

বীজগানিতিক রাশি
ও
উৎপাদকে বিশ্লেষণ

Written Lecture-04

Instructor: Alif Emran (B.Sc in EEE, BUET)

ASP , 43rd BCS Police(recommended)



উৎপাদকে বিশ্লেষণঃ

$$\textcircled{1} x^2 + x - \underline{(a+1)}\underline{(a+2)}$$

$$= x^2 + x - p(p+1) \quad \left[\text{ধরি, } a+1 = p \right]$$

$$= x^2 + x - p^2 - p$$

$$= x^2 - p^2 + (x - p)$$

$$= (x+p)(x-p) + (x-p)$$

$$= (x-p)(x+p+1)$$

$$\textcircled{2} x^4 + x^2 + 1$$

$$= \boxed{(x^2)^2 + 2x^2 + 1} - x^2$$

$$= \underline{\underline{(x^2 + 1)^2}} - \underline{\underline{x^2}}$$

$$= (x^2 + 1 + x)(x^2 + 1 - x)$$

$$= (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$$

(Ans)

ভেদ্যমান উপস্থাপন

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$



$(x-m)$ দ্বারা $f(x)$ কে ভেদ্য করতে,

$$\text{ভেদ্যমান} = f(m) = am^3 + bm^2 + cm + d$$

Ex: $f(x) = 5x^3 - 2x + 7$

$(x-2)$ দ্বারা $f(x)$ কে ভেদ্য করতে ভেদ্যমান = $f(2)$

$$\begin{aligned} &= 5 \times 2^3 - 2 \times 2 + 7 \\ &= 40 - 4 + 7 \\ &= 43 \end{aligned}$$

উৎপাদক উৎপাদক

$f(x)$ এর একটি উৎপাদক $(x-a)$ অর্থাৎ, $f(a) = 0$

$$\Rightarrow \boxed{f(a) = 0}$$

Ex:

$$f(x) \xrightarrow{\text{উৎপাদক}} (x-2) \Rightarrow \boxed{f(2) = 0}$$

$$f(x) \xrightarrow{\text{উৎপাদক}} (x-7) \Rightarrow f(7) = 0$$

$$f(x) \xrightarrow{\text{উৎপাদক}} (x+5) \Rightarrow \boxed{f(-5) = 0}$$

3) $8x^3 - 4x - 1$

[28th BCS]

ধরি, $f(x) = 8x^3 - 4x - 1$

$$\begin{aligned} f\left(\frac{1}{2}\right) &= 8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 - 4 \times \frac{1}{2} - 1 \\ &= 8 \times \frac{1}{8} - 2 - 1 \\ &= 1 - 2 - 1 \\ &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f\left(-\frac{1}{2}\right) &= 8 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^3 - 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) - 1 \\ &= 8 \times \left(-\frac{1}{8}\right) + 2 - 1 \\ &= -1 + 2 - 1 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\therefore x - \left(-\frac{1}{2}\right) = x + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}(2x+1)$$

$\therefore (2x+1)$, $f(x)$ এর একটি উৎসাহক।

অতএব,

$$\begin{aligned} &8x^3 - 4x - 1 \\ &= 8x^3 + 4x^2 - 4x^2 - 2x - 2x - 1 \\ &= 4x^2(2x+1) - 2x(2x+1) - (2x+1) \\ &= (2x+1)(4x^2 - 2x - 1) \end{aligned}$$

(Ans)



BCS CAREER
SPARK

4) $a^3 - 3a^2b + 2b^3$

[29th BCS]

ধরি, $f(a) = a^3 - 3a^2b + 2b^3$

$$\begin{aligned}
 f(-b) &= (-b)^3 - 3(-b)^2 \cdot b + 2b^3 \\
 &= -b^3 - 3b^3 + 2b^3 \\
 &= -4b^3 + 2b^3 \\
 &= -2b^3 \quad \times
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f(b) &= b^3 - 3b^2 \cdot b + 2b^3 \\
 &= b^3 - 3b^3 + 2b^3 \\
 &= 8b^3 - 3b^3
 \end{aligned}$$

$a = b$
 $(a - b) = 0$

$\therefore (a-b), f(a)$ এর একটি উদাহরণ।

প্রমাণে,

$$\begin{aligned}
 & a^3 - 3a^2b + 2b^3 \\
 &= a^3 - a^2b - 2a^2b + 2ab^2 - 2ab^2 + 2b^3 \\
 &= a^2(a-b) - 2ab(a-b) - 2b^2(a-b) \\
 &= (a-b)(a^2 - 2ab - 2b^2)
 \end{aligned}$$

(Ans)



5) $a^3 + 6a^2b + 11ab^2 + 6b^3$

[37th BCS]

6) $x^4 - 4x + 3$

7) $3x^5 + 2x + 5$

[35th & 33rd BCS]

[32nd BCS]

6) $f(x) = x^4 - 4x + 3$

$$\begin{aligned} \therefore f(1) &= 1^4 - 4 \times 1 + 3 \\ &= 4 - 4 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$x=1$
 $x-1=0$

$(x-1)$, $f(x)$ গৰা গৰাকৈ উপসংহত কৰা হ'ল

$x^4 - 4x + 3$

$$= x^4 - x^3 + x^3 - x^2 + x^2 - x - 3x + 3$$

$$= x^3(x-1) + x^2(x-1) + x(x-1) - 3(x-1)$$

$$= (x-1)(x^3 + x^2 + x - 3)$$

$$= (x-1)(x^3 + x^2 + x - 3)$$

$$= (x-1) \{ x^3 - x^2 + 2x^2 - 2x + 3x - 3 \}$$

$$= (x-1) \{ x^2(x-1) + 2x(x-1) + 3(x-1) \}$$

$$= (x-1)(x-1)(x^2 + 2x + 3)$$

$$= (x-1)^2(x^2 + 2x + 3) \quad (Ans)$$



উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর (১ - ৩০):

১. $ab(x - y) - bc(x - y)$

৩. $a^4 - 27a^2 + 1$

৫. $(a^2 - b^2)(x^2 - y^2) + 4abxy$

৭. $a^2 + 6a + 8 - y^2 + 2y$

৯. $x^2 + 13x + 36$

১১. $a^2 - 30a + 216$

১৩. $x^2 - 37x - 650$

২. $9x^2 + 24x + 16$

৪. $x^4 - 6x^2y^2 + y^4$

৬. $4a^2 - 12ab + 9b^2 - 4c^2$

৮. $16x^2 - 25y^2 - 8xz + 10yz$

১০. $x^4 + x^2 - 20$

১২. $a^8 - a^4 - 2$

১৪. $9x^2y^2 - 5xy^2 - 14y^2$

২০২২

অধ্যায় ৩. বীজগণিতিক রাশি

৫৯

১৫. $4x^4 - 27x^2 - 81$

১৭. $3(a^2 + 2a)^2 - 22(a^2 + 2a) + 40$

১৯. $x^3 + 3x^2 + 3x + 2$

২১. $a^3 - 9b^3 + (a + b)^3$

২৩. $8a^3 + \frac{b^3}{27}$

২৫. $4a^2 + \frac{1}{4a^2} - 2 + 4a - \frac{1}{a}$

২৭. $(x + 2)(x + 3)(x + 4)(x + 5) - 48$

২৯. $2b^2c^2 + 2c^2a^2 + 2a^2b^2 - a^4 - b^4 - c^4$

৩০. $14(x + z)^2 - 29(x + z)(x + 1) - 15(x + 1)^2$

৩১. দেখাও যে, $(x + 1)(x + 2)(3x - 1)(3x - 4) = (3x^2 + 2x - 1)(3x^2 + 2x - 8)$

১৬. $ax^2 + (a^2 + 1)x + a$

১৮. $(a - 1)x^2 + a^2xy + (a + 1)y^2$

২০. $a^3 - 6a^2 + 12a - 9$

২২. $8x^3 + 12x^2 + 6x - 63$

২৪. $\frac{a^6}{27} - b^6$

২৬. $(3a + 1)^3 - (2a - 3)^3$

২৮. $(x - 1)(x - 3)(x - 5)(x - 7) - 65$

উদাহরণ ১৯. $x^3 + 6x^2y + 11xy^2 + 6y^3$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান: $x^3 + 6x^2y + 11xy^2 + 6y^3$

$$= \{x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 2y + 3 \cdot x \cdot (2y)^2 + (2y)^3\} - xy^2 - 2y^3$$

$$= (x + 2y)^3 - y^2(x + 2y) = (x + 2y)\{(x + 2y)^2 - y^2\}$$

$$= (x + 2y)(x + 2y + y)(x + 2y - y)$$

$$= (x + 2y)(x + 3y)(x + y) = (x + y)(x + 2y)(x + 3y)$$

কাজ: উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর:

ক) $\frac{1}{2}x^2 + \frac{7}{6}x + \frac{1}{3}$

খ) $a^3 + \frac{1}{8}$

গ) $16x^2 - 25y^2 - 8xz + 10yz$

কাজ: উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর:

ক) $x^3 - 21x - 20$

খ) $2x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

গ) $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$

অনুশীলনী ৩.৪

উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর:

১. $3a^3 + 2a + 5$

৩. $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

৫. $a^3 + 3a + 36$

৭. $a^3 - a^2 - 10a - 8$

৯. $a^3 - 7a^2b + 7ab^2 - b^3$

১১. $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$

১৩. $4x^4 + 12x^3 + 7x^2 - 3x - 2$

১৫. $4x^3 - 5x^2 + 5x - 1$

২. $x^3 - 7xy^2 - 6y^3$

৪. $x^3 + 4x^2 + x - 6$

৬. $a^4 - 4a + 3$

৮. $x^3 - 3x^2 + 4x - 4$

১০. $x^3 - x - 24$

১২. $2x^4 - 3x^3 - 3x - 2$

১৪. $x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x$

১৬. $18x^3 + 15x^2 - x - 2$

$\frac{a^3-b^3}{a+b}$ কে $\frac{a^4+b^4+a^2b^2}{a^3+b^3}$ দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল কত হবে?

$$\frac{a^3-b^3}{a+b} \div \frac{a^4+b^4+a^2b^2}{a^3+b^3}$$

$$= \frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)}{(a+b)} \times \frac{(a+b)(a^2-ab+b^2)}{a^4+2a^2b^2+b^4-a^2b^2}$$

$$= \frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)}{(a+b)} \times \frac{(a+b)(a^2-ab+b^2)}{(a^2+b^2)^2 - (ab)^2}$$

$$= \frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)}{(a+b)} \times \frac{(a+b)(a^2-ab+b^2)}{(a^2+b^2+ab)(a^2+b^2-ab)}$$

$$= (a-b)$$

$a^2 - 3a$, $a^2 - 9$, $(a^2 - 4a + 3)$ এর গ. সা. গু. কত?

$a(a-3)$ $(a+3)(a-3)$ $(a-3)(a-1)$

গ. সা. গু. = $a-3$

স. সা. গু. = $(a-3) \cdot a \cdot (a+3)(a-1)$
= $a(a-1)(a^2-9)$

Simplify: $\frac{\frac{a^2}{x-a} + \frac{b^2}{x-b} + \frac{c^2}{x-c} + a + b + c}{\frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b} + \frac{c}{x-c}}$

[15th BCS]

Ans: x

$\frac{bx}{x-b}$
 $\frac{cx}{x-c}$

$\frac{a^2}{x-a} + a$
 $= \frac{a^2 + ax - a^2}{x-a}$

$= \frac{ax}{x-a}$

Simplify: $\left\{ \frac{b + \frac{a-b}{1+ab}}{1 - \frac{(a-b)b}{1+ab}} - \frac{a - \frac{a-b}{1-ab}}{1 - \frac{a(a-b)}{1-ab}} \right\} \div \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right)$ [29th BCS]

$$= \left\{ \frac{\cancel{b} + \cancel{ab^2} + a - \cancel{b}}{1 + ab} - \frac{\cancel{a} - \cancel{a^2b} - \cancel{a} + \cancel{b}}{1 - ab} \right\} \div \frac{a^2 - b^2}{ab}$$

$$= \left\{ \frac{\cancel{1+ab} - \cancel{ab} + b^2}{1 + ab} - \frac{\cancel{1-ab} - \cancel{a^2} + \cancel{ab}}{1 - ab} \right\} \div \frac{a^2 - b^2}{ab}$$

$$= \left\{ \frac{a(b^2 + 1)}{1 + ab} \times \left(\frac{1 + ab}{1 + b^2} \right) - \frac{b(1 - a^2)}{1 - ab} \times \left(\frac{1 - ab}{1 - a^2} \right) \right\} \times \frac{ab}{(a+b)(a-b)}$$

$$= \left\{ a - b \right\} \times \frac{ab}{(a+b)(a-b)}$$

$$= \frac{ab}{a+b}$$

$(4x^2 - 16)$ এবং $6x^2 + 24x + 24$ এর গ. সা. গু. কত?

$x^2 - 11x + 30$ এবং $x^3 - 4x^2 - 2x - 15$ এর গ. সা. গু. কত?

$x^3 - 1, x^3 + 1, x^4 + x^2 + 1$ এর ল. সা. গু. কত?

$$\frac{1}{a-b} - \frac{2}{2a+b} + \frac{1}{a+b} - \frac{2}{2a-b} = ?$$

$$\text{ans. } \frac{6ab^2}{(a^2-b^2)(4a^2-b^2)}$$