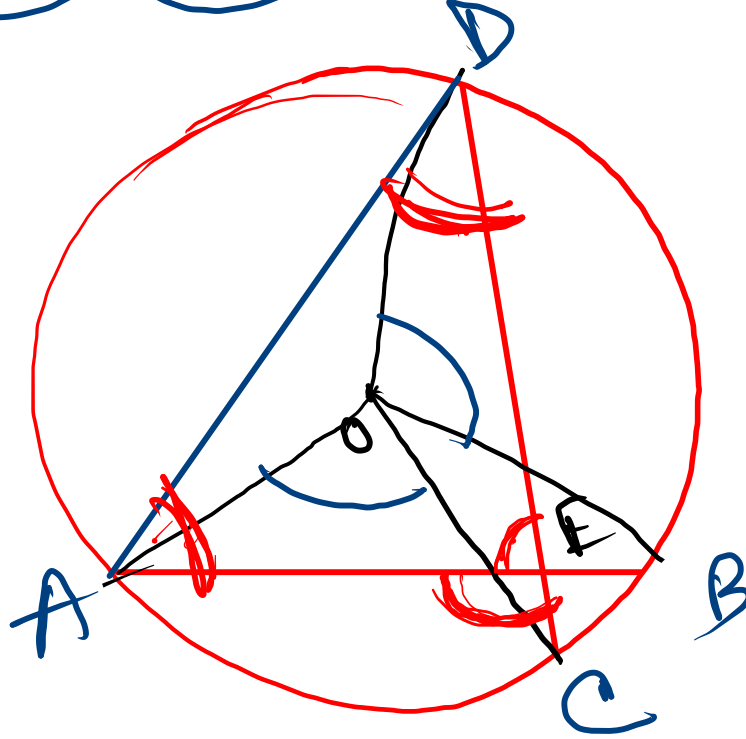
বৃত্ত সংক্রান্ত উপপাদ্য

⇒ O কেন্দ্রবিশিষ্ট কোনো বৃত্তের AB ও CD জ্যা দুটি বৃত্তের অভ্যন্তরস্থ E বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ করুন যে,

$$\angle AEC = \frac{1}{2} (\angle BOD + \angle AOC)$$

[৩৭তম বিসিএস লিখিত]

H.W.

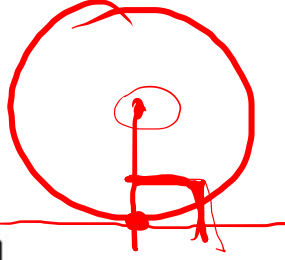


$$\angle AEC = \angle ADE + \angle AED$$

বৃত্তের স্পর্শক ও ছেদক সম্পর্কিত উপপাদ্য

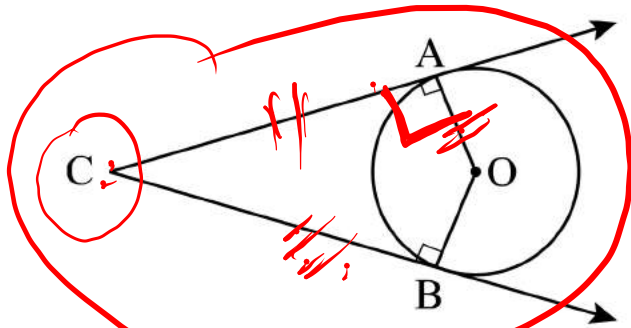
বৃত্তের স্পর্শক সম্পর্কিত উপপাদ্য:

- ১। বৃত্তের যেকোনো বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের উপর লম্ব।
- ২। বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে বৃত্তে দুইটি স্পর্শক টানলে, ঐ বিন্দু থেকে স্পর্শ বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব সমান।



বৃত্তের স্পর্শক সম্পর্কিত অনুসিদ্ধান্ত:

- ১। বৃত্তের কোনো বিন্দুতে একটিমাত্র স্পর্শক অঙ্কন করা যায়।
- ২। স্পর্শবিন্দুতে স্পর্শকের উপর অঙ্কিত লম্ব কেন্দ্রগামী।
- ৩। বৃত্তের কোনো বিন্দু দিয়ে ঐ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধের উপর অঙ্কিত লম্ব উক্ত বিন্দুতে বৃত্তটির স্পর্শক হয়।
- ৪। বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে একটি বৃত্তে ২টি স্পর্শক আঁকা যায়।



এখানে, O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের A ও B বিন্দুতে বহিঃস্থ বিন্দু C থেকে CA ও CB দুইটি স্পর্শক।

$\therefore AC = BC$ এবং $OA \perp AC$

বৃত্তের স্পর্শক ও ছেদক সম্পর্কিত উপপাদ্য

ছেদ, বহিঃস্পর্শ ও অন্তঃস্পর্শ সম্পর্কিত উপপাদ্য:

১। দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে, এদের কেন্দ্রদ্বয় ও স্পর্শ বিন্দু সমরেখ।

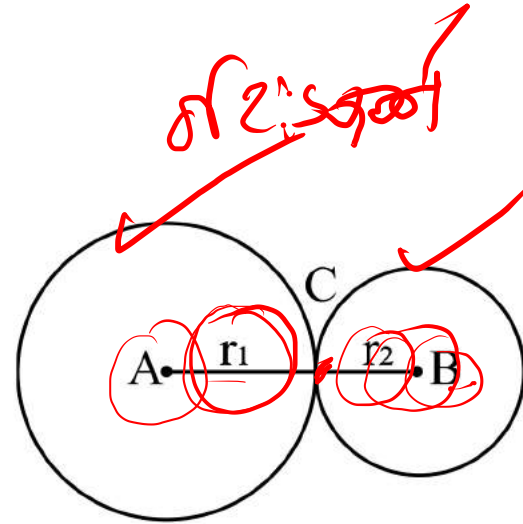
ছেদ, বহিঃস্পর্শ ও অন্তঃস্পর্শ সম্পর্কিত অনুসিদ্ধান্ত:

১। দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে, কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধের সমষ্টির সমান।

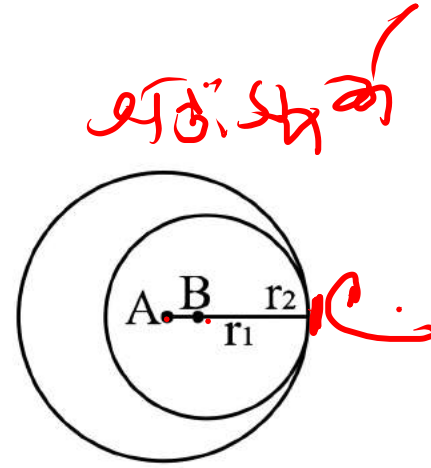
২। দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে অন্তঃস্পর্শ করলে, কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধের অন্তরের সমান।

$$r_1 + r_2 = AB$$

$$AB = r_1 - r_2$$



চিত্র - ১



চিত্র - ২

বৃত্তের স্পর্শক ও ছেদক সম্পর্কিত উপপাদ্য

☞ O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু P থেকে বৃত্তে দুটি স্পর্শক PA এবং PB নেয়া হলো।

i. প্রমাণ করুন $PA = PB$

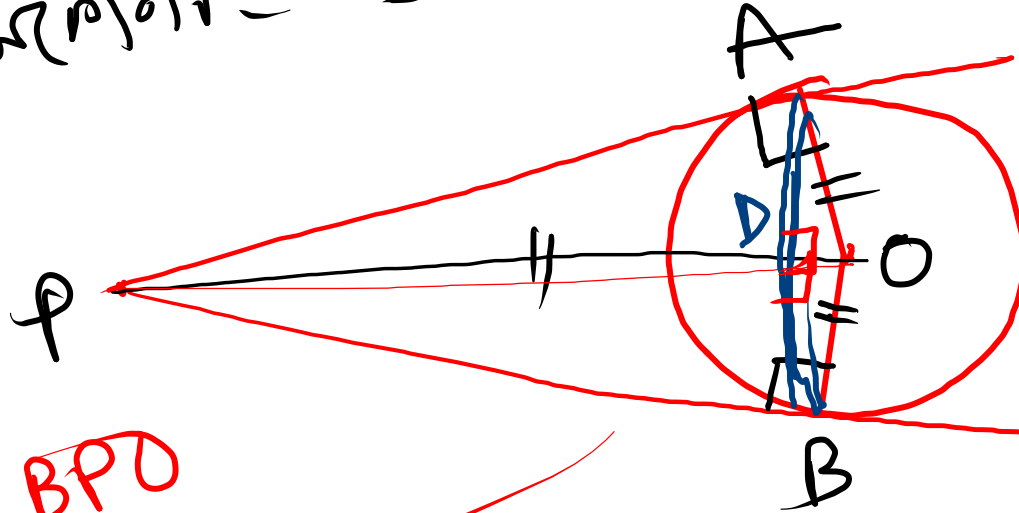
$\triangle APO$ ও $\triangle BPO$ — সম্মিলিত —

$$OP = OP$$

$$OA = OB$$

$$\therefore \triangle APO \cong \triangle BPO$$

$$\therefore PA = PB$$



[৪০তম বিসিএস লিখিত]

$$OP \perp AB$$

$$\triangle AOD \cong \triangle BOD$$

$$OA = OB$$

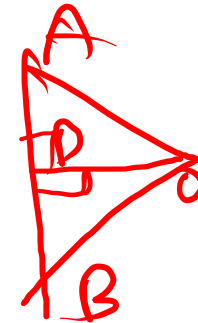
$$OD = OD$$

$$\angle OAD = \angle OBD$$

$$\therefore \triangle AOD \cong \triangle BOD$$

$$\angle ADO = \angle BDO$$

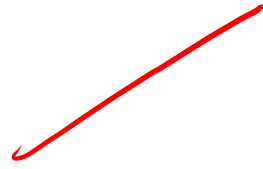
$$OD \perp AB$$



বৃত্তের স্পর্শক ও ছেদক সম্পর্কিত উপপাদ্য

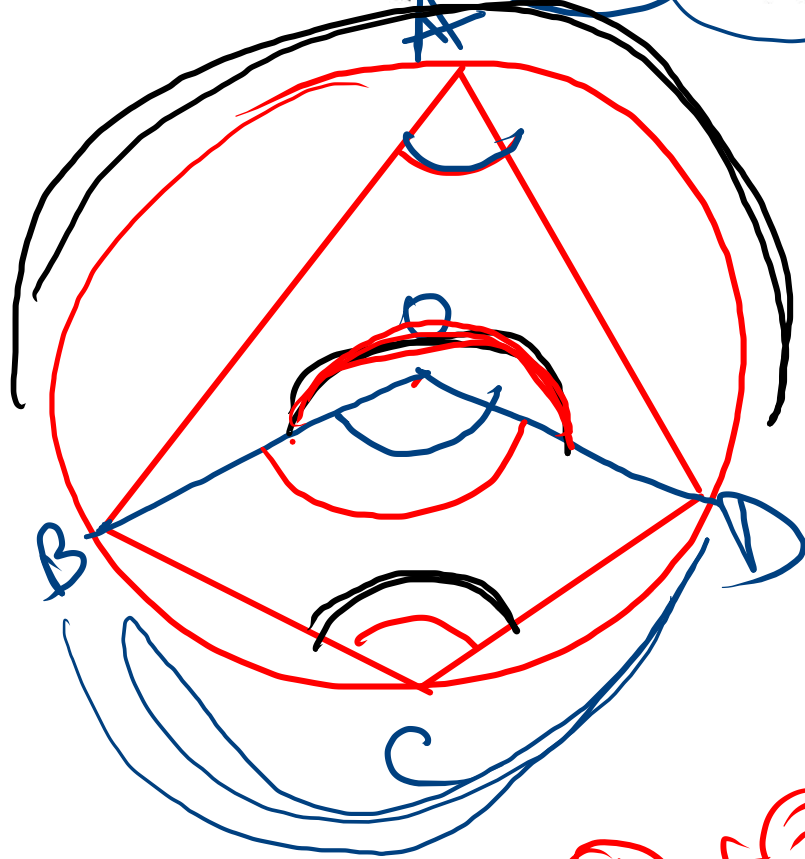
- ⇒ O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু P থেকে বৃত্তে দুটি স্পর্শক PA এবং PB নেয়া হলো।
ii. প্রমাণ করুন OP সরলরেখা স্পর্শ জ্যা AB-এর লম্বদ্বিখণ্ডক।

[৪০তম বিসিএস লিখিত]



বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ সম্পর্কিত উপপাদ্য

⇒ প্রমাণ করুন যে, বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের যে কোনো দুইটি বিপরীত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ।



$$\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ \quad \text{[৩তম বিসিএস লিখিত]}$$

$$\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$$

প্রমাণ:

B, O এর O'D যোগ করি

প্রমাণ: $\angle BCD$ গাঢ় কোণ

$$\angle BAD = \frac{1}{2} \angle BOD \quad \text{--- ①}$$

$\angle BAD$ হালকা কোণ

$$\angle BCD = \frac{1}{2} \text{প্রবৃত্ত} \angle BOD \quad \text{--- ②}$$

① + ②

$$\begin{aligned} \angle BAD + \angle BCD &= \frac{1}{2} (\angle BOD + \text{প্রবৃত্ত} \angle BOD) \\ &= \frac{1}{2} \times 360^\circ \end{aligned}$$

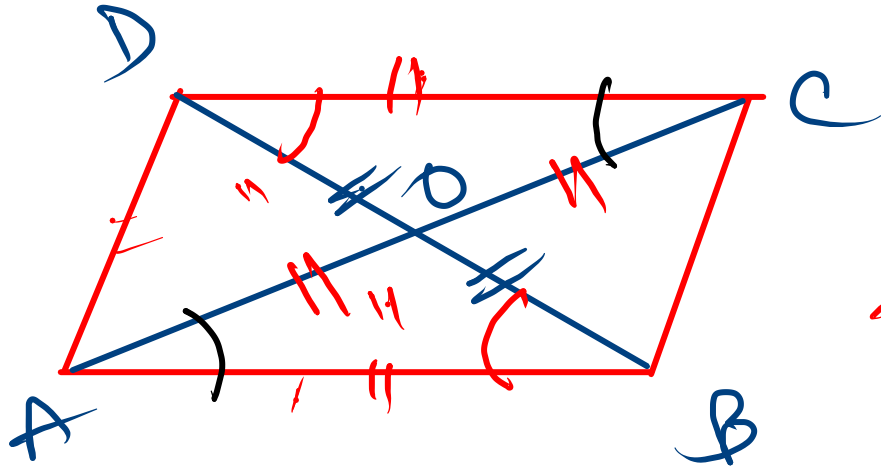
আয়ত সম্পর্কিত

চতুর্ভুজের ধরন	বিবরণ	চিত্র
সামান্তরিক (Parallelogram)	যে চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান ও সমান্তরাল কিন্তু কোণগুলো সমকোণ নয় তাকে সামান্তরিক বলে। সামান্তরিক দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে সামান্তরিকক্ষেত্র বলে।	
আয়তক্ষেত্র (Rectangle)	যে চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান ও সমান্তরাল এবং কোণগুলো সমকোণ তাকে আয়তক্ষেত্র বলে।	
বর্গক্ষেত্র (Square)	চতুর্ভুজের চারটি বাহু ও কোণগুলো সমকোণ হলে তাকে বর্গ বলে। বর্গ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রকে বর্গক্ষেত্র বলে।	
রম্বস (Rhombus)	যে চতুর্ভুজের চারটি বাহুই সমান এবং কোণগুলো সমকোণ নয় তাকে রম্বস বলে। অর্থাৎ, রম্বস একটি সামান্তরিক যার চারটি বাহুই সমান।	
ট্রাপিজিয়াম (Trapezoid)	যে চতুর্ভুজের এক জোড়া বিপরীত বাহু সমান্তরাল, তাকে ট্রাপিজিয়াম বলা হয়। ট্রাপিজিয়ামের সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্র বলে।	

আয়ত সম্পর্কিত

প্রমাণ করুন যে, সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

[৩৪তম বিসিএস লিখিত]



$$\underline{AO = OC}$$

$$\underline{BO = OD}$$

প্রমাণ:

$\triangle AOB$ ও $\triangle COD$ এর মধ্যে

$$AB = CD$$

$$\angle BAO = \angle OCD$$

$$\angle OBA = \angle ODC$$

$$\therefore \triangle AOB \cong \triangle COD$$

$$\therefore AO = OC$$

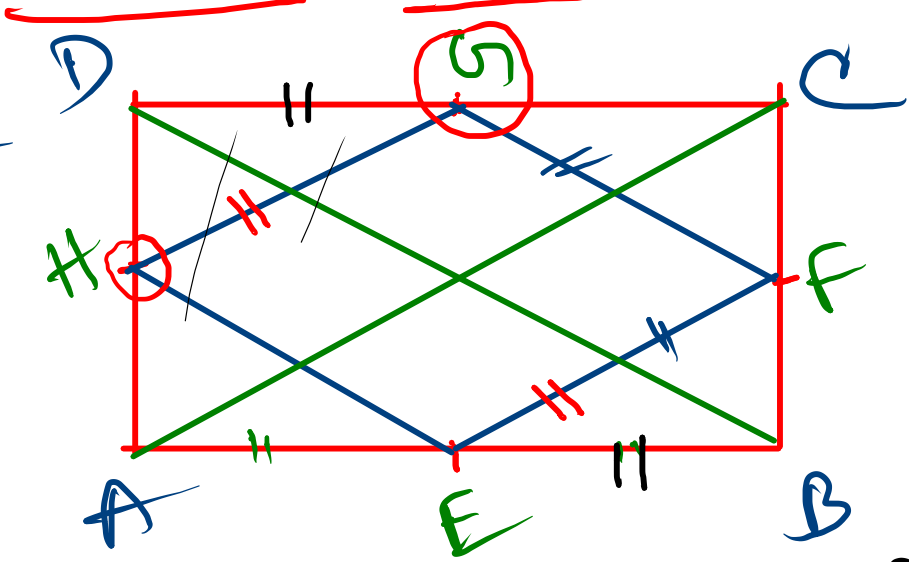
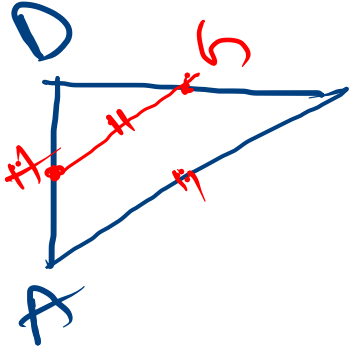
$$\therefore BO = OD$$



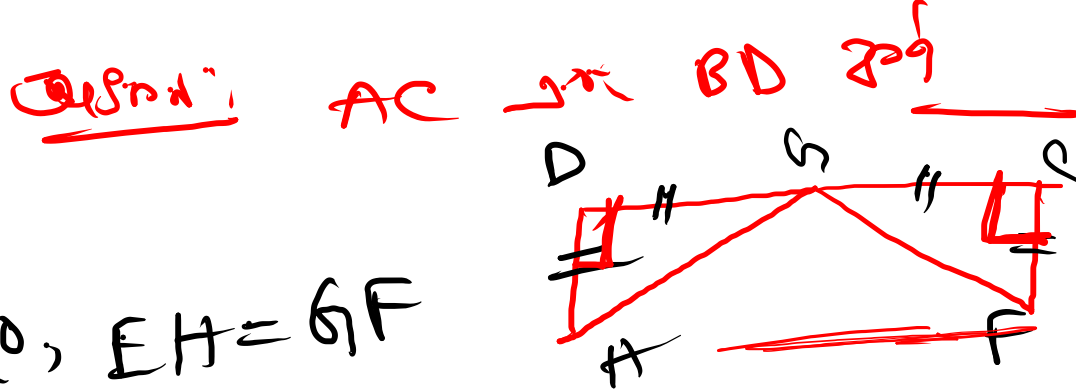
প্রমাণিত

রম্বস সংক্রান্ত সমস্যা

প্রমাণ করুন যে, আয়তের সন্নিহিত বাহুর মধ্যবিন্দু সমূহের যোগে যে চতুর্ভুজ হয়, তা একটি রম্বস।



$AE = BE, \quad CF = FB$
 $CG = GD, \quad AH = DH$



প্রমাণ:

$\triangle ACD \rightarrow GH = \frac{1}{2} AC$
 $\triangle ABC \rightarrow EF = \frac{1}{2} AC$
 $GH = EF$

অনুরূপভাবে, $EH = GF$

$\triangle DHG$ ও $\triangle CGF$ এর
 $\left\{ \begin{array}{l} DG = CG \\ DH = CF \\ \angle HDG = \angle GCF \end{array} \right.$

$\therefore \triangle DHG \cong \triangle CGF$
 $HG = GF$
 $EF = EH$

Thanks -

BCS কঠিন নয়;
প্রস্তুতি যদি গোছানো হয়