

Time & Work

Basic Discussion:

ব্যাংক প্রিলি:, ব্যাংক রিটেন, বিসিএস প্রিলি:, বিসিএস রিটেন, নন ক্যাডার পরীক্ষা সহ যে কোন জবের পরীক্ষার প্রিলি: এবং রিটেনের এমন কোন পরীক্ষা নেই যেখানে এই টপিক থেকে এক বা একাধিক প্রশ্ন হয় না। এজন্য আমাদের ব্যাংক রিটেনের বইটিতে এই টপিকটিকে সর্বোচ্চ গুরুত্ব দিয়ে সবধরণের প্রশ্নের সমন্বয়ে সবথেকে সুন্দরভাবে সাজানো হয়েছে।

এই অধ্যায়ের বিভিন্ন প্রশ্ন একাধিক নিয়মে সমাধান করে দেয়া হয়েছে। তবে লিখিত পরীক্ষার জন্য সমীকরণ ধরে সমাধান করার নিয়মটিকে গুরুত্ব দিন, জায়গা ও সময় কম লাগবে। তবে সমীকরণ সাজানো বেশি কঠিন হলে ভগ্নাংশ আকারে সমাধানের নিয়মটি প্রয়োগ করুন। অন্য যে নিয়মগুলো দেয়া হয়েছে তা মূলত অংকটাকে ভালোভাবে বোঝার জন্য।

Single Work:

1. **A can dig a pond in 30 days and B can dig the same pond in 20 days. In how many days A and B can dig the pond if they work together?** [*Janata, Sonali, Agrani Rupali Bank (Officer) Cash-2008 (Written)*] & [*Standard Bank-(TAO-Cash)-2016 – (Written)*]

অর্থ: A একটি পুকুর ৩০ দিনে এবং B ঐ পুকুরটি ২০ দিনে খনন করতে পারে। যদি A এবং B একসাথে কাজ করে তাহলে তারা কতদিনে পুকুরটি খনন করতে পারবে?

Solution:

A can dig in 30 days = 1 part. So, A can dig in 1 day $\frac{1}{30}$ of the pond

B can dig in 20 days = 1 part. So, B can dig in 1 day $\frac{1}{20}$ of the pond

A & B together can dig in 1 day = $\frac{1}{30} + \frac{1}{20} = \frac{1}{12}$ of the pond.

$\frac{1}{12}$ part is done by them in = 1 day.

∴ A & B together can dig the pond in $\frac{12 \times 1}{1} = 12$ days.

Ans: 12 days.

Alternative Solution:

Let, Total work = 60 units [LCM of 30 & 20]

Efficiency ratio = A : B = $\frac{60}{30} : \frac{60}{20} = 2:3$ [In 1 hr they can do alone]

Together they can do in 1 day = 2+3 = 5, So total days required = 60÷5= 12 days.

2. **Machine A, working alone at its constant rate, produces x pounds of peanut butter in 12 minutes. Machine B, working alone at its constant rate, produces x pounds of peanut butter in 18 minutes. How many minutes will it take machine A and B, working simultaneously at their respective constant rate, to produce x pounds of peanut butter?** [*Sonali Bank (Cash)-2018-(Written)*] + [*Sonali Bank- (Off-Cash-FF-Quota)-2019-Written*]

অর্থ: মেশিন A যে গতিতে ১২ মিনিটে x পাউন্ড বাদামের মাখন তৈরী করতে পারে। একই গতিতে সমপরিমাণ বাদামের মাখন তৈরী করতে মেশিন B এর ১৮ মিনিট সময় লাগে। মেশিন A এবং মেশিন B একত্রে কাজ করলে x পাউন্ড বাদামের মাখন তৈরী করতে কত সময় নেবে?

Solution:

In 12 minutes, machine A produces = x pounds.

$$\therefore \text{ " 1 " " A " } = \frac{x}{12} \text{ "}$$

Again,

In 18 minutes machine B produces = x pounds.

$$\therefore \text{ " 1 " " B " } = \frac{x}{18} \text{ "}$$

Machine A and B together produce in 1 minute = $\frac{x}{12} + \frac{x}{18} = \frac{3x + 2x}{36} = \frac{5x}{36}$ pounds

$\frac{5x}{36}$ pounds is produced by A & B in = 1 minute

$$\therefore \text{ 1 " " " " A & B " } = 1 \times \frac{36}{5x} \text{ "}$$

$$\therefore x \text{ " " " " A & B " } = \frac{36 \times x}{5x} = 7.2 \text{ minutes} \quad \text{Ans: 7.2 minutes}$$

Alternative Solution:

Let, total work = 36 [LCM of 12 & 18]

Efficiency ratio per minute A : B = $\frac{36}{12} : \frac{36}{18} = 3 : 2$

\therefore Machine A & B together can do in = $\frac{\text{Total Work}}{\text{Sum of their Efficiency}} = \frac{36}{3+2} = \frac{36}{5} = 7.2 \text{ mins}$

Self Task:

3. Worker A takes 8 hours to do a job. Worker B takes 10 hours to do the same job. How long should it take both A & B, working together to do the same job? [Eastern Bank (Off.)

2015(Written)]

Ans: $4\frac{4}{9}$ hrs

4. Mr. X can finish a work in 6 days and Mr. Y can finish the same work in 8 days. How many days will it take to finish the work if they work together? [Shajalal Islami Bank (TO

Cash)-2016(Written]

Ans: $\frac{24}{7}$ days.

5. A mother can do a job as fast as her 2 daughters working together. if one daughter does the job alone in 3 hours & the other does it alone in 6 hours, how many hours does it take the mother to do the job alone? [quora.com]

Ans: 2days.

[Hints: Mother's time = one daughter+other daughter together time]

Solution:

P can complete the work in (12×8) hrs = 96 hrs. [এভাবে দিন আর ঘন্টাকে গুণ করলে মোট ঘন্টা বের হবে]

Q can complete the work in (8×10) hrs = 80 hrs. [দুজনের কাজ ই ঘন্টায় হলে শুধু ঘন্টা দিয়ে হিসেব]

$$P's \text{ 1 hour's work} = \frac{1}{96} \quad \text{and} \quad Q's \text{ 1 hour's work} = \frac{1}{80}$$

$$(P + Q)'s \text{ 1 hour's work} = \left(\frac{1}{96} + \frac{1}{80} \right) = \frac{11}{480}$$

So, both P and Q will finish the work in $\left(\frac{480}{11} \right)$ hrs.

$$\text{Number of days of 8 hours each} = \left(\frac{480}{11} \div 8 \right) = \left(\frac{480}{11} \times \frac{1}{8} \right) = \frac{60}{11} = 5 \frac{5}{11} \text{ days (Ans)}$$

Alternative Approach:

P can complete a work in = $12 \times 8 = 96$ hours

Q can complete a work in = $8 \times 10 = 80$ hours

Let, Total work = 480 (LCM of 96 & 80)

$$\text{Efficiency rate : } P : Q = \frac{480}{96} : \frac{480}{80} = 5 : 6$$

In 1 hour both can do = $5 + 6 = 11$

$$\therefore \text{ In 8 hours} = 11 \times 8 \text{ Therefore, Number of days} = \frac{480}{11 \times 8} = 5 \frac{5}{11} \quad \text{Ans: } 5 \frac{5}{11} \text{ days}$$

Self Task:

8. Working 5 hours a day, A can Complete a work in 8 days and working 6 hours a day, B can complete the same work in 10 days. Working 8 hours a day, they can jointly complete the work in: [examveda.com] **Ans: 3 days**

অর্থ: দৈনিক ৫ ঘন্টা করে কাজ করে A একটি কাজ ৮ দিনে করতে পারে আবার দৈনিক ৬ ঘন্টা করে কাজ করে B একই কাজ ১০ দিনে শেষ করতে পারে। যদি তারা উভয়ে দৈনিক ৮ ঘন্টা করে কাজ করে তাহলে সম্পূর্ণ কাজটি শেষ হতে কতদিন সময় লাগবে?

$$\text{Hints: } (A+B)'s \text{ 1 hour's work,} = \frac{1}{40} + \frac{1}{60} = \frac{3+2}{120} = \frac{5}{120} = \frac{1}{24}$$

Hence, A and B can complete the work in 24 hours

$$\text{If they work 8 hours per day then they required } \frac{24}{8} = 3 \text{ days.}$$

More than two:

9. A, B and C do a job alone in 20, 30, and 60 days respectively. In how many days can A do the job if he is assisted by B & C? [BB (AD) – 2013-(Written)]

অর্থ: A, B এবং C একটি কাজ যথাক্রমে ২০, ৩০ এবং ৬০ দিনে করতে পারে। যদি B এবং C, A কে সাহায্য করে তাহলে তারা একত্রে কাজটি কতদিনে শেষ করতে পারবে?

Solution:

In 20 days A can do = 1 part

" 1 " " A " " = $\frac{1}{20}$ part

Similarly

" 1 " " B " " = $\frac{1}{30}$ part

" 1 " " C " " = $\frac{1}{60}$ part

When B and C assist A, then

In 1 day A, B & C together can do = $\frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{60} = \frac{3+2+1}{60} = \frac{6}{60} = \frac{1}{10}$ part

All of them can do $\frac{1}{10}$ part work in = 1 day

" " " " " 1 part in = $1 \times 10 = 10$ days

Ans: 10 days

Alternative Solution: (By LCM)

Let, the total work = 60 (LCM of 20,30 & 60)

Efficiency ratio of A:B:C = $\frac{60}{20} : \frac{60}{30} : \frac{60}{60} = 3:2:1$

In, 1 day (A+B+C) can do = $3+2+1 = 6$ units

So, total days required by them = $60 \div 6 = 10$ days

- 10. Three mechanics A, B & C can each manufacture 120 units in 12, 20 & 30 hours respectively. What is the ratio of the time it takes A alone to manufacture the units to the time all three of them working together to manufacture the same? [Bank Asia Ltd. (MTO) – 2008 – (Written)]**

অর্থ: তিনটি মেশিন, A, B, এবং C একাকী ১২০ একক পণ্য তৈরী করতে যথাক্রমে ১২, ২০ এবং ৩০ ঘন্টা সময় নেয়। ঐ কাজটি করতে A এর একাকী যে সময় লাগে তার এবং A, B, C একত্রে করতে যে সময় লাগে এর অনুপাত কত?

Solution:

যেহেতু প্রশ্নটিতে 120 unit-কে ই একটি কাজ হিসেবে দেখানো হয়েছে এবং সবক্ষেত্রে ১২০ একক কাজের কথাই বলা হয়েছে তাই আমরা ১২০ একক কাজকে ১ অংশ কাজ একটি কাজ ধরে প্রশ্নটি সমাধান করতে পারি।

A + B + C together can do in 1 hour = $\frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} = \frac{5+3+2}{60} = \frac{10}{60} = \frac{1}{6}$ part

So, (A + B + C) take = 6 hours to do the work.

Ratio of the time taken by A and A+B+C = $12:6 = 2:1$

Ans: 2 : 1

- 11. Working alone, printers X, Y, and Z can do a certain printing job, consisting of a large number of pages, in 12, 15 and 18 hours, respectively. What is the ratio of the time it takes printer X do the job, working alone at its rate, to the time it takes printers Y and Z to do the job, working together at their individual rates? [Social Islami Bank Ltd. (PO) - 2014 (Written)]**

অর্থ: প্রিন্টার X, Y, Z একাকী কাজ করলে যথাক্রমে ১২, ১৫, ও ১৮ ঘন্টায় অনেকগুলো পেজের একটি প্রিন্টিং এর কাজ করতে পারে। প্রিন্টার X এর একা কাজ করতে যে সময় লাগে এবং প্রিন্টার Y ও Z এর একত্রে যে সময় লাগে তার অনুপাত কত ?

Solution:

Here, printer X alone can do the work in = 12 hrs

In, 1 hr, printer Y & Z together can do = $\frac{1}{15} + \frac{1}{18} = \frac{6+5}{90} = \frac{11}{90}$ part

$\frac{11}{90}$ part is done by (Y & Z) in = 1 hr

∴ 1 " " " by (Y & Z) in = $\frac{90}{11}$ hrs

So, ratio of time taken by X alone & by (Y & Z) is

$$= 12 : \frac{90}{11} = 12 \times 11 : \frac{90}{11} \times 11 = 132 : 90 = 22 : 15$$

Ans: 22:15

- 12. M can do a piece of work in 40 days. He worked at it for 5 days, then N finishes the remaining work in 42 days. The number of days that A and B take together to finish the work are?** [Premier Bank- (TJO-Cash)- 2020(Written)]

অর্থ: একটি কাজ M একাকী ৪০ দিনে করতে পারে। সে কাজটি ৫ দিন করার পর N অবশিষ্ট কাজ ৪২ দিনে শেষ করে। তারা একত্রে কাজটি কতদিনে শেষ করতে পারবে?

Solution:

$$\text{In 5 days M does} = \frac{5}{40} = \frac{1}{8} \quad \text{Remaining work} = (1 - \frac{1}{8}) = \frac{7}{8}$$

Now, N can do $\frac{7}{8}$ part in = 42 day

$$\therefore \text{N " " 1 part in} = 42 \times \frac{8}{7} = 48 \text{ days}$$

If work together both M and N do in 1 day = $\frac{1}{40} + \frac{1}{48} = \frac{6+5}{240} = \frac{11}{240}$ part

So, M and N can do $\frac{11}{240}$ part in = 1 day

$$\text{" " " " 1 part in} = \frac{1 \times 240}{11} = 21 \frac{9}{11} \text{ days} \quad \text{Ans: } 21 \frac{9}{11} \text{ days}$$

Self Task:

- 13. A can do a piece of work in 40 days. He works at it for 8 days and then B finishes it in 16 days. How long will they take to complete the work if they do it together?** [Bangladesh Commerce Bank (JO)-2008(Written)]

অর্থ: A একটি কাজ ৪০ দিনে করতে পারে। সে ৮ দিনে কাজ করার পর অবশিষ্ট কাজটুকু B ১৬ দিনে শেষ করে। তারা একত্রে কাজটি কত দিনে শেষ করতে পারবে ?

Solution:

$$\therefore \text{A can do in 8 days} = \frac{8}{40} = \frac{1}{5} \text{ part} \quad \text{So the remaining work} = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5} \text{ part}$$

B can do $\frac{4}{5}$ part of the work in = 16 days

So, B can do the full work = $16 \times \frac{5}{4} = 20$ days (ভগ্নাংশটি উল্টে যায়।)

A and B can do in 1 day = $\frac{1}{40} + \frac{1}{20} = \frac{3}{40}$ part

So A and B can do the whole work in = $\frac{40}{3}$ days

Ans: $\frac{40}{3}$ days

- 14. Abir can do a piece of work in 80 days. He works for 10 days and then Bashir alone finishes the rest of the work in 42 days. How much time would it take for the two of them together to complete the whole work? [BB.(AD)–2006 (Written), [Modhumoti Bank Ltd.(PO)-2016(Written)], Bank Asia (MTO)-2017 (Written)] & [BB.(AD)–2017(Written)]**

অর্থ: আবির একটি কাজ ৮০ দিনে করতে পারে। সে ১০ দিন কাজ করার পর অবশিষ্ট কাজটি বাশির একাই ৪২ দিনে শেষ করে। তারা দু'জনে একসাথে কাজ করলে সম্পূর্ণ কাজটি করতে তাদের কতদিন সময় লাগবে ?

Solution:

In 80 days Abir can do = 1 part.

∴ In 1 day Abir can do = $\frac{1}{80}$ part.

∴ In 10 days Abir can do = $\frac{10}{80} = \frac{1}{8}$ part.

Rest of the work, = $1 - \frac{1}{8} = \frac{8-1}{8} = \frac{7}{8}$ part.

Bashir can do $\frac{7}{8}$ part of the work in = 42 days.

∴ “ “ “ 1 “ “ “ “ “ = $42 \times \frac{8}{7} = 48$ days,

So, In 1 day Bashir can do = $\frac{1}{48}$ part.

Now, In 1 day Abir and Bashir together can do = $\frac{1}{80} + \frac{1}{48} = \frac{3+5}{240} = \frac{8}{240} = \frac{1}{30}$ part.

$\frac{1}{30}$ part is done by them in = 1 day So, 1 part is done by them in = 30 days. **Ans: 30 days**

- 15. A can do a piece of work in 80 days. He alone works for 20 days and the B alone finishes the remaining work in 36 days. In how many days A and B together can complete the work? [BKB- (SO)–2011- (Written)]**

অর্থ: A একটি কাজ ৮০ দিনে করতে পারে। A একাকী ২০ দিন কাজ করে এবং অবশিষ্ট কাজ B ৩৬ দিনে সম্পন্ন করে। A এবং B একত্রে কতদিনে কাজটি সম্পন্ন করতে পারবে?

সুভাবনা শুরু এভাবে: আবিরের ১০ দিনে করা কাজের পরে যা অবশিষ্ট থাকে তা ই বাশির ৪২ দিনে করেছে। এজন্য বাশির ৪২ দিনে যে অংশ কাজ করে তা থেকে সম্পূর্ণ কাজ করতে তার কত সময় লাগবে তা বের করতে হবে। এরপর সাধারণ নিয়মের মত দুজনে মিলে কত সময় লাগবে তা বের করতে হবে।

Solution:

In 80 days A completes = 1 piece of work

∴ In 1 days A completes = $\frac{1}{80}$ piece of work

∴ In 20 days A completes = $\frac{1 \times 20}{80} = \frac{1}{4}$ piece of work ∴ Remaining work = $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ part

Again, B completes $\frac{3}{4}$ parts in = 36 days [A করার পর যে কাজটুকু অবশিষ্ট ছিল সেটাই B করেছে]

∴ B completes 1 part in = $36 \times \frac{4}{3} = 48$ days ∴ In 1 day B Completes = $\frac{1}{48}$ part

(A + B) complete by 1 days = $\frac{1}{80} + \frac{1}{48} = \frac{3+5}{240} = \frac{8}{240} = \frac{1}{30}$ part

A & B complete $\frac{1}{30}$ part in = 1 day ∴ A & B Complete 1 part in = 30 days **Ans: 30 days.**

16. Masud can do a job in 40 days. Karim can do it in 60 days. They start working together and worked for 18 days, when Harun joined them. Then three men finished the job in 5 days. In how many days could Harun do it? [Janata Bank (AEO) -2011(Written)]

অর্থ: মাসুদ ও করিম একটি কাজ যথাক্রমে ৪০ ও ৬০ দিনে করতে পারে। তারা কাজ শুরু করার ১৮-দিন পর হারুন তাদের সাথে যোগদান করে। তিনজন মিলে পরবর্তী ৫ দিনে অবশিষ্ট কাজ শেষ করলে, হারুন একাকী ঐ কাজটি কতদিনে করতে পারবে?

Solution: (By Equation)

Let, Harun can do the work in x days, Here Masud and Karim work for 18+5=23 days

ATQ, $\frac{23}{40} + \frac{23}{60} + \frac{5}{x} = 1$ [প্রথম ২ জনের ২৩ দিনের কাজ + হারুনের ৫ দিনে কাজ = ১ অংশ বা সম্পূর্ণ কাজ]

or, $\frac{69x + 46x + 600}{120x} = 1$ or, $120x = 115x + 600$ or, $5x = 600$ ∴ $x = 120$ **Ans: 120 days**

Alternative Solution: (By Fraction)

In 40 days Masud can do = 1 part. ∴ In 1 day Masud can do = $\frac{1}{40}$ part.

Similarly, In 1 day Karim can do = $\frac{1}{60}$ part.

So, in 1 day Masud and Karim together can do = $\frac{1}{40} + \frac{1}{60} = \frac{3+2}{120} = \frac{5}{120} = \frac{1}{24}$ part.

So, in 18 day Masud and Karim together can do = $\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$ part. ∴ Work Left = $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ part

Now,

In 5 days Masud, Karim & Harun together can do = $\frac{1}{4}$ part

∴ " 1 " " " " " " " " = $\frac{1}{5 \times 4} = \frac{1}{20}$ part (৩ জনের একদিনের কাজ।)

In 1 day Harun can do $= \frac{1}{20} - \frac{1}{24} = \frac{1}{120}$ [৩ জনের ১ দিনের কাজ - ২ জনের ১ দিনের কাজ = ১ জনের ১ দিনের কাজ]

Harun can do $\frac{1}{120}$ part of the work in = 1 day

So, ' ' ' 1 part of the work in = $1 \times 120 = 120$ days

Ans: 120 days

Equation related:

কাজের প্রশ্নগুলোতে x ধরে সমাধান করার সময় মনে রাখবেন,

☞ যদি মোট ১০ দিনে কাজটি শেষ করতে পারে, কিন্তু x দিন করেছে তাহলে লিখতে হবে, $\frac{x}{10}$ ।

☞ আর যদি মোট x দিনে কাজ শেষ হয় কিন্তু ১০ দিন করেছে তাহলে x কে নিচে লিখতে হবে এ যেমন: $\frac{10}{x}$

সমীকরণের মাধ্যমে সমাধান করার সময় x কে উপরে নিচে লেখার এই বিষয়টা এলোমেলো হতে পারে, তাই গুরুত্ব দিন।

17. A alone can reap a certain field in 15 days and B in 12 days .If A begins alone and after a certain interval B joins him, the field is reaped in 7.5 days .How long did A and B work together. [PKB-(SEO)-2018-(Written)]

অর্থ: একটি জমির ধান কাটতে A একাকী ১৫ দিন এবং B একাকী ১২ দিন সময় নেয়। যদি A একাকী ধান কাটা শুরু করে এবং কিছুদিন পর B তার সাথে যোগ দেয়, এর ফলে মোট ৭.৫ দিনে তারা সম্পূর্ণ জমির ধান কাটতে পারলো। A ও B একসাথে কতদিন কাজ করেছিল?

☞ **Solution:** (By equation)

Let, B works for x days. In 1 day B can do $= \frac{1}{12}$ part \therefore In x days B can do $= \frac{x}{12}$ part

According to the question,

$$\frac{7.5}{15} + \frac{x}{12} = 1 \text{ (A এর পুরো ৭.৫ দিনের কাজ + B এর x দিনের কাজের যোগফল = ১ অংশ বা সম্পূর্ণ কাজ)}$$

$$\text{Or, } \frac{1}{2} + \frac{x}{12} = 1 \text{ Or, } \frac{6+x}{12} = 1 \text{ Or, } 6+x = 12 \therefore x = 6 \text{ days}$$

Thus, A and B work 6 days together. (কারণ B যে ৬ দিন কাজ করেছে ঐ ৬ দিন A ও কাজ করেছে।)

Ans: 6 days

☞ **Alternative Solution:** (By fraction)

Since A can complete the work in = 15 days

$$\text{So, in 7.5 days A completed} = \frac{7.5}{15} = \frac{1}{2}$$

So, remaining $(1 - \frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$ part is done by B

Since B can do 1 part in = 12 days So, B can do $\frac{1}{2}$ part in = $12 \times \frac{1}{2} = 6 \text{ days. (Ans)}$

18. A, B and C can complete a piece of work in 16, 32 and 48 days, respectively. They started-working together but C left after working 4 days and B left 2 days before the completion of the work. How many days it took in total to complete the work?
[Shahajalal Islami Bank (MTO)-2011(Written)] & [Social Islami Bank - (PO)-2017 (Written)] & [National Bank - (PO)- 2017 (Written)]

অর্থ: A, B ও C একটি কাজ যথাক্রমে ১৬, ৩২, এবং ৪৮ দিনে করতে পারে। তারা একসাথে কাজ শুরু করে কিন্তু কাজ শুরু করার ৪ দিন পর C কাজ ছেড়ে চলে যায় আবার কাজটি শেষ হওয়ার ২ দিন আগে B কাজটি ছেড়ে চলে যায়। সম্পূর্ণ কাজটি শেষ করতে কতদিন সময় লাগবে ?

☞ **Solution:** (By Equation Method)

Let the total work is completed in = x days,
Now

A works for = x days (যেহেতু A কাজটির শুরু থেকে শেষ পর্যন্ত ছিল।)

B works for = (x-2) days (যেহেতু B কাজটি শেষ হওয়ার ২ দিন আগে চলে গেছে।)

& C works for = 4 days (C ৪ দিন কাজ করে তারপর চলে গেছে।)

A, B & C's work portion is = $\frac{x}{16}, \frac{x-2}{32}$ and $\frac{4}{48}$ or $\frac{1}{12}$

According to the question

$$\frac{x}{16} + \frac{x-2}{32} + \frac{1}{12} = 1 \quad [\text{তাদের তিনজনের করা মোট কাজের সমষ্টি} = 1 \text{ অংশ বা সম্পূর্ণ কাজ}]$$

$$\Rightarrow \frac{6x + 3x - 6 + 8}{96} = 1 \Rightarrow 9x + 2 = 96 \Rightarrow 9x = 94 \Rightarrow x = \frac{94}{9} \therefore x = 10\frac{4}{9} \text{ Ans: } 10\frac{4}{9} \text{ days.}$$

☞ **Alternative Solution:** (By LCM & Equation Method)

Let the total work is = 96 units [LCM of 16, 32 & 48]

In, 1 day, A can do, $\frac{96}{16} = 6$ units, B can do, $\frac{96}{32} = 3$ units, C can do, $\frac{96}{48} = 2$ units

Let, the work be finished in = x days

ATQ,

$$6x + 3(x-2) + 2 \times 4 = 96 \quad [A, 6 \text{ একক করে } x \text{ দিন} + B, 3 \text{ একক করে } (x-2) \text{ দিন} + C, 2 \text{ একক করে } 4 \text{ দিন} = 96]$$

$$6x + 3x - 6 + 8 = 96 \Rightarrow 9x = 94 \therefore x = \frac{94}{9} = 10\frac{4}{9} \text{ Ans: } 10\frac{4}{9} \text{ days.}$$

☞ **Alternative Solution:** (By only LCM Method for MCQ)

Let the total work is = 96 units [LCM of 16, 32 & 48]

In, 1 day, A can do, $\frac{96}{16} = 6$ units, B can do, $\frac{96}{32} = 3$ units, C can do, $\frac{96}{48} = 2$ units

Now, First 4 days, (A+B+C) can do = $4 \times (6+3+2) = 44$ units

In Last 2 days only A can do = $2 \times 6 = 12$ units

Work left = $96 - (44+12) = 96 - 56 = 40$ units

In middle days (A+B) can do in 1 day = $(6+3) = 9$ units

☞ এই অংকটি ৪টি ভিন্ন ভিন্ন সমাধান ভালোভাবে বোঝার জন্য সময় দিলে অন্য অংকেও প্রয়োগ করা সহজ হবে।

So, time required to do the remaining work = $\frac{40}{9} = 4\frac{4}{9}$ days

So, total time required = $4+2+4\frac{4}{9} = 10\frac{4}{9}$ days

Ans: $10\frac{4}{9}$ days.

✍️ **Alternative Solution:** (By Fraction Method)

Work done in first 4 days by (A+B+C) = $4 \times (\frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{48}) = \frac{11}{24}$ Part

Work done in last 2 days by only A = $\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$ Part

Work Left = $1 - (\frac{11}{24} + \frac{1}{8}) = 1 - \frac{14}{24} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$ Part

Since Remaining $\frac{5}{12}$ Part is done by (A+B)

Now, work done by (A+B) in 1 day = $\frac{1}{16} + \frac{1}{32} = \frac{2+1}{32} = \frac{3}{32}$ Part

$\frac{3}{32}$ part is done by (A+B) in = 1 day

∴ 1 " " " " " " = $\frac{32}{3}$ days

∴ $\frac{5}{12}$ " " " " " " = $\frac{32}{3} \times \frac{5}{12} = \frac{40}{9} = 4\frac{4}{9}$ days

So, total work be completed in = $6+4\frac{4}{9} = 10\frac{4}{9}$ days

Ans: $10\frac{4}{9}$ days.

19. A, B and C can do a piece of work in 12, 18 and 24 days respectively. They all begin together. A work continuously till it is finished, B leaves the work 2 days before its completion and C leaves the work 4 days before its completion. In what approximate time is the work finished? [Six Bank-(PO) -2019-(rewritten)]

অর্থ: A, B এবং C একটি কাজ যথাক্রমে ১২, ১৮ এবং ২৪ দিনে করতে পারে। তারা সবাই একত্রে কাজ শুরু করলো এবং কাজটি শেষ হওয়া পর্যন্ত A ধারাবাহিকভাবে কাজ করল, কাজটি শেষ হওয়ার ২ দিন পূর্বে B এবং কাজটি শেষ হওয়ার ৪ দিন পূর্বে C ঐ কাজটি রেখে চলে যায়। সম্ভাব্য কত সময়ের মধ্যে কাজটি শেষ হবে?

✍️ **Solution:**

Let, total work is finished in = x days

A works x days, B works (x - 2) days, and C works (x - 4) days

Now,

A's 1 days work = $\frac{1}{12}$ part, So, A's x days work = $\frac{x}{12}$ part

B's 1 days work = $\frac{1}{18}$ part So, B's (x - 2) days work = $\frac{x-2}{18}$ part

$$C's\ 1\ days\ work = \frac{1}{24}\ part\ So,\ C's\ (x - 4)\ days\ work = \frac{x - 4}{24}\ part$$

ATQ,

$$\frac{x}{12} + \frac{x-2}{18} + \frac{x-4}{24} = 1 \quad [সবার আলাদা আলাদাভাবে করা কাজের মোট পরিমাণ = ১ অংশ বা সম্পূর্ণ কাজ]$$

$$\Rightarrow \frac{6x + 4x - 8 + 3x - 12}{72} = 1 \quad \Rightarrow 13x - 20 = 72 \Rightarrow 13x = 92 \quad \therefore x = \frac{92}{13} = 7\frac{1}{13}$$

\therefore Total work will be finished = $7\frac{1}{13}$ days.

Ans: $7\frac{1}{13}$ days.

Note: এই প্রশ্নটির উত্তর প্রদানে অনেকেই কনফিউশনে পরে ৭ অথবা ৮ পূর্ণ দিন দিতে পারেন। কিন্তু প্রশ্নে সম্ভাব্য মোট দিন চেয়েছে। যখন ভগ্নাংশ আকারে দিন দেয়া হবে তখন তা ফিক্সড সময়কে নির্দেশ করবে অর্থাৎ এক্সট্রা তত দিন ই লাগবে। ওয়েবসাইট + বিগত সালের প্রশ্ন + দেশি বিদেশি বিভিন্ন বইয়ে সময় ও কাজের এরকম প্রচুর প্রশ্নে ভগ্নাংশ আকারে দিন উত্তর হয় দেখা গেছে। দশমিক মান দিতে গেলে কিন্তু তা এক্সট্রা বোঝায় না বরং কাছাকাছি মান আসে। তাই ভগ্নাংশ দেয়াই বেটার।

□Self Task:

20. A, B and C can do a piece of work in 24 days, 30 days and 40 days respectively. They began the work together but C left 4 days before the completion of the work. In how many days was the work completed? [competoid.com] **Ans : 11 days**

অর্থ: A, B ও C একটি কাজ যথাক্রমে ২৪, ৩০, এবং ৪০ দিনে করতে পারে। তারা একসাথে কাজ শুরু করে কিন্তু কাজটি শেষ হওয়ার ৪দিন আগে C কাজ ছেড়ে চলে যায়। তাহলে সম্পূর্ণ কাজটি কতদিনে শেষ হয়েছিল?

Solution: (By Equation Method)

Let the total work is completed in = x days,

Now A works for = x days (যেহেতু A এবং B কাজটির শুরু থেকে শেষ পর্যন্ত ছিল।)

B works for = x & C works for = x-4 days (C ৪ দিন আগে চলে গেছে।।)

$$ATQ, \frac{x}{24} + \frac{x}{30} + \frac{x-4}{40} = 1 \quad [তাদের তিনজনের করা মোট কাজের সমষ্টি = ১ অংশ বা সম্পূর্ণ কাজ]$$

$$\Rightarrow \frac{5x + 4x + 3x - 12}{120} = 1 \quad \Rightarrow 12x - 12 = 120 \quad \Rightarrow 12x = 132 \quad \therefore x = \frac{132}{12} = 11$$

So, total number of days required = 11 days.

Ans : 11 days

Alternative Solution: (By fraction Method)

$$\text{One day's work of A, B and C} = \frac{1}{24} + \frac{1}{30} + \frac{1}{40} = \frac{5+4+3}{120} = \frac{12}{120} = \frac{1}{10}\ part$$

C leaves 4 days before completion of the work,
which means only A and B work during the last 4 days.

$$\text{Work done by A and B together in the last 4 days} = 4 \times \left(\frac{1}{24} + \frac{1}{30} \right) = \frac{3}{10}$$

Remaining Work = $1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$, which was done by A, B and C in the initial number of days.

A, B and C can do $\frac{1}{10}$ part in 1 day. So, A, B and C can do 1 part in = 10 days.

\therefore A, B and C can do $\frac{7}{10}$ part in = $10 \times \frac{7}{10}$ days. = 7 days.

Number of days required for this initial work = 7 days.

Thus, the total numbers of days required = $4 + 7 = 11$ days.

Ans : 11 days

- 21. A can complete a piece of work in 36 days, B in 54 days and C in 72 days. All the three began the work together but A left 8 days before the completion of the work and B 12 days before the completion of work. Only C worked up to the end. In how many days was the work completed? [examveda.com]**

অর্থ: A একটি কাজ ৩৬ দিনে করতে পারে, ঐ কাজটি B ৫৪ দিনে এবং C ৭২ দিনে শেষ করতে পারে। তারা সবাই একত্রে কাজটি করা শুরু করার পর কাজটি শেষ হওয়ার ৮ দিন আগে A কাজটি ছেড়ে চলে যায় আবার, কাজটি শেষ হওয়ার ১২ দিন আগে B ও চলে যায়, শুধু C কাজটির শুরু থেকে শেষ পর্যন্ত থাকে। এভাবে সম্পূর্ণ কাজটি শেষ করতে মোট কতদিন লাগবে?

✍Solution:

Let the work be completed in x days.

\therefore C work for x days, then A works for $(x-8)$ days and B works for $(x-12)$ days.

According to the question,

$$\frac{x-8}{36} + \frac{(x-12)}{54} + \frac{x}{72} = 1 \quad (\text{যে যত দিনে কাজ করতে পারে তার উপর যতদিন কাজ করেছে তা দিয়ে যোগ} = ১)$$

$$\Rightarrow \frac{6x-48+4x-48+3x}{216} = 1$$

$$\Rightarrow 13x-96 = 216 \Rightarrow 13x = 312 \therefore x = 24 \text{ days.}$$

Ans: 24 days

- 22. A takes 5 days more than B to do a certain job and 9 days more than C; A and B together can do the job in the same time as C. How many days A would take to do it? [Com 3 Banks (cash)-2018(Written)]**

অর্থ: একটি কাজ করতে A কে B-এর চেয়ে ৫দিন বেশি সময় লাগে এবং C এর চেয়ে ৯দিন বেশি সময় লাগে। A এবং B একত্রে যে সময়ে কাজটি করে C একা ঐ একই সময়ে কাজটি করতে পারে। A একাকী কাজটি করতে কয় দিন সময় নিবে?

✍Solution:

Let, A takes x days to do the job alone. (দুজনের সাথেই A এর সম্পর্ক তাই A এর লাগা দিনকে ধরা হয়েছে)

Then, B takes $(x-5)$ and C takes $(x-9)$ days. (একদিক থেকে বেশি লাগলে বিপরীত দিক থেকে কম বা বিয়োগ)

$$\text{ATQ, } \frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x-5} \right) = \frac{1}{x-9} \quad [(A+B) \text{ এর } ১ \text{ দিনের কাজ} = C \text{ এর } ১ \text{ দিনের কাজ}]$$

$$\Rightarrow \frac{(x-5)+x}{x(x-5)} = \frac{1}{x-9} \Rightarrow (2x-5)(x-9) = x(x-5) \Rightarrow 2x^2 - 23x + 45 = x^2 - 5x$$

$$\Rightarrow x^2 - 18x + 45 = 0 \Rightarrow (x-3)(x-15) = 0 \therefore x = 15$$

[যদি $x = 3$ নেয়া হয় তাহলে $x-5 = -2$ আসে। কিন্তু এখানে দিনের সংখ্যা ঋণাত্মক হবে না। তাই $x = 15$ নিতে হবে]

So, A alone would take 15 days to do the job.

Ans : 15 days

□ Self Task:

23. Three friends Anne, Bob and Chris work together to do a certain job. Then it takes them to do the work together is 6 hours less than Anne would have take alone, 1 hour less than Bob would have taken alone and half the time Chris would have taken working alone text. How long did it take them to complete the job, working together

অর্থ: তিনবন্ধু এনি, বব এবং ক্রিস একসাথে একটি কাজ করতে পারে। যদি তারা একসাথে কাজ করে তাহলে তাদেরকে এনির একাকী কাজ করার থেকে ৬ ঘন্টা কম সময় লাগে, আবার ববের একাকী কাজ করার থেকে ১ ঘন্টা কম সময় লাগে এবং ক্রিসের একাকী লাগা সময়ের থেকে অর্ধেক সময় লাগে। তারা একসাথে কাজটি করলে কত সময় লাগবে?

✍ Solution:

Let, they can together in = x hours

Now A = x+6, B = x+1. and C = 2x [সবগুলোকেই বিপরীত পাশে হিসেব করা হয়েছে]

$$\text{ATQ, } \frac{1}{x+6} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{2x} = \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{x+1+x+6}{(x+6)(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{2x} \Rightarrow \frac{2x+7}{(x+6)(x+1)} = \frac{2-1}{2x} \Rightarrow \frac{2x+7}{x^2+7x+6} = \frac{1}{2x}$$

$$\Rightarrow 4x^2+14x = x^2+7x+6$$

$$\Rightarrow 3x^2+7x-6 = 0 \Rightarrow 3x^2+9x-2x-6 = 0 \Rightarrow 3x(x+3)-2(x+3) = 0 \Rightarrow (x+3)(3x-2) = 0$$

Now, either (x+3) = 0 ∴ x = -3 but negative value is not acceptable

$$\text{or, } 3x-2 = 0 \text{ or, } 3x = 2 \therefore x = \frac{2}{3}$$

$$\text{Ans: } \frac{2}{3} \text{ hours}$$

📁 Faster or Efficient than other:

একজনের থেকে আরেকজন কাজের গতি বেশি হলে তার সময় লাগবে কম। তাই যদি একজন অন্যজনের থেকে ২গুন কাজ করতে পারে, তাহলে প্রথম জনের x দিন লাগলে দ্বিতীয় জনের লাগবে x/2 বা অর্ধেক x দিন। তবে কার্য ক্ষমতার ক্ষেত্রে প্রথম জনের x হলে ২য় জনের 2x হবে। অংকে যেহেতু সময়কে কাজে লাগতে হয় তাই সময় ধরেই হিসেব করতে হবে।

সব সময় মনে রাখবেন, কাজের দক্ষতার অনুপাতের বিপরীত অনুপাত হবে সময়ের অনুপাত।

24. Kamal will complete work in 18 days. If Shaheen is 20% more efficient than kamal. in how many days he can complete the work? [Microcredit Regulator Authority (AD)-2021(Written)]

অর্থ: কামাল একটি কাজ ১৮ দিনে করতে পারে। যদি শাহীন, কামালের থেকে ২০% বেশি দক্ষ হয় তাহলে সে কতদিনে কাজটি শেষ করতে পারবে?

✍ Solution:

Let, efficiency of Kamal is 100 then efficiency of Shaheen = 120

Efficiency ratio of Kamal & Shaheen = 100:120 or, 5:6

So, ratio of number of days taken by Kamal & Shaheen = 6:5 (দক্ষতার অনুপাত উল্টে যায়)

Now, If Kamal takes 6 days then Shaheen will take = 5 days

$$\therefore \text{ " " " 1 " " " " " " } = \frac{5}{6} \text{ days}$$

$$\therefore \text{ " " " 18 " " " " " " } = \frac{5 \times 18}{6} = 15 \text{ days}$$

$$\text{Ans: 15 days}$$

25. Three workers can do a job in 20 days. Two of the workers work twice as fast as the third. How long would it take one of the faster workers to do the job himself? [ONE Bank (PO)-2008(Written)]

অর্থ: ৩ জন শ্রমিক একটি কাজ ২০ দিনে করতে পারে। শ্রমিকদের ২ জন (১ম ও ২য় জন) ৩য় জন অপেক্ষা দ্বিগুণ গতিতে কাজ করতে পারে। দ্রুত গতিতে কাজ করতে পারা ১ জনের ঐ কাজটি একা করতে মোট কত সময় লাগবে ?

✍️ **Solution:**

Let, The faster two workers can do in = x days each

∴ The slower worker can do in = 2x days. (দিন ধরতে হবে)

(কাজের ক্ষেত্রে যে বেশি গতিতে কাজ করে তার সময় লাগবে কম এবং যে ধীরগতির তার সময় বেশি লাগবে)

✍️ **সিরিয়াসলি মনে রাখুন:** কাজের ক্ষেত্রে, কে কত গতিতে কাজ করলো তা না ধরে কার কতটুকু সময় লাগে তা ধরে হিসেব করতে হয়। তাই সবসময় সময়কে গুরুত্ব দিতে হবে। গতিকে ধরা যাবে না কারণ গতি ধরলে সমীকরণে বসানো যাবে না।

According to the question, [এ ধরনের প্রশ্ন সমীকরণ সাজানো সময় অবশ্যই ভগ্নাংশ বানিয়ে সাজাতে হবে।]

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x} + \frac{1}{2x} = \frac{1}{20} \quad [\text{তিন জনের একত্রে একদিনের কাজ} = \frac{1}{20} \text{ অংশ}]$$

$$\text{Or, } \frac{2+2+1}{2x} = \frac{1}{20}$$

$$\text{Or, } \frac{5}{2x} = \frac{1}{20}$$

✍️ **এভাবে ভগ্নাংশ না সাজিয়ে সমাধান করলে কি সমস্যা হবে??**

ধরুন একজনকে একটি কাজ করতে ১০ দিন আরেকজনকে ১৫ দিন লাগে, তাহলে একসাথে কাজ করলে কি $১০+১৫ = ২৫$ দিন লাগবে! অবশ্যই না। তাই ভগ্নাংশ বানিয়ে যোগ করলে ৬ দিন উত্তর আসবে। একই ভাবে এই প্রশ্নে: $x+x+2x = 20$ লিখলে উপরের মত সমস্যা হবে। তাই ভগ্নাংশ

Or, $2x = 100$ ∴ $x = 50$ days. So, the faster worker takes 50 days alone

Ans: 50 days

□ **Self Task:**

26. A is twice as good a workman as B and is therefore able to finish a piece of work in 30 days less than B. In how many days they can complete the whole work; working together? [Competoid.com]

অর্থ: A, B এর থেকে দ্বিগুণ কাজ করতে পারে। ফলে একটি কাজ করতে A কে B এর থেকে ৩০ দিন কম সময় লাগে। যদি তারা দুজনে একসাথে কাজ করে তাহলে সম্পূর্ণ কাজটি শেষ করতে মোট কতদিন লাগবে?

✍️ **Solution:**

Let, A takes x days and B takes 2x days (A দ্রুত কাজ করতে পারে তাই তার অর্ধেক সময় লাগবে।)

According to the question,

$$2x - x = 30 \quad (\text{B কে লাগা মোট দিন ও A কে লাগা মোট দিনের পার্থক্য} = ৩০ \text{ দিন}) \quad \therefore x = 30$$

So, A takes 30 days and B takes $2 \times 30 = 60$ days

$$\text{Now, A's 1 day's work} = \frac{1}{30} \text{ and B's 1 day's work} = \frac{1}{60}$$

$$(\text{A} + \text{B})\text{'s 1 day's work} = \frac{1}{30} + \frac{1}{60} = \frac{1}{20} \quad \therefore \text{A and B together can do the work in 20 days.}$$

✍️ **Alternative Solution :**

Ratio of times taken by A and B = 1 : 2. (যেহেতু A দ্বিগুণ কাজ করতে পারে তাই তার সময় কম লাগবে)

The time difference is $(2 - 1) = 1$ day

while B take 2 days and A takes 1 day.

If difference of time is 1 day, B takes 2 days.

If difference of time is 30 days, B takes $2 \times 30 = 60$ days.

So, A takes $60 - 30 = 30$ days to do the work.

$$A's\ 1\ day's\ work = \frac{1}{30} \text{ and } B's\ 1\ day's\ work = \frac{1}{60}$$

$$(A + B)'s\ 1\ day's\ work = \frac{1}{30} + \frac{1}{60} = \frac{1}{20}$$

A and B together can do the work in 20 days.

Ans: 20 days

- 27. A teacher has 6 hours to grade all the papers submitted by 35 students in his class. He gets through the first five papers in 1 hour. How much faster should he work to get the remaining paper in the allotted time?** (একজন শিক্ষককে ৬ ঘন্টায় ৩৫ জন ছাত্র-ছাত্রীর খাতা দেখতে হবে। তিনি প্রথম ঘন্টায় ৫ টি খাতা দেখলেন। নির্ধারিত সময়ের মধ্যে অবশিষ্ট খাতাগুলো দেখতে হলে তাকে কত দ্রুত কাজ করতে হবে ?) [Sonal Bank (SO)-2018-(Written)] + [Rupali Bank (Off)—2019-(Written)]

Solution:

In 6 hours the teacher needs to grade 35 papers

In first 1 hour the teacher grades only 5 paper.

Now, time left $6 - 1 = 5$ hour and papers left $= 35 - 5 = 30$ papers

So, next 5 hours he needs to grade $= 30$ papers

$$\therefore \text{ " 1 " " " " " " } = \frac{30}{5} = 6 \text{ papers.}$$

So, in 1 hour he must grade $6 - 5 = 1$ paper more or faster

$$\text{So, He must work } \left(\frac{1}{5} \times 100 \right) \% = 20\% \text{ faster to grade the remaining papers in allotted time}$$

Ans: 20%

- 28. Working together, Hasan and Jalil can complete an assigned task in 20 days. However, if Hasan worked alone and completed half the work and then Jalil takes over the task and completes the second half of the task, the task will be completed in 45 days. How long will Hasan take to complete the work if he worked alone? Assume that Jalil is more efficient than Hasan.** [NCC Bank (MTO)-2019-(Written)] + [gmatclub.com] + [Examveda.com]

অর্থ: হাসান এবং জলিল একত্রে কাজ করলে একটি কাজ শেষ করতে ২০ দিন লাগে। আবার হাসান একা ঐ কাজের প্রথম অর্ধেক এবং জলিল একা শেষ অর্ধেক করলে কাজটি শেষ হতে ৪৫ দিন লাগে। যদি হাসান একা কাজ করে তাহলে সম্পূর্ণ কাজটি শেষ হতে কতদিন সময় লাগবে? যেখানে জলিল হাসানের থেকে বেশি দক্ষ।

Solution: (Single equation)

Let, Hasan takes x days to complete the first half of the work

So, Hasan needs total $2x$ days to complete the whole work alone.

Again,

\therefore Jalil takes $(45 - x)$ days to complete the 2nd half of the work.

So, Jalil needs $2(45 - x)$ days to complete the whole work alone.

According to the question,

$$\frac{1}{2x} + \frac{1}{2(45-x)} = \frac{1}{20} \quad [\text{দুজনের অর্ধেক করে করা কাজের অংশের}]$$

$$\Rightarrow \frac{45-x+x}{2x(45-x)} = \frac{1}{20}$$

$$\Rightarrow \frac{45}{x(45-x)} = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow 450 = 45x - x^2$$

$$\Rightarrow x^2 - 45x + 450 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 30x - 15x + 450 = 0$$

$$\Rightarrow x(x-30) - 15(x-30) = 0$$

$$\Rightarrow (x-30)(x-15) = 0$$

$\therefore x = 30$ or 15 Since Hasna is less efficient so he needs more days. $\therefore x = 30$

So, Hasan alone takes $2x = 2 \times 30 = 60$ days to complete the work.

Ans: 60 days.

Solution: (Double equation) [এই সমাধানটা খুব মনযোগ দিয়ে কয়েকবার করলে সমীকরণ তৈরী করা শিখবেন]

Let, Hasan can finish the work in x days & Jalil can finish the work in y days here $x > y$

$$1^{\text{st}} \text{ condition, } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{20} \text{ ----- (i)}$$

$$2^{\text{nd}} \text{ condition, } \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 45 \text{ (তাদের লাগা মোট দিনের অর্ধেক নিয়ে যোগ করলে ৪৫ হবে, অর্ধেক কাজ = অর্ধেক দিন)}$$

$$\therefore x+y = 90 \text{ ----- (ii) or, } y = 90-x \text{ (iii)}$$

From equation, (i) We get

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{20} \Rightarrow \frac{x+y}{xy} = \frac{1}{20} \Rightarrow \frac{90}{xy} = \frac{1}{20} \Rightarrow xy = 1800 \Rightarrow x(90-x) = 1800 \text{ (from iii)}$$

$$\Rightarrow 90x - x^2 = 1800 \Rightarrow x^2 - 90x + 1800 = 0 \Rightarrow x^2 - 60x - 30x + 1800 = 0 \Rightarrow x(x-60) - 30(x-60) = 0$$

$$\Rightarrow (x-60)(x-30) = 0 \quad \therefore x = 60 \text{ or } 30$$

Since Jalil is more efficient so needs less time, So, value of x is greater. $\therefore x = 60$

So, Hasan needs 60 days to complete the work.

Ans: 60

29. A manufacturing company uses two machines A and B with different production capacities. Where working alone machine A can produce a production lot in 5 hours and machine B can produce the same lot in x hours. when the two machine operate simultaneously to fill the same production lot, it takes them 2 hours to complete the job. how many hours will the machine B take to produce the production lot alone?

[Bangladesh Commerce Bank (Officer)-2006, Janata Bank (IT Officer)-2016(written)] + [BSC-Combined exam-(SO-3Banks)-2018-(Written)]

অর্থ: উৎপাদনকারী একটি প্রতিষ্ঠানের দুটি মেশিন A এবং B এর ভিন্ন ভিন্ন উৎপাদন ক্ষমতা রয়েছে। মেশিন A, ৫ ঘন্টায় যা উৎপাদন করতে পারে মেশিন B, কে একই পরিমাণ পণ্য উৎপাদন করতে x ঘন্টা সময় লাগে। যখন দুটি মেশিন একত্রে কাজ করে তখন একই পণ্য উৎপাদন করতে ২ ঘন্টা সময় লাগে। মেশিন B একাকী কাজ করলে তা উৎপাদন করতে সর্বমোট কত ঘন্টা সময় লাগবে?

শুদ্ধি পরীক্ষা: এই ধরণের প্রশ্নের শুদ্ধি পরীক্ষা ভালোভাবে বুঝলে সমীকরণ সাজানোর লজিক অনেক স্ট্রং হবে। হাসানকে ৬০ দিন এবং জলিলকে ৩০ দিন লাগলে তাদেরকে একত্রে লাগবে $\frac{1}{60} + \frac{1}{30} = \frac{1+2}{60} = \frac{3}{60} = \frac{1}{20}$ অর্থাৎ ২০ দিন। আবার অর্ধেক সময় কাজ করলে লাগবে $(60 \times \frac{1}{2} + 30 \times \frac{1}{2}) = 30 + 15 = 45$ দিন।

সবথেকে গুরুত্বপূর্ণ লাইন: $\frac{1}{30} + \frac{1}{15} = \frac{1+2}{30} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$ হয়।

✍ **Solution:** (প্রচলিত নিয়মে সহজ সমাধান)

In, 5hours machine A can produce = 1 part

$$\therefore \text{ " 1 hr " A " " } = \frac{1}{5} \text{ part.}$$

In, x hours machine B can produce = 1 part

$$\therefore \text{ " 1 hr " B " " } = \frac{1}{x} \text{ part.}$$

Again,

In, 2hours machine A and B together can produce = 1 part

$$\therefore \text{ " 1 hr " A and B " " " } = \frac{1}{2} \text{ part.}$$

ATQ, $\frac{1}{5} + \frac{1}{x} = \frac{1}{2}$ (A এবং B এর ১ ঘন্টায় করা মোট উৎপাদনের পরিমানের যোগফল = মোট উৎপাদনের $\frac{1}{2}$ অংশ)

$$\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{2} - \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{5-2}{10} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{3}{10} \Rightarrow 3x = 10 \quad \therefore x = \frac{10}{3}$$

So, B alone takes = $\frac{10}{3}$ hrs or 3.33hrs or $3\frac{1}{3}$ hr or **3hrs 20mins** **Ans: 3hr 20 min**

✍ **Alternativve Solution:** (মোট কাজের পরিমাণকে ইউনিট ধরে।)

Let, the total work be = 10 units. [LCM of 5 and 2]

So, in 1 hr, A can produce = $\frac{10}{5} = 2$ units. And A & B together can produce = $\frac{10}{2} = 5$ units

Then, in 1 hr, B can produce = $(5-2) = 3$ units (দুজনের থেকে ১ জনের টা বাদ দিলে অন্য জনেরটা বের হবে)

So, B alone can produce the lot in $\frac{10}{3}$ hr or $3\frac{1}{3}$ hr or 3hr. 20 min **Ans: 3hr 20 min**

☞ দেখে রাখুন অন্য অনেক অংকে কাজে দিবে। [$\frac{10}{3}$ hr কিভাবে ৩ ঘন্টা ২০ মিনিট হয়ে গেল?]

$\frac{10}{3}$ hr $\times 60 = 200$ মিনিট (যে কোন ঘন্টাকে ৬০ দিয়ে গুণ করলে মিনিট হয়) = $180 + 20$ মি = ৩ঘন্টা ২০ মিনিট।

or $\frac{10}{3}$ hr = $3\frac{1}{3}$ hr = 3hr + $\frac{1}{3} \times 60$ min = **3hr 20min**

📁 When someone left:

☞ যে কেউ চলে গেল কে গেল আর কে থাকলো তা গুরুত্ব দিবে।

☞ যে চলে গেছে সে কতটুকু কাজ করে গেছে এবং অবশিষ্ট কাজ কতটুকু আছে এবং সেই অবশিষ্ট কাজটুকু কাকে শেষ করতে হবে এই বিষয়গুলো গুরুত্ব দিতে হবে।

30. A and B can complete a work in 15 days and 10 days respectively. They started doing work together but after 2 days B had to leave and A alone complete the whole work. In how many days it took to complete the whole work? [Sonal Bank (off)-2018 (Written)] + [Sadharan Bima (JO)-2019 (Written)]

অর্থ: A এবং B একটি কাজ যথাক্রমে ১৫ দিন ও ১০ দিনে শেষ করতে পারে। তারা একত্রে কাজ শুরু করার ২ দিন পর B চলে গেলো এবং A সম্পূর্ণ কাজটি শেষ করলো। সম্পূর্ণ কাজটি শেষ হতে মোট কত সময় লাগলো?

Solution: (By Equation)

Let, the whole work is completed in = x days

So, A works for x days & B works for 2 days. [A কাজের শুরু থেকে শেষ পর্যন্ত x দিন কাজ করেছে]

According to the question,

$$\frac{x}{15} + \frac{2}{10} = 1 \text{ [দু'জনের করা কাজের অংশের যোগফল = ১ অংশ বা সম্পূর্ণ কাজ]}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{15} + \frac{1}{5} = 1 \Rightarrow \frac{x+3}{15} = 1 \Rightarrow x+3 = 15 \therefore x = 12$$

Ans: 12 days

Alternative Solution: (By Fraction)

$$(A+B) \text{ together can do in 1 day} = \frac{1}{15} + \frac{1}{10} = \frac{2+3}{30} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6} \text{ part}$$

$$\therefore (A+B) \text{ " " " " 2 days} = 2 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{3} \text{ So, remaining work} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \text{ part}$$

Now, A alone can do 1 part in = 15 days

$$\therefore A \text{ " " " " } \frac{2}{3} \text{ " in} = 15 \times \frac{2}{3} = 10 \text{ days.}$$

So, whole the work is completed in = (2+10) days = 12 days

Ans: 12 days.

Alternative Solution: (By LCM)

Let, The total work = 30 units (LCM of 15 & 10)

$$\text{Efficiency of A} = \frac{30}{15} = 2 \text{ units \& B} = \frac{30}{10} = 3 \text{ units [one day's work unit]}$$

In 1 day together can do = 2+3 = 5 units

So, in first 2 days they can do = 2×5 = 10 units

So, work left = 30-10 = 20 units

Now, remaining 20 units are done by A in = 20÷2 = 10 days

So, total time required = (2+10) = 12 days

Ans: 12 days

31. A and B can do a piece of work in 15 days & 10 days respectively. Both work together for 3 days and then A leaves off. In how many days will the work be completed?

[Banglades Krishi Bank (Officer) -2011(Written)]

অর্থ: A ও B একটি কাজ যথাক্রমে ১৫ ও ১০ দিনে করতে পারে। তারা ৩ দিন কাজ করার পর A কাজ ছেড়ে চলে গেল। কাজটি মোট কতদিনে শেষ হবে?

Solution:

Let, the work be completed in = x days

So, A works for 3 days only & B works for x days (যেহেতু B শুরু থেকে শেষ পর্যন্ত ছিল)

According to the question,

$$\frac{3}{15} + \frac{x}{10} = 1 \text{ [A এর 3 দিনের করা কাজের অংশ + B এর x দিনের করা কাজের অংশ = মোট কাজ ১ অংশ]}$$

$$\Rightarrow \frac{6+3x}{30} = 1 \Rightarrow 6+3x = 30 \Rightarrow 3x = 24 \therefore x = 8 \text{ days}$$

Ans: 8 days

✍ **Alternative Solution:** (By Fraction)

Here, A can do in 1 day = $\frac{1}{15}$ part of work, And B can do in 1 day = $\frac{1}{10}$ part of work

Both A and B can do in 1 day = $\frac{1}{15} + \frac{1}{10} = \frac{1}{6}$ part of work

Both A and B can do in 3 days = $\frac{1}{6} \times 3 = \frac{1}{2}$ part \therefore Remaining work = $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

B can do 1 part in = 10 days.

\therefore B can do $\frac{1}{2}$ part of work in = $10 \times \frac{1}{2} = 5$ days

\therefore Total time = (3+5) = 8 days (একত্রে ৩দিন + একাকী ৫ দিন।)

Ans: 8 days

✍ **Alternative Solution:** (By LCM)

Let, The total work = 30 units (LCM of 10 & 15)

Efficiency of A = $\frac{30}{15} = 2$ units & B = $\frac{30}{10} = 3$ units [one day's work unit]

In 1 day together can do = 2+3 = 5 units

So, in first 2 hours they can do = 3×5 = 15 units

So, work left = 30-15 = 15 units

Now, remaining 15 units are done by B in = 15÷3 = 5 days

So, total time required = (3+5) = 8 days

Ans: 8 days

32. Raju can finish a work in 15 hours and Saju can finish the same work in 9 hours. They work together firstly at 6am but Saju stopped at 9 am. What is the time to finish the work by Raju? [Bank Asia (PO)-2020(Written)]

অর্থ: রাজু একটি কাজ ১৫ ঘন্টায় এবং সাজু সেই একই কাজ ৯ ঘন্টায় করতে পারে। তারা একত্রে সকাল ৬ টায় কাজ শুরু করলো কিন্তু সকাল ৯ টায় সাজু কাজ বন্ধ করে দেয়। তাহলে রাজু কখন কাজটি শেষ করতে পারবে?

✍ **Solution:** (By Equation)

Let Raju required time x hours, Here 6 am to 9 am difference = 3 hours,

So, Saju worked for 3 hrs and Raju worked for (x+3) hours

$$\text{ATQ, } \frac{3}{9} + \frac{3+x}{15} = 1 \Rightarrow \frac{15+9+3x}{45} = 1 \Rightarrow 24+3x=45 \Rightarrow 3x=21 \therefore x=7$$

Hence the time required by Raju = 9am to 7 hours = 16 or 16-12 = 4 PM **Ans: 4 PM**

✍ **Alternative Solution:** (By Fraction)

Here, 6 am to 9 am difference of time 3 hours

In 3 hrs. They can complete = $\frac{3}{15} + \frac{3}{9} = \frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{8}{15}$ Part

Remaining work = $1 - \frac{8}{15} = \frac{15-8}{15} = \frac{7}{15}$ Part

Raju can do $\frac{1}{15}$ part in 1 hour

$$\therefore \text{Raju can do } \frac{7}{15} \text{ part in } = \frac{15 \times 7}{1 \times 15} = 7 \text{ hrs}$$

Hence, the times required to finish the work by Raju = (9 am + 7 hrs.) = 4 PM **Ans: 4 PM**

✍ **Alternative Solution:** (By LCM)

Let, Total work = 45 units (LCM of 9 & 15 = 45)

$$\text{Efficiency} = \text{Saju} = \frac{45}{9} = 5 \text{ units} \ \& \ \text{Raju} = \frac{45}{15} = 3 \text{ units}$$

In 1 hr they together can do = 5+3 = 8units

So, in first 3 hours they can do = 3×8 = 24 units (till 9am) So, work left = 45-24 = 21units

Now, remaining 21 units done by Raju in = 21÷3 = 7 hrs

So, the work will be finished at = 9am + 7hrs = 4 pm

Ans: 4 pm

33. Habiba and Halima together can do a work in 20 days. They were working together, but after 8 days Habiba went away. Halima finished the rest of the work in 21 days. How many days would Halima need to complete the whole work? [Class 7 (2.3)]

অর্থ: হাবিবা ও হালিমা একটি কাজ একত্রে ২০ দিনে করতে পারে। হাবিবা ও হালিমা একত্রে ৮ দিন কাজ করার পর হাবিবা চলে গেল। হালিমা বাকি কাজ ২১ দিনে শেষ করে। সম্পূর্ণ কাজটি হালিমা কত দিনে করতে পারত?

✍ **Solution:**

Habiba & Halima in 20 days can do = 1 part

$$\text{" " " 1 days can do} = \frac{1}{20}$$

$$\text{" " " 8 days can do} = \frac{1 \times 8}{20} = \frac{2}{5}$$

$$\text{Remaining work} = 1 - \frac{2}{5} = \frac{5-2}{5} = \frac{3}{5}$$

Now, $\frac{3}{5}$ part is done by Halima in = 21 days

$$1 \text{ " " " " " " " } = \frac{21 \times 5}{3} = \mathbf{35 \text{ days. (Ans)}}$$

✍ **Alternative Solution:** (নিয়মটা দেখুন)

Let, one day's work of Habiba & Halima is x & y

$$\text{ATQ, } 20(x+y) = 8(x+y) + 21y$$

$$\text{or, } 20x + 2y = 8x + 29y$$

$$\text{or, } 12x = 27y \therefore x:y = 3:4$$

$$\text{So, Total work, } 20 \times (3+4) = 20 \times 7 = 140$$

$$\text{Halima alone can do} = 140 \div 4 = \mathbf{35 \text{ d}}$$

☐ **Self Task:**

34. Minhaz and Alam can complete a work in 18 days. After working together for 12 days Minhaz stops and Alam completes the remaining work in 8 days. In how many days can Minhaz complete the work if he works alone? [Jamuna Bank MTO/PO-2017]

অর্থ: মিনহাজ এবং আলম একটি কাজ ১৮ দিনে করতে পারে। তারা একত্রে ১২ দিনে কাজটি করার পর মিনহাজ কাজটি ছেড়ে দিল। বাকি কাজ আলম একা ৮ দিনে শেষ করল। মিনহাজ একা কয়দিনে ঐ কাজটি শেষ করতে পারবে ?

✍ **Solution:**

In 18 days, they can complete = 1 part

$$\therefore \text{In 1 day, they can complete} = \frac{1}{18} \text{ part}$$

$$\text{In 12 days, they can complete} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3} \text{ part (যেহেতু তারা ১২ দিন একসাথে ছিল)}$$

Remaining work = $1 - \frac{2}{3} = \frac{3-2}{3} = \frac{1}{3}$ part (এই কাজটুকু যে চলে যায় নি অর্থাৎ আলম করেছে)

Now, $\frac{1}{3}$ parts of work is done by Alam in = 8 days

∴ 1 part of work is done by Alan in = $8 \times 3 = 24$ days

∴ Alam can do $\frac{1}{24}$ part of work in = 1 day.

∴ Minhaz can do in 1 day = $\frac{1}{18} - \frac{1}{24} = \frac{4-3}{72} = \frac{1}{72}$ part (দুজনের কাজ - ১ জনের কাজ = অন্যজনের কাজ)

So, $\frac{1}{72}$ part of work is done by Minhaz in = 1 day

∴ 1 part of work is done by Minhaz in $1 \times 72 = 72$ days

Ans: 72 days.

Alternative Solution Hints:

$$18(M+A) = 12(M+A) + 8A$$

Then, M:A = 1:3, Total work 72

Minhaz alone = $72 \div 1 = 72$ days

Ratio আকারে সমাধান করার আরেকটা সুন্দর এবং গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্ন ও সমাধান দেখে নিন।

35. A and B together can do a piece of work in 30 days. A having worked for 16 days, B finishes the remaining work alone in 44 days. In how many days shall B finish the whole work alone? [Rupali Bank- (SO)-2019 (Written)]

অর্থ: A ও B একত্রে একটি কাজ ৩০ দিনে করতে পারে। A ১৬ দিন কাজটি করার পর অবশিষ্ট কাজ B, ৪৪ দিনে শেষ করে। B এর একাকী কাজটি সম্পন্ন করতে কতদিন লাগবে?

Solution:

$30A + 30B = 16A + 44B$ (দুজনের ৩০ দিনের করা কাজ = A এর ১৬ এবং B এর ৪৪ দিনের কাজের সমান)

or, $14A = 14B$ or, $\frac{A}{B} = \frac{14}{14} = \frac{1}{1}$ or, A:B = 1:1 ∴ A=B [অর্থাৎ তাদের দু'জনের কার্যক্ষমতা সমান সমান]

That means capability of A and B is equal. Here A+B = 30 days. [একত্রে ৩০ দিন লাগে দেয়া আছে]

Or, 2 persons need = 30days.

So, 1 Person (B alone) needs = $30 \times 2 = 60$ days. (Since A=B)

Ans: 60 days.

Alternative Solution:(আলাদা আলাদা ভাবে ১৬ ও ৪৪ দিনের কাজকে সেটের মাধ্যে ১৬ দিন একসাথে ২৮ দিন একা)

A worked for 16 days And, B for 44 days..

So, A & B together worked for 16 days and B alone work for $44-16 = 28$ days. (চিত্রটিতে দেখুন।)

In 30 days, A and B together can do = 1 part.

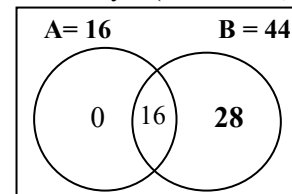
In 1 day A and B “ “ “ = $\frac{1}{30}$ part.

In 16 days A and B “ “ “ = $\frac{16}{30} = \frac{8}{15}$ part.

Remaining $1 - \frac{8}{15} = \frac{7}{15}$ part is done by B in 28 days. (Since B alone work for 28 days.)

So, 1 part can be done by B = $28 \times \frac{15}{7} = 60$ days.

Ans: 60 days.



Alternative Solution: (এই নিয়মটা লিখিত এর জন্য সবথেকে ভালো হবে)

Let A's 1 day's work = x and B's 1 day's work = y.

Then, $x + y = \frac{1}{30}$ ----- (i) and $16x + 44y = 1$ or, $4x + 11y = \frac{1}{4}$ ----- (ii)

Multiplying (i) by 4 then subtracting from (ii) We get,

$$4x + 11y = \frac{1}{4}$$

$$4x + 4y = \frac{4}{30}$$

$$7y = \frac{1}{4} - \frac{2}{15} = \frac{15-8}{60} = \frac{7}{60} \Rightarrow 7y = \frac{7}{60} \therefore y = \frac{1}{60}$$

So, B alone can do $\frac{1}{60}$ part in = 1 day \therefore B alone can do 1 part in = **60 days**.

□ Self Task:

36. A and B together can do a piece of work in 40 days . A having worked for 20 days , B finishes the remaining work alone in 60 days, in how many days shall B finish the whole work alone? [Basic Bank- (AM)-2018] + [sawaal.com]

✍ Solution Hints:

Let, A's 1 day's work = x and B's 1 day's work = y Then $x+y = \frac{1}{40}$ and $20x+60y = 1$

Solving these two equations , we get $y = \frac{1}{80}$ Therefore B's 1 day work = $\frac{1}{80}$

Hence, B alone shall finish the whole work in **80 days** **Ans: 80 days.**

37. A, B, C started a job which they can complete in 2 days. B can do the job in 5 days and C can do it in 4 days. After working for 1 day, both B & C left. How long would it take A to complete rest of the job? [quora.com] + [Madhumoti Bank -(PO)-2017 (Written)]

অর্থ: A, B এবং C একটি কাজ শুরু করলো যা তারা একত্রে ২ দিনে শেষ করতে পারে। B একাকী কাজটি ৫ দিনে এবং C একাকী কাজটি ৪ দিনে শেষ করতে পারে। তারা সবাই একত্রে ১ দিন কাজ করার পর B এবং C চলে গেলে অবশিষ্ট কাজ শেষ করতে A কে কতদিন লাগবে?

✍ **Solution:** (এই প্রশ্ন থেকে একই সাথে কিভাবে অবশিষ্ট কাজ x দিনে এবং সম্পূর্ণ কাজ y ধরে সমীকরণ সাজাতে হয় দেখুন)

Let time required by A to complete the remaining work is = x days & total time by A = y

In first 1 day (A+B+C) have done = $\frac{1}{2}$ So, work left after 1 day = $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ part

Then, $\frac{x}{y} = \frac{1}{2}$ or, $y = 2x$ ---- (i) [A এর অবশিষ্ট $\frac{1}{2}$ কাজ করতে সময় লেগেছে = x দিন]

Again, $\frac{x+1}{y} + \frac{1}{5} + \frac{1}{4} = 1$ [B +C মোট ১ দিন করে কাজ করলেও A করেছে 1+x দিন সবকাজ = ১ অংশ]

$$\text{or, } \frac{20x + 20 + 4y + 5y}{20y} = 1 \quad []$$

or, $20x+9y+20 = 20y$ or, $20x-11y = -20$ or, $20x-22y = -20$ (from (i) $y = 2x$) $\therefore y = 10$

✍ **Alternative Solution:** (By fraction)

$$A+B+C \text{ can do in 1 day} = \frac{1}{2} \text{ part} \therefore \text{Work left} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \text{ part}$$

$$\text{Again, B and C have done in 1 day} = \frac{1}{5} + \frac{1}{4} = \frac{4+5}{20} = \frac{9}{20} \text{ part}$$

$$\text{So, A alone can do in 1 day} = (A+B+C) - (B+C) = \frac{1}{2} - \frac{9}{20} = \frac{10-9}{20} = \frac{1}{20} \text{ part}$$

$$\frac{1}{20} \text{ part of work complete by A in} = 1 \text{ day}$$

$$\therefore 1 \text{ part of work complete by A in} = 1 \times 20 \text{ day}$$

$$\therefore \frac{1}{2} \text{ part of work complete by A in} = 20 \times \frac{1}{2} = \mathbf{10 \text{ days}}$$

Ans: 10 days

✍ **Alternative Solution:** (By LCM)

Let, the total work = 20 units (LCM of 2, 5 & 4)

$$\text{Efficiency of } (A+B+C) : B : C = \frac{20}{2} : \frac{20}{5} : \frac{20}{4} = 10:4:5 \text{ [1 day's work capacity]}$$

$$\text{Efficiency of A} = (A+B+C) - (B+C) = 10 - (4+5) = 10 - 9 = 1$$

Since in first 1 day (A+B+C) have done 10 units and left $20 - 10 = 10$ units

Remaining 10 units is done by A alone in $= 10 \div 1 = \mathbf{10 \text{ days}}$.

Ans: 10 days

- 38. Rafiq, Shafiq, and Arif can alone complete a project in 10 days, 20 days, and 10 days respectively. Rafiq started working on the project alone. Shafiq joined the project after 2 days. After working together for 4 days both Rafiq and Shafiq left the project and Arif got in. How many days it took to complete the entire project? [BKB- (officer)-2017 (Written)]**

অর্থ: রফিক, সফিক এবং আরিফ একাকী একটি কাজ যথাক্রমে ১০, ২০ এবং ১০ দিনে করতে পারে। কাজটি রফিক একাকী শুরু করার ২দিন পর সফিক তার সাথে যোগ দিল এবং তারা একত্রে ৪ দিন কাজ করার পর উভয়ে একত্রে চলে গেল এবং আরিফ ঐ কাজটিতে যোগ দিল। সম্পূর্ণ কাজটি শেষ করতে মোট কতদিন সময় লাগবে?

✍ **Solution:** [By equation]

Let, the work was finished in x days. (শুরু থেকে শেষ পর্যন্ত মোট x দিন লাগবে)

then, Rafiq worked for $(2+4) = 6$ days and Shafiq worked for $= 4$ days

So, Arif worked for $(x-6)$ days (সর্বমোট x দিনের ১ম ৬ দিন বাদে পরের দিনগুলোতে আরিফ করেছে)

$$\text{ATQ, } \frac{6}{10} + \frac{4}{20} + \frac{x-6}{10} = 1 \text{ [সবার নিজ নিজ কাজের অংশের যোগফল = ১ বা সম্পূর্ণ অংশ কাজ]}$$

$$\Rightarrow \frac{12+4+2x-12}{20} = 1 \Rightarrow 4+2x = 20 \Rightarrow 2x = 16 \therefore x = 8$$

Ans: 8 days

✍ **Alternative Solution :** (By Fraction)

$$\text{In 10 days Rafiq can do} = 1 \text{ part} \therefore \text{In 1 day Rafiq can do} = \frac{1}{10} \text{ Part}$$

Similarly, In 1 day Shafiq can do = $\frac{1}{20}$ Part and in 1 day Arif can do = $\frac{1}{10}$ Part

Since, Rafiq worked for $2+4 = 6$ days and Shafiq worked for 4 days

\therefore Rafiq and Shafiq completed in first 6 days = $\frac{6}{10} + \frac{4}{20} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$ part (১ জনের ৬দিন এবং অন্যজন ২ দিন পর এসেছে তাই তার ৪দিনের কাজের যোগফল।।)

So, Arif finished the remaining $(1 - \frac{4}{5}) = \frac{1}{5}$ of the work in = $(\frac{1}{5} \times 10) = 2$ days.

So, Total time required = $(6+2) = 8$ days to complete the entire project.

Ans: 8 days.

Alternative Solution : (By LCM)

Let total work is = 20 units. (LCM of 10, 20, 10 = 20)

Efficiency, Rafiq = $\frac{20}{10} = 2$ Shafiq = $\frac{20}{20} = 1$ and Arif = $\frac{20}{10} = 2$

Together they work 4 days

Rafiq works 6 days as he start 2 days earlier and Shafiq work 4 days and complete
= $6 \times 2 + 4 \times 1 = 16$ parts

Remaining = $20 - 16 = 4$ parts Arif need = $\frac{4}{2} = 2$ \therefore Total days = $2 + 4 + 2 = 8$ **Ans: 8 days**

39. A can do a piece of work in 120 days and B can do it in 150 days. They work together for 20 days then B leaves and A continues the work alone. 12 days after C joins in place of B and the work is completed in 48 days more. In how many days can C do it if he works alone? [BSC-Combined exam-(SO-3Banks)-2018-(Written)]

অর্থ: A একটি কাজ ১২০ দিনে এবং B ঐ কাজটি ১৫০ দিনে করতে পারে। তারা একত্রে ২০ দিন কাজ করার পর B চলে গেল এবং A একাকী কাজ করতে থাকলো। A ১২ দিন কাজ করার পর ঐ কাজটিতে B এর স্থানে C তার সাথে যোগ দিল। এবং আরো ৪৮ দিনে সম্পূর্ণ কাজটি শেষ হলো। সম্পূর্ণ কাজটি C একাকী কতদিনে শেষ করতে পারবে?

Solution: (এই নিয়মটা বড় মনে হলেও এটা করতে কম সময় লাগবে, কারণ এটা প্রচলিত নিয়ম)

In, 120 days A can do = 1 part

\therefore " 1 day A " " = $\frac{1}{120}$ part.

Similarly in 1 day B can do = $\frac{1}{150}$ part.

So, in 1 day A and B together can do = $\frac{1}{120} + \frac{1}{150} = \frac{5+4}{600} = \frac{9}{600} = \frac{3}{200}$ part.

\therefore " 20 days A and B " " " = $\frac{3 \times 20}{200} = \frac{3}{10}$ part.

Again, In, 12 days A can do = $\frac{12}{120} = \frac{1}{10}$ part.

In first $20+12 = 32$ days total work done = $\frac{3}{10} + \frac{1}{10} = \frac{3+1}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ part,

Work left after 32 days = $1 - \frac{2}{5} = \frac{5-2}{5} = \frac{3}{5}$ part.

Now, $\frac{3}{5}$ Part is done by A and C = 48 days,

So, 1 " " " " A and C = $48 \times \frac{5}{3} = 80$ days

In, 80 days A and C can do = 1 part.

\therefore " 1 day A and C " " = $\frac{1}{80}$ part. (এখান থেকে C এর লাগা দিনকে x ধরেও সাজানো যায়)

In 1 day C can do = $\{(A+C)\text{'s 1 day's work} - A\text{'s 1 day's work}\} = \frac{1}{80} - \frac{1}{120} = \frac{3-2}{240} = \frac{1}{240}$

$\frac{1}{240}$ part is done by C in = 1 day \therefore 1 part is done by C in = 240 days. **Ans: 240 days**

✍ **Alternative solution:** (কাজের মোট পরিমাণকে ইউনিট ধরে)

Suppose, Total Work be 600 units [LCM of 120 and 150]

So, 1 day work of A = $\frac{600}{120} = 5$ units And, 1 day work of B = $\frac{600}{150} = 4$ units

Again, Let 1 day work of C = C units

ATQ, $20 \times (5+4) + (12 \times 5) + 48 \times (5+C) = 600$

$\Rightarrow 48 \times (5+C) = 600 - 240 \Rightarrow (5+C) = 360 \div 48 \Rightarrow C = 7.5 - 5 = 2.5$

So, C alone can complete the work in $\frac{600}{2.5} = 240$ days

Ans: 240 days

☐ **Self Task:**

40. A and B can separately do a piece of work in 20 and 15 days respectively. They worked together for 6 days, after which B was replaced by C. If the work was finished in next 4 days, then the number of days in which C alone could do the work will be? [quora.com]+ [competoid.com]

Ans: 40 days

অর্থ: A ও B একটি কাজ আলাদাভাবে যথাক্রমে ২০ এবং ১৫ দিনে করতে পারে। তারা একসাথে ৬ দিন কাজটি করার পর B কে C দ্বারা পরিবর্তন করা হয়। বাকী কাজ A ও C একসাথে ৪ দিনে শেষ করে। C এর একাকী কাজটি করতে কতদিন লাগবে?

✍ **Solution:** (only Hints)

Let, the work done by C alone in = x days [এই x টি ভগ্নাংশের নিচে যাবে, কারণ x = মোট দিন]

ATQ, $\frac{10}{20} + \frac{6}{15} + \frac{4}{x} = 1$ [A = (6+4) = 10 দিন এবং B = 6 দিন ও C = 4 দিন কাজ করেছে]

$\therefore x = 40$ So, C alone can do the work in 40 days.

Ans: 40 days

(ভগ্নাংশ আকারে করার জন্য নিজে থেকে চেষ্টা করুন।)

41. Machine P can print one lakh books in 8 hours; Machine Q can print the same number of books in 10 hours while machine R can print them in 12 hours. All the machines are started at 9 A.M. while machine P is closed At 11 A.M. and the remaining two machines complete work. Approximately at what time will the work be done? [Janata Bank (AEO) – 2015- (Written)] + [Combined-2 bank-(Off)-2018-(Written)]

অর্থ: মেশিন X দিয়ে ১ লক্ষ বই ৮ ঘন্টায় ছাপানো যায়, মেশিন Y দিয়ে একই সংখ্যক বই ১০ ঘন্টায় এবং মেশিন Z দিয়ে ঐ বইগুলো ১২ ঘন্টায় ছাপানো যায়। সবগুলো মেশিনকে সকাল ৯ টায় চালু করার পর সকাল ১১টায় মেশিন X কে বন্ধ করার পর অপর দুটি মেশিন দিয়ে অবশিষ্ট কাজগুলো করা শেষ করা হলো। সম্পূর্ণ কাজটি সম্ভাব্য কোন সময়ে শেষ হবে?

Solution:

In 8 hrs P can print = 1 part

$$\therefore \text{“ 1 hr P “ “} = \frac{1}{8} \text{ part}$$

Similarly, In 1 hr Q can print = $\frac{1}{10}$ part

In 1 hr R can print = $\frac{1}{12}$ part

All the machine work for 11am – 9am = 2 hrs

$$\text{Now, total work done in 1 hr by (P+Q+R)} = \frac{1}{8} + \frac{1}{10} + \frac{1}{12} = \frac{37}{120}$$

$$\therefore \text{Work done in 2 hours} = \frac{37}{120} \times 2 = \frac{37}{60} \quad \text{So, remaining work } 1 - \frac{37}{60} = \frac{23}{60}$$

After closing machine P machine Q and R can print in 1 hr = $\frac{1}{10} + \frac{1}{12} = \frac{11}{60}$ part.

$\frac{11}{60}$ part needs = 1 hour

$$\therefore 1 \text{ part needs} = \frac{60}{11} \text{ hr}$$

$$\therefore \frac{23}{60} \text{ part needs } \frac{60}{11} \times \frac{23}{60} = \frac{23}{11} = 2 \text{ hrs } 5 \text{ mins } 27 \text{ sec} \cong 2 \text{ hrs}$$

So, the work will be done approximately at = 11am + 2 hrs = 1 PM

Ans: 1 PM

সমাধানের বইয়ের সংখ্যা ১ লক্ষ কোথায় গেলো?

সাধারণত যে কোন কাজের অংকগুলোকে ১ অংশ অর্থাৎ সম্পূর্ণ কাজ ধরে করলে তার মধ্যেই ১ লক্ষ আছে। যেমন: কোন প্রশ্নে ৫০০ কিমি রাস্তা নির্মাণ অথবা ১০ তলা বিল্ডিং তৈরীর কাজকেও ১ অংশ ধরে করা যায়।

$$\begin{aligned} \frac{23}{11} \text{ hr} &= \frac{22+1}{11} \text{ hr} = 2 \text{ hr } \frac{1}{11} \text{ hr} = 2 \text{ hr } \frac{60}{11} \text{ min} = 2 \text{ hr } \frac{55+5}{11} \text{ min} \\ &= 2 \text{ hr, } 5 \text{ min, } \frac{5}{11} \text{ min} = 2 \text{ hr, } 5 \text{ min, } \frac{300}{11} \text{ sec} = \mathbf{2 \text{ hr, } 5 \text{ min, } 27 \text{ sec}} \end{aligned}$$

Assisted by others in different days:

42. A alone can do a piece of work in 36 days, while B alone can do it in 18 days and C alone can do it in 12 days. If in every second day B and in every third day C help A in doing the work, how many days will be required to complete the whole work?

অর্থ: A একাকী একটি কাজ ৩৬ দিনে করতে পারে। একই কাজ B একাকী ১৮ দিনে এবং C একাকী ১২ দিনে করতে পারে। যদি প্রতি ২য় দিনে B, এবং প্রতি ৩য় দিনে C, A কে সাহায্য করে তাহলে সম্পূর্ণ কাজটি শেষ করতে মোট কতদিন লাগবে?

Solution:

L.C.M Of 2 and 3 is = 6 [এরকম কয়েকদিন পর পর হেল্প করলে ঐ গ্যাপের দিনগুলোর ল.সা.গু ধরতে হয়]

In First 6 days, work done

$$\text{By A} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}, \text{ By B} = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}, \text{ By C} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} \text{ (প্রথম ৬ দিনে B ৩দিন এবং C ২ দিন করবে।)}$$

$$\text{So Total work done in 6 days} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad \text{Work left after 6 days} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \text{ Work done by them in } = 6 \text{ days}$$

প্রথম ৬ দিনে অর্ধেক কাজ হয়ে যাওয়ায় দেখা যাচ্ছে একই ভাবে তারা সবাই কাজ করলে অবশিষ্ট অর্ধেক কাজ শেষ হতে সময় লাগবে ১২ দিন।

$$\text{So, } 1 \text{ " " " " " " } = 6 \times 2 = 12 \text{ days.}$$

Ans: 12 days.

- 43. A, B and C can complete a work in 12, 15 and 25 days respectively. A and B started working together whereas C worked with them in every third day. Find the number of days required to complete the work. [BD House Building FC (SO)-2017 (Written)]**

অর্থ: A, B এবং C একটি কাজ যথাক্রমে ১২, ১৫ এবং ২৫ দিনে করতে পারে। A এবং B একত্রে কাজটি শুরু করার পর প্রতি তৃতীয় দিন C তাদেরকে সাহায্য করে। সম্পূর্ণ কাজটি শেষ হতে কত সময় লাগবে?

Solution:

$$\begin{aligned} \text{A, B \& C together can complete in 3 days} &= \frac{3}{12} + \frac{3}{15} + \frac{1}{25} \text{ [A \& B এর ৩দিনের কাজ + C এর ১দিন।]} \\ &= \frac{75 + 60 + 12}{300} = \frac{147}{300} = \frac{49}{100} \text{ of the work. (১০০ এর উপর ৪৯ দেখে বোঝা যাচ্ছে আরো ৩ দিনের কাজ নেয়া} \end{aligned}$$

হলে ৯৮/১০০ হবে। কিন্তু এরপর আবার ৩ দিন না নিয়ে কম দিন নিয়ে হিসেব করতে হবে। কারণ কাজের পরিমাণ ১ অংশের বেশি হওয়া যাবে না। হর ১০০ এর থেকে লব বেশি হয়ে গেলে ১ এর থেকে বড় হয়ে যাবে।)

$$\text{So, their } 3 \times 2 = 6 \text{ days' work} = \frac{49}{100} + \frac{49}{100} = \frac{49}{50} \text{ of the work. [৩ দিনের কাজ + ৩ দিনের কাজ = ৬ দিন।]}$$

$$\text{Remaining work} = 1 - \frac{49}{50} = \frac{1}{50} \text{ of the work. On the 7th day, A and B will work,}$$

$$\text{A+B can do in 1 day} = \frac{1}{12} + \frac{1}{15} = \frac{5+4}{60} = \frac{9}{60} = \frac{3}{20} \text{ part}$$

$$\frac{3}{20} \text{ part in 1 day, So, 1 part in} = \frac{20}{3} \text{ days,}$$

$$\text{and } \frac{1}{50} \text{ part in } \frac{20}{3} \times \frac{1}{50} = 0.133 \text{ days, (শুরুর ৬ দিনের সাথে এই দিন যোগ হবে।)}$$

$$\text{Therefore, the required number of days} = (6 + 0.133) = 6.133 \text{ days.}$$

Ans: 6.133 days

- 44. A alone can do a piece of work in 30 days, while B alone can do it in 15 days and C alone can do it in 10 days. If in every second day B and in every third day C help A in doing the work, how many days will be required to complete the whole work? [Agrani Bank-(SO) -2017(Written)]**

অর্থ: A একাকী একটি কাজ ৩০ দিনে করতে পারে। একই কাজ B একাকী ১৫ দিনে এবং C একাকী ১০ দিনে করতে পারে। যদি প্রতি ২য় দিনে B, এবং প্রতি ৩য় দিনে C, A কে সাহায্য করে তাহলে সম্পূর্ণ কাজটি শেষ করতে মোট কতদিন লাগবে?

Solution:

L.C.M Of 2 and 3 is = 6

In First 6 days, work done

$$\text{By A} = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}, \text{ By B} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}, \text{ By C} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$\text{So Total work done in 6 days } \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5} \quad \text{Work left after 6 days} = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

Next 3 days Work done by them

$$\frac{3}{30} + \frac{1}{15} + \frac{1}{10} = \frac{3+2+3}{30} = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}, \quad \text{Work left after 9 days } \frac{2}{5} - \frac{4}{15} = \frac{6-4}{15} = \frac{2}{15}$$

$$\text{In 10}^{\text{th}} \text{ day A+ B done } \frac{1}{30} + \frac{1}{15} = \frac{1+2}{30} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$$

$$\text{So, Work left } \frac{2}{15} - \frac{1}{10} = \frac{4-3}{30} = \frac{1}{30}$$

In 11th day only A can do $\frac{1}{30}$ part of the work.

So, Whole the work done in 11th day.

অল্প কাজ বাকী থাকায় এখন আর ৩ দিন ও লাগবে না। তাই ১ দিন ধরে হিসেব করতে হবে।

আর কোন কাজ অবশিষ্ট না থাকায় ১১ দিনই উত্তর।

Ans: 11

Days	1 st day	2 nd	3 rd	4 th	5 th	6 th	7 th	8 th	9 th	10 th	11 th
Work	A	A+B	A+C	A+B	A	A+B+C	A	A+B	A+C	A+B	A

কেনো প্রথমে ৬দিন নেয়ার পর পরে ৩ দিন তারপর একদিন একদিন করে হিসেব করা হলো তা বোঝার জন্য নিচের চার্টটা নিয়ে একটু গভীরভাবে ভাবলেই উত্তর পেয়ে যাবেন। মনে রাখবেন, ১ অংশের থেকে কাজ যেমন বেশি হওয়া যাবে না, তেমনি প্রতিবার মাত্র ১দিন করে হিসেব করলে সময় বেশি লাগবে। তাই একসাথে সর্বোচ্চ যত দিন নেয়া যায় তা ধরে হিসেব সহজ।

Be careful: শুধু ৩ দিনের হিসেব বের করার পর শর্টকাটে সম্পূর্ণ হিসেব করলে ভুল উত্তর আসবে। কারণ: প্রথম ৩দিনে B কাজ করে ১দিন। কিন্তু পরের ৩দিনে B কাজ করে ২দিন (৪র্থ ও ৬ষ্ঠ দিন) এরপরের ৩ দিনে ১দিন (৮ম) এই প্রশ্নটির সমাধান যে কোন ভাবেই শর্টকাটে করতে গেলে ভুল উত্তর বের হবে। কারণ সব দিনের কাজের পরিমাণ সমান নয়। আবার প্রতি ২য় এবং ৩য় দিনে হেল্প করা অর্থ এই না যে একই কাজ বার বার ১ম, ২য় এবং ৩য় দিন আসবে।

Alternative Solution:

Let the total work is = 30 units

$$\text{In, 1 day, A can do, } \frac{30}{30} = 1 \text{ unit, B can do, } \frac{30}{15} = 2 \text{ units, C can do, } \frac{30}{10} = 3 \text{ units}$$

Now, First 10 days, A can do, $10 \times 1 = 10$ units,

B, can do $5 \times 2 = 10$ units (B works in every 2nd days so 5times from 10days)

C can do $3 \times 3 = 9$ units (Since C works 3rd, 6th and 9th days)

So, Total work done in 10days is $10+10+9 = 29$ units. & Work left, $30-29 = 1$ unit

Which is done by A in 11th day, (in 11th day only A works 1 unit)

Ans: 11

☐ Self Task:

45. A alone can do a piece of work in 20 days, while B alone can do it in 30 days and C alone can do it in 60 days. If in every third day B in every fourth day C help A in doing the work, how many days will be required to complete the whole work?

অর্থ: A একাকী একটি কাজ ৩০ দিনে করতে পারে। একই কাজ B একাকী ১৫ দিনে এবং C একাকী ১০ দিনে করতে পারে। যদি প্রতি ৩য় দিনে B, এবং প্রতি ৪র্থ দিনে C, A কে সাহায্য করে তাহলে সম্পূর্ণ কাজটি শেষ করতে মোট কতদিন লাগবে?

✍ **Solution:** (১২দিন + ৩দিন + ০.৫ দিন কেনো? আগের প্রশ্নের শেষের চারটি ভালোভাবে দেখলে এখানেও কাজে লাগবে)

LCM of 3 & 4 days = 12days

Now, in first 12 days work done by A, B & C $\frac{12}{20} + \frac{4}{30} + \frac{3}{60} = \frac{36+8+3}{60} = \frac{47}{60}$ part

So, work left after 12days = $1 - \frac{47}{60} = \frac{13}{60}$ part

In next 3 days work done by A & B = $\frac{3}{20} + \frac{1}{30} = \frac{9+2}{60} = \frac{11}{60}$ part

So, work left after 15th days = $\frac{13}{60} - \frac{11}{60} = \frac{2}{60} = \frac{1}{30}$ part

In next 16th days work done by A & C = $\frac{1}{20} + \frac{1}{60} = \frac{3+1}{60} = \frac{4}{60} = \frac{1}{15}$ part

Since, $\frac{1}{15}$ part is done by A & C in = 1 day

∴ 1 part is done by A & C in = 15 days

∴ $\frac{1}{30}$ part is done by A & C in = $15 \times \frac{1}{30} = 0.5$ days

So, total time required = (15+0.5) days = 15.5 days.

Ans: 15.5 days

✍ **Alternative Solution:** (১ম সমাধানের ভগ্নাংশের নিয়মের সাথে একই ভাবে চিন্তা করলে নিচের নিয়মটাও সহজ)

Let, Total work be = 60 [LCM of 20, 30 & 60]

Efficiency ratio : A:B:C = $\frac{60}{20} : \frac{60}{30} : \frac{60}{60} = 3:2:1$ [units of work done by A,B,C in 1 day]

Again, LCM of 3 & 4 days = 12

in first 12 days A works for 12 days,

B works for $12 \div 3 = 4$ days

C for = $12 \div 4 = 3$ days

Now, work done in 12 days = $(12 \times 3) + (4 \times 2) + (1 \times 3) = 36 + 8 + 3 = 47$ units

Remaining = $60 - 47 = 13$ units.

Next 3 days works = A's 3 days, B's 1 day = $(3 \times 3) + (1 \times 2) = 9 + 2 = 11$ units

Now left $13 - 11 = 2$ units work to be done in 16th day by A & C

A & C can do in 1 day = $3 + 1 = 4$ units,

So, time need = $2 \div 4 = 0.5$ days. Total days = $15 + 0.5 = 15.5$ days.

Ans: 15.5 days

Working with pair:

দুজন দুজন করে কাজ করলে A+B, B+C, C+A একসাথে কাজ করলে সবার কাজের যোগফল বের হবে $2(A+B+C)$ এরপর বামের ২ কে ডানে নীচে দিতে হবে। এখন শুধু A এর কাজ বের করতে চাইলে A+B+C এর কাজ থেকে B+C এর কাজ বিয়োগ করলেই হয়ে যাবে। এভাবে সবার আলাদা আলাদা কাজের পরিমাণও বের করা যাবে। এক্ষেত্রে ২ এর কথাটা অনেকেই ভুলে যেতে পারেন। তাই গুরুত্ব দিয়ে মনে রাখুন।

46. Ameen can do a work in 4 days. Ameen and Cathy can do in 2 days. Bashar and Cathy can do in 3 days. In how many days Basher alone can finish the work? [DBBL.(PO)-2015-(Written)]

অর্থ: আমিন একটি কাজ ৪ দিনে করতে পারে। আমিন ও ক্যাথি একত্রে সম্পূর্ণ কাজটি ২ দিনে করতে পারে। বাশার ও ক্যাথি কাজটি ৩ দিনে করতে পারে। বাশার একা ঐ কাজটি কত দিনে শেষ করতে পারবে ?

Solution:

In 4 days Ameen alone can do = 1 part.

∴ In 1 day Ameen alone can do = $\frac{1}{4}$ part.

Similarly, Ameen and Cathy can do in 1 day = $\frac{1}{2}$ part

∴ Cathy alone can do in 1 day = $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{2-1}{4} = \frac{1}{4}$ part $[(Ameen+Cathy) - Ameen = Cathy]$

Again, Bashar and Cathy can do in 1 day = $\frac{1}{3}$ part of the work.

Bashar alone can do in 1 day = $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{4-3}{12} = \frac{1}{12}$ part. $[(Bashar+Cathy) - Cathy = Bashar]$

So, $\frac{1}{12}$ Part of the work is done by Bashar in = 1 day

∴ 1 part of the work is done by Bashar in = $1 \times 12 = 12$ days.

Ans: 12 days.

47. A and B can do a piece of work in 18 days, B and C can do it in 24 days. A and C can do it in 36 days. In how many days will A, B and C finish it together and separately. [BB-(AD)-2017(Written)]

অর্থ: A এবং B একত্রে একটি কাজ ১৮ দিনে করতে পারে। B এবং C কাজটি ২৪ দিনে করতে পারে। A এবং C কাজটি ৩৬ দিনে করতে পারে। যদি A, B এবং C একত্রে কাজ করে তাহলে কাজটি কতদিনে শেষ হবে?

Solution: (আলাদা করে একজনের কাজ করার সময় বের করার নিয়মটা এখান থেকে শিখে রাখুন)

(A+B)'s 1 day work = $\frac{1}{18}$, (B+C)'s 1 day work = $\frac{1}{24}$ and (A+C)'s 1 day work = $\frac{1}{36}$

(A+B) + (B+C) + (A+C)'s 1 day work = $\frac{1}{18} + \frac{1}{24} + \frac{1}{36} = \frac{4+3+2}{72} = \frac{9}{72} = \frac{1}{8}$ part.

or, 2(A+B+C)'s 1 day work = $\frac{1}{8}$ part.

$$\therefore (A+B+C) \text{ 's 1 day work} = \frac{1}{8 \times 2} = \frac{1}{16} \text{ part.}$$

So, (A+B+C) can do the whole work in = $16 \times 1 = 16$ days.

$$\therefore A \text{ 's 1 day work} = (A+B+C) - (B+C) = \frac{1}{16} - \frac{1}{24} = \frac{3-2}{48} = \frac{1}{48} \text{ days.}$$

So, A alone can do the work = **48 days**

$$\therefore B \text{ 's 1 day work} = (A+B+C) - (A+C) = \frac{1}{16} - \frac{1}{36} = \frac{9-4}{144} = \frac{5}{144} \text{ days.}$$

So, B alone can do the work = $\frac{144}{5}$ days

$$\therefore C \text{ 's 1 day work} = (A+B+C) - (A+B) = \frac{1}{16} - \frac{1}{18} = \frac{9-8}{144} = \frac{1}{144} \text{ days.}$$

So, C alone can do the work = **144 days**

Ans: A,B and C together 16 days and separately A= 48 days, B = $\frac{144}{5}$ days, C = 144 days

□Self Task:

48. একটি কাজ ক ও খ একত্রে ১০ ঘন্টায় করতে পারে। খ ও গ সেই কাজ একত্রে ১২ ঘন্টায় এবং ক ও গ সেই কাজ একত্রে ১৫ ঘন্টায় করতে পারে। যদি তারা ৩ জনে একত্রে কাজ করে তবে কত ঘন্টায় কাজটি শেষ হবে? [Karmahangsthan Bank (Officer)-2011(Written)]

✍Solution:

$$(ক+খ) \text{ একত্রে } ১০ \text{ ঘন্টায় করে} = ১ \text{ অংশ} \therefore (ক+খ) \text{ একত্রে } ১ \text{ ঘন্টায় করে} = \frac{১}{১০} \text{ অংশ}$$

$$\text{অনুরূপভাবে, } (খ+গ) \text{ একত্রে } ১২ \text{ ঘন্টায় করে} = \frac{১}{১২} \text{ অংশ} \text{ এবং } (ক+গ) \text{ একত্রে } ১৫ \text{ ঘন্টায় করে} = \frac{১}{১৫} \text{ অংশ}$$

$$\text{এখন, } (ক+খ)+(খ+গ)+(ক+গ) = ২ক+২খ+২গ = ২(ক+খ+গ)$$

$$২(ক+খ+গ) \text{ একত্রে } ১ \text{ ঘন্টায় করে} = \frac{১}{১০} + \frac{১}{১২} + \frac{১}{১৫} = \frac{১}{৪}$$

$$\therefore (ক+খ+গ) \text{ বা } ৩ \text{ জনে একত্রে } ১ \text{ ঘন্টায় করে} = \frac{১}{৪ \times ২} \text{ অংশ} = \frac{১}{৮} \text{ অংশ (বাম পাশের } ২ \text{ এসে নীচে গুণ।)}$$

$$\text{সুতরাং } \frac{১}{৮} \text{ অংশ করে} = ১ \text{ ঘন্টায়} \therefore ১ \text{ বা সম্পূর্ণ অংশ করে} = ১ \times ৮ \text{ ঘন্টায়}$$

উত্তর: ৮ ঘন্টা

49. A and B can do a piece of work in 30 days, while B and C can do the same work in 24 days and C and A in 20 days. They all work together for 10 days when B and C leave. How many days more will A take to finish the work? [Combined 4 Banks (off – Cash)-2018 (Written)] + [PKB-EO-(Cash)-2019-(Written)]

অর্থ: A এবং B একটি কাজ একত্রে ৩০ দিনে, B এবং C একত্রে ২৪ দিনে এবং C এবং A একত্রে ২০ দিনে করতে পারে। তারা সবাই একত্রে ১০ দিন কাজ করার পর B ও C কাজ ছেড়ে চলে যায়। কাজটি শেষ করতে Aএর আরো কতদিন লাগবে?

Solution:

$$(A+B) \text{ can do in 1 day} = \frac{1}{30} \text{ --- (i) } (B+C) \text{ in 1 day} = \frac{1}{24} \text{ -- (ii) \& } (C+A) \text{ in 1 day} = \frac{1}{20} \text{ -- (iii)}$$

[By adding all we get]

$$2(A+B+C) \text{ can do in 1 day} = \frac{1}{30} + \frac{1}{24} + \frac{1}{20} = \frac{4+5+6}{120} = \frac{15}{120} = \frac{1}{8} \text{ part}$$

$$A+B+C \text{ can do in 1 day} = \frac{1}{8 \times 2} = \frac{1}{16} \text{ part}$$

$$\therefore A+B+C \text{ can do in 10 days} = \frac{1 \times 10}{16} = \frac{5}{8} \text{ part} \therefore \text{Work left after 10 days} = 1 - \frac{5}{8} = \frac{8-5}{8} = \frac{3}{8} \text{ part.}$$

Now,

$$A \text{ can do in 1 day} = (A+B+C)'s \text{ 1 day work} - (B+C)'s \text{ 1 day work} = \frac{1}{16} - \frac{1}{24} = \frac{3-2}{48} = \frac{1}{48} \text{ part}$$

$$A \text{ alone can do } \frac{1}{48} \text{ part in 1 day}$$

$$\therefore A \text{ " " " 1 " in} = 48 \text{ days}$$

$$\therefore A \text{ " " " } \frac{3}{8} \text{ " in} = 48 \times \frac{3}{8} = \mathbf{18 \text{ days.}}$$

Ans: 18days

Self Task:

50. কোন কাজ ক ও খ একত্রে ১০ দিনে, খ ও গ ১৫ দিনে এবং ক ও গ ঐ কাজটি ২৫ দিনে করতে পারে তারা একত্রে ৪ দিন কাজ করল। তারপর ক চলে গেল এবং খ ও গ একত্রে ৪ দিন কাজ করল, তারপর খ চলে গেল। গ কত দিনে কাজটি শেষ করবে? [Karmashangsthan Bank(SO) Examination-2011(Written)]

Solution: (সমাধানটি একটু বড় হলেও শেখার আছে অনেক কিছুই)

$$(ক+খ) \text{ ১ দিনে করে কাজটির} = \frac{১}{১০} \text{ ---(১), } (খ+গ) \text{ ১ দিনে করে} = \frac{১}{১৫} \text{ ---(২), } (গ+ক) \text{ ১ দিনে করে} = \frac{১}{২৫} \text{ ---(৩)}$$

$$(ক+খ+খ+গ+গ+ক) \text{ ১ দিনে করে কাজটির} = \left(\frac{১}{১০} + \frac{১}{১৫} + \frac{১}{২৫} \right) \text{ অংশ} = \frac{১৫ + ১০ + ৬}{১৫০} = \frac{৩১}{১৫০} \text{ অংশ}$$

$$\therefore ২(ক+খ+গ) \text{ ১ দিনে করে কাজটির} = \frac{৩১}{১৫০} \text{ অংশ}$$

$$\therefore (ক+খ+গ) \text{ ১ দিনে করে কাজটির} = \frac{৩১}{১৫০ \times ২} \text{ (বামের ২ এসে নিচে গুণ)} = \frac{৩১}{৩০০} \text{ অংশ} \text{ --- (i)}$$

$$\therefore (ক+খ+গ) \text{ ৪ দিনে করে কাজটির} = \frac{৩১ \times ৪}{১৫০ \times ২} = \frac{৩১}{৭৫} \text{ অংশ}$$

$$\text{অবশিষ্ট কাজ} = ১ - \frac{৩১}{৭৫} = \frac{৭৫ - ৩১}{৭৫} = \frac{৪৪}{৭৫} \text{ অংশ (এরপর এই কাজটুকু থেকে কাজ হবে)}$$

$$\text{আবার, } (খ + গ) \text{ ১ দিনে করে} = \frac{১}{১৫} \text{ অংশ}$$

$$\therefore (খ + গ) \text{ ৪ দিনে করে} = \frac{৪}{১৫} \text{ অংশ (২য় অংশে এই কাজটুকু হয়ে গেছে)}$$

প্রথম ৮দিন পর কাজ অবশিষ্ট $\frac{88}{95} - \frac{8}{15} = \frac{88 - 20}{95} = \frac{28}{95} = \frac{৮}{২৫}$ অংশ (এই কাজটুকু গ কে একাকী করতে হবে।)

এখন, (ক + খ) একত্রে ১ দিনে করে = $\frac{১}{১০}$ অংশ - - - (ii) (গ একা ১ দিনে কতটুকু কাজ করে তা বের করতে হবে।)

(i) নং থেকে (ii) সমীকরণ বিয়োগ করে পাই

∴ গ, ১ দিনে করে = $\frac{৩১}{৩০০} - \frac{১}{১০}$ অংশ = $\frac{১}{৩০০}$ অংশ

$\frac{১}{৩০০}$ অংশ একাকী করতে গ কে সময় লাগে = ১ দিন

∴ ১ " " " গ " " " = ৩০০ দিন.

∴ $\frac{৮}{২৫}$ " " " গ " " " = $৩০০ \times \frac{৮}{২৫} = ৯৬$ দিন.

∴ গ বাকি কাজ ৯৬ দিনে শেষ করবে।

উত্তর: ৯৬ দিন।

Payment related:

কে কতদিন কাজ করলো তার উপর ভিত্তি করে মজুরী দেয়া হয় না বরং কাজটির কত অংশ কে করলো তার উপর ভিত্তি করে মজুরী নির্ধারিত হয়।

যেমন: একজন ১০ দিনে একটি কাজের ৫ ভাগের এক ভাগ করলো আরেকজন ৫দিনে কাজটির অর্ধেক করলো এখানে দ্বিতীয় ব্যক্তি বেশি টাকা পাবে। কারণ সে কম দিন কাজ করলেও অধিকাংশ কাজটি করেছে।

51. A, B and C of them working alone can complete a job in 6, 8, 12 days respectively. If all three of them work together to complete a job and earn Tk. 2340 what will be C's share? [Bangladesh Tourism Board (AD) – 2017(Written)]

অর্থ: A, B ও C একা একটি কাজ যথাক্রমে ৬, ৮, ১২ দিনে শেষ করতে পারে। সবাই একসাথে কাজটি করে সর্বমোট ২৩৪০ টাকা আয় করলে C এর অংশ কত হবে ?

Solution:

In 6 days A can do 1 part job

" 1 " A " " $\frac{1}{6}$ part of the job

Similarly

∴ " 1 " B " " $\frac{1}{8}$ part of the job

∴ " 1 " C " " $\frac{1}{12}$ part of the job

A, B and C together can do in 1 day = $\frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{12} = \frac{4+3+2}{24} = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$ part

$\frac{3}{8}$ part is completed in = 1 day.

So, 1 " " " = $\frac{8}{3}$ days (অর্থাৎ প্রত্যেকে এতদিন করে কাজ করেছে।)

Alternative solution:

(এগুলোও ল.সা.গু এর এর নিয়মে সহজে করা যায়।)
প্রতি দিনের কাজের ইউনিট ধরে টাকা দিতে হবে।

Let total work = 24 units (LCM)

Efficiency ratio = 4:3:2

So, C's Share = $2340 \times \frac{2}{9} = \text{Tk. 520}$

Now, in $\frac{8}{3}$ days C have done, $\frac{\frac{8}{3}}{12}$ Part = $\frac{8}{3} \times \frac{1}{12} = \frac{2}{9}$ (এভাবে সবার ১দিনের কাজের উপর $\frac{8}{3}$ দিলে কে কতটুকু কাজ করেছে তা বের হবে, এবং তাদের মোট মজুরী সেই হিসেবে পাবে)

C's share = Tk. 2340 $\times \frac{2}{9}$ (কাজের যত অংশ করেছে টাকার ও তত অংশই পাবে) = Tk. 520 **Ans: Tk. 520.**

✍ **Alternative solution:** (মোট কাজে যে যত অনুপাতে কাজ করবে সে তত অনুপাতে টাকা পাবে)

Ratio of the part of the work done by A, B and C in 1 day = $\frac{1}{6} : \frac{1}{8} : \frac{1}{12}$

A:B:C = $\frac{1}{6} : \frac{1}{8} : \frac{1}{12} = \frac{1}{6} \times 24 : \frac{1}{8} \times 24 : \frac{1}{12} \times 24 = 4:3:2$ (হরগুলোর ল.সা.গু ২৪ দিয়ে গুণ)

Sum of ratio = 4+3+2 = 9 \therefore C will get = Tk. 2340 $\times \frac{2}{9} =$ Tk. 520 **Ans: Tk. 520**

52. A can do a piece of work in 12 days, while B alone can do it in 15 days, with the help of C they can finish it in 5 days. If they are paid Tk. 960 for the whole work, what is the share of A? [Janata & Rupali Bank (Off) –(2016)2020 (Written)]

অর্থ: A একটি কাজ ১২ দিনে করতে পারে, আবার B ঐ কাজটি ১৫ দিনে করতে পারে। C-এর সাহায্য নিয়ে তারা একত্রে ঐ কাজটি ৫ দিনে শেষ করতে পারে। পুরো কাজটির জন্য তাদেরকে ৯৬০ টাকা দেওয়া হলে, A কত টাকা পাবে?

✍ **Solution:**

In 12 days A can do = 1 part,

So, in 1 day A can do = $\frac{1}{12}$ part

Similarly, in 1 day B can do = $\frac{1}{15}$

in 1 day (A+B+C) can do = $\frac{1}{5}$ part

✍ **Alternative Solution:**

Let total work = 60 units (LCM)

Efficiency ratio A:B: (A+B+C) = 5:4:12

\therefore C can do in 1 day = 12 - (5+4) = 3 units

Ratio of A:B:C = 5:4:3

So, A's Share = $960 \times \frac{5}{12} =$ **Tk. 400**

So, in 1 day C alone can do = (A+B+C)'s 1 day work – A's 1 day work – B's 1 day work

= $\frac{1}{5} - \frac{1}{12} - \frac{1}{15} = \frac{12 - 5 - 4}{60} = \frac{3}{60} = \frac{1}{20}$ part

Ratio of 1 day work = A : B : C = $\frac{1}{12} : \frac{1}{15} : \frac{1}{20} = \frac{1}{12} \times 60 : \frac{1}{15} \times 60 : \frac{1}{20} \times 60 = 5 : 4 : 3$

So, out of Tk. 960 A will get, = $960 \times \frac{5}{5+4+3} = 960 \times \frac{5}{12} =$ **Tk.400**

✍ **পরামর্শ:** সমাধানটি এত বড় করবেন, নাকি আরো কম কথায় লিখবেন তা উত্তরপত্রে দেয়া জায়গার উপর নির্ভর করে করবে।

✍ **Alternative solution for MCQ** A পুরো কাজটি একাই করতে পারে ১২ দিনে কিন্তু সে একসাথে ৫ দিন কাজ করায়

সে সম্পূর্ণ কাজটির $\frac{5}{12}$ অংশ করেছে। তাহলে ৯৬০ টাকা থেকে সে $\frac{5}{12}$ অংশ টাকা পাবে। তাই সরাসরি, $960 \times \frac{5}{12} =$ **Tk.400**

☐ Self Task:

53. A can do a work in 10 days, while B alone can do it in 15 days. They work together for 5 days and rest of the work is done by C in 2 days. If they get Tk 4500 for whole work, how should they divide money? [BASIC Bank (Asst. Officer Cash)-2014-(Written)]

অর্থ: A একা একটি কাজ ১০ দিনে করতে পারে আবার B একা ঐ কাজটি ১৫ দিনে করে। তারা একসঙ্গে ৫ দিন কাজ করে এবং বাকী কাজ C একা ২ দিনে সম্পন্ন করে। সম্পূর্ণ কাজের জন্য ৪,৫০০ টাকা দেয়া হলে ঐ টাকা নিজেদের মধ্যে কিভাবে ভাগ করে নেবে ?

✍ Solution:

$$\text{In 1 day A can do} = \frac{1}{10} \text{ part} \quad \therefore \text{in 5 days A can do} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \text{ part}$$

$$\text{Similarly, In 5 days B can do} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3} \text{ part}$$

$$\text{In 5 days (A+B) together can do} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6} \text{ part}$$

$$\text{So, in 2 days C has done} = 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6} \text{ part}$$

$$\text{Now, Share of A} = 4500 \times \frac{1}{2} = \text{Tk. } 2250 \text{ (কাজের } \frac{1}{2} \text{ অংশ করায় টাকারও } \frac{1}{2} \text{ অংশ পাবে।)}$$

$$\text{Share of B} = 4500 \times \frac{1}{3} = \text{Tk. } 1500 \quad \text{Share of C} = \text{Tk. } 4500 \times \frac{1}{6} = 750$$

Ans: A= Tk. 2,250; B =Tk. 1,500 & C= Tk. 750.

✍ LCM Method:

Total work = 30 Ratio of A:B = 3:2
Work done in 5 days is 15 & 10
left 30-25= 5 So, ratio: 15:10:5 = 3:2:1
বাকীটা নিজে করুন।

54. Abdul alone can finish a work in 6 days and Bokul alone in 8 days. Abdul and Bokul undertook to do it for Tk. 3200. With the help of Chinu, they completed the work in 3 days. If the money is to be distributed among them according to the work they have done, how much is to be paid to Chinu? [MTB (Officeer)-2014-(Written)] & [SBAC Bank Ltd. (MTO) -2014 (Written)]

অর্থ: আব্দুল একা একটি কাজ ৬ দিনে শেষ করতে পারে এবং বকুল কাজটি ৮ দিনে শেষ করতে পারে। আব্দুল ও বকুল, চিনুর সাথে মিলে ঐ কাজটি ৩,২০০ টাকায় করবে ঠিক করে এবং তারা ৩ দিনে কাজটি শেষ করে। যদি তারা তাদের কাজের অনুপাতে টাকা ভাগ করে নেয় তাহলে চিনুকে কত টাকা দিতে হবে ?

✍ Solution:

$$\text{In 1 day Abdul can do} = \frac{1}{6} \text{ part} \quad \therefore \text{In 3 days Abdul can do} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ part}$$

$$\text{Similarly in 3 days Bokul can do} = \frac{3}{8} \text{ part.}$$

$$\text{In 3 days Abdul and Bokul together can do} = \frac{1}{2} + \frac{3}{8} = \frac{4+3}{8} = \frac{7}{8} \quad \therefore \text{Remaining} = 1 - \frac{7}{8} = \frac{1}{8}$$

$$\text{So, Chinu can do in 3 days} = \frac{1}{8} \text{ part.}$$

Work done by Abdul :Bokul: Chinu = $\frac{1}{2}, \frac{3}{8}, \frac{1}{8}$ (সবার টাকা চাইলে এই অংশ অনুযায়ী ভাগ হতো)

Chinu's share = $3200 \times \frac{1}{8} = \text{Tk.}400$ ($\frac{1}{8}$ অংশ কাজ তাই টাকাও $\frac{1}{8}$ অংশ পাবে) **Ans: Tk. 400**

- 55. A sum of Tk. 3240 was fixed to complete a work. 54 workers completed the work in 8 days and the sum was divided equally among the workers. If the work was to be completed in 3 days then how much less money each worker would receive compared to when the work is completed in 8 days? [Six Bank-(PO) -2019-(rewritten)]**

অর্থ: একটি কাজের জন্য ৩২৪০ টাকা বরাদ্দ দেয়া হয়েছে কাজটি ৫৪ জন শ্রমিক ৮ দিনে শেষ করায় তাদের মাঝে ঐ টাকা সমানভাবে ভাগ করে দেয়া হলো। যদি কাজটি ৩ দিনে শেষ করা হতো তাহলে প্রতিজন শ্রমিক ৮দিনে কাজটি শেষ করলে যে টাকা পেতো তার থেকে কতটাকা করে কম পাবে?

✍️ Solution:

54 workers receive total = Tk.3240

$$1 \text{ " " " } = \text{Tk.} \frac{3240}{54} = \text{Tk.}60$$

To complete the work in 8 days need = 54 workers

$$\text{" " " " " 1 " " } = 54 \times 8 \text{ workers}$$

$$\text{" " " " " 3 " " } = \frac{54 \times 8}{3} = 144 \text{ workers}$$

Now,

144 workers receive = Tk.3240 (কারণ কম দিনে বেশি লোক কাজ করলেও তাদের বরাদ্দ ৩২৪০ টাকাই)

$$1 \text{ " " " } = \text{Tk.} \frac{3240}{144} = \text{Tk.} 22.5$$

Less amount of money every workers receive = Tk. (60-22.5) = **Tk.37.5** **Ans: Tk.37.5**

□ Self Task:

- 56. A and B can do a piece of work for Tk. 1540. Find the difference between the wages of C and B for the same work If A can do the work in 12 days and B can do the same work in 8 days and with the help of C, A and B can do the same work in 2 days? [sawaal.com]**

✍️ Hints: LCM of 12,8 & 2 = 24 then A:B:(A+B+C) = $\frac{24}{12} : \frac{24}{8} : \frac{24}{2} = 2:3:12$

$$\text{So, } C = (A+B+C) - (A+B) = 12 - (2+3) = 12-5 = 7$$

$$\therefore A:B:C = 2:3:7 \text{ now difference of C \& B} = 7-3 = 4 \text{ and } A+B = 2+3 = 5$$

$$\text{Here 5 units} = 1540 \text{ So, 4 units} = 1540 \times \frac{4}{5} = \text{Tk. } 1232$$

Ans: Tk. 1232

📁 Alternative Time:

Alternative time হলো একই দিনে দুজনে একসাথে কাজ না করে, একজনের পর আরেকজন কাজ করা, অর্থাৎ দুজনে একসাথে কাজ করলে যে কাজটা ১দিনেই শেষ হতো সে কাজটা ভিন্ন ভিন্ন দিনে করায় দিগুণ সময় লাগবে অর্থাৎ ২ দিন লাগবে। নিচের প্রশ্নগুলোর সমাধান দেখুন।

57. 50 daily workers can complete a convert in 40 days. If 30 of them work daily and the rest work in every alternate day. How many more days will be required to complete the project? (৫০ জন নিয়মিত শ্রমিক একটি ড্যাম প্রজেক্টের কাজ ৪০ দিনে শেষ করতে পারবে। যদি তাদের মধ্যে ৩০ জন প্রতিদিন কাজ করে এবং অবশিষ্ট লোকেরা ১দিন পর পর (Alternative = বিকল্প) কাজ করে তাহলে প্রজেক্ট টি শেষ করতে অতিরিক্ত কতদিন সময় লাগবে?) [BB-(AD-General)-2018-(Written)] + [Rupali Bank (Off)—2019-(Written)]

✍️ **Solution:** (Fraction ধরে সমাধান)

Works daily = 30 workers, & works alternative day = 50-30 = 20 workers.

It means 30 workers work every day and rest 20 workers work 1 day after 1 day. (একদিন পর পর)

In first day 30+20 = 50 workers work and in 2nd day only 30 workers work & it continues,

Now,

In, 40 days 50 workers finish = 1 part. (১ম দিন ৫০ জন এবং পরের দিন ৩০জন এর পরের দিন আবার ৫০জন)

“ 1 “ 50 “ “ = $\frac{1}{40}$ part. (এটা ৫০ জনের ১ম দিনের করা কাজের অংশ)

Again,

In, 40 days 50 workers finish = 1 part

“ 1 “ 1 “ “ = $\frac{1}{40 \times 50}$ part. (দিন কমলেও কাজ কম হবে আবার লোক কমলেও কম হবে তাই ভাগ)

“ 1 “ 30 “ “ = $\frac{1 \times 30}{40 \times 50}$ part = $\frac{3}{200}$ part (২য় দিন ৩০ জনে এতটুকু কাজ করেছে।)

So, In first 2 days total work done = $\frac{1}{40} + \frac{3}{200} = \frac{5+3}{200} = \frac{8}{200} = \frac{1}{25}$ (পরের প্রতি ২দিন এভাবে কাজ হবে)

$\frac{1}{25}$ part is done in = 2 days

So, 1 “ “ “ “ = 2×25 = 50 days. More days need = 50- 40 = 10 days. **Ans: 10 days.**

✍️ **Alternative solution:** (x ধরে সমীকরণ সাজিয়ে সমাধান)

Let, Total work will be finished in = x days,

So, 30 workers work for = x days (since they work every day)

and other 50-30 = 20 workers work for $\frac{x}{2}$ days (Since they work 1 day after 1 day)

ATQ, $30x + 20 \times \frac{x}{2} = 50 \times 40$ (30 জনের x দিনের করা কাজ + 20 জনের $\frac{x}{2}$ দিনের করা কাজ = 50 জনের 40 দিনের কাজ)

or, $30x + 10x = 50 \times 40$ or, $40x = 50 \times 40$ ∴ $x = 50$ [dividing by 40]

So, the work will be finished in = 50 days.

Extra days or more days required, = 50-40 = 10 days

Ans: 10 days.

✍️ **Alternative solution:** (কাজের পরিমাণকে ইউনিট ধরে)

Let, 1 worker's 1 day work = 1 unit,

So, 50 worker's 40 days work = $50 \times 40 = 2000$ units.

Total number of units of work to finish the project is = 2000

Now,

30 workers work every day means 1st, 2nd, 3rd, 4th, 5th days (একটানা প্রতিদিন)

20 workers work alternative day means they work in 1st, 3rd, 5th, 7th (১ দিন পর পর)

In, first 2 days

30 workers work = $2 \times 30 = 60$ units. + 20 workers work only first day = 20 units

So, total number of units in first 2 days = $60 + 20 = 80$

80 units finished in = 2 days

$$\therefore 1 \text{ " " " " } = \frac{2}{80} \text{ days}$$

$$\therefore 2000 \text{ " " " " } = \frac{2 \times 2000}{80} = 50 \text{ days. Required } = 50 - 40 = 10 \text{ More days Ans: 10 days.}$$

58. Working alone at their respective constant rates, A can complete a task in 'a' days and B in 'b' days. They take turns in doing the task with each working 2 days at a time. If A starts they finish the task in exactly 10 days. If b starts they take half a day more, how long does it take to complete the task if they both work together? [Gmatclub.com] + [Aggarwal-94-(similar)] + [m4maths.com] + [BSEC (AD)-2021 (Written)]

অর্থ: একটি নির্দিষ্ট গতিতে কাজ করলে A একটি কাজ 'a' দিনে এবং B ঐ কাজটি 'b' দিনে করতে পারে। তারা প্রত্যেকে একসাথে প্রতি ২ দিন পর পর কাজ করে কাজটি শেষ করার জন্য নিলো। কাজটি প্রথমে A শুরু করলে সম্পূর্ণ কাজটি শেষ হতে মোট ১০ দিন সময় লাগে। কিন্তু কাজটি প্রথমে B শুরু করলে সম্পূর্ণ কাজটি শেষ হতে অর্ধেক দিন বেশি সময় লাগে। যদি তারা দু'জনে একসাথে কাজ করে তাহলে সম্পূর্ণ কাজটি শেষ হতে কতদিন সময় লাগবে?

Solution:

In 1 day A can do = $\frac{1}{a}$ Part, Again, in 1 day B can do = $\frac{1}{b}$ Part

If A starts the work the work is finished in 10 days

So, A works alone in 1st, 2nd, 5th, 6th, 9th, & 10th days = 6 days

and B works in 3rd, 4th, 7th & 8th days. = 4 days

$$\text{ATQ, } \frac{6}{a} + \frac{4}{b} = 1 \text{ -----(i) [A এর ৬ দিনের কাজ + B এর অবশিষ্ট ৪ দিনের কাজ = ১ অংশ সম্পূর্ণ কাজ]}$$

If B starts the work the work is finished in 10.5 days

So, B works alone in 1st, 2nd, 5th, 6th, 9th, & 10th days = 6 days

and A works in 3rd, 4th, 7th, 8th & 0.5 day of 11th day = 4.5 days

$$\text{ATQ, } \frac{4.5}{a} + \frac{6}{b} = 1 \text{ [যখন B শুরু করবে তখন A এর ৪.৫ দিন এবং B এর ৬ দিনের কাজ = ১ অংশ কাজ]}$$

Multiplying (i) by 3 and (ii) by 2 we get [প্রতিস্থাপন পদ্ধতির থেকে এভাবে গুণ করে সমাধান সহজ হবে]

$$\frac{18}{a} + \frac{12}{b} = 3 \text{ -----(iii)}$$

$$\frac{9}{a} + \frac{12}{b} = 2 \text{ -----(iv)}$$

$$\frac{9}{a} = 1 \therefore a = 9 \text{ [By (iii)-(iv)]}$$

Putting the value of a in (iv) we get, $1 + \frac{12}{b} = 2$ or, $\frac{12}{b} = 1 \therefore b = 12$

So, (A+B) together can do in 1 day = $\frac{1}{9} + \frac{1}{12} = \frac{4+3}{36} = \frac{7}{36}$ part

Here, $\frac{7}{36}$ part is finished by them in = 1 day

\therefore 1 part is finished by them in = $\frac{36}{7}$ days = $5\frac{1}{7}$ days Ans: $5\frac{1}{7}$ days

শেষের অংশটি এভাবেও করা যায়:

Let they together can finish the work in = x days

ATQ, $\frac{1}{9} + \frac{1}{12} = \frac{1}{x}$ or, $\frac{4+3}{36} = \frac{1}{x}$, or $\frac{7}{36} = \frac{1}{x}$ or, $7x = 36 \therefore x = \frac{36}{7}$ days or, $5\frac{1}{7}$ days

Alternative Solution:

In 1st case the work cycle is $2a + 2b + 2a + 2b + 2a = 6a + 4b$

In 2nd case the work cycle is $2b + 2a + 2b + 2a + 2b + 0.5a = 6b + 4.5a$

ATQ, $6a + 4b = 6b + 4.5a$ [যেহেতু উভয় ক্ষেত্রে একই কাজ করছে তাই কাজের পরিমাণ সমান সমান হবে]

or, $1.5a = 2b$ or, $3a = 4b$

Thus, a:b = 4:3 (অর্থাৎ একদিনে A ৪ একক কাজ করলে B করে ৩ একক কাজ)

So, Total works = $(6 \times 4) + (4 \times 3) = 36$ units

In 1 day both of them work = $4 + 3 = 7$ units

Total time taken = $\frac{36}{7}$ days = $5\frac{1}{7}$ days Ans: $5\frac{1}{7}$ days

Self Task:

59. A and B can complete a piece of work in 12 days and 18 days respectively. A begin to do the work and they alternate on it at a time for one day each. When will the whole work be completed?

অর্থ: A এবং B একটি কাজ যথাক্রমে ১২ এবং ১৮ দিনে শেষ করতে পারে। যদি A একাকী কাজটি করা শুরু করে এবং তারা দু'জনে একদিন পর পর কাজ করে তাহলে সম্পূর্ণ কাজটি কতদিনে শেষ হবে?

Solution:

In 1 day A can do = $\frac{1}{12}$ part, & in 1 day B can do = $\frac{1}{18}$ part

In a pair of day or in 2 days work done by A & B = $\frac{1}{12} + \frac{1}{18} = \frac{3+2}{36} = \frac{5}{36}$ part

So, in 7 pair of day of 14 days work done by A & B = $\frac{5}{36} \times 7 = \frac{35}{36}$ part

So, work left = $1 - \frac{35}{36} = \frac{1}{36}$ part which will be done in 15th day by A alone

Now, A alone can do 1 part in = 12 days

So, A alone can do $\frac{1}{36}$ part in = $12 \times \frac{1}{36} = \frac{1}{3}$ days

So, total days to complete the work is = $14 + \frac{1}{3} = 14\frac{1}{3}$ days

Ans: $14\frac{1}{3}$ days

Alternative Solution:

Let, Total work = 36 [LCM of 12 & 18]

Efficiency ratio of A:B = $\frac{36}{12} : \frac{36}{18} = 3:2$

(1+1) = 2 days work = 3+2 = 5 units

So, (7+7) = 14 days work = $\frac{5 \times 14}{2} = 35$ units ∴ Work left, = 36-35 = 1 unit

Which will be done by A in $\frac{1}{3}$ days Total days = $14 + \frac{1}{3} = 14\frac{1}{3}$ days Ans: $14\frac{1}{3}$ days

Men-Women related:

লিখিত পরীক্ষার জন্য সবথেকে গুরুত্বপূর্ণ নিয়ম। কারণ এই নিয়মের অংকগুলো নিয়মিত আসে। তাই এখানে প্রদত্ত সবগুলো অংক করার সাথে সাথে প্রাকটিস পার্টের এই নিয়মের সবগুলো অংক বুঝে বুঝে সমাধান করে নিতে হবে।

Finding days:

60. 2 men and 3 boys can do a piece of work in 10 days while 3 men and 2 boys can do the same work in 8 days. In how many days can 2 men and 1 boy do the work? [Pubali Bank Ltd. (SO) -2014- (Written)], [Janata AEO Ltd. (Teller) – 2015], [RAKUB(SO)-2015-(Written)] & [BB (Cash)-2015-(Written)]

অর্থ: ২ জন পুরুষ ও ৩ জন বালক একটি কাজ ১০ দিনে করে যখন ৩ জন পুরুষ ও ২ জন বালক ঐ কাজটি ৮ দিনে করতে পারে। ২ জন পুরুষ ও ১ জন বালক কাজটি কয়দিনে করতে পারবে ?

Solution: (সমীকরণের একটির সাথে অন্যটির সমন্বয় করে প্রশ্নের চাহিদা অনুসারে মান বের করে সমাধান)

$$2 \text{ men} + 3 \text{ boys in 1 day can do} = \frac{1}{10} \text{ part} \text{ -----(i)}$$

$$\text{Again, } 3 \text{ men} + 2 \text{ boys in 1 day can do} = \frac{1}{8} \text{ part} \text{ -----(ii)}$$

By (i) + (ii) we get,

$$5 \text{ men} + 5 \text{ boys can do in 1 day} = \frac{1}{10} + \frac{1}{8} = \frac{4+5}{40} = \frac{9}{40} \text{ part}$$

$$\therefore (1 \text{ man} + 1 \text{ boy}) \text{ can do in 1 day} = \frac{9}{40 \times 5} = \frac{9}{200} \text{ part} \text{ -----(iii)}$$

Now, by (ii) – (iii) we get

$$3 \text{ men} + 2 \text{ boys in 1 day can do} = \frac{1}{8} \text{ part}$$

$$1 \text{ man} + 1 \text{ boy in 1 day can do} = \frac{9}{200} \text{ part}$$

$$2 \text{ men} + 1 \text{ boy can do in 1 day} = \frac{1}{8} - \frac{9}{200} = \frac{25-9}{200} = \frac{16}{200} = \frac{2}{25} \text{ part}$$

So, $\frac{2}{25}$ part is done by 2 men & 1 boy in = 1 day

$$\therefore 1 \text{ " " " " 2 " & 1 " " } = \frac{25}{2} = \mathbf{12.5 \text{ days.}}$$

Ans: 12.5 days

Alternative Solution : (প্রতি জনের আলাদা করে কাজের মান বের করে সমাধান)

Let, 1 Man's 1 day's work = x & 1 boy's 1 day's work = y

According to question,

$$2x+3y = \frac{1}{10} \dots\dots(i) \text{ and } 3x+2y = \frac{1}{8} \dots\dots(ii)$$

By (i)×3 & (ii)×2 we get,

$$6x+9y = \frac{3}{10} \dots\dots(i)$$

$$6x+4y = \frac{2}{8} \dots\dots(ii)$$

$$5y = \frac{3}{10} - \frac{2}{8} = \frac{12-10}{40} = \frac{2}{40} = \frac{1}{20} \therefore y = \frac{1}{20 \times 5} = \frac{1}{100}$$

Putting the value of y in (i) we get,

$$2x+3 \times \frac{1}{100} = \frac{1}{10} \Rightarrow 2x = \frac{1}{10} - \frac{3}{100} \Rightarrow 2x = \frac{10-3}{100} \therefore x = \frac{7}{100 \times 2} = \frac{7}{200}$$

$$\text{Now, 2 men \& 1 boy can do in 1 day} = 2x+y = 2 \times \frac{7}{200} + \frac{1}{100} = \frac{7}{100} + \frac{1}{100} = \frac{8}{100} = \frac{2}{25} \text{ part}$$

So, $\frac{2}{25}$ part is done by 2 men & 1 booy in = 1 day

$$\therefore 1 \text{ " " " " 2 " \& 1 " " } = \frac{25}{2} = \mathbf{12.5 \text{ days.}}$$

Ans: 12.5 days

Alternative Solution : (এই নিয়মটা সবথেকে সহজ কারণ এভাবে ভগ্নাংশ না আসায় খুব দ্রুত সমাধান করা যায়)

(2 men + 3 boys)'s 10 days work = (3 men + 2 boys)'s 8 days work

(20 men + 30 boys)'s 1 days work = (24 men + 16 boys)'s 1 days work

20men - 24men = 16 boys-30 boys

4 men = 14 boys

1 man = $\frac{14}{4}$ boys

1×2 men = $\frac{14}{4} \times 2 = 7$ boys (অর্থাৎ বোঝা গেল যে ২ জন পুরুষ = ৭ জন বালক, এটা ধরেই পরের কাজ।)

\therefore 2 men + 3 boys = 7 boys + 3 boys = 10 boys (২পু এবং ৩ বালক মিলে একত্রে ১০ বালকের সমান।)

and 2 men + 1 boy = 7 boys + 1 boy = 8 boys(২পু এবং ১ বালক মিলে একত্রে ৮ বালকের সমান।)

10 boys can do the work in = 10 days

$$\therefore 1 \text{ " " " " " " " } = 10 \times 10 \text{ days.}$$

$$\therefore 8 \text{ " " " " " " " } = \frac{10 \times 10}{8} = 12.5 \text{ days}$$

Ans: 12.5 days

61. 4 men and 6 women can complete a work in 8 days, while 3 men and 7 women can complete it in 10 days. In how many days will 10 Women complete it. [Basic Bank- (AM)-2018]

অর্থ: ৪ জন পুরুষ এবং ৬ জন মহিলা যে কাজ ৮ দিনে করতে পারে একই কাজ ৩জন পুরুষ এবং ৭জন মহিলা ১০ দিনে করতে পারে। ১০ জন মহিলা ঐ কাজটি কতদিনে করতে পারবে?

Solution:

Let, 1 Man's 1 day's work = x & 1 Woman's 1 day's work = y

According to question,

$$4x+6y = \frac{1}{8} \dots\dots(i) \quad \text{and} \quad 3x+7y = \frac{1}{10} \dots\dots(ii)$$

(i)×3 & (ii)×4 we get,

$$12x+18y = \frac{3}{8} \dots\dots(iii) \quad \text{and} \quad 12x+28y = \frac{4}{10} \dots\dots(iv)$$

$$\text{Subtracting (iii) from (iv), we get, } 10y = \frac{4}{10} - \frac{3}{8} \Rightarrow 10y = \frac{16-15}{40} \Rightarrow 10y = \frac{1}{40}$$

So, 10 woman's 1 day's work = $10y = \frac{1}{40}$ (১০ জনে ১ দিনে $\frac{1}{40}$ অংশ করতে পারলে ১ অংশ করতে ৪০ দিন)

So, 10 Women can do the work in 40 days

Ans: 40days

Easy way:

(এই নিয়মটি হলো সবাইকে এক জাতীয় বানিয়ে তারপর সাধারণ ঐকিকের মত হিসেব। দ্রুত করার জন্য সহজ নিয়ম)

(4men + 6 women) × 8 = (3men + 7 women) × 10 [যেহেতু প্রথমে ৮দিন এবং পরে ১০ দিন তাই গুণ]

$$\therefore 32\text{men} + 48\text{women} = 30\text{men} + 70\text{women}$$

or, 2men = 22women

So, 1 man = 11 women. [এভাবে পুরুষ মহিলার অনুপাত বা তুলনা বের করা যায় ১ জন পুরুষ ১১ জন মহিলার সমান]

Now,

4men + 6 women = 44women + 6 women = 50 (সবাইকে মহিলা বানানো হয়েছে যাতে একজাতীয় হয়)

50 women need = 8 days (প্রশ্নর শুরুতে বলা আছে)

$$\therefore 10 \text{ '' '' } = \frac{50 \times 8}{10} = 40 \text{ days.}$$

Ans: 40days

Self Task:

62. 2 men and 7 boys can do a piece of work in 14 days; 3 men and 8 boys can do the same in 11 days. Then, 8 men and 6 boys can do three times the amount of this work in :

[Uttara Bank (PO)-2017]

Ans:21

[Hints: (2×14) men + (7×14)boy = (3×11) men + (8×11)boy এর উপরের নিয়মে করুন]

63. 16 women take 12 days to complete a work which can be completed by 12 men in 8 days. 16 men started working and after 3 days 10 men left and 4 women joined them. How many days will they take to complete the remaining work? [Janata Bank (AEO-Teller)-2020 (Written)]

অর্থ: ১২ জন পুরুষ যে কাজটি ৮ দিনে করতে পারে, ১৬ জন মহিলা সেটি ১২ দিনে করে। ১৬ জন পুরুষ কাজটি শুরু করার ৩দিন পর ১০ জন পুরুষ চলে যায় এবং ৪ জন মহিলা তাদের সাথে যোগ দেয়। বাকী কাজটি করতে তাদের কত দিন লাগবে?

Solution:

In 8 days 12 men can do = 1 part

$$\therefore \text{“ 1 day 1 man “ “} = \frac{1}{12 \times 8} = \frac{1}{96} \text{ part}$$

$$\therefore \text{“ 3 “ 16 “ “ “} = \frac{1 \times 16 \times 3}{96} = \frac{1}{2} \text{ part}$$

$$\text{So, after 3 days work left} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \text{ part}$$

Since 10 men left, remaining man = 16 - 10 = 6 men

$$\text{So, in 1 day, 6 man can do} = \frac{1 \times 6}{96} = \frac{1}{16} \text{ part}$$

Again,

In 12 days 16 women can do = 1 part

$$\therefore \text{“ 1 day 1 woman “ “} = \frac{1}{16 \times 12} \text{ part}$$

$$\therefore \text{“ 1 “ 4 women “ “} = \frac{4}{16 \times 12} = \frac{1}{48} \text{ part}$$

$$\therefore \text{(6 man + 4 woman) together can do} = \left(\frac{1}{16} + \frac{1}{48} \right) = \frac{4}{48} = \frac{1}{12} \text{ part in} = 1 \text{ days}$$

$$\text{“ “ “ “} = 1 \text{ part in} = 12 \text{ days}$$

$$\text{“ “ “ “} = \frac{1}{2} \text{ part in} = 12 \times \frac{1}{2} = 6 \text{ days} \quad \text{Ans: 6}$$

Alternative Solution:

Here, 12 men \times 8 days = 16 women \times 12 days

\therefore 1 man = 2 women

In 8 days 12 men can do = 1 part

$$\therefore \text{“ 1 day 1 man “ “} = \frac{1}{12 \times 8} = \frac{1}{96} \text{ part}$$

$$\therefore \text{“ 3 “ 16 “ “ “} = \frac{1 \times 16 \times 3}{96} = \frac{1}{2} \text{ part} \quad \therefore \text{Work left} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \text{ part}$$

Remaining workers = 6 men + 4 women or, 6 men + 2 men = 8 men (Since 2 women = 1 man)

1 man can complete $\frac{1}{96}$ part in = 1 day

$$\therefore \text{8 men can complete} \frac{1}{2} \text{ part in} = \frac{96}{8} \times \frac{1}{2} = 6 \text{ days}$$

Ans: 6 days

☞ Finding men & women:

64. 6 men can complete a piece of work in 12 days. 8 women can complete the same piece of work in 18 days whereas 18 children can complete the piece of work in 10 days. 4 men, 12 women and 20 children work together for 2 days. If only men were to complete the remaining work in 1 day how many men would be required totally? [Combined 4 Bank-(Officer)-2019(Written)]

অর্থ: ৬ জন পুরুষ একটি কাজ ১২ দিনে করতে পারে, একই কাজ ৮ জন মহিলা ১৮ দিনে এবং ঐ কাজটি ১৮ জন শিশু ১০ দিনে করতে পারে। ৪ জন পুরুষ, ১২ জন মহিলা এবং ২০ জন শিশু একত্রে ২দিন কাজ করার পর অবশিষ্ট কাজটুকু ১ দিনের মধ্যে শেষ করতে কতজন পুরুষ লাগবে?

☞ **Solution:** (প্রথমে ১ জনের ১দিনে কাজ বের করলে যত জন ই থাক বের করা যাবে)

In 12 days 6 men can do = 1 part (whole work)

$$∴ 1 \text{ " 1 man " " } = \frac{1}{12 \times 6} = \frac{1}{72} \text{ part of the work}$$

Similarly,

In 18 days 8 women can do = 1 part (whole work)

$$∴ 1 \text{ " 1 woman " " } = \frac{1}{18 \times 8} = \frac{1}{144} \text{ part of the work}$$

Again,

In 10 days 18 children can do = 1 part (whole work)

$$∴ 1 \text{ " 1 children " " } = \frac{1}{18 \times 10} = \frac{1}{180} \text{ part of the work}$$

Now,

In 1 day, 4 men, 12 women and 20 children can do (১জনের জায়গায় যত জন আসবে তা উপরে বসবে)

$$\frac{4}{72} + \frac{12}{144} + \frac{20}{180} = \frac{1}{18} + \frac{1}{12} + \frac{1}{9} = \frac{2+3+4}{36} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} \text{ part of the work}$$

$$\text{So, in 2 days all of them have done} = \frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{2} \text{ part of the work}$$

$$\text{Remaining work} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \text{ part of the work}$$

Now,

$$\text{In 1 day } \frac{1}{72} \text{ of the work can be done by} = 1 \text{ man [যেহেতু Men এর সংখ্যা বের করতে বলেছে]}$$

$$∴ \text{ " 1 " } \frac{1}{2} \text{ " " " " " " " " " } = 72 \times \frac{1}{2} = 36 \text{ men}$$

Ans: 36 men

65. 12 men can complete a piece of work in 36 days. 18 women can complete the same piece of work in 60 days. 8 men and 20 women work together for 20 days. If only women were to complete the remaining piece of work in 4 days, how many women would be required? [Sonal Bank-(Off: FF-quota)-2019-(Written)]

অর্থ: ১২ জন পুরুষ একটি কাজ ৩৬ দিনে করতে পারে, ১৮ জন মহিলা একই কাজ ৬০ দিনে করতে পারে। ৮ জন পুরুষ এবং ২০ জন মহিলা একত্রে কাজটির কিছু অংশ ২০ দিনে করলো, এরপর অবশিষ্ট কাজ যদি শুধু মহিলাদেরকে ৪ দিনে শেষ করতে হয় তাহলে কতজন মহিলা লাগবে?

Solution:

12 men can do in 36 days = 1 part

$$\therefore 1 \text{ " " " " " 1 " } = \frac{1}{12 \times 36} \text{ part}$$

$$\therefore 8 \text{ " " " " " 20 " } = \frac{1 \times 8 \times 20}{12 \times 36} = \frac{10}{27} \text{ part}$$

18 women can do in 60 days = 1 part.

$$\therefore 1 \text{ " " " " " 1 " } = \frac{1}{18 \times 60}$$

$$\therefore 20 \text{ " " " " " 20 " } = \frac{1 \times 20 \times 20}{18 \times 60} = \frac{10}{27} \text{ part.}$$

$$\text{So, in first 20 days work completed} = \frac{10}{27} + \frac{10}{27} = \frac{20}{27} \text{ part.}$$

$$\text{Remaining work} = 1 - \frac{20}{27} = \frac{7}{27}$$

1 part is completed in 60 days by = 18 women

$$\therefore 1 \text{ " " " " " 1 day " } = 18 \times 60 \text{ "}$$

$$\therefore \frac{7}{27} \text{ " " " " " 4 days " } = \frac{18 \times 60}{4} \times \frac{7}{27} = 70 \text{ women.}$$

Ans: 70 women.

66. Twenty-four men can complete a work in sixteen days. Thirty-two women can complete the same work in twenty-four days. Sixteen men and sixteen women started working and worked for twelve days. How many more men are to be added to complete the remaining work in 2 days ? [Pubali Bank (SO)-2017 (Written)]

অর্থ: ২৪ জন পুরুষ একটি কাজ ১৬দিনে করতে পারে একই কাজটি ৩২ জন মহিলা ২৪ দিনে করতে পারে। ১৬ জন পুরুষ ও ১৬ জন মহিলা একসাথে ১২ দিন কাজ করলো। অবশিষ্ট কাজটি ২ দিনে শেষ করতে আরো কতজন অতিরিক্ত পুরুষ লাগবে?

Solution:

$$1 \text{ man's 1 day's work} = \frac{1}{24 \times 16} = \frac{1}{384} \text{ Part}$$

$$\text{and 1 woman's 1 day's work} = \frac{1}{32 \times 24} = \frac{1}{768} \text{ Part}$$

$$\text{Work done in 12 days by 16 men \& 16 women} = 12 \times \left(\frac{16}{384} + \frac{16}{768} \right) = 12 \times \frac{3}{48} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \text{Remaining work} = \left(1 - \frac{3}{4} \right) = \frac{1}{4} \text{ Part}$$

$$\text{Now, Work done in 2 days by 16 men \& 16 women} = 2 \times \left(\frac{16}{384} + \frac{16}{768} \right) = 2 \times \frac{1}{16} = \frac{1}{8} \text{ Part}$$

Then, remaining work = $\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{8}\right) = \frac{1}{8}$ Part

Now $\frac{1}{384}$ part is done in 1 day by = 1 man.

$\therefore \frac{1}{8}$ part will be done in 2 days by = $384 \times \frac{1}{8} \times \frac{1}{2} = 24$ men. **Ans: 24 men**

□ **Self Task:**

67. 12 men can complete a piece of work in 4 days, while 15 women can complete the same work in 4 days. 6 men start working on the job and after working for two days, all of them stop working. How many women should be put on the job to complete the remaining work, if it is to be completed in 3 days? [toppr.com]

অর্থ: ১২ জন পুরুষ একটি কাজ ৪ দিনে শেষ করে যেখানে ১৫ জন মহিলা ঐ কাজটি ৪দিনে শেষ করতে পারে। ৬ জন পুরুষ কাজ শুরু করার ২ দিন পরে সবাই কাজ বন্ধ করে দেয়। ৩ দিনে বাকি কাজ শেষ করতে কতজন মহিলাকে নিয়োগ দিতে হবে?

✍ **Solution:**

12 men can complete the work in = 4 days

\therefore 1 man's 1 day's work = $\frac{1}{4 \times 12} = \frac{1}{48}$

\therefore 6 men's 2 day's work = $\frac{6 \times 2}{48} = \frac{1}{4}$ So, remaining work = $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

15 women can complete the same work in 4 days

1 woman's 1 day's work = $\frac{1}{4 \times 15} = \frac{1}{60}$

Now, $\frac{1}{60}$ work is done in 1 day by = 1 woman.

So $\frac{3}{4}$ work will be done in 3 days by = $(60 \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{3}) = 15$ women. **Ans: 15 women.**

68. 2 men and 5 women completed 1/4th of a job in 3 days. After that another man joined them and they all complete the next 1/4th of the job in 2days. How many men can complete the whole job in 4 days? [BB (AD)-2014, PKSF (Asst. Manager)-2009, NCC Bank (Officer)-2002(Written)] & [Pubali Bank (JO)-2013(written)]+ [examveda.com]

অর্থাৎ: ২ জন পুরুষ এবং ৫ জন মহিলার একটি দল ৩ দিনে কোন কাজের এক - চতুর্থাংশ শেষ করে। অপর একজন মানুষ তাদের সাথে যোগ দেয়ায় পরবর্তী ২ দিনে কাজটির আরো এক - চতুর্থাংশ সম্পন্ন হলো। কতজন পুরুষ ৪ দিনে সম্পূর্ণ কাজটি শেষ করতে পারবে?

✍ **Solution:**

(2 men + 5 Women) can do in 3 days = $\frac{1}{4}$ part.

\therefore " " " " " 1 " = $\frac{1}{4 \times 3} = \frac{1}{12}$ ----- (i)

After joining 1 man

$$(2+1) = 3 \text{ men} + 5 \text{ Women can do in 2 days} = \frac{1}{4} \text{ part.}$$

$$\therefore (3 \text{ men} + 5 \text{ Women) can do in 1 day} = \frac{1}{8} \text{ part.} \dots\dots\dots (ii)$$

By subtracting (i) from (ii)

$$\therefore 1 \text{ man can do in 1 day } \frac{1}{8} - \frac{1}{12} = \frac{3-2}{24} = \frac{1}{24} \quad [3m+5w - (2m+5w) = 1m \text{ in 1 day}]$$

$$\therefore 1 \text{ man can do the whole work in } = 24 \text{ days}$$

So, for 24 days required = 1 man. (যেহেতু কাজটি ২৪ দিনে না হয়ে ৪ দিনে হয়েছে অর্থ লোক বেশি লাগবে)

$$“ \quad 1 \quad “ \quad “ \quad = 1 \times 24 = 24 \text{ men.}$$

$$“ \quad 4 \quad “ \quad “ \quad = 24 \div 4 = 6 \text{ men}$$

Ans: 6 men

□Self Task:

69. 2 men and 3 women completed 1/4th of a job in 3 days. After that another man joined them and they all complete the next 1/4th of the job in 2days. How many men can complete the whole job in 4 days? [One Bank (SCO)- 2018-(Written)]

Ans: 6 men

[Hints: এই প্রশ্নটি 3 women দিয়ে আসলেও আগের প্রশ্নটির সাথে ছবছ মিল থাকায় একই নিয়মে একই উত্তর হবে কারণ ১ জন পুরুষ যোগ করার পর ৩জন পুরুষ ও ৩জন মহিলা থেকে ২জন পুরুষ ও ৩ জন মহিলা বিয়োগ করলে ১জন পুরুষ থাকবে]

70. 4 men and 10 women were put on a work. They completed 1/3 of the work in 4 days. After this 2 men and 2 women were increased. They completed 2/9 more of the work in 2 days. If the remaining work is to be completed in 3 days, then how many more women must be increased? [competoid.com]

অর্থ: একটি কাজের জন্য ৪ জন পুরুষ এবং ১০ জন মহিলা রাখা হয়েছিল। তারা ৪ দিনে ১/৩ অংশ কাজ শেষ করে। পরবর্তীতে ২ জন পুরুষ ও ২ জন মহিলা বর্ধিত করা হলো যারা পরবর্তী ২ দিনে আরো ২/৯ অংশ কাজ শেষ করল। অবশিষ্ট কাজ ৩ দিনে শেষ করার জন্য তাদের সাথে কতজন মহিলা বৃদ্ধি করতে হবে?

✍Solution:

$$(4 \text{ men} + 10 \text{ women) can do in 4 days} = \frac{1}{3} \text{ part}$$

$$\therefore (4 \text{ men} + 10 \text{ women) " " " 1 " = \frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{12} \text{ part} \dots\dots\dots(i)$$

$$\text{Again, (6 men} + 12 \text{ women) can do in 2 days} = \frac{2}{9} \text{ part}$$

$$\therefore (6 \text{ men} + 12 \text{ women) " " " 1 " = \frac{2}{9 \times 2} = \frac{1}{9} \text{ part} \dots\dots\dots(ii)$$

$$\therefore (6 \text{ men} + 12 \text{ women) " " " 3 " = \frac{3}{9} \text{ part} \dots\dots\dots(iii) \text{ [সর্বশেষ ৩ দিনের কাজ]}$$

$$\text{Work done in first (4+2) = 6 days} = \frac{1}{3} + \frac{2}{9} = \frac{3+2}{9} = \frac{5}{9} \text{ part} \therefore \text{Left} = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9} \text{ part}$$

$$\text{From equation (iii) in last 3 days work done by 6 men \& 12 women} = \frac{3}{9} \text{ part}$$

$$\text{So, at last work left} = \frac{4}{9} - \frac{3}{9} = \frac{1}{9} \text{ part. which will be done by only women.}$$

Now, By (i)×3 – (ii)× 2 we get

$$(12 \text{ men} + 30 \text{ women}) \text{ in } 1 \text{ day} = \frac{3}{12} \text{ part}$$

$$(12 \text{ men} + 24 \text{ women}) \text{ in } 1 \text{ day} = \frac{2}{9} \text{ part}$$

$$6 \text{ women can do in } 1 \text{ day} = \frac{3}{12} - \frac{2}{9} = \frac{1}{36} \text{ part}$$

$$1 \text{ " " " " " } 1 \text{ " " } \frac{1}{36 \times 6} = \frac{1}{216} \text{ part}$$

Now,

$$\frac{1}{216} \text{ part is done in } 1 \text{ day by } = 1 \text{ woman}$$

$$\therefore 1 \text{ " " " " " } 1 \text{ " " } = 216 \text{ women}$$

$$\therefore \frac{1}{9} \text{ " " " " " } 3 \text{ days " " } = \frac{216}{9 \times 3} = \mathbf{8 \text{ women}}$$

Ans: 8 women

Alternative Solution:

Let 1 man's 1 day's work = x. And 1 woman's 1 day's work = y

$$\text{Then, } 4 \times (4x + 10y) = \frac{1}{3} \Rightarrow 4x + 10y = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12} \therefore 2x + 5y = \frac{1}{12 \times 2} = \frac{1}{24} \dots\dots(i)$$

$$\text{And, } 2(6x + 12y) = \frac{2}{9} \Rightarrow 6x + 12y = \frac{2}{9} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{9} \therefore 2x + 4y = \frac{1}{9 \times 3} = \frac{1}{27} \dots\dots(ii)$$

$$\text{Subtracting (ii) from (i), we get: } y = \frac{1}{24} - \frac{1}{27} = \frac{1}{216}$$

$$\text{Now, } (6 \text{ men} + 12 \text{ women})\text{'s } 3 \text{ days work} = \left(\frac{1}{9} \times 3\right) = \frac{1}{3} \text{ [শেষের ৩ দিনে আগের লোকগুলোও থাকবে]}$$

$$\text{Work completed} = \frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \frac{1}{3} = \frac{8}{9} \therefore \text{Remaining work} = \left(1 - \frac{8}{9}\right) = \frac{1}{9} \text{ [এই কাজের জন্য অতি:লোক লাগবে]}$$

$$1 \text{ woman's } 3 \text{ days' work} = \left(\frac{1}{216} \times 3\right) = \frac{1}{72} \text{ [যেহেতু অতি: মহিলারা শেষের ঐ ৩ দিনের মধ্যেই কাজ করবে]}$$

$$\text{In } 3 \text{ days, } \frac{1}{72} \text{ work is done by } = 1 \text{ woman.}$$

$$\therefore \text{In } 3 \text{ days, } \frac{1}{9} \text{ work is done by } \left(72 \times \frac{1}{9}\right) = \mathbf{8 \text{ women}}$$

Ans: 8 women



Practice Part

পরামর্শ :

যেহেতু একই নিয়মের প্রচুর অংকের একাধিক নিয়মে সমাধান এর আগে করে এসেছেন তাই প্রাকটিস পার্টের সমাধানগুলো অল্প কথায় এবং একটি মাত্র নিয়মে সমাধান দেয়া হলো। প্রয়োজনে উপরের একই নিয়মের অংকের সমাধান দেখে নিজের মত করে সাজিয়ে লিখতে পারেন।

Easy Part:

1. Three printing presses, R,S &T,working together at their respective constant rates,can do a certain printing job in 4 hours. S & T, working together at their respective constant rates, can do the same job in 5 hours. How many hours would it take R, working alone at its constant rate,to do the same job? *[GMAT CIUB]*
2. A does 80% of a work in 20 days. He then calls in B and they together finish the remaining work in 3 days. How long B alone would take to do the whole work? *[indiabix.com]*
3. P can finish a work in 18 days. Q can finish the same work in 15 days. Q worked for 10 days and left the job. how many days does P alone need to finish the remaining work? *[Examveda.com]*
4. A can do a piece of work in 14 days which B can do in 21 days .They begin together but 3 days before completion of the work , A leaves off. How many days A and B work together? *[quora.com]*
5. P can do a work in 24 days. Q can do the same work in 9 days and R can do the same in 12 days. Q and R start the work and leave after 3 days. P finishes the remaining work in days. *[brainly.com]*
6. A can complete a piece of work in 18 days, B in 20 days and C in 30 days, B and C together start the work and forced to leave after 2 days. The time taken by A alone to complete the remaining work is: *[Examveda.com]*
7. A and B can do a work in 12 days. B and C can do it is 15 days, and A and C can do it in 20 days. If all of them work together, in how many days they can finish the work?
8. A can do a piece of work in 4 hours . A and C together can do it in just 2 hours, while B and C together need 3 hours to finish the same work. B alone can complete the work in hours. *[quora.com]*
9. P and Q need 8 days to complete a work. Q and R need 12 days to complete the same work. But P, Q and R together can finish it in 6 days. How many days will be needed if P and R together do it? *[brainly.com]*
10. A, B and C together can do a piece of work in 40 days. After working with B and C for 16 days, A leaves and then B and C complete the remaining work in 40 days more. A alone could do the work in. *[quora.com]*

Medium Part:

11. A can do a certain work in the same time in which B and C together can do it. If A and B together could do it in 20 days and C alone in 60 days, then B alone could do it in: *[quora.com]*
12. A can do a certain work in the same time in which B and C together can do it. If A and B together could do it in 10 days and C alone in 50 days, then B alone could do it in: *[quora.com]*
13. X can complete a certain work in the same time in which Y and Z together can do it, If X and Y together can finish it in 10 days and Z alone in 15 days, then Y alone can do it in? *[UCBL (AO)-2018 (Written)]*
14. Madhu takes twice as much time as Uma to complete a work and Rahul does it in the same time as Madhu and Uma together. If all three working together can finish the work in 6 days, then the time taken by Madhu to finish the work is *[Examveda.com]*
15. A, B and C can complete a piece of work in 10, 12 and 15 days respectively. A left the work 5 days before the work was completed and B left 2 days after A had left. Number of days required to complete the whole work was *[competoid.com]*
16. Sekar, Pradeep and Sandeep can do a piece of work in 15 days. After all the three worked for 2 days, Sekar left. Pradeep and Sandeep worked for 10 more days and Pradeep left. Sandeep worked for another 40 days and completed the work. In how many days can Sekar alone complete the work if Sandeep can complete it in 75 days? *[affairscloud.com]*
17. Two workers A and B are engaged to do a work. A working alone takes 8 hours more to complete the job than if both worked together. If B worked alone, he would need $4\frac{1}{2}$ hours more to complete the job than they both working together. What time would they take to do the work together? *[Examveda.com]*
18. A man and a boy received Tk. 800 as wages for 5 days for the work they did together. The man's efficiency in the work was three times that of the boy. what are the daily wages of the boy? *[competoid.com]*
19. A and B undertake a project worth Tk. 54000. A alone can do the work in 10 days. They work together for 3 days. After 3 days, B works alone for 3 days and A completes the remaining work in 3 more days. What is the share of B in the earnings? *[doubtnut.com]*
20. A can do a piece of work in 10 days, B in 15 days. They work together for 5 days, the rest of the work is finished by C in two more days. If they get Tk. 3000 as wages for the whole work, what are the daily wages of A, B and C respectively (in Tk.) *[sawaal.com]*

Hard Part:

যারা উপরের সবগুলো অংক ভালোভাবে সমাধান করতে পারবেন শুধু তারাই এই অংশের অংকগুলোর সমাধান করবেন। এগুলো পরীক্ষায় আসতে পারে না ও আসতে পারে। তবে কঠিন অংকের সমাধান ভালোভাবে করতে পারলে অন্যগুলো অনেক সহজ মনে হবে।

21. A can do a piece of work in 90 days, B in 40 days and C in 12 Days. They work for a day each in turn i.e., first day A does it alone, B does it the second day and C the third day. After that A does it for another day and so on. After finishing the work they get Tk. 240. If the wages are divided in proportion to the work done by them, find what each will get? [*Examveda.com*]
22. A can build a wall in 10 days, working alone, B can build the same wall in 20 days, working alone and C can break the entire built wall in 8 days, working alone. The three of them work alone on the wall on successive days with A working on first day, B on second day and C on third day and the cycle then repeats. In how many days will the wall be built for the first time? [*gmatclub.com*]
23. 6 men and 8 women can complete a work in 10 days. 26 men and 48 women can finish the same work in 2 days. 15 men and 20 women can do the same work in - days? [*sawaal.com*] & [*quora.com*]
24. 16 men can finish a piece of work in 49 days. 14 men started working and in 8 days they could finish certain amount of work. if it is required to finish the remaining work in 24 days, how many more men should be added to the existing workforce? [*doubtnut.com*]
25. P, Q and R can do a job in 36, 54 and 72 days respectively. All three of them started doing the job together but before the completion of the job, P and Q left the job on two different days. It was found that P worked there 8 days less than the number of days R worked, and Q worked 4 days less than P. After P and Q left, R continued working alone, and finished the job. For how many days did R work in the job? [*Examveda.com*]
26. 12 men can complete a work in 8 days. 16 women can complete the same work in 12 days. 8 men and 8 women started working and worked for 6 days. How many more men are to be added to complete the remaining work in 1 day? [*quora.com*]
27. 9 children can complete a piece of work in 360 days, 18 men can complete the same piece of work in 72 days and 12 women can complete it in 162 days. In how many days can 4 men, 12 women and 10 children together complete the piece of work? [*competoid.com*]
28. The ratio of efficiency of A is to C is 5:3. The ratio of number of days taken by B is to C is 2:3. A takes 6 days less than C, when A and C completes the work individually. B and C started the work and left after 2 days. The number of days taken by A to finish the remaining work is: [*sawaal.com*]
29. A is twice efficient as B. A and B together do the same work in as much time as C and D can do together. If the ratio of the number of alone working days of C to D is 2:3 and if B worked 16 days more than C then no of days which A worked alone? [*affairscloud.com*]

30. The work done by a woman in 8hrs is equal to the work done by a man in 6 hrs and by a boy in 12hrs. if working 6hrs per day 9 men can completed a work on 6 days, then in how many days can 12 men, 12women and 12 boys together finish the same, working 8 hrs per day? [Examveda.com]
31. A child can do a piece of work 15 hours slower than a woman. The child works for 18 hours on the job and then the woman takes charge for 6 hours. In this manner $\frac{3}{5}$ of the work can be completed. To complete the job now, how much time will the woman take? [quora.com]
32. A, B and C can independently do a work in 15 days, 20 days and 30 days respectively. They work together for sometime after which C leaves. A total of tk 18000 is paid for the work and B gets Tk.6000 more than C. For how many days did A work? [doubtmut.com]+[gmatclub.com]

=====X=====X=====X=====X=====X=====X=====

Answer & Solution

1. অর্থ: তিনটি প্রিন্টিং প্রেস, R,S এবং T তাদের নিজস্ব গতিতে কাজ করে একটি নির্দিষ্ট মুদ্রণ কাজ ৪ ঘন্টার মধ্যে শেষ করে। S এবং T তাদের নিজস্ব গতিতে একত্রে কাজ করে ঐ একই কাজটি ৫ ঘন্টায় করতে পারে। R কে তার নিজস্ব গতিতে ঐ কাজটি শেষ করতে কত ঘন্টা সময় লাগবে?

✍️ **Solution:**

In 1 hr (R+S+T) can do = $\frac{1}{4}$ part, again, in 1 hr (T+S) can do = $\frac{1}{5}$ part

So, in 1 hr R alone can do = $\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$ part

So, R alone can do the work in = **20 hrs.**

Ans: 20 hrs

2. অর্থ: A একটি কাজের ৮০%, ২০ দিনে করল। এরপর সে B কে সাথে নিয়ে অবশিষ্ট কাজ ৩ দিনে শেষ করলো। B একাকী কাজটি কতদিনে শেষ করতে পারতো?

✍️ **Solution:**

Here 80% means $\frac{80}{100}$ or $\frac{4}{5}$ part of the work.

A has done $\frac{4}{5}$ part in 20 days. ∴ 1 part = $\frac{5}{4} \times 20 = 25$ days

So, A can do in 1 day = $\frac{1}{25}$ Part

Again left work 100% - 80% = 20% or $\frac{1}{5}$ work done by (A+B) in 3 days.

So, 100% or 1 part can be done by (A+B) in $3 \times 5 = 15$ days.

So, A and B together can do in 1 day = $\frac{1}{15}$ Part

$$\therefore \text{B can do in 1 day } \frac{1}{15} - \frac{1}{25} = \frac{5-3}{75} = \frac{2}{75}$$

So, B can do the whole work in = $\frac{75}{2}$ days or $37\frac{1}{2}$ days.

Ans: $37\frac{1}{2}$ days.

3. অর্থ: P একটি কাজ ১৮ দিনে শেষ করতে পারে একই কাজ Q একাকী ১৫ দিনে শেষ করতে পারে। Q একা ১০ দিন কাজ করার পর চলে গেলে তাহলে অবশিষ্ট কাজটুকু একাকী করতে P এর কতদিন সময় লাগবে?

Solution:

$$\text{Work done by Q in 1 day} = \frac{1}{15} \therefore \text{Work done by Q in 10 days} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

$$\text{Remaining work} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

P can finish 1 part in = 18 days.

$$\text{So, P " " } \frac{1}{3} \text{ " " } = 18 \times \frac{1}{3} = 6 \text{ days.}$$

Ans: 6 days

4. অর্থ: A একটি কাজ ১৪ দিনে এবং একই কাজ B ২১ দিনে করতে পারে। তারা একত্রে কাজ শুরু করলো কিন্তু কাজটি শেষ হওয়ার ৩ দিন আগে A কাজটি ছেড়ে চলে গেল। A এবং B একত্রে কতদিন কাজ করেছিল?

Solution:

Let, A & B work together for = x days, So, A works for x days & B for (x+3) days

$$\text{ATQ, } \frac{x}{14} + \frac{x+3}{21} = 1 \text{ or, } \frac{3x+2x+6}{42} = 1 \text{ or, } 5x+6 = 42 \text{ or, } 5x = 36 \therefore x = 7.2 \text{ Ans: 7.2}$$

5. অর্থ: P একটি কাজ ২৪ দিনে, Q, ৯ দিনে এবং R কাজটি ১২ দিনে করতে পারে। Q এবং R কাজটি শুরু করে ৩দিন পর চলে গেল। P অবশিষ্ট কাজটুকু কতদিনে শেষ করবে?

Solution:

Let P will finish the remaining work in = x days

$$\text{ATQ, } \frac{3}{9} + \frac{3}{12} + \frac{x}{24} = 1 \text{ or, } \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{x}{24} = 1 \text{ or, } \frac{8+6+x}{24} = 1 \text{ or, } 14+x = 24 \therefore x = 10 \text{ (Ans)}$$

6. অর্থ: A একটি কাজ ১৮ দিনে, B, ২০ দিনে এবং C, ৩০ দিনে করতে পারে। B এবং C কাজটি শুরু করার ২ দিন পর উভয়ে চলে গেল, অবশিষ্ট কাজ A কে একাকী করতে কতদিন লাগবে?

Solution:

Let time required by A to complete the remaining work is = x days

$$\text{ATQ, } \frac{2}{18} + \frac{2}{20} + \frac{x}{30} = 1 \text{ or, } \frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{x}{30} = 1, \text{ or, } \frac{9+6+5x}{90} = 1 \text{ or, } 15+5x = 90 \therefore x = 15 \text{ (Ans)}$$

7. অর্থ: A এবং B একত্রে একটি কাজ ১২ দিনে করতে পারে। B এবং C কাজটি ১৫ দিনে করতে পারে। A এবং C কাজটি ২০ দিনে করতে পারে। যদি তারা সবাই একত্রে কাজ করে তাহলে কাজটি কতদিনে শেষ হবে?

Solution:

$$(A+B) + (B+C) + (A+C) \text{'s 1 day work} = \frac{1}{12} + \frac{1}{15} + \frac{1}{20} = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$$

$$\therefore 2 (A+B+C)'s \text{ 's } 1 \text{ day work} = \frac{1}{5}$$

$$\therefore (A+B+C)'s \text{ 's } 1 \text{ day work} = \frac{1}{5 \times 2} = \frac{1}{10} \text{ So, } (A+B+C) \text{ can do 1 Part in } = \mathbf{10 \text{ days. (Ans)}}$$

8. অর্থ: A একটি কাজ 8 ঘন্টায় করতে পারে, আবার A এবং C দু'জনে মিলে কাজটি ২ ঘন্টায় শেষ করতে পারে। B এবং C একত্রে কাজটি ৩ ঘন্টায় শেষ করতে পারে। তাহলে B একাকী কাজটি কত ঘন্টায় শেষ করতে পারবে?

Solution:

$$\text{Work done by A in 1 hr} = \frac{1}{4} \text{ Part, by B \& C in 1 hr} = \frac{1}{3} \text{ and by A \& C in 1 hr} = \frac{1}{2} \text{ Part,}$$

$$\text{Work done by A, B and C in 1 hour} = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{7}{12} = (\text{A এর একার কাজ} + \text{B ও C এর কাজ} = A+B+C)$$

$$\therefore \text{Work done by B in 1 hour} = [(A+B+C)-(A+C) = B] = \frac{7}{12} - \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$$

So, B alone can complete the work in 12 hours

Ans: 12 hours.

9. অর্থ: P এবং Q একটি কাজ ৮ দিনে একটি কাজ করতে পারে। Q এবং R ঐ কাজটি ১২ দিনে করতে পারে। আবার P, Q এবং R একত্রে কাজটি ৬ দিনে শেষ করতে পারে। যদি কাজটি P এবং R একত্রে করে তাহলে কতদিন সময় লাগবে।

Solution: (জোড়ায় জোড়ায় কাজ করা অংকগুলোর মতই শুধু একটু ঘুরিয়ে প্রশ্ন করা হয়েছে।)

Let work done by P in 1 day = P, work done by Q in 1 day = Q, Work done by R in 1 day = R

$$P + Q = \frac{1}{8} \text{ . (i) again, } Q + R = \frac{1}{12} \text{ ... (ii) and } P + Q + R = \frac{1}{6} \text{ (iii)}$$

$$\text{Now, by (iii)-(ii) we get } P = \frac{1}{6} - \frac{1}{12} = \frac{1}{12} \text{ (P এর এককভাবে ১ দিনের করা কাজের অংশ বের করা হলো)}$$

$$\text{and , by (iii)-(i) we get } R = \frac{1}{6} - \frac{1}{8} = \frac{1}{24} \text{ (R এর এককভাবে ১ দিনের করা কাজের অংশ বের করা হলো)}$$

$$\text{So, } P + R = \frac{1}{12} + \frac{1}{24} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8} \text{ (P এবং R দুজনের এককভাবে করা কাজের অংশ যোগ করলে উত্তর বের হবে)}$$

\therefore P and R will finish the work in = **8 days**

Ans: 8 days

10. অর্থ: A, B এবং C একসাথে ৪০ দিনের মধ্যে একটি কাজ করতে পারে। B এবং C এর সাথে ১৬ দিন কাজ করা পর A কাজ ছেড়ে চলে যায় এবং তারপর B এবং C বাকি কাজ পরের ৪০ দিনের মধ্যে সম্পন্ন করে। A একা কতদিনে কাজটি করতে পারবে?

Solution:

$$(A+B+C) \text{ can do in 16 days} = \frac{16}{40} = \frac{2}{5} \text{ part So, work remaining} = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5} \text{ part}$$

$$\text{Again, } (A+B+C) \text{ can do in 1 day} = \frac{2}{5 \times 16} = \frac{1}{40} \text{ part}$$

$$\text{In next 40 days (B+C) together can do} = \frac{3}{5} \text{ part}$$

$$\therefore \text{ " 1 day (B+C) " " " } = \frac{3}{40 \times 5} = \frac{3}{200} \text{ part}$$

$$\text{Now, A alone can do in 1 day} = (A+B+C) - (B+C) = \frac{1}{40} - \frac{3}{200} = \frac{5-3}{200} = \frac{2}{200} = \frac{1}{100} \text{ part}$$

So, A alone can do in = **100 days**

Ans: 100 days

11. অর্থ: একটি নির্দিষ্ট কাজ করতে B এবং C কে একত্রে যতদিন লাগে A একাকী করলেও ততদিনই লাগে। যদি A এবং B কাজটি ২০ দিনে শেষ করতে পারে এবং C একাকী কাজটি ৬০ দিনে শেষ করতে পারে তাহলে B একাকী কাজটি কতদিনে করতে পারবে?

Solution:

$$(A+B)\text{'s 1 day's work} = \frac{1}{20} \text{ and C's 1 day work} = \frac{1}{60}$$

$$(A+B+C)\text{'s 1 day's work} = \frac{1}{20} + \frac{1}{60} = \frac{1}{15}$$

টিপস: এ ধরনে প্রশ্ন সমাধান লেখা শুরু করাই কঠিন হয়ে যায়। তাই প্রথমে প্রশ্নে প্রদত্ত শেষের দিকের প্রতিটা ব্লু নিয়ে কাজ শুরু করুন।

Also A's 1 day's work = (B+C)'s 1 day's work (প্রশ্নের শুরুতে এ কথা বলা হয়েছে)

$$\text{Therefore, we get: } 2 \times (A\text{'s 1 day's work}) = \frac{1}{15} [\because A = B+C \text{ So, } A+(B+C) = A+A = 2A]$$

অর্থাৎ A আর B+C একত্রে কাজ করা অর্থ 2 টা A একসাথে কাজ করার সমান। তাই A একাই কাজ পারবে 2A এর অর্ধেক।

$$\Rightarrow A\text{'s 1 day's work} = \frac{1}{30} \text{ Therefore, B's 1 day's work} = \frac{1}{20} - \frac{1}{30} = \frac{1}{60}$$

So, B alone could do the work in **60 days**.

12. **Ans: 25 days.** (আগের অংকটার সাথে ছবছ মিল আছে, একাকী চেষ্টা করুন)

13. অর্থ: X একাকী একটি কাজ করতে Y এবং Z এর ঐ কাজটি একত্রে করার সময়ের সমান সময় নেয়। যদি কাজটি X ও Y একত্রে ১০ দিনে শেষ করতে পারে এবং Z একাকী ১৫ দিনে শেষ করতে পারে তাহলে কাজটি Y একাকী কতদিনে শেষ করতে পারবে?

Solution:

Let, X alone can do the job in = p days, \therefore Y+Z can do it in p days

$$\text{Now, } (X+Y+Z) \text{ in 1 day} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p} = \frac{2}{p} \text{ part}$$

$$\text{Again, from the question, } X+Y+Z \text{ can do in 1 day} = \frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{3+2}{30} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6} \text{ part}$$

$$\text{ATQ, } \frac{2}{p} = \frac{1}{6} \text{ [উভয় পাশেই X+Y+Z এর ১ দিনের করা কাজের পরিমাণ অবশ্যই সমান সমান।]}$$

$$\therefore p = 12 \text{ So, X alone can do the work in 12 days. in 1 day} = \frac{1}{12} \text{ part}$$

$$\text{So, Y alone can do in} = (X+Y) - X = \frac{1}{10} - \frac{1}{12} = \frac{6-5}{60} = \frac{1}{60} \text{ part}$$

Therefore Y alone can do the job in = **60 days**.

Ans: 60 days

14. অর্থ: মধু একটি কাজ সম্পন্ন করতে উমার চেয়ে দ্বিগুণ সময় নেয় আবার মধু ও উমা একসাথে কাজ করলে যে সময় নে রাহুল একা কাজ করলে একই সময় লাগে। যদি তিনজন একসাথে কাজ করে তবে তাঁরা ৬ দিনের মধ্যে কাজটি শেষ করতে পারে, তাহলে সম্পূর্ণ কাজটি শেষ করতে মধুকে একাকী কত সময় লাগবে?

Solution:

Let, Uma takes x days to complete a work. & Madhu takes $2x$ days to complete the work.

Uma's 1 days work = $\frac{1}{x}$ part & Madhu's 1 days work = $\frac{1}{2x}$ part.

Rahul's 1 days work = (Madhu+Uma)'s 1 day's work = $\frac{1}{2x} + \frac{1}{x} = \frac{1+2}{2x} = \frac{3}{2x}$

ATQ, $\frac{1}{2x} + \frac{1}{x} + \frac{3}{2x} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{1+2+3}{2x} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{6}{2x} = \frac{1}{6} \Rightarrow 2x = 36 \therefore x = 18$

So, Madhu alone takes = $2 \times 18 = 36$ days

Ans: 36 days

15. অর্থ: A, B, এবং C যথাক্রমে ১০ দিন, ১২ দিন এবং ১৫ দিনে একটি কাজ সম্পূর্ণ করতে পারে। কাজটি শেষ হওয়ার ৫ দিন পূর্বে A চলে যায় এবং A চলে যাওয়ার ২ দিন পর B চলে যায়। সম্পূর্ণ কাজটি শেষ করতে কতদিন লাগবে?

Solution:

Let, the total work be completed in x days

Hence, A worked for $(x-5)$ days. B worked for $(x-5+2)$ days = $(x-3)$ days.

& C worked for x days. (কারণ C কাজটির শুরু থেকে শেষ পর্যন্ত ছিল)

ATQ,

$\frac{x-5}{10} + \frac{x-3}{12} + \frac{x}{15} = 1 \Rightarrow \frac{6x-30+5x-15+4x}{60} = 1 \Rightarrow 15x-45 = 60 \Rightarrow 15x = 105 \therefore x=7$

So, the total work is completed in = **7 days.**

16. অর্থ: শেখর, প্রদীপ এবং সন্দীপ একত্রে ১৫ দিনে একটি কাজ করতে পারে। তারা একসাথে কাজ করার ২ দিন পর শেখর চলে যায়। প্রদীপ এবং সন্দীপ আরো ১০ দিন কাজ করার পর প্রদীপও চলে যায়। সন্দীপ আরো ৪০ দিন কাজ করে কাজটি শেষ করে। যদি সন্দীপ একাকী ৭৫ দিনে কাজটি সম্পূর্ণ করতে পারে তাহলে শেখর একাকী কাজটি কতদিনে সম্পূর্ণ করতে পারবে?

Solution:

In first 2 days work done by Sekar + Pradeep + Sandeep = $\frac{2}{15}$ part

After first 2 days Pradeep work for 10 days and Sandeep work for = $10+40 = 50$ days

In last 50 days work done by Sandeep alone = $\frac{50}{75} = \frac{2}{3}$ part

So, total work done by Pradeep in middle 10 days = $1 - \left(\frac{2}{15} + \frac{2}{3}\right) = \frac{1}{5}$ part

Now, Pradeep can do in 1 day = $\frac{1}{5 \times 10} = \frac{1}{50}$ part

\therefore Sekar can do in 1 day = $\frac{1}{15} - \left(\frac{1}{50} + \frac{1}{75}\right) = \frac{1}{30}$ part

So, Sekar can do the whole work in = **30 days.**

Ans: 30 days.

17. অর্থ: দুজন কর্মী A এবং B কে একটি কাজ করতে নিযুক্ত করা হয়। A এর একা কাজ করতে ৮ ঘন্টা বেশি লাগে দুজনে একসাথে কাজ করার চেয়ে যদি B একা কাজ করে, তাহলে তার $8\frac{1}{2}$ ঘন্টা বেশি সময় লাগে তারা দুজনে একত্রে কাজ করার চেয়ে তারা একসাথে কাজ করলে কাজটি শেষ হতে কতদিন লাগবে?

Solution:

Let, (A+B) together can do the work in = x days

$$\text{ATQ, } \frac{1}{x+8} + \frac{1}{x+\frac{9}{2}} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{1}{x+8} = \frac{1}{x} - \frac{2}{2x+9}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x+8} = \frac{9}{2x^2+9x} \Rightarrow 2x^2+9x = 9x+72 \Rightarrow x^2 = 36 \quad \therefore x = 6 \quad \text{Ans: 6}$$

18. অর্থ: একজন পুরুষ এবং বালক ৫ দিনে একসাথে কাজ করার জন্য ৮০০ টাকা মজুরি পায়। পুরুষের দক্ষতা বালকের তুলনায় ৩ গুণ হলে বালকটির দৈনিক মজুরী কত?

Solution:

Given, In 5 days 1 man & 1 boy get = Tk. 800

So, in 1 day, 1 man & 1 boy get = Tk. $\frac{800}{5}$ = Tk.160

Now, ratio of efficiency of 1 man & 1 boy = 3:1

So, they will get their wages according to their efficiency ratio 3:1

$$\therefore \text{ in 1 day the boy will get} = 160 \times \frac{1}{3+1} = 160 \times \frac{1}{4} = \text{Tk.40} \quad \text{Ans: Tk.40}$$

19. অর্থ: A এবং B, 54000 টাকার একটি প্রকল্প হাতে নেয়। A একাকী কাজটি ১০ দিনে করতে পারে। তারা ৩ দিন একসাথে কাজ করে। এই ৩ দিন পর B একাকী ৩ দিন কাজ করে। A আরো ৩ দিনের মধ্যে বাকি কাজ সম্পন্ন করে। B এর আয় কত?

Solution:

Here A works for total (3+3) = 6 days (প্রথমে B এর সাথে ৩ দিন এবং পরে একাকী ৩ দিন)

A can do in 6 days = $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ part So, remaining $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ part is done by B alone

Ratio of work done by A & B = $\frac{3}{5} : \frac{2}{5} = 3:2$

$$\text{So, B's income is} = 54000 \times \frac{2}{3+2} = 54000 \times \frac{2}{5} = \text{Tk. 21600} \quad \text{Ans: Tk. 21600}$$

20. অর্থ: A একা একটি কাজ ১০ দিনে করতে পারে যেখানে B একা ঐ কাজটি ১৫ দিনে করে। তারা একসঙ্গে ৫ দিন কাজ করে এবং বাকী কাজ C একা ২ দিনে সম্পন্ন করে। সম্পূর্ণ কাজের জন্য ৩০০০ টাকা দেয়া হলে তাদের প্রত্যেকের দৈনিক আয় কত টাকা ?

Solution:

Work done by A in first 5 days = $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ and by B in first 5 days = $\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$

$$\text{Total Work done by A and B} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3+2}{6} = \frac{5}{6} \quad \text{So, Work done by C} = 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$$

পরামর্শ: তিনজনের কে কতদিনে কাজটি করতে পারে তার বের করতে হবে না। বরং তাদের কৃত কাজের অংশ বের হয়ে গেলেই সেই অংশ অনুযায়ী তাদের মজুরী প্রদান করতে হবে।

$$\text{A's 5 days total payment} = 3000 \times \frac{1}{2} = 1500 \therefore \text{A's one day's earning} = \frac{1500}{5} = \text{Tk. 300}$$

$$\text{B's 5 days total payment} = 3000 \times \frac{1}{3} = 1000 \therefore \text{B's one day's earning} = \frac{1000}{5} = \text{Tk. 200}$$

$$\text{C's 2 days total payment} = 3000 \times \frac{1}{6} = 500 \therefore \text{C's one day's earning} = \frac{500}{2} = \text{Tk. 250}$$

Ans : Tk. 300, Tk.200, Tk. 250

21. অর্থ: A ৯০ দিনে, B ৪০ দিনে এবং C ১২ দিনে একটি কাজ করতে পারে। তারা প্রতিদিন এমনভাবে কাজ করে যে, ১ম দিনে A একা, B ২য় দিনে একা এবং C ৩য় দিনে একা করবে। এভাবে কাজটি সম্পূর্ণ হওয়ার পর তারা একসাথে ২৪০ টাকা পায়। যদি তাদের মজুরি, কাজের অনুপাত বন্টন করা হয়, তাহলে প্রত্যেকে কত টাকা করে পাবে?

Solution: (এখানে ৩ জনে একত্রে ১ দিনের কাজের যোগফলকে ৩ দিন ধরতে হবে, কারণ ৩জন ভিন্ন ভিন্ন দিনে কাজ করে)

$$\text{So, In 3 different days, they completed} = \frac{1}{90} + \frac{1}{40} + \frac{1}{12} = \frac{4 + 9 + 30}{360} = \frac{43}{360} \text{ part}$$

$$\text{Such 8 turns of 3 days or in } (8 \times 3) = 24 \text{ days work done} = \frac{43 \times 24}{360 \times 3} = \frac{344}{360} \text{ part}$$

[এখানে মোট কাজ ৩৬০ এর কম রাখার জন্য ২৪ দিন নিলে লব ৩৪৪ আসে। কিন্তু ২৪ এর বেশি নিলে ৩৬০ অতিক্রম করে]

$$\text{Now, remaining work} = 1 - \frac{344}{360} = \frac{16}{360} = \frac{2}{45} \text{ part}$$

$$\text{in } 25^{\text{th}} \text{ day, A alone can do} = \frac{1}{90} \quad \text{Now, Left} = \frac{2}{45} - \frac{1}{90} = \frac{4-1}{90} = \frac{3}{90} = \frac{1}{30} \text{ part}$$

$$\text{In } 26^{\text{th}} \text{ day B alone can do} = \frac{1}{40} \quad \text{then left} = \frac{1}{30} - \frac{1}{40} = \frac{4-3}{120} = \frac{1}{120} \text{ part}$$

This remaining $\frac{1}{120}$ part is done by C alone.

$$\text{So, Total work of work A} = 9 \times \frac{1}{90} = \frac{1}{10} \text{ part [A ১ম ৮ দিন এবং ২৫তম দিন সহ ৯ দিন কাজ করেছে]}$$

$$\text{Total work of work B} = 9 \times \frac{1}{40} = \frac{9}{40} \text{ part [B ১ম ৮ দিন এবং ২৬তম দিন সহ ৯ দিন কাজ করেছে]}$$

$$\text{Total work of work C} = \left(8 \times \frac{1}{12}\right) + \frac{1}{120} = \frac{2}{3} + \frac{1}{120} = \frac{81}{120} = \frac{27}{40} \text{ [প্রথমে ৮দিন + শেষের } \frac{1}{120} \text{ অংশ]}$$

Now, the wages will be divided according to the portion of their work

$$\text{Wages of A} = 240 \times \frac{1}{10} = \text{Tk.24}, \quad \text{B} = 240 \times \frac{9}{40} = \text{Tk.54}, \quad \text{C} = 240 \times \frac{27}{40} = \text{Tk.162}$$

22. অর্থ: A ১০ দিনে একটি প্রাচীর তৈরি করতে পারে, B একাই ২০ দিনে একই প্রাচীর তৈরি করতে পারে, একা কাজ করে C ৮ দিনের মধ্যে সম্পূর্ণ নির্মিত প্রাচীরটি ভেঙ্গে ফেলতে পারে। তারা তিনজন একাকী পর্যায়ক্রমিক ভাবে A প্রথমদিনে, B দ্বিতীয় দিনে এবং C তৃতীয় দিনে কাজ করতে থাকে এবং চক্রটি আবার পুনরাবৃত্তি হয়। কত দিনে প্রাচীরটি প্রথমবারের মতো নির্মিত হবে?

Solution: (বানর শামুকের অংকের মত শেষের দিকে যখন দেয়াল তৈরী হয়ে যাবে তখন আর C ভাগতে পারবে না)

$$\begin{aligned} A's \text{ one days work} &= \frac{1}{10} \text{ part} \\ B's \text{ " " " " } &= \frac{1}{20} \text{ " " } \\ C's \text{ " " " " } &= \frac{1}{8} \text{ " " } \end{aligned}$$

শিখে রাখুন: এই প্রশ্ন ৩৪ দিন নেয়ার কারণ হলো, মোট কাজ ৪০ ভাগের ১ ভাগ ১ দিনে হয়। এখন যেহেতু A+B একত্রে ১+১=২ দিনে তৈরী করে ৩/২০ অংশ বা ৬/৪০ অংশ। তাই প্রথমে এই ৬/৪০ অংশ বাদ দিয়ে ৩৪/৪০ অংশ তৈরী করার জন্য ৩৪ দিন নিতে হবে।

$$\therefore (A + B + C)'s \text{ 3 days work} = \frac{1}{10} + \frac{1}{20} - \frac{1}{8} = \frac{4 + 2 - 5}{40} = \frac{1}{40} \text{ part}$$

$$\therefore (A + B + C)'s \text{ 3} \times 34 \text{ days work} = \frac{34}{40} = \frac{17}{20} \text{ part}$$

$$\therefore (A + B + C)'s \text{ 102 days work} = \frac{17}{20} \text{ part} \quad \therefore \text{Rest} = 1 - \frac{17}{20} = \frac{3}{20} \text{ part}$$

$$\therefore (A + B)'s \text{ 2 days work} = \frac{1}{10} + \frac{1}{20} = \frac{3}{20} \text{ part} \quad \therefore \text{Total days} = (102 + 2) = \mathbf{104} \text{ Ans: } \mathbf{104} \text{ days}$$

23. অর্থ: ৬ জন পুরুষ এবং ৮ জন মহিলা যে কাজ ১০ দিনে করতে পারে ২৬ জন পুরুষ এবং ৪৮ জন মহিলা সেই কাজ করতে ২ দিন সময় লাগে। যদি ১৫ জন পুরুষ এবং ৬০ জন মহিলা কাজটি করে তাহলে কতদিন সময় লাগবে?

Solution: (পুরুষ ও মহিলাকে কনভার্ট করার নিয়মে সহজে করার জন্য সমাধানকৃত প্রশ্নগুলো দেখে চেষ্টা করুন।)

Let work done by 1 man in 1 day = m and work done by 1 woman in 1 day = b

$$\text{ATQ, } 6m + 8b = \frac{1}{10} \Rightarrow 60m + 80b = 1 \text{ --- (i)}$$

$$\text{Work done by 26 men and 48 women in 1 day} = \frac{1}{2}$$

$$\text{ATQ, } 26m + 48b = \frac{1}{2} \Rightarrow 52m + 96b = 1 \text{ ---- (ii)}$$

$$\text{Solving equation (i) \& (ii) We get } m = \frac{1}{100} \text{ \& } b = \frac{1}{200}$$

$$\text{Work done by 15 men and 20 women in 1 day} = \frac{15}{100} + \frac{20}{200} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \text{Time taken by 15 men and 20 women in doing the work} = 4 \text{ days}$$

Ans: 4 days

24. অর্থ: ১৬ জন পুরুষ ৪৯ দিনে একটি কাজ সম্পূর্ণ করতে পারে। ১৪ জন পুরুষ কাজ আরম্ভ করে এবং ৮ দিনে তারা একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ কাজ শেষ করে। যদি অবশিষ্ট কাজ ২৪ দিনে শেষ করতে হয় তাহলে ঐ কাজের জন্য অতিরিক্ত কতজন পুরুষ অন্তর্ভুক্ত করা উচিত?

Solution:

$$16 \text{ men can do in 49 days} = 1 \text{ part}$$

$$\therefore 1 \text{ man " " " 1 day} = \frac{1}{49 \times 16} \text{ " "}$$

$$\therefore 14 \text{ men " " " 8 days} = \frac{14 \times 8}{49 \times 16} = \frac{1}{7} \text{ part}$$

Alternative Solution:

Let, the extra men are = x

$$\text{ATQ, } (14 \times 8) + (14 + x) \times 24 = 16 \times 49$$

$$\text{Then, } x = 14 \quad \text{Ans: } \mathbf{14}$$

[প্রথমে ১৪ জনের ৮ দিনের কাজের সাথে পরের ১৪+x জনের ২৪ দিনের কাজের যোগফল = মোট কাজ ১৬×৪৯]

$$\text{Remaining work} = 1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7} \text{ part}$$

Now, $\frac{1}{49 \times 16}$ part is done in 1 day by = 1 man

$$\therefore 1 \text{ " " " " 1 " " } = 49 \times 16 \text{ " "}$$

$$\therefore \frac{6}{7} \text{ " " " " 24days " " } = \frac{49 \times 16 \times 6}{7 \times 24} = 28 \text{ men}$$

So, extra or more men are required = 28-14= 14

Ans. 14 men

25. অর্থ: P, Q, এবং R যথাক্রমে ৩৬ দিন, ৫৪ দিনে এবং ৭২ দিনে একটি কাজ করতে পারে। তারা একসাথে কাজ শুরু করে কিন্তু কাজটি শেষ হওয়ার পূর্বে P এবং Q ভিন্ন ভিন্ন দিনে চলে যায়। R যতদিন কাজ করে তার থেকে P ৮ দিন কাজ কম করে এবং Q, P এর চেয়ে ৪ দিন কম কাজ করে। P এবং Q চলে যাওয়ার পরে R একা কাজটি করতে থাকে, এবং কাজটি সম্পূর্ণ করে। R কতদিনে কাজটি সম্পূর্ণ করেছিল?

Solution:

Let, R worked for x days, \therefore P worked for x-8 days and Q worked for x-12 days

$$\text{ATQ, } \frac{x-8}{36} + \frac{x-12}{54} + \frac{x}{72} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{6(x-8) + 4(x-12) + 3x}{216} = 1$$

$$\Rightarrow 6x - 48 + 4x - 48 + 3x = 216 \Rightarrow 13x = 216 + 96 \Rightarrow 13x = 312 \therefore x = 24 \text{ days}$$

Therefore, R worked for 24 days

Ans: 24 days

26. অর্থ: ১২ জন পুরুষ একটি কাজ ৮ দিনে করতে পারে, আবার ১৬ জন মহিলা একই কাজটি ১২ দিনে করতে পারে। ৮ জন পুরুষ এবং ৮ জন মহিলা কাজটি শুরু করে ৬ দিন কাজ করে। অবশিষ্ট কাজটুকু ১দিনে শেষ করতে হলে আরো কতজন পুরুষকে যোগ করতে হবে?

Solution:

$$1 \text{ man's 1 day work} = \frac{1}{12 \times 8} \text{ and 1 woman's 1 day work} = \frac{1}{16 \times 12} \text{ (১ জনের ১ দিনের ক্ষমতা)}$$

$$\text{Work done in 6 days} = 6 \times \left(\frac{8}{96} + \frac{8}{192} \right) = 6 \times \left(\frac{16+8}{192} \right) = 6 \times \frac{24}{192} = 6 \times \frac{1}{8} = \frac{3}{4}$$

$$\text{Remaining work} = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$(8 \text{ men} + 8 \text{ women})'s \text{ 1 day work} = \frac{8}{96} + \frac{8}{192} = \frac{1}{8} \text{ Remaining work} = \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{96} \text{ work is done in 1 day by} = 1 \text{ man}$$

1 part of work is done in 1 day by = 96 man

$$\text{Therefore, } \frac{1}{8} \text{ work will be done in 1 day by } 96 \times \frac{1}{8} = 12 \text{ men}$$

Ans: 12 men

27. অর্থ: ৯ জন শিশু ৩৬০ দিনের মধ্যে একটি কাজ সম্পন্ন করতে পারে, ১৮ জন পুরুষ তা সম্পন্ন করতে পারে ৭২ দিনের মধ্যে এবং ১২ জন মহিলা ১৬২ দিনের মধ্যে এটি সম্পন্ন করতে পারে। কত দিনে ৪ জন পুরুষ, ১২ জন মহিলা এবং ১০ জন শিশু একসাথে কাজটি সম্পন্ন করতে পারে?

Solution:

Working 360 days 9 children complete = 1 part

$$\text{" 1 " 1 " " } = \frac{1}{360 \times 9} \text{"}$$

$$\text{" 1 " 10 " " } = \frac{10}{360 \times 9} = \frac{1}{324} \text{ part}$$

Working 72 days 18 men complete = 1 part

$$\text{" 1 " 1 " " } = \frac{1}{72 \times 18} \text{"}$$

$$\text{" 1 " 4 " " } = \frac{4}{72 \times 18} \text{" } = \frac{1}{324} \text{ part}$$

Working 162 days 12 women complete = 1 part

$$\text{" 1 " 1 " " } = \frac{1}{162 \times 12} \text{"}$$

$$\text{" 1 " 12 " " } = \frac{12}{162 \times 12} \text{" } = \frac{1}{162} \text{ part}$$

$$\therefore (10C + 4M + 12W)'s \text{ 1 day work} = \frac{1}{324} + \frac{1}{324} + \frac{1}{162} = \frac{1+1+2}{324} = \frac{4}{324} = \frac{1}{81} \text{ part}$$

$$\frac{1}{81} \text{ part is completed in } = 1 \text{ day}$$

$$\therefore 1 \text{ " " " " } = \mathbf{81 \text{ days}}$$

Ans: 81 days

28. অর্থ: A এবং C এর কাজ করার ক্ষমতার অনুপাত ৫:৩। আবার একটি কাজ করতে B এবং C এর লাগা মোট সময়ের অনুপাত ২:৩। যদি ঐ কাজটি একাকী করলে A কে C এর থেকে ৬ দিন কম সময় লাগে। যদি B এবং C কাজটি শুরু করার ২ দিন পর চলে যায় তাহলে অবশিষ্ট কাজটুকু করতে A এর একাকী কত দিন সময় লাগবে?

Solution:

Efficiency ratio of A:C = 5 : 3

So, number of days taken by A and C = 3x: 5x

Given that, 5x-3x=6 (যেহেতু A কে ৬দিন কম সময় লাগে) or, 2x = 6 \therefore x = 3

Number of days taken by A = 3×3=9 Number of days taken by C = 5×3= 15

So, Ratio of days taken by B and C 2 : 3 or, 2x and 3x

Therefore, Number of days taken by B = 10 (Since 3x = 15 (C=15দিন) or x = 5 and 2x = 10)

Work done by B and C in initial 2 days = $2\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{15}\right) = \frac{1}{3}$ (এই কাজটুকু করার পর তারা চলে গেছে)

Thus, Rest work = $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ (এই কাজটুকু A কে একাকী করতে হবে)

Now, A alone can do 1 part = 9 days A alone can do $\frac{2}{3}$ part = $9 \times \frac{2}{3}$ days = **6 days**

29. অর্থ: A, B, এর চেয়ে দ্বিগুণ গতিতে কাজ করে। A এবং B একসাথে কাজটি করলে যে সময় লাগে C এবং D কাজটি করতে একই সময় লাগে। যদি C এবং D একাকী কাজের অনুপাত ২ : ৩ হয় এবং B, C চেয়ে ১৬ দিন বেশি কাজ করলে A একা কাজটি কত দিনে করতে পারবে?

Solution:

Let, A takes 'x' days, & B takes '2x' days

$$\therefore \text{In 1 day (A + B) can do} = \frac{1}{x} + \frac{1}{2x} = \frac{3}{2x} \text{ part}$$

$$\therefore \text{(A + B) require } \frac{2x}{3} \text{ days to complete 1 part}$$

Again, Let, C & D takes 2y and 3y respectively

$$\text{ATQ, } \frac{1}{2y} + \frac{1}{3y} = \frac{3}{2x} \quad [\text{যেহেতু C ও D এর একত্রে লাগা সময় = A এবং B এর একত্রে লাগা সময়}]$$

$$\Rightarrow \frac{3+2}{6y} = \frac{3}{2x} \Rightarrow \frac{5}{6y} = \frac{3}{2x} \Rightarrow 10x = 18y \quad \therefore 5x = 9y \text{ ---- (i)}$$

Again, $2x - 2y = 16$ [যেহেতু B একা C এর থেকে ১৬ দিন বেশি কাজ করে]

$$\Rightarrow x - y = 8 \Rightarrow 9x - 9y = 72 \text{ (by multiplying 9)}$$

$$\Rightarrow 9x - 5x = 72 \text{ \{from equation (i), } 9y = 5x\}}$$

$$\Rightarrow 4x = 72 \quad \therefore x = 18 \quad \therefore \text{A takes 18 days}$$

Ans: 18 days

Alternative Solution: (এই সমাধানটা বুঝতে পারলে অনেক সহজ মনে হবে, তবে অনুপাত ভালো বুঝতে হবে)

Efficiency ratio of A : B = (2 : 1) × 5 = 10 : 5 [এখানে দুটি অনুপাতের যোগফল ১০+৫ = ১৫ দিন]

Efficiency ratio of C : D = (3 : 2) × 3 = 9 : 6 [∵ A+B = C+D তাই এখানেও ১৫ করা হলো]

Efficiency ratio A : B : C : D = 10 : 5 : 9 : 6

$$\text{Time ratio A : B : C : D} = \frac{1}{10} \times 90 : \frac{1}{5} \times 90 : \frac{1}{9} \times 90 : \frac{1}{6} \times 90 = 9 : 18 : 10 : 15 \quad [\text{LCM } 90]$$

Now, Ratio difference (B-C) = (18-10) = 8 units = 16 days (double of 8)

So, time taken by A = 9 units = 18 days (double of 9)

Ans: 18 days

30. অর্থ: একজন মহিলার ৮ ঘন্টা কাজের সমান একজন পুরুষের ৬ ঘন্টা কাজ এবং একজন বালকের ১২ ঘন্টা কাজ। যদি ৯ জন পুরুষ প্রতিদিন ৬ ঘন্টা করে কাজ করে তাহলে কাজটি ৬ দিনে সম্পূর্ণ করতে পারে। তাহলে ১২ জন পুরুষ, ১২ জন মহিলা এবং ১২ জন বালক প্রতিদিন ৮ ঘন্টা করে একসাথে কাজ করলে কাজটি কতদিনে শেষ করতে পারবে?

Solution:

Since, 1 woman's 8hrs work = 1 Man's 6hrs work = 1 boys 12hrs work

So, 8 women = 6 men = 12 boys

$$\text{Now, } 8 \text{ women} = 6 \text{ men} \quad \therefore 12 \text{ women} = \frac{6}{8} \times 12 = 9 \text{ men}$$

Again, 12 boys = 6 men

So, 12 men + 12 women + 12 boys = 12 men + 9 men + 6 men = 27 men

Now,

9 men working 6 hrs daily can complete the work in = 6 days

$$1 \text{ " " } 1 \text{ " " " " " " " " " " } = 6 \times 9 \times 6 \text{ "}$$

$$27 \text{ " " } 8 \text{ " " " " " " " " " " } = \frac{6 \times 9 \times 6}{27 \times 8} = \frac{3}{2} \text{ days.} \quad \text{Ans: } \frac{3}{2} \text{ days.}$$

31. অর্থ: একজন মহিলার চেয়ে একজন শিশু ১৫ ঘন্টা কম গতিতে কাজ করে। শিশুটি ১৮ ঘন্টা কাজ করার পরে মহিলা ৬ ঘন্টা কাজ করে। এভাবে তারা ঐ কাজের ৩/৫ অংশ শেষ করে। এরপর অবশিষ্ট কাজ করতে ঐ মহিলার কত সময় লাগবে?

Solution:

Let, to complete the whole work, woman takes = x hours ∴ Child takes = x + 15 hours

$$\text{ATQ, } \frac{18}{x+15} + \frac{6}{x} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{18x + 6x + 90}{x(x+15)} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 45x = 120x + 450 \Rightarrow 3x^2 + 45x - 120x - 450 = 0 \Rightarrow 3x^2 - 75x - 450 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 25x - 150 = 0 \Rightarrow x^2 - 30x + 5x - 150 = 0 \Rightarrow x(x - 30) + 5(x - 30) = 0$$

$$\Rightarrow (x - 30)(x + 5) = 0 \Rightarrow x - 30 = 0 \text{ or } x + 5 = 0$$

$$\therefore x = 30 \quad \therefore x = -5 \text{ [not acceptable]}$$

$$\therefore \text{Woman takes 30 hrs to complete the whole work} \quad \therefore \text{Remaining Work} = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \text{ part}$$

1 part is done in = 30 hours

$$\therefore \frac{2}{5} \text{ " " " " } = \frac{30 \times 2}{5} = 12 \text{ hours}$$

Ans: 12 hrs

32. অর্থ: A, B, এবং C এককভাবে একটি কাজ যথাক্রমে ১৫ দিনে, ২০ দিনে এবং ৩০ দিনে করতে পারে। তারা একসাথে কিছুদিন কাজ করার পর C চলে যায়। A কাজ বাবদ মোট ১৮০০০ টাকা পায় এবং B, C এর চেয়ে ৬০০০ টাকা বেশি পায়। A কতদিন কাজটি করেছিল?

Solution:

Let, C gets Tk.x and B gets Tk. (x+ 6000)

Given time ratio of A & B 15:20 = 3 : 4

$$\text{So, efficiency ratio} = 4 : 3 \text{ or, } \frac{4}{3} \quad \text{Therefore A will get } \frac{4}{3} \text{ of } (x + 6000) = \frac{4x + 2400}{3}$$

$$\text{ATQ, } x + x + 6000 + \frac{4x + 24000}{3} = 18000$$

$$\Rightarrow \frac{3x + 3x + 18000 + 4x + 24000}{3} = 18000$$

$$\Rightarrow 10x + 42000 = 54000 \Rightarrow 10x = 12000 \quad \therefore x = \text{Tk.1200}$$

$$\therefore \text{A gets} = \frac{4x + 2400}{3} = \frac{4 \times 1200 + 2400}{3} = \frac{28800}{3} = \text{Tk. 9600}$$

Now, A gets Tk.18000 for =15 days

$$\therefore \text{A gets Tk. 9600 " } = \frac{15 \times 9600}{18000} = 8 \text{ days.}$$

Ans: 8 days

=====x=====x=====x=====x=====x=====

List of Important Maths	
Important (**)	Most important (***)
1, 9, 12, 16, 17, 19, 24, 30, 32, 33, 37, 39, 42, 46, 51, 54, 61, 64	2, 3, 7, 11, 14, 18, 21, 22, 25, 28, 29, 31, 35, 38, 43, 44, 47, 52, 55, 57, 58, 60, 63, 65, 66, 68