

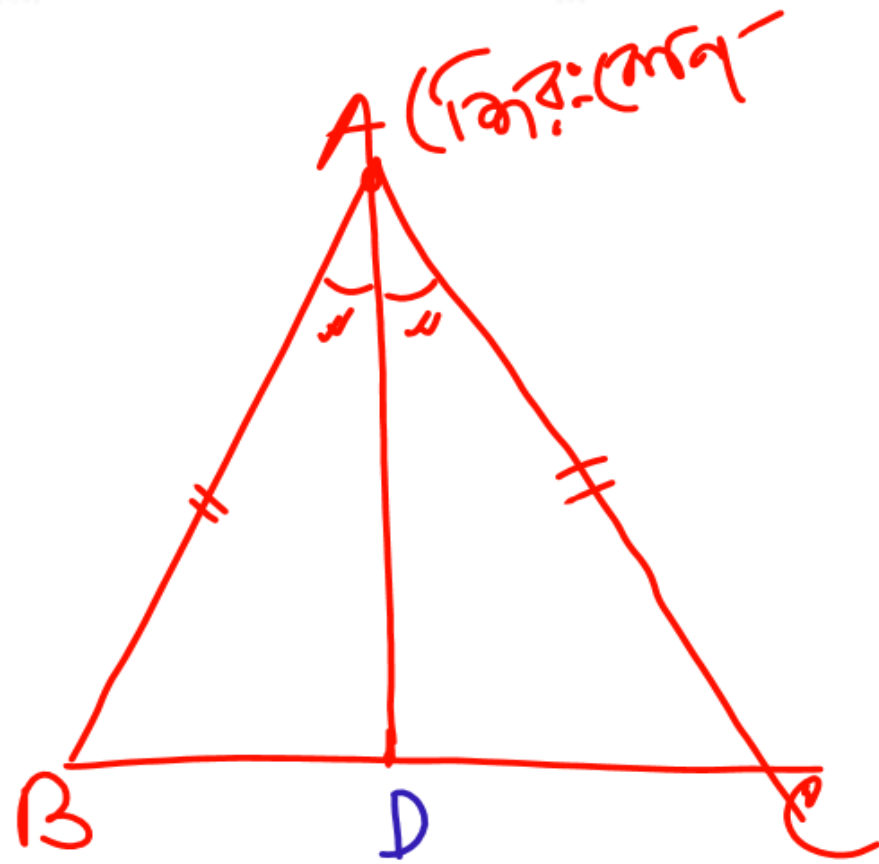
উন্নয়ন (সিদ্ধি, চর্চা)

১) প্রমাণ করুন যে, একটি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ঐ ত্রিভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু দিয়ে গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের ৪গুণ। [৪১তম বিসিএস]



BCS CAREER
SPARK
Ensure your dream

- প্রমাণ করুন যে, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের শিরঃকোণের সমদ্বিখন্ডক ভূমিকেও সমদ্বিখন্ডিত করে এবং ভূমির উপর লম্ব। [৪৩তম বিসিএস]



দেওয়া আছে: $\triangle ABC$ গুণে $AB = AC$ গুণে $\angle A$ শিরঃকোণ
 সমদ্বিখন্ডক AD , BC কে D বিন্দুতে ছেদ করে।
 প্রমাণ করতে হবে যে, $BD = DC$ গুণে $AD \perp BC$

প্রমাণ: $\triangle ABD$ এবং $\triangle ADC$ এ

$AB = AC$ ($\triangle ABC$ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ)

$AD = AD$ (সাধারণ বাহু)

অতএব $\angle BAD = \angle CAD$ [AD , $\angle BAC$ গুণে সমদ্বিখন্ডক]

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ADC$

$\therefore BD = DC$ গুণে $\angle ADB = \angle ADC$

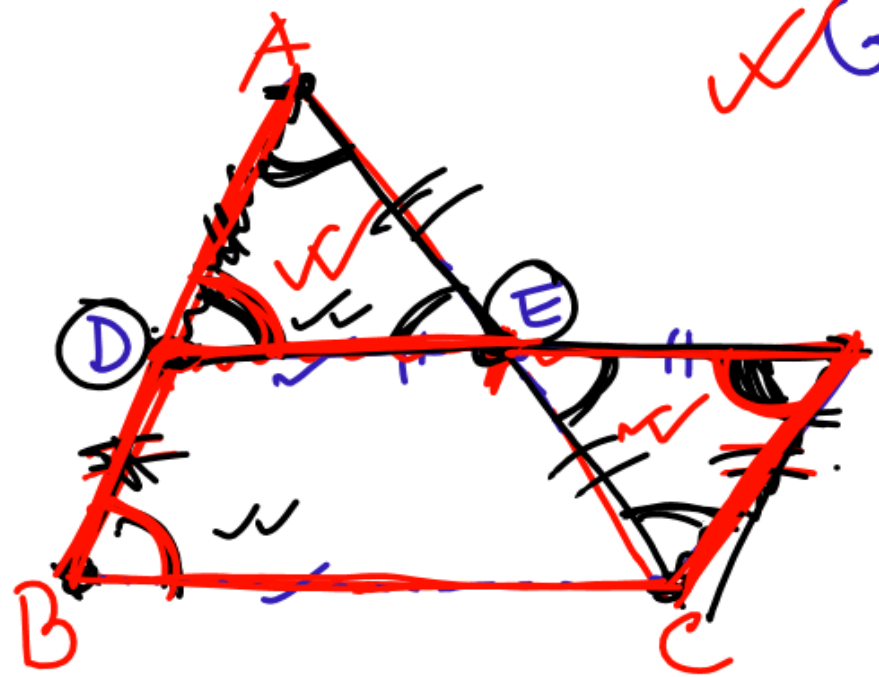
কিন্তু $\angle ADB$ ও $\angle ADC$ এক সরল কোণ
 $\therefore \angle ADB = \angle ADC = ২০$ সমকোণ $\therefore AD \perp BC$



ত্রিভুজ ABC এর D, E যথাক্রমে AB এবং AC এর মধ্যবিন্দু, প্রমাণ করুন যে, $DE \parallel BC$ এবং $DE = \frac{1}{2} BC$
 [৪৫তম, ৪১তম বিসিএস]

অথবা, ত্রিভুজের যে কোনো দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল এবং অর্ধেক।

~~***~~



প্রমাণ: DE কে F পর্যন্ত প্রসারিত করি যেন $DE = EF$ হয়।
 F, C যোগ করি।

প্রমাণ: $\triangle ADE$ ও $\triangle EFC$ ও মতে =

$DE = EF$ (অংশ সমুদায়)

$AE = EC$ [যেহেতু E, AC ও মধ্যবিন্দু]

অনুভূক্ত $\angle AED =$ অনুভূক্ত $\angle FEC$ [দ্বিভুজ কোণ]
 $\therefore \triangle ADE \cong \triangle EFC$

$AD = FC$

$BD = CF$ ও $\angle ADE = \angle EFC$

[AB, CF ও মতে... যেহেতু DF \parallel AC...]
 অর্থাৎ কোণ $\angle ADE$ ও $\angle EFC \therefore AB \parallel CF$

BC, FD ও মতে.
 $BD = CF$ ও $BD \parallel CF$

\therefore BC, FD ও মতে.

$DF = BC$ ও $DF \parallel BC$

$\Rightarrow DE + EF = BC$

$\Rightarrow 2DE = BC$

$\therefore DE = \frac{1}{2} BC$

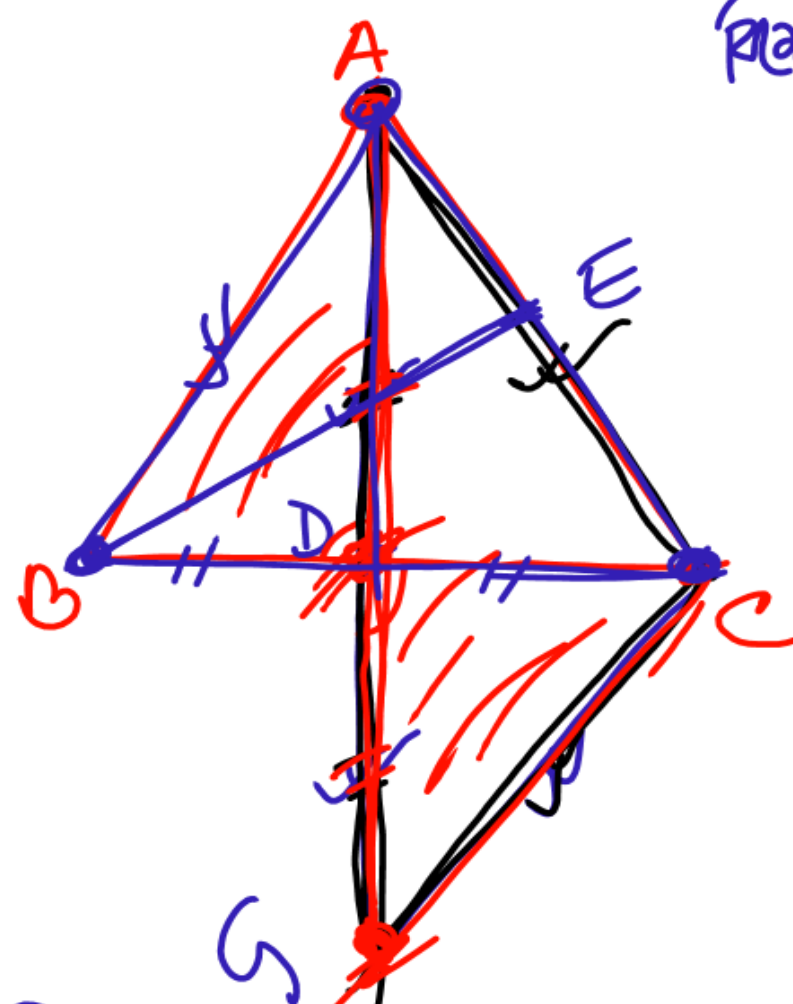
$DE \parallel BC$
 (প্রমাণিত)



BCS CAREER
SPARK
 Ensure your dream

✓ প্রমাণ করুন যে, ত্রিভুজের মধ্যমত্রয়ের সমষ্টি তার পরিসীমা অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।
 অথবা, ত্রিভুজ ABC এর AD, BE, CF তিনটি মধ্যমা হলে, প্রমাণ করুন যে, $(AB+BC+CA) > (AD+BE+CF)$
 অথবা, ত্রিভুজ ABC এর একটি মধ্যমা AD হলে, প্রমাণ করুন যে, $AB+AC > 2AD$

~~***~~



বিক্রম নিচেন: $\triangle ABC$ এ AD, BE, CF মধ্যমত্রয়।
 প্রমাণ করতে হবে, $AB+BC+CA > AD+BE+CF$

প্রমাণ: AD কে DC পর্যন্ত সমন্বয়ে বর্ধিত করি যেহেতু $AD = DC$ হয়।
 এবং C, D যোগ করি।

প্রমাণ: $\triangle ABD$ এ $\angle ADB = \angle CDE$ এ
 $AD = DC$ (বর্ধিত সমান)।
 $\angle ABD = \angle DCE$ ($\because D, B$ এ \angle বিপরীত কোণ)

অতএব $\angle ADB = \angle CDE$ (বিকল্প কোণ)
 $\therefore \triangle ABD \cong \triangle DCE$ (SAS)

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle DCE$
 $AB = CE$

এখন, $\triangle ACE$ এ $AC + CE > AE$
 $\Rightarrow AC + AB > 2AD$ (i)

অতএব প্রমাণ করে চান,
 $AB + BC > 2BE$ (ii)
 এবং $BC + CA > 2CF$ (iii)



নিয়ন্ত্রণ যোগান ছুটবে না।
 ছুটি বা তার বেশি আলাদা প্রকল্প।

$$\textcircled{I} + \textcircled{II} + \textcircled{III}:$$

$$2(AB + BC + CA) > 2(AD + BE + CF)$$

$$AB + BC + CA > AD + BE + CF \quad (\text{prove})$$

ত্রিভুজ ABC এর B=এক সমকোণ এবং D, অতিভুজ AC এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করুন যে, $BD = \frac{1}{2} AC$



BCS CAREER
SPARK
Ensure your dream

- ABC ত্রিভুজের $\angle C =$ এক সমকোণ এবং $\angle B = 2\angle A$, প্রমাণ করুন যে, $AB = 2BC$



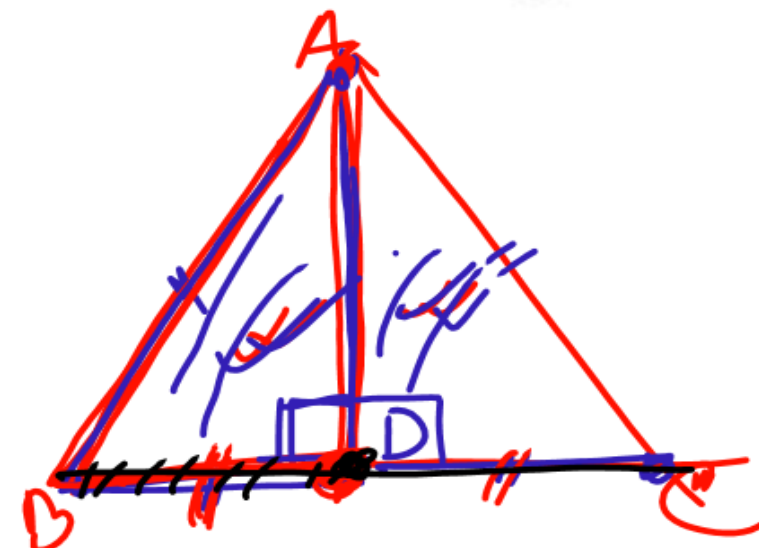
BCS CAREER
SPARK
ensure your dream

সমবাহু ত্রিভুজ ABC তে AD, BC বাহুর উপর মধ্যমা। প্রমাণ করুন যে,

(i) Δ ক্ষেত্র ABD = Δ ক্ষেত্র ACD

(ii) $AB^2 = AD^2 + BD^2$

(iii) $3AB^2 = 4AD^2$



$\angle ADB = \angle ADC$ কিন্তু কোণ দুটি
বৈশিষ্ট্য ফলাফল কোণ।

$\angle ADB = \angle ADC =$ এক সমকোণ
 ΔABD ও ΔACD সমকোণ ত্রিভুজ

$AB^2 = AD^2 + BD^2$

$\Rightarrow AB^2 = AD^2 + (\frac{1}{2}BC)^2$

$\Rightarrow AB^2 = AD^2 + \frac{1}{4}AB^2$

$\Rightarrow \frac{3}{4}AB^2 = AD^2 \therefore 3AB^2 = 4AD^2$

প্রমাণ: ΔABD ও ΔACD
 $BD = DC$ [D, BC এর মধ্যবিন্দু]
 $AB = AC$ [OABC সমকোণ ত্রিভুজ]
 $AD = AD$ [স্বয়ংক্রিয়] $AB = AC = BC$
 $\therefore \Delta ABD \cong \Delta ACD$

\therefore ক্ষেত্র $\Delta ABD =$ ক্ষেত্র ΔACD



BCS CAREER SPARK
Ensure your dream

(i no 3 mark)

- ত্রিভুজ ABC এ $AB > AC$ এবং A কোণের সমদ্বিখণ্ডক AD, BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করে, প্রমাণ করুন যে, $\angle ADB$ স্থূলকোণ।



BCS CAREER
SPARK
Ensure your dream

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

- যদি কোন ত্রিভুজ ABC এর হয়, তবে প্রমাণ করুন যে, C = এক সমকোণ।
^



BCS CAREER
SPARK
Ensure your dream

• ABC ত্রিভুজের $\angle A = 90^\circ$ এক সমকোণ। D, AC এর উপরস্থ একটি বিন্দু হলে, প্রমাণ করুন যে,

$$BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$$

প্রমাণ: সমকোণী $\triangle ABC$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \quad \text{[পাইথাগোরাস]}$$

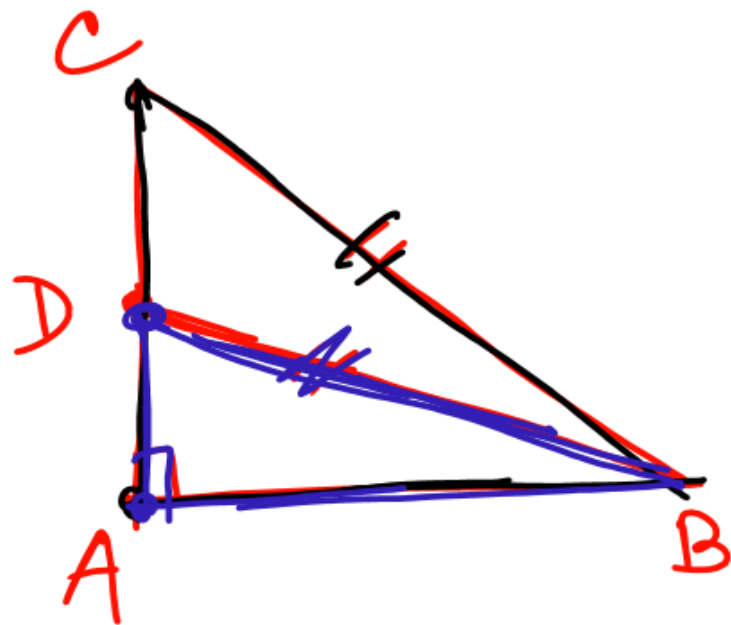
কোন, সমকোণী $\triangle ABD$ এ-

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 \quad \text{[পাইথাগোরাস]}$$

(i) - (ii):

$$BC^2 - BD^2 = AC^2 - AD^2$$

$$\Rightarrow BC^2 + AD^2 = AC^2 + BD^2$$



**BCS CAREER
SPARK**
Ensure your dream

• অনুশীলন করুন:

১) ত্রিভুজ ABC এর $\angle B$ কোণ এবং $\angle C$ কোণের সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়, প্রমাণ করুন যে,
 $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2} A$

২) ত্রিভুজ ABC এর B ও C এর বহিঃস্থ কোণদ্বয়ের সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হলে, প্রমাণ করুন যে,
 $\angle BOC = 90^\circ - \frac{1}{2} A$

৩) প্রমাণ করুন যে, একটি ত্রিভুজে একটি বাহু বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয় তা বিপরীত অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের যোগফলের সমান।

ত্রিভুজের একটি বাহু অপর বাহু অপেক্ষা অধিক বাহু হলে, প্রমাণ করুন যে, বৃহত্তর বাহুর বিপরীত কোণ ক্ষুদ্রতর বাহুর বিপরীত কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর হবে।

প্রমাণ করুন যে, ত্রিভুজের দুইটি শীর্ষ বিন্দু হতে এদের বিপরীত বাহু দুইটির ওপর অঙ্কিত লম্বদ্বয় সমান হলে, ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু হবে।

ABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের $AB=AC$ এবং BE, CD যথাক্রমে B কোণ ও C কোণের সমদ্বিখণ্ডকদ্বয়। প্রমাণ করুন যে, $\angle BDC = \angle BCE$

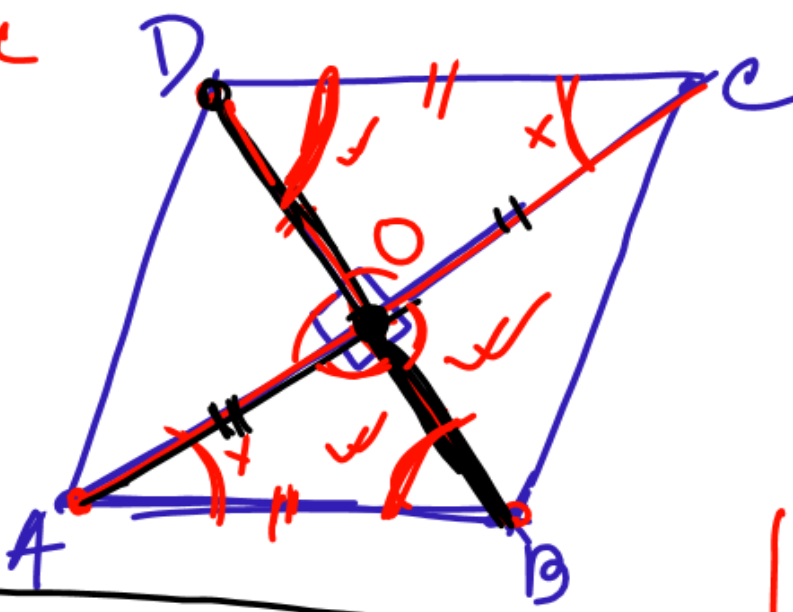
প্রমাণ করুন যে, সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটি পরস্পর সমান। প্রমাণ করুন যে, সমবাহু ত্রিভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দুসমূহ যোগ করলে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন হয় তা সমবাহু ত্রিভুজ।



**BCS CAREER
SPARK**

ENSURE YOUR DREAM

② ପରିଣାମ ଅନୁସାରେ ପ୍ରମାଣ କରାଯାଏ ପରିଣାମ ପରିଣାମ ଶ୍ରେଣୀ । * **



ପରିଣାମ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ: ଯଦି ଏକ $ABCD$ ପରିଷ୍କାର AC ଓ BD ଡାକ୍ତରୀର ମଝାଝା O ଚିହ୍ନରେ ହୁଏ ତେବେ

ପ୍ରମାଣ୍ୟ ହେବେ ଯେ, $AO = CO$ ଓ $BO = DO$

ଓ $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle DOA = 180^\circ$

ପ୍ରମାଣ୍ୟ: $\triangle AOB$ ଓ $\triangle COD$ ଓ

$\angle ABO = \angle CDO$ [$AB \parallel DC$ ଓ BD ଡାକ୍ତରୀ]

$\angle BAO = \angle DCO$ [$AB \parallel DC$ ଓ AC ଡାକ୍ତରୀ]

ଓ $AB = DC$ (ପରିଷ୍କାରର ପ୍ରମାଣ୍ୟ)

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle COD$

$AO = CO$, $BO = DO$ (ସମାପ୍ତି)



ପରିଣାମ,
 $\triangle AOB$ ଓ $\triangle BOC$ ଓ

$AB = BC$ (ପରିଷ୍କାରର ପ୍ରମାଣ୍ୟ)

$BO = BO$ (ସାଧାରଣ ପ୍ରମାଣ୍ୟ)

$AO = CO$ (ପରିଷ୍କାରର ପ୍ରମାଣ୍ୟ)

$\triangle AOB \cong \triangle BOC$

$\angle AOB = \angle BOC$ ଚିହ୍ନରେ ଦେଖିବାକୁ ହେବ (ପରିଷ୍କାରର ପ୍ରମାଣ୍ୟ)

$\angle AOB = \angle BOC = 180^\circ$