

৪৬তম বিমিগ্রম লিখিত ফুল কোর্স

স্বীকৃত
সংস্করণ

গাণিতিক যুক্তি

লেকচার: ০৩+০৪

টপিক:

- ✓ ত্রিভুজ সংক্রান্ত উপপাদ্য, পিথাগোরাস সংক্রান্ত উপপাদ্য এবং ত্রিকোণমিতিক।
- ✓ পরিমিতি: সমতল ও ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত সমস্যার সমাধান এবং বৃত্তসংক্রান্ত ও চতুর্ভুজ সংক্রান্ত উপপাদ্য, স্থানাঙ্ক জ্যামিতি।



 **উত্তরণ**
ক্যারিয়ার এন্ড স্কিলস একাডেমি

☎ 09666775566
🌐 www.uttoron.academy

একটি
ইন্ডিয়ান-ভিত্তিক
গতিশীল

आमंत्र किं रूप

1) prachin

2) प्राचीन अवस्था
रूप यन्त्र

3) निम्न निम्न अवस्था

କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ

1) previous year analysis

2) Board ଓଡ଼ିଆ
→ (GM) ✓
→ (HIM) ✓

3) Time management

আৱৰ্ণকৰ আৱলম্বিত্য বিৱৰ্ত

উপপাদ্য

১) Δ সংক্ৰান্ত উপপাদ্য

GM: 6.3 / HM 3.1

২) \circ সংক্ৰান্ত

GM 8.1 - 8.4

৩) \square "

GM 15

৪) \square " " "

ত্রিকোণমাত্ৰ

GM

9.1
9.2

HM

8.1 - 8.3

পৰিমাণ

HM: 13

GM: 16.1 - 16.4

দুইটো ও জোৰ

GM 10

ছাত্ৰাঙ্ক ক্ৰমাৎ

HM 11.1 - 11.4

priority

✓ Δ ও Δ

✓ Δ নামক Δ

✓ Δ নামক Δ

✓ Δ Δ Δ Δ

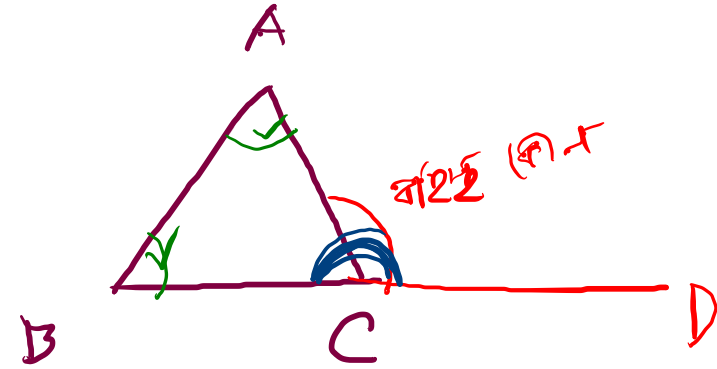
✓ Δ Δ

✓ Δ

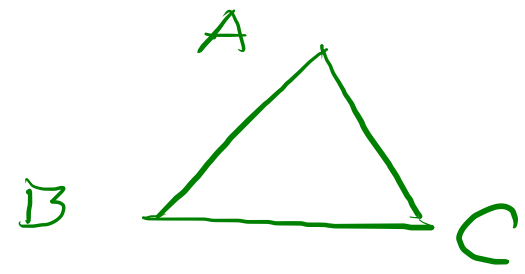
রেখা ও কোণ সম্পর্কিত উপপাদ্য

প্রমাণ করুন যে, একটি ত্রিভুজের একটি বাহু বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয় তা অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের যোগফলের সমান।

[১৮তম বিসিএস লিখিত]



$$\angle ACD = \angle ABC + \angle BAC$$



দ্বি-কোণ সিরাজ:

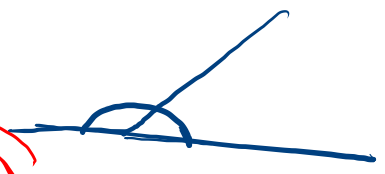
প্রমাণ:

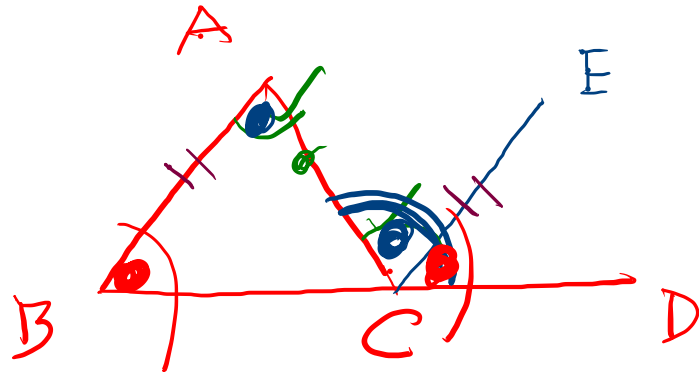
$$\angle ABC + \angle BAC + \angle ACB = 180^\circ \quad \text{①}$$

$$\angle ACB + \angle ACD = 180^\circ \quad \text{②}$$

বৈধিক স্তম্ভকোণ

$$\angle ABC + \angle BAC + \cancel{\angle ACB} = \cancel{\angle ACB} + \angle ACD$$

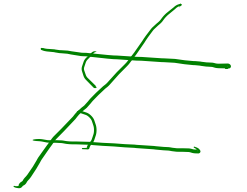
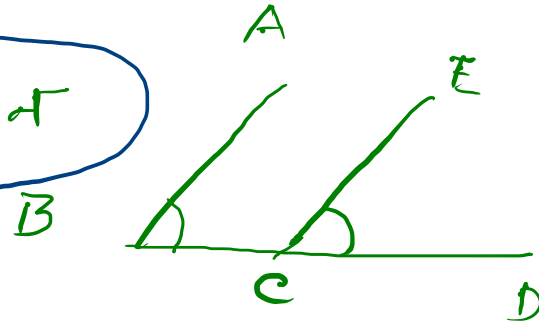




অঙ্কন: C বিন্দু
CE || AB আঁক

①

$$\angle BAC = \angle ACE \text{ [একান্তক (কোণ)]}$$



AB || CE এবং BD (স্থল) — ②

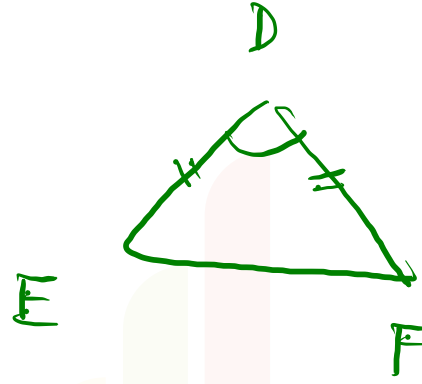
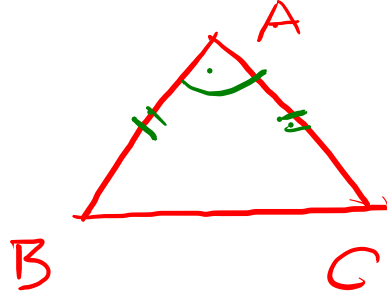
$$\angle ABC = \angle ECD \text{ [অন্তঃস্থক (কোণ)]}$$

(1) + (2)

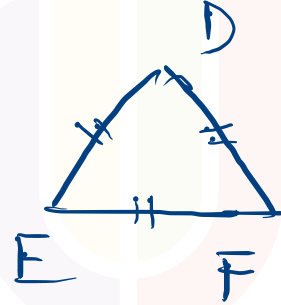
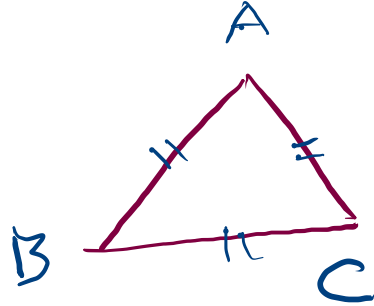
$$\angle BAC + \angle ABC = \angle ACE + \angle ECD = \angle ACD$$

ত্রিভুজের সর্বসমতা

□ বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য

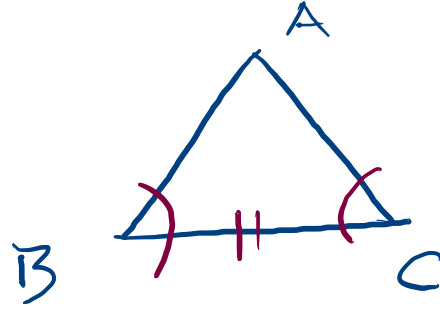


□ বাহু-বাহু-বাহু উপপাদ্য



ত্রিভুজের সর্বসমতা

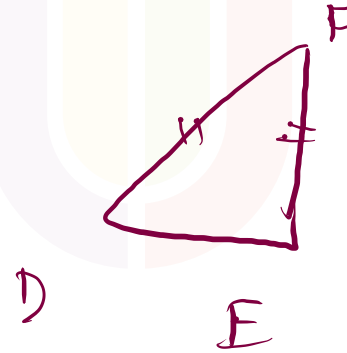
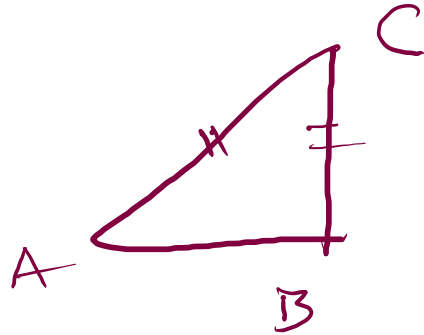
□ কোণ-বাহু-কোণ উপপাদ্য



$$\begin{aligned}\angle B &= \angle C \\ BC &= CB \\ \angle C &= \angle B\end{aligned}$$



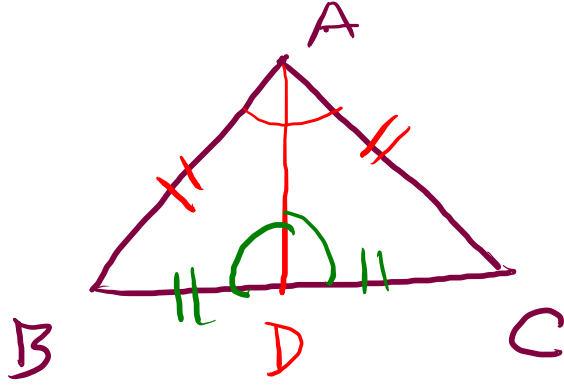
□ **অতিভুজ** - বাহু উপপাদ্য



ত্রিভুজের সর্বসমতা

⇒ প্রমাণ করুন যে, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের শিরঃকোণের সমদ্বিখন্ডক ভূমিকেও সমদ্বিখন্ডিত করে এবং ভূমির উপর লম্ব।

[৪৩তম বিসিএস লিখিত]



$$BD = DC$$

$\triangle ABD$ ও $\triangle ADC$

$$AB = AC$$

AD = সমদ্বিখন্ডক

অনুস্থল কোণ $\angle BAD =$ অনুস্থল কোণ $\angle CAD$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ADC$$

$$\angle ADB = \angle ADC$$

$$\angle ADB + \angle ADC = 180^\circ$$

বৈধিক দু'খন্ডক

$$\angle ADB + \angle ADB = 180^\circ$$

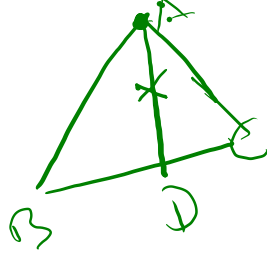
$$\text{বা, } 2\angle ADB = 180^\circ$$

$$\text{বা, } \angle ADB = 90^\circ$$

ত্রিভুজের সর্বসমতা

⇒ $\triangle ABC$ -এ CD , AB এর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক। প্রমাণ করুন যে, $\triangle ADC \cong \triangle BDC$

H.W



ত্রিভুজের বাহু ও কোণ সম্পর্কিত উপপাদ্য

- ☞ ত্রিভুজের একটি বাহু অপর কোন বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর হলে, প্রমাণ করুন যে, বৃহত্তর বাহুর বিপরীত কোণ ক্ষুদ্রতর বাহুর বিপরীত কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর হবে।

[৩০তম বিসিএস লিখিত]



ত্রিভুজের বাহু ও কোণ সম্পর্কিত উপপাদ্য

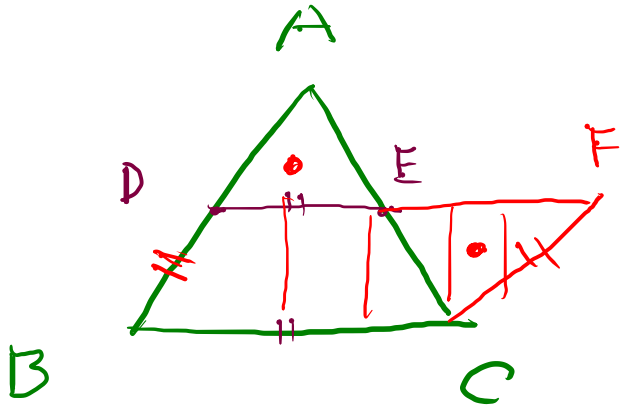
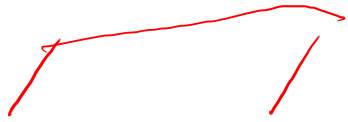
☞ প্রমাণ করুন যে, ত্রিভুজের যে কোনো দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল এবং অর্ধেক।

[৩১তম বিসিএস লিখিত]

অথবা, $\triangle ABC$ এর D এবং E যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করুন যে, $DE \parallel BC$ এবং $DE = \frac{1}{2} BC$ ।

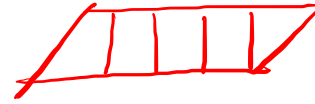
[৪৫তম, ৪১তম বিসিএস লিখিত]





$$DE = \frac{1}{2} BC$$

$$DE \parallel BC$$



প্রমাণ: $\triangle ADE \cong \triangle ECF$

$$AE = CE \text{ [E, AC এর মধ্যবিন্দু]}$$

$$DE = EF \text{ [অক্ষন অঙ্কন]}]$$

$$\angle AED = \angle CEF \text{ [প্রতিদ্বন্দ্বী কোণ]}$$

$$\triangle ADE \cong \triangle CEF$$

$$AD = CF$$

$$AD = CF = BD$$

$$[AD = BD] \text{ [D, AB এর মধ্যবিন্দু]}$$

$$DF = BC$$

$$DF \parallel BC$$

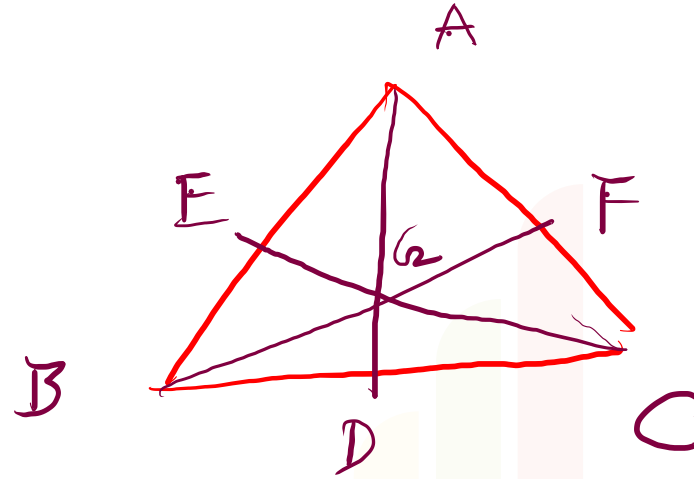
$$DE + EF = BC$$

যে, $DE + DE = BC$

যা, $2DE = BC$
যে, $DE = \frac{1}{2} BC$

মধ্যমা সম্পর্কিত উপপাদ্য

□ ত্রিভুজের মধ্যমা



BF



G



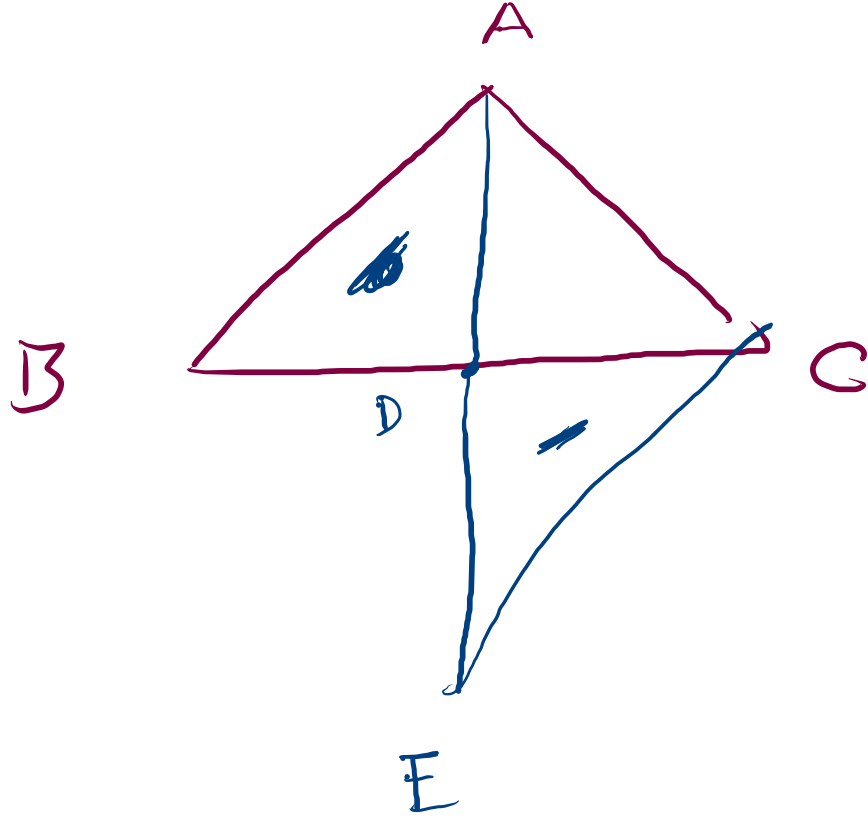
1:2

$$BG : GF = 1 : 2$$

মধ্যমা সম্পর্কিত উপপাদ্য

☞ ΔABC এর BC বাহুর মধ্যবিন্দু D হলে, প্রমাণ করুন যে, $AB + AC > 2AD$.

[২০তম বিসিএস লিখিত]



প্রমাণ: AD বাহুর E পর্যন্ত

প্রস্তুত করি, যেন $AD = DE$ হউ।

C, E জোড়া করি

$$BD = DC$$

$$AD = DE$$

$$\angle ADB = \angle CDE$$

$$\Delta ABD \cong \Delta CDE$$

$$AB = CE$$

$$\Delta ACE \text{ এ}$$

$$AC + CE > AE$$

$$AC + AB > AD + DE$$

$$AC + AB > AD + AD$$

$$AC + AB > 2AD$$

মধ্যমা সম্পর্কিত উপপাদ্য

⇒ ABC ত্রিভুজের AD, BE, CF তিনটি মধ্যমা। প্রমাণ করুন যে, $(AB + BC + CA) > (AD + BE + CF)$.

[৩৬তম বিসিএস লিখিত]

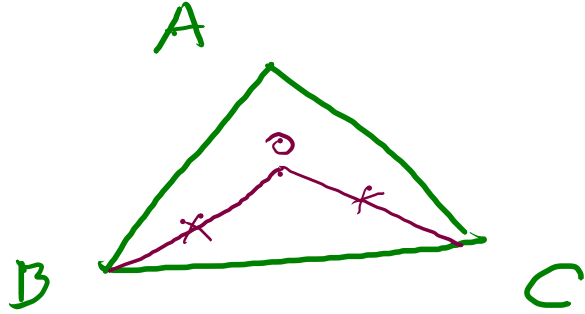
H.W



কোণের সমদ্বিখণ্ডক সম্পর্কিত উপপাদ্য

☞ $\triangle ABC$ এর $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়। প্রমাণ করুন যে, $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$

[৪১তম বিসিএস লিখিত]



$$\angle BOC = \frac{1}{2}\angle A + 90^\circ$$

$\triangle ABC$ এ
প্রমাণ: $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ \rightarrow$ বা,
 \downarrow ①

$$\frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 90^\circ$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$$

$\triangle BOC$ এ

$$\angle OBC + \angle BOC + \angle OCB = 180^\circ$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2}\angle B + \angle BOC + \frac{1}{2}\angle C = 180^\circ$$

$$\text{বা, } \angle BOC = 180^\circ - \frac{1}{2}\angle B - \frac{1}{2}\angle C$$

$$\text{বা, } \angle BOC = 180^\circ - \left(\frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C\right)$$

$$\text{বা, } \angle BOC = 180^\circ - 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A \\ = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$$

কোণের সমদ্বিখণ্ডক সম্পর্কিত উপপাদ্য

H.W

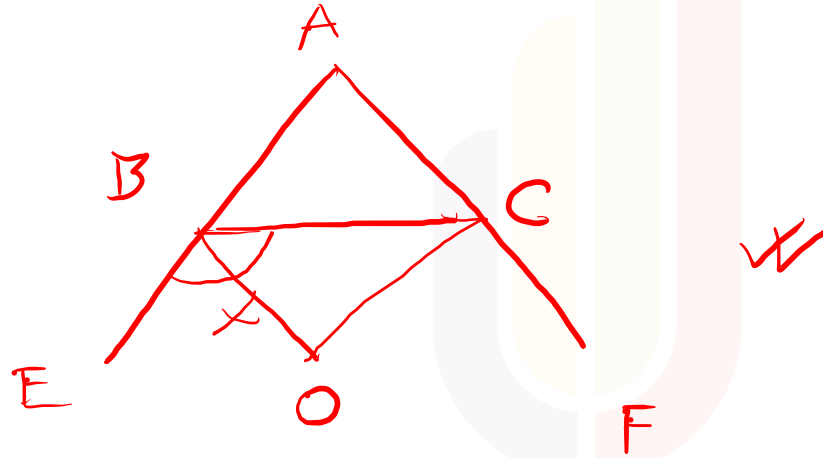
☞ ABC ত্রিভুজের $\angle B$ এবং $\angle C$ এর বহির্দ্বিখণ্ডক O বিন্দুতে মিলিত হলে $\angle BOC =$ কত?

[১৭তম, ২২তম ও ৩২তম বিসিএস লিখিত]

Hint



২১ম প্রশ্ন

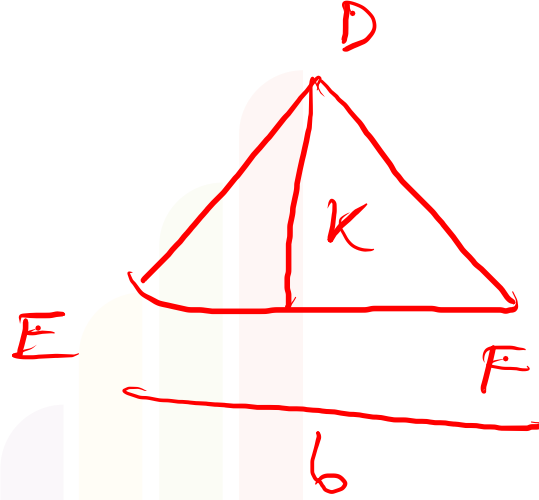
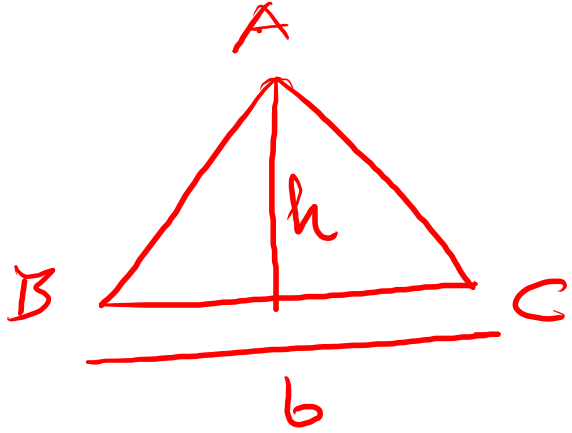


ত্রিভুজের অনুপাত ও সদৃশ্যতা

- দুইটি ত্রিভুজক্ষেত্রের উচ্চতা সমান হলে এদের ক্ষেত্রফল ও ভূমি সমানুপাতিক।
- দুইটি ত্রিভুজক্ষেত্রের ভূমি সমান হলে এদের ক্ষেত্রফল ও উচ্চতা সমানুপাতিক।
- একই ভূমির উপর এবং দুইটি সমান্তরাল রেখার মধ্যে অবস্থিত সকল ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সমান।

ত্রিভুজের অনুপাত সম্পর্কিত সূত্রের প্রমাণ

⇒ প্রমাণ করুন যে, দুইটি ত্রিভুজক্ষেত্রের ভূমি সমান হলে এদের ক্ষেত্রফল ও উচ্চতা সমানুপাতিক।



$$\Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times b \times h$$

$$\Delta DEF \text{ " " " " } = \frac{1}{2} \times k \times b$$

$$\frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{\frac{1}{2} \times b \times h}{\frac{1}{2} \times k \times b} = \frac{h}{k}$$

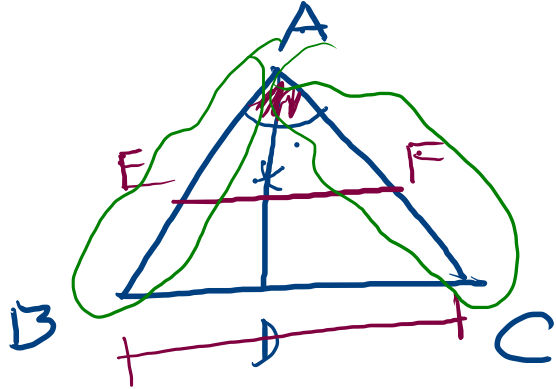
ত্রিভুজের অনুপাত সম্পর্কিত উপপাদ্য

- ⇒ ΔABC -এর $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AP , BC -কে P বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করুন যে, $BP: PC = BA: AC$.
[৪০তম বিসিএস লিখিত]



ত্রিভুজের অনুপাত সম্পর্কিত উপপাদ্য

☞ ΔABC -এর $\angle A$ -এর সমদ্বিখণ্ডক BC -কে D বিন্দুতে ছেদ করে। BC -এর সমান্তরাল কোনো রেখাংশ AB ও AC -কে যথাক্রমে E ও F বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করুন যে, $\frac{BD}{DC} = \frac{BE}{CF}$ [৩৭তম বিসিএস লিখিত]



✓ # Δ এর প্রেক্ষাগো-কোণের সমদ্বিখণ্ডক

সম্পর্কিত বাহুকে ওই কোণ দু'দিকের বাহুদ্বয়ের অনুপাতে

অনুপাতে বিভক্ত করে

$$BD : DC = AB : AC$$

$$\text{বা, } \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{BD}{DC} = \frac{BE}{CF}$$

[যেওনকণ্ড]

Δ এর প্রেক্ষাগো-বাহুদ্বয়ের সমান্তরাল

সমান্তরাল রেখা উপর দুই বাহুকে

সমান অনুপাতে বিভক্ত করে

$$\frac{AE}{BE} = \frac{AF}{CF}$$

$$\text{বা, } \frac{AE + BE}{BE} = \frac{AF + CF}{CF}$$

$$\text{বা, } \frac{AB}{BE} = \frac{AC}{CF}$$

$$\text{বা, } \frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CF}$$

গাণিতিক যুক্তি-০৩+০৪

ଅମଳ ଓ ଅମଳ ଚଳା
2-3 ଘଣ୍ଟା

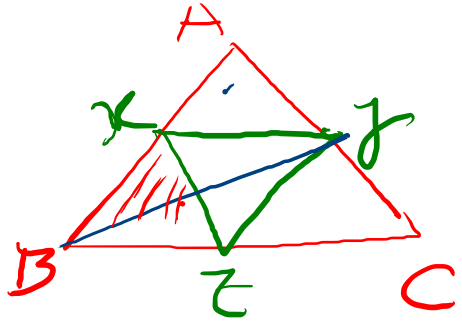
ଅମଳ
ଅମଳ

Break
Class will
stand at 8:35pm

କାଳି ଚଳାଏ ଏକ ଘଣ୍ଟା
କାଳି ଚଳାଏ

ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত উপপাদ্য

☉ প্রমাণ করুন যে, একটি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ঐ ত্রিভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু দিয়ে গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের চার গুণ। [৪১তম বিসিএস লিখিত]



$$\Delta ABC = 4 \Delta XYZ$$

সেইজন্য: X, Y হোল মধ্যবিন্দু

$$\Delta ABC \text{ এ } \Delta ABZ = \frac{1}{2} \Delta ABC$$

$$\text{বা, } 2 \Delta ABZ = \Delta ABC$$

$$\text{বা, } 2 \times 2 \Delta AXZ = \Delta ABC$$

$$\text{বা, } \Delta AXZ = \frac{1}{4} \Delta ABC$$

প্রমাণ: ΔABZ এ AB বাহুর পৈকি XZ মধ্যমা

$$\Delta AXZ = \frac{1}{2} \Delta ABZ$$

$$\text{বা, } 2 \Delta AXZ = \Delta ABZ \quad \text{--- (i)}$$

আনুপাততে দেখানো মত (ii) (ii)

$$\Delta BXY = \frac{1}{4} \Delta ABC \quad \text{--- (iii)}$$

$$\Delta CYZ = \frac{1}{4} \Delta ABC \quad \text{--- (iv)}$$

$$\Delta AXZ = \frac{1}{4} \Delta ABC$$

$$\Delta BXZ = \frac{1}{4} \Delta ABC$$

$$\Delta CXZ = \frac{1}{4} \Delta ABC$$

$$\Delta AXZ + \Delta BXZ + \Delta CXZ + \Delta XZ = \Delta ABC$$

$$\Delta XZ = \Delta ABC - \frac{1}{4} \Delta ABC - \frac{1}{4} \Delta ABC - \frac{1}{4} \Delta ABC$$

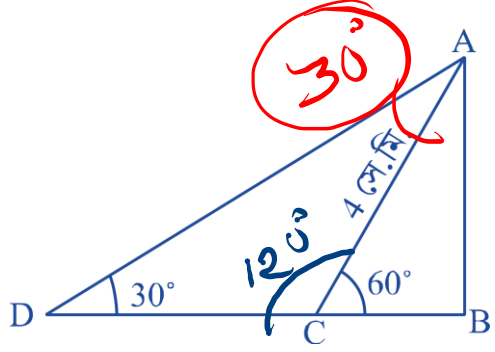
$$= \Delta ABC \left(1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{4-3}{4} \Delta ABC$$

$$\Delta XZ \Rightarrow \frac{1}{4} \Delta ABC$$

$$\text{वा, } \boxed{4\Delta XZ = \Delta ABC}$$

বাহু/কোণের মান নির্ণয়



$\angle CAD$ এর মান নির্ণয় করুন।

[৩৬তম বিসিএস লিখিত]

পিথাগোরাস সংক্রান্ত উপপাদ্য

- ⇒ ABC ত্রিভুজে $\angle A =$ এক সমকোণ, AC এর উপর D একটি বিন্দু।
তাহলে প্রমাণ করুন যে, $BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$.

[৩২তম ও ৩৪তম বিসিএস লিখিত]

প্রমাণ: ΔABC এ $BC^2 = AB^2 + AC^2$ [- ①

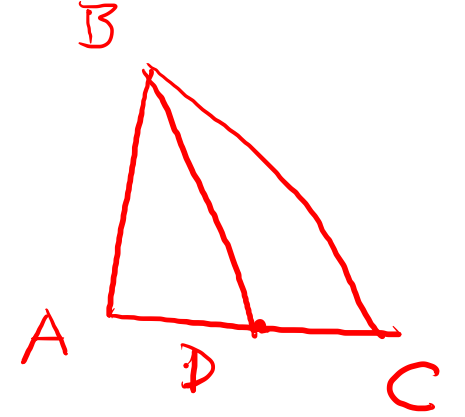
ΔADB এ $BD^2 = AB^2 + AD^2$ [

বা, $AD^2 = BD^2 - AB^2$ - ②

(1) + (2)

$$\begin{aligned} BC^2 + AD^2 &= AB^2 + AC^2 + BD^2 - AB^2 \\ &= AC^2 + BD^2 \end{aligned}$$

(proved)



পিথাগোরাসের উপপাদ্যের বিস্তার সম্পর্কিত

⇒ ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ এবং AD, BC -এর উপর লম্ব। দেখান যে, $4AD^2 = 3AB^2$.

[২৪তম ও ২১তম বিসিএস]

H.W



মধ্যমা সম্পর্কিত উপপাদ্য

⇒ ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle A = 90^\circ$. BE ও CF মধ্যমা। প্রমাণ করুন যে, $4(BE^2 + CF^2) = 5BC^2$.

[২৪তম বিসিএস]

$\Delta ABC, \Delta ACF, \Delta ABE$

$$\begin{aligned} \Delta ACF \text{ এ } CF^2 &= AC^2 + AF^2 \\ &= AC^2 + \left\{ \frac{1}{2} AB \right\}^2 \\ &= AC^2 + \frac{1}{4} AB^2 \\ &= \frac{4AC^2 + AB^2}{4} \end{aligned}$$

$$\text{যা, } 4CF^2 = 4AC^2 + AB^2 \quad \text{--- (1)}$$

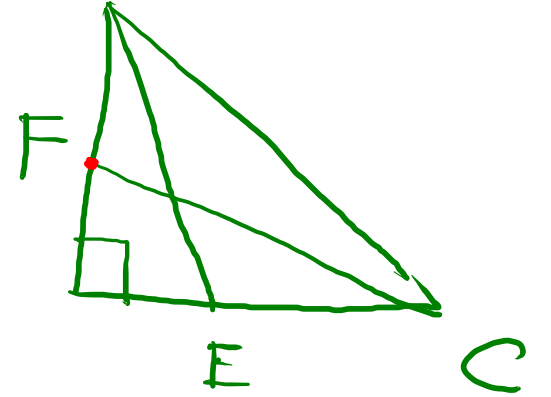
ΔABE এ

$$\begin{aligned} BE^2 &= AB^2 + AE^2 \\ &= AB^2 + \left\{ \frac{1}{2} AC \right\}^2 \\ &= AB^2 + \frac{AC^2}{4} \\ &= \frac{4AB^2 + AC^2}{4} \end{aligned}$$

$$\text{বা, } 4BE^2 = 4AB^2 + AC^2 \quad \text{--- (2)}$$

(1) + (2)

$$\begin{aligned} 4CF^2 + 4BE^2 &= 4AB^2 + AC^2 + 4AC^2 + AB^2 \\ \text{বা, } 4(BE^2 + CF^2) &= 5(AB^2 + AC^2) = 5BC^2 \end{aligned}$$



পীথাগোরাসের উপপাদ্যের সাহায্যে মান নির্ণয়

- ☞ ABC ত্রিভুজে $\angle B = 90^\circ$, $AB = 6$ সে.মি. ও $BC = 12$ সে.মি। যদি D, শীর্ষবিন্দু B থেকে AC বাহুর উপর লম্বের পাদ বিন্দু হয়, তাহলে AD এর দৈর্ঘ্য কত? [৩৩তম বিসিএস]

H.W

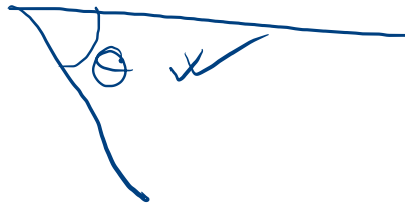


- ✓ ~~ଅକ୍ଷ~~ ବାଲୋ କରୁ ପୁରାଟନ
- ✓ ପ୍ରକାଶମିତ୍ର ଲିନ
- ✓ Figure draw

ଦୃଶ୍ୟ ଓ ଶୈଳୀ GM-C-10

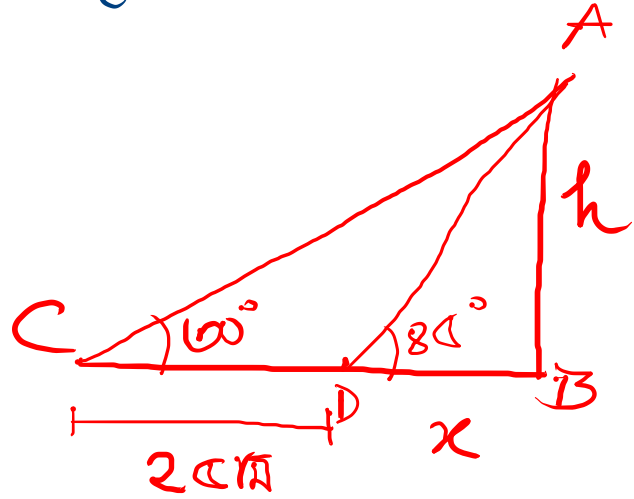
ଦୃଶ୍ୟ-କୋଣ: ଦୃଶ୍ୟର ଅଭାବକୁ ଦର୍ଶାଇ ଦିଆଯାଏ

ଦୃଶ୍ୟର କୋଣ ବିନ୍ଦୁ ଦର୍ଶାଇ ଅଭାବକୁ ଦର୍ଶାଇ ଦିଆଯାଏ
କୋଣ ଦୃଶ୍ୟର କର



কোন স্থান থেকে একটি মিনারের দিক ২৫ মিটার এগিয়ে এসে

মিনারের কার্ণাধিকার কোণ ৩০° থেকে ৪৫° হয়। মিনারটির উচ্চতা নির্ণয় কর।



$$\Delta ADB \text{ তে}$$

$$\tan 45^\circ = \frac{AB}{BD} = \frac{h}{x}$$

$$\text{বা, } x = \frac{h}{1}$$

$$\text{বা, } h = x$$

$$\Delta ABC \text{ এ}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{AB}{BC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{25+x}$$

$$\text{বা, } 25+x = h\sqrt{3}$$

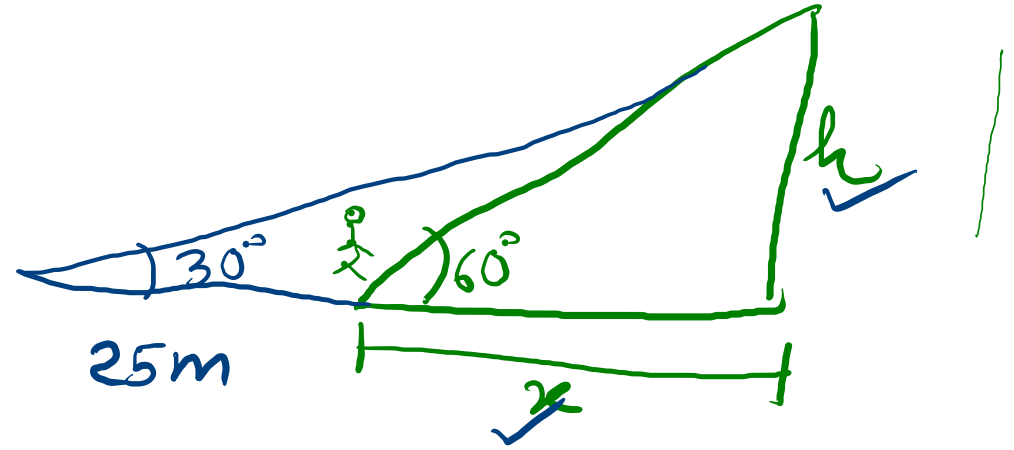
$$\text{বা, } 25+h = h\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } h = 38.৩৫ \text{ মি.}$$

একটি নদীতে তীরকোন এক স্থান দাঁড়িয়ে একজন লোক দেখলেন (০)

এক মোড়ানো অপর তীরে অবস্থিত একটি স্থানের দ্বারা কোন কোণ 60° , এই স্থান থেকে

২৫ম: দাঁড়িয়ে গিয়ে দেখল (০) ক্রমজর্ক দ্বারা কোন 30° প্রাপ্ত। ক্রমজর্ক-দ্বারা
ও নদীর বিস্তার।



কোনকি জ্ঞান

ধি: 01
দূরত্ব নির্ণয়

২টি বিন্দুর দূরত্ব =

$$\sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$$

(x_1, y_1)

(x_2, y_2)

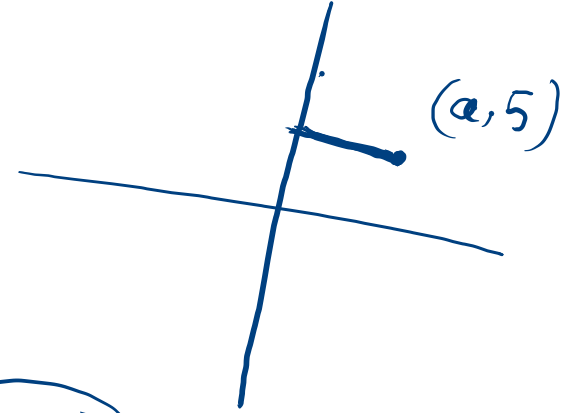
Type: 01

#1) જ અક્ષ 3 (7, 2) થી (a, 5) વિદ્યુત્ ક્ષેત્ર સમાન 2(લ) a એક
માન ચિત્ર કરો

Solⁿ: જ અક્ષ થી (a, 5) વિદ્યુત્ ક્ષેત્ર = |a|

(7, 2) વિદ્યુત્ " (a, 5) " " "

$$= \sqrt{(5-2)^2 + (a-7)^2}$$



$$a = \frac{29}{7}$$

પ્રમાણ,

$$|a| = \sqrt{(5-2)^2 + (a-7)^2}$$

$$\text{જા, } a^2 = (3)^2 + (a-7)^2$$

$$\text{જા, } 14a = 58 \quad \text{જા, } a = \frac{58}{14} \quad \text{જા, } a = \frac{29}{7}$$

ସମାନ୍ କ୍ରମରେ ଥିବା (0), (-2, -1), (1, 0), (4, 3), (1, 2) ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ

ଏକାନ୍ତ ସମକୋଣିତ୍ରିଭୁଜ କିମ୍ବା କିମ୍ବା

$$\begin{array}{l} A(-2, -1) \\ B(1, 0) \\ C(4, 3) \\ D(1, 2) \end{array} \left\{ \begin{array}{l} AB = \sqrt{10} \\ BC = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \\ CD = \sqrt{10} \\ DA = 3\sqrt{2} \end{array} \right.$$

✓ ବିପରୀତ କୋଣଗୁଡ଼ିକ ସମାନ
✓ କର୍ଣ୍ଣଗୁଡ଼ିକ ସମାନ

କର୍ଣ୍ଣ ସମାନ ଥିବାରୁ ଏହା ଏକ ସମକୋଣିତ୍ରିଭୁଜ

Topic: 2

চাৰু

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

জখাৰুচাৰু নামী ব্ৰহ্মাৰু চাৰুচাৰু নামী
নাম ২৩

(x_1, y_1)
 (x_2, y_2)

Soln:

$$AB \text{ ব্ৰহ্মাৰু চাৰু} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{2k - 3k}{k^2 - k}$$

$$= \frac{-k}{k(k-1)}$$

$$\Rightarrow \frac{-1}{k-1} \Rightarrow \frac{-1}{-(1-k)}$$

$$= \frac{1}{1-k}$$

Q: $A(k, 3k)$; $B(k^2, 2k)$; $C(k-2, k)$; $D(1, 1)$

যদি AB এবৰু CD ব্ৰহ্মাৰুচাৰু ব্ৰহ্মাৰুচাৰু নামী ২৩;

অচ k এক নাম ক?

$$\text{৩) ব্ৰহ্মাৰু চাৰু} = \frac{1-k}{1-k+2}$$

$$= \frac{1-k}{3-k}$$

$$\frac{1}{1-k} = \frac{1-k}{3-k}$$

$$k = 2, -1$$

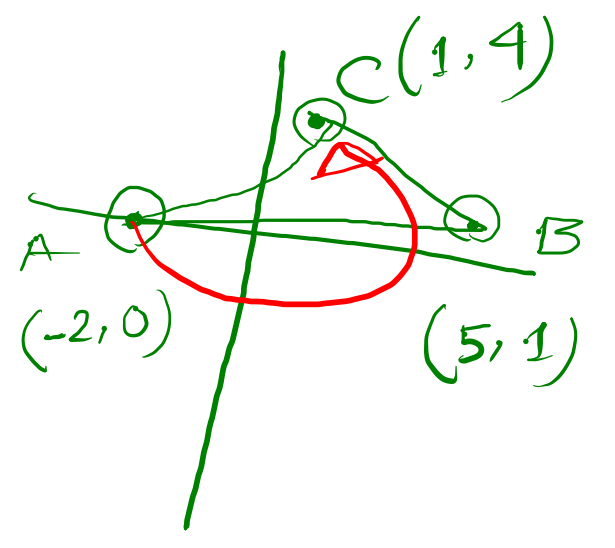
✓

Topic-3
अक्षप्रतल निर्माण

एकॉट Δ एक् तिनॉ कौतविदु यथाप्राम

$A(-2, 0)$, $B(5, 1)$ एक् $C(1, 4)$. स कौतविदुक् छानादक गुणधर

द्वक् Δ तिर अक्षप्रतल निर्माण कर.



$$A_{\text{area}} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -2 & 5 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 4 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \{ (-2 + 20 + 0) - (0 + 1 - 8) \}$$

$$= \mathbf{12.5} \text{ वर्ग एकर}$$

3 সমান্তরাল সরল রেখা $A(-1, 6)$ বিন্দু দিয়ে যায়।

এক x অক্ষের B বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দু থেকে অক্ষের এক

বিন্দু $C(2, 0)$ বিন্দুতে ছেদ করে। # AB 3 AC (বিন্দু থেকে দূরত্ব)

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 6 = 3(x + 1)$$

x অক্ষের B বিন্দুতে ছেদ করে। $y = 0$

$$y - 6 = 3x + 3$$

$$0 - 6 = 3x + 3$$

$$\text{বা, } 3x = -9$$

$$x = -3$$

$$\frac{y - y_1}{y_1 - y_2} = \frac{x - x_1}{x_1 - x_2}$$

$$A(-1, 6)$$

$$B(-3, 0)$$

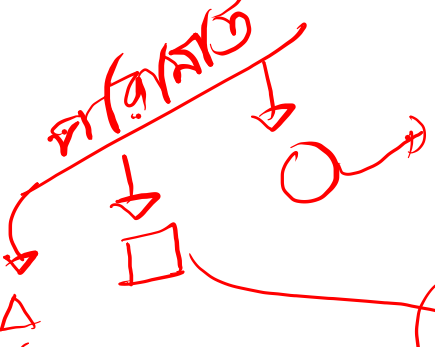
$$C(2, 0)$$

AB

$$3x - y = 9$$

$$B(-3, 0)$$

ଅବିଭାଜ୍ୟ



- ① ମହାମାତ୍ର
- ② ମହାଶକ୍ତି
- ③ ବିଶେଷମାତ୍ର
- ④ ମହାଶକ୍ତି

- ① ଅନୁପ
- ② ଚା
- ③ ଶକ୍ତିଶାଳୀ
- ④ ମହାଶକ୍ତି

একটি অপ্রত্যক্ষ বায়ু-দৈর্ঘ্য 80m এক প্রস্থ 30m.

বায়ু-দৈর্ঘ্য থেকে সীমানা-পাশ-দৈর্ঘ্য 2m. চতুর্ভুজ-আয়তন,

কত? (সংখ্যা-কত?)

$$80 \times 30 = 2400 \text{ m}^2$$

$$80 - (2 \times 2) = 76$$

$$30 - (2 \times 2) = 26$$

ত্রিকোণমিতি

$$\checkmark \sin \theta = \frac{\text{মুখ}}{\text{অনুভূমি}}$$

$$\checkmark \cos$$

$$\checkmark \sec$$

$$\checkmark \tan$$

$$\checkmark \cot$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\operatorname{cosec}^2 \theta - \cot^2 \theta = 1$$

$$\sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$$

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$\# \begin{cases} p = \sin \theta \\ q = \cos \theta \end{cases} \quad p + q = ?$$

$$\rightarrow pq = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \sin^2 \theta \cos^2 \theta = \frac{1}{4}$$

\Rightarrow

$$\# 7\sin^2\theta + 3\cos^2\theta = 4 \quad \text{এবং, } \tan\theta \text{ এর মান কত?}$$

soln: $7\sin^2\theta - 4 + 4\cos^2\theta - \cos^2\theta = 0$

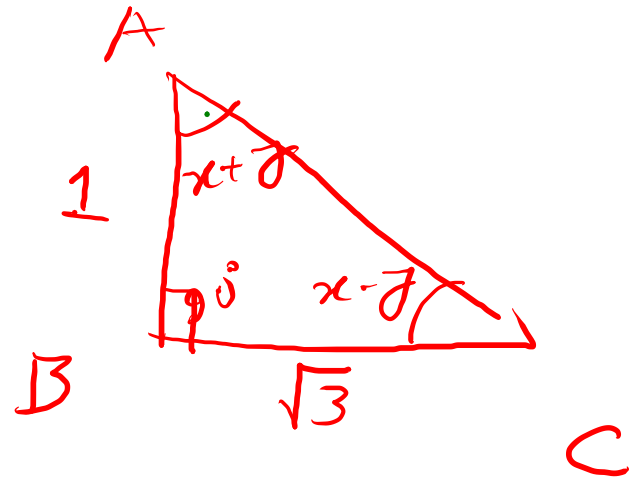
বা, $7\sin^2\theta - 4(1 - \cos^2\theta) = \cos^2\theta$

বা, $7\sin^2\theta - 4\sin^2\theta = \cos^2\theta$

বা, $3\sin^2\theta = \cos^2\theta$

বা, $\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} = \frac{1}{3}$

বা, $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$
বা, $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$



- 1) $AC = ?$ ② ਜੀ 2 ਮ ਲਾਗੂ 1 ਮ
 2) $\tan A + \tan C = ?$
 3) x 3 θ 2 ਭ ਮ

$$2) \tan A = \frac{\text{ਸਿੱਧ}}{\text{ਭੁਜ}} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$

$$\tan C = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\# \frac{\sin \theta}{x} = \frac{\cos \theta}{f} ;$$

$$\sin \theta - \cos \theta = \frac{x-f}{\sqrt{x^2+f^2}}$$

Soln: $\frac{\sin \theta}{x} = \frac{\cos \theta}{f} = m$

$mx - mf$
 वा, $m(x-f)$

वा, $\frac{\sin \theta}{x} = m$

वा, $\sin \theta = mx$

$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

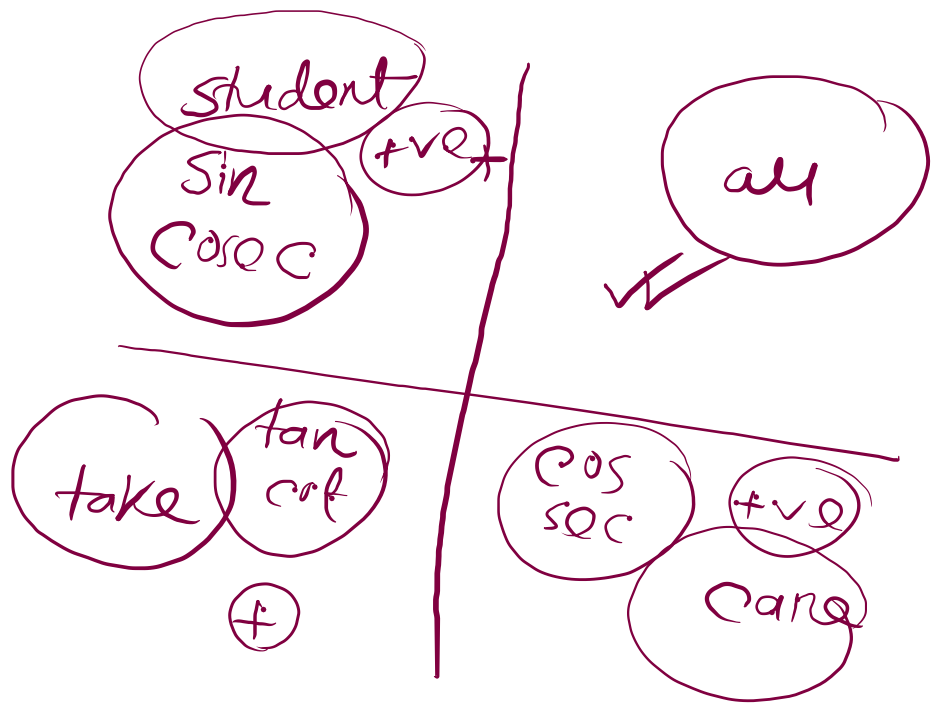
वा, $(mx)^2 + (mf)^2 = 1$

$\frac{\cos \theta}{f} = m$

वा, $\cos \theta = mf$

वा, $m^2(x^2+f^2) = 1$
 वा, $m = \frac{1}{\sqrt{x^2+f^2}}$

वा, $m^2x^2 + m^2f^2 = 1$



Q: $\tan \theta = \frac{3}{4}$ এর, $\sin \theta$ কমান্ডার, প্রমাণ করত ২টি (০, $\frac{\pi}{2}$) এর, $\frac{\sin \theta + \cos \sec \theta}{\sec \theta + \tan \theta} = \frac{14}{5}$

Soln: $\sec \theta - \tan \theta = 1$

বা, $\sec \theta - \left(\frac{3}{4}\right) = 1$

বা, $\sec \theta = 1 + \frac{9}{16} = \frac{25}{16}$

বা, $\frac{1}{\cos \theta} = \frac{25}{16}$

বা, $\cos \theta = \frac{16}{25}$

$\cos \theta = \pm \frac{4}{5}$

+ve

$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$

$\cos \theta = -\frac{4}{5}$

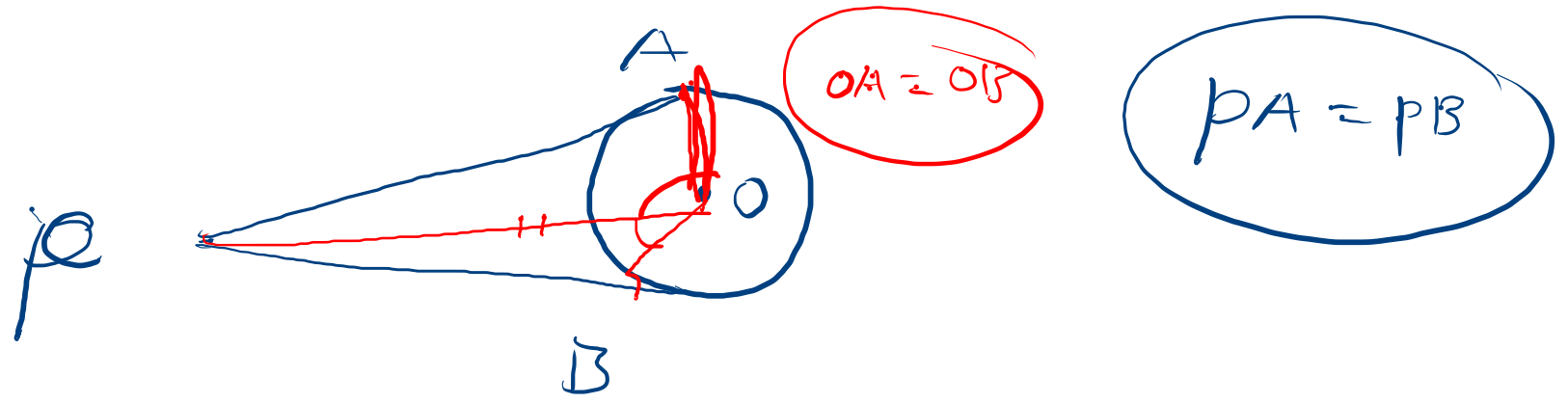
$\tan \theta = \frac{3}{4}$

$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{3}{4}$

বা, $\sin \theta = \cos \theta \times \frac{3}{4}$

$\sin \theta = -\frac{3}{5}$

ଏକ ମଧ୍ୟ ବିନ୍ଦୁ



ΔOPA ΔOPB

$OA = OB$

$OP =$ ମଧ୍ୟ ବିନ୍ଦୁ Q ରୁ

$\angle AOP = \angle BOP$

$\Delta OPA \cong \Delta OPB$

$PA = PB$

বৃত্ত সংক্রান্ত উপপাদ্য

বৃত্তাংশের নাম	চিত্র
বৃত্ত (Circle)	
বৃত্তের পরিধি (Circumference)	
জ্যা (Chord)	
ব্যাস (Diameter)	

বৃত্ত সংক্রান্ত উপপাদ্য

বৃত্তাংশের নাম	চিত্র
ব্যাসার্ধ (Radius)	
স্পর্শক (Tangent)	
ছেদক রেখা (Secant)	
বৃত্তচাপ (Arc)	

বৃত্ত সংক্রান্ত উপপাদ্য

বৃত্তাংশের নাম	চিত্র
বৃত্তকলা (Sector)	
বৃত্তের ক্ষেত্রফল (Area of a Circle)	
বৃত্তস্থ কোণ (Inscribed Angle)	
কেন্দ্রস্থ কোণ (Central Angle)	
অর্ধবৃত্তস্থ কোণ (Angle in a Semicircle)	

বৃত্ত সংক্রান্ত উপপাদ্য

⇒ প্রমাণ করুন, অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ।



বৃত্ত সংক্রান্ত উপপাদ্য

⇒ প্রমাণ করুন, বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণগুলো পরস্পর সমান।



বৃত্ত সংক্রান্ত উপপাদ্য

- ⇒ O কেন্দ্র বিশিষ্ট কোন বৃত্তের AB ও CD জ্যা দুটি বৃত্তের অভ্যন্তরে অবস্থিত কোনো বিন্দুতে সমকোণে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ করুন যে, $\angle AOD + \angle BOC =$ দুই সমকোণ। [৪১তম, ৩৫তম বিসিএস লিখিত]



বৃত্ত সংক্রান্ত উপপাদ্য

- ⇒ O কেন্দ্রবিশিষ্ট কোনো বৃত্তের AB ও CD জ্যা দুটি বৃত্তের অভ্যন্তরস্থ E বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ করুন যে,
 $\angle AEC = \frac{1}{2}(\angle BOD + \angle AOC)$ ।

[৩৭তম বিসিএস লিখিত]



বৃত্তের স্পর্শক ও ছেদক সম্পর্কিত উপপাদ্য

➤ বৃত্তের স্পর্শক সম্পর্কিত উপপাদ্য:

- ✓ বৃত্তের যেকোনো বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের উপর লম্ব।
- ✓ বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে বৃত্তে দুইটি স্পর্শক টানলে, ঐ বিন্দু থেকে স্পর্শ বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব সমান।

➤ বৃত্তের স্পর্শক সম্পর্কিত অনুসিদ্ধান্ত:

- বৃত্তের কোনো বিন্দুতে একটিমাত্র স্পর্শক অঙ্কন করা যায়।
- স্পর্শবিন্দুতে স্পর্শকের উপর অঙ্কিত লম্ব কেন্দ্রগামী।
- বৃত্তের কোনো বিন্দু দিয়ে ঐ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধের উপর অঙ্কিত লম্ব উক্ত বিন্দুতে বৃত্তটির স্পর্শক হয়।
- বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে একটি বৃত্তে ২টি স্পর্শক আঁকা যায়।

বৃত্তের স্পর্শক ও ছেদক সম্পর্কিত উপপাদ্য

➤ ছেদ, বহিঃস্পর্শ ও অন্তঃস্পর্শ সম্পর্কিত উপপাদ্য:

✓ দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে, এদের কেন্দ্রদ্বয় ও স্পর্শ বিন্দু সমরেখ।

➤ ছেদ, বহিঃস্পর্শ ও অন্তঃস্পর্শ সম্পর্কিত অনুসিদ্ধান্ত:

- দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে, কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধের সমষ্টির সমান।
- দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে অন্তঃস্পর্শ করলে, কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধের অন্তরের সমান।

বৃত্তের স্পর্শক ও ছেদক সম্পর্কিত উপপাদ্য

☞ O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু P থেকে বৃত্তে দুটি স্পর্শক PA এবং PB নেয়া হলো।

i. প্রমাণ করুন $PA = PB$

[৪০তম বিসিএস লিখিত]

ii. প্রমাণ করুন OP সরলরেখা স্পর্শ জ্যা AB-এর লম্বদ্বিখণ্ডক।



বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ সম্পর্কিত উপপাদ্য

☞ প্রমাণ করুন যে, বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের যে কোনো দুইটি বিপরীত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ।

[৩৩তম বিসিএস লিখিত]



বিবিধ

- ❖ একটি ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য b একক এবং উচ্চতা h একক হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \cdot b \cdot h$ বর্গ একক।
- ❖ একটি সমবাহু ত্রিভুজের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য a একক হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2$ বর্গ একক।
- ❖ একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান বাহু দুইটির প্রত্যেকটি a একক এবং ভূমি b একক হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2}$ বর্গ একক

বিবিধ

৩০ ৫ ইঞ্চি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তে একটি সমবাহু ত্রিভুজ অন্তর্লিখিত আছে। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।

[২৯তম বিসিএস লিখিত]



চতুর্ভুজ

চতুর্ভুজের ধরন	বিবরণ	চিত্র
সামান্তরিক (Parallelogram)		
আয়তক্ষেত্র (Rectangle)		
বর্গক্ষেত্র (Square)		
রম্বস (Rhombus)		
ট্রাপিজিয়াম (Trapezoid)		

সামান্তরিক

⇒ প্রমাণ করুন যে, সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

[৩৪তম বিসিএস লিখিত]



আয়ত সম্পর্কিত

- ➔ এমন একটি আয়ত অঙ্কন করুন, যার কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র একটি নির্দিষ্ট বর্গক্ষেত্রের পাঁচগুণ হবে।
[২৩তম বিসিএস লিখিত]



রম্বস সংক্রান্ত সমস্যা

☞ প্রমাণ করুন যে, আয়তের সন্নিহিত বাহুর মধ্যবিন্দু সমূহের যোগে যে চতুর্ভুজ হয়, তা একটি রম্বস।



ট্রাপিজিয়াম সংক্রান্ত সমস্যা

- ➔ ABCD একটি ট্রাপিজিয়াম। এর AB ও CD বাহু দুটি সমান্তরাল। ট্রাপিজিয়াম-ক্ষেত্র ABCD-এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।



ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ

$$(i) \sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{PN}{OP}$$

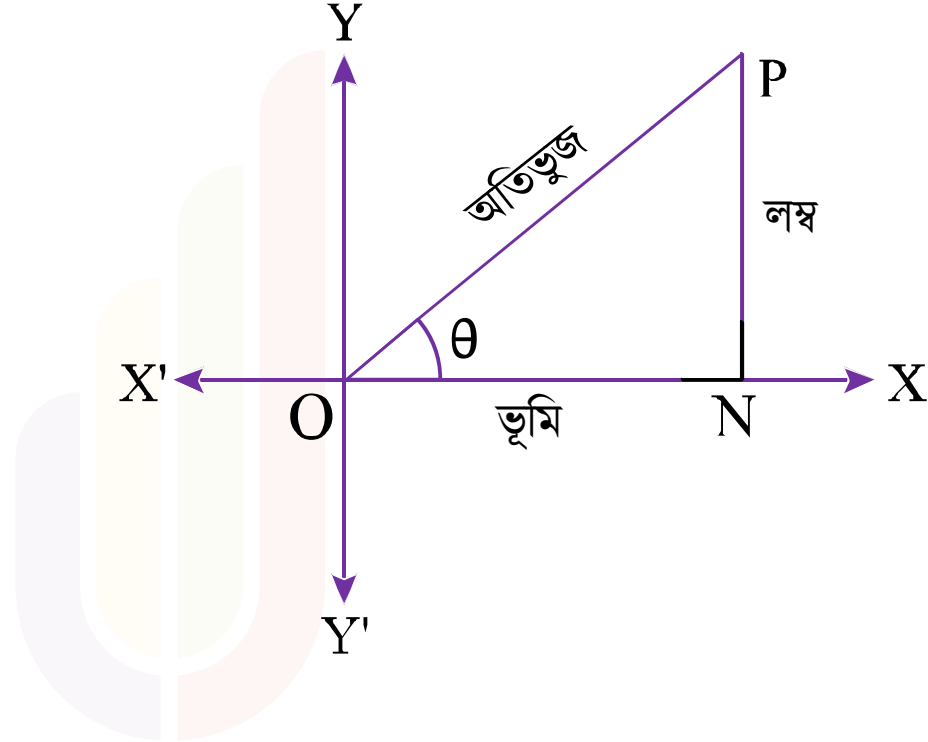
$$(ii) \operatorname{cosec}\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{লম্ব}} = \frac{OP}{PN}$$

$$(iii) \cos\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{ON}{OP}$$

$$(iv) \sec\theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভূমি}} = \frac{OP}{ON}$$

$$(v) \tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{PN}{ON}$$

$$(vi) \cot\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}} = \frac{ON}{PN}$$



ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোর পারস্পরিক সম্পর্ক

বিপরীত অনুপাত:

$$\triangleright \sin\theta = \frac{1}{\operatorname{cosec}\theta}$$

$$\triangleright \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$\triangleright \cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$$

$$\triangleright \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

$$\triangleright \tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$$

ত্রিকোণমিতিক অনুপাত সংক্রান্ত কতিপয় অভেদাবলি

$$\text{➤ } \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$\text{➤ } \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$$

$$\text{➤ } \operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$$

$$\text{➤ } \sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$$

$$\text{➤ } \cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$$

0°, 30°, 45°, 60°, 90° কোণগুলোর ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোর মান নির্ণয়

⇒ ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের মান নির্ণয়:

কোণ অনুপাত	0°	$\frac{\pi}{6} = 30^\circ$	$\frac{\pi}{4} = 45^\circ$	$\frac{\pi}{3} = 60^\circ$	$\frac{\pi}{2} = 90^\circ$
sin					
cos					
tan					

ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের সাহায্যে মান নির্ণয়

⇒ $P = \sin\theta$, $Q = \cos\theta$ এবং $PQ = \frac{1}{2}$ হলে, $P + Q$ এর মান কত?

[৪৩তম বিসিএস লিখিত]



ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের সাহায্যে মান নির্ণয়

⇒ $7 \sin^2 \theta + 3 \cos^2 \theta = 4$ হলে, $\tan \theta$ এর মান নির্ণয় করুন।

[৩৮তম বিসিএস লিখিত]

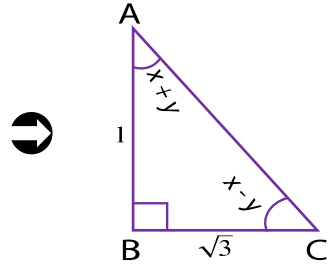


ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের সাহায্যে মান নির্ণয়

- ⇒ ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle C$ সমকোণ, $AB = 13$ সে.মি., $BC = 12$ সে.মি. এবং $\angle ABC = \theta$ হলে, $\sin\theta$, $\cos\theta$ ও $\tan\theta$ এর মান বের করুন।



0°, 30°, 45°, 60°, 90° কোণগুলোর ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোর মান নির্ণয়



চিত্রে বর্ণিত ত্রিভুজ হতে AC- এর পরিমাণ কত? $\tan A + \tan C$ -এর মান কত হবে? x ও y -এর মান কত?
[৩৭তম বিসিএস লিখিত]

প্রমাণ সম্পর্কিত সমস্যা

⇒ $\tan\theta + \sec\theta = x$ হয়, তবে প্রমাণ করুন যে, $\sin\theta = \frac{x^2-1}{x^2+1}$

[৪১তম বিসিএস লিখিত]



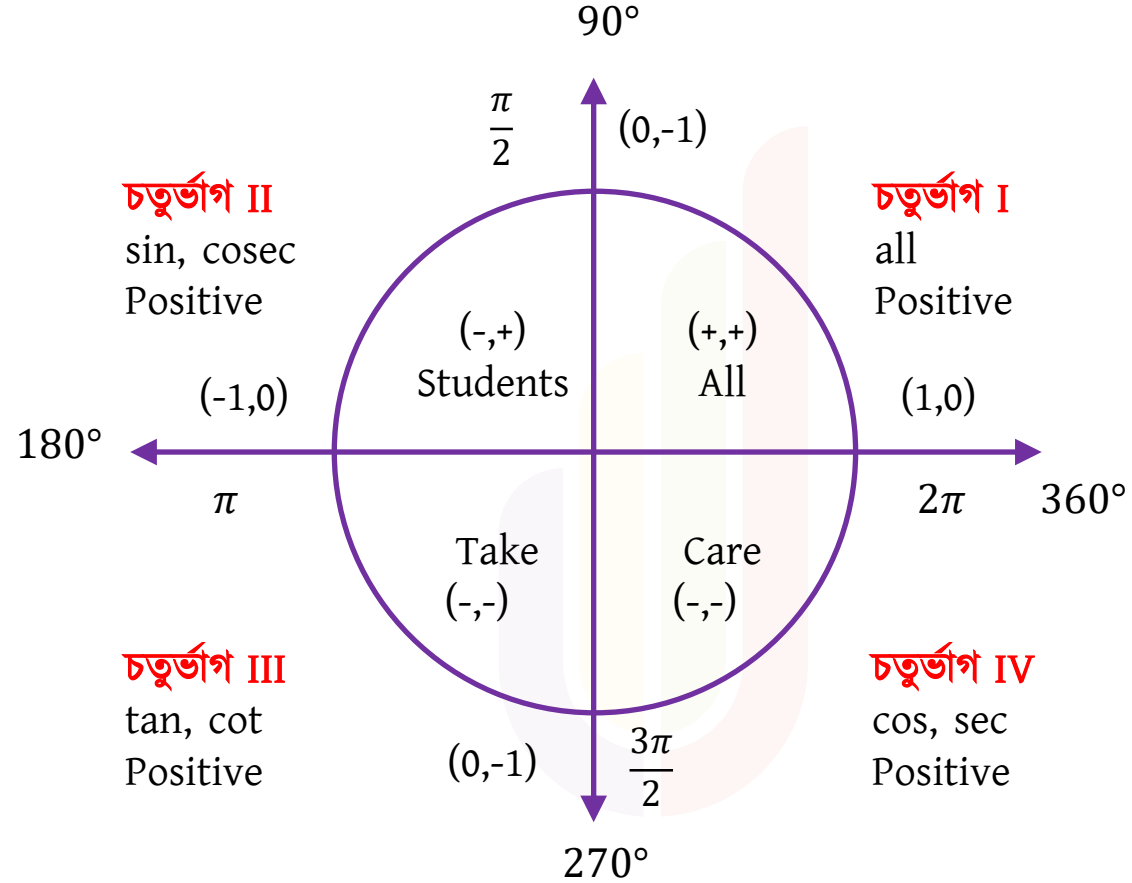
প্রমাণ সম্পর্কিত সমস্যা

➔ $\frac{\sin\theta}{x} = \frac{\cos\theta}{y}$ হলে, প্রমাণ করুন যে, $\sin\theta - \cos\theta = \frac{x-y}{\sqrt{x^2+y^2}}$

[৩৮তম বিসিএস লিখিত]

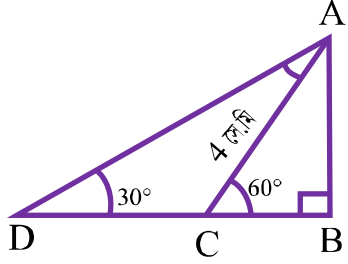


0°, 30°, 45°, 60°, 90° কোণগুলোর ত্রিকোণমিতিক অনুপাত সম্পর্কিত



★ 'All Students Take Care' দিয়ে বোঝা যায় কোন চতুর্ভাগে কোনটি ধনাত্মক হবে।

0°, 30°, 45°, 60°, 90° কোণগুলোর ত্রিকোণমিতিক অনুপাত সম্পর্কিত



(ক) $\angle CAD$ এর মান নির্ণয় করুন।

(খ) দেখান যে, $BC : AD = 1 : 2\sqrt{3}$

[৩৬তম বিসিএস লিখিত]

যে কোনো কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত সম্পর্কিত প্রমাণ

⇒ ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ নির্ণয় পদ্ধতি $(0 < \theta < \frac{\pi}{2})$



যে কোনো কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত সম্পর্কিত প্রমাণ

⇒ cosec A = $\frac{a}{b}$ এবং A সূক্ষ্মকোণ যেখানে $a > b > 0$ ।

i. sinA + cosecA এর মান নির্ণয় করুন।

ii. দেখান যে, $\tan A = \frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$

iii. $a = 13$ এবং $b = 5$ হলে, প্রমাণ করুন $\tan A + \sec A = \frac{3}{2}$

যে কোনো কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত সম্পর্কিত প্রমাণ

⇒ $\tan \theta = \frac{3}{4}$ এবং $\sin \theta$ ঋণাত্মক হলে, প্রমাণ করুন যে, $\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sec \theta + \tan \theta} = \frac{14}{5}$.

[৪৩তম বিসিএস লিখিত]



সমাধান সম্পর্কিত সমস্যা

⇒ $0 < \theta < 2\pi$ হলে, $2 (\sin\theta \cdot \cos\theta + \sqrt{3}) = \sqrt{3} \cos\theta + 4 \sin\theta$ এর সমাধান নির্ণয় করুন।

[৩৭তম বিসিএস লিখিত]



রেডিয়ান ও ডিগ্রীর পারস্পরিক সম্পর্ক

❖ কোণের ডিগ্রী ও রেডিয়ান পরিমাপের সম্পর্ক



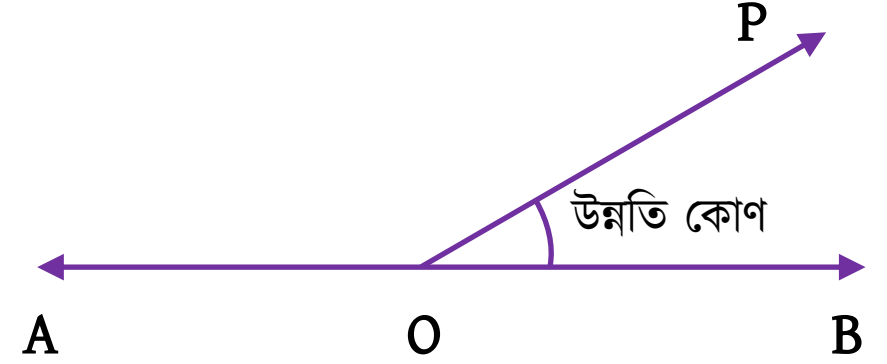
রেডিয়ান ও ডিগ্রীর পারস্পরিক সম্পর্ক

→ একটি গাড়ির চাকার ব্যাস 0.84 মিটার এবং চাকাটি প্রতি সেকেন্ডে 6 বার ঘুরে। গাড়িটির গতিবেগ নির্ণয় করুন।



ত্রিকোণমিতিক মান ব্যবহার করে দূরত্ব ও উচ্চতা নির্ণয়

⇒ উন্নতি কোণ:



⇒ অবনতি কোণ:



ত্রিকোণমিতিক মান ব্যবহার করে দূরত্ব ও উচ্চতা নির্ণয়

- একটি দেয়ালের শীর্ষবিন্দু থেকে একটি রড ভূমিতে 60° কোণ উৎপন্ন করে। অন্য একটি রড প্রথম রডের ভূমির স্পর্শবিন্দু হতে ৪২ ফুট পেছনে ভূমিতে 85° কোণ উৎপন্ন করে। দেয়ালটির উচ্চতা নির্ণয় করুন।

[৪৪তম বিসিএস লিখিত]

ত্রিকোণমিতিক মান ব্যবহার করে দূরত্ব ও উচ্চতা নির্ণয়

- ➔ কোন স্থান থেকে একটি মিনারের দিকে ২৫ মিটার এগিয়ে এলে মিনারের শীর্ষবিন্দুর উন্নতিকোণ 30° থেকে 45° হয়। মিনারটির উচ্চতা নির্ণয় করুন। [৪১তম বিসিএস লিখিত]



ত্রিকোণমিতিক মান ব্যবহার করে দূরত্ব ও উচ্চতা নির্ণয়

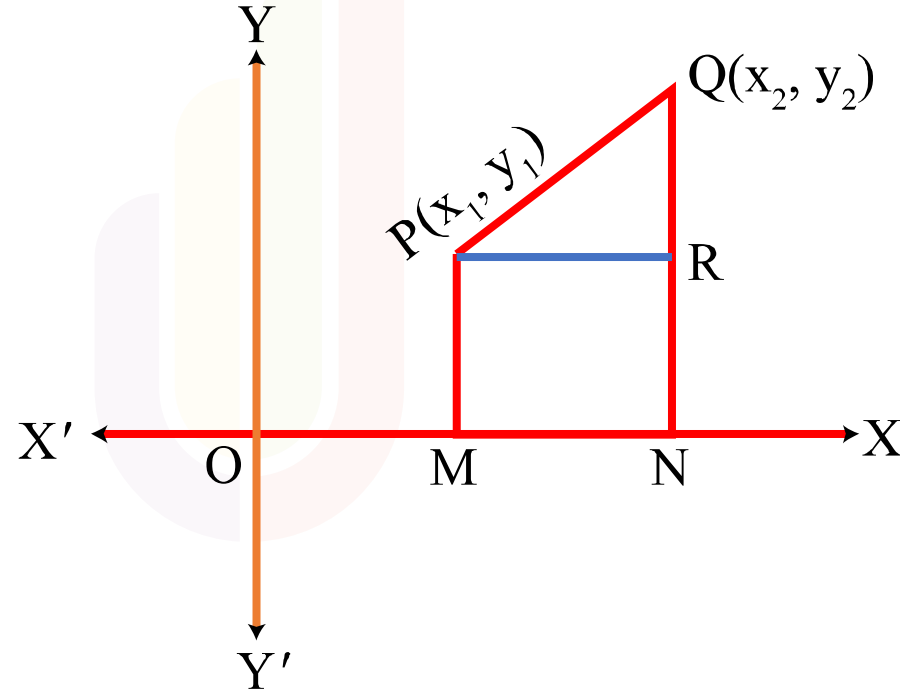
- একটি নদীর তীরে কোন এক স্থানে দাঁড়িয়ে একজন লোক দেখলেন যে, ঠিক সোজাসুজি অপর তীরে অবস্থিত একটি স্তম্ভের উন্নতি কোণ 60° । ঐ স্থান থেকে 25 মিটার পিছিয়ে গিয়ে দেখল যে, স্তম্ভটির উন্নতি কোণ 30° হয়েছে। স্তম্ভটির উচ্চতা ও নদীর বিস্তার নির্ণয় করুন।

[৩৩তম, ২২তম, ২১তম বিসিএস]



দুইটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় সম্পর্কিত

- (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $= \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$ একক



দুইটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় সম্পর্কিত

⇒ y অক্ষ ও $(7, 2)$ হতে $(a, 5)$ বিন্দুর দূরত্ব সমান হলে, a এর মান নির্ণয় করুন।



দুইটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় সম্পর্কিত

⇒ প্রমাণ করুন যে, $(-2, -1)$, $(1, 0)$, $(4, 3)$ এবং $(1, 2)$ বিন্দুগুলো একটি সামান্তরিকের শীর্ষবিন্দু।

[৪১তম বিসিএস লিখিত]



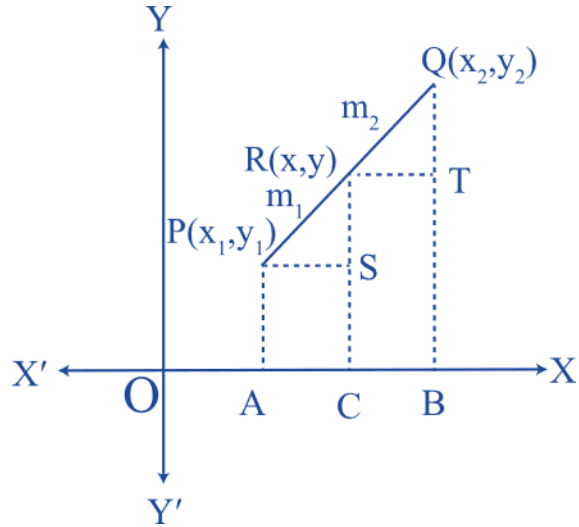
অন্তর্বিভক্ত ও বহির্বিভক্ত সম্পর্কিত

➤ (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখার কোনো বিন্দুতে $m_1 : m_2$ অনুপাতে,

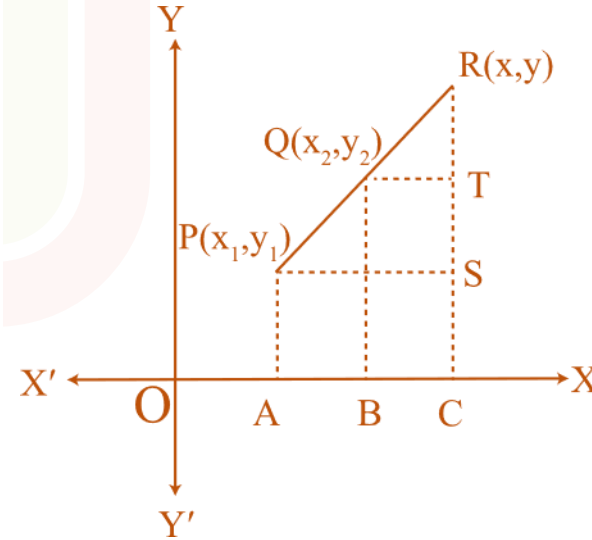
(i) অন্তর্বিভক্ত বিন্দুর স্থানাঙ্ক = $\left(\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2}, \frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2} \right)$

(ii) বহির্বিভক্ত বিন্দুর স্থানাঙ্ক = $\left(\frac{m_1x_2-m_2x_1}{m_1-m_2}, \frac{m_1y_2-m_2y_1}{m_1-m_2} \right)$

➤ অন্তর্বিভক্তের ক্ষেত্রে



➤ বহির্বিভক্তের ক্ষেত্রে



অন্তর্বিভক্ত ও বহির্বিভক্ত সম্পর্কিত

⇒ (7, 5) ও (-2, -1) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাংশের সমত্রিখণ্ডক বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করুন।



সরলরেখার ঢাল সম্পর্কিত

(x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখার ঢাল, $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{\text{কোটিদ্বয়ের অন্তর}}{\text{ভুজদ্বয়ের অন্তর}}$

⇒ $(3, -4)$ ও $(4, -5)$ বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল নির্ণয় করুন।



সরলরেখার ঢাল সম্পর্কিত

- ⇒ $A(k, 3k)$, $B(k^2, 2k)$, $C(k - 2, k)$ এবং $D(1, 1)$ চারটি ভিন্ন বিন্দু। যদি AB এবং CD রেখাদ্বয় সমান্তরাল হয়, তবে k এর মান কত হবে? [৪৩তম বিসিএস লিখিত]



বিন্দু দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

- একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু যথাক্রমে $A(-2, 0)$, $B(5, 1)$ এবং $(1, 4)$:
(ক) দেখান যে, ABC একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ।
(খ) শীর্ষবিন্দু স্থানাঙ্ক ব্যবহার করে ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।

[৩৬তম বিসিএস লিখিত]



সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় সম্পর্কিত

➤ m ঢাল বিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ, $y = mx + c$

➤ (x_1, y_1) বিন্দুগামী এবং m ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ, $y - y_1 = m(x - x_1)$

➤ দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) দিয়ে গমনকারী সরলরেখার সমীকরণ, $\frac{y-y_1}{y_1-y_2} = \frac{x-x_1}{x_1-x_2}$

সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় সম্পর্কিত

- ➔ 3 ঢালবিশিষ্ট একটি রেখা A (-1, 6) বিন্দু দিয়ে যায় এবং x-অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দুগামী অপর একটি রেখা x-অক্ষকে C (2,0) বিন্দুতে ছেদ করে।
- (ক) AB এবং AC রেখার সমীকরণ নির্ণয় করুন।
- (খ) ΔABC - এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।

[৪০তম বিসিএস লিখিত]

বিন্দু হতে রেখার লম্ব দূরত্ব

➤ (x_1, y_1) বিন্দু থেকে $ax + by + c = 0$ সরলরেখার লম্ব দূরত্ব $= \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

➤ মূলবিন্দু থেকে $ax + by + c = 0$ সরলরেখার লম্ব দূরত্ব $= \frac{|c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

বিন্দু হতে রেখার লম্ব দূরত্ব

⇒ (1, 2) ও (-3, 5) বিন্দুগামী সরলরেখা থেকে (-2, 0) বিন্দুটির দূরত্ব নির্ণয় করুন।

[৩৮তম বিসিএস লিখিত]



রেখা দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

- ⇒ $y = 3x + 4$, $y = -3x + 10$ এবং $y = 2$ সমীকরণ তিনটি একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহু নির্দেশ করে।
ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন। [৪৪তম বিসিএস লিখিত]



পরিমিতি: ত্রিভুজ সম্পর্কিত সূত্রাবলি

ত্রিভুজ সম্পর্কিত সূত্রাবলি

ত্রিভুজ সম্পর্কিত সূত্রাবলি		
সমবাহু ত্রিভুজ		
সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ		
বিষমবাহু ত্রিভুজ		
সমকোণী ত্রিভুজ		

পরিমিতি: চতুর্ভুজ সম্পর্কিত সূত্রাবলি

চতুর্ভুজ সম্পর্কিত সূত্রাবলি

চতুর্ভুজ সম্পর্কিত সূত্রাবলি		
বর্গক্ষেত্র		
সামান্তরিক		

পরিমিতি: চতুর্ভুজ সম্পর্কিত সূত্রাবলি

চতুর্ভুজ সম্পর্কিত সূত্রাবলি

চতুর্ভুজ সম্পর্কিত সূত্রাবলি		
রম্বস		
ট্রাপিজিয়াম		

পরিমিতি: চতুর্ভুজ সম্পর্কিত সূত্রাবলি

চতুর্ভুজ সম্পর্কিত সূত্রাবলি

আয়তক্ষেত্র

পরিমিতি: বৃত্ত সম্পর্কিত সূত্রাবলি

বৃত্ত সম্পর্কিত সূত্রাবলি

বৃত্ত

পরিমিতি: ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত

⇒ প্রমাণ করুন যে, ΔABC - এর ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$.

[৩৬তম বিসিএস লিখিত]



পরিমিতি: আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত

- ⇒ একটি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি অপেক্ষা ৪ মিটার বেশি ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল 48 বর্গমিটার হলে, তার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় করুন।

[৩৭তম বিসিএস লিখিত]



পরিমিতি: আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত

- ⇒ একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য 80 মিটার ও প্রস্থ 30 মিটার। বাগানের ভিতরে সীমানার পাশ দিয়ে 2 মিটার চওড়া রাস্তা আছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল কত?



পরিমিতি: রম্বসের ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত

→ একটি রম্বসের প্রত্যেকটি বাহু ২৫০ ফুট এবং একটি কর্ণ ৪০০ ফুট। রম্বসটির ক্ষেত্রফল কত?

[১৩তম বিসিএস লিখিত]



পরিমিতি: বিবিধ

- একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপেক্ষা ২৪.৫ বর্গমিটার বেশি। উভয় ক্ষেত্রের প্রতিটি কর্ণের দৈর্ঘ্য যদি ১৩ মিটার হয় তবে আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় করুন।

[৩৪তম বিসিএস লিখিত]

পরিমিতি: বৃত্তীয় পরিমিতির তুলনা সম্পর্কিত

⇒ একটি বৃত্তের অন্তর্লিখিত সামান্তরিকের দুই বাহুর দৈর্ঘ্য 3 cm এবং 4 cm হলে, ঐ বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত?

[৪৩তম বিসিএস লিখিত]



পরিমিতি: ঘনবস্তু (SOLIDS)

ঘনবস্তু	গঠন	চিত্র	উদাহরণ	সূত্রসমূহ
আয়তাকার ঘনবস্তু (Rectangular solids)				
ঘনক (Cube)				

পরিমিতি: ঘনবস্তু (SOLIDS)

সমবৃত্তভূমিক কোণক (Right Circular Cone)				
সিলিন্ডার/বেলন (Cylinder/Roller)				
গোলক (Sphere)				

পরিমিতি: আয়তাকার ঘনবস্তু (RECTANGULAR SOLIDS)

- ৩, ৪ ও ৫ সে.মি. ধারবিশিষ্ট তিনটি ছোট ঘনক গলিয়ে একটি বড়ো ঘনক তৈরি করা হলো। ছোট ঘনকগুলোর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও বড় ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত নির্ণয় করুন। [৪৪তম বিসিএস লিখিত]



পরিমিতি: সমবৃত্তভূমিক কোণক (RIGHT CIRCULAR CONE)

- ⇒ ২৮ সেমি ব্যাসের একটি অর্ধবৃত্তাকার ধাতুর পাত বাঁকিয়ে কোণক আকৃতির কাপ তৈরি করা হলো। কাপটির গভীরতা ও ধারণ ক্ষমতা নির্ণয় করুন। [৩৮তম বিসিএস লিখিত]



BCS কঠিন নয়; প্রস্তুতি যদি গোছানো হয়



Facebook Page

<https://www.facebook.com/uttoronacademy>



Facebook Group (BCS উত্তরণ)

<https://www.facebook.com/groups/www.uttoron.academy>



YouTube Channel

<https://www.youtube.com/c/Uttoron>



BCS অনলাইন ও অফলাইনের সমন্বয়ে গোছানো প্রস্তুতি
(<https://www.youtube.com/watch?v=MFKW8FSNnPO>)



09666775566
www.uttoron.academy