



# ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ

(5)  $\sin \theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$

(i)  $\sin \theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{PN}{OP}$

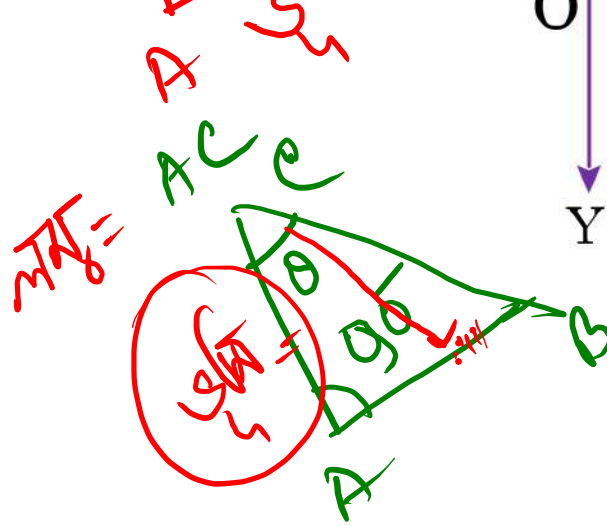
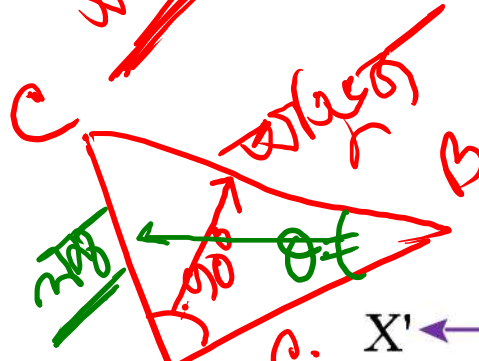
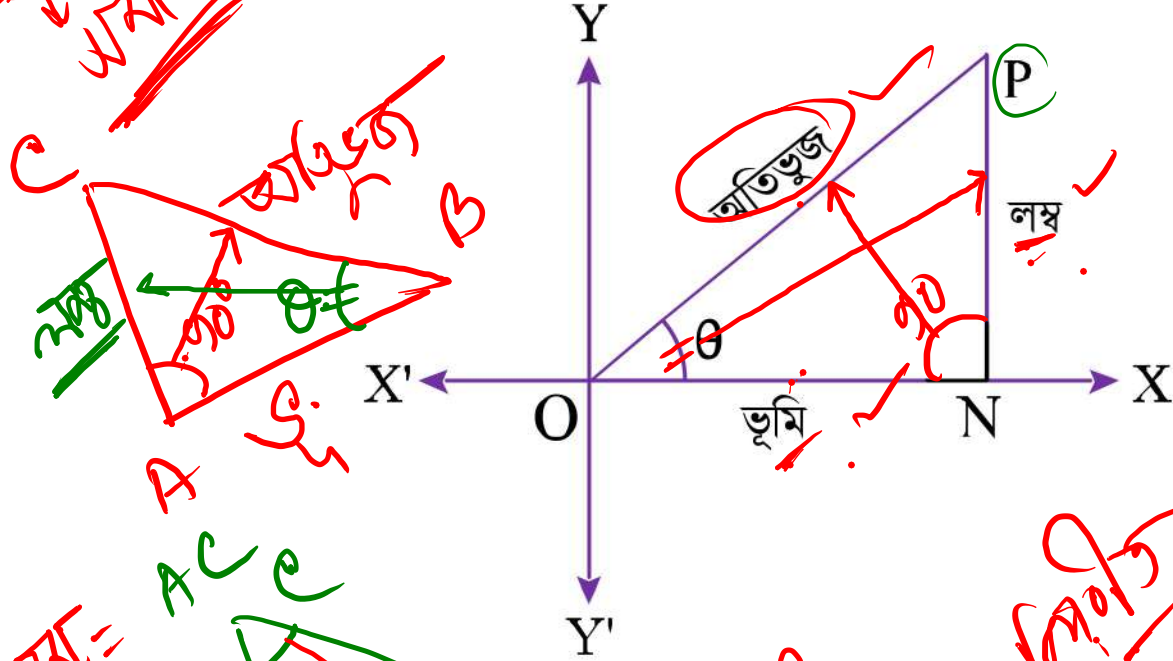
(ii)  $\operatorname{cosec} \theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{লম্ব}} = \frac{OP}{PN}$

(iii)  $\cos \theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{ON}{OP}$

(iv)  $\sec \theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভূমি}} = \frac{OP}{ON}$

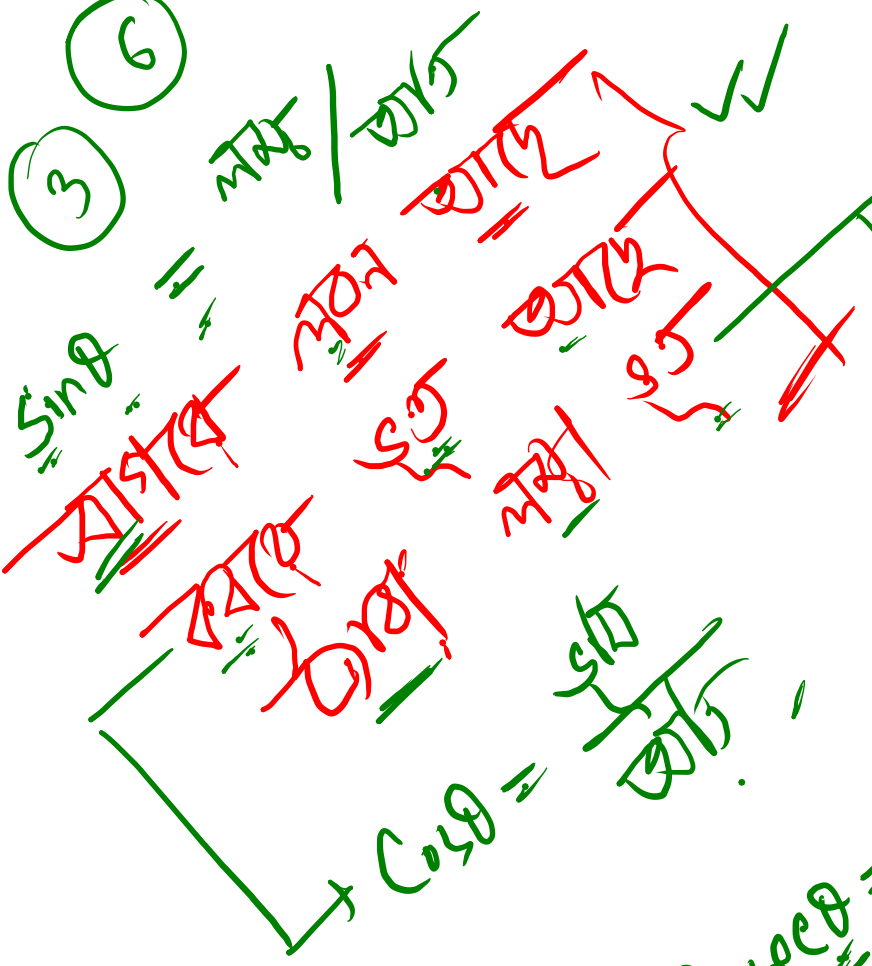
(v)  $\tan \theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{PN}{ON}$

(vi)  $\cot \theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}} = \frac{ON}{PN}$



লম্ব = AC  
ভূমি = BC  
অতিভুজ = AB

3 6

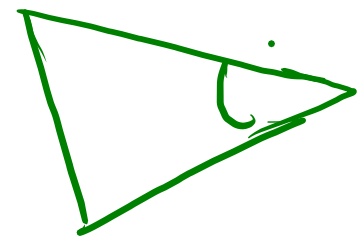


3

$\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta}$   
 $\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$   
 $\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$

$\tan \theta = \frac{\text{opposite}}{\text{adjacent}}$

3



preli  
 written  
 Sin Q

# ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোর পারস্পরিক সম্পর্ক

$\Delta$   $\sin\theta$

বিপরীত অনুপাত:

$$\sin\theta = \frac{1}{\operatorname{cosec}\theta}$$

$$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$$

$$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$$

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

# ত্রিকোণমিতিক অনুপাত সংক্রান্ত কতিপয় অভেদাবলি

~~➤  $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$~~

~~⇒  $\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$~~

~~⇒  $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$~~

~~➤  $\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$~~

~~⇒  $\operatorname{cosec}^2\theta = 1 + \cot^2\theta$~~

~~⇒  $\cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta - 1$~~

~~➤  $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$~~

~~⇒  $\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$~~

~~⇒  $\tan^2\theta = \sec^2\theta - 1$~~

~~➤  $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$~~

~~➤  $\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$~~

Handwritten notes in red ink:

- $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$
- $\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$
- $\sec^2\theta - 1 = \tan^2\theta$

# 0°, 30°, 45°, 60°, 90° কোণগুলোর ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোর মান নির্ণয়

⇒ ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের মান নির্ণয়:

কোণ অনুপাত	0°	$\frac{\pi}{6} = 30^\circ$	$\frac{\pi}{4} = 45^\circ$	$\frac{\pi}{3} = 60^\circ$	$\frac{\pi}{2} = 90^\circ$
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	অসংজ্ঞায়িত

$\tan 90 = \frac{1}{0} = \infty$  অসংজ্ঞায়িত

# ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের সাহায্যে মান নির্ণয়

→  $P = \sin\theta$  /  $Q = \cos\theta$  এবং  $PQ = \frac{1}{2}$  হলে,  $P + Q$  এর মান কত?

[৪৩তম বিসিএস লিখিত]

Sol  
২২

→  $PQ = \frac{1}{2}$   
 $\Rightarrow \sin\theta \cdot \cos\theta = \frac{1}{2}$

→  $\sin 2\theta = \frac{1}{2}$   
 $\Rightarrow \sin(2\theta) = \frac{1}{4}$  যা

→  $4\sin\theta - 4\sin^3\theta = \frac{1}{4}$   
 $\Rightarrow -4\sin^3\theta + 4\sin\theta - \frac{1}{4} = 0$   
 $\Rightarrow 4\sin^3\theta - 4\sin\theta + \frac{1}{4} = 0$   
 $\Rightarrow (2\sin\theta)^2 - 2\sin\theta + \frac{1}{4} = 0$   
 $\Rightarrow (2\sin\theta - 1)^2 = 0$   
 $\Rightarrow 2\sin\theta - 1 = 0$   
 $\Rightarrow 2\sin\theta = 1$   
 $\Rightarrow \sin\theta = \frac{1}{2}$

$P \times Q = \frac{1}{2}$

$\frac{(a+b)}{(a-b)}$

$\sin\theta + \cos\theta = 1$

$\cos 2\theta = 1 - \sin^2\theta$

$a \cdot a = a^2$   
 $a \cdot a = a^2$

- ১) Ref
- ২) Same
- ৩) Diff
- ৪) form

১২  
 Top  
 ১০০%

$$\sin \theta = \frac{1}{2}$$

$$\sin \theta = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \sin \theta = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow P = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$P \cdot Q = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow Q = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$(P - Q)$$

$$(P + Q)$$

$$\underline{\underline{P + Q}}$$

$$P - Q = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$P + Q = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$P + Q = \sqrt{2}$$

$$P + Q = (\sqrt{2})$$

$$\frac{1}{2}$$

# ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের সাহায্যে মান নির্ণয়

⇒  $7 \sin^2 \theta + 3 \cos^2 \theta = 4$  হলে,  $\tan \theta$  এর মান নির্ণয় করুন।

[৩৮তম বিসিএস লিখিত]

Middle terms

$3(1 - \sin^2 \theta)$

$$\begin{aligned}
 &\Rightarrow 7 \sin^2 \theta + 3 \cos^2 \theta - 4 = 0 \\
 &\Rightarrow 7 \sin^2 \theta + 3(1 - \sin^2 \theta) - 4 = 0 \\
 &\Rightarrow 7 \sin^2 \theta + 3 - 3 \sin^2 \theta - 4 = 0 \\
 &\Rightarrow 4 \sin^2 \theta - 1 = 0 \\
 &\Rightarrow 4 \sin^2 \theta = 1 \\
 &\Rightarrow \sin^2 \theta = \frac{1}{4} \\
 &\Rightarrow \sin \theta = \pm \frac{1}{2} \\
 &\Rightarrow \tan \theta = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}
 \end{aligned}$$

$0 - 2$   
 $0 - 1$

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta$$

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta$$

$$\tan \theta$$

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

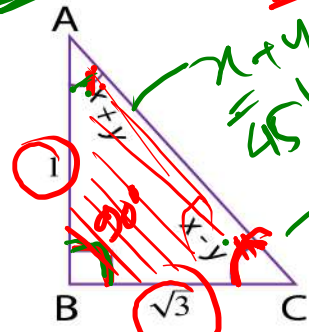
$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$\sin \theta + \cos \theta = 2$

A

# 0°, 30°, 45°, 60°, 90° কোণগুলোর ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোর মান নির্ণয়

⇒ চিত্রে বর্ণিত ত্রিভুজ হতে AC-এর পরিমাণ কত?  $\tan A + \tan C$  -এর মান কত হবে?  $x$  ও  $y$  -এর মান কত?



সূত্র  
 জামা  
 জি  $\rightarrow 180^\circ$   
 2x  $\rightarrow 90^\circ$   
 2y  $\rightarrow 90^\circ$

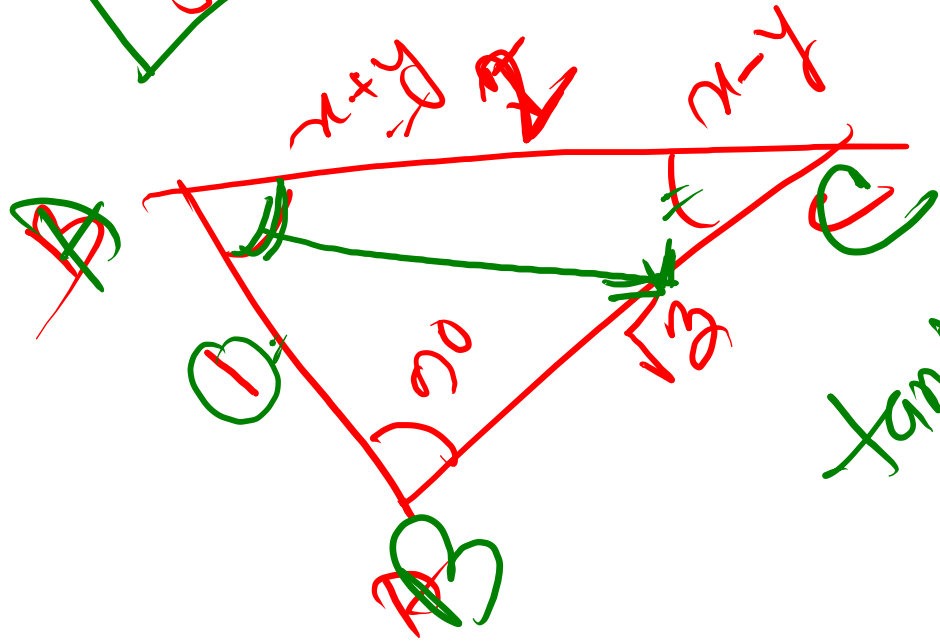
A  $\rightarrow x+y$   
 C  $\rightarrow x-y$

$x+y+x-y=90$   
 $2x=90$   
 $x=45$

$\tan A + \tan C$   
 $\frac{1}{\tan A}$   
 $AC^2 = BC^2 + AB^2$   
 $= (\sqrt{3})^2 + 1^2$   
 $AC^2 = 3 + 1$   
 $AC = 2$

[৩য়তম বিসিএস লিখিত]  
 $\tan C = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30^\circ$   
 $C = 30^\circ$   
 $x-y = 30^\circ$   
 $\Rightarrow 45-y = 30$   
 $\Rightarrow 45-30=y$   
 $y=15$

$$\begin{cases} x=4\sqrt{3} \\ y=15 \end{cases}$$



(C)

(B)

(C)



$$\tan A = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3} = \tan 60$$

$$\Rightarrow \angle A = 60$$

$$\tan A + \tan C = \tan 60 + \tan 30$$

$$= \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}$$

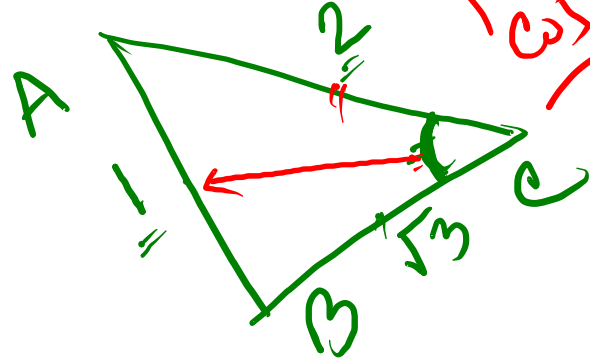
$$= \frac{3+1}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$\tan C = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30$$

$$\angle C = 30$$

$$\angle C = 30$$



(C)

(B)

(C)

# প্রমাণ সম্পর্কিত সমস্যা

$\Rightarrow \tan\theta + \sec\theta = x$  হয়, তবে প্রমাণ করুন যে,  $\sin\theta = \frac{x^2-1}{x^2+1}$

[৪১তম বিসিএস লিখিত]

চোখ  
 $\frac{x^2-1}{x^2+1}$

$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta} = x$   
 $\frac{\sin\theta + 1}{\cos\theta} = x$

$\cos\theta = \frac{\sin\theta + 1}{x}$   
 $(\sin\theta + 1)^2 = x^2 \cos^2\theta$   
 $(\sin\theta + 1)^2 = x^2 (1 - \sin^2\theta)$

$(\sin\theta + 1)^2 = x^2 (1 - \sin^2\theta)$   
 $(\sin\theta + 1)^2 = x^2 (1 - \sin\theta)(1 + \sin\theta)$   
 $(\sin\theta + 1) = x^2 (1 - \sin\theta)$

$\frac{\sin\theta + 1}{1 - \sin\theta} = x^2$   
 $\frac{\sin\theta + 1}{1 - \sin\theta} = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$   
 $(\sin\theta + 1)(x^2 - 1) = (1 - \sin\theta)(x^2 + 1)$   
 $x^2 \sin\theta - \sin\theta + x^2 - 1 = x^2 - \sin\theta x^2 + 1 - \sin\theta$   
 $2x^2 \sin\theta = 2$   
 $\sin\theta = \frac{1}{x^2}$

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

চোখ  
 $\frac{x^2-1}{x^2+1}$

Sin 15

1)

$$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

$$\sin(A-B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$$

$$\sin(15) =$$

$$\sin(45 - 30)$$

$$= \sin 45 \cdot \cos 30 - \cos 45 \cdot \sin 30$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$$

# প্রমাণ সম্পর্কিত সমস্যা

Nine

$\frac{\sin\theta}{x} = \frac{\cos\theta}{y}$  হলে, প্রমাণ করুন যে,  $\sin\theta - \cos\theta = \frac{x-y}{\sqrt{x^2+y^2}}$

[৩৮তম বিসিএস লিখিত]

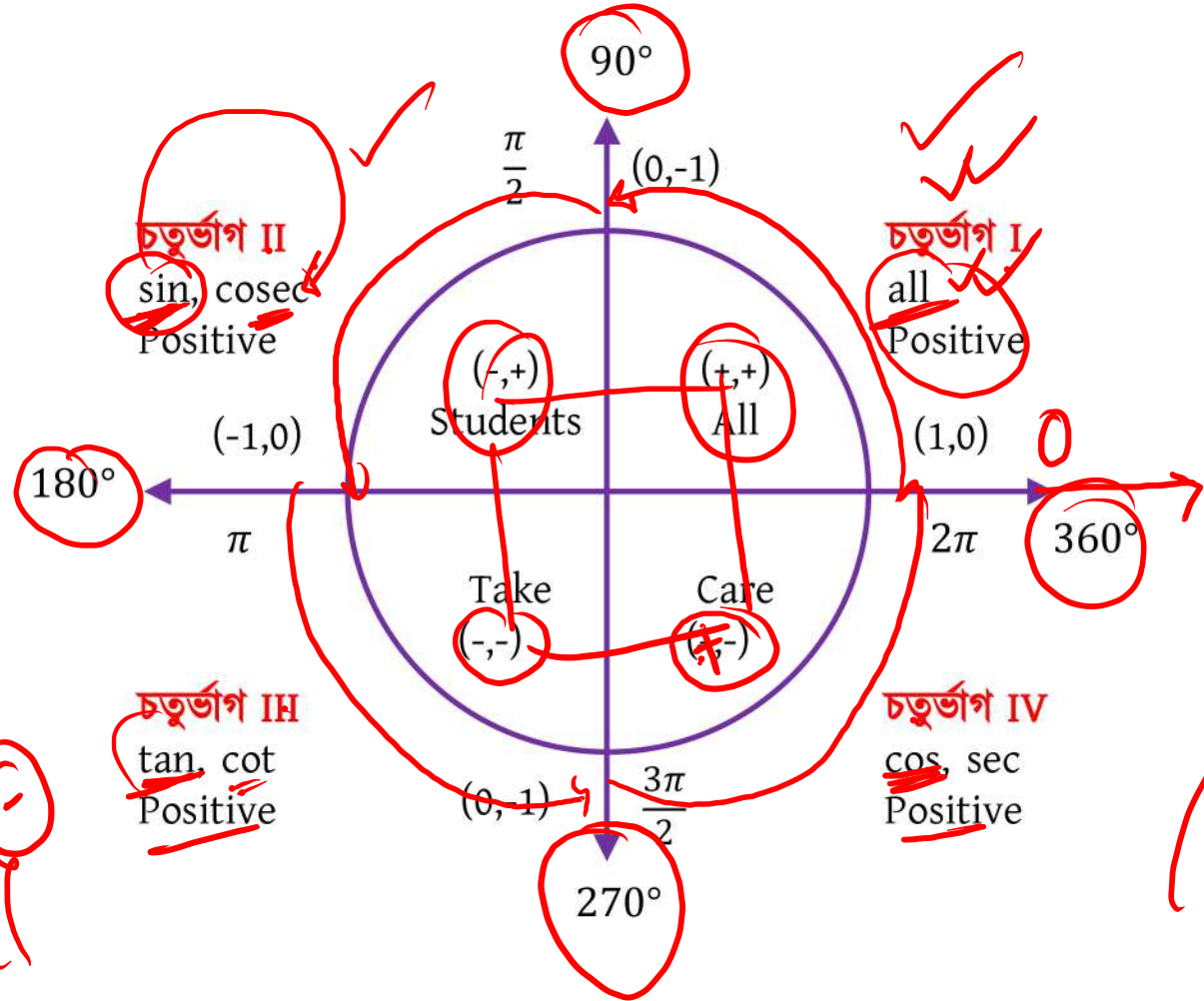
$\frac{\sin\theta}{x} = m$   
 $\frac{\cos\theta}{y} = m$

$\sin\theta + \cos\theta = mx + my$   
 $\sqrt{x^2+y^2} = \frac{mx + my}{m}$   
 $m = \frac{mx + my}{\sqrt{x^2+y^2}}$

L.H.S =  $\sin\theta - \cos\theta$   
 $= mx - my$   
 $= \frac{m(x-y)}{\sqrt{x^2+y^2}}$   
 $= \frac{m(x-y)}{\sqrt{x^2+y^2}}$

# 0°, 30°, 45°, 60°, 90° কোণগুলোর ত্রিকোণমিতিক অনুপাত সম্পর্কিত

$\oplus$  Antic  
 $\frac{2k}{3}$   
 $\frac{1}{4}$   
 $\text{Sin} = \frac{1}{\text{cosec}}$

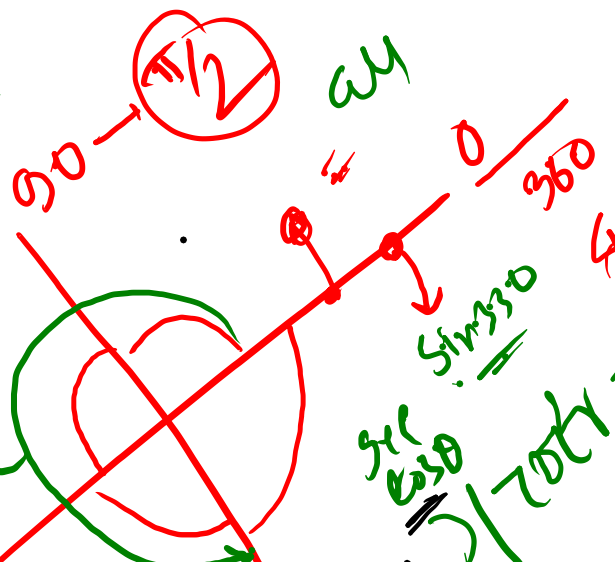


$\oplus$  All  $\uparrow$   
Students (sin)  
Take (tan)  
Care (cos)

Sin  
 Cos  
 sec  
 cosec

★ 'All Students Take Care' দিয়ে বোঝা যায় কোন চতুর্ভাগে কোনটি ধনাত্মক হবে।

$\sin \rightarrow \cos$   
 $\tan \rightarrow \sec$   
 $\csc \rightarrow \csc$



2:12

$\sin(180+30)$   
 $= \sin 210$   
 $= \sin(180+30)$   
 $= -\sin 30$   
 $= -\frac{1}{2}$

$\cos 240$   
 $= \cos(180+60)$   
 $= -\cos 60$   
 $= -\frac{1}{2}$

$\sin 330$   
 $= \sin(360-30)$   
 $= -\sin 30$   
 $= -\frac{1}{2}$

$\sin 330$   
 $= \sin(360+30)$   
 $= \sin 30$   
 $= \frac{1}{2}$

$\sin 330$   
 $= \sin(360-30)$   
 $= -\sin 30$   
 $= -\frac{1}{2}$

2017 JUNE 14/2017  
 Change  
 $\sin 330 = \frac{\pi}{2} * 30/180$   
 $= \frac{\pi}{2} * 10/60$   
 $= \frac{\pi}{2} * \frac{1}{6}$   
 $= \frac{\pi}{12}$

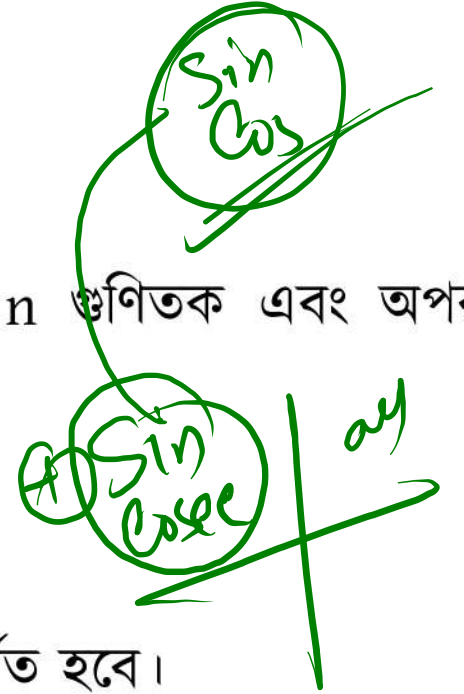


# যে কোনো কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত সম্পর্কিত প্রমাণ

⇒ ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ নির্ণয় পদ্ধতি ( $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ )

নিম্নোক্ত পদ্ধতিতে যে কোনো ত্রিকোণমিতিক কোণের অনুপাতসমূহ নির্ণয় করা যায়।

1. প্রথমে প্রদত্ত কোণকে দুইভাগে ভাগ করতে হবে যার একটি অংশ  $\frac{\pi}{2}$  বা  $\frac{\pi}{2}$  এর  $n$  গুণিতক এবং অপরটি সূক্ষ্মকোণ। অর্থাৎ প্রদত্ত কোণকে  $(n \times \frac{\pi}{2} \pm \theta)$  আকারে প্রকাশ করতে হবে।
2. (i)  $n$  এর মান জোড় হলে, ত্রিকোণমিতিক অনুপাতটি অপরিবর্তিত থাকবে।  
(ii)  $n$  এর মান বিজোড় সংখ্যা হলে, ত্রিকোণমিতিক অনুপাতটি নিম্নোক্ত উপায়ে পরিবর্তিত হবে।



sin → cos	cos → sin
sec → cosec	cosec → sec
tan → cot	cot → tan

## যে কোনো কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত সম্পর্কিত প্রমাণ

3. চতুর্ভাগে  $(n \times \frac{\pi}{2} \pm \theta)$  কোণটির অবস্থান নির্ণয় এবং ঐ চতুর্ভাগে প্রদত্ত অনুপাতের চিহ্ন নিরূপিত অনুপাতের পূর্বে বসাতে হবে।

সংক্ষেপে  $(n \times \frac{\pi}{2} \pm \theta)$  কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত ছক আকারে:

$n =$	0	1	2	3	4
$\sin(n \times \frac{\pi}{2} \pm \theta)$	$\pm \sin\theta$	$\cos\theta$	$\mp \sin\theta$	$-\cos\theta$	$\pm \sin\theta$
$\cos(n \times \frac{\pi}{2} \pm \theta)$	$\cos\theta$	$\pm \sin\theta$	$-\cos\theta$	$\pm \sin\theta$	$\cos\theta$
$\tan(n \times \frac{\pi}{2} \pm \theta)$	$\pm \tan\theta$	$\mp \cot\theta$	$\pm \tan\theta$	$\mp \cot\theta$	$\pm \tan\theta$



$$\cos \theta = -4/5$$

$$\cos 2\theta = 16/25$$

$$1 - \sin^2 \theta = 16/25$$

$$\sin^2 \theta = 9/25$$

$$\sin \theta = \pm 3/5$$

$$\sin \theta = -3/5$$

(-)

$$\text{L.H.S.} =$$

$$\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sec \theta + \tan \theta}$$

$$= \frac{-3/5 + 4/5}{-5/4 + 3/4}$$

(A.4)



Written Smart

# সমাধান সম্পর্কিত সমস্যা

→  $0 < \theta < 2\pi$  হলে,  $2(\sin\theta \cdot \cos\theta + \sqrt{3}) = \sqrt{3} \cos\theta + 4 \sin\theta$  এর সমাধান নির্ণয় করুন।

④ →

⑤

[৩৭তম বিসিএস লিখিত]

$$\Rightarrow 2\sin\theta \cos\theta + 2\sqrt{3} = \sqrt{3}\cos\theta + 4\sin\theta$$

$$\Rightarrow 2\sin\theta \cos\theta - 4\sin\theta = \sqrt{3}\cos\theta - 2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow 2\sin\theta (\cos\theta - 2) = \sqrt{3}(\cos\theta - 2) = 0$$



①  $\cos\theta - 2 = 0$

$\cos\theta = 2$  ✗

অথবা  $2\sin\theta = \sqrt{3}$

$\Rightarrow \sin\theta = \sqrt{3}/2$

$\Rightarrow \sin\theta = \sin 60^\circ$

②  $\theta = 60^\circ$

$\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$   
 $\theta = 60^\circ, 120^\circ$   
 $\theta = 60^\circ, 120^\circ$

$\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin 300^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin \theta = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$   
 $\theta = 60^\circ, 120^\circ, 240^\circ, 300^\circ$

$\sin \theta = \sin 60^\circ + \sin(360^\circ + 60^\circ) = \sin 300^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\theta = 180^\circ, 360^\circ$

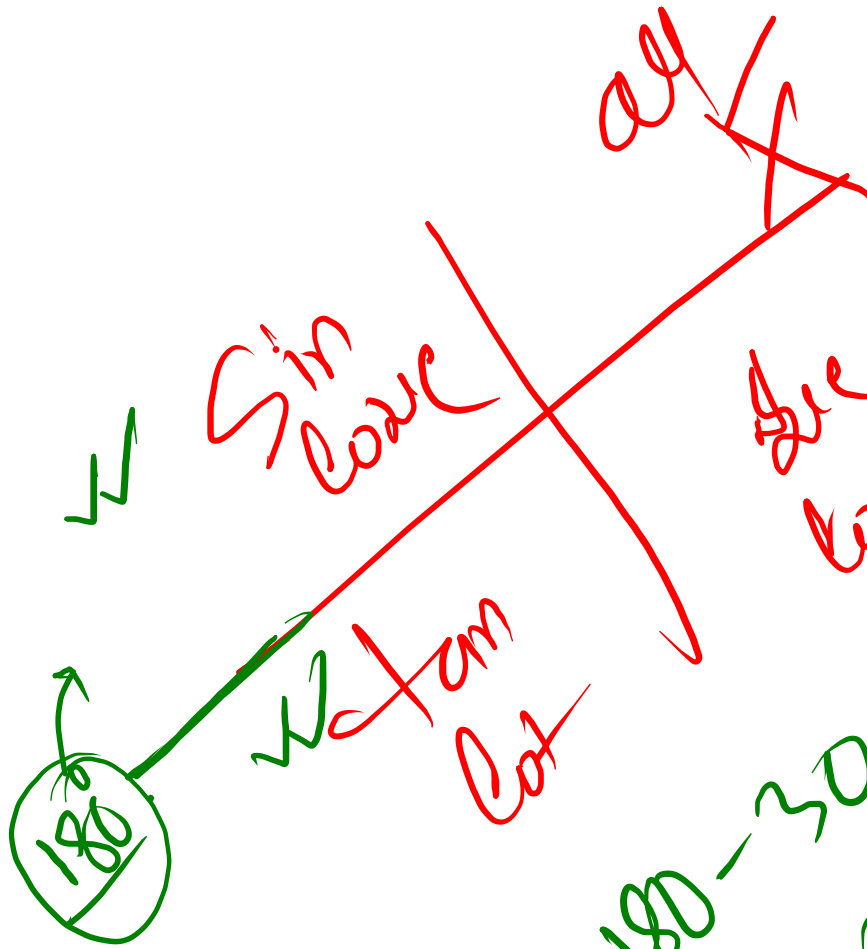
$\theta = 0^\circ \sim 360^\circ$   
 $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\theta = 60^\circ$   
 $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin \theta = \sin(180^\circ + 60^\circ) = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$   
 $\sin \theta = \sin(180^\circ - 60^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$



$180 - 30 = 150$   
 $180 + 30 = 210$

$\frac{150}{210}$

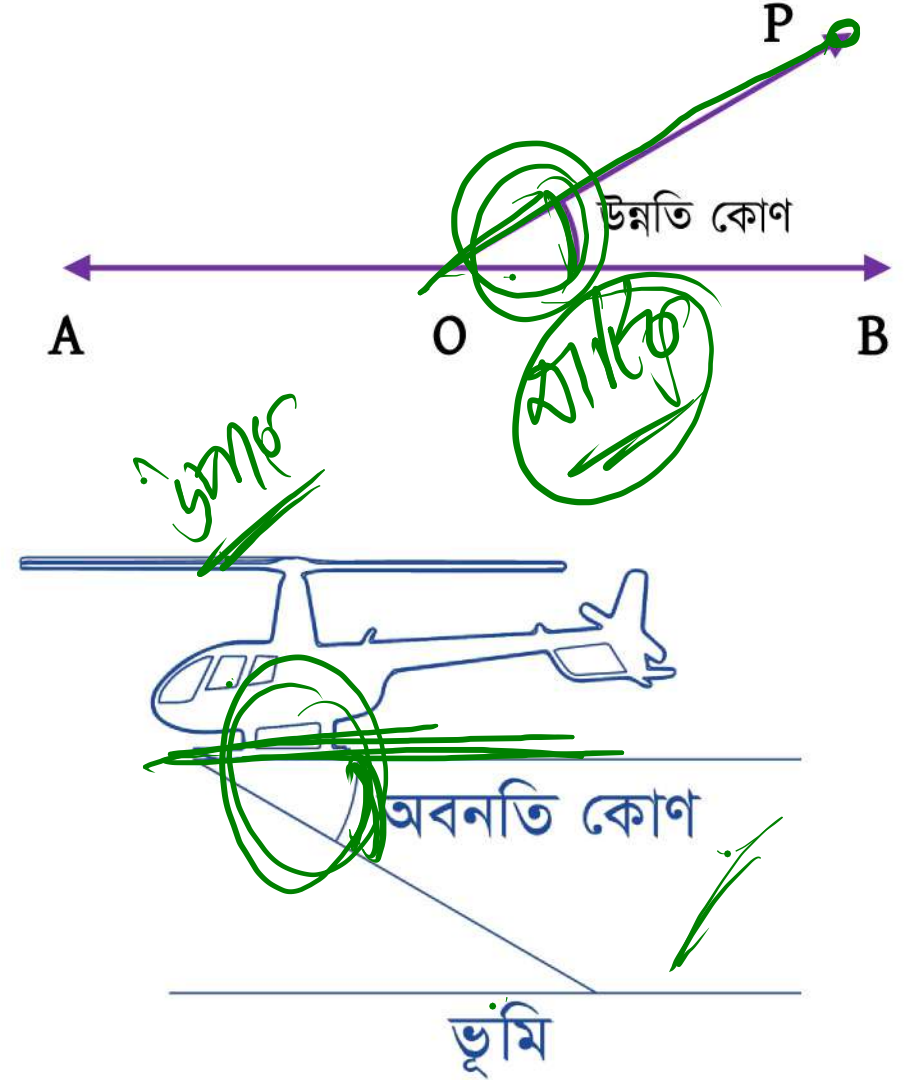
$150, 210$

$\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos \theta = \cos 30$   
 $\theta = 30$

# ত্রিকোণমিতিক মান ব্যবহার করে দূরত্ব ও উচ্চতা নির্ণয়

⇒ উন্নতি কোণ:



⇒ অবনতি কোণ:

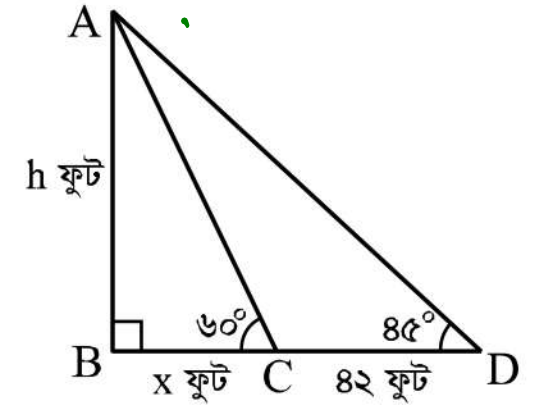
## ত্রিকোণমিতিক মান ব্যবহার করে দূরত্ব ও উচ্চতা নির্ণয়

- ১) একটি দেয়ালের শীর্ষবিন্দু থেকে একটি রড ভূমিতে  $60^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে। অন্য একটি রড প্রথম রডের ভূমির স্পর্শবিন্দু হতে ৪২ ফুট পেছনে ভূমিতে  $85^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে। দেয়ালটির উচ্চতা নির্ণয় করুন।

[৪৪তম বিসিএস লিখিত]

- ২) ভূ-তলস্থ কোনো স্থানে একটি দালানের ছাদের একটি বিন্দুর উন্নতি কোণ  $60^\circ$ । ঐ স্থান থেকে ৪২ মি. পিছিয়ে গেলে দালানের ঐ বিন্দুর উন্নতি কোণ  $45^\circ$  হয়। দালানের উচ্চতা নির্ণয় করুন।

[৩৭তম বিসিএস লিখিত]

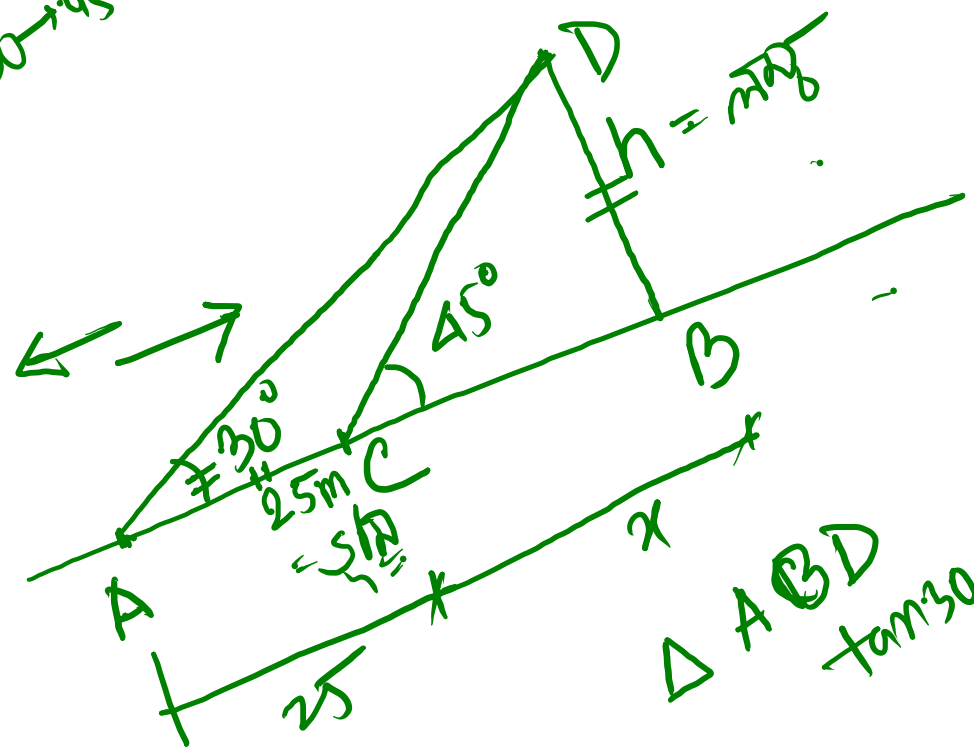


# ত্রিকোণমিতিক মান ব্যবহার করে দূরত্ব ও উচ্চতা নির্ণয়

৩

কোন স্থান থেকে একটি মিনারের দিকে ২৫ মিটার এগিয়ে এলে মিনারের শীর্ষবিন্দুর উন্নতিকোণ  $30^\circ$  থেকে  $45^\circ$  হয়। মিনারটির উচ্চতা নির্ণয় করুন।

[৪১তম বিসিএস লিখিত]



$\Delta BCD$   
 $\tan 45 = \frac{h}{x}$   
 $\Rightarrow x = h/x$   
 $\Rightarrow h = x$

$\Delta ABD$   
 $\tan 30 = \frac{h}{25+x}$

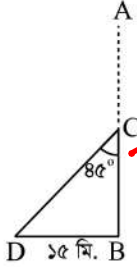
$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{25+h}$   
 $\Rightarrow 25+h = \sqrt{3}h$   
 $\Rightarrow 25 = \sqrt{3}h - h$   
 $\Rightarrow h = \frac{25}{\sqrt{3}-1} = \frac{25}{\sqrt{3}-1} \cdot \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1} = \frac{25(\sqrt{3}+1)}{3-1} = \frac{25(\sqrt{3}+1)}{2}$

# ত্রিকোণমিতিক মান ব্যবহার করে দূরত্ব ও উচ্চতা নির্ণয়

9.40

একটি খুঁটি এমনভাবে ভেঙে গেল যে তার অবিচ্ছিন্ন ভাঙা অংশ দণ্ডায়মান অংশের সাথে  $85^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে খুঁটির গোড়া থেকে ১৫ মিটার দূরে মাটি স্পর্শ করে। খুঁটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন। [৪০তম বিসিএস লিখিত]

সমাধান :

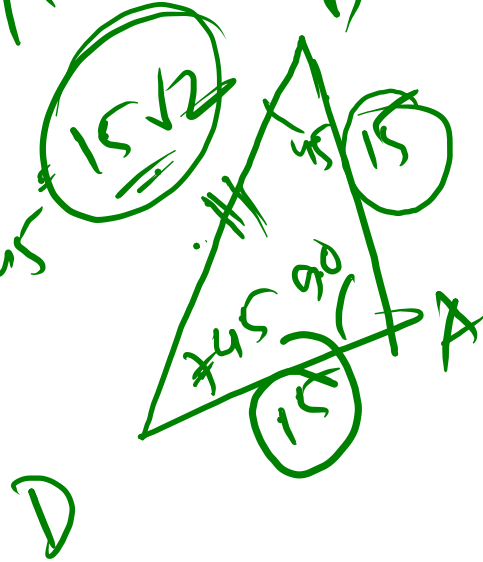


~~12 min~~  
9.40

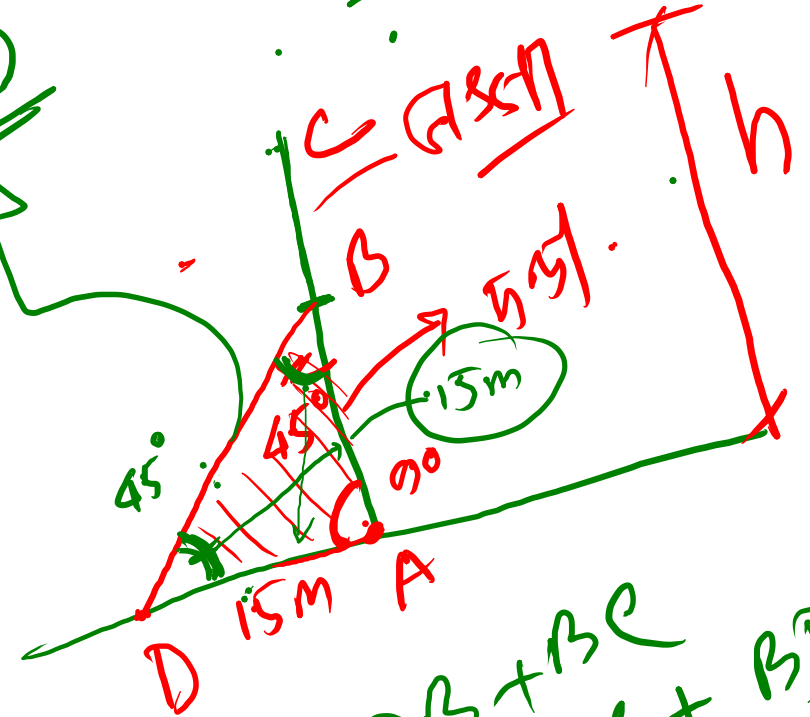
$$\sin 45 = \frac{15}{DB}$$

$$\Rightarrow DB = \frac{15}{\sin 45}$$

$AB = 15\text{m}$



$BE = BD$



$$AC = AB + BC$$

$$= 15 + 15\sqrt{2}$$

BCS কঠিন নয়;  
প্রস্তুতি যদি গোছানো হয়



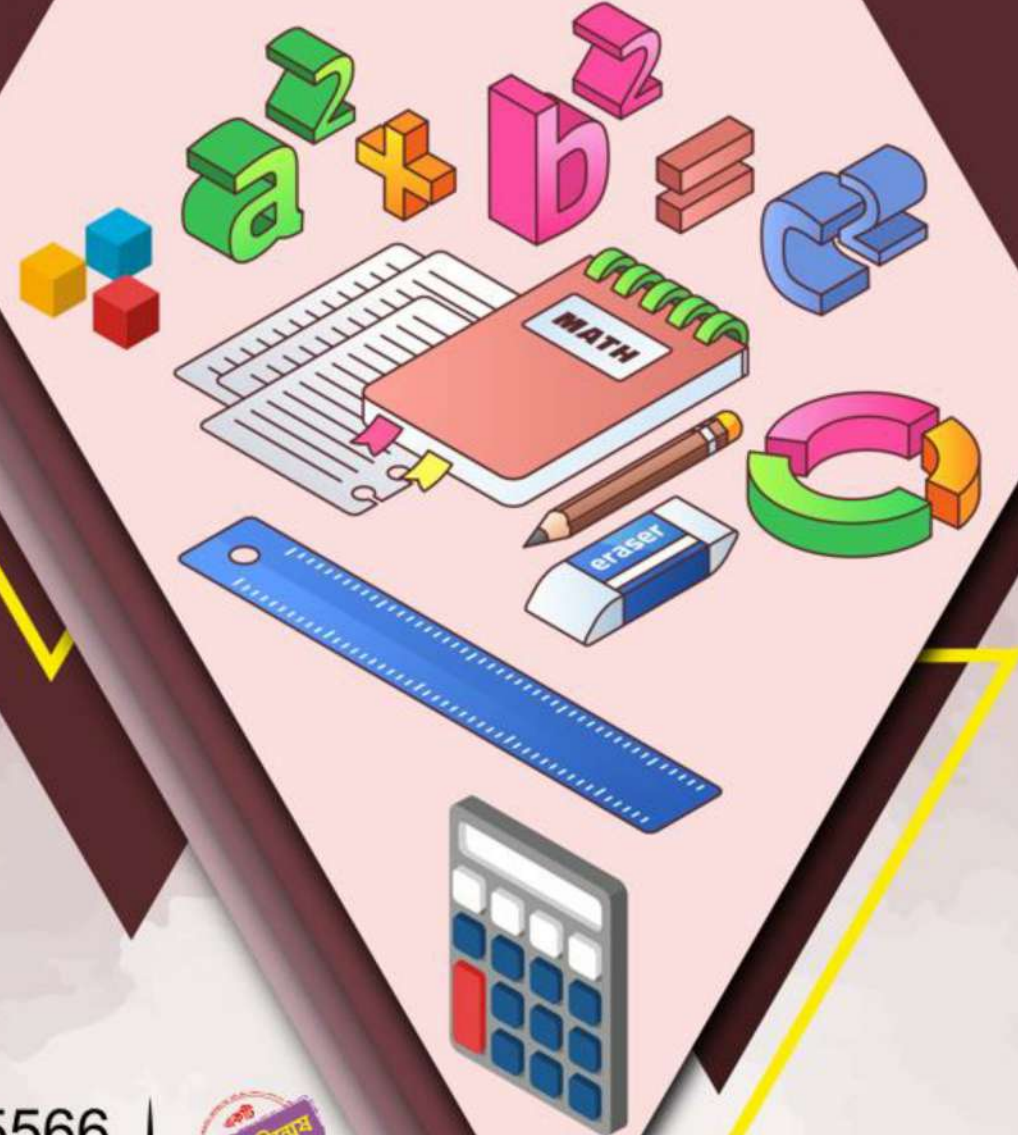
# ৪৫তম বিমিএম নির্ধিত ফুল কোর্স

## গাণিতিক যুক্তি

লেখক: ১০

টপিক:

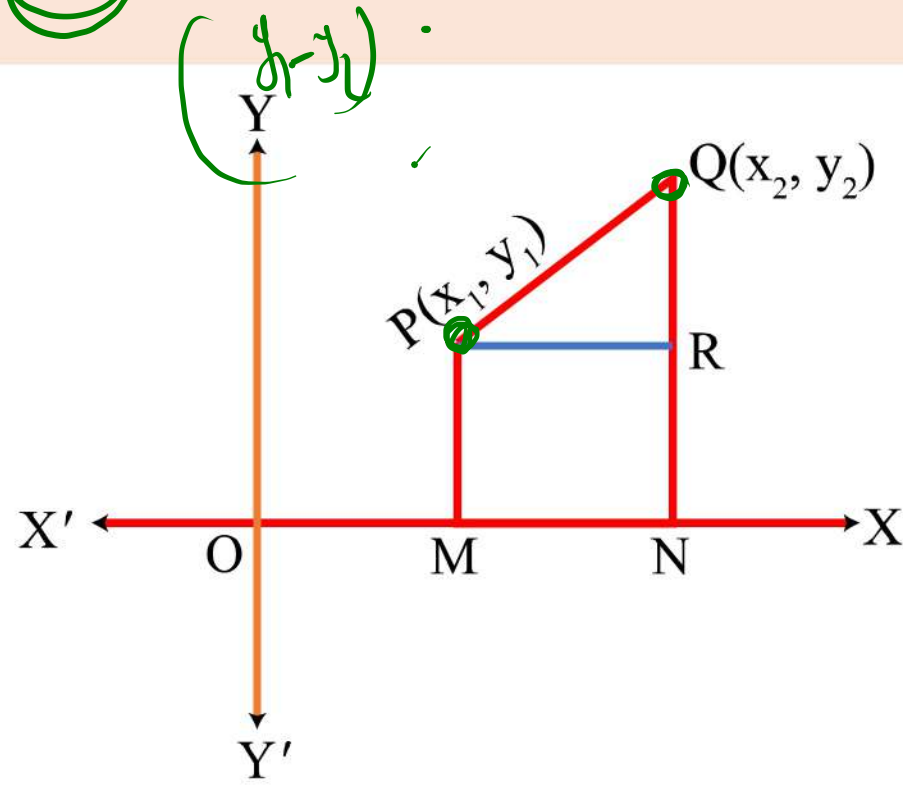
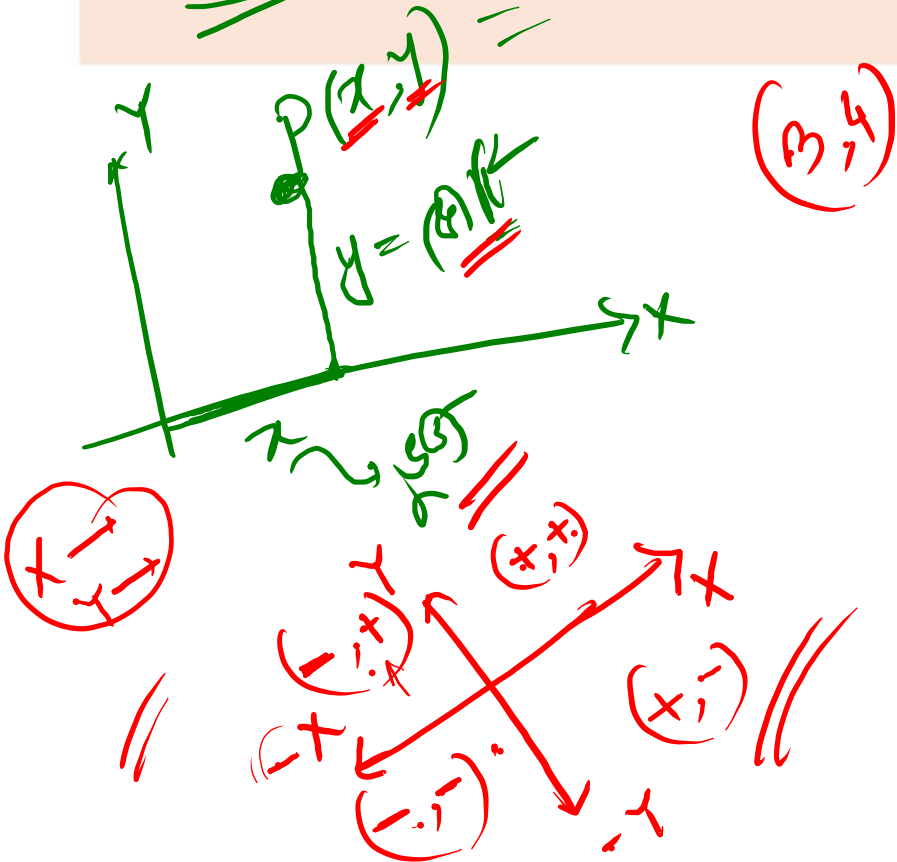
স্থানাঙ্ক জ্যামিতি, পরিমিতি: সমতল ও ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত সমস্যার সমাধান।



# দুইটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় সম্পর্কিত

HSC  
অনুশীলনী

$(x_1, y_1)$  ও  $(x_2, y_2)$  বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব  $= \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$  একক



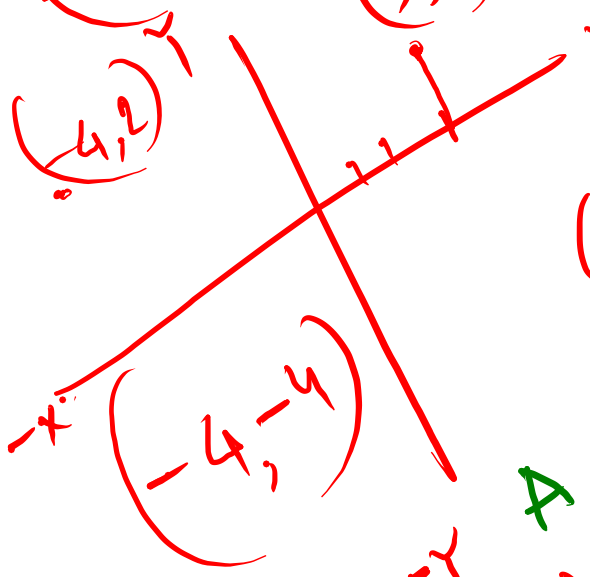
Theory

$(x, y)$

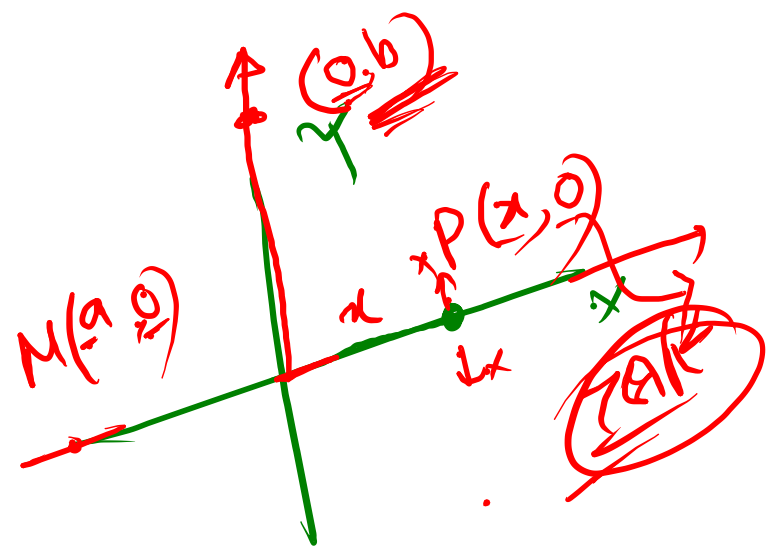
$(4, 2)$

$(3, 4)$

$(4, -2)$



Time

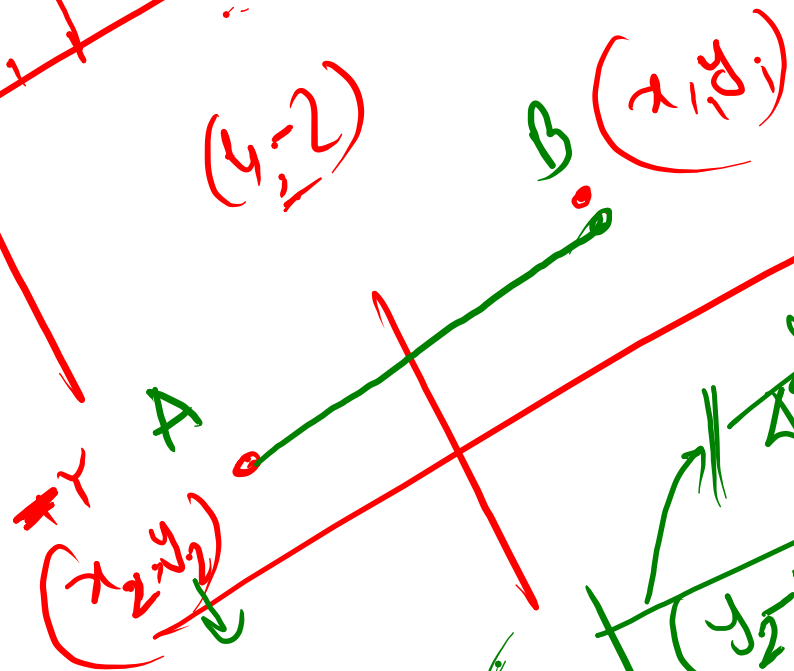


Math  
for

1

has

AB



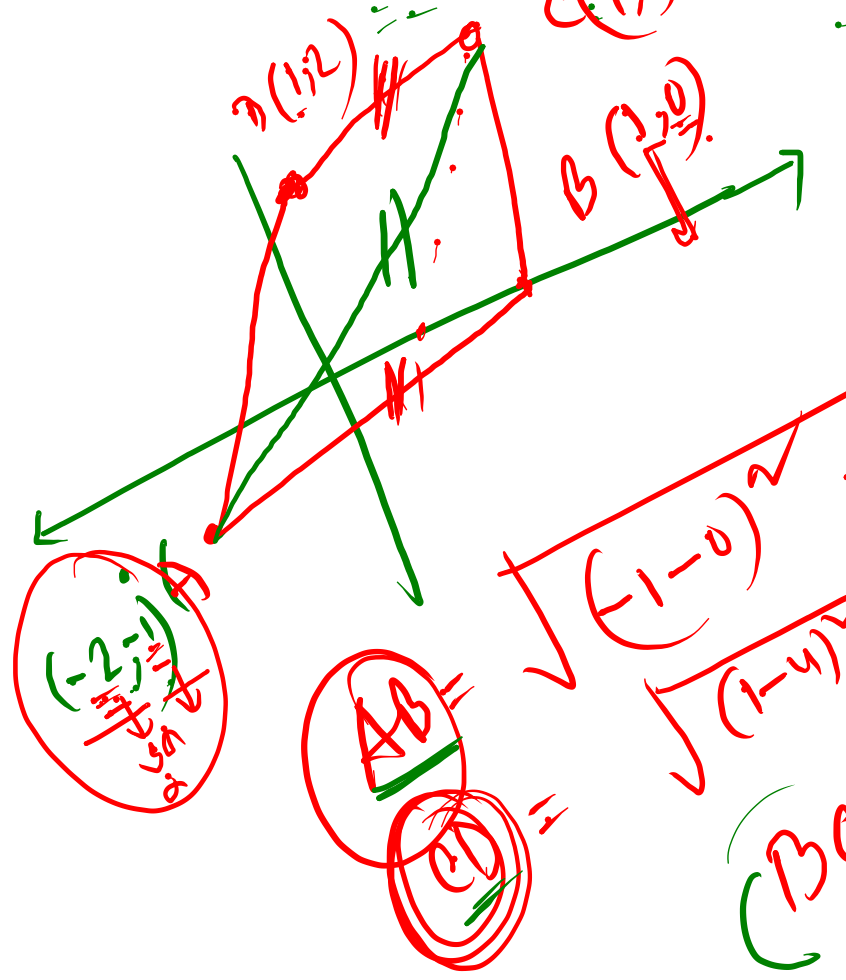
$$\sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$$

$$= \sqrt{(y_1 - y_2)^2 + (x_1 - x_2)^2}$$

# দুইটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় সম্পর্কিত

প্রমাণ করুন যে,  $(-2, -1)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(4, 3)$  এবং  $(1, 2)$  বিন্দুগুলো একটি সামান্তরিকের শীর্ষবিন্দু।

[সর্বমোস্তম বিসিএস লিখিত]



$$AB = \sqrt{(1-(-2))^2 + (0-(-1))^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$BC = \sqrt{(4-1)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$CD = \sqrt{(1-4)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$$

$$DA = \sqrt{(1-(-2))^2 + (2-(-1))^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

1)  $AB = CD$   
 2)  $AD = BC$   
 3)  $AC \neq BD$

$AC = BD$   
 তাৎপর্য

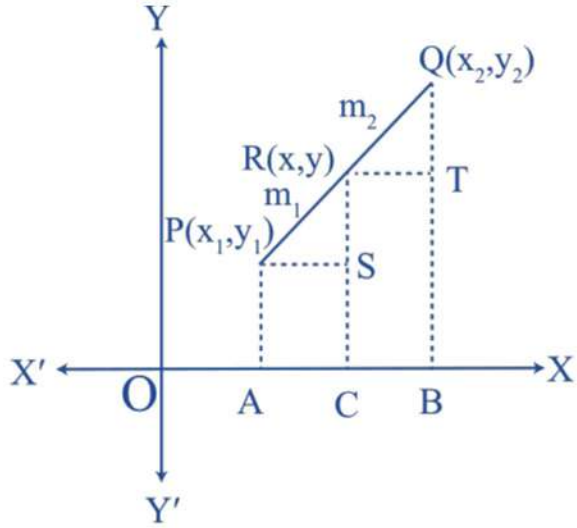
# অন্তর্বিভক্ত ও বহির্বিভক্ত সম্পর্কিত

➤  $(x_1, y_1)$  ও  $(x_2, y_2)$  বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখার কোনো বিন্দুতে  $m_1 : m_2$  অনুপাতে,

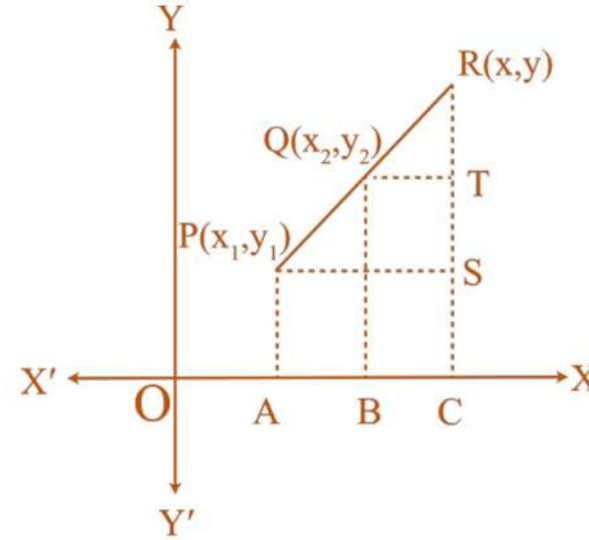
(i) অন্তর্বিভক্ত বিন্দুর স্থানাঙ্ক =  $\left( \frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2} \right)$

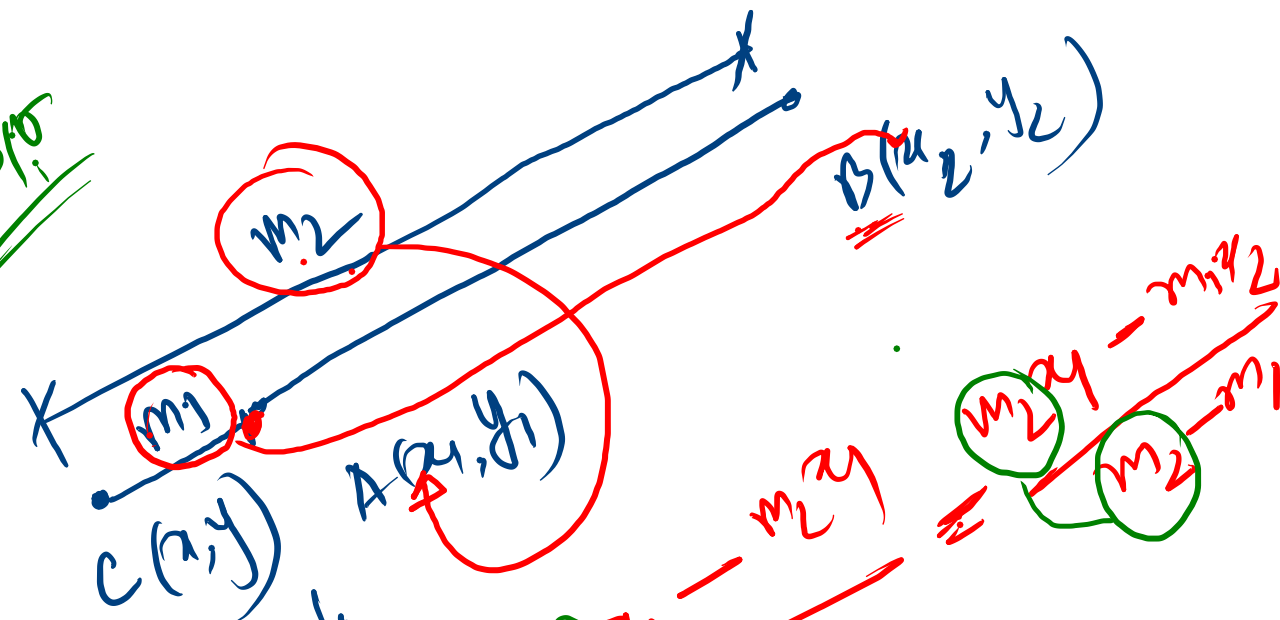
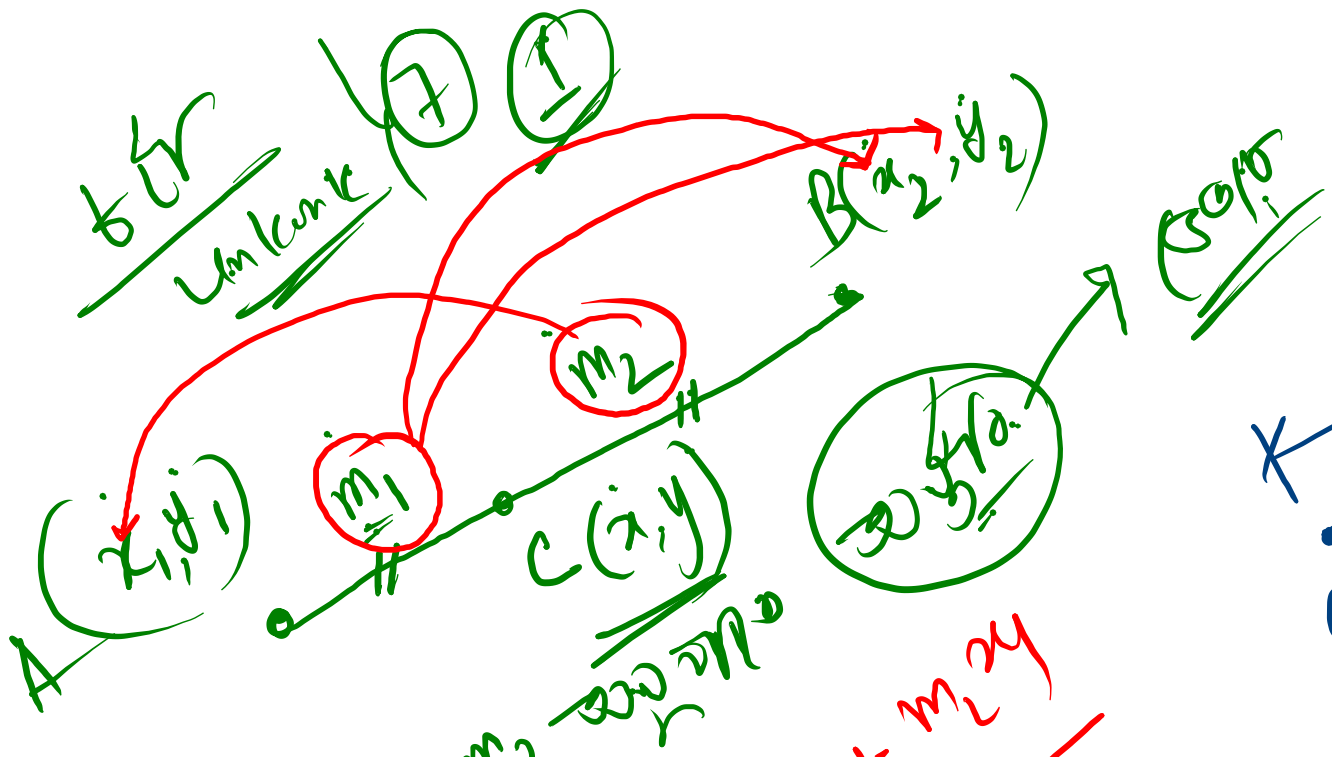
(ii) বহির্বিভক্ত বিন্দুর স্থানাঙ্ক =  $\left( \frac{m_1x_2 - m_2x_1}{m_1 - m_2}, \frac{m_1y_2 - m_2y_1}{m_1 - m_2} \right)$

➤ অন্তর্বিভক্তের ক্ষেত্রে



➤ বহির্বিভক্তের ক্ষেত্রে





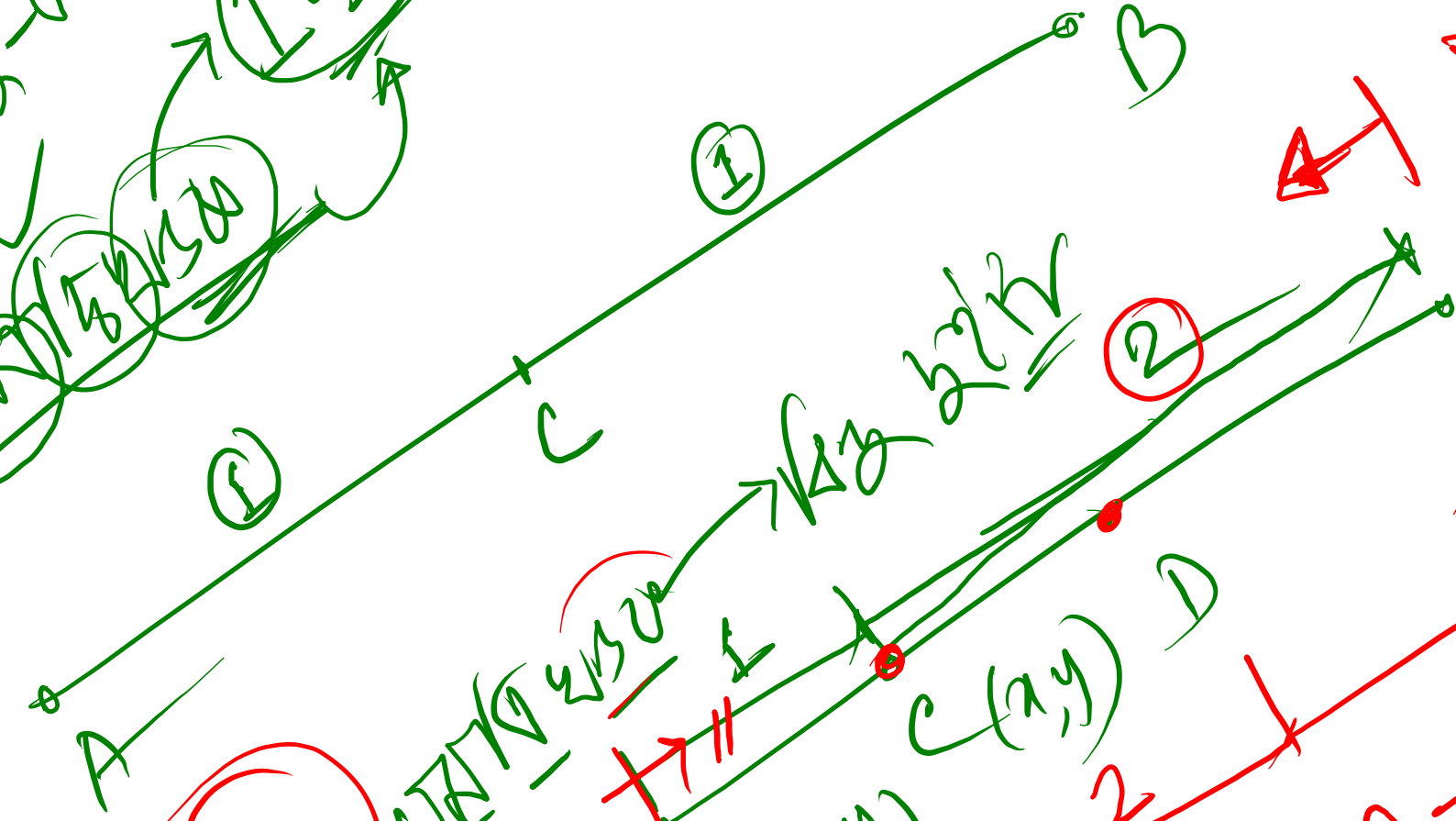
$m_1 + m_2$

$$x = \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}$$

$$y = \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2}$$

$x = \frac{m_1 x_2 - m_2 x_1}{m_1 - m_2}$   
 $y = \frac{m_1 y_2 - m_2 y_1}{m_1 - m_2}$

~~A~~



A → 1:2  
C → 2:1

B(x,y)

1:2

100%

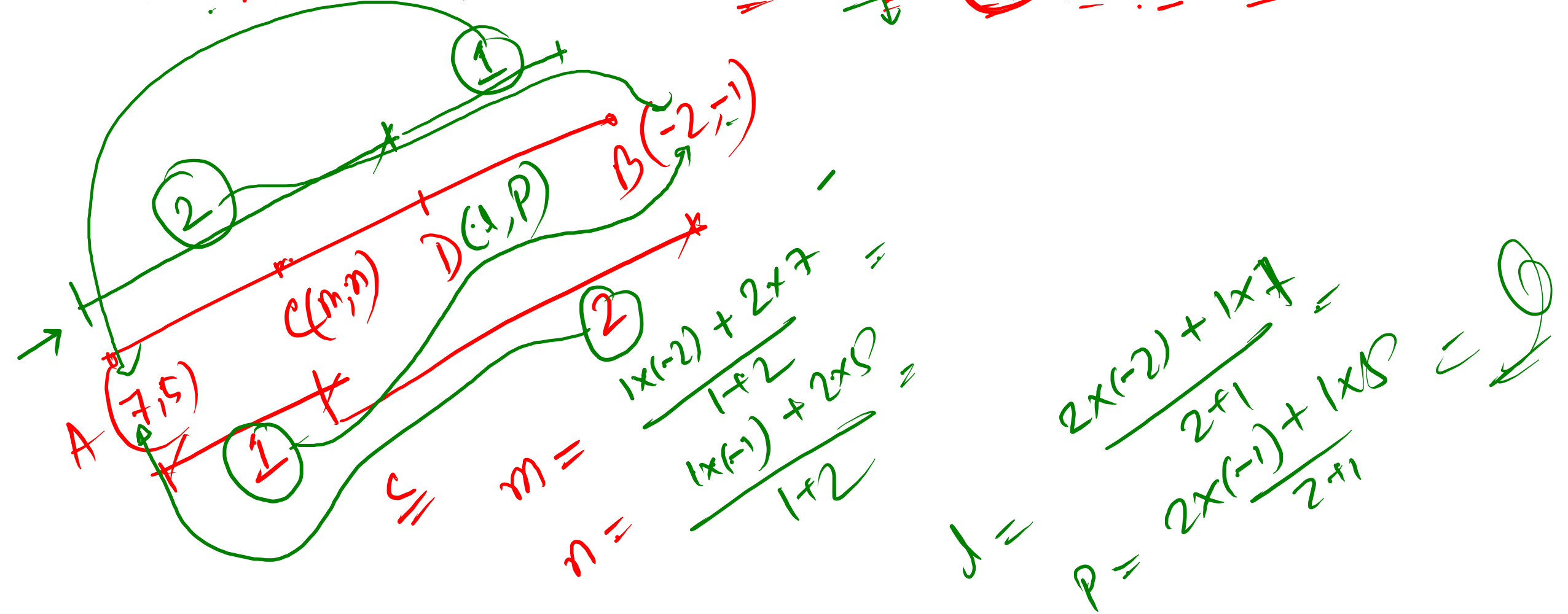
A(x,y)

C(x,y)

C → 1:2  
D → 2:1

## অন্তর্বিভক্ত ও বহির্বিভক্ত সম্পর্কিত

⇒ (7, 5) ও (-2, -1) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাংশের সমত্রিখণ্ডক বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করুন।



1) 2 lines

2) 3 lines

3) 4 lines

4) 5 lines

5) 6 lines

6) 7 lines

7) 8 lines

8) 9 lines

9) 10 lines

10) 11 lines

11) 12 lines

12) 13 lines

13) 14 lines

14) 15 lines

15) 16 lines

16) 17 lines

17) 18 lines

18) 19 lines

19) 20 lines

20) 21 lines

21) 22 lines

22) 23 lines

23) 24 lines

24) 25 lines

25) 26 lines

26) 27 lines

27) 28 lines

28) 29 lines

29) 30 lines

30) 31 lines

31) 32 lines

32) 33 lines

33) 34 lines

34) 35 lines

35) 36 lines

36) 37 lines

37) 38 lines

38) 39 lines

39) 40 lines

40) 41 lines

41) 42 lines

42) 43 lines

43) 44 lines

44) 45 lines

45) 46 lines

46) 47 lines

47) 48 lines

48) 49 lines

49) 50 lines

50) 51 lines

51) 52 lines

52) 53 lines

53) 54 lines

54) 55 lines

55) 56 lines

56) 57 lines

57) 58 lines

58) 59 lines

59) 60 lines

60) 61 lines

61) 62 lines

62) 63 lines

63) 64 lines

64) 65 lines

65) 66 lines

66) 67 lines

67) 68 lines

68) 69 lines

69) 70 lines

70) 71 lines

71) 72 lines

72) 73 lines

73) 74 lines

74) 75 lines

75) 76 lines

76) 77 lines

77) 78 lines

78) 79 lines

79) 80 lines

80) 81 lines

81) 82 lines

82) 83 lines

83) 84 lines

84) 85 lines

85) 86 lines

86) 87 lines

87) 88 lines

88) 89 lines

89) 90 lines

90) 91 lines

91) 92 lines

92) 93 lines

93) 94 lines

94) 95 lines

95) 96 lines

96) 97 lines

97) 98 lines

98) 99 lines

99) 100 lines

100) 101 lines

101) 102 lines

102) 103 lines

103) 104 lines

104) 105 lines

105) 106 lines

106) 107 lines

107) 108 lines

108) 109 lines

109) 110 lines

110) 111 lines

111) 112 lines

112) 113 lines

113) 114 lines

114) 115 lines

115) 116 lines

116) 117 lines

117) 118 lines

118) 119 lines

119) 120 lines

120) 121 lines

121) 122 lines

122) 123 lines

123) 124 lines

124) 125 lines

125) 126 lines

126) 127 lines

127) 128 lines

128) 129 lines

129) 130 lines

130) 131 lines

131) 132 lines

132) 133 lines

133) 134 lines

134) 135 lines

135) 136 lines

136) 137 lines

137) 138 lines

138) 139 lines

139) 140 lines

140) 141 lines

141) 142 lines

142) 143 lines

143) 144 lines

144) 145 lines

145) 146 lines

146) 147 lines

147) 148 lines

148) 149 lines

149) 150 lines

150) 151 lines

151) 152 lines

152) 153 lines

153) 154 lines

154) 155 lines

155) 156 lines

156) 157 lines

157) 158 lines

158) 159 lines

159) 160 lines

160) 161 lines

161) 162 lines

162) 163 lines

163) 164 lines

164) 165 lines

165) 166 lines

166) 167 lines

167) 168 lines

168) 169 lines

169) 170 lines

170) 171 lines

171) 172 lines

172) 173 lines

173) 174 lines

174) 175 lines

175) 176 lines

176) 177 lines

177) 178 lines

178) 179 lines

179) 180 lines

180) 181 lines

181) 182 lines

182) 183 lines

183) 184 lines

184) 185 lines

185) 186 lines

186) 187 lines

187) 188 lines

188) 189 lines

189) 190 lines

190) 191 lines

191) 192 lines

192) 193 lines

193) 194 lines

194) 195 lines

195) 196 lines

196) 197 lines

197) 198 lines

198) 199 lines

199) 200 lines

200) 201 lines

201) 202 lines

202) 203 lines

203) 204 lines

204) 205 lines

205) 206 lines

206) 207 lines

207) 208 lines

208) 209 lines

209) 210 lines

210) 211 lines

211) 212 lines

212) 213 lines

213) 214 lines

214) 215 lines

215) 216 lines

216) 217 lines

217) 218 lines

218) 219 lines

219) 220 lines

220) 221 lines

221) 222 lines

222) 223 lines

223) 224 lines

224) 225 lines

225) 226 lines

226) 227 lines

227) 228 lines

228) 229 lines

229) 230 lines

230) 231 lines

231) 232 lines

232) 233 lines

233) 234 lines

234) 235 lines

235) 236 lines

236) 237 lines

237) 238 lines

238) 239 lines

239) 240 lines

240) 241 lines

241) 242 lines

242) 243 lines

243) 244 lines

244) 245 lines

245) 246 lines

246) 247 lines

247) 248 lines

248) 249 lines

249) 250 lines

250) 251 lines

251) 252 lines

252) 253 lines

253) 254 lines

254) 255 lines

255) 256 lines

256) 257 lines

257) 258 lines

258) 259 lines

259) 260 lines

260) 261 lines

261) 262 lines

262) 263 lines

263) 264 lines

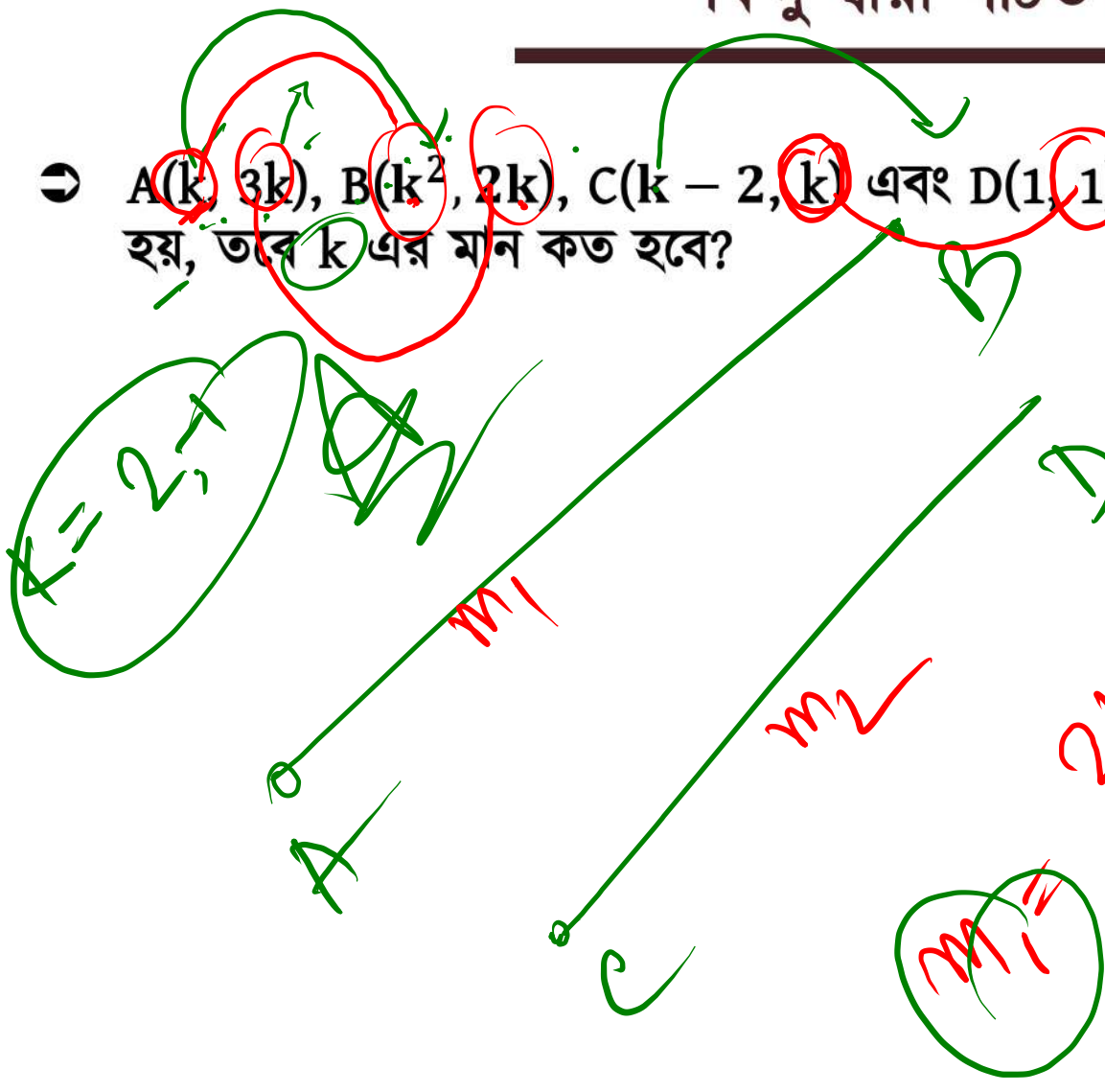
264) 265 lines

265) 266 lines

# বিন্দু দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$\Rightarrow$   $A(k, 3k)$ ,  $B(k^2, 2k)$ ,  $C(k-2, k)$  এবং  $D(1, 1)$  চারটি ভিন্ন বিন্দু। যদি  $AB$  এবং  $CD$  রেখা দুই সমান্তরাল হয়, তবে  $k$  এর মান কত হবে?

[৪৩তম বিসিএস লিখিত]



$$m_1 = \frac{2k - 3k}{k^2 - k} = \frac{-k}{k(k-1)}$$

$$m_1 =$$

$$m_2 =$$

$$= \frac{1-k}{1-(k-2)}$$

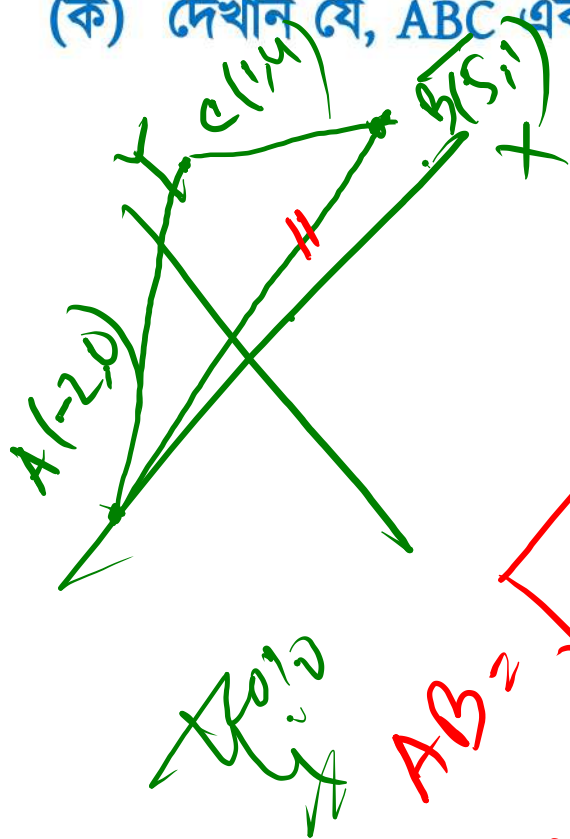
$$m_1 = m_2 \Rightarrow \frac{-k}{k(k-1)} = \frac{1-k}{1-(k-2)}$$

$$= \frac{1-k}{1-k+2} = \frac{1-k}{3-k}$$

# বিন্দু দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

→ একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু যথাক্রমে  $A(-2, 0)$ ,  $B(5, 1)$  এবং  $C(1, 4)$ :

(ক) দেখান যে,  $ABC$  একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ।



$$AB = \sqrt{7^2 + 1^2} = \sqrt{50}$$

$$BC = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25}$$

$$AC = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25}$$

$BC = AC$

[৩য়তম বিসিএস লিখিত]  
 $AB = \sqrt{50}$   
 $BC = \sqrt{25}$   
 $AC = \sqrt{25}$   
 $AB = AC + BC$

# বিন্দু দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু যথাক্রমে  $A(-2, 0)$ ,  $B(5, 1)$  এবং  $(1, 4)$ :

(খ) শীর্ষবিন্দু স্থানাঙ্ক ব্যবহার করে ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।

[৩৬তম বিসিএস লিখিত]

Handwritten solution for finding the area of a triangle with vertices  $A(-2, 0)$ ,  $B(5, 1)$ , and  $C(1, 4)$  using the determinant method.

The area is calculated as follows:

$$\text{Area} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \\ 1 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

Expanding the determinant:

$$= \frac{1}{2} [(-2)(1)(1) + (0)(4)(1) + (1)(0)(4) - (1)(0)(1) - (4)(1)(-2) - (1)(4)(-2)]$$

$$= \frac{1}{2} [-2 + 0 + 0 - 0 - (-8) - (-8)]$$

$$= \frac{1}{2} [-2 + 8 + 8]$$

$$= \frac{1}{2} [14]$$

$$= 7$$

The final answer is 7.

Additional handwritten notes include:

- Matrix**: A circled word indicating the use of a determinant matrix.
- for**: A circled word, possibly indicating a formula or method.
- Same**: A circled word, possibly indicating that the area is the same regardless of the order of vertices.
- Row**: A circled word, possibly indicating the rows of the determinant matrix.
- Column**: A circled word, possibly indicating the columns of the determinant matrix.

# ২ সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় সম্পর্কিত

$(y_1, x_1)$  চমকে

$y = mx + c$

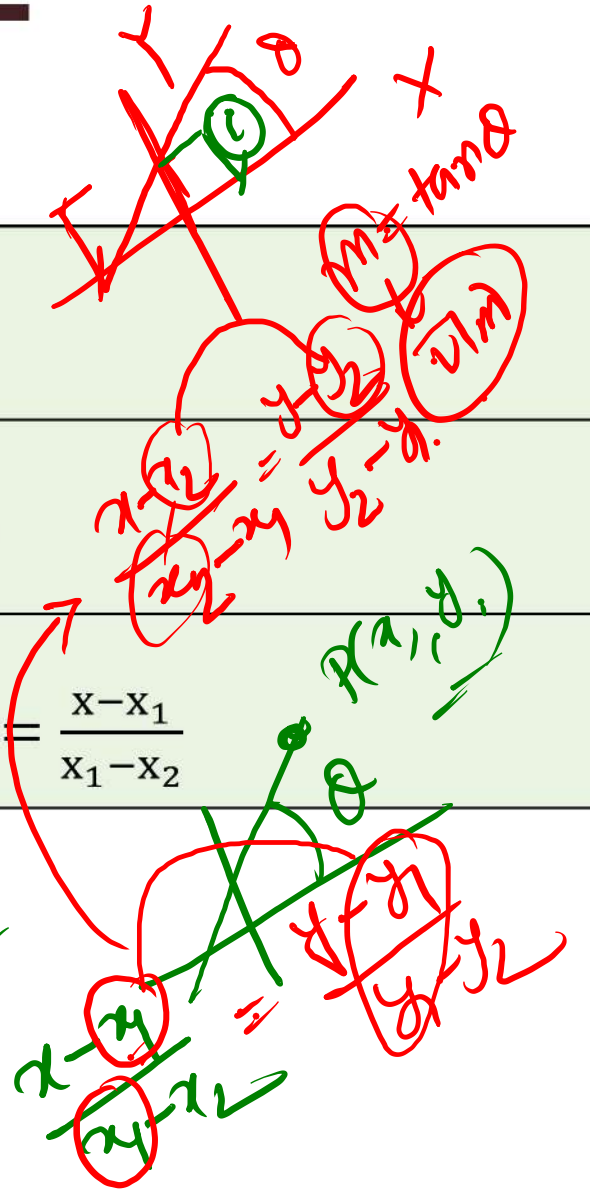
➤  $m$  ঢাল বিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ,  $y = mx + c$

➤  $(x_1, y_1)$  বিন্দুগামী এবং  $m$  ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ,  $y - y_1 = m(x - x_1)$

➤ দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু  $(x_1, y_1)$  ও  $(x_2, y_2)$  দিয়ে গমনকারী সরলরেখার সমীকরণ,  $\frac{y - y_1}{y_1 - y_2} = \frac{x - x_1}{x_1 - x_2}$

ঢাল  $= m$   
 ইন্টারসেপ্ট  $= c$   
 $y = mx + c$

২ বিন্দু  $(x_1, y_1)$  ও  $(x_2, y_2)$

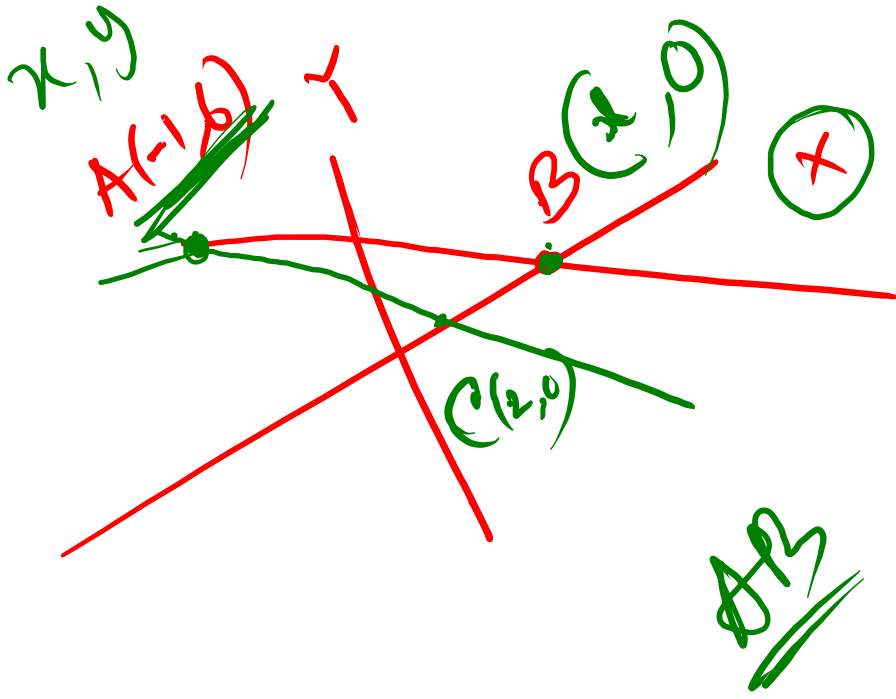


## সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় সম্পর্কিত

3. তালবিশিষ্ট একটি রেখা A (-1, 6) বিন্দু দিয়ে যায় এবং x-অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দুগামী অপর একটি রেখা x-অক্ষকে C (2,0) বিন্দুতে ছেদ করে।  
(ক) AB এবং AC রেখার সমীকরণ নির্ণয় করুন।

A(-1, 6)

[80 তম বিসিএস লিখিত]



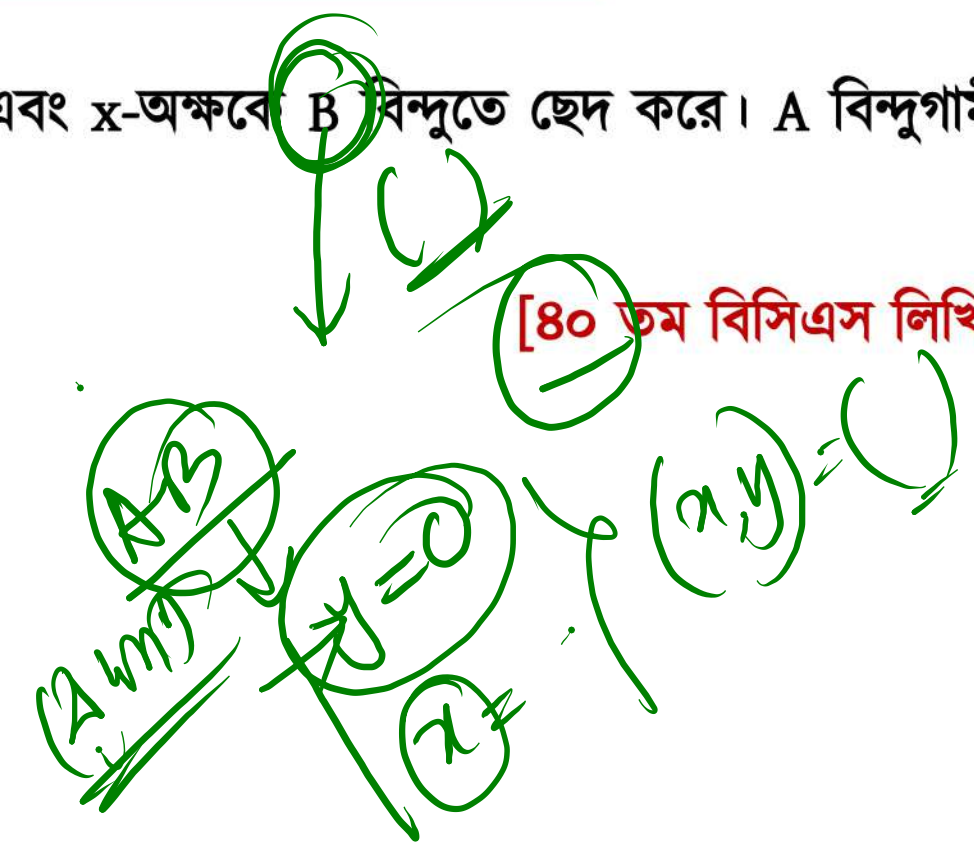
$$y - 6 = m(x - 3)$$
$$y - 6 = 3(x + 1)$$
$$\frac{x - 3}{x - 3} = \frac{y - 6}{3 - 0}$$
$$= \frac{x + 1}{-1 - 2} = \frac{y - 6}{6 - 0}$$

# সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় সম্পর্কিত

→ 3 ঢালবিশিষ্ট একটি রেখা  $A(-1, 6)$  বিন্দু দিয়ে যায় এবং  $x$ -অক্ষকে  $B$  বিন্দুতে ছেদ করে।  $A$  বিন্দুগামী অপর একটি রেখা  $x$ -অক্ষকে  $C(2, 0)$  বিন্দুতে ছেদ করে।

(খ)  $\triangle ABC$ -এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।

[৪০ ভাগ বিসিএস লিখিত]



# বিন্দু হতে রেখার লম্ব দূরত্ব

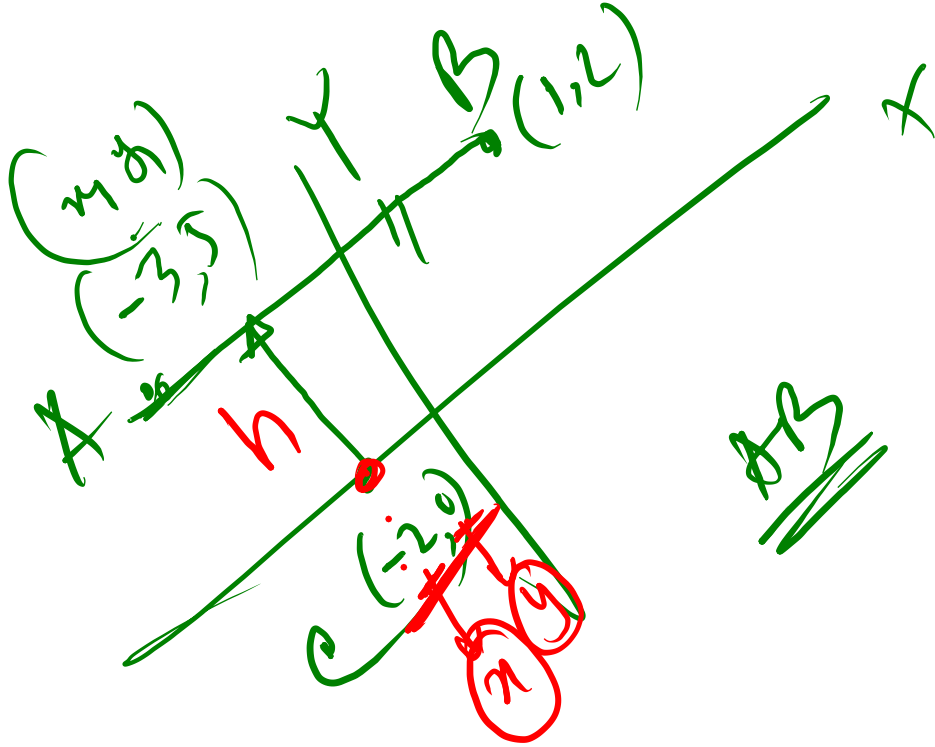
➤  $(x_1, y_1)$  বিন্দু থেকে  $ax + by + c = 0$  সরলরেখার লম্ব দূরত্ব =  $\frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

➤ মূলবিন্দু থেকে  $ax + by + c = 0$  সরলরেখার লম্ব দূরত্ব =  $\frac{|c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

# বিন্দু হতে রেখার লম্ব দূরত্ব

→ (1, 2) ও (-3, 5) বিন্দুগামী সরলরেখা থেকে (-2, 0) বিন্দুটির দূরত্ব নির্ণয় করুন।

[৩৮তম বিসিএস লিখিত]



$$\frac{y-1}{5-2} = \frac{x-1}{-3-1}$$

$$\Rightarrow \frac{y-1}{3} = \frac{x-1}{-4}$$

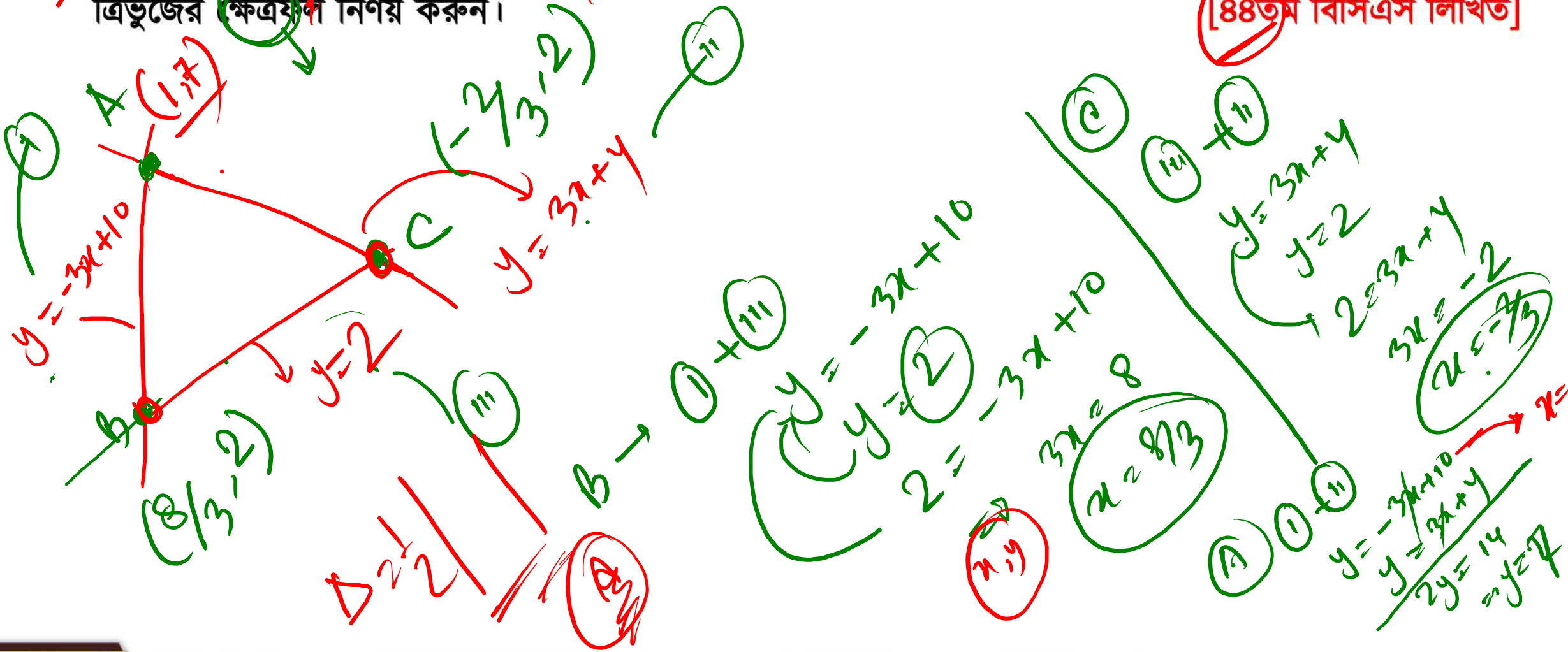
$$\Rightarrow 3x + 4y - 11 = 0$$

$$h = \frac{|3(-2) + 4(0) - 11|}{\sqrt{3^2 + 4^2}}$$

$$= \frac{|-6 - 11|}{5} = \frac{17}{5}$$

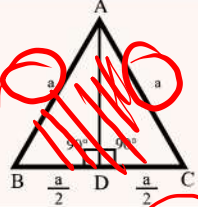
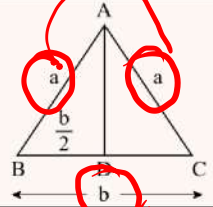
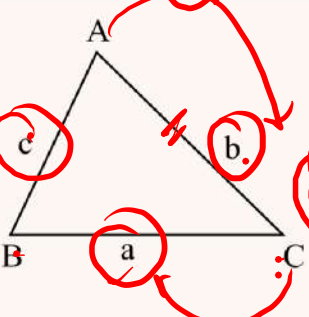
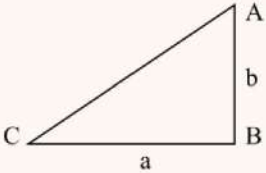
# বিন্দু দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

→  $y = 3x + 4$ ,  $y = -3x + 10$  এবং  $y = 2$  সমীকরণ তিনটি একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহু নির্দেশ করে।  
 ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন। [৪৪তম বিসিএস লিখিত]



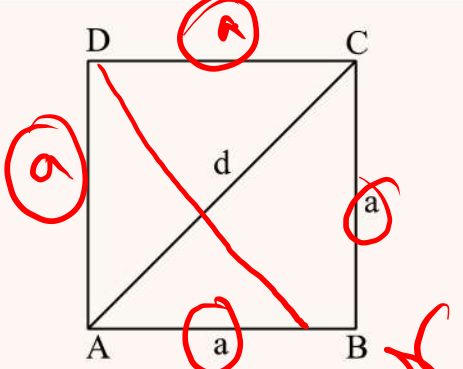
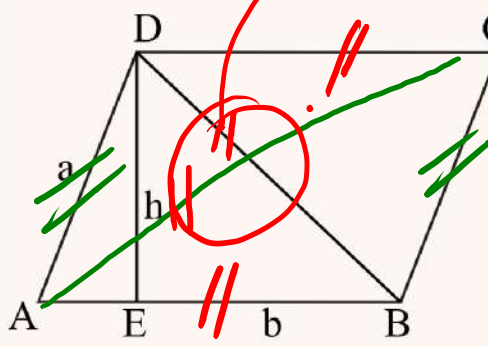
# পরিমিতি: ত্রিভুজ সম্পর্কিত সূত্রাবলি

## ত্রিভুজ সম্পর্কিত সূত্রাবলি

<p>সমবাহু ত্রিভুজ</p>		<p>সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য <math>a</math> একক হলে, ক্ষেত্রফল <math>= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2</math> বর্গ একক।</p>
<p>সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ</p>		<p>সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য <math>a</math> একক এবং ভূমির দৈর্ঘ্য <math>b</math> একক হলে, ক্ষেত্রফল <math>= \frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2}</math> বর্গ একক।</p>
<p>বিষমবাহু ত্রিভুজ</p>		<p>(i) ত্রিভুজের দুই বাহু ও এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ দেওয়া থাকলে <math>\Delta ABC</math> এর ক্ষেত্রফল <math>= \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} ca \sin B = \frac{1}{2} ab \sin C</math>  <i><math>S = \frac{a+b+c}{2}</math></i>  <i><math>S = \frac{1}{2} ab \sin C</math></i>          (ii) ত্রিভুজের তিন বাহু <math>a, b</math> ও <math>c</math> একক এবং অর্ধ পরিসীমা <math>s</math> একক হলে, ক্ষেত্রফল <math>= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}</math> বর্গ একক।</p>
<p>সমকোণী ত্রিভুজ</p>		<p>(i) ত্রিভুজের ভূমি <math>a</math> একক এবং উচ্চতা <math>b</math> একক হলে, ক্ষেত্রফল <math>= \frac{1}{2} ab</math> বর্গ একক।</p>

# পরিমিতি: চতুর্ভুজ সম্পর্কিত সূত্রাবলি

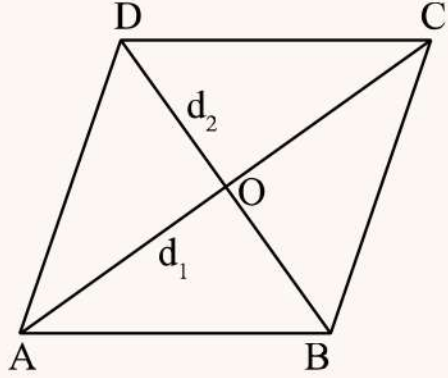
## চতুর্ভুজ সম্পর্কিত সূত্রাবলি

<p>বর্গক্ষেত্র</p>		<p>বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য <math>a</math> একক হলে,</p> <p>(i) ক্ষেত্রফল = <math>a^2</math> বর্গ একক;</p> <p>(ii) কর্ণের দৈর্ঘ্য = <math>\sqrt{2}a</math> একক;</p> <p>(iii) পরিসীমা = <math>4a</math> একক।</p> <p><i>Handwritten notes:</i>  <math>\frac{1}{2} a = a = a = a</math>  <math>2 \times a = 2a</math>  <u>Ans # e)</u></p>
<p>সামান্তরিক</p>		<p>(i) সামান্তরিকের ভূমি <math>b</math> একক এবং উচ্চতা <math>h</math> একক হলে, ক্ষেত্রফল = <math>bh</math> বর্গ একক।</p> <p>(ii) সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহু <math>a</math> ও <math>b</math> একক এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ <math>\theta^\circ</math> হলে, ক্ষেত্রফল = <math>ab \sin\theta^\circ</math> বর্গ একক।</p> <p>(iii) সামান্তরিকের একটি কর্ণ <math>d</math> একক এবং বিপরীত শীর্ষবিন্দু থেকে ঐ কর্ণের উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য <math>h</math> একক হলে, ক্ষেত্রফল = <math>dh</math> বর্গ একক।</p>

# পরিমিতি: চতুর্ভুজ সম্পর্কিত সূত্রাবলি

## চতুর্ভুজ সম্পর্কিত সূত্রাবলি

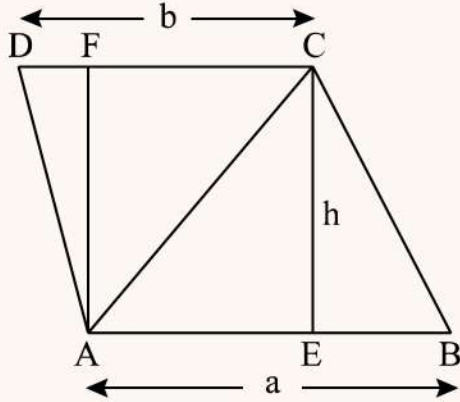
রম্বস



রম্বসের দুটি কর্ণের দৈর্ঘ্য  $d_1$  ও  $d_2$  একক হলে, ক্ষেত্রফল  
 $= \frac{1}{2} d_1 d_2$  বর্গ একক।

$AB = BC = CD = DA$   
 $AC \neq BD$

ট্রাপিজিয়াম

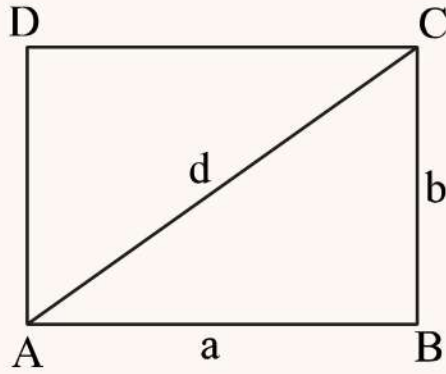


ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয় যথাক্রমে  $a$  একক ও  $b$  একক এবং এদের মধ্যবর্তী দূরত্ব  $h$  একক হলে,  
ক্ষেত্রফল  $= \frac{1}{2} h (a + b)$  বর্গ একক।

# পরিমিতি: চতুর্ভুজ সম্পর্কিত সূত্রাবলি

## চতুর্ভুজ সম্পর্কিত সূত্রাবলি

আয়তক্ষেত্র

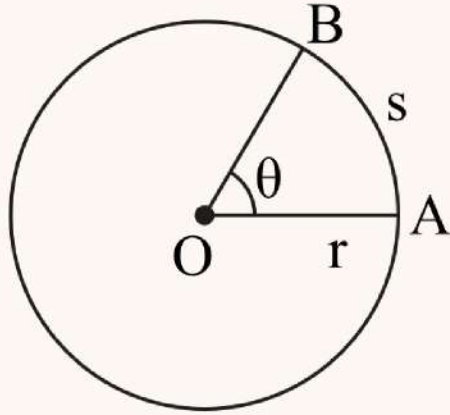


- আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য  $a$  একক এবং প্রস্থ  $b$  একক হলে,
- (i) ক্ষেত্রফল =  $ab$  বর্গ একক;
  - (ii) কর্ণের দৈর্ঘ্য,  $d = \sqrt{a^2 + b^2}$  একক;
  - (iii) পরিসীমা =  $2(a + b)$  একক।

# পরিমিতি: বৃত্ত সম্পর্কিত সূত্রাবলি

## বৃত্ত সম্পর্কিত সূত্রাবলি

বৃত্ত



(i) কোনো বৃত্তের ব্যাসার্ধ  $r$  একক হলে,

ক্ষেত্রফল  $= \pi r^2$  বর্গ একক;

পরিধি  $= 2\pi r$  একক;

ব্যাস  $= 2r$  একক।

(ii)  $r$  একক ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের যে চাপের ডিগ্রি পরিমাপ  $x$  তার দৈর্ঘ্য,

$S = \frac{\pi r x}{180}$  একক।

(iii)  $r$  একক ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল

$= \frac{\theta}{360} \pi r^2$  বর্গ একক।

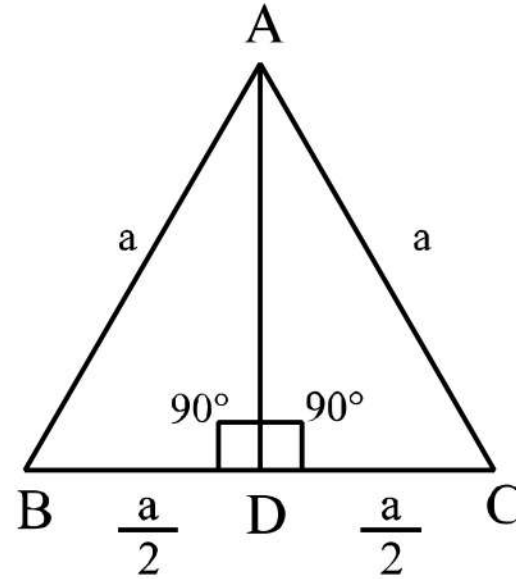
# পরিমিতি: ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত

⇒ প্রমাণ করুন যে,  $\Delta ABC$  - এর ক্ষেত্রফল =  $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ .

[৩৬তম বিসিএস লিখিত]

Ans

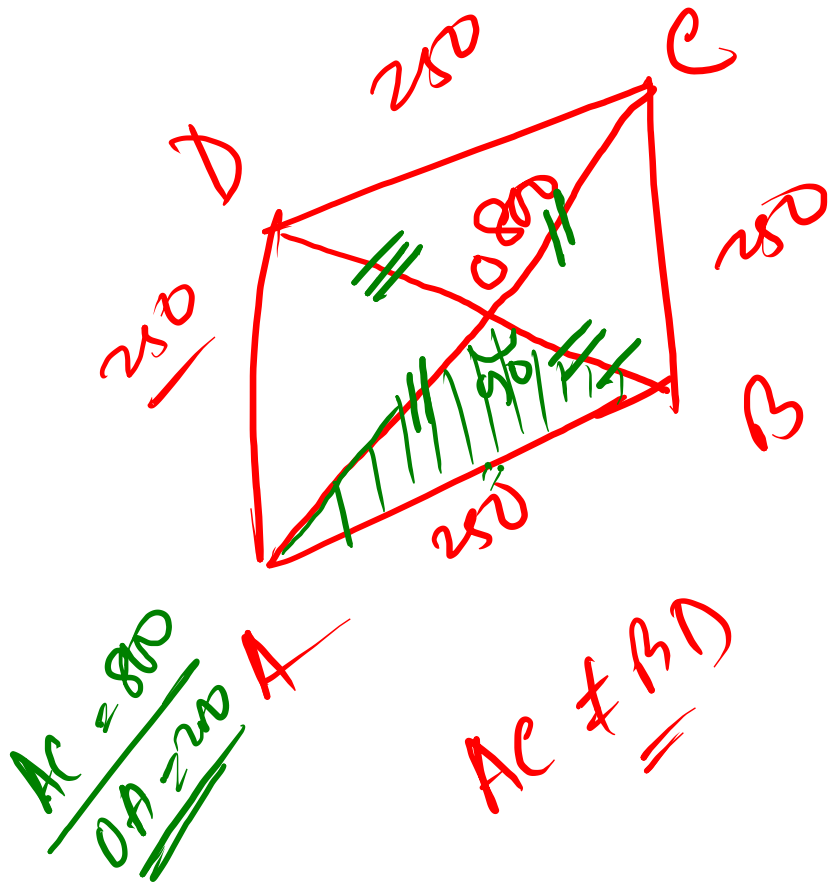
Nina  
Uttoron



# পরিমিতি: রম্বসের ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত

একটি রম্বসের প্রত্যেকটি বাহু ২৫০ ফুট এবং একটি কর্ণ ৪০০ ফুট। রম্বসটির ক্ষেত্রফল কত?

[১৩তম বিসিএস লিখিত]



$\triangle AOB$

$$AB^2 = OA^2 + OB^2$$

$$250^2 = 200^2 + OB^2$$

$$OB^2 = 250^2 - 200^2$$

$$OB^2 = 62500 - 40000$$

$$OB^2 = 22500$$

$$OB = 150$$

$$D = \frac{1}{2} AC * BD$$

$$= \frac{1}{2} * 800 * 600$$

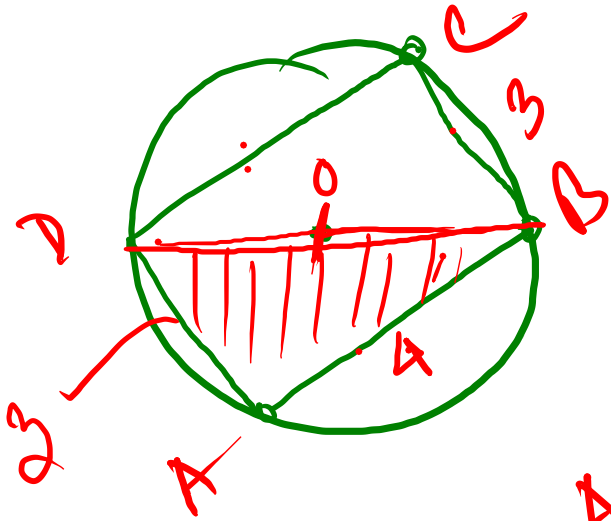
$$= 240,000$$

# পরিমিতি: বৃত্তীয় পরিমিতির তুলনা সম্পর্কিত

৪

একটি বৃত্তের অন্তর্লিখিত সামান্তরিকের দুই বাহুর দৈর্ঘ্য 3 cm এবং 4 cm হলে, ঐ বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত?

[৪৩তম বিসিএস লিখিত]



$\triangle AOB$

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 \\ = 4^2 + 3^2 \\ = 25$$

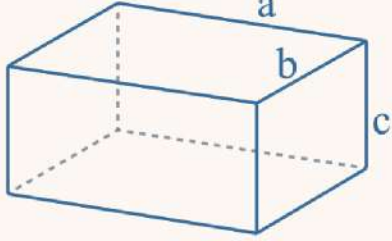

$$BD = 5$$

$$OB = OD = \frac{BD}{2}$$

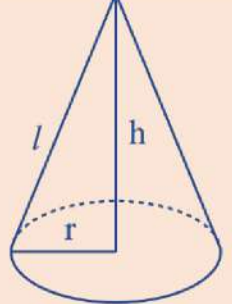
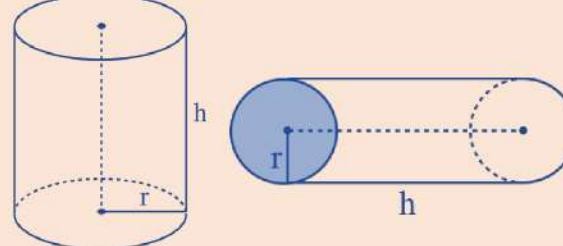
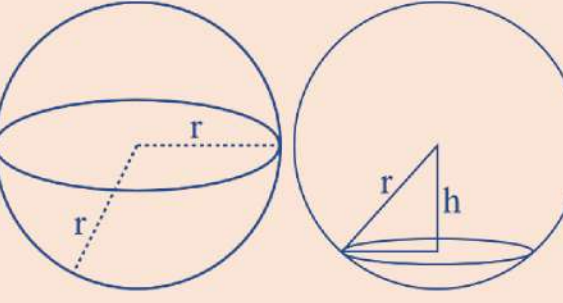
$$\frac{5}{2}$$

$$2.5$$

# পরিমিতি: ঘনবস্তু (SOLIDS)

ঘনবস্তু	গঠন	চিত্র	উদাহরণ	সূত্রসমূহ
আয়তাকার ঘনবস্তু (Rectangular solids)	৬টি সমান্তরাল আয়তাকার তল দ্বারা উৎপন্ন হয়		বই, ইট	তিনটি ধার যথাক্রমে a, b, c হলে, সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল, $A = 2(ab + bc + ca)$ বর্গ একক; আয়তন, $V = abc$ ঘন একক; কর্ণ, $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ একক
ঘনক (Cube)	৬টি সমান্তরাল বর্গাকার তল দ্বারা উৎপন্ন হয়		রুবিক্স কিউব, লুডুর ছক্কা	ঘনকের প্রতিটি ধারের দৈর্ঘ্য a একক হলে, ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল, $A = 6a^2$ বর্গ একক আয়তন, $V = a^3$ ঘন একক কর্ণ, $d = \sqrt{3}a$ একক

# পরিমিতি: ঘনবস্তু (SOLIDS)

<p>সমবৃত্তভূমিক কোণক (Right Circular Cone)</p>	<p>সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহুকে স্থির রেখে ত্রিভুজটি ঘুরলে উৎপন্ন হয়</p>		<p>কোণ আইসক্রিম, ঝালমুড়ির কোণ</p>	<p>বক্রতলের ক্ষেত্রফল = <math>\pi r l</math> বর্গএকক সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = <math>\pi r(r + l)</math> বর্গএকক আয়তন = <math>\frac{1}{3}\pi r^2 h</math> ঘন একক হেলানো তলের দৈর্ঘ্য, <math>l = \sqrt{h^2 + r^2}</math> একক</p>
<p>সিলিন্ডার/বেলন (Cylinder/Roller)</p>	<p>আয়তাকার বস্তুর একবাহু স্থির রেখে এর চারদিকে ঘুরলে উৎপন্ন হয়</p>		<p>পাইপ, গ্যাস সিলিন্ডার</p>	<p>বক্রতলের ক্ষেত্রফল = <math>2\pi r h</math> বর্গএকক সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল, <math>A = 2\pi r(r + h)</math> বর্গএকক আয়তন, <math>V = \pi r^2 h</math> ঘনএকক</p>
<p>গোলক (Sphere)</p>	<p>অর্ধবৃত্ত ব্যাসকে অক্ষ ধরে অর্ধবৃত্তকে ব্যাসের চারদিকে ঘুরলে উৎপন্ন হয়</p>		<p>ফুটবল, বিলিয়ার্ড বল</p>	<p>গোলকের ব্যাসার্ধ <math>r</math> হলে, সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল, <math>A = 4\pi r^2</math> বর্গএকক আয়তন, <math>V = \frac{4}{3}\pi r^3</math> ঘনএকক <math>h</math> উচ্চতায় তলচ্ছেদে উৎপন্ন বৃত্তের ব্যাসার্ধ <math>= \sqrt{r^2 - h^2}</math> একক</p>

# পরিমিতি: আয়তাকার ঘনবস্তু (RECTANGULAR SOLIDS)

৩, ৪ ও ৫ সে.মি. ধারবিশিষ্ট তিনটি ছোট ঘনক গুলিয়ে একটি বড়ো ঘনক তৈরি করা হলো। ছোট ঘনকগুলোর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও বড় ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত নির্ণয় করুন। [৪৪তম বিসিএস লিখিত]

Handwritten solution in Bengali:

১)  $a=3$

২)  $a=4$

৩)  $a=5$

৪)  $a=6$

৫)  $a=6$

৬)  $a=6$

৭)  $a=6$

৮)  $a=6$

৯)  $a=6$

১০)  $a=6$

১১)  $a=6$

১২)  $a=6$

১৩)  $a=6$

১৪)  $a=6$

১৫)  $a=6$

১৬)  $a=6$

১৭)  $a=6$

১৮)  $a=6$

১৯)  $a=6$

২০)  $a=6$

২১)  $a=6$

২২)  $a=6$

২৩)  $a=6$

২৪)  $a=6$

২৫)  $a=6$

২৬)  $a=6$

২৭)  $a=6$

২৮)  $a=6$

২৯)  $a=6$

৩০)  $a=6$

৩১)  $a=6$

৩২)  $a=6$

৩৩)  $a=6$

৩৪)  $a=6$

৩৫)  $a=6$

৩৬)  $a=6$

৩৭)  $a=6$

৩৮)  $a=6$

৩৯)  $a=6$

৪০)  $a=6$

৪১)  $a=6$

৪২)  $a=6$

৪৩)  $a=6$

৪৪)  $a=6$

৪৫)  $a=6$

৪৬)  $a=6$

৪৭)  $a=6$

৪৮)  $a=6$

৪৯)  $a=6$

৫০)  $a=6$

৫১)  $a=6$

৫২)  $a=6$

৫৩)  $a=6$

৫৪)  $a=6$

৫৫)  $a=6$

৫৬)  $a=6$

৫৭)  $a=6$

৫৮)  $a=6$

৫৯)  $a=6$

৬০)  $a=6$

৬১)  $a=6$

৬২)  $a=6$

৬৩)  $a=6$

৬৪)  $a=6$

৬৫)  $a=6$

৬৬)  $a=6$

৬৭)  $a=6$

৬৮)  $a=6$

৬৯)  $a=6$

৭০)  $a=6$

৭১)  $a=6$

৭২)  $a=6$

৭৩)  $a=6$

৭৪)  $a=6$

৭৫)  $a=6$

৭৬)  $a=6$

৭৭)  $a=6$

৭৮)  $a=6$

৭৯)  $a=6$

৮০)  $a=6$

৮১)  $a=6$

৮২)  $a=6$

৮৩)  $a=6$

৮৪)  $a=6$

৮৫)  $a=6$

৮৬)  $a=6$

৮৭)  $a=6$

৮৮)  $a=6$

৮৯)  $a=6$

৯০)  $a=6$

৯১)  $a=6$

৯২)  $a=6$

৯৩)  $a=6$

৯৪)  $a=6$

৯৫)  $a=6$

৯৬)  $a=6$

৯৭)  $a=6$

৯৮)  $a=6$

৯৯)  $a=6$

১০০)  $a=6$

60L  
20  
30

~~20~~  
~~30~~

6x3 ✓  
6x4 ✓  
6x5 ✓

6x7 = 42  
6x16 = 96  
6x25 = 150

~~A<sub>1</sub> = 300 gms~~

A<sub>2</sub> = 6x6 = 36

$\frac{A_1}{A_2} = \frac{300}{36} = 8\frac{1}{3}$

$\frac{25}{18} = 1\frac{7}{18}$

~~20~~  
~~30~~

BCS কঠিন নয়;  
প্রস্তুতি যদি গোছানো হয়