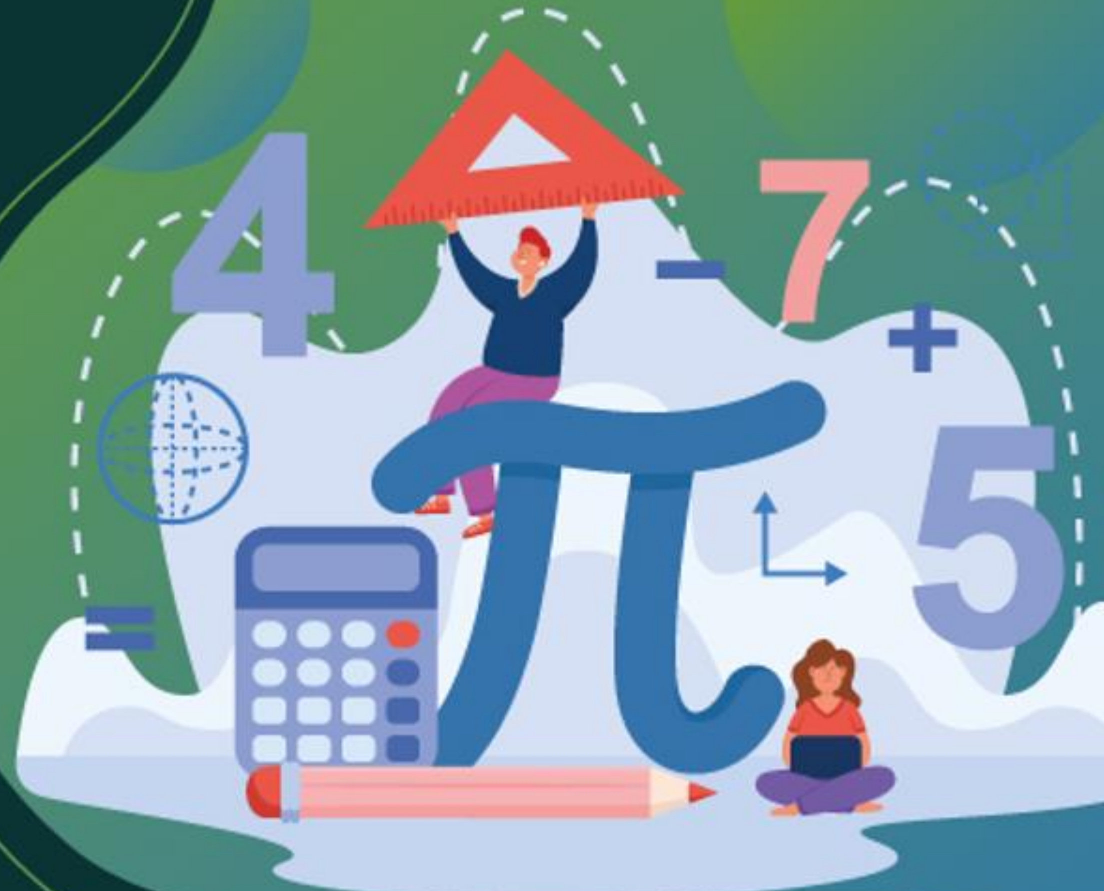
৪৬তম বিসিএস
লিখিত ফুল কোর্স

গাণিতিক যুক্তি

লেকচার: ০৭+০৮

শুভ সন্ধ্যা



টপিক:

- ✓ অনুক্রম, সমান্তর ও গুণোত্তর ধারা, সূচক ও লগারিদম এবং তাদের ফাংশনসমূহ।
- ✓ বিন্যাস, সমাবেশ, সম্ভাব্যতা।

উত্তরণ
ক্যারিয়ার এন্ড স্কিলস একাডেমি
09666775566
www.uttoron.academy
একটি উদ্ভাস-উন্মেষ প্রতিষ্ঠান

$1+3 = 2^2$
$1+3+5 = 3^2$
* $1+3+5+ \cdots +n = n^2$
* $2+4+6+ \cdots 2n = n(n+1)$
$2+4 = 2(2+1) = 6$

সমান্তর ধারা

$2+4+6 = 3(3+1) = 3\cdot4 = 12$

$$a + (a + d) + (a + 2d) + \ldots..$$

$$2 + 7 + 12 + 17 + \ldots$$

নাম	সূত্র	প্রতীকের ব্যাখ্যা
n তম পদ	$a + (n - 1)d$	এখানে, a = ধারার ১ম পদ n = পদ সংখ্যা d = সাধারণ অন্তর = (দ্বিতীয় পদ – প্রথম পদ)
n সংখ্যক পদের সমষ্টি	$\frac{n}{2} \times \{2a + (n - 1)d\}$	
n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি	$\frac{n(n+1)}{2}$	
n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি	H.W $\boxed{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$ **	
n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি	$\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$	

৪ $S = \boxed{a} + (a+d) + (a+2d) - - - - - + \{a+(n-1)\cdot d\}$

$$= \frac{\text{১ম পদ} + \text{শেষ পদ}}{2} \times \boxed{\text{পদসংখ্যা}}$$

$$= \frac{a + a + (n-1)\cdot d}{2} \cdot n$$

$$\boxed{S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)\cdot d\}}$$

সূত্র সম্পর্কিত প্রমাণ

$2 \times 2 \times 2 \cdots$

$= 3 \times 2$

$= 6$

➲ প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি নির্ণয় করুন।

$S_n = 1 + 2 + 3 + \cdots + (n-1) + n$

$S_n = n + (n-1) + (n-2) + \cdots + 2 + 1$

$2S_n = (n+1) + (n+1) + (n+1) + \cdots + (n+1)$

বা, $2S_n = n(n+1)$

$\therefore \boxed{S_n = \frac{n(n+1)}{2}}$

H.W

$\boxed{n^3 - (n-1)^3 = 3n^2 - 3n + 1}$

পদসংখ্যা সম্পর্কিত

➲ একটি সমান্তর ধারার p তম পদটি q এবং q তম পদটি p। দেখান যে, r তম পদটি $(p + q - r)$ এবং $(p + q)$ তম পদটি শূন্য হবে। [৪৪তম বিসিএস লিখিত]

$\boxed{n\text{-তম পদ} = a+(n-1)\cdot d}$

$p\text{-তম পদ} = a+(p-1)\cdot d = q$ ---- (i)

$q\text{-তম}$ " $= a+(q-1)\cdot d = p$ ---- (ii)

(i) - (ii)

$(p-q)d = q-p$

$\therefore \boxed{d=-1}$

(i) হতে

$a+(p-1)\cdot(-1) = q$

$\therefore \boxed{a = p+q-1}$

$r\text{-তম পদ} = a+(r-1)\cdot d$

$= p+q-1-r+1$

$= p+q-r$

$(p+q)\text{-তম পদ}$

$= a+(p+q-1)\cdot d$

$= \boxed{a+(p-1)\cdot d} + qd$

$= q+q\cdot(-1)$

$= q-q = 0$

পদসংখ্যা সম্পর্কিত

➲ 5 + 8 + 11 + 14 + ... ধারাটির কোন পদ 383?

n-তম পদ = 383

$a + (n-1) \cdot d = 383$

বা, $5 + (n-1) \cdot 3 = 383$

বা, $n - 1 = 126$

$\therefore n = 127$

পদসংখ্যা = $\frac{\text{শেষপদ} - \text{১ম পদ}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + 1$

$= \frac{383 - 5}{3} + 1$

= ?

সমষ্টি নির্ণয় সম্পর্কিত

- ধারার সমষ্টি নির্ণয় করতে অবশ্যই ধারাটির কত তম পদ পর্যন্ত সমষ্টি নির্ণয় করতে হবে তা জানা থাকতে হয় । অর্থাৎ পদ সংখ্যা জানা থাকতে হয়।

- কোনো ধারার প্রথম পদ a, সাধারণ অন্তর d এবং পদ সংখ্যা n হলে, সমষ্টি, $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

- কোনো ধারার প্রথম পদ, শেষ পদ ও পদ সংখ্যা জানা থাকলে সমষ্টি, $S_n = \frac{\text{১ম পদ} + \text{শেষ পদ}}{2} \times \text{পদ সংখ্যা}$

সমষ্টি নির্ণয় সম্পর্কিত

➲ **প্রমাণ করুন:** $1+3+5+7+\ldots\ldots\ldots\ldots+125 = 169+171+173\ \ldots\ldots\ldots +209$

Sol^n:

H.W

সমষ্টি নির্ণয় সম্পর্কিত

$S_n =$ ২ + ২২ + ৩২ +.........+ ২০১৮২ + ২০১৯২ কে ৮ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত হবে?

[৪৩তম বিসিএস লিখিত]

$S = 22 + 32 + \cdots + 20182 + \boxed{20192}$

$a = 22$

$d = 10$

n-তম পদ $= 20192$

$\therefore a + (n-1) \cdot d = 20192$

$\therefore 22 + (n-1) \cdot 10 = 20192$

$\therefore n = 2018$

$S = \frac{2018}{2}\{2 \cdot 22 + (2018-1) \cdot 10\}$

$= 1009(44 + 20170)$

$= 20395926$

$S_n = S + 2$

$= 20395\boxed{928}$

$8 \,|\, 928 \,|\, 116$

Ans: 0

2016 - 2025

10

➲ গনি সাহেব একজন সরকারি চাকুরিজীবী। ২০১৬ সালে জুলাই মাসে তাঁর মূল বেতন ছিল ২২,০০০ টাকা। তাঁর বার্ষিক বেতন বৃদ্ধির পরিমাণ ১০০০ টাকা।

❖ (ক) উপর্যুক্ত তথ্যের ভিত্তিতে একটি সমান্তর ধারা তৈরি করুন এবং ২০২৫ সালে জুলাই মাসে গনি সাহেবের মাসিক মূল বেতন কত হবে তা নির্ণয় করুন। [৪০তম বিসিএস লিখিত]

Solⁿ:

$22000 + 23000 + 24000 + \cdots\cdots$

$n = 10$

$a = 22000$

$d = 1000$

দশম পদ $= 22000 + (10-1)\cdot 1000$

$= 22000 + 9000$

$= 31000$

❖ (খ) মূল বেতনের ১০% প্রতিমাসে ভবিষ্যৎ তহবিলে কর্তন করলে ২০ বছরে তাঁর মোট কত টাকা ভবিষ্যৎ তহবিল জমা হবে তা নির্ণয় করুন।

বছর:

১ম – $22000 \times 10\% \times 12 = 2200 \times 12$

২য় – $23000 \times 10\% \times 12 = 2300 \times 12$

⋮

২০-তম বছর:

সর্বমোট $= 2200 \times 12 + 2300 \times 12 + 2400 \times 12 + \cdots$

$= 12(2200 + 2300 + 2400 + \cdots)$

$= 12 \cdot \frac{20}{2}\{2 \cdot 2200 + (20-1) \cdot 100\}$

$= ?$

গুণোত্তর ধারা

$$a + ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + \dots\dots$$

$$2 + 4 + 8 + 16 + 32 \dots$$

নাম	সূত্র	প্রতীকের ব্যাখ্যা
n তম পদ	$\boxed{ar^{n-1}}$	এখানে, a = ধারার ১ম পদ n = পদ সংখ্যা r = সাধারণ অনুপাত অর্থাৎ, $\left[\frac{\text{দ্বিতীয় পদ}}{\text{প্রথম পদ}}\right]$
n সংখ্যক পদের সমষ্টি	$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$, যখন $\boxed{r < 1}$ $S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$, যখন $r > 1$	
অসীমতক পদের সমষ্টি	$S_\infty = \frac{a}{1-r}$ $\boxed{-1<r<1}$	

$r=2$

পদ সংখ্যা সম্পর্কিত

➲ একটি গুণোত্তর ধারার পঞ্চম পদ $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ এবং দশম পদ $\frac{8\sqrt{2}}{81}$ হলে, ধারাটির তৃতীয় পদ নির্ণয় করুন।

$ar^4 = \frac{2\sqrt{3}}{9}$ —— (i)

$ar^9 = \frac{8\sqrt{2}}{81}$ —— (ii)

(ii) ÷ (i)

$r^5 = \frac{8\sqrt{2}}{81} \times \frac{9}{2\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{2}}{9\sqrt{3}} = \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^5$

$\therefore \boxed{r = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}$

তৃতীয় পদ $= \boxed{ar^2}$

(i) নং এ r-এর মান বসাই

পদ সংখ্যা সম্পর্কিত

➲ $\frac{1}{2x+1}+\frac{1}{(2x+1)^2}+\frac{1}{(2x+1)^3}+\dots$ একটি অনন্ত গুণোত্তর ধারা। $x=\frac{3}{2}$ হলে, ধারাটির সাধারণ অনুপাত এবং ৫ম পদ কত? [৪১তম বিসিএস লিখিত]

ধারাটি $= \frac{1}{4}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{4^3}+ - - - -$

$r = \frac{1}{4}$

$a = \frac{1}{4}$

5ম পদ $= ar^4$

$= \frac{1}{4}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^4$

➲ 7 + 77 + 777 +...... ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি নির্ণয় করুন।

$$S = 7 + 77 + 777 + \cdots$$

$$= \frac{7}{9}(9 + 99 + 999 + \cdots)$$

$$= \frac{7}{9}((10-1) + (100-1) + (1000-1) + \cdots)$$

$$= \frac{7}{9}\{(10 + 100 + 1000 + \cdots) - (1 + 1 + \cdots)\}$$

$r = 10 > 1$

$$= \frac{7}{9}\cdot\left[\frac{10(10^n - 1)}{10 - 1} - n\right]$$

$$= \frac{70}{81}(10^n - 1) - \frac{7}{9}n$$

সমষ্টি নির্ণয় সম্পর্কিত

➲ একটি গুণোত্তর ধারার 4র্থ পদ $\frac{3}{8}$ এবং 7ম পদ $\frac{3}{64}$ হলে, ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি নির্ণয় করুন।

Soln:

H.W

➲ প্রদত্ত অসীম গুণোত্তর ধারার (অসীমতক) সমষ্টি যদি থাকে, তবে তা নির্ণয় করুন:

$$\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{8}+\left(-\frac{1}{16}\right)+\ldots \text{-----} \infty$$

$-1<r<1$

$S_\infty = \dfrac{a}{1-r}$

$a = \frac{1}{2}$

$\boxed{r = -1/2 < 1}$

সমাধান

$= \dfrac{1/2}{1-(-1/2)}$

$= \dfrac{1/2}{3/2}$

$= 1/3$

গুণোত্তর ধারার প্রয়োগ

≤ 100 mm

২. 1 মিটার দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট একটি লৌহ দণ্ডকে 10 টি টুকরায় বিভক্ত করা হলো যাতে টুকরাগুলোর দৈর্ঘ্য গুণোত্তর ধারা গঠন করে। যদি বৃহত্তম টুকরাটি ক্ষুদ্রতম টুকরার 10 গুণ হয়, তবে ক্ষুদ্রতম টুকরাটির দৈর্ঘ্যের মান আসন্ন মিলিমিটারে নির্ণয় করুন।

$a + ar + ar^2 + \cdots + \boxed{ar^9}$

প্রশ্নমতে,

$ar^9 = 10a$

$\therefore r^9 = 10$

$$\boxed{\therefore r = (10)^{1/9} > 1 \\ = 1.29}$$

$S_n = \dfrac{a(r^n - 1)}{r - 1}$

$\therefore 1000 = \dfrac{a(1.29^{10} - 1)}{1.29 - 1}$

$a = ?$

$a = ?$ mm $=$

সূচক ও লগারিদম এবং তাদের ফাংশনসমূহ

ক্রম	নাম	সূত্র	নিয়ম
১	শূন্য সূচক	$a^0 = 1$	কোনো ভিত্তির ঘাত শূন্য হলে তার মান 1।
২	গুণের নিয়ম	$a^m \times a^n = a^{m+n}$	গুণ আকারে থাকলে, একই ভিত্তির ঘাত/সূচক যোগ হয়
৩	ভাগের নিয়ম	$a^m \div a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	ভাগ আকারে থাকলে, একই ভিত্তির ঘাত/সূচক বিয়োগ হয়
৪	বণ্টন সূত্র	$(ab)^n = a^n.b^n$ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	গুণফল ও ভগ্নাংশের উপর একই সূচক থাকলে, ঘাত/সূচক বণ্টন হয়।
৫	বর্গমূলের সূচক	$\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$	

সূচক ও লগারিদম এবং তাদের ফাংশনসমূহ

ক্রম	নাম	সূত্র	নিয়ম
৬	ঋণাত্মক সূচক	$a^{-1} = \frac{1}{a}$	ঘাত '-1' বলতে $\frac{1}{\text{ভিত্তি}}$ বোঝায়
		$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	ঘাত '-n' বলতে $\frac{1}{(\text{ভিত্তি})^n}$ বোঝায়
৭	ঋণাত্মক সূচকের গুণ	$a.a^{-1} = a.\frac{1}{a} = 1$	একই ভিত্তির সমান মানের একটিতে ধনাত্মক, অপরটিতে ঋণাত্মক সূচক থাকলে তাদের গুণফল 1 হয়।
		$a^n.a^{-n} = a^n.\frac{1}{a^n} = 1$	
৮	সূচক সমীকরণ	$a^x = b^x$ হলে, $a = b$	সমীকরণের উভয় পাশের ঘাত একই হলে, ভিত্তি সমান হয়।
		$a^x = a^y$ হলে, $x= y$	সমীকরণের উভয় পাশের ভিত্তি একই হলে, ঘাত সমান হয়।

মান নির্ণয় সম্পর্কিত সূচক

➲ মান বের করুন: $\frac{5.3^m - 9.3^{m-1}}{3^m - 3^{m-1}}$ [৪৪তম বিসিএস লিখিত]

Sol^n.

H.W

মান নির্ণয় সম্পর্কিত সূচক

➲ $p = xy^{a-1}, q = xy^{b-1}, r = xy^{c-1}$ হলে, $\left(\frac{p}{q}\right)^c \times \left(\frac{q}{r}\right)^a \times \left(\frac{r}{p}\right)^b$ = কত? [৪০তম বিসিএস লিখিত]

Ans: 1

প্রমাণ সম্পর্কিত সূচক

➲ দেখান যে, $\left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{p^2+pq+q^2}\left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{q^2+qr+r^2}\left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{r^2+rp+p^2} = 1$ [১৭তম বিসিএস]

$L.S = x^{(p-q)(p^2+pq+q^2)} \cdot x^{(q-r)(q^2+qr+r^2)} \cdot x^{(r-p)(r^2+rp+p^2)}$

$= x^{p^3-q^3+q^3-r^3+r^3-p^3}$

$= x^0$

$= 1.$

প্রমাণ সম্পর্কিত সূচক

➲ যদি $x = 2 + 2^{\frac{2}{3}} + 2^{\frac{1}{3}}$ হয়, তবে $x^3 - 6x^2 + 6x - 2$ এর মান নির্ণয় করুন। [৪১তম বিসিএস লিখিত]

সমাধান করুন: $18y^x - y^{2x} = 81, 3^x = y^2$ (ii) [৪৩তম বিসিএস লিখিত]

$18y^x - (y^x)^2 = 81$

∴ $(y^x)^2 - 18y^x + 81 = 0$

∴ $p^2 - 18p + 81 = 0$ [Let $y^x = p$]

∴ $(p-9)^2 = 0$

∴ $p = 9$

∴ $y^x = 3^2$ —— (i)

(i) ও (ii) হতে

$3^x = (3^{2/x})^2$

∴ $3^x = 3^{4/x}$

∴ $x = \frac{4}{x}$

∴ $x^2 = 4$

∴ $x = \pm 2$

উঃ $(2, 3), (2, -3), (-2, 1/3), (-2, -1/3)$

ইনভার্স সম্পর্কিত বীজগণিতীয় রাশি

➲ সরল করুন : $\mathbf{a - \left\{a^{-1} + \left(b^{-1} - a\right)^{-1}\right\}^{-1}}$ যেখানে, $ab \neq 0$ এবং $ab \neq 1$

[২০তম, ১১তম বিসিএস লিখিত]

H.W

লগারিদম (LOGARITHM)

নাম	সূত্র	উদাহরণ
শূন্য ও এক লগ	$\log_a 1 = 0$	$\log_2 1 = 0$
	$\log_a a = 1$	$\log_5 5 = 1$
গুণফলের লগ	$\log_a(m \times n) = \log_a m + \log_a n$	$\log_3(243) = \log_3(9 \times 27) = \log_3 9 + \log_3 27 = 2 + 3 = 5$
ভাগফলের লগ	$\log_a\left(\frac{m}{n}\right) = \log_a m - \log_a n$	$\log_2\left(\frac{64}{4}\right) = \log_2 64 - \log_2 4 = 6 - 2 = 4$
ঘাতের লগ	$\log_a m^n = n\log_a m$	$\log_5 125 = \log_5 3^3 = 3\log_5 5 = 3$
ভিত্তি পরিবর্তন	$\log_a m = \log_b m \times \log_a b$	$\log_{\frac{1}{2}} 16 = \log_4 16 \times \log_{\frac{1}{2}} 4$
	$\log_a m = \frac{1}{\log_m a}$	$\text{Log}_{\frac{1}{2}} 8 = \frac{1}{\log_8 \frac{1}{2}} = \frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}$
সমীকরণের লগ	$\log_a x = \log_a y$ হলে, $x = y$	$\log_3 2x = \log_3 x + 3$ বা, $2x = x + 3$ বা, $2x - x = 3$ বা, $x = 3$

এখানে, $a > 0; a \neq 1$ [log – এর ভিত্তি সর্বদা 1 নয় এবং শূন্য থেকে বড়।]

মান নির্ণয় সম্পর্কিত লগ

➲ সমাধান করুন: $\log_{10} x = -3$ [৪৪তম বিসিএস লিখিত]

বা, $10^{-3} = x$

বা, $\boxed{x = \frac{1}{10^3}}$

* $\log_a x = y$ হলে $\boxed{a^y = x}$

i) $a > 0$, $x > 0$

ii) $a \neq 1$

➲ $\log_{2\sqrt{5}} 400$ এর মান কত? [৩৭তম বিসিএস লিখিত]

$\log_{2\sqrt{5}} 400 = x$

বা, $(2\sqrt{5})^x = 400 = (2\sqrt{5})^4$

$\therefore x = 4.$

➲ **প্রমাণ করুন যে,**

গুণ

যোগ

$$\log_a\left(\prod_{i=1}^{n} x_i\right) = \sum_{i=1}^{n} \log_a x_i$$

[৩৮তম বিসিএস লিখিত]

$$L.S = \log_a\left(\prod_{i=1}^{n} x_i\right)$$

$$= \log_a(x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \text{----} x_n)$$

$$= \log_a x_1 + \log_a x_2 + \log_a x_3 + \text{---} + \log_a x_n$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \log_a x_i = R.S$$

সমীকরণ সম্পর্কিত লগ

$= x^{a-b}$ $\quad = x^{b-c}$ $\quad = x^{c-a}$

➲ যদি $P = \frac{x^a}{x^b}$, $Q = \frac{x^b}{x^c}$ এবং $R = \frac{x^c}{x^a}$ হয়, তবে দেখাও যে,

$\log P^{a^2+ab+b^2} + \log Q^{b^2+bc+c^2} + \log R^{c^2+ca+a^2} = 0$ **[৪৫তম বিসিএস]**

H.W

যদি $\dfrac{\log_k(1+x)}{\log_k x} = 2$ হয়, তবে দেখান যে, $x = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

$\dfrac{1-\sqrt{5}}{2} < 0$

বা, $\log_k(1+x) = 2\log_k x$

বা, $\log_k(1+x) = \log_k x^2$

বা, $1+x = x^2$

বা, $\boxed{x^2 - x - 1 = 0}$

$x = \dfrac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4\cdot 1(-1)}}{2\cdot 1}$

$= \dfrac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

$\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

e^x সম্পর্কিত

$$e^{x} = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \ldots\ldots \propto$$

$$e^{-x} = 1 - \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^5}{5!} + \ldots\ldots \propto$$

e^x সম্পর্কিত প্রমাণ

e^{-1} $x=-1$

➲ দেখান যে, $\frac{1}{e} = 2\left(\frac{1}{3!} + \frac{2}{5!} + \frac{3}{7!} + \ldots \propto\right)$ [৩৬তম বিসিএস লিখিত]

$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots$

$x=-1$ হলে

$\frac{1}{e} = 1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \frac{1}{5!} + \cdots$

$= \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \frac{1}{5!} + \frac{1}{6!} - \frac{1}{7!}$

$= \frac{1}{2} - \frac{1}{6} + \frac{1}{24} - \frac{1}{120} + \frac{1}{720} - \frac{1}{5040}$

$= \frac{2}{6} + \frac{4}{120} + \frac{6}{5040} + \cdots$

$= 2\left(\frac{1}{6} + \frac{2}{120} + \frac{3}{5040} + \cdots\right)$

$= 2\left(\frac{1}{3!} + \frac{2}{5!} + \frac{3}{7!} + \cdots\right) = e^{-1}$

লেকচার-০৮

বিন্যাস

এক নজরে বিন্যাসের সূত্রসমূহ
n সংখ্যক ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার গুনফল $= n!$; [$n! = n(n-1)(n-2)$....... n সংখ্যক উৎপাদক পর্যন্ত]
n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন জিনিস থেকে সব জিনিস একবারে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা, $^nP_n = n!$
n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন জিনিস থেকে কোনো জিনিস না নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা, $^nP_0 = 1$
n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন জিনিস থেকে শুধুমাত্র একটি জিনিস নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা, $^nP_1 = n$
n সংখ্যক বস্তু থেকে r সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন বস্তু নিয়ে বিন্যাসের সংখ্যা (যেখানে $n \geq r$) $^nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$; [$^nP_r = n(n-1)(n-2)\ldots\ldots\ldots(n-r+1)$]
n সংখ্যক জিনিসের মধ্যে p সংখ্যক এক রকমের, q সংখ্যক দ্বিতীয় রকমের, r সংখ্যক তৃতীয় রকমের এবং বাকি জিনিসগুলো ভিন্ন ভিন্ন হলে, সবগুলো জিনিস নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা, $x = \frac{n!}{p!\,q!\,r!}$

! → sign of exclamation
→ Factorial

n! ⌊n

* $1\cdot 2\cdot 3\cdot 4 = 4! = \lfloor 4$

* $1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5 = 5! = \lfloor 5$

* $1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5 \cdots n = n! = \lfloor n$

* $\underline{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}\cdot 6 = 5!\cdot 6$

* $\underline{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6 \cdots (n-1)}\cdot n = (n-1)!\,n$

বা. $n! = (n-1)!\,n$

বা. $(n-1)! = \dfrac{n!}{n}$

$\boxed{n=1}$ হলে

$0! = \dfrac{1!}{1} = \dfrac{1}{1} = 1$

$\therefore \boxed{0! = 1}$

$\boxed{1! = 1}$

* A B C

B, C   C

✓ $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$

* A, B, C $\longrightarrow n = 3$

$\longrightarrow r = 2$

$3 \times 2 = 6$

* A, B, C, D $\longrightarrow n = 4$

$\longrightarrow r = 3$

$4 \times 3 \times \boxed{2} \cdots \cdots$ $(r-1)$

* n সংখ্যক বস্তু

n সংখ্যক জায়গায়

$n! = n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdots\cdots 3\cdot 2\cdot 1$

$${}^nP_r = n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdots\{n-(r-1)\}$$
$$= n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)$$

$5! = 5\cdot4!$

$^nP_r = n(n-1)(n-2)\cdots\cdots(n-r+1)$

$= \dfrac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)(n-r)(n-r-1)\cdots\cdots3\cdot2\cdot1}{(n-r)(n-r-1)\cdots\cdots3\cdot2\cdot1}$

$= \dfrac{n!}{(n-r)!}$

$\boxed{\therefore\ ^nP_r = \dfrac{n!}{(n-r)!}}$

$r=0$ হলে

$^nP_0 = \dfrac{n!}{n!} = 1$

$\boxed{\therefore\ ^nP_0 = 1}$

$r=1$ হলে

$^nP_1 = \dfrac{n!}{(n-1)!} = \dfrac{n(n-1)!}{(n-1)!} = n$

$\boxed{\therefore\ ^nP_1 = n}$

$n=r$ হলে

$^nP_n = \dfrac{n!}{0!} = \dfrac{n!}{1} = n!$

$\boxed{\therefore\ ^nP_n = n!}$

* ^nP_r

শর্ত :

1. n অবশ্যই $\boxed{\text{ধনাত্মক}}$ পূর্ণ সংখ্যা হবে $(1, 2, 3 \ldots)$
2. r অবশ্যই $\boxed{\text{অঋণাত্মক}}$ " " " $(0, 1, 2 \ldots)$
3. $n \geq r$ হবে

$^{3/2}P_1$ ✗ $^0P_1$ ✗

$^3P_{-2}$ ✗ ✓ $^3P_0$

$^4P_6$ ✗

* $^5P_3 = \frac{5!}{2!} = \underline{5}\cdot\underline{4}\cdot\underline{3} = 60$
* $^4P_1 = \frac{4!}{3!} = \underline{4}$
* $^6P_3 = \frac{6!}{3!} = \underline{6}\cdot\underline{5}\cdot\underline{4} = 120$
* $^8P_2 = 8\cdot 7 = 56$

* A, B, C

$^3P_3 = 3! = 6$

ABC	AAC
ACB	ACA
BCA	ACA
BAC	AAC
CAB	CAA
CBA	CAA
6	3

B

* A, A, C

$\frac{3!}{2!} = 3$

* A, B, C, D → A, A, C, D

✓ $\frac{4!}{2!} = 3\cdot4 = 12$

* A, A, C, C

✓ $\frac{4!}{2!\,2!} = 3\cdot2 = 6$

* পুনরাবৃত্তি বিন্যাস:

A, B, C

$\boxed{6}$

AAB
ABA
AAA

A A

$3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$3 \times 3 = 3^2$

বস্তু $\boxed{n = 3}$ জায়গা $\boxed{r = 2}$ — পুনরাবৃত্তি হলে

n সংখ্যক বস্তু হতে r সংখ্যক বস্তু নিয়ে বিন্যাস $\boxed{n^r}$
(পুনরাবৃত্তি)

বিন্যাস

এক নজরে বিন্যাসের সূত্রসমূহ

n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন জিনিস থেকে একবারে r সংখ্যক জিনিস নিয়ে (যেখানে যে কোনো জিনিসের r সংখ্যক বার পুনরাবৃত্তি ঘটে) তার বিন্যাস সংখ্যা $= n^r$

n সংখ্যক জিনিস হতে সবগুলি নিয়ে চক্রবিন্যাস সংখ্যা $= (n-1)!$

যদি চক্রাকারে বিন্যাস সংখ্যা (ডানাবর্ত এবং বামাবর্ত) একই হয়, তবে n সংখ্যক জিনিস থেকে একবারে সবগুলি নিয়ে চক্র বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{(n-1)!}{2}$

$$^nP_r = \underbrace{n \times (n-1)(n-2)\ldots\ldots(n-r+1)}$$

এখানে r সংখ্যক উৎপাদক বিদ্যমান যা ‘n’ হতে শুরু হয়ে প্রতিবারে 1 করে কমতে থাকে।

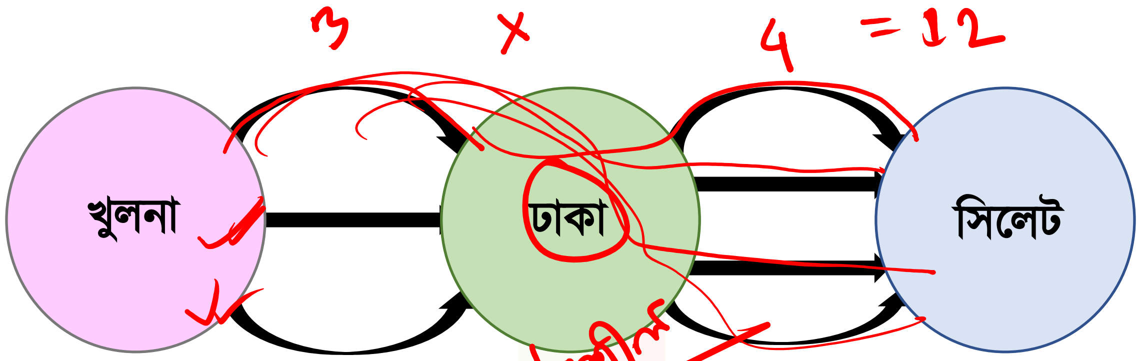
যেমন: $^{100}P_2 = \underbrace{100 \times (100-1)} = 100 \times 99 = 9900$

বিন্যাস

বিন্যাস চেনার উপায়
• সাধারণত কোনো কিছুকে সাজানো অথবা তার বিন্যস্ত করাই হলো বিন্যাস।
• বিন্যাসের ক্ষেত্রে ক্রম ঠিক রাখা আবশ্যক।
• সাধারণত সংখ্যার গঠন, শব্দের গঠন, শব্দের অবস্থান বিন্যস্ত করা, শব্দকে সাজানো এই সকল ক্ষেত্রে বিন্যাসের প্রয়োগ হয়।

গুণন বিধি ও যোজন বিধি

❑ গণনার গুণন বিধিঃ



❑ গণনার যোজন বিধিঃ

➲ UTTORON শব্দটির সবগুলো অক্ষর ব্যবহার করে কতগুলি বিন্যাস সংখ্যা পাওয়া যায়?

$$\text{বিন্যাস} = \frac{7!}{2!\,2!} = \frac{7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2}{4} = 1260.$$

➲ প্রমাণ করুন যে, AMERICA শব্দটির বর্ণগুলি একত্রে নিয়ে যত প্রকারে সাজানো যায়, CALCUTTA শব্দটির বর্ণগুলি একত্রে নিয়ে তার দ্বিগুণ উপায়ে সাজানো যায়।

A M E R I C A

$$\text{বিন্যাস} = \frac{7!}{2!} = 2520$$

C A L C U T T A

$$\text{বিন্যাস} = \frac{8!}{2!\,2!\,2!} = 5040$$

$2520 \times 2 = 5040$ ✓

➲ স্বরবর্ণগুলিকে পাশাপাশি না রেখে 'DAUGHTER' শব্দটির অক্ষরগুলি কত সংখ্যক উপায়ে সাজানো যায়?

Soln: D, G, H, T, R, $\boxed{(A, U, E)}$

সবগুলো অক্ষর নিয়ে বিন্যাস $= 8! = 40320$

স্বরবর্ণগুলিকে একত্রে রেখে বিন্যাস সংখ্যা $= 6! \times 3!$
$= 4320$

∴ স্বরবর্ণগুলিকে পাশাপাশি না রেখে বিন্যাস $= 40320 - 4320$
$= 36000$.

শব্দ সংক্রান্ত বিন্যাস (কোন কিছুর অবস্থান পরিবর্তন করবে না সংক্রান্ত)

➲ "স্বরবর্ণগুলির স্থান পরিবর্তন না করে 'DIRECTOR' শব্দটির অক্ষরগুলিকে যত প্রকারে পুনরায় সাজানো যায়, তা নির্ণয় করুন।"

সমাঃ

D I R E C T O R

বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{5!}{2!} - 1$

$= 3 \cdot 4 \cdot 5 - 1$

$= 59$

কোন কিছুর আপেক্ষিক অবস্থানের পরিবর্তন ঘটবে না সংক্রান্ত

➲ "স্বরবর্ণ ও ব্যঞ্জনবর্ণের আপেক্ষিক অবস্থানের পরিবর্তন না করে PERMUTATION শব্দটির অক্ষরগুলো কত উপায়ে সাজানো যেতে পারে?"

সমাধান:

P $\boxed{E}$ R M $\boxed{U}$ T $\boxed{A}$ T $\boxed{I}$ $\boxed{O}$ N

বিন্যাস সংখ্যা $= 5! \times \frac{6!}{2!}$

$= 5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1 \cdot 3\cdot4\cdot5\cdot6$

$= 43200.$

কোন কিছুর ক্রম পরিবর্তন না করা সংক্রান্ত

➲ "স্বরবর্ণগুলোর $\boxed{\text{ক্রম পরিবর্তন না}}$ করে DIRECTOR শব্দটির অক্ষরগুলো কত উপায়ে সাজানো যেতে পারে?"

একজাতীয়

উঃ

D I $\boxed{R}$ E C T O $\boxed{R}$

অন্যজাতীয়

বিন্যাস সংখ্যা $= \dfrac{৮!}{৩!\ ২!}$

$=$

কতগুলো বর্ণকে বিশেষ স্থানে রেখে বিন্যাস সংক্রান্ত

➲ "COURAGE" শব্দটির বর্ণগুলো নিয়ে কতগুলো বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় করা যায় যেন প্রত্যেক বিন্যাসের প্রথমে একটি স্বরবর্ণ থাকে?" [৩৬তম বিসিএস লিখিত]

Sol^n:

C $\boxed{O}$ $\boxed{U}$ R $\boxed{A}$ G $\boxed{E}$

O 6!

U 6!

A 6!

E 6!

বিন্যাস = 4·6!

= 2880.

➲ 0, 1, 2, 3, 4, 5 অঙ্কগুলি দ্বারা ছয় অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলি অর্থপূর্ণ সংখ্যা গঠন করা যায়? (প্রত্যেক অঙ্ক কেবল একবার একটি সংখ্যায় ব্যবহার করে)।

Sol^n:

সবগুলো অংক নিয়ে বিন্যাস = ৬! (৫ ও ৬ অংকবিশিষ্ট)

$$\underset{\times 0}{\square}\ \underbrace{\square\ \square\ \square\ \square\ \square}_{৫!}$$

সামনে শূন্য থাকলে বিন্যাস = ৫! (৫ অংকবিশিষ্ট)

∴ অর্থপূর্ণ ৬ অংকবিশিষ্ট সংখ্যা = ৬! − ৫!
= ৬০০.

➲ 1,2,3,4,5,6 অঙ্কগুলোকে প্রতি সংখ্যায় একবার মাত্র ব্যবহার করে তিন অঙ্ক বিশিষ্ট কতগুলো জোড় সংখ্যা গঠন করা যায়?

Solⁿ:

$$\underbrace{\square \quad \square}_{^5P_2} \quad \underset{2}{\square}$$

3টি জোড় সংখ্যার জন্য বিন্যাস $= 3 \cdot {^5P_2}$

$= 60.$

➲ একজন প্রফেসরের পদের জন্য 3 জন প্রার্থী। 5 জন লোকের ভোটে একজন নির্বাচিত হবেন। কত প্রকারে তারা ভোট দিতে পারবেন?

সমা:

D E F G H → ভোটার

A B C → প্রার্থী

$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

$= \boxed{3^5}$

পুনরাবৃত্তিমূলক বিন্যাস

11325 111325

1–9

➲ টেলিফোন ডায়ালে 0 হতে ৯ পর্যন্ত লেখা থাকে। যদি যশোর শহরের টেলিফোন নম্বরগুলি 5 অঙ্কবিশিষ্ট হয়, তবে ঐ শহরের কত জনকে টেলিফোন সংযোগ দেওয়া যাবে? (যেখানে ০ দ্বারা টেলিফোন নম্বর শুরু হবে না)

Sol^n:

0–9

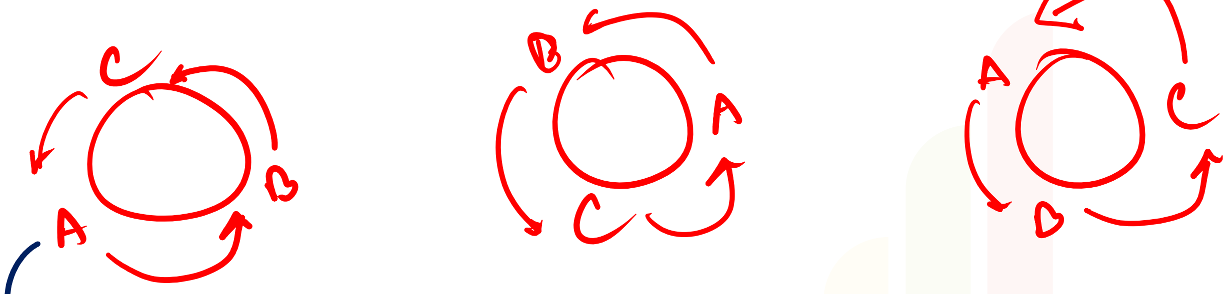
9 10 10 10 10

$= 9 \times 10^4$

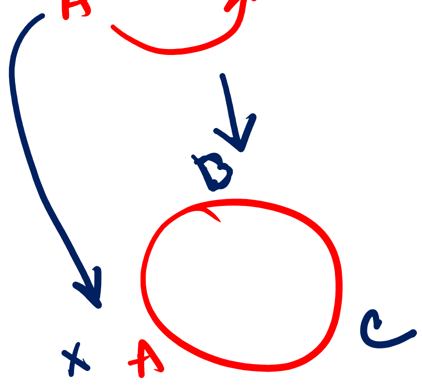
$= \boxed{90,000}$

➲ 10 জন লোক কতভাবে একটি গোল টেবিলের পার্শ্বে আসন গ্রহণ করতে পারে?

1.



2.



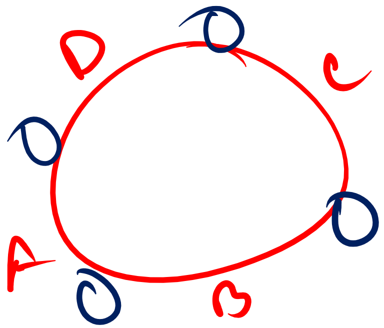
$$\text{বিন্যাস} = (10-1)!$$
$$= 9!$$
$$= 51840.$$

3!

$$(3-1)!$$
$$= 2!$$
$$= 2$$

➲ দুই জন বিজ্ঞান বিভাগের ছাত্রকে পাশাপাশি না বসিয়ে 10 জন মানবিক বিভাগের ছাত্র ও 7 জন বিজ্ঞান বিভাগের ছাত্রকে কতভাবে একটি গোল টেবিলের চারপার্শ্বে সাজানো যাবে?

10 জন মানবিক বিভাগের ছাত্রকে সাজানোর উপায় $= (10-1)!$
$= 9!$



10 টি ফাঁকা জায়গায় 7 জন বিজ্ঞান বিভাগের ছাত্রকে বসানোর উপায় $= {}^{10}P_7$

$\therefore$ বিন্যাস $= 9! \times {}^{10}P_7 = 9! \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4$
$= \boxed{?}$

চক্রবিন্যাস

➲ 12 টি বিভিন্ন ধরনের $\boxed{\text{মুক্তা}}$ দিয়ে কত ভাবে মুক্তার হার তৈরি করা যাবে?

~~জোনাকিপোকা~~ ~~মানুষ~~

২দিক থেকে আলাদা মান হলেও সেই একই বিন্যাস

মুক্তা দিয়ে মালার বিন্যাস $= \dfrac{(12-1)!}{2}$

$= \dfrac{11!}{2}$

$= \boxed{}$

বিবিধ

➲ একজন লোকের 1টি সাদা, 2টি লাল ও 3টি সবুজ পতাকা আছে। একটির উপর আরেকটি সাজালে চারটি পতাকা নিয়ে তিনি কতগুলি বিভিন্ন সংকেত তৈরি করতে পারবেন?

সমা:

	সাদা	লাল	সবুজ	
	$\boxed{1}$	$\boxed{2}$	$\boxed{3}$	
(i)	0	2	2	$\frac{4!}{2!\,2!} = 6$
(ii)	0	1	3	$\frac{4!}{3!} = 4$
(iii)	1	0	3	$\frac{4!}{3!} = 4$
(iv)	1	1	2	$\frac{4!}{2!} = 12$
(v)	1	2	1	$\frac{4!}{2!} = 12$

38

5 min Break
8:40 pm

সমাবেশ (COMBINATION)

এক নজরে সমাবেশের প্রয়োজনীয় কিছু তথ্যসমূহ:
n সংখ্যক জিনিস থেকে প্রত্যেকবার r সংখ্যক জিনিস নিয়ে সমাবেশ সংখ্যা: $^nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$
n সংখ্যক জিনিস থেকে প্রত্যেকবার n সংখ্যক জিনিস নিয়ে সমাবেশ সংখ্যা: $^nC_n = 1$
n সংখ্যক জিনিস থেকে কোনো জিনিস না নিয়ে সমাবেশ সংখ্যা: $^nC_0 = 1$
সম্পূরক সমাবেশ: $^nC_r = {}^nC_{n-r}$
এখানে, ^nC_r = n সংখ্যক জিনিস থেকে প্রত্যেকবার r সংখ্যক জিনিস নিয়ে গঠিত সমাবেশ সংখ্যা।   এবং $^nC_{n-r}$ = n সংখ্যক জিনিস থেকে প্রত্যেকবার $(n-r)$ সংখ্যক জিনিস নিয়ে গঠিত সমাবেশ সংখ্যা
p সংখ্যক নির্দিষ্ট বস্তু সর্বদাই অন্তর্ভুক্ত করে n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন বস্তু থেকে প্রতিবার $r \geq p$ সংখ্যক বস্তু নিয়ে গঠিত সমাবেশ সংখ্যা: $^{n-p}C_{r-p}$
p সংখ্যক নির্দিষ্ট বস্তু সর্বদাই অন্তর্ভুক্ত না করে n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন বস্তু থেকে প্রতিবার r সংখ্যক বস্তু নিয়ে গঠিত সংখ্যা: $^{n-p}C_r$
n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন জিনিস থেকে প্রতিবারে অন্তত একটি জিনিস নিয়ে মোট সমাবেশ সংখ্যা নির্ণয়: $2^n - 1$
প্যাসকেলের অভেদ: $^nC_r + {}^nC_{r-1} = {}^{n+1}C_r$
বিন্যাস ও সমাবেশের মধ্যে সম্পর্ক: $^nC_r \times r! = {}^nP_r$

* A, B, C

AB
BA
BC
CB
AC
CA

6

বিন্যাস $= {}^3P_2 = 6$

1 + 1 + 1 = 3

সমাবেশ $= {}^3C_2 = 3$

$\boxed{{}^3C_2} \times 2! = {}^3P_2$

$$\boxed{{}^nC_r \cdot r! = {}^nP_r}$$

$$\boxed{{}^nC_r = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}}$$

$r = 0$ হলে

$${}^nC_0 = \frac{n!}{n!\,0!} = 1$$

$$\therefore \boxed{{}^nC_0 = 1}$$

$r = n$ হলে

$${}^nC_n = \frac{n!}{0!\,n!} = 1$$

$$\therefore \boxed{{}^nC_n = 1}$$

* সমপূরক সমাবেশ:

A , $\boxed{B \, , \, C}$

$^3C_1 = 3$

A

B

C

3

$^3C_2 = 3$

A B

B C

A C

3

$$\boxed{^nC_r = {^nC_{n-r}}}$$

সমাবেশ (COMBINATION)

সমাবেশ চেনার উপায়
• সাধারণত কোন কিছুর বাছাই/দল গঠন করাই হলো সমাবেশ।   • সমাবেশের ক্ষেত্রে ক্রম ঠিক রাখার আবশ্যকতা নেই।   • দল গঠন, কমিটি গঠন, কোনো কিছু নির্বাচন, ত্রিভুজ গঠন, কোনো কিছু বাছাই করা, খেলাধুলা সংক্রান্ত ইত্যাদির বিষয়ে সমাবেশের প্রয়োগ হয়।

সূত্র সম্পর্কিত সমস্যা

➲ প্রমাণ করুন যে, ${}^{n}C_{r} + {}^{n}C_{r-1} = {}^{n+1}C_{r}$.

$$n! = n(n-1)!$$

$$(n-r+1)! = (n-r+1)(n-r)!$$

$${}^{n+1}C_r = \frac{(n+1)!}{(n+1-r)!\,r!}$$

$$L.S = {}^{n}C_r + {}^{n}C_{r-1}$$

$$= \frac{n!}{(n-r)!\,r!} + \frac{n!}{(n-r+1)!\,(r-1)!}$$

$$= \frac{n!}{(n-r)!\,r(r-1)!} + \frac{n!}{(n-r+1)(n-r)!\,(r-1)!}$$

$$= \frac{n!}{(n-r)!\,(r-1)!}\left[\frac{1}{r} + \frac{1}{n-r+1}\right]$$

$$= \frac{n!}{(n-r)!\,(r-1)!} \cdot \frac{n-r+1+r}{r(n-r+1)}$$

$$= \frac{n!}{(n-r)!\,(r-1)!} \cdot \frac{(n+1)}{r(n-r+1)} = \frac{(n+1)!}{r!\,(n+1-r)!} = {}^{n+1}C_r = R.S$$

➲ ১০টি জিনিসের মধ্যে $\boxed{\text{২টি একজাতীয়}}$ এবং বাকিগুলো ভিন্ন ভিন্ন। ওই জিনিসগুলো থেকে প্রতিবার ৫টি নিয়ে কত ভিন্ন ভিন্ন প্রকারে বাছাই করা যায় নির্ণয় করুন। [৪০তম বিসিএস লিখিত]

সমা:

A A

৪টি

1. = ৯টি ভিন্ন জিনিস হতে ৫টি বাছাই করা যায় $= {}^9C_5 = 126$

2. A A

একজাতীয়

$${}^2C_2 \times {}^8C_3 = 56$$

∴ মোট উপায় $= 126 + 56$

$= 182.$

➲ COMBINATION শব্দটি হতে 4 অক্ষর বিশিষ্ট সম্ভাব্য সমাবেশ নির্ণয় করুন। [৩৮তম বিসিএস লিখিত]

Sol^n:

C O M B I N A T I O N

= ২টি O
= ২টি I
= ২টি N

1. সবগুলো ভিন্ন → $8C_4$ =

2. ২টি একই ও অপর দুটি একই → $3C_2$ =

3. ২টি একই ও ২টি ভিন্ন → $3C_1 \times 7C_2$ =

O O I N ...
I I N T
N N T C

সমাবেশ = (1)+(2)+(3)
= Ans.

শব্দ গঠন সংক্রান্ত সাধারণ সমস্যাবলি

➲ ENGINEERING শব্দটি হতে 4টি বর্ণ নিয়ে কত প্রকারে বাছাই করা যায় এবং কত প্রকারে শব্দ গঠন করা যায়?

C P

সমাধান: মোট বর্ণ = 11টি

E – 3টি
N – 3টি
I – 2টি
G – 2টি
R – 1টি

EEE, NNN, II, GG, R

1. চারটি ভিন্ন ভিন্ন
2. 2টি অভিন্ন, 2টি ভিন্ন
3. 2টি অভিন্ন, 2টি অভিন্ন
4. তিনটি অভিন্ন, 1টি ভিন্ন

বাছাই | বিন্যাস

$^5C_4 =$ | $^5C_4 \times 4!$

$^4C_1 \times {}^4C_2 =$ | $^4C_1 \times {}^4C_2 \times \frac{4!}{2!}$

$^4C_2 =$ | $^4C_2 \times \frac{4!}{2!\,2!}$

$^2C_1 \times {}^4C_1 =$ | $^2C_1 \times {}^4C_1 \times \frac{4!}{3!}$

? | ?

NN GG EE II

EEEN I G

শর্তসাপেক্ষে শব্দ গঠন সংক্রান্ত সমস্যাবলি

➲ 'PERMUTATIONS' শব্দটির বর্ণগুলি থেকে 1টি স্বরবর্ণ ও 2টি ব্যঞ্জনবর্ণ নিয়ে কতগুলি শব্দ গঠন করা সম্ভব যেন স্বরবর্ণটি সব সময় মাঝখানে থাকে?

P E R M U T A T I O N S

ব্যঞ্জনবর্ণ = 6টি

6টি ব্যঞ্জনবর্ণ থেকে 2টি বাছাইয়ের উপায় $= {}^6C_2 = 15$

5টি স্বরবর্ণ " 1 " " " $= {}^5C_1 = 5$

$\therefore$ মোট বাছাই $= 5 \times 15 = 75$

1: $\therefore$ মোট বিন্যাস $= 75 \times 2! = 150$

2: T E T — 5

155

➲ একজন ব্যক্তির ১০ জন বন্ধু আছেন যাঁদের মধ্যে ৪ জন অনাত্মীয়। তিনি কত প্রকারে ৭ জন বন্ধুকে নিমন্ত্রণ করতে পারেন, যাঁদের মধ্যে ৪ জন আত্মীয় থাকবেন? [৪৪তম বিসিএস লিখিত]

Sol^n:

আত্মীয় = (১০ − ৪) জন = ৬ জন

অনাত্মীয় = $\boxed{৪}$ জন

$$\boxed{{}^6C_4 \times {}^4C_3}$$

দল গঠন, বাছাই করা, কমিটি গঠন ইত্যাদি বিষয়ক সমস্যা

➲ ৪ জন বোলার ও ২ জন উইকেটরক্ষকসহ মোট ১৬ জন খেলোয়াড় থেকে ১১ জন খেলোয়াড় বাছাই করে একটি ক্রিকেট দল গঠন করেত হবে। অন্তত ৩ জন বোলার এবং অন্তত ১ জন উইকেটরক্ষক নিয়ে কত উপায়ে দল গঠন করা যেতে পারে? [৪১তম বিসিএস লিখিত]

সমা:

	বোলার (4)	উইকেটরক্ষক (2)	অন্যান্য খেলোয়াড় (10)	
1.	3	1	7	$\rightarrow {}^4C_3 \times {}^2C_1 \times {}^{10}C_7 =$
2.	3	2	6	$\rightarrow {}^4C_3 \times {}^2C_2 \times {}^{10}C_6 =$
3.	4	1	6	$\rightarrow {}^4C_4 \times {}^2C_1 \times {}^{10}C_6 =$
4.	4	2	5	$\rightarrow {}^4C_4 \times {}^2C_2 \times {}^{10}C_5 =$

Sum = ?

➲ 4 জন ভদ্র মহিলাসহ 10 ব্যক্তির মধ্য থেকে $\boxed{\text{5 জনের একটি কমিটি}}$ কত প্রকারে গঠন করা যেতে পারে । যেন প্রত্যেক কমিটিতে অন্ততঃপক্ষে 1 জন ভদ্র মহিলা থাকবে?

Sol:

	ভদ্রলোক (6)	ভদ্রমহিলা (4)	
1.	4	1	$\rightarrow {}^6C_4 \times {}^4C_1 =$
2.	3	2	$\rightarrow {}^6C_3 \times {}^4C_2 =$
3.	2	3	$\rightarrow {}^6C_2 \times {}^4C_3 =$
4.	1	4	$\rightarrow {}^6C_1 \times {}^4C_4 =$

sum = ?

কিছু জিনিসকে গ্রহণ বা বর্জন বিষয়ক সমস্যা

➲ ৪ জন বালক এবং 2 জন বালিকার মধ্য থেকে বালিকাদের (i) সর্বদা গ্রহণ করে (ii) সর্বদা বর্জন করে 6 জনের একটি কমিটি কত উপায়ে গঠন করা যাবে?

(i)

$^2C_2 \times {}^8C_4 =$

(ii)

$^8C_6$

ব্যক্তি বা গ্রুপে বিভক্তিকরণ বিষয়ক সমস্যা

➲ 6 জন খেলোয়াড়কে সমান সংখ্যক দুইটি দলে কত ভাবে বিভক্ত করা যায়?

উপায় = $^{৬}C_{৩}$ = ২০

$52/4 = 13$

➲ 52 খানা তাস 4 জন মানুষের মধ্যে কতভাবে বণ্টন করা যায় যেন প্রত্যেকে 13 টা করে তাস পায়?

Solⁿ:

$${}^{52}C_{13} \times {}^{39}C_{13} \times {}^{26}C_{13} \times {}^{13}C_{13}$$

$$= \frac{52!}{\cancel{39!}\,13!} \times \frac{\cancel{39!}}{\cancel{26!}\,13!} \times \frac{\cancel{26!}}{13!\,13!} \times 1$$

$$= \boxed{\frac{52!}{(13!)^4}}$$

$12/3 = 4$

* 12 টি জিনিস 3 জনের মধ্যে সমভাবে ভাগ করো

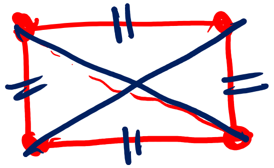
$$\boxed{\frac{12!}{(4!)^3}}$$

ত্রিভুজ গঠন, চতুর্ভুজ গঠন ইত্যাদি বিষয়ক সমস্যা

❖ n সংখ্যক কৌণিক বিন্দু থেকে গঠিত সরলরেখার সংখ্যা = $\boxed{{}^{n}C_2}$

❖ n সংখ্যক কৌণিক বিন্দু থেকে গঠিত ত্রিভুজের সংখ্যা = $\boxed{{}^{n}C_3}$

❖ n সংখ্যক কৌণিক বিন্দু বিশিষ্ট বহুভুজের কর্ণের সংখ্যা = $\boxed{{}^{n}C_2 - n}$



$^{4}C_2 = 6$

$^{4}C_2 - 4 = 2$ টি কর্ণ

ত্রিভুজ গঠন, চতুর্ভুজ গঠন ইত্যাদি বিষয়ক সমস্যা

➲ সাতটি ভিন্ন ভিন্ন সরলরেখার দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 1, 2, 3, 4, 5, 6 ও 7 সেন্টিমিটার। প্রমাণ করুন যে, চতুর্ভুজ গঠন করতে এদের চারটি সরলরেখা যত প্রকারে বাছাই করা যায় এর মোট সংখ্যা 32 ।

* সম্ভাব্য চতুর্ভুজ গঠনের উপায় $= {}^7C_4 = 35$

i. $1+2+3 = 6 = 6$
ii. $1+2+3 = 6 < 7$
iii. $1+2+4 = 7 = 7$

চতুর্ভুজ গঠন সম্ভব নয় (3টি)

∴ সঠিক উপায় $= 35 - 3 = 32$টি

➲ 1 হতে 30 সংখ্যাগুলোর যে তিনটির সমষ্টি জোড় তাদেরকে কত ভাবে বাছাই করা যায়?

Sol^n: জোড় = 15টি , বিজোড় = 15টি

i. $\boxed{\text{জোড়} + \text{জোড়} + \text{জোড়}}$ = জোড়

$^{15}C_3$ =

ii. $\boxed{\text{বিজোড়} + \text{বিজোড়}}$ + জোড় = জোড়

$^{15}C_2 \times {}^{15}C_1$ =

মোট উপায় = (i) + (ii)

সম্ভাব্যতা

❑ এক নজরে সম্ভাব্যতা সম্পর্কিত সূত্রাবলি

➢ **সম্ভাবতার সাধারণ সূত্রসমূহ:**

(i) কোনো কিছু ঘটার সম্ভাবনা $= \dfrac{\text{অনুকূল ফলাফল}}{\text{মোট ফলাফল}}$

(ii) কোনো A ঘটনা ঘটার সম্ভাব্যতার মান একটি বাস্তব সংখ্যা যার মান 0 ও 1 এর মধ্যে সীমাবদ্ধ অর্থাৎ $0 \leq P(A) \leq 1$

(iii) নিশ্চিত ঘটনার সম্ভাব্যতা 1

(iv) অসম্ভব ঘটনার সম্ভাব্যতা শূন্য

H T $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ 1, 2, 3, 4, 5, 6

$= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$P(A)=0$ → অসম্ভব

$P(A)=0$ $P(A)=1$ → নিশ্চিত

➢ **সম্ভাব্যতার পূরক সূত্র:** $\boxed{P(A) + P(A') = 1}$ বা, $P(A') = 1 - P(A)$ অর্থাৎ কোনো কিছু না ঘটার সম্ভাবনা = 1 − ঘটার সম্ভাবনা।

➢ **বর্জনশীল ঘটনার সূত্র:** $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ → স্বাধীন নয়

➢ **অবর্জনশীল ঘটনার সূত্র:** $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ → স্বাধীন

➢ **স্বাধীন ঘটনার সূত্রসমূহ:**

✓ P(A এবং B) = $\boxed{P(A)} \times \boxed{P(B)}$ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \boxed{\frac{1}{6}}$

অর্থাৎ $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

✓ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - \{P(A) \times P(B)\}$

✓ ~~দুইটি ঘটনা একই সাথে স্বাধীন ও বর্জনশীল হতে পারে না।~~

➢ **শর্তাধীন সম্ভাবনার সূত্রসমূহ:**

✓ দুইটি অনির্ভরশীল বা স্বাধীন ঘটনার ক্ষেত্রে সম্ভাবনার গুণন সূত্র: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ অথবা, $P(AB) = P(A) \times P(B)$

✓ দুইটি নির্ভরশীল বা অধীন ঘটনার ক্ষেত্রে সম্ভাবনার গুণন সূত্র: $P(A \cap B) = \dfrac{n(A \cap B)}{n(S)} = \dfrac{n(A \cap B)}{n(A)} \times \dfrac{n(A)}{n(S)} = P(A) \times P(B|A)$

সম্ভাব্যতা

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

নমুনাক্ষেত্র

$S = \{H, T\}$

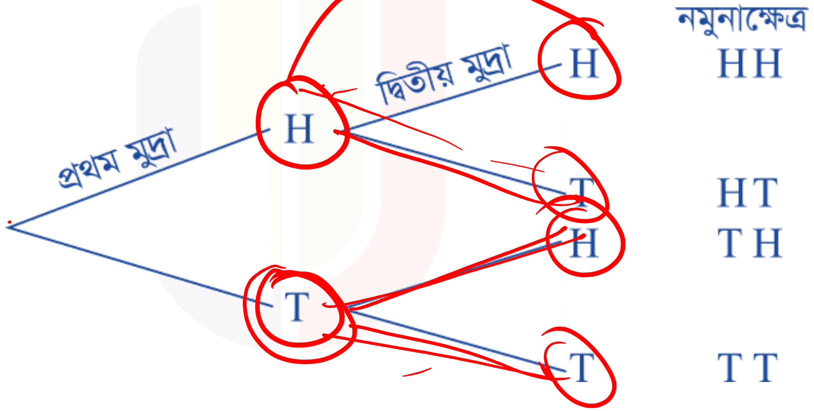
❑ নমুনাক্ষেত্রের ধারণা:

নমুনাক্ষেত্র তৈরি

- সম্ভাবনা ট্রি
- আয়তাকার সারণি পদ্ধতি

➢ **সম্ভাবনা ট্রি (Probability Tree) পদ্ধতি** : সম্ভাবনা ট্রি ব্যবহার করে কয়েকটি নির্দিষ্ট পরীক্ষার সম্ভাব্য ফলাফল বা নমুনাক্ষেত্র দেখানো হলো:

(a) দুইটি মুদ্রা নিক্ষেপের নমুনাক্ষেত্র:



H T

$2^2 = 4$

$2^3 = 8$

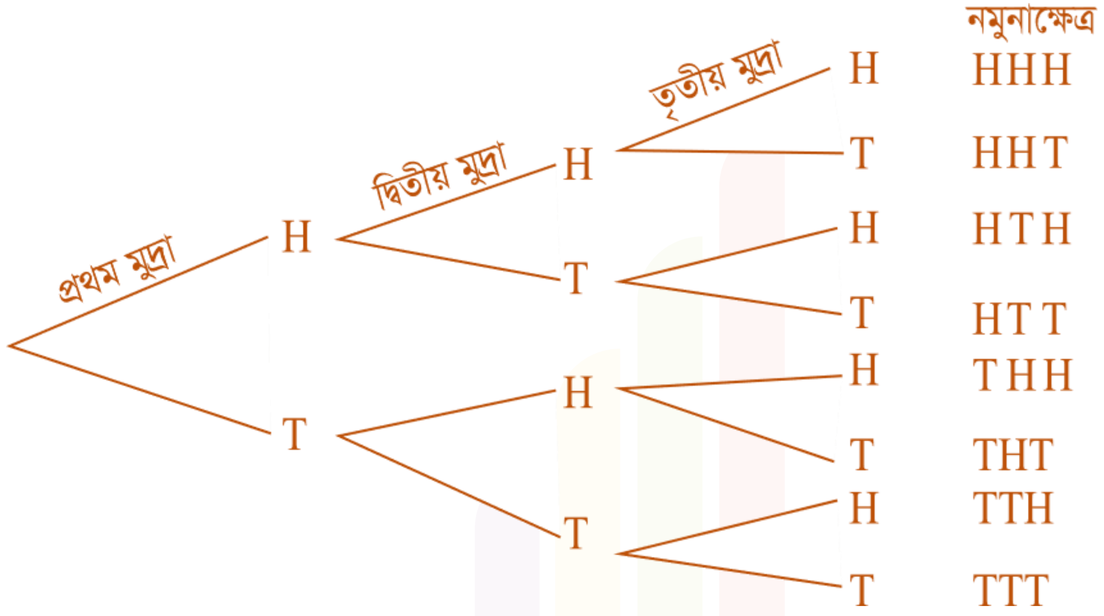
$2^4 = 16$

সুতরাং, দুইটি মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ পরীক্ষার নমুনাক্ষেত্র = {HH, HT, TH, TT}

* 4টি তল, 2বার নিক্ষেপ = $4^2 = 16$.

H T

(b) তিনটি মুদ্রা নিক্ষেপের নমুনাক্ষেত্র:



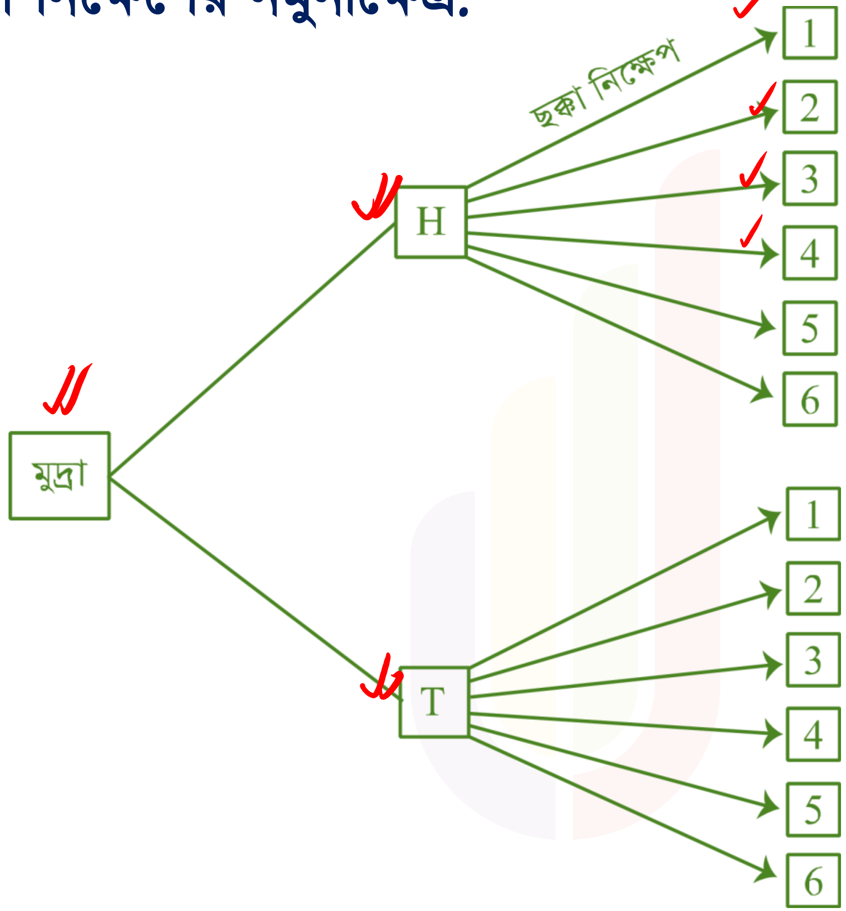
$\boxed{2^3 = 8}$

সুতরাং, তিনটি মুদ্রা একত্রে নিক্ষেপ পরীক্ষার নমুনাক্ষেত্র, S = {HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT}

নমুনাবিন্দুর সংখ্যা

(c) একটি মুদ্রা ও একটি ছক্কা নিক্ষেপের নমুনাক্ষেত্র:

$2^1 \times 6^1 = 12$



* ২টি মুদ্রা ও একটি ছক্কা

$2^2 \times 6^1 = 24$

* ১টি মুদ্রা ও ২টি ছক্কা

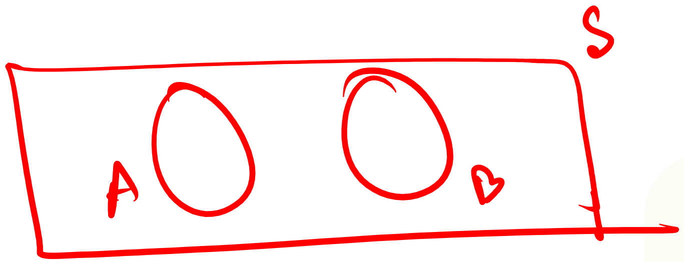
$2^1 \times 6^2 = 72.$

সুতরাং, একটি মুদ্রা ও একটি ছক্কা নিক্ষেপ পরীক্ষার নমুনাক্ষেত্র, S = {H1, H2, H3, H4, H5, H6, T1, T2, T3, T4, T5, T6}

সম্ভাব্যতার সূত্রের প্রমাণ

➲ দুইটি ঘটনা A ও B পরস্পর বর্জনশীল হলে, প্রমাণ করুন $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Sol^n:



$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

বর্জনশীল হলে $n(A \cap B) = 0$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

$$\therefore \frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)}$$

$$\boxed{\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B)}$$

সম্ভাব্যতার সূত্রের প্রমাণ

➲ দুইটি ঘটনা A ও B পরস্পর অবর্জনশীল হলে প্রমাণ করুন, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Soln:

Same as before

বর্জনশীল/অবর্জনশীল ঘটনা

➲ একজন ঠিকাদারের/প্রকৌশলীর প্লাম্বিং কাজের চুক্তি পাওয়ার সম্ভাব্যতা $\frac{২}{৩}$ এবং ইলেকট্রিক কাজের চুক্তি না পাওয়ার সম্ভাব্যতা $\frac{৫}{৯}$। যদি কমপক্ষে একটি কাজের চুক্তি পাওয়ার সম্ভাব্যতা $\frac{৪}{৫}$ হয়, তাহলে উভয় কাজের চুক্তি পাওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় করুন। [৪৪তম ও ৪০তম বিসিএস লিখিত]

Sol^n:

$P(P) = \frac{2}{3}$

$P(E) = \frac{5}{9}$

$P(P \cup E) = \frac{4}{5}$

$\therefore P(P \cap E) = ?$

$P(P \cup E) = P(P) + P(E) - P(P \cap E)$

$\therefore P(P \cap E) = P(P) + P(E) - P(P \cup E)$

$= \frac{2}{3} + \frac{5}{9} - \frac{4}{5}$

$= \frac{30 + 25 - 36}{45}$

$= \frac{19}{45}$

বর্জনশীল/অবর্জনশীল ঘটনা

➲ 500 জন লোকের উপর জরিপ করে দেখা গেল যে, তাদের মধ্যে 50 জন অবজারভার পড়ে না এবং 25 জন ইত্তেফাক পড়ে না। আবার 10 জন দু'টি পত্রিকার কোনোটিই পড়ে না। একজন লোক নির্বিচারে নেওয়া হলো। লোকটি ইত্তেফাক পড়ে কিন্তু অবজারভার পড়ে না সম্ভাবনা কত? [৩৬তম বিসিএস লিখিত]

Sol^n:

$P(O) = \frac{50}{500} = \frac{1}{10}$

$P(I) = \frac{25}{500} = \frac{1}{20}$

$P(O \cap I) = \frac{10}{500} = \frac{1}{50}$

ইত্তেফাক পড়ে $= \boxed{P(O)} - P(O \cap I)$

$= \frac{1}{10} - \frac{1}{50} = \frac{5-1}{50} = \frac{2}{25}$

সংখ্যা সম্পর্কিত বর্জনশীল/অবর্জনশীল ঘটনা

$5 \times 1 = 5$

➲ 10 থেকে 30 পর্যন্ত সংখ্যা হতে যে কোনো একটিকে ইচ্ছামত নিলে সেই সংখ্যাটি মৌলিক, অথবা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় করুন।

মৌলিক = {11, 13, 17, 19, 23, 29}

$\boxed{\text{বর্জনশীল}}$

$30 - 10 + 1 = 21$

$\boxed{2 - 6 + 1} = 5$

$n(S) = 21$

$n(P) = 6$

$n(M) = 5$

$$\therefore P(P \cup M) = P(P) + P(M)$$

$$= \frac{n(P)}{n(S)} + \frac{n(M)}{n(S)}$$

$$= \frac{6}{21} + \frac{5}{21} = \frac{11}{21}$$

সম্ভাব্যতার পূরক সূত্র

❖ সম্ভাব্যতার পূরক সূত্র: $\mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(A') = 1$

বা, $\mathrm{P}(A') = 1 - \mathrm{P}(A)$

❖ কোনো কিছু না ঘটার সম্ভাবনা $=$ $1 -$ ঘটার সম্ভাবনা।

সম্ভাব্যতার পূরক সূত্র

➲ যদি $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$, $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$ এবং $P(A) = \frac{1}{2}$ হয়, তবে $P(B^c)$ এর মান নির্ণয় করুন।

$\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$\therefore P(B) = P(A \cup B) + P(A \cap B) - P(A)$

$= \frac{5}{6} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2}$

$= \frac{5+2-3}{6}$

$= \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$\therefore P(B^c) = 1 - P(B) = 1 - 2/3 = 1/3$.

সম্ভাব্যতার পূরক সূত্র

➲ 52 তাসের প্যাকেটে 4টি টেক্কা আছে। নিরপেক্ষভাবে যে কোনো একখানা তাস টেনে টেক্কা না পাওয়ার সম্ভাবনা কত?

Acce

$P(A) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

$P(A^c)$ বা $P(A') = 1 - 1/13 = 12/13$.

স্বাধীন/অধীন ঘটনা

- স্বাধীন ঘটনার ক্ষেত্রে,

(i) P(A এবং B) = $P(A) \times P(B)$ অর্থাৎ $\boxed{P(A \cap B) = P(A) \times P(B)}$

(ii) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B)$

(iii) দুইটি ঘটনা একই সাথে স্বাধীন ও বর্জনশীল হতে পারে না।

- অধীন ঘটনার ক্ষেত্রে, $\boxed{P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A)} = P(B) \times P(A|B)$

$P(B|A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)}$; $P(A|B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$

স্বাধীন/অধীন ঘটনা

➡ একজন ছাত্র একটি পরীক্ষায় A, B, C এবং D চারটি বিষয়ে অংশগ্রহণ করেন। সে তার পরীক্ষায় পাস করার সম্ভাব্যতা নির্ধারণ করে A বিষয়ে $\frac{4}{5}$, B বিষয়ে $\frac{3}{4}$, C বিষয়ে $\frac{5}{6}$ এবং D বিষয়ে $\frac{2}{3}$। যোগ্যতা প্রদর্শনে তাকে অবশ্যই A বিষয়ে এবং কমপক্ষে অন্য দুটি বিষয়ে পাস করতে হবে। তার যোগ্যতার সম্ভাবনা বের করুন।

[৩৫তম বিসিএস লিখিত]

$P(A) = \frac{4}{5}$ $\quad P(A') = \frac{1}{5}$

$P(B) = \frac{3}{4}$ $\quad P(B') = \frac{1}{4}$

$P(C) = \frac{5}{6}$ $\quad P(C') = \frac{1}{6}$

$P(D) = \frac{2}{3}$ $\quad P(D') = \frac{1}{3}$

(i) $P(ABCD') = P(A)\cdot P(B)\cdot P(C)\cdot P(D') = \frac{4}{5}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{3}$

(ii) $P(ABDC')$

(iii) $P(ADCB')$

(iv) $P(ABCD)$

sum = ?

স্বাধীন/অধীন ঘটনা

➲ একটি বাক্সে 5টি লাল ও 4টি সাদা ক্রিকেট বল এবং অপর একটি বাক্সে 3টি লাল ও 6টি সাদা ক্রিকেট বল আছে। প্রত্যেক বাক্স হতে একটি করে বল উঠানো হলে দুইটি বলের মধ্যে কমপক্ষে একটি লাল হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় করুন।

5 - R
4 - W

R - 3
W - 6

(i) ১ম বাক্স থেকে লাল + ২য় থেকে সাদা → $\frac{^5C_1}{^9C_1} \times \frac{^6C_1}{^9C_1}$

(ii) ১ম বাক্স থেকে সাদা + ২য় লাল → $\frac{^4C_1}{^9C_1} \times \frac{^3C_1}{^9C_1}$

(iii) ১ম বাক্স থেকে লাল + ২য় লাল → $\frac{^5C_1}{^9C_1} \times \frac{^3C_1}{^9C_1}$

যোগ = ?

শর্তাধীন সম্ভাব্যতা

➢ **শর্তাধীন সম্ভাব্যতার ক্ষেত্রে,**

(i) B ঘটার সাপেক্ষে A ঘটার সম্ভাবনা, $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

(ii) A ঘটার সাপেক্ষে B ঘটার সম্ভাবনা, $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

শর্তাধীন সম্ভাব্যতা

➲ $P(A) = \boxed{\frac{1}{2}}$, $P(B) = \frac{1}{3}$, এবং $P(B \mid A) = \frac{3}{5}$, হলে, (ক) $P(A \cap B)$ (খ) $P(A \mid B)$ এবং (গ) $P(A \cup B)$ এর মান নির্ণয় করুন।

i) $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B \mid A)$

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5}$

$= \frac{3}{10}$

ii) $P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

$= \frac{3}{10} \times \frac{3}{1} = \boxed{\frac{9}{10}}$

iii) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{3}{10}$

$= \frac{15 + 10 - 9}{30}$

$= \frac{16}{30}$

$= \frac{8}{15}$

➲ একটি পরীক্ষায় 30% ছাত্র গণিতে এবং 20% ছাত্র রসায়নে এবং 10% ছাত্র উভয় বিষয়ে ফেল করে। দৈবভাবে একজন ছাত্র নির্বাচন করলে (i) ছাত্রটি গণিতে ফেল করার সম্ভাবনা কত, যখন জানা আছে ছাত্রটি রসায়নে ফেল করেছে? (ii) ছাত্রটির একটি মাত্র বিষয়ে ফেল করার সম্ভাবনা কত?

$P(M) = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$

$P(C) = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$

$P(M \cap C) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$

i) $P(M|C) = \frac{P(M \cap C)}{P(C)}$

$= \frac{1}{10} \times 5$

$= \frac{1}{2}$.

ii) $P(M \cup C) = P(M) + P(C) - P(M \cap C)$

$= \frac{3}{10} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10}$

$= \frac{3+2-1}{10} = \frac{4}{10}$

$= \frac{2}{5}$.

➲ দুইটি ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ করা হলে তাদের নমুনা ক্ষেত্রটি তৈরি করুন এবং দুইটি 6 উঠার সম্ভাবনা কত তা নির্ণয় করুন। ১ম ছক্কার পিঠে x এবং ২য় ছক্কার পিঠে y উঠলে, $\boxed{x + y = 7}$ হবার সম্ভাবনা নির্ণয় করুন।

	1	2	3	4	5	6
1	11	12	13	14	15	16
2	21	22	23	24	25	26
3						
4						
5						
6						$\boxed{66}$

নমুনা বিন্দু $= 6^2 = 36$

i) দুইটি 6 উঠার সম্ভাবনা $= \frac{1}{36}$

ii) $x = 1, 2, 3, 4, 5, 6$
$y = 6, 5, 4, 3, 2, 1$

6টি উপায়

সম্ভাবনা $= \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

বাক্স/থলে থেকে বল তোলা সম্পর্কিত

➲ একটি ব্যাগে 7টি লাল এবং 5টি সাদা বল আছে। নিরপেক্ষভাবে 4টি বল তোলা হলে তাদের মধ্যে 2টি লাল এবং 2টি সাদা বল হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় করুন।

R – 7
W – 5
12

মোট সম্ভাবনা $= \dfrac{{}^7C_2 \times {}^5C_2}{{}^{12}C_4}$

পুনঃস্থাপন করা বা না করা

➲ **পুন:স্থাপন করা:** একটি সংখ্যা/বল/কার্ড তুলে সেটা পুনরায় রেখে দেওয়া হয়। অর্থাৎ মোট সম্ভাব্য ঘটনা ও ঘটে যাওয়া ঘটনা মানের পরিবর্তন হয় না।

➲ **পুন:স্থাপন না করা:** একটি সংখ্যা/বল/কার্ড তুলে সেটা পুনারায় রাখা হয় না। অর্থাৎ, মোট সম্ভাব্য ঘটনা ও ঘটে যাওয়া ঘটনার মান প্রতিবারে 1 কমে যায়।

পুনঃস্থাপন করা বা না করা

4 19

➲ একটি ব্যাগে 5টি সাদা, 7টি লাল এবং 8টি কালো বল আছে। যদি পুনঃস্থাপন না করে একটি একটি করে পর পর চারটি বল তুলে নেয়া হয় তবে, সবগুলি বল সাদা হবার সম্ভাবনা কত?

5 - W
R - 7
B - 8

20

i) $\frac{5}{20} \times \frac{4}{19} \times \frac{3}{18} \times \frac{2}{17}$

পুনঃস্থাপন হলে:

i) $\frac{5}{20} \cdot \frac{5}{20} \cdot \frac{5}{20} \cdot \frac{5}{20} \cdot$

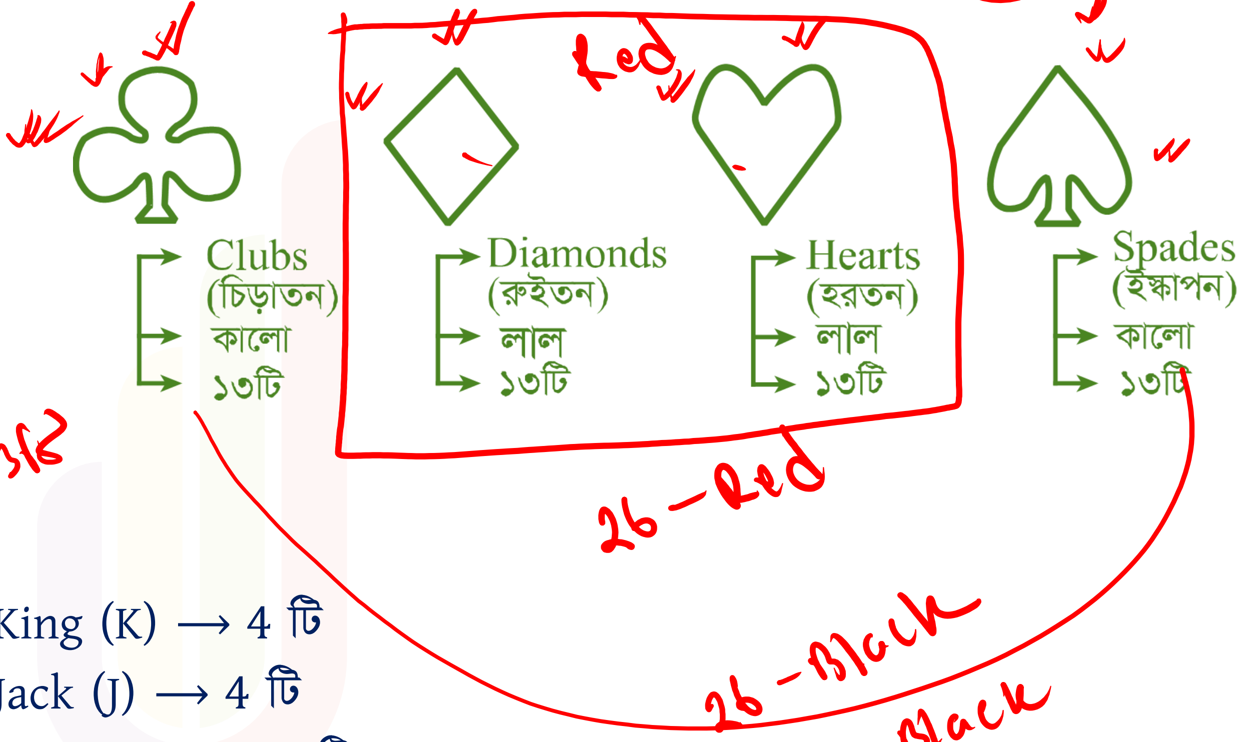
তাস সম্পর্কিত

➢ একটি তাসের প্যাকেটে মোট 52টি তাস বিদ্যমান। যেখানে চার প্রকারের তাস আছে।

52

13×4 = 52

29 Small Cold Bridge



✓ প্রতিটি Category তে 13টি Card থাকে-

A, K, Q, J, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2 = 9 + 4 = 13টি

✓ তাসের প্যাকেটে Card থাকে:

Ace (A) ⟶ 4 টি	King (K) ⟶ 4 টি
Queen (Q) ⟶ 4 টি	Jack (J) ⟶ 4 টি
Red Ace ⟶ 2 টি	Black Ace ⟶ 2 টি
Red King ⟶ 2 টি	Black King ⟶ 2 টি
Red Queen ⟶ 2 টি	Black Queen ⟶ 2 টি
লাল তাস ⟶ 26 টি	কালো তাস ⟶ 26 টি

2 লাল
2 কালো

➲ 52 খানা তাসের প্যাকেট হতে পুন: স্থাপন পূর্বক 2 টি তাস দৈবভাবে উঠানো হল। তাস 2 টি (i) একই রঙের রাজা পাবার (ii) একই রঙের রাজা না পাবার (iii) রাজা না পাবার সম্ভাব্যতা কত?

i) $\frac{2C_1}{52C_1}\cdot\frac{2C_1}{52C_1}+\frac{2C_1}{52C_1}\cdot\frac{2C_1}{52C_1}$ = একই রঙের রাজা পাওয়ার সম্ভাবনা

ii) $1-$ (i) এর উত্তর

iii) রাজা পাওয়ার সম্ভাবনা $=\frac{4C_1}{52C_1}\cdot\frac{4C_1}{52C_1}$

রাজা না " " $=1-\frac{16}{52\cdot52}$

BCS কঠিন নয়;
প্রস্তুতি যদি গোছানো হয়

Facebook Page
https://www.facebook.com/uttoronacademy

Facebook Group (BCS উত্তরণ)
https://www.facebook.com/groups/www.uttoron.academy

YouTube Channel
https://www.youtube.com/c/Uttoron

উত্তরণ
ক্যারিয়ার এন্ড স্কিলস একাডেমি

BCS অনলাইন ও অফলাইনের সমন্বয়ে গোছানো প্রস্তুতি
(https://www.youtube.com/watch?v=MFKW8FSNnP0)

একটি উদ্যাম-উন্মেষ প্রতিষ্ঠান

09666775566
www.uttoron.academy