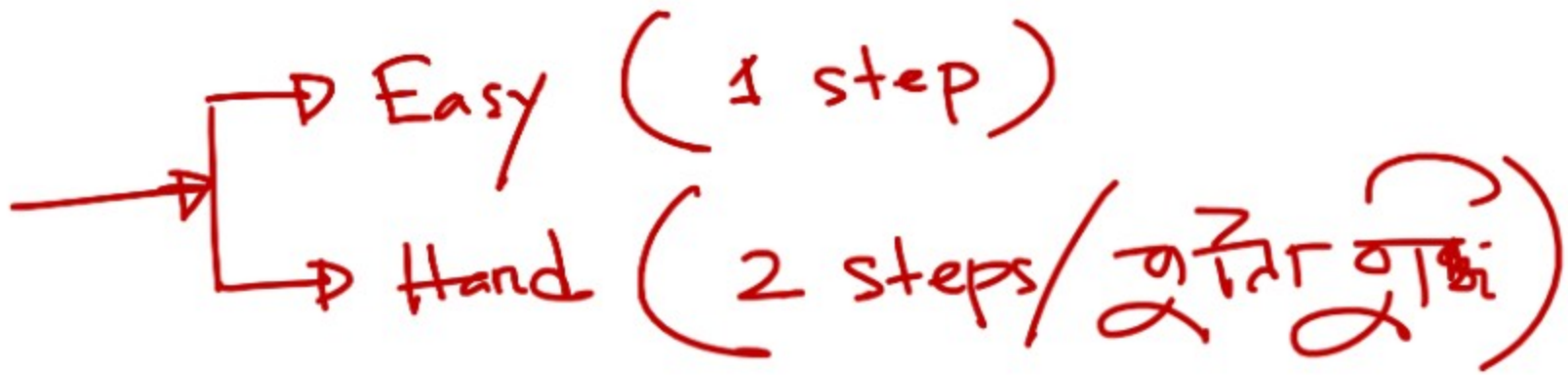
বীজগাণিতিক রাশি ও উৎপাদকে বিশ্লেষণ

রাইসুল ইসলাম প্রান্ত

Formula



কৌশল বুদ্ধি = unusual নিয়ম

→ সামান্য অন্যরকম

↓

চেহারা মনে রাখবো

1

$x + y = 12$ এবং $x-y= 2$ হলে xy এর মান কত?

(1) (2)

7 5

$x + y = 12$

$x - y = 2$

$2x = 14$

$x = 7$

$7 \times 5 = 35$

$a+b = 9$, $a-b = 7$ হলে ab= কত?

(I) (II)

Easy Category

$x + y = 4, x - y = 3$ হলে $8xy = ?$

$x+y=4$

$x-y=3$

$2x=7$

$x=\frac{7}{2}=3.5$

$x+y=4$

$3.5+y=4$

$y=0.5$

$y=\frac{1}{2}$

$8 \times 3.5 \times 0.5$

$8 \times \left(\frac{7}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right)$

2×7

$=14$

1)

$$\begin{cases} (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab \quad \text{— (I)} \\ (a+b)^2 - 2ab = a^2 + b^2 \quad \text{← (II)} \end{cases}$$

2)

$$\begin{cases} (a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab \quad \text{— (III)} \\ (a-b)^2 + 2ab = a^2 + b^2 \quad \text{← (IV)} \end{cases}$$

যদি $(x-y)^2 = 14, xy = 2$ হয় তবে, $x^2 + y^2 = ?$

$\{x-y = \sqrt{14}\}$

$x^2+y^2 = (x-y)^2 + 2xy$

$= 14 + 2\times 2$

$= 14 + 4 = 18$

**
কোন সূত্র use করবে?

$(a+b)^2$ & $(a-b)^2$

বড়

ছোট

$4ab$

3

$$\begin{cases} (a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab & \text{— (i)} \\ (a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab & \text{— (ii)} \end{cases}$$

$a + b = 17$, $ab = 60$ হলে, $a - b$ এর মান কত?

(i)

(a) =?

&

(b) =?

$(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$

$(a-b)^2 = 17^2 - 4 \cdot 60$

$(a-b)^2 = 289 - 240 = 49 = 7^2$

$(a-b) = 7$ — (ii)

$a+a=2 \Rightarrow 2a=2 \Rightarrow a=1$

$a+b=2$ এবং $ab=1$ হলে, a ও b এর মান কত?

(1)

ক (1, 1) খ (2, 1) গ (1, -2)

$(a-b)$ এর মান ?

(11)

$(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$

$= 2^2 - 4 \cdot 1 = 0$

$(a-b)^2 = 0 \Rightarrow a-b=0$

$a+b=2$

$a-b=0$

$2a=2$

$a=1$

VIP

$a + \frac{1}{a} = 2$ হলে, $a^2 + a + \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2}$?

$1 + 1 + 1 + 1 = 4$

$a + \frac{1}{a} = 2$

$\frac{a^2 + 1}{a} = 2$

$a^2 + 1 = 2a$

$a^2 + 1^2 - 2 \cdot a \cdot 1 = 0$

$(a-1)^2 = 0 \Rightarrow [a = 1]$

$\boxed{a = 1}$

**

$a + \frac{1}{a} = 2$

$\Rightarrow (a-1)^2 = 0$

$\Rightarrow [a = 1]$

$a^2 + \frac{1}{a^2} = 2$ হলে, $a^2 - \frac{1}{a^2}$ = কত?

$a^2 = x$

$\frac{1}{a^2} = y$

$x + y = 2$

$x - y$ = কত?

$4ab$

$(x-y)^2 = (x+y)^2 - 4 \cdot x \cdot y$

$\left(a^2 - \frac{1}{a^2}\right)^2 = \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 4 \cdot a^2 \cdot \frac{1}{a^2}$

$= 2^2 - 4$

$= 4 - 4 = 0$

$\left(a^2 - \frac{1}{a^2}\right) = 0$

$$\left(\frac{1}{a}\right)^2 = \frac{1^2}{a^2} = \frac{1}{a^2}$$

$$(x+y) \;\&\; (x^2+y^2)$$

$$2ab$$

$a + \frac{1}{a} = \sqrt{3}$ হলে, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ এর মান কত?

$(x+y)^2 - 2xy = x^2 + y^2$

$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$

$\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = a^2 + \frac{1}{a^2} + 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a}$

$(\sqrt{3})^2 = 3 = \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right) + 2 \cdot 1$

$\Rightarrow 3 - 2 = \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right) =$

Key movement

Formula Choose

ছদ্মবেশী format

$\mathbf{x^2 - 3x + 1 = 0}$ হলে, $\left(\mathbf{x^2 - \frac{1}{x^2}}\right)$ এর মান কত?

$\Downarrow$

$x^2 + 1 = 3x$

$\frac{x^2 + 1}{x} = \frac{3x}{x}$ (1)

$x + \frac{1}{x} = 3$

$a + b = 3$

আসল format

$a - b = ?$

$x - \frac{1}{x} = ?$

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

$\Rightarrow x + \frac{1}{x} = 3$ — (i)

$\Rightarrow x - \frac{1}{x} = [\ \ ]$ — (ii) (4ab)

$\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right) = \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right)$

$x + \frac{1}{x} = \sqrt{2}$ হলে, $x^2 + \frac{1}{x^2} = ?$

$(a + b)$ & $(a^2 + b^2)$

$2ab$

$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$

কাটাকাটি যায়

$(\sqrt{2})^2 = 2 = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 2$

$a + a^{-1} = 3$ হলে, $a^4 + (a^{-1})^4$ এর মান কত?

$a + \frac{1}{a} = 3$

$(x + y) = 3$

$2ab$

$a^2 + \frac{1}{a^2}$

$(x^2 + y^2)$

$a^4 + \left(\frac{1}{a}\right)^4$

$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$

$a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a}$

$a^2 + \frac{1}{a^2} = 3^2 - 2 = 7$

$\left(a + \frac{1}{a}\right)$

$\downarrow$

$\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)$

$\downarrow$

$\left(a^4 + \frac{1}{a^4}\right)$

H.W.

① $(a+b)^3 = (a^3+b^3) + 3ab(a+b)$

② $(a+b)^3 - 3ab(a+b) = a^3+b^3$

} ① ✓

③ $(a-b)^3 = (a^3-b^3) - 3ab(a-b)$

④ $(a-b)^3 + 3ab(a-b) = a^3-b^3$

} ②

$x - \frac{1}{x} = 1$ হলে, $x^3 - \frac{1}{x^3}$ এর মান কত?

$a - b = 1$ $\quad a^3 - b^3 =$ কত?

$(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3 \cdot a \cdot b \cdot (a - b)$

$\left(x - \frac{1}{x}\right)^3 = \left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \cdot \left(x - \frac{1}{x}\right)$

$1^3 = \left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) - 3 \cdot 1 \cdot 1$

$1 + 3 = x^3 - \frac{1}{x^3} = 4$

$x = \sqrt{3} - \frac{1}{x}$ হলে $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান কত?

$\left(x + \frac{1}{x}\right) = \sqrt{3}$ $\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)$

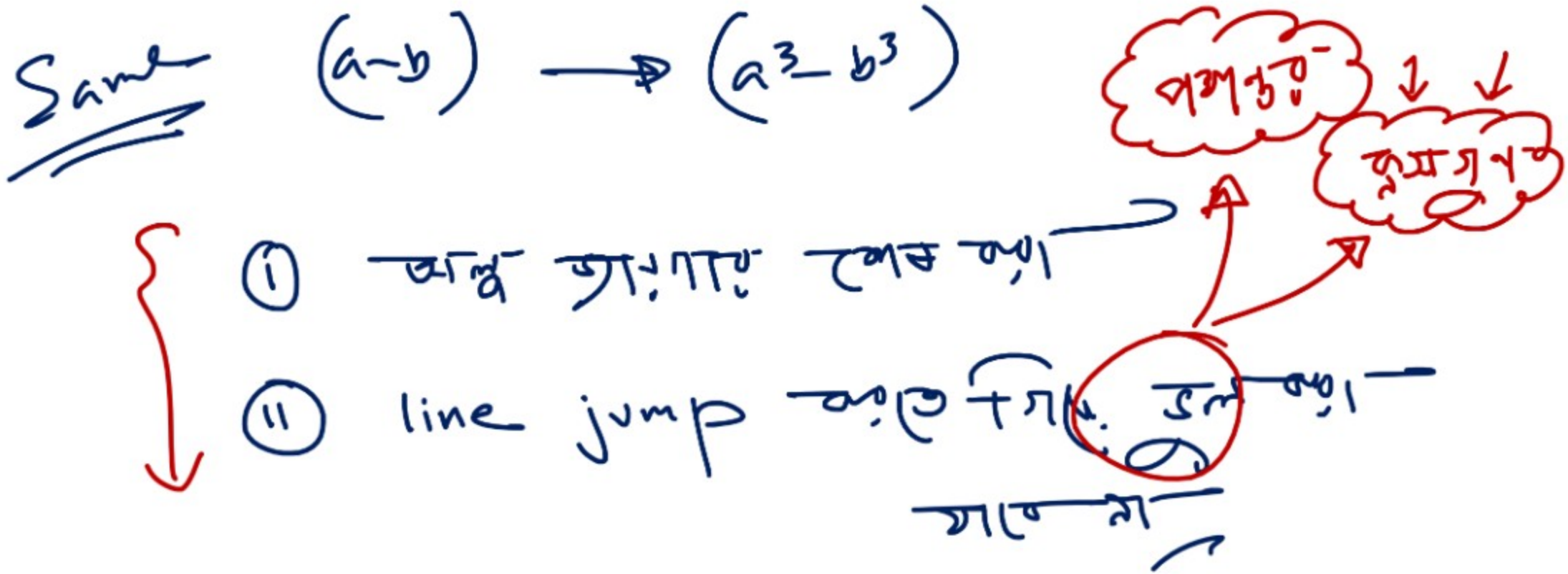
$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right) \longrightarrow \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)$

$(a+b) \longrightarrow (a^3 + b^3)$

1 নং সূত্র

$x - \frac{1}{x} = 2$ হলে $x^3 - \frac{1}{x^3}$ এর মান কত?

Same $(a-b) \longrightarrow (a^3 - b^3)$



$p + \frac{1}{p} = 5$ হলে $p^3 + \frac{1}{p^3}$ এর মান কত?

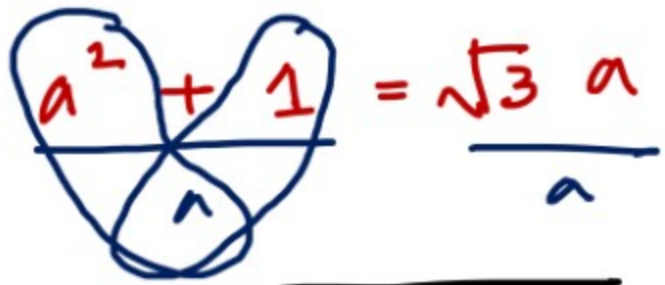
$(a+b) \longrightarrow (a^3+b^3)$ ① নতুন Formula

$$x - \frac{1}{x} = 5 \text{ হলে, } x^3 - \frac{1}{x^3} = ?$$

Same

$(a-b) \longrightarrow (a^3 - b^3)$

$a^2 - \sqrt{3}a + 1 = 0$ হলে, $\left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right)$ এর মান নির্ণয় করুন



$a + \frac{1}{a} = \sqrt{3}$

$\left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3 \cdot a \cdot \frac{1}{a}\left(a + \frac{1}{a}\right)$

$\left[\left(\sqrt{3}\right)^3\right] - 3 \cdot \sqrt{3}$

$= 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0$

$\left(\sqrt{3}\right)^3 = \left(\sqrt{3}\right)^2 \cdot \left(\sqrt{3}\right) = 3\sqrt{3}$

root → হয় ১ root পছন্দ অনুযায়ী

উপর-নিচ ⇒ উল্টা sign নিচে মূল অংক

+ / −

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}+3} = \text{কত?}$$

→ হর → ✓ ×

$$\frac{\sqrt{3}\,(\sqrt{6}-3)}{[(\sqrt{6}+3)(\sqrt{6}-3)]} \longrightarrow (a+b)(a-b) = a^2-b^2$$

$$\frac{\sqrt{3}\,(\sqrt{6}-3)}{(\sqrt{6})^2-3^2} = \frac{\sqrt{18}-3\sqrt{3}}{6-9} = \frac{3\sqrt{2}-3\sqrt{3}}{-3}$$

$$= \frac{3(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{-3}$$

$$= -(\sqrt{2}-\sqrt{3})$$

$$\sqrt{18} = \sqrt{9\times2} = 3\sqrt{2}$$

$$= \sqrt{6\times3}$$

$\{a = [\sqrt{3} + \sqrt{2}]$ হলে, $a^2 + \frac{1}{a^2} =$ কত?

$(a + \frac{1}{a})$ $\xrightarrow{(x+y) \to 2xy}$ (x^2+y^2) $\to$ $(a^2 + \frac{1}{a^2})$

$= 2\sqrt{3}$

$\left[\frac{1}{a}\right] = \frac{1}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})} \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(3-2)} = [\sqrt{3}-\sqrt{2}]$

$\left(a + \frac{1}{a}\right) = \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2} = 2\sqrt{3}$

$a^2 + \frac{1}{a^2}$

$= (a + \frac{1}{a})^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a}$

$= (2\sqrt{3})^2 - 2$

$= 12 - 2$

$= 10$

$\{x = \sqrt{4+\sqrt{3}}\}$ হলে, $x^3 + \frac{1}{x^3} = ?$

$= 1$

$\frac{1}{x} = \frac{1 \times (\sqrt{4}-\sqrt{3})}{(\sqrt{4}+\sqrt{3}) \times (\sqrt{4}-\sqrt{3})}$

$\frac{1}{x} = \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{(4-3)} = \{\sqrt{4}-\sqrt{3}\}$

$x + \frac{1}{x} = 2 \cdot \sqrt{4} = 4$

∴, পার্থক্য $= 1$

$\{x = \sqrt{4}+\sqrt{3}$

$\frac{1}{x} = \sqrt{4}-\sqrt{3}$

$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right)$

will resume at 8:40

uncommon

যদি $x + \frac{1}{X} = 5$ হয়, তবে $\left(\frac{X}{x^2 + X + 1}\right)$ এর মান কত?

$\frac{(x^2+1)}{(x)} = 5$

$(x^2 + 1) = 5x$

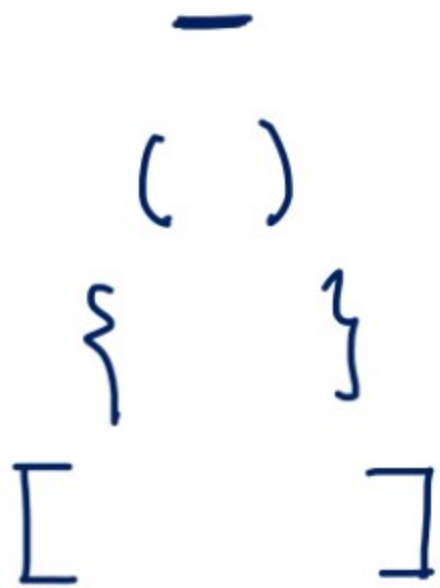
$= \frac{x}{5x + x}$

$= \frac{x}{6x}$

$= \frac{1}{6}$

[চেহারা বানের রাখবো]

$$x^4 - x^2 + 1 = 0 \text{ হলে, } x^3 + \frac{1}{x^3} = ?$$



$$x - [x - \{x - \overline{x + 1}\}]$$ এর মান কত?

সবার আগে

$5 - [5 - \{4 - (3 - \overline{2 - 1})\}]$ এর মান কত?

$5 - (5 - (4 - (3 - (2 - 1))))$

P এর মান কত হলে, $4x^2 - px + 9$ পূর্ণবর্গ হবে?

± 12

$(2x)^2 \pm \boxed{2 \cdot (2x) \cdot 3}$ (12x)

3^2

$a = 2x$, $b = 3$

$2 \cdot a \cdot b$

$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

$a^2 + 2ab + b^2$

$a^2 - 2ab + b^2$

y এর মান কত হলে $16x^2 - xy + 25$ একটি পূর্ণবর্গ রাশি হবে?

$(4x)^2$ — $2 \cdot 4x \cdot 5$ — 5^2

$40x$

$y = \pm 40$

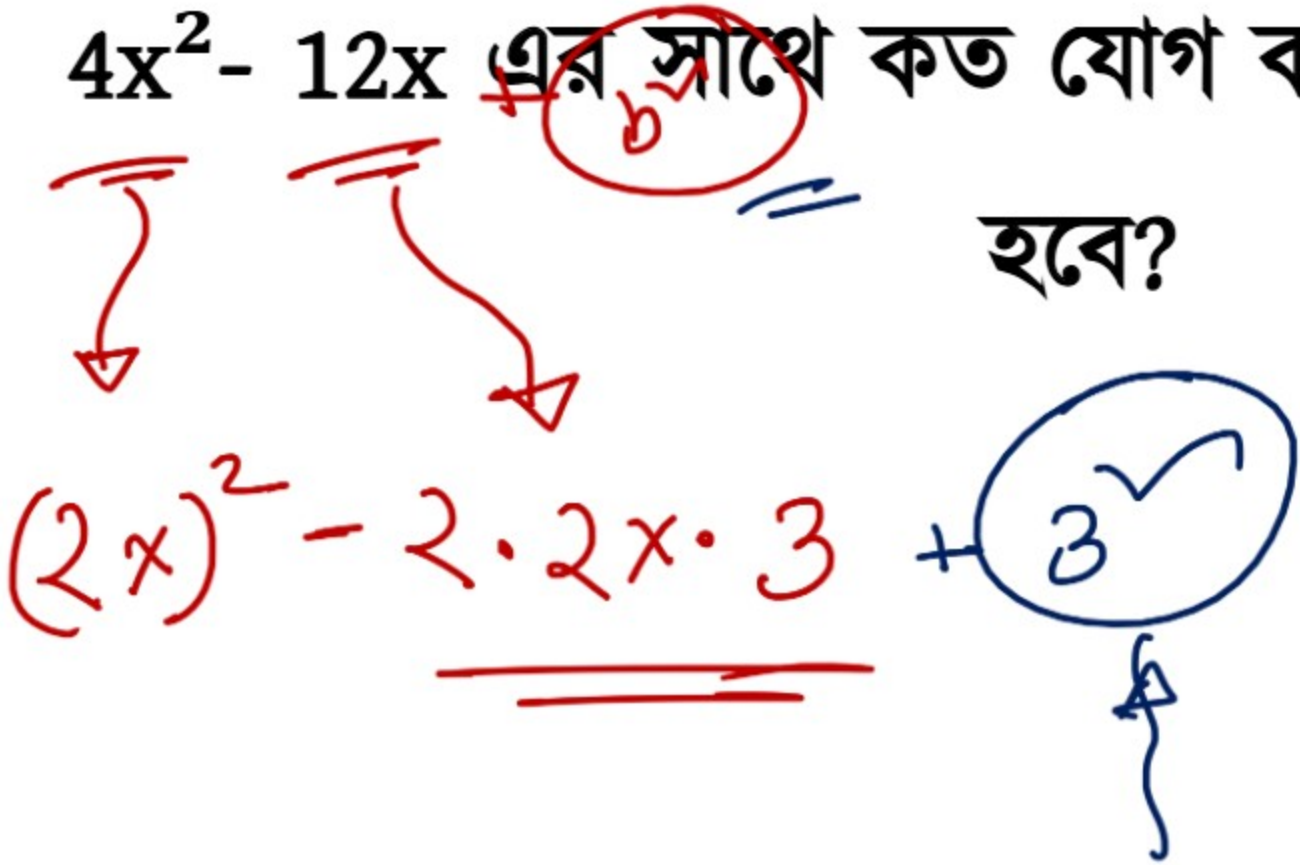
$4x^2 + 9y^2$ এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ রাশি হবে?

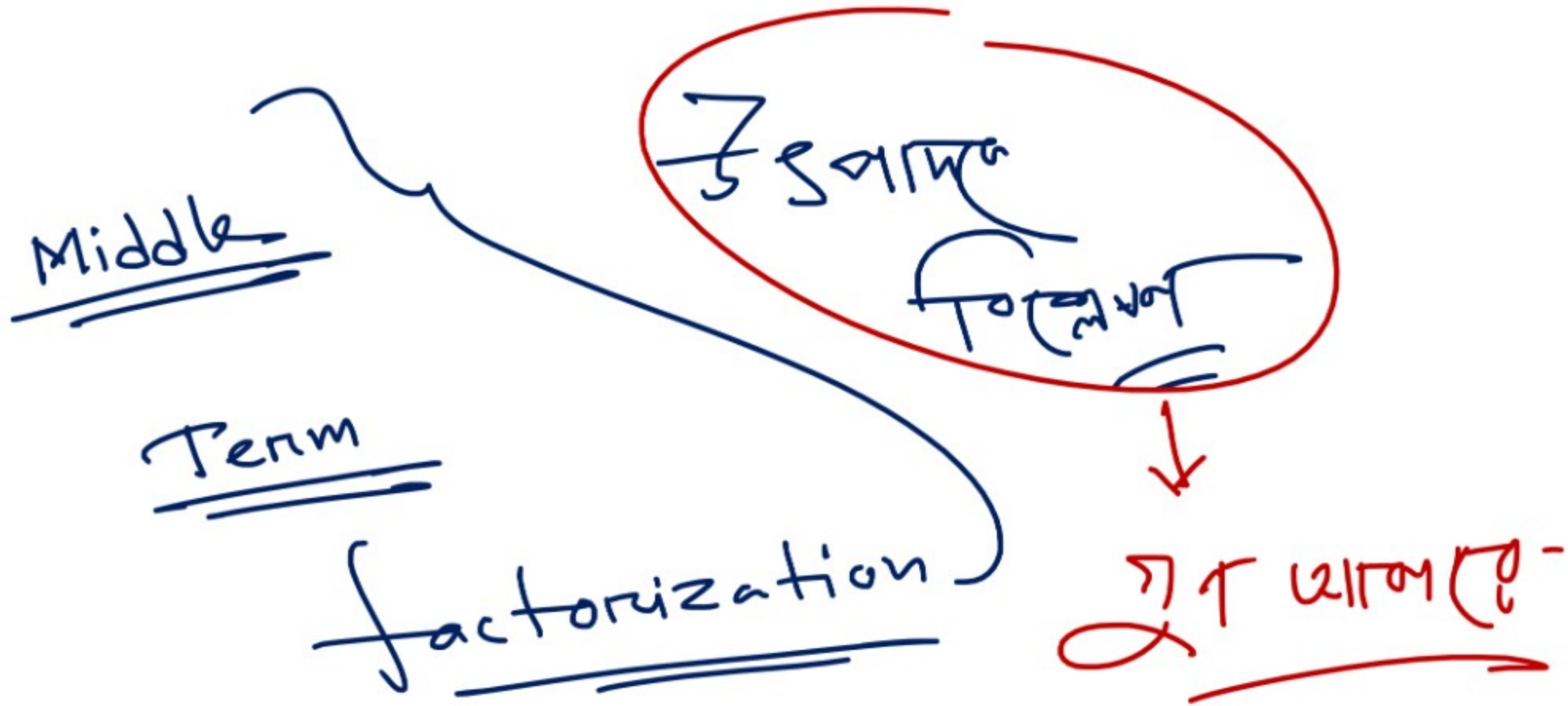
12xy

$(2x)^2 + (3y)^2 + 2 \cdot (2x) \cdot (3y)$

(12xy)

$4x^2 - 12x$ এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ হবে?




Middle
Term
factorization

$$x^2 - 3x + 2$$

$$7p^2-p-8$$

$2x^2 + 1x - 15$ ← +/−

+1

2x15 = 30

3x10

5x6 ✓

$2x^2 + 6x - 5x - 15$

$2x(x+3) - 5(x+3)$

$(2x-5)(x+3)$ ← 2 9-

$2x^2 - 1x - 15$

$-1x$

$2x^2 + 5x - 6x - 15$

+/−

$2 \times 15 = 30$

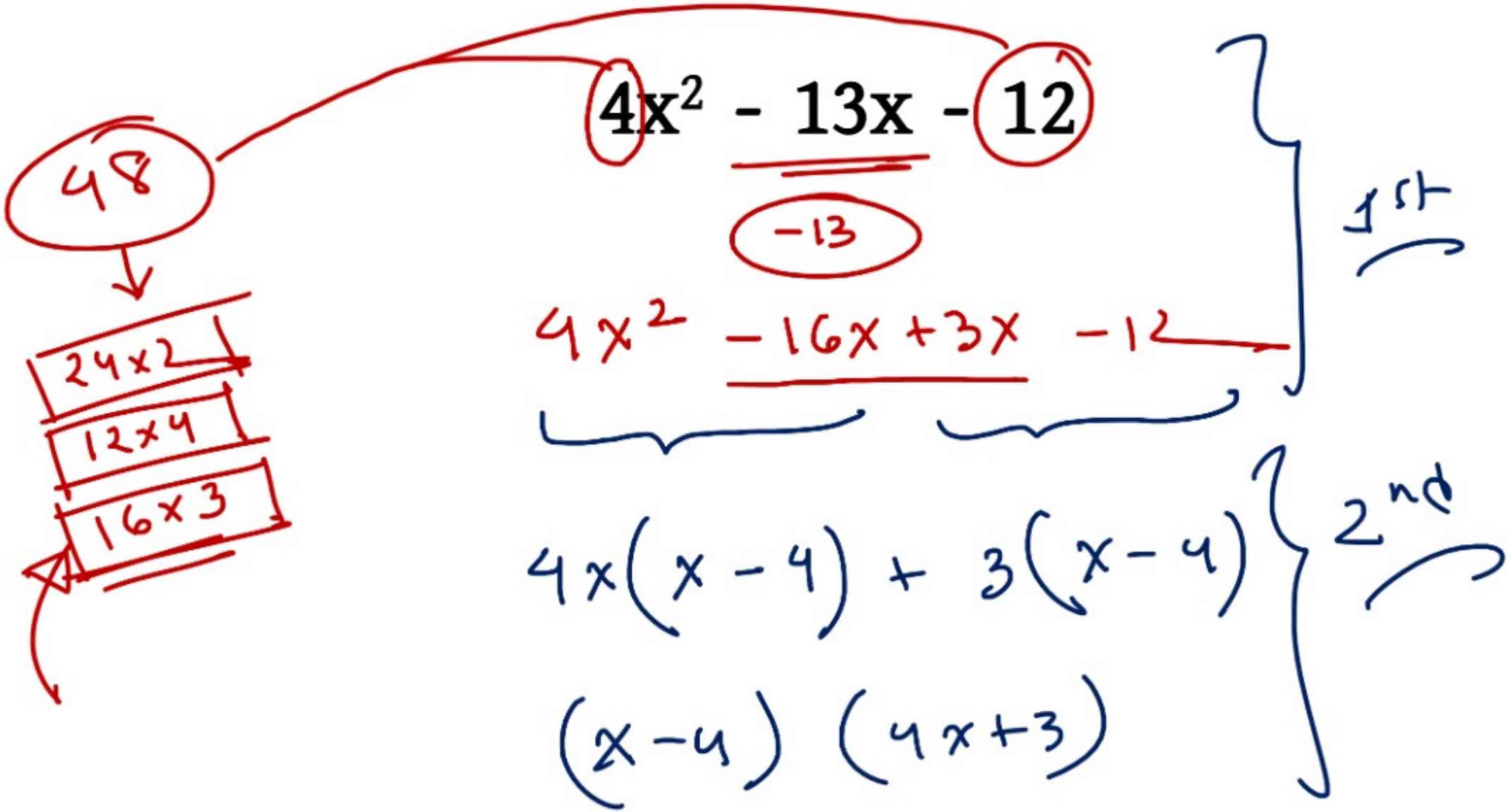
3×10

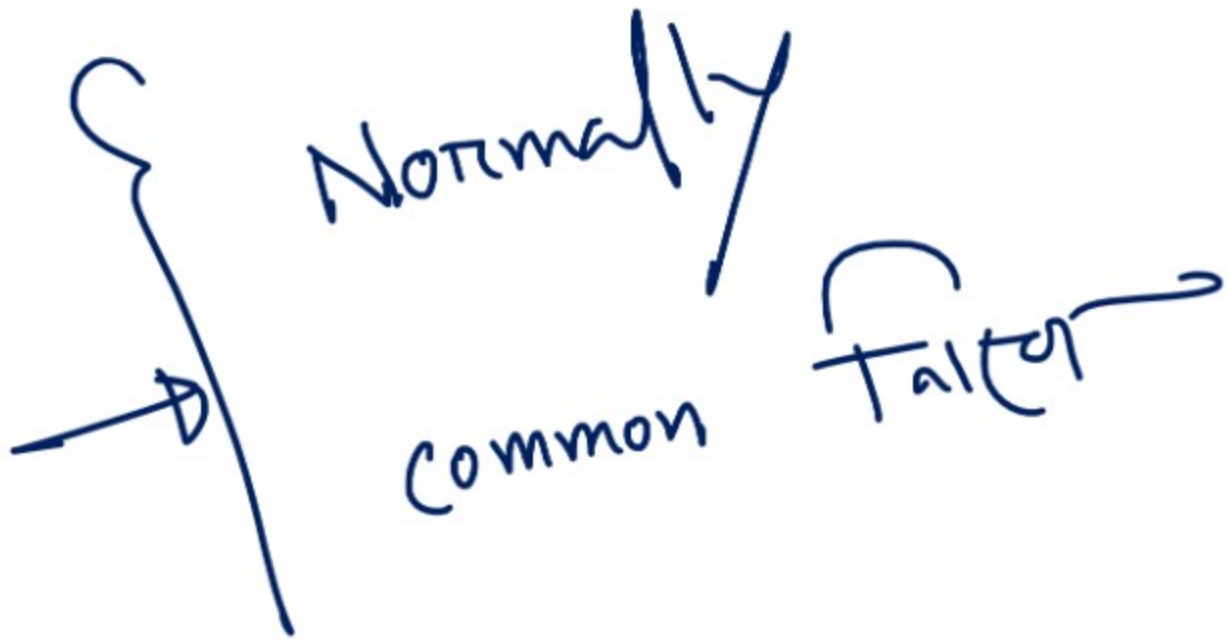
6×5

( )

ज्ञ

$$m^2 + 8m + 15$$


$4x^2 - 13x - 12$
48
24x2
12x4
16x3
-13
$4x^2 - 16x + 3x - 12$
1st
$4x(x-4) + 3(x-4)$
2nd
$(x-4)(4x+3)$


Normally
common Factor

$$x^2 + xy + yz - z^2$$

$x(x+y)$ $\quad$ $z(y-z)$

$$(x^2 - z^2) + xy + yz$$

$$(x+z)(x-z) + y(x+z)$$

$$(x+z)\{x-z+y\}$$

$$x^2 - y^2 - 2y - 1$$

$$x^2 - (y^2 + 2y + 1)$$

$$x^2 - (y^2 + 2 \cdot y \cdot 1 + 1^2)$$

$$(x)^2 - (y + 1)^2$$

$$(x + y + 1)\{x - (y + 1)\}$$

$$(x + y + 1)(x - y - 1)$$

$a^2 - b^2$

$(a+b)(a-b)$

$$x^2 - y^2 + 2y - 1$$

$$x^2 - (y^2 - 2y + 1)$$

$$x^2 - (y-1)^2$$

$$a^2 - b^2$$

$x^2 + 2xy - 2y - 1$ এর একটি উৎপাদক $x-1$ হলে অপরটি কত হবে?

$x^2-1 + 2xy-2y$ ← চার সংখ্যক

$x^2-1^2 + 2y(x-1)$

$(x+1)(x-1) + 2y(x-1)$

$(x-1)(x+1+2y)$

⊛ 직감 based

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2) \leftarrow \text{[illegible]}$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2) \leftarrow \text{[illegible]}$$

$$x^6 - 1$$

$$= (x^3)^2 - 1^2$$

$$= (x^3 + 1^3)(x^3 - 1^3)$$

$$= (x+1)(x^2 - x \cdot 1 + 1^2)(x-1)(x^2 + x \cdot 1 + 1^2)$$

A^2+B^2

a^2+b^2

$=(a+b)^2-2ab$

$$4x^4+1 \quad \leftarrow \text{No pattern}$$

$$= (2x^2)^2 + 1^2$$

A B

$$= (2x^2+1)^2 - 2\cdot 2x^2 \cdot 1$$

$(A+B)^2 - 2\cdot A\cdot B$

Pattern $\rightarrow$

$$= (2x^2+1)^2 - 4x^2$$

$$= (2x^2+1)^2 - (2x)^2$$

A B

$= (A+B)\cdot(A-B)$ ← 公式

$$a^4 + 4$$

Same

$$8x^3 - 27$$

$$\downarrow$$

$$(2x)^3 - 3^3$$

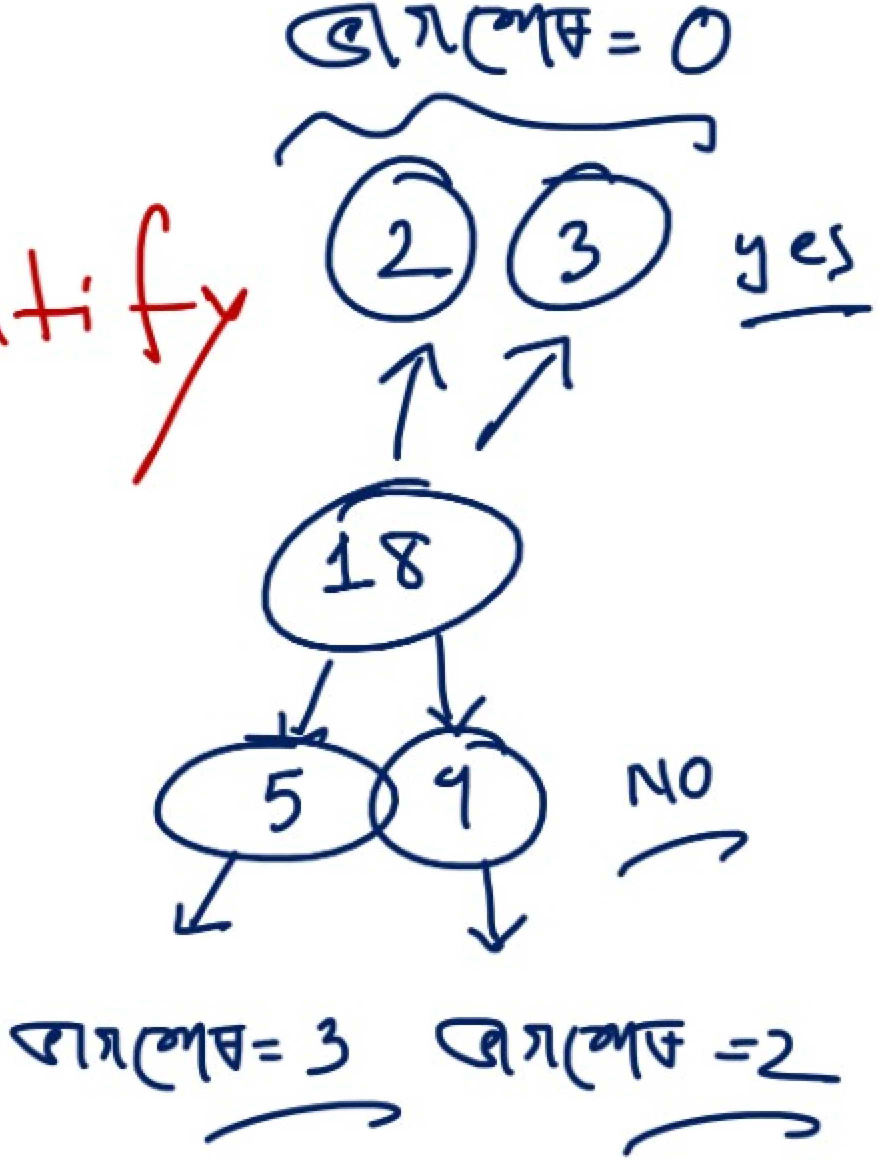
$$A^3 - B^3$$

সূত্র → $= (A - B)(A^2 + AB + B^2)$

$$(2x - 3)\left((2x)^2 + 2x \cdot 3 + 3^2\right)$$

* উৎপাদক identify করা

* ভাগশেষ নির্ণয়



$x^2 - 4x - 2$ কে $x - 1$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কী হবে?

$(x^2 - 4x - 2)$

1 1

ভাগশেষ $= 1^2 - 4 \cdot 1 - 2$

$= 1 - 4 - 2$

$= -5$

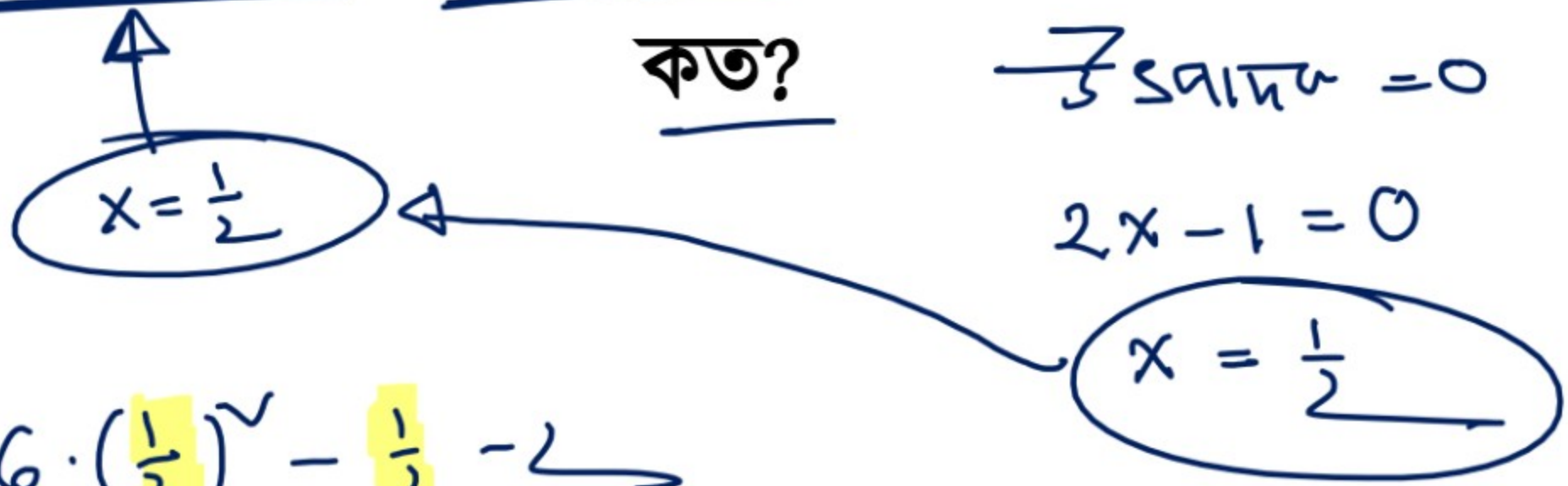
$x = 1$

$x - 1 = 0$

$x = 1$ সমাধান ?

$x = [\ ]$

$6x^2 + x - 2$ কে $2x - 1$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত?



$6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} - 2$

$6 \cdot \frac{1}{4} - \frac{1}{2} - 2$

$=$

$x^3 - x^2$ কে $x - 2$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত থাকবে?

$x-2=0$

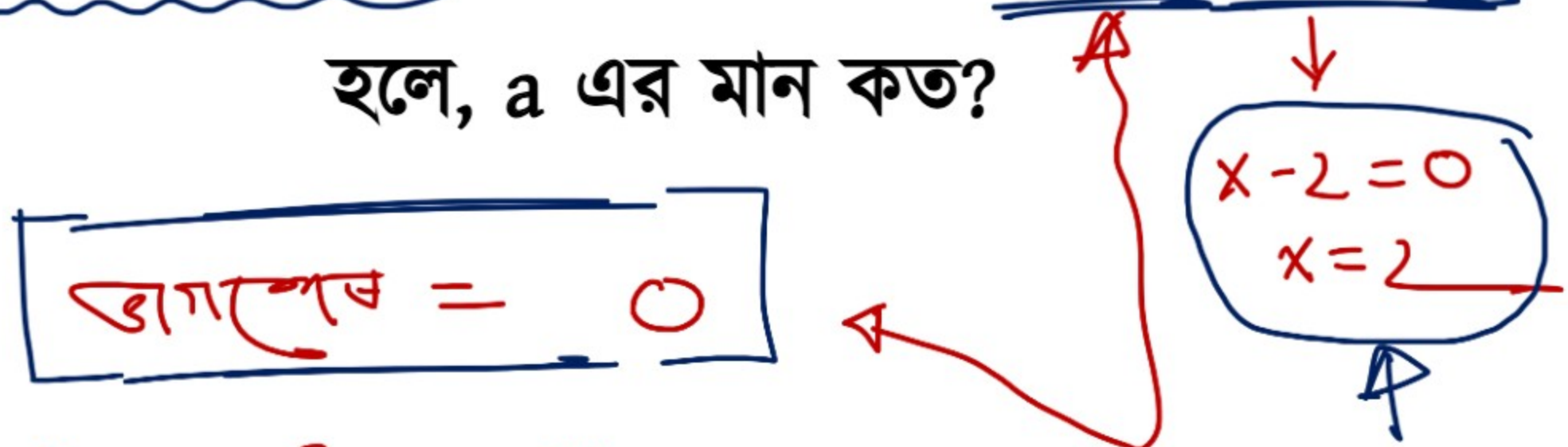
$x=2$

ভাগশেষ = $2^3 - 2$

যদি কোসাইন = 0 হয়

⇒ উৎপাদক

$x^4 - 5x^3 + 7x^2 - a$ বহুপদীর একটি উৎপাদক $(x - 2)$ হলে, a এর মান কত?



$2^4 - 5 \cdot 2^3 - 7 \cdot 2^2 - a = 0$

$16 - 40 - 28 - a = 0$

$a = [\quad]$

$x^4 - 4x + 3$ এর একটি উৎপাদক-

$x = 1$

$1^4 - 4 \times 1 + 3$

$1 - 4 + 3$

$= 0$

$x = 3$

$3^4 - 4 \times 3 + 3$

$81 - 12 + 3 \neq 0$

$a^3 - 6a^2 + 12a - 9$ এর একটি উৎপাদক-

$a^3 - 21a - 20$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

$x-3$, x^3+kx^2-6x-9 এর একটি উৎপাদক হলে $k=$?

$x=3$

∴ ভাগশেষ = 0

$3^3+k\cdot 3^2-6\cdot 3-9=0$

$k=[\quad]$

$f(x) = x^3 + kx^2 - 6x + 18$; k এর মান কত হলে

$f(3) = 0$ হবে?

(i) গ.সা.গু = common

সবগুলোর

(ii) ল.সা.গু = Highest power

$4x^2 - 16$ এবং $6x^2 + 24x + 24$ এর গসাগু কত?

Common

$= (2x-4)(2x+4)$

$= 2(x-2) \cdot 2(x+2)$

$= 4(x-2)(x+2)$

$= 2^2 (x-2)(x+2)^1$

$= 6(x+2)^1$

$= 3 \times 2 \cdot (x+2)^1$

common $= 2 \cdot (x+2)$

গসাগু $= 2^2 \times 3^1 \times (x+2)^2 (x-2)^1$

$a + b, a^2 - b^2$ এবং $a^3 + b^3$ এর গসাগু কত?

$16x^2 - 25y^2$ এবং $12ax - 15ay$ এর গসাগু. কত?

$(4x)^2 - (5y)^2$

$(4x+5y)(4x-5y)$

$3a(4x-5y)$

ল.সা.গু $= (4x-5y)^1 (4x+5y)^1 . 3^1 . a^1$

গ.সা.গু $= (4x-5y)$

$x^3 + x^2y$ এবং $x^2y + xy^2$ এর লসাগু নির্ণয় কর

$x^2(x+y)$ $xy(x+y)$

গ.সা.গু $= x \cdot (x+y)$

ল.সা.গু $= x^2 \cdot y^1 \cdot (x+y)^1$

$x^3 - 1, x^3 + 1, x^4 + x^2 + 1$ এর ল.সা.গু কত?