



বীজগণিতীয় সূত্রাবলি ও মান নির্ণয়



Type-1 : বর্গের সূত্রের সাহায্যে সাধারণ রাশির মান নির্ণয়

Type-1 এর আলোকে বিভিন্ন পরীক্ষায় আগত প্রশ্ন ও সমাধান

১. $(x + y)^2 = ?$
 (ক) $(x - y)^2 + 2xy$ (খ) $x^2 - y^2 + 2xy$
 (গ) $(x - y)^2 - 4xy$ (ঘ) $(x - y)^2 + 4xy$

২. $a^2 + b^2 = ?$
 (ক) $(a + b)^2 - 2ab$ (খ) $(a - b)^2 + 2ab$
 (গ) $\frac{(a + b)^2 + (a - b)^2}{2}$ (ঘ) উপরের সবগুলো

৩. $4ab$ এর সঠিক প্রয়োগ কোনটি?
 [১০ম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল/সমপর্যায়)-২০১৪]
 (ক) $(a + b)^2 - (a - b)^2$ (খ) $(a - b)^2 - (a + b)^2$
 (গ) $\frac{(a + b)^2}{2} + \frac{(a - b)^2}{2}$ (ঘ) $\left(\frac{a + b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a - b}{2}\right)^2$

৪. $(x + y)^2 - (x - y)^2 =$ কত?
 [প্রাক-প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৩ (যমুনা)]
 (ক) xy (খ) $2xy$
 (গ) $3xy$ (ঘ) $4xy$

৫. $(2x + 1)$ এর বর্গ কত? [বিমান বাংলাদেশ এয়ারলাইন্স লিমিটেড
 সহকারী ব্যবস্থাপক ট্রেইনি জেনারেল ২০২১]
 (ক) $2x^2 + 2x + 1$ (খ) $2x^2 + 4x + 1$
 (গ) $4x^2 + 2x + 1$ (ঘ) $4x^2 + 4x + 1$

৬. $x - y = 3, xy = 4$ হলে, $x^2 + y^2 = ?$
 (ক) 3 (খ) -3
 (গ) 17 (ঘ) 21

৭. $x - y = 3, xy = 4$ হলে, $x^2 + y^2 = ?$
 (ক) 3 (খ) -3
 (গ) 17 (ঘ) 21

৮. $x^2 + y^2 = (x - y)^2 + 2xy$
 $= (3)^2 + 2 \times 4$
 $= 9 + 8$
 $= 17$

মজার টেকনিক:

এখানে, x ও y এর বিয়োগফল 3 এবং গুণফল 4।

লক্ষ করুন: 4 থেকে 1 বিয়োগ করলে 3 এবং 4 ও 1 গুণ করলে 4 হয়।

$\therefore x = 3$ এবং $y = 1$

$\therefore x^2 + y^2 = 4^2 + 1^2 = 16 + 1 = 17$

৯. $x + y = 7, xy = 10$ হলে, $x^2 + y^2 + 5xy = ?$
 [৭ম শ্রেণির বোর্ড বই]
 (ক) 49 (খ) 79
 (গ) 35 (ঘ) 30

১০. $x^2 + y^2 + 5xy = (x + y)^2 - 2xy + 5xy$
 $= (x + y)^2 + 3xy$
 $= (7)^2 + 3 \cdot 10$
 $= 49 + 30$
 $= 79$

১১. $x^2 + y^2 = 8$ এবং $xy = 7$ হলে $(x + y)^2$ এর মান কত?
 [পরিবেশ অধিদপ্তর কম্পিউটার অপারেটর ২০২০; প্রাক-প্রাথমিক
 শিক্ষক নিয়োগ-২০১৩ (দাজলা)]
 (ক) 19 (খ) 20
 (গ) 21 (ঘ) 22

১২. আমরা জানি, $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$
 $= 8 + (2 \times 7) = 8 + 14 = 22$

১৩. $x^2 + y^2 = 18$ এবং $xy = 7$ হলে $(x - y)^2$ এর মান
 কত?
 [১৫তম শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১৯]
 (ক) 4 (খ) 5
 (গ) 6 (ঘ) 7

১৪. $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$
 $= x^2 + y^2 - 2xy$
 $= 18 - 2 \times 7$
 $= 18 - 14$
 $= 4$

১৫. যদি $(x - y)^2 = 14$ এবং $xy = 2$ হয় তবে $x^2 + y^2 =$ কত?
 [পরিকল্পনা মন্ত্রণা. সহ. পরি.-০৬]
 (ক) 12 (খ) 14
 (গ) 16 (ঘ) 18

১৬. $x^2 + y^2 = (x - y)^2 + 2xy$
 $= 14 + 2 \times 2$ [মান বসিয়ে]
 $= 14 + 4 = 18$

১৭. যদি $(x - y)^2 = 12$ এবং $xy = 1$ হয়, তবে $x^2 + y^2 =$ কত?
 [প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৯ (১ম ধাপ); প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ের
 অধীনে গুপ্ত সংকেত পরিদপ্তরের সাইবার অফিসার: ০৫]
 (ক) 11 (খ) 12
 (গ) 13 (ঘ) 14

১৮. $x^2 + y^2 = (x - y)^2 + 2xy$
 $= 12 + 2 \cdot 1 = 12 + 2 = 14$

১৯. $a + b = 7, ab = 10$ হলে $(a - b)^2 =$ কত?
 [ডাক বিভাগের পোস্টাল অপারেটর-২০১৬]
 অথবা, $x + y = 7$ এবং $xy = 10$ হলে, $(x - y)^2$ এর
 মান কত?
 [১০ম শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১৪; প্রাক-প্রাথমিক
 শিক্ষক নিয়োগ-২০১৩ (বুড়িগঙ্গা)]
 (ক) 9 (খ) 19
 (গ) 29 (ঘ) 39

ব্যাখ্যা

$$\begin{aligned}(a-b)^2 &= (a+b)^2 - 4ab \\ &= (7)^2 - 4 \times 10 \\ &= 49 - 40 = 9\end{aligned}$$

মজার টেকনিক:

এখানে, a ও b এর যোগফল 7 এবং গুণফল 10।
লক্ষ করুন: 5 ও 2 এর যোগফল 7 এবং 5 ও 2 এর গুণফল 10
 $\therefore a = 5, b = 2$
 $\therefore (a-b)^2 = (5-2)^2 = 3^2 = 9$

১৩. $x + y = 17$ এবং $xy = 60$ হলে $(x - y)^2$ এর মান কত?

[১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১৯; ১৩তম শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১৬]

- (ক) 49 (খ) 64
(গ) 36 (ঘ) 125

ক

ব্যাখ্যা

$$\begin{aligned}(x-y)^2 &= (x+y)^2 - 4xy \\ &= (17)^2 - 4 \times 60 \\ &= 289 - 240 = 49\end{aligned}$$

১৪. $x + y = 17$ এবং $xy = 60$ হলে $x - y =$ কত?

[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর ২০২১; প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৯ (১ম ধাপ)]

- (ক) 7 (খ) 8
(গ) 9 (ঘ) 10

ক

ব্যাখ্যা

$$\begin{aligned}\text{আমরা জানি, } (x-y)^2 &= (x+y)^2 - 4xy \\ &= (17)^2 - 4 \times 60 \\ &= 289 - 240 = 49 \\ \therefore x-y &= \pm\sqrt{49} = \pm 7\end{aligned}$$

১৫. $a + b = 9p$, $ab = 18p^2$ হলে, $(a - b) =$ কত?

[বিশেষ শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল/সমপর্যায়)-২০১০]

- (ক) 4p (খ) 6p
(গ) 3p (ঘ) 5p

গ

ব্যাখ্যা

$$\begin{aligned}\text{আমরা জানি, } (a-b)^2 &= (a+b)^2 - 4ab \\ &= (9p)^2 - 4.18p^2 \\ &= 81p^2 - 72p^2 \\ &= 9p^2 \\ \therefore a-b &= \pm\sqrt{9p^2} = \pm 3p\end{aligned}$$

১৬. যদি $x - y = 1$, $xy = 56$ হয় তবে $x + y =$ কত?

[৮ম শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১২; মাধ্যমিক সহকারী শিক্ষক-০০]

- (ক) 35 (খ) 20
(গ) 15 (ঘ) 5

গ

ব্যাখ্যা

$$\begin{aligned}(x+y)^2 &= (x-y)^2 + 4xy \\ &= 1^2 + 4.56 \\ &= 1 + 224 \\ \therefore x+y &= \pm\sqrt{225} = \pm 15\end{aligned}$$

১৭. $x + y = 3$, $x - y = 1$ হলে, $4xy$ এর মান—

[১৩তম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল/সমপর্যায়)-২০১৬]

- (ক) 4 (খ) 2
(গ) -8 (ঘ) 8

ঘ

ব্যাখ্যা

$$\begin{aligned}4xy &= (x+y)^2 - (x-y)^2 \\ &= (3)^2 - (1)^2 \\ &= 9 - 1 \\ &= 8\end{aligned}$$

মজার টেকনিক:

দুইটি সংখ্যার যোগফল ও বিয়োগফল দেওয়া থাকলে সংখ্যা দুটি যোগ করে 2 দিয়ে ভাগ করলে বড় সংখ্যাটি পাওয়া যায় এবং বিয়োগ করে 2 দিয়ে ভাগ করলে ছোট সংখ্যাটি পাওয়া যায়।

$$\therefore x = \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\therefore y = \frac{3-1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\therefore 4xy = 4 \times 2 \times 1 = 8$$

১৮. $a + b = \sqrt{3}$, $a - b = \sqrt{2}$ হলে $4ab$ এর মান কত?

[মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তর অফিস সহায়ক ২০২০]

- (ক) $\frac{1}{2}$ (খ) $\frac{1}{4}$
(গ) 4 (ঘ) 1

ঘ

ব্যাখ্যা

$$\begin{aligned}4ab &= (a+b)^2 - (a-b)^2 \\ &= (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2 = 3 - 2 = 1\end{aligned}$$

১৯. $x + y = 12$ এবং $x - y = 2$ হলে, xy -এর মান কত?

[২৩তম বিসিএস; প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক নিয়োগ-২০২০ (১ম ধাপ); ৯ম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল/সমপর্যায়)-২০১৩]

- (ক) 27 (খ) 72
(গ) 35 (ঘ) 30

গ

ব্যাখ্যা

$$\begin{aligned}4xy &= (x+y)^2 - (x-y)^2 \\ &= (12)^2 - (2)^2 \\ &= 144 - 4 = 140 \\ \therefore xy &= \frac{140}{4} = 35\end{aligned}$$

সরাসরি xy এর সূত্র ব্যবহার করেও অংকটি করা যাবে।

মজার টেকনিক:

দুইটি সংখ্যার যোগফল ও বিয়োগফল দেওয়া থাকলে সংখ্যা দুটি যোগ করে 2 দিয়ে ভাগ করলে বড় সংখ্যাটি পাওয়া যায় এবং বিয়োগ করে 2 দিয়ে ভাগ করলে ছোট সংখ্যাটি পাওয়া যায়।

$$\therefore x = \frac{12+2}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

$$\therefore y = \frac{12-2}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$\therefore xy = 7 \times 5 = 35$$

২০. $x + y = 5$ এবং $x - y = 3$ হলে, xy এর মান কত?

[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর স্টেটার কিপার ২০২১]

- (ক) 1 (খ) 2
(গ) 3 (ঘ) 4

ঘ

ব্যাখ্যা

$$\begin{aligned}4xy &= (x+y)^2 - (x-y)^2 \\ &= 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16 \\ \therefore xy &= \frac{16}{4} = 4\end{aligned}$$

২১. $x + y = 12$ এবং $x - y = 8$ হলে, xy এর মান কত?
[প্রাথমিক সহকারি শিক্ষক নিয়োগ পরীক্ষা-২০১৪ (অনু: ২০১৮)]
- (ক) 20 (খ) 40
(গ) 60 (ঘ) 80

ব্যাখ্যা

$$4xy = (x + y)^2 - (x - y)^2$$

$$= (12)^2 - (8)^2 = 144 - 64 = 80$$

$$\therefore xy = \frac{80}{4} = 20$$

২২. $a + b = 7$ এবং $a^2 + b^2 = 25$ হলে নিচের কোনটি ab -এর মান হবে?
[৩০তম বিসিএস]
- (ক) 35 (খ) 12
(গ) 9 (ঘ) 5

ব্যাখ্যা

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

বা, $(a + b)^2 = (a^2 + b^2) + 2ab$
বা, $(7)^2 = 25 + 2ab$
বা, $2ab = 49 - 25 = 24$
বা, $ab = \frac{24}{2} = 12$

২৩. $x + y = 5$ & $x - y = 3$ then $2x^2 + 2y^2 = ?$
[রাকাব, সুপারভাইজার-১৫]
- (ক) 34 (খ) 20
(গ) 15 (ঘ) 5

ব্যাখ্যা

$$2x^2 + 2y^2 = 2(x^2 + y^2)$$

$$= (x + y)^2 + (x - y)^2$$

$$= 5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$$

মজার টেকনিক:
দুইটি সংখ্যার যোগফল ও বিয়োগফল দেওয়া থাকলে সংখ্যা দুটি যোগ করে ২ দিয়ে ভাগ করলে বড় সংখ্যাটি পাওয়া যায় এবং বিয়োগ করে ২ দিয়ে ভাগ করলে ছোট সংখ্যাটি পাওয়া যায়।

$$\therefore x = \frac{5 + 3}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$\therefore y = \frac{5 - 3}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\therefore 2x^2 + 2y^2 = 2.4^2 + 2.1^2 = 32 + 2 = 34$$

২৪. $x + y = 8$ এবং $x - y = 2$ হলে, $2x^2 + 2y^2 =$ কত?
[৭ম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল/সমপর্যায়)-২০১১]
- (ক) 64 (খ) 72
(গ) 70 (ঘ) 68

ব্যাখ্যা

$$2x^2 + 2y^2 = 2(x^2 + y^2)$$

$$= (x + y)^2 + (x - y)^2$$

$$= (8)^2 + (2)^2$$

$$= 64 + 4$$

$$= 68$$

২৫. $a + b = 13$, $a - b = 3$ হলে $a^2 + b^2$ এর মান কত?
[সমাজসেবা অধি:ইন্সট্রাক্টর-০৫]
- (ক) 7 (খ) 89
(গ) 59 (ঘ) 3

ব্যাখ্যা

$$2(a^2 + b^2) = (a + b)^2 + (a - b)^2$$

$$= (13)^2 + (3)^2$$

$$= 169 + 9 = 178$$

$$\therefore a^2 + b^2 = \frac{178}{2} = 89$$

২৬. $a + b = \sqrt{5}$, $a - b = \sqrt{3}$ $a^2 + b^2 = ?$
[উপজেলা মহিলা কর্মকর্তা: ০৫; PKB- EO-2017]
- (ক) 7 (খ) 4
(গ) 5 (ঘ) 6

ব্যাখ্যা

আমরা জানি, $2(a^2 + b^2) = (a + b)^2 + (a - b)^2$

$$= (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{3})^2$$

$$= 5 + 3$$

$$= 8$$

$$\therefore a^2 + b^2 = \frac{8}{2} = 4$$

২৭. $a - b = 2$ এবং $ab = 24$ হলে $a^2 - b^2 = ?$
[স্থানীয় সরকার প্রকৌশল অধিদপ্তর (LGED) হিসাব সহকারী ২০২১]
- (ক) 16 (খ) 20
(গ) 26 (ঘ) 30

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

আমরা জানি, $(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$

$$= (2)^2 + 4.24$$

$$= 4 + 96 = 100$$

$$\therefore a + b = \pm 10$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = (\pm 10) \times 2 = \pm 20$$

২৮. $a^2 - b^2 = 8$ এবং $ab = 3$ হলে $a^2 + b^2 =$ কত?
[১৪তম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল-২/সমপর্যায়)-২০১৭]
- (ক) ± 10 (খ) 10
(গ) ± 11 (ঘ) 11

ব্যাখ্যা

আমরা জানি, $(a^2 + b^2)^2 = (a^2 - b^2)^2 + 4a^2b^2$

$$= 8^2 + 4.3^2$$

$$= 64 + 4.9$$

$$= 64 + 36 = 100$$

$$\therefore a^2 + b^2 = \sqrt{100} = \pm 10$$

২৯. $a + b = \sqrt{3}$ এবং $a - b = \sqrt{2}$ হলে $8ab(a^2 + b^2) = ?$
[BKB Sen Off-2015]
- (ক) 12 (খ) 10
(গ) 8 (ঘ) 5

ব্যাখ্যা

$$8ab(a^2 + b^2)$$

$$= 4ab \times 2(a^2 + b^2)$$

$$= \{(a + b)^2 - (a - b)^2\} \{(a + b)^2 + (a - b)^2\}$$

$$= \{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2\} \{(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2\}$$
 [মান বসিয়ে]
$$= (3 - 2)(3 + 2)$$

$$= 1 \times 5 = 5$$

৩০. $a + b = \sqrt{7}$ এবং $a - b = \sqrt{5}$ হলে, $8ab(a^2 + b^2)$ = কত?
[১১তম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল-২/সমপর্যায়)-২০১৪]
- (ক) 12 (খ) 24
(গ) 36 (ঘ) 40

ব্যাখ্যা $8ab(a^2 + b^2)$
 $= 4ab \times 2(a^2 + b^2)$
 $= \{(a + b)^2 - (a - b)^2\} \{(a + b)^2 + (a - b)^2\}$
 $= \{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{5})^2\} \{(\sqrt{7})^2 + (\sqrt{5})^2\}$
 $= \{7 - 5\} \{7 + 5\}$
 $= 2 \times 12 = 24$

৩১. $a + b = \sqrt{3}$, $a - b = \sqrt{2}$ হলে, $3ab(a^2 + b^2) = ?$

- ক) $\frac{15}{8}$ খ) $\frac{8}{15}$
 গ) $\frac{40}{3}$ ঘ) $\frac{80}{6}$

ব্যাখ্যা $3ab(a^2 + b^2)$
 $= 3 \cdot \frac{8}{8} ab(a^2 + b^2)$
 $= \frac{3}{8} \times 4ab \times 2(a^2 + b^2)$
 $= \frac{3}{8} \{(a + b)^2 - (a - b)^2\} \{(a + b)^2 + (a - b)^2\}$
 $= \frac{3}{8} \{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2\} \{(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2\}$
 $= \frac{3}{8} \times 1 \times 5 = \frac{15}{8}$

৩২. $a + b = 7$ এবং $ab = 12$ হলে, $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$ এর মান কত?

- ক) $\frac{3}{25}$ খ) $\frac{25}{144}$
 গ) $\frac{31}{144}$ ঘ) $\frac{11}{49}$

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{a^2 + b^2}{a^2 b^2}$$

$$= \frac{(a + b)^2 - 2ab}{(ab)^2}$$

$$= \frac{7^2 - 2 \times 12}{(12)^2} = \frac{49 - 24}{144} = \frac{25}{144}$$

৩৩. $a^2 - b^2 = 45$ এবং $a - b = 3$ হলে ab -এর মান কত?

[পরিকল্পনা মন্ত্রণা:সহ:পরি:-০৬]

- ক) 60 খ) 64
 গ) 54 ঘ) 45

ব্যাখ্যা $(a^2 - b^2) = 45$
 বা, $(a + b)(a - b) = 45$
 বা, $(a + b) \times 3 = 45$
 $\therefore (a + b) = \frac{45}{3} = 15$
 $\therefore 4ab = (a + b)^2 - (a - b)^2$
 $= (15)^2 - (3)^2$
 $= 225 - 9 = 216$
 $\therefore ab = \frac{216}{4} = 54$

৩৪. $a + b + c = 9$, $a^2 + b^2 + c^2 = 29$ হলে, $ab + bc + ca =$ কত?

[প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৯ (৩য় ধাপ-১)]

- ক) 26 খ) 28
 গ) 20 ঘ) 25

ব্যাখ্যা আমরা জানি,

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

বা, $2(ab + bc + ca) = 9^2 - 29$
 বা, $ab + bc + ca = \frac{81 - 29}{2}$

$\therefore ab + bc + ca = 26$

৩৫. যদি $a + b + c = 5$ এবং $a^2 + b^2 + c^2 = 9$ হয়, তবে $ab + bc + ca =$ কত?

[১৪তম শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১৭]

- ক) 16 খ) 8
 গ) 34 ঘ) 12

ব্যাখ্যা আমরা জানি,

$$2(ab + bc + ca) = (a + b + c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)$$

বা, $2(ab + bc + ca) = 5^2 - 9$
 $\therefore ab + bc + ca = \frac{25 - 9}{2} = 8$

৩৬. $x - y = 2$ এবং $xy = 24$ হলে, x -এর ধনাত্মক মানটি-

[অন্তিম বিসিএস]

- ক) 3 খ) 4
 গ) 5 ঘ) 6

ব্যাখ্যা $(x - y) = 2$

$$\therefore (x - y)^2 = (2)^2$$
 [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]
 বা, $(x + y)^2 - 4xy = 4$
 বা, $(x + y)^2 - 4 \times 24 = 4$ [$\because xy = 24$]
 বা, $(x + y)^2 = 96 + 4 = 100$
 বা, $(x + y) = \sqrt{100}$
 বা, $(x + y) = \pm 10$
 $\therefore x + y = 10$ [ধনাত্মক মান ধরে]
 $\frac{x - y = 2}{x + y = 10}$
 $2x = 12$ [যোগ করে]
 বা, $x = \frac{12}{2} = 6$

মজার টেকনিক:

$x - y = 2$ অর্থাৎ $x > y$
 আবার, $xy = 24$ অর্থাৎ x ও y এর গুণফল 24
 24 কে ভাজলে হয় 8×3 বা, 6×4
 তাহলে, 8×3 হতে পারে কিন্তু $8 - 3 \neq 2$
 6×4 হতে পারে এবং $6 - 4 = 2$
 তাই উত্তর 6।

৩৭. $x + y = 7$ এবং $xy = 12$ হলে x ও y এর মান কত?

[RAKUB, Supervisor-2017]

- ক) 3, 5 খ) 2, 3
 গ) 9, 3 ঘ) 4, 3

ব্যাখ্যা সুপার শর্টকাট পদ্ধতি:

এখানে, $x + y = 7$
 অপশন (ঘ) 4, 3 এর যোগফলই শুধুমাত্র $4 + 3 = 7$ হয়।
 তাই উত্তর: 4, 3।

বিকল্প পদ্ধতি:

$$(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy$$

$$= (7)^2 - 4 \times 12$$

$$= 49 - 48 = 1$$

$$\therefore x - y = \sqrt{1} = 1$$

$$\therefore x + y = 7$$

$$\begin{array}{r} x + y = 7 \\ x - y = 1 \\ \hline 2x = 8 \text{ [যোগ করে]} \end{array}$$

$$\text{বা, } x = \frac{8}{2} = 4$$

$$\therefore x + y = 7$$

$$\text{বা, } 4 + y = 7$$

$$\text{বা, } y = (7 - 4) = 3$$

$$\therefore x \text{ ও } y \text{ এর মান যথাক্রমে } 4 \text{ ও } 3 \text{।}$$

Type-2 : বর্গের সূত্র প্রয়োগ করে ভগ্নাংশ রাশির মান নির্ণয়

Type-2 এর আলোকে বিভিন্ন পরীক্ষায় আগত প্রশ্ন ও সমাধান

৩৮. $p + \frac{1}{p} = 2$ হলে $p^2 + \frac{1}{p^2}$ এর মান কত?

[বাংলাদেশ ডাক বিভাগ, মেট্রোপলিটন সার্কেল, পরিদর্শক-২০১৬]

ক) 2

খ) 4

গ) 6

ঘ) 8

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$p^2 + \frac{1}{p^2} = (2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2$$

Note: (+) মান থাকলে তার উপর বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

সুপার শর্টকাট পদ্ধতি:

$$p + \frac{1}{p} = 2 \text{ হলে সর্বদা } p = 1$$

$$\therefore p^2 + \frac{1}{p^2} = 1^2 + \frac{1}{1^2} = 1 + 1 = 2$$

লিখিত নিয়ম:

$$p^2 + \frac{1}{p^2} = \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 - 2.p \cdot \frac{1}{p}$$

$$= 2^2 - 2$$

$$= 4 - 2$$

$$= 2$$

৩৯. $a + \frac{1}{a} = 3$ হলে $a^2 + \frac{1}{a^2}$ এর মান কত?

[প্রাথমিক সহকারি শিক্ষক নিয়োগ পরীক্ষা-১০]

ক) 8

খ) 7

গ) 13

ঘ) 6

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = (3)^2 - 2 = 9 - 2 = 7$$

Note: (+) মান থাকলে তার উপর বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

লিখিত নিয়ম:

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2.a \cdot \frac{1}{a}$$

$$= 3^2 - 2$$

$$= 9 - 2$$

$$= 7$$

৪০. $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ হলে $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান কত?

[১৫তম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল-২/সমপর্যায়)-২০১৯]

ক) $\sqrt{3} - 2$

খ) 1

গ) 5

ঘ) 7

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = (\sqrt{3})^2 - 2 = 3 - 2 = 1$$

Note: (-) মান থাকলে যে মান থাকবে তার উপর বর্গ করে 2 যোগ করতে হয়।

লিখিত নিয়ম:

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2.x \cdot \frac{1}{x}$$

$$= (\sqrt{3})^2 - 2$$

$$= 3 - 2$$

$$= 1$$

৪১. $2x + \frac{2}{x} = 3$ হলে, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ মান কত? [IBBL-ATO-2017]

ক) $\frac{1}{2}$

খ) $\frac{1}{4}$

গ) $\frac{2}{3}$

ঘ) $\frac{6}{10}$

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$2x + \frac{2}{x} = 3$$

$$\text{বা, } 2\left(x + \frac{1}{x}\right) = 3$$

$$\text{বা, } x + \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$$

$$\text{এখন, } x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2$$

$$= \frac{9}{4} - 2 = \frac{9 - 8}{4} = \frac{1}{4}$$

Note: (+) মান থাকলে তার উপর বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

৪২. $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$ হলে, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান কত?

[প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ে সহ: পরি:- ২০১৮]

ক) ১

খ) $\sqrt{5}$

গ) ৩

ঘ) $2\sqrt{5}$

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$$

বা, $x^2 + 1 = \sqrt{5}x$

বা, $\frac{x^2}{x} + \frac{1}{x} = \frac{\sqrt{5}x}{x}$ [উভয়পক্ষকে x দিয়ে ভাগ করে]

বা, $x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$

এখন, $x^2 + \frac{1}{x^2} = (\sqrt{5})^2 - 2 = 5 - 2 = 3$

Note: (+) মান থাকলে তার উপর বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

৪৩. $x^2 + 1 - \sqrt{3}x = 0$ হলে, $x^2 + \frac{1}{x^2} = ?$

[ডাক অধিদপ্তরের বিস্টিং ওভারশিয়ার- ২০১৮]

ক) 0

খ) 1

গ) 4

ঘ) 10

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$x^2 + 1 - \sqrt{3}x = 0$$

বা, $x^2 + 1 = \sqrt{3}x$

বা, $\frac{x^2}{x} + \frac{1}{x} = \frac{\sqrt{3}x}{x}$

বা, $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$

এখন, $x^2 + \frac{1}{x^2} = (\sqrt{3})^2 - 2 = 3 - 2 = 1$

Note: (+) মান থাকলে তার উপর বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

৪৪. $a - \frac{1}{a} = 3$ হলে $a^2 + \frac{1}{a^2}$ এর মান কত?

[মাধ্যমিক সহকারি প্রধান শিক্ষক নিয়োগ পরীক্ষা-০৩]

ক) 11

খ) 12

গ) 14

ঘ) 16

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = (3)^2 + 2 = 9 + 2 = 11$$

Note: (-) মান থাকলে যে মান থাকবে তার উপর বর্গ করে 2 যোগ করতে হয়।

লিখিত নিয়ম:

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = (a)^2 + \left(\frac{1}{a}\right)^2$$

$$= \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2a \cdot \frac{1}{a}$$

$$= (3)^2 + 2 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= 11$$

৪৫. $x - \frac{1}{x} = 5$ হলে $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান কত?

[মাধ্যমিক সহকারি প্রধান শিক্ষক নিয়োগ পরীক্ষা-০৬]

ক) 32

খ) 27

গ) 25

ঘ) 47

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = (5)^2 + 2 = 25 + 2 = 27$$

Note: (-) মান থাকলে যে মান থাকবে তার উপর বর্গ করে 2 যোগ করতে হয়।

লিখিত নিয়ম:

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2x \cdot \frac{1}{x}$$

$$= (5)^2 + 2 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= 25 + 2 = 27$$

৪৬. $x - \frac{1}{x} = 4$ হলে $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান কত?

[প্রাথমিক সহকারি শিক্ষক নিয়োগ পরীক্ষা-১০]

ক) 18

খ) 12

গ) 14

ঘ) 10

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = (4)^2 + 2 = 16 + 2 = 18$$

Note: (-) মান থাকলে যে মান থাকবে তার উপর বর্গ করে 2 যোগ করতে হয়।

লিখিত নিয়ম:

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = (x)^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2$$

$$= \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$$

$$= (4)^2 + 2 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= 16 + 2 = 18$$

৪৭. $a - \frac{1}{a} = 8$ হলে $a^2 + \frac{1}{a^2}$ এর মান কত?

[প্রাথমিক সহকারি শিক্ষক নিয়োগ পরীক্ষা-০৮]

ক) 44

খ) 52

গ) 62

ঘ) 66

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = (8)^2 + 2 = 64 + 2 = 66$$

Note: (-) মান থাকলে যে মান থাকবে তার উপর বর্গ করে 2 যোগ করতে হয়।

লিখিত নিয়ম:

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = (a)^2 + \left(\frac{1}{a}\right)^2$$

$$= \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2a \cdot \frac{1}{a}$$

$$= (8)^2 + 2 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= 64 + 2 = 66$$

৪৮. $x - \frac{1}{x} = 3$ হলে, $\frac{x^4 + 1}{x^2}$ এর মান—

[১৩তম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল/সমপর্যায়)-২০১৬]

- (ক) 11 (খ) 10
(গ) 9 (ঘ) 7

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\frac{x^4 + 1}{x^2} = x^2 + \frac{1}{x^2} = 3^2 + 2 = 9 + 2 = 11$$

৪৯. $a - \frac{1}{a} = 5\sqrt{3}$ হলে $a^2 + \frac{1}{a^2} =$ কত?

[প্রাথমিক প্রধান শিক্ষক ২০০৯, শাপলা]

- (ক) 65 (খ) 77
(গ) 72 (ঘ) 86

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = (5\sqrt{3})^2 + 2 = 25 \cdot 3 + 2 = 75 + 2 = 77$$

Note: (-) মান থাকলে যে মান থাকবে তার উপর বর্গ করে 2 যোগ করতে হয়।

৫০. $x + \frac{1}{x} = 3$ হয়, তবে $x^4 + \left(\frac{1}{x}\right)^4 =$ কত?

[পায়রা বন্দর কর্তৃপক্ষ (বিভিন্ন পদ) ২০২০; প্রাথমিক বিদ্যালয় প্রধান শিক্ষক ২০০৯, গোলাপ]

- (ক) 47 (খ) 51
(গ) 27 (ঘ) 49

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = (3)^2 - 2 = 9 - 2 = 7$$

Note: (+) মান থাকলে তার উপর বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

আবার, $x^4 + \left(\frac{1}{x}\right)^4 = (7)^2 - 2 = 49 - 2 = 47$

Note: (+) মান থাকলে তার উপর বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

লিখিত নিয়ম:

$$\begin{aligned} x^4 + \left(\frac{1}{x}\right)^4 &= (x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 \\ &= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2x^2 \cdot \frac{1}{x^2} \\ &= \left\{ \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2x \cdot \frac{1}{x} \right\}^2 - 2 \\ &= \{(3)^2 - 2\}^2 - 2 \text{ [মান বসিয়ে]} \\ &= (9 - 2)^2 - 2 \\ &= (7)^2 - 2 = 49 - 2 = 47 \end{aligned}$$

বিদ্র: $x + \frac{1}{x} = 3$ থেকে দুইবার বর্গের মাধ্যমে $x^4 + \left(\frac{1}{x}\right)^4$ এর মান বের করা যায়।

৫১. $x + \frac{1}{x} = \sqrt{2}$ হলে, $x^4 + \frac{1}{x^4} = ?$

[৯ম শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১৩]

- (ক) -2 (খ) 2
(গ) 4 (ঘ) 14

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = (\sqrt{2})^2 - 2 = 2 - 2 = 0$$

Note: (+) মান থাকলে তার উপর বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

আবার, $x^4 + \frac{1}{x^4} = (0)^2 - 2 = -2$

Note: (+) মান থাকলে তার উপর বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

৫২. $a^2 = 3a - 1$ হলে $\frac{a^8 + 1}{a^4}$ এর মান—

[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের ব্যক্তিগত কর্মকর্তা নিয়োগ-২০১৮]

- (ক) 47 (খ) 49
(গ) 51 (ঘ) 53

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$a^2 = 3a - 1$$

বা, $a^2 + 1 = 3a$

বা, $\frac{a^2}{a} + \frac{1}{a} = \frac{3a}{a}$ [উভয়পক্ষকে a দিয়ে ভাগ করে]

বা, $a + \frac{1}{a} = 3$

এখন, $a^2 + \frac{1}{a^2} = (3)^2 - 2 = 9 - 2 = 7$

Note: (+) মান থাকলে তার উপর বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

আবার, $\frac{a^8 + 1}{a^4} = \frac{a^8}{a^4} + \frac{1}{a^4} = a^4 + \frac{1}{a^4}$

$$= (7)^2 - 2 = 49 - 2 = 47$$

Note: (+) মান থাকলে তার উপর বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

৫৩. $x - \frac{1}{x} = 2$ হলে $x^4 + \frac{1}{x^4} =$ কত?

[বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরো জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী ২০২০; প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৯ (৩য় ধাপ-৩)]

- (ক) 30 (খ) 31
(গ) 32 (ঘ) 34

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = (2)^2 + 2 = 4 + 2 = 6$$

Note: (-) মান থাকলে যে মান থাকবে তার উপর বর্গ করে 2 যোগ করতে হয়।

আবার, $x^4 + \frac{1}{x^4} = (6)^2 - 2 = 36 - 2 = 34$

Note: (+) মান থাকলে তার উপর বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

লিখিত নিয়ম:

$$\begin{aligned} x^4 + \frac{1}{x^4} &= (x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 \\ &= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 \times x^2 \times \frac{1}{x^2} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 \\ &= \left\{ \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 \times x \times \frac{1}{x} \right\}^2 - 2 \\ &= \{(2)^2 + 2\}^2 - 2 \text{ [মান বসিয়ে]} \\ &= (4 + 2)^2 - 2 \\ &= (6)^2 - 2 = 36 - 2 = 34 \end{aligned}$$

৫৪. $a - \frac{1}{a} = 2$ হয়, তবে $a^4 + \left(\frac{1}{a}\right)^4 =$ কত? [প্রাথমিক শিক্ষক

নিয়োগ-২০১৯; প্রাক প্রাথমিক সহকারি শিক্ষক, মেঘনা : ২০১৩]

(ক) 36 (খ) 32

(গ) 34 (ঘ) 40

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = (2)^2 + 2 = 4 + 2 = 6$$

Note: (-) মান থাকলে যে মান থাকবে তার উপর বর্গ করে 2 যোগ করতে হয়।

$$\text{আবার, } a^4 + \left(\frac{1}{a}\right)^4 = (6)^2 - 2 = 36 - 2 = 34$$

Note: (+) মান থাকলে তার উপর বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

৫৫. $x = 3 + 2\sqrt{2}$ হলে x^{-1} এর সঠিক মান হবে—

[৭ম শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১১]

(ক) $3 + 2\sqrt{2}$ (খ) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

(গ) $3 - 2\sqrt{2}$ (ঘ) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$

ব্যাখ্যা এখানে, $x = 3 + 2\sqrt{2}$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} = \frac{1}{3 + 2\sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } x^{-1} = \frac{3 - 2\sqrt{2}}{(3 + 2\sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2})}$$

$$= \frac{3 - 2\sqrt{2}}{(3)^2 - (2\sqrt{2})^2}$$

$$= \frac{3 - 2\sqrt{2}}{9 - 8}$$

$$= 3 - 2\sqrt{2}$$

৫৬. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ হলে, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান কত?

[৮ম শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১২]

(ক) 9 (খ) 10

(গ) 12 (ঘ) কোনোটিই নয়

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$\therefore \frac{1}{x} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = (2\sqrt{3})^2 - 2 = 4 \cdot 3 - 2 = 12 - 2 = 10$$

Note: (+) মান থাকলে বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

৫৭. $a = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ হলে $a^4 + \frac{1}{a^4}$?

(ক) 94 (খ) 96

(গ) 98 (ঘ) 100

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$a = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$\therefore \frac{1}{a} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = (2\sqrt{3})^2 - 2 = 4 \cdot 3 - 2 = 12 - 2 = 10$$

Note: (+) মান থাকলে বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

$$\text{আবার, } a^4 + \frac{1}{a^4} = (10)^2 - 2 = 100 - 2 = 98$$

Note: (+) মান থাকলে বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

৫৮. $x - 2 = \sqrt{3}$ হলে $x^4 + \frac{1}{x^4}$ এর মান কত?

[১৫তম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল/সমপর্যায়)-২০১৯]

(ক) 196

(খ) 194

(গ) 192

(ঘ) 198

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\text{এখানে, } x - 2 = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } x = 2 + \sqrt{3}$$

$$\therefore \frac{1}{x} = 2 - \sqrt{3}$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} = 4$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 4^2 - 2 = 16 - 2 = 14$$

Note: (+) মান থাকলে বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

$$\text{আবার, } x^4 + \frac{1}{x^4} = (14)^2 - 2 = 196 - 2 = 194$$

৫৯. $a = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ হলে $a^8 + \frac{1}{a^8}$ = ?

(ক) 98

(খ) 9602

(গ) 9604

(ঘ) 100

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$a = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$\therefore \frac{1}{a} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = (2\sqrt{3})^2 - 2 = 4 \cdot 3 - 2 = 12 - 2 = 10$$

Note: (+) মান থাকলে বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

$$\text{আবার, } a^4 + \frac{1}{a^4} = (10)^2 - 2 = 100 - 2 = 98$$

Note: (+) মান থাকলে বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

$$\text{এবং } a^8 + \frac{1}{a^8} = (98)^2 - 2 = 9604 - 2 = 9602$$

৬০. যদি $x^2 + \frac{1}{x^2} = 38$ হয়, তবে $x - \frac{1}{x}$ = ?

[১৩তম শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১৬]

(ক) ± 40

(খ) ± 6

(গ) ± 7

(ঘ) ± 5

ব্যাখ্যা $x^2 + \frac{1}{x^2} = 38$

বা, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2x \cdot \frac{1}{x} = 38$

বা, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 38 - 2$

বা, $x - \frac{1}{x} = \sqrt{36} = \pm 6$

৬১. $a^2 + \frac{1}{a^2} = 51$ হলে $a - \frac{1}{a}$ এর মান কত?

[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয় প্রশাসনিক কর্মকর্তা ২০১৯]

ক) ± 3

খ) ± 5

গ) ± 7

ঘ) ± 9

ব্যাখ্যা

$$\begin{aligned} \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 &= a^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} \\ &= a^2 + \frac{1}{a^2} - 2 \\ &= 51 - 2 = 49 \end{aligned}$$

বা, $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = (\pm 7)^2$

$\therefore a - \frac{1}{a} = \pm 7$

লিখিত নিয়ম:

দেয়া আছে, $a^2 + \frac{1}{a^2} = 51$

বা, $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2 \times a \times \frac{1}{a} = 51$

বা, $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2 = 51$

বা, $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = 51 - 2 = 49$

বা, $\left(a - \frac{1}{a}\right) = \sqrt{49} = \sqrt{7^2}$

$\therefore \left(a - \frac{1}{a}\right) = \pm 7$

৬২. $x - \frac{1}{x} = 5$ হলে $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$ এর মান কত?

[১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১৯;

BSC-Combined-So- Exam-2018, Set-A]

ক) 29

খ) 27

গ) 25

ঘ) 32

ব্যাখ্যা $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4x \cdot \frac{1}{x} = (5)^2 + 4$ [মান বসিয়ে]

$= 25 + 4 = 29$

৬৩. $a^2 + \frac{1}{a^2} = 2$ হলে $a - \frac{1}{a}$ কত?

[প্রাথমিক সহকারি শিক্ষক নিয়োগ পরীক্ষা-২০১৪, অনু: ২০১৮]

ক) 3

খ) 0

গ) 1

ঘ) 2

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right) = 2 \text{ হলে সর্বদা } a = 1$$

$$\therefore \left(a - \frac{1}{a}\right) = 1 - 1 = 0$$

লিখিত নিয়ম:

$$\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} + \left(\frac{1}{a}\right)^2$$

$$= a^2 + \frac{1}{a^2} - 2$$

$$= 2 - 2 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= 0$$

$$\therefore \left(a - \frac{1}{a}\right) = 0$$

৬৪. $x^4 + 2x^2 + 1 = 5x^2$ হলে, $x + \frac{1}{x} =$ কত?

[সহকারী পরিবার পরিকল্পনা কর্মকর্তা ২০১৬]

ক) $\sqrt{3}$

খ) 2

গ) 5

ঘ) $\sqrt{5}$

ব্যাখ্যা $x^4 + 2x^2 + 1 = 5x^2$

বা, $(x^2)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot 1 + (1)^2 = 5x^2$

বা, $(x^2 + 1)^2 = 5x^2$

বা, $(x^2 + 1) = \sqrt{5x^2}$ [উভয়পক্ষকে বর্গমূল করে]

বা, $x^2 + 1 = \sqrt{5}x$

বা, $\frac{x^2}{x} + \frac{1}{x} = \frac{\sqrt{5}x}{x}$ [উভয়পক্ষকে x দিয়ে ভাগ করে]

$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$

৬৫. $x^4 - x^2 + 1 = 0$ হলে $x^2 + \frac{1}{x^2} =$ কত?

[স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের মাদক দ্রব্য নিয়ন্ত্রণ, উপ-পরিচালক- ২০১৮]

ক) 0

খ) 1

গ) 2

ঘ) 4

ব্যাখ্যা $x^4 - x^2 + 1 = 0$

বা, $x^4 + 1 = x^2$

বা, $\frac{x^4 + 1}{x^2} = \frac{x^2}{x^2}$ [উভয়পক্ষকে x^2 দিয়ে ভাগ করে]

বা, $\frac{x^4}{x^2} + \frac{1}{x^2} = 1$

বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 1$

৬৬. $x^4 - x^2 - 1 = 0$ হলে $x^2 - \frac{1}{x^2} =$ কত?

[১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন স্কুল পর্যায়-২, ২০১৯]

ক) 0

খ) 1

গ) 2

ঘ) 4

ব্যাখ্যা দেয়া আছে, $x^4 - x^2 - 1 = 0$

বা, $x^4 - 1 = x^2$

বা, $\frac{x^4}{x^2} - \frac{1}{x^2} = 1$

$\therefore x^2 - \frac{1}{x^2} = 1$

৬৭. $x^2 - 3x + 1 = 0$ হলে $\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)$ এর মান—

- [৩৭তম বিসিএস]
- ক) $5\sqrt{3}$ খ) $3\sqrt{5}$
 গ) $4\sqrt{5}$ ঘ) $6\sqrt{5}$

ব্যাখ্যা $x^2 - 3x + 1 = 0$

বা, $x^2 + 1 = 3x$

বা, $\frac{x^2 + 1}{x} = \frac{3x}{x}$ [উভয়পক্ষকে x দিয়ে ভাগ করে]

বা, $\frac{x^2}{x} + \frac{1}{x} = 3$

বা, $x + \frac{1}{x} = 3$

আবার, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4x \cdot \frac{1}{x}$
 $= (3)^2 - 4$
 $= 9 - 4 = 5$

$\therefore \left(x - \frac{1}{x}\right) = \sqrt{5}$

এখন, $x^2 - \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right)$
 $= 3 \times \sqrt{5}$ [মান বসিয়ে]
 $= 3\sqrt{5}$

Type-3 : ঘনের সূত্র প্রয়োগ করে সাধারণ রাশির মান নির্ণয়

Type-3 এর আলোকে বিভিন্ন পরীক্ষায় আগত প্রশ্ন ও সমাধান

৬৮. $(a + b)(a^2 - ab + b^2) =$ কত?

[প্রাক-প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৪ (ডেলটা)]

- ক) $a^3 - b^3$ খ) $a^3 + b^3$
 গ) $a^6 - b^6$ ঘ) $a^6 + b^6$

ব্যাখ্যা $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$

৬৯. $a + b = 3$ এবং $ab = 3$ হলে, $a^3 + b^3$ এর মান কত?

[৬ষ্ঠ শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল/সমপর্যায়)-২০১০]

- ক) 0 খ) 54
 গ) 9 ঘ) 45

ব্যাখ্যা এখানে, $a + b = 3$ এবং $ab = 3$

$\therefore a^3 + b^3 = (a + b)^2 - 3ab(a + b)$
 $= 3^2 - 3 \cdot 3 \cdot 3$
 $= 27 - 27$
 $= 0$

৭০. $2x + 3y = 13$ এবং $xy = 6$ হলে, $8x^3 + 27y^3$ এর মান নির্ণয় করুন?

- ক) 695 খ) 712
 গ) 763 ঘ) 793

ব্যাখ্যা $8x^3 + 27y^3$
 $= (2x)^3 + (3y)^3$
 $= (2x + 3y)^3 - 3 \times 2x \times 3y (2x + 3y)$
 $= (13)^3 - 18 \times 6 \times 13$ [মান বসিয়ে]
 $= 2197 - 1404$
 $= 793$

৭১. $(a - 2b)^3$ এর মান কত?

[বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরো, জুনিয়র পরিসংখ্যান সহকারী ২০২০]

- ক) $a^3 - 8b^3 - 6a^2b + 12ab^2$
 খ) $a^3 - 8b^3 - 6a^2b - 12ab^2$
 গ) $a^3 + 8b^3 - 6a^2b - 12ab^2$
 ঘ) $a^3 - 8b^3 - 12a^2b - 6ab^2$

ব্যাখ্যা দেয়া আছে, $(a - 2b)^3$
 $= a^3 - (2b)^3 - 3a^2 \times 2b + 3 \times a (2b)^2$
 $= a^3 - 8b^3 - 6a^2b + 12ab^2$

৭২. $m - n = x$ এবং $mn = 6x^2$ হলে $m^3 - n^3 =$ কত?

[১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১৯]

- ক) $19x^2$ খ) $19x^3$
 গ) $18x^2$ ঘ) $18x^3$

ব্যাখ্যা এখানে, $m - n = x$ এবং $mn = 6x^2$

$\therefore m^3 - n^3 = (m - n)^3 + 3mn(m - n)$
 $= x^3 + 3 \cdot 6x^2 \cdot x$
 $= x^3 + 18x^3$
 $= 19x^3$

৭৩. $x + y = 3$ এবং $xy = 1$ হলে, $x^3 + y^3 + 3xy$ এর মান কত?

[বিশেষ শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল/সমপর্যায়)-২০১০]

- ক) 21 খ) 27
 গ) 39 ঘ) 33

ব্যাখ্যা এখানে, $x + y = 3$ এবং $xy = 1$

$\therefore x^3 + y^3 + 3xy = (x + y)^3 - 3xy(x + y) + 3xy$
 $= 3^3 - 3 \cdot 1 \cdot 3 + 3 \cdot 1$
 $= 27 - 9 + 3$
 $= 30 - 9$
 $= 21$

৭৪. $a + b + c = 0$ হলে, $a^3 + b^3 + c^3$ এর মান কত?

[১০ম বিসিএস; প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক নিয়োগ ২০২০ (২য় ধাপ); সাব-রেজিস্টার-২০১৬]

- ক) 0 খ) 1
 গ) $3abc$ ঘ) abc

ব্যাখ্যা দেওয়া আছে, $a + b + c = 0$

বা, $a + b = -c$
 প্রদত্ত রাশি $= a^3 + b^3 + c^3$
 $= (a + b)^3 - 3ab(a + b) + c^3$
 $= (-c)^3 - 3ab(-c) + c^3$
 $= -c^3 + 3abc + c^3$
 $= 3abc$

৭৫. $a + b = c$ হলে $a^3 + b^3 + 3abc =$ কত?

[প্রাথমিক-প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৩ (যমুনা)]

- (ক) a^3 (খ) b^3
(গ) c^3 (ঘ) 0

ব্যাখ্যা দেওয়া আছে, $a + b = c$

$$\begin{aligned} & a^3 + b^3 + 3abc \\ &= (a + b)^3 - 3ab(a + b) + 3abc \\ &= (c)^3 - 3ab(c) + 3abc \quad [c \text{ এর মান বসিয়ে}] \\ &= c^3 - 3abc + 3abc \\ &= c^3 \end{aligned}$$

গ

৭৬. যদি $a^3 - b^3 = 513$ এবং $a - b = 3$ হয়, তবে ab এর মান কত? [১২তম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল/সমপর্যায়)-২০১৫]

- (ক) 54 (খ) 35
(গ) 45 (ঘ) 55

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\begin{aligned} & \text{এখানে, } a^3 - b^3 = 513 \\ & \text{বা, } (a - b)^3 + 3ab(a - b) = 513 \\ & \text{বা, } 3^3 + 3.ab.3 = 513 \\ & \text{বা, } 9ab = 513 - 27 \\ & \text{বা, } ab = \frac{486}{9} \\ & \therefore ab = 54 \end{aligned}$$

ক

Type-4 : ঘনের সূত্রের প্রয়োগে ভগ্নাংশ রাশির মান নির্ণয়

Type-4 এর আলোকে বিভিন্ন পরীক্ষায় আগত প্রশ্ন ও সমাধান

৭৭. $a + \frac{1}{a} = 3$ হলে, $a^3 + \frac{1}{a^3}$ মান কত?

[৯ম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল/সমপর্যায়)-২০১৩; প্রাথমিক সহকারি শিক্ষক নিয়োগ পরীক্ষা-১২]

- (ক) 12 (খ) 18
(গ) 21 (ঘ) 27

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$a^3 + \frac{1}{a^3} = (3)^3 - 3 \times 3 = 27 - 9 = 18$$

Note: উভয়ক্ষেত্রে (+) থাকলে যে মান থাকবে তার উপর ঘন করে ঐ সংখ্যার 3 গুণ বিয়োগ করতে হবে।

লিখিত নিয়ম:

$$\begin{aligned} a^3 + \frac{1}{a^3} &= \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3.a.\frac{1}{a}\left(a + \frac{1}{a}\right) \\ &= 3^3 - 3.3 \\ &= 27 - 9 \\ &= 18 \end{aligned}$$

খ

৭৯. $x + \frac{2}{x} = 3$ হলে, $x^3 + \frac{8}{x^3}$ এর মান কত?

[পেট্রোবাংলা, হিসাব সহকারী ২০১৯]

- (ক) 1 (খ) 8
(গ) 9 (ঘ) 16

ব্যাখ্যা

$$\begin{aligned} x^3 + \frac{8}{x^3} &= \left(x + \frac{2}{x}\right)^3 - 3.x.\frac{2}{x}\left(x + \frac{2}{x}\right) \\ &= (3)^3 - 3 \times 2 \times 3 = 27 - 18 = 9 \end{aligned}$$

গ

৮০. $a + 3 + \frac{1}{a} = 0$ হলে $a^3 + \frac{1}{a^3}$ = কত?

[বিআরটিএ মোটরযান পরিদর্শক- ২০১৭; স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের মাদক দ্রব্য নিয়ন্ত্রণ, উপ-পরিচালক- ২০১৮]

- (ক) 18 (খ) 20
(গ) -18 (ঘ) -20

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\begin{aligned} & a + 3 + \frac{1}{a} = 0 \\ & \text{বা, } a + \frac{1}{a} = -3 \\ & \therefore a^3 + \frac{1}{a^3} = (-3)^3 - 3 \times (-3) = -27 + 9 = -18 \end{aligned}$$

Note: উভয়ক্ষেত্রে (+) থাকলে যে মান থাকবে তার উপর ঘন করে ঐ সংখ্যার 3 গুণ বিয়োগ করতে হবে।

গ

৭৮. $z + \frac{1}{z} = 4$ হলে $z^3 + \frac{1}{z^3}$ এর মান হবে-

[প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১২ (কর্ণফুলী)]

- (ক) 42 (খ) 48
(গ) 52 (ঘ) 76

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\begin{aligned} & \text{দেওয়া আছে, } z + \frac{1}{z} = 4 \\ & \therefore z^3 + \frac{1}{z^3} = (4)^3 - 3.4 = 64 - 12 = 52 \end{aligned}$$

Note: উভয়ক্ষেত্রে (+) থাকলে যে মান থাকবে তার উপর ঘন করে ঐ সংখ্যার 3 গুণ বিয়োগ করতে হবে।

লিখিত নিয়ম:

$$\begin{aligned} z^3 + \frac{1}{z^3} &= \left(z + \frac{1}{z}\right)^3 - 3.z.\frac{1}{z}\left(z + \frac{1}{z}\right) \\ &= 4^3 - 3.4 \\ &= 64 - 12 \\ &= 52 \end{aligned}$$

গ

৮১. $x = \sqrt{3} - \frac{1}{x}$ হলে, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান কত?

[প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৮ (সেট: ৮১৬১)]

অথবা, $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ হলে $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান কত?

[বাংলাদেশ পরিসংখ্যান ব্যুরো, পরিসংখ্যান সহকারী ২০২০; ১৫তম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল-২/সমপর্যায়)-২০১৯]

- (ক) 1.0 (খ) 3.0
(গ) $\sqrt{3}$ (ঘ) 0.0

ঘ

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

এখানে, $x = \sqrt{3} - \frac{1}{x}$ বা, $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$

$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = (\sqrt{3})^3 - 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0$

Note: উভয়ক্ষেত্রে (+) থাকলে যে মান থাকবে তার উপর ঘন করে ঐ সংখ্যার 3 গুণ বিয়োগ করতে হয়।

৮২. $2x + \frac{2}{x} = 3$ হলে, $x^3 + \frac{1}{x^3} + 2$ এর মান কত?

[৭ম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল/সমপর্যায়)-২০১১]

- (ক) $\frac{5}{8}$ (খ) $\frac{7}{8}$
 (গ) $\frac{9}{8}$ (ঘ) $\frac{11}{8}$

ব্যাখ্যা এখানে, $2x + \frac{2}{x} = 3$

বা, $2\left(x + \frac{1}{x}\right) = 3$

$\therefore x + \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$

$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 - 3 \cdot \frac{3}{2}$
 $= \frac{27}{8} - \frac{9}{2}$
 $= \frac{27-36}{8} = \frac{-9}{8}$

[**Note:** উভয়ক্ষেত্রে (-) থাকলে যে মান থাকবে তার উপর ঘন করে ঐ সংখ্যার 3 গুণ যোগ করতে হয়।]

$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} + 2 = \frac{-9}{8} + 2 = \frac{-9+16}{8} = \frac{7}{8}$

৮৩. একটি সংখ্যা ও তার গুণাত্মক বিপরীতের সমষ্টি $\sqrt{3}$ । ঐ সংখ্যার ঘন ও ঘন-এর গুণাত্মক বিপরীতের সমষ্টি কত?

[১১তম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল/সমপর্যায়)-২০১৪]

- (ক) $-2\sqrt{3}$ (খ) 0
 (গ) $2\sqrt{3}$ (ঘ) $3\sqrt{3}$

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

ধরি, সংখ্যাটি = x

\therefore ১ম শর্তমতে, $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$

২য় শর্তমতে, $x^3 + \frac{1}{x^3} = ?$

$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = (\sqrt{3})^3 - 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0$

Note: উভয়ক্ষেত্রে (+) থাকলে যে মান থাকবে তার উপর ঘন করে ঐ সংখ্যার 3 গুণ বিয়োগ করতে হয়।

৮৪. $x - \frac{1}{x} = 1$ হলে $x^3 - \frac{1}{x^3}$ এর মান কত?

[প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ, সহকারী শিক্ষক (দ্বিতীয় পর্যায়) ২০১৯; ১১তম শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১৪]

- (ক) 4.0 (খ) 1.0
 (গ) 2.0 (ঘ) 3.0

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$x^3 - \frac{1}{x^3} = (1)^3 + (3 \times 1) = 1 + 3 = 4$

Note: উভয়ক্ষেত্রে (-) থাকলে যে মান থাকবে তার উপর ঘন করে ঐ সংখ্যার 3 গুণ যোগ করতে হয়।

লিখিত নিয়ম:

আমরা জানি, $x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \times x \times \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right)$
 $= 1^3 + (3 \times 1) = 1 + 3 = 4$

৮৫. $a - \frac{1}{a} = 3$ হলে, $a^3 - \frac{1}{a^3}$ মান কত?

[প্রাক-প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৩ (মেঘনা); প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১২ (সুরমা); প্রাথমিক প্রধান শিক্ষক নিয়োগ-২০০৯]

$x - \frac{1}{x} = 3$ হলে, $x^3 - \frac{1}{x^3}$ এর মান কত?

[৭ম শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১১]

- (ক) 18 (খ) 24
 (গ) 36 (ঘ) 42

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$a^3 - \frac{1}{a^3} = (3)^3 + 3 \times 3 = 27 + 9 = 36$

Note: উভয়ক্ষেত্রে (-) থাকলে যে মান থাকবে তার উপর ঘন করে ঐ সংখ্যার 3 গুণ যোগ করতে হয়।

লিখিত নিয়ম:

$a^3 - \frac{1}{a^3} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3.a \cdot \frac{1}{a} \left(a - \frac{1}{a}\right)$
 $= 3^3 + 3.3$
 $= 27 + 9$
 $= 36$

৮৬. $x - \frac{1}{x} = \sqrt{5}$ হলে, $x^3 - \frac{1}{x^3}$ = কত?

[প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১০ (সুরমা)]

- (ক) $8\sqrt{5}$ (খ) $10\sqrt{2}$
 (গ) 5 (ঘ) 8

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$x^3 - \frac{1}{x^3} = (\sqrt{5})^3 + 3\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$

Note: উভয়ক্ষেত্রে (-) থাকলে যে মান থাকবে তার উপর ঘন করে ঐ সংখ্যার 3 গুণ যোগ করতে হয়।

৮৭. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ হলে $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় করুন।

[৩৮তম বিসিএস]

- (ক) $3\sqrt{2}$ (খ) $18\sqrt{3}$
 (গ) $12\sqrt{3}$ (ঘ) 8

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

প্রথমে যে অঙ্কটি থাকবে তার দ্বিগুণ লিখবো। অর্থাৎ $\sqrt{3}$ এর দ্বিগুণ $2\sqrt{3}$ লিখে তার ঘন করবো। অর্থাৎ $(2\sqrt{3})^3$ এবং তা থেকে প্রথম অঙ্ক $\sqrt{3}$ এবং 6 গুণ অর্থাৎ $6\sqrt{3}$ বিয়োগ করবো।

তাহলে, $(2\sqrt{3})^3 - 6\sqrt{3}$
 $= 8.3\sqrt{3} - 6\sqrt{3}$
 $= 24\sqrt{3} - 6\sqrt{3}$
 $= 18\sqrt{3}$

৮৮. $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$ হলে, $\frac{a^6 - 1}{a^3}$ এর মান নির্ণয় করুন।

[১২তম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল/সমপর্যায়)-২০১৫]

- ক) $46\sqrt{5}$ খ) $45\sqrt{5}$
 গ) $45\sqrt{6}$ ঘ) $46\sqrt{6}$

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

এখানে $a^3 - \frac{1}{a^3}$ নির্ণয় করতে অর্থাৎ a^3 ও $\frac{1}{a^3}$ এর মাঝে (-) থাকলে আমরা ২য় অঙ্ক অর্থাৎ $\sqrt{5}$ এর দ্বিগুণ করে ঘন করবো এবং এর সাথে ২য় অঙ্ক $\sqrt{6}$ এর ৬ গুণ অর্থাৎ $6\sqrt{5}$ যোগ করে দিবেন।

$$\begin{aligned} \text{তাহলে } \frac{a^6 - 1}{a^3} &= a^3 - \frac{1}{a^3} \\ &= (2\sqrt{5})^3 + 6\sqrt{5} \\ &= 8 \times 5\sqrt{5} + 6\sqrt{5} \\ &= 46\sqrt{5} \end{aligned}$$

৮৯. $a = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ হলে, $a^3 + 3a + 3a^{-1} + a^{-3}$ এর মান

কত? [প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ, সহকারী শিক্ষক (চতুর্থ পর্যায়) ২০১৯; ১০ম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল-২/সমপর্যায়)-২০১৪]

- ক) $16\sqrt{2}$ খ) $18\sqrt{2}$
 গ) $24\sqrt{3}$ ঘ) $8\sqrt{2}$

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{3} + \sqrt{2} \\ \therefore \frac{1}{a} &= \sqrt{3} - \sqrt{2} \\ \therefore a + \frac{1}{a} &= \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2} = 2\sqrt{3} \\ \therefore a^3 + \frac{1}{a^3} &= (2\sqrt{3})^3 - 3 \times 2\sqrt{3} = 8 \times 3\sqrt{3} - 6\sqrt{3} \\ &= 24\sqrt{3} - 6\sqrt{3} \\ &= 18\sqrt{3} \end{aligned}$$

Note: উভয়ক্ষেত্রে (+) থাকলে যে মান থাকবে তার উপর ঘন করে ঐ সংখ্যার ৩ গুণ বিয়োগ করতে হবে।

$$\begin{aligned} \text{এখন, } a^3 + 3a + 3a^{-1} + a^{-3} \\ &= a^3 + \frac{1}{a^3} + 3a + \frac{3}{a} \\ &= 18\sqrt{3} + 3\left(a + \frac{1}{a}\right) \\ &= 18\sqrt{3} + 3.2\sqrt{3} \\ &= 18\sqrt{3} + 6\sqrt{3} \\ &= 24\sqrt{3} \end{aligned}$$

৯০. $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর নিম্নোক্ত কোন মানের জন্য $x^3 - \frac{1}{x^3} = 0$

হবে? [প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৯ (৪র্থ ধাপ-৩); বাংলাদেশ রেলওয়ে উপসহকারী প্রকৌশলী- ২০১৮]

- ক) 2 খ) -2
 গ) 0 ঘ) 1

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\begin{aligned} x^3 - \frac{1}{x^3} &= 0 \\ \text{বা, } \frac{x^6 - 1}{x^3} &= 0 \\ \text{বা, } x^6 - 1 &= 0 \\ \text{বা, } x^6 &= 1 \\ \text{বা, } x &= 1 \\ \therefore x^2 + \frac{1}{x^2} &= 1^2 + \frac{1}{1^2} = 1 + 1 = 2 \end{aligned}$$

Type-5 : বর্গ ও ঘনের সূত্র প্রয়োগ করে ভগ্নাংশ রাশির মান নির্ণয়

Type-5 এর আলোকে বিভিন্ন পরীক্ষায় আগত প্রশ্ন ও সমাধান

৯১. $x + \frac{1}{x} = 2$ হলে, $x^5 + \frac{1}{x^5}$ = কত?

[৮ম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল/সমপর্যায়)-২০১২]

- ক) 2 খ) 4
 গ) 27 ঘ) 64

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\begin{aligned} x + \frac{1}{x} = 2 \text{ হলে সর্বদাই } x &= 1 \\ \therefore x^5 + \frac{1}{x^5} &= 1^5 + \frac{1}{1^5} = 1 + 1 = 2 \end{aligned}$$

৯২. $a + \frac{1}{a} = 2$ হলে $a^5 - \frac{1}{a^5}$?

- ক) 2 খ) 4
 গ) 6 ঘ) 0

ব্যাখ্যা সুপার শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\begin{aligned} a + \frac{1}{a} = 2 \text{ হলে সর্বদাই } a &= 1 \\ \therefore a^5 - \frac{1}{a^5} &= 1^5 - \frac{1}{1^5} = 1 - 1 = 1 - 1 = 0 \end{aligned}$$

শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\therefore a + \frac{1}{a} = 2$$

$$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = 2^2 - 2 = 4 - 2 = 2$$

Note: (+) মান থাকলে তার উপর বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

$$\text{আবার, } a^3 + \frac{1}{a^3} = 2^3 - 3 \cdot 2 = 8 - 6 = 2$$

Note: উভয়ক্ষেত্রে (+) থাকলে যে মান থাকবে তার উপর ঘন করে 3 গুণ বিয়োগ করতে হয়।

$$\begin{aligned} \therefore a^5 + \frac{1}{a^5} &= \left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right) \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right) - \left(a + \frac{1}{a}\right) \\ &= 2 \times 2 - 2 = 4 - 2 = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(a^5 - \frac{1}{a^5}\right)^2 &= \left(a^5 + \frac{1}{a^5}\right)^2 - 4 \cdot a^5 \cdot \frac{1}{a^5} \\ &= 2^2 - 4 = 4 - 4 = 0 \end{aligned}$$

$$\therefore a^5 - \frac{1}{a^5} = \sqrt{0} = 0$$

৯৩. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ হলে $x^6 + \frac{1}{x^6} = ?$

(ক) $18\sqrt{3}$ (খ) 970

(গ) 972 (ঘ) 974

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\begin{aligned} x^3 + \frac{1}{x^3} &= (2\sqrt{3})^3 - 6\sqrt{3} \\ &= 8 \cdot 3\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 24\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 18\sqrt{3} \end{aligned}$$

Note: প্রথমে যে অংক থাকবে তার দ্বিগুণের ঘন করে তা থেকে প্রথম অংকের 6 গুণ বিয়োগ করতে হয়।

$$\begin{aligned} \text{আবার, } x^6 + \frac{1}{x^6} &= (18\sqrt{3})^2 - 2 \\ &= 324 \cdot 3 - 2 = 972 - 2 = 970 \end{aligned}$$

Note: (+) মান থাকলে বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

৯৪. $x + \frac{1}{x} = 2$ হলে $x^6 - \frac{1}{x^6}$ এর মান কত?

(ক) 1 (খ) 2

(গ) 0 (ঘ) 4

ব্যাখ্যা সুপার শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 2 \text{ হলে সর্বদা } x = 1$$

$$\therefore x^6 - \frac{1}{x^6} = 1^6 - \frac{1}{1^6} = 1 - \frac{1}{1} = 1 - 1 = 0$$

শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 2$$

$$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = 2^3 - 3 \times 2 = 8 - 6 = 2$$

Note: উভয়ক্ষেত্রে (+) থাকলে যে মান থাকবে তার উপর ঘন করে তার 3 গুণ বিয়োগ করতে হয়।

$$\text{আবার, } x^6 + \frac{1}{x^6} = 2^2 - 2 = 4 - 2 = 2$$

Note: (+) মান থাকলে তার উপর বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

$$\begin{aligned} \therefore \left(x^6 - \frac{1}{x^6}\right)^2 &= \left(x^6 + \frac{1}{x^6}\right)^2 - 4 \cdot x^6 \cdot \frac{1}{x^6} \\ &= 2^2 - 4 = 4 - 4 = 0 \end{aligned}$$

$$\therefore x^6 - \frac{1}{x^6} = \sqrt{0} = 0$$

৯৫. $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$ হলে $a^7 + \frac{1}{a^7} = ?$

(ক) 20244 (খ) $20244\sqrt{6}$

(গ) 20242 (ঘ) $20242\sqrt{6}$

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{6} + \sqrt{5} \\ \therefore a^3 + \frac{1}{a^3} &= (2\sqrt{6})^3 - 6\sqrt{6} = 8 \cdot 6\sqrt{6} - 6\sqrt{6} \\ &= 48\sqrt{6} - 6\sqrt{6} \\ &= 42\sqrt{6} \end{aligned}$$

Note: উভয়ক্ষেত্রে (+) থাকলে যে মান থাকবে তার উপর ঘন করে 3 সংখ্যার 3 গুণ বিয়োগ করতে হবে।

$$\text{আবার, } a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$$

$$\therefore \frac{1}{a} = \sqrt{6} - \sqrt{5}$$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = \sqrt{6} + \sqrt{5} + \sqrt{6} - \sqrt{5} = 2\sqrt{6}$$

$$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = (2\sqrt{6})^2 - 2 = 4 \cdot 6 - 2 = 24 - 2 = 22$$

Note: (+) মান থাকলে বর্গ করে 2 বিয়োগ করতে হয়।

$$a^4 + \frac{1}{a^4} = (22)^2 - 2 = 484 - 2 = 482$$

$$\begin{aligned} \therefore a^7 + \frac{1}{a^7} &= \left(a^4 + \frac{1}{a^4}\right) \left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right) - \left(a + \frac{1}{a}\right) \\ &= 482 \times 42\sqrt{6} - 2\sqrt{6} \\ &= 20244\sqrt{6} - 2\sqrt{6} \\ &= 20242\sqrt{6} \end{aligned}$$

৯৬. $a + \frac{1}{a} = 2$ হলে $a^7 - \frac{1}{a^7}$ এর মান নিচের কোনটি?

(ক) 0 (খ) 2

(গ) 4 (ঘ) 10

ব্যাখ্যা সুপার শর্টকাট পদ্ধতি:

$$a + \frac{1}{a} = 2 \text{ হলে সর্বদা } x = 1$$

$$\therefore a^7 - \frac{1}{a^7} = 1^7 - \frac{1}{1^7} = 1 - \frac{1}{1} = 1 - 1 = 0$$

৯৭. $x + \frac{1}{x} = 2$ হলে $x^9 + \frac{1}{x^9} =$ কত?

- (ক) 0 (খ) 2
(গ) 4 (ঘ) $\sqrt{2}$

ব্যাখ্যা সুপার শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 2 \text{ হলে সর্বদা } x=1$$

$$\therefore x^9 + \frac{1}{x^9} = 1^9 - \frac{1}{1^9} = 1 - \frac{1}{1} = 1 + 1 = 2$$

৯৮. $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$ হলে $\frac{x^6 + 1}{x^3}$ এর মান কত?

[১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১৯]

- (ক) $3\sqrt{5}$ (খ) $4\sqrt{5}$
(গ) $2\sqrt{5}$ (ঘ) $\sqrt{5}$

ব্যাখ্যা এখানে, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 3$$

$$\text{বা, } x + \frac{1}{x} = \sqrt{3+2}$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = \frac{x^6 + 1}{x^3}$$

$$= x^3 + \frac{1}{x^3}$$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= (\sqrt{5})^3 - 3 \cdot \sqrt{5}$$

$$= 5\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$$

$$= 2\sqrt{5}$$

৯৯. $x + y = 2$, $x^2 + y^2 = 4$ হলে $x^3 + y^3 =$ কত?

[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর স্টোর কিপার, ২০২১; ১৩তম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল-২/সমপর্যায়)-২০১৬; ১২তম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল-২/সমপর্যায়)-২০১৫; ৯ম শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১৩]

- (ক) 8 (খ) 9
(গ) 16 (ঘ) 25

ব্যাখ্যা এখানে, $x^2 + y^2 = 4$

$$\text{বা, } (x + y)^2 - 2xy = 4$$

$$\text{বা, } 2^2 - 2xy = 4$$

$$\text{বা, } 2xy = 4 - 4$$

$$\therefore xy = \frac{0}{2} = 0$$

$$\therefore x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$$

$$= (2)^3 - 3 \cdot 0 \cdot 2 = 8$$

১০০. $x^4 - x^2 + 1 = 0$ হলে, $x^3 + \frac{1}{x^3} = ?$

[সামরিক ভূমি ও ক্যান্টনমেন্ট অধিদপ্তর, জুনিয়র শিক্ষক ২০২১]

- (ক) 3 (খ) 0
(গ) 1 (ঘ) 4

ব্যাখ্যা দেয়া আছে, $x^4 - x^2 + 1 = 0$

$$\text{বা, } x^4 + 1 = x^2$$

$$\text{বা, } \frac{x^4}{x^2} + \frac{1}{x^2} = \frac{x^2}{x^2}$$

$$\text{বা, } x^2 + \frac{1}{x^2} = 1$$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \times x \times \frac{1}{x} = 1$$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 1$$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 1 + 2 = 3$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$$

$$\text{এখন, } x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \times x \times \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= (\sqrt{3})^3 - 3 \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0$$

১০১. যদি $x^4 - x^2 + 1 = 0$ হয়, তবে $x^3 + \frac{1}{x^3} = ?$

[৪০তম বিসিএস]

- (ক) 3 (খ) 2
(গ) 1 (ঘ) 0

ব্যাখ্যা দেয়া আছে, $x^4 - x^2 + 1 = 0$

$$\text{বা, } x^4 + 1 = x^2$$

$$\text{বা, } x^2 + \frac{1}{x^2} = 1 \text{ [} x^2 \text{ দিয়ে ভাগ করে]}$$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \times x \times \frac{1}{x} = 1$$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 1 + 2 = 3$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$$

$$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = (\sqrt{3})^3 - 3 \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0$$

Note: উভয়ক্ষেত্রে (+) থাকলে যে মান থাকবে তার উপর ঘন করে ঐ সংখ্যার ৩ গুণ বিয়োগ করতে হবে।

১০২. যদি $4a^2 + \frac{1}{a^2} = 2$ হয়, তবে $8a^3 + \frac{1}{a^3}$ এর মান কত?

[নাসিং ও মিডওয়াইফারি অধিদপ্তরের, সিনি স্টাফ নার্স, নিয়োগ-২০১৮]

- (ক) 0 (খ) 1
(গ) 2 (ঘ) 5

ব্যাখ্যা $4a^2 + \frac{1}{a^2} = 2$

$$\text{বা, } (2a)^2 + \left(\frac{1}{a}\right)^2 = 2$$

$$\text{বা, } \left(2a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \times 2a \times \frac{1}{a} = 2$$

$$\text{বা, } \left(2a + \frac{1}{a}\right)^2 - 4 = 2$$

$$\text{বা, } \left(2a + \frac{1}{a}\right)^2 = 4 + 2 = 6$$

$$\text{বা, } \left(2a + \frac{1}{a}\right) = \sqrt{6}$$

$$\text{এখন, } 8a^3 + \frac{1}{a^3} = (2a)^3 + \left(\frac{1}{a}\right)^3$$

$$= \left(2a + \frac{1}{a}\right)^3 - 2 \times 2a \times \frac{1}{a} \left(2a + \frac{1}{a}\right)$$

$$= (\sqrt{6})^3 - 6 \times \sqrt{6} \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= (\sqrt{6})^2 \sqrt{6} - 6\sqrt{6}$$

$$= 6\sqrt{6} - 6\sqrt{6}$$

$$= 0$$

Type-6 : বীজগণিতীয় সূত্রাবলির পাঁচ মিশালী প্রয়োগ

Type-6 এর আলোকে বিভিন্ন পরীক্ষায় আগত প্রশ্ন ও সমাধান

১০৩. $a - [a - \{a - (a - \overline{a - 1})\}] =$ কত? [৩৬তম বিসিএস]

- (ক) 1 (খ) -1
(গ) $a - 1$ (ঘ) $a + 1$

ব্যাখ্যা $a - [a - \{a - (a - \overline{a - 1})\}]$
 $= a - [a - \{a - (a - a + 1)\}]$ [$a - 1$ এর উপর line bar থাকায় দাগযুক্ত রাশির মাঝের '-' চিহ্ন '+' এ পরিবর্তন করা হয়েছে]
 $= a - [a - \{a - 1\}]$
 $= a - [a - a + 1]$
 $= (a - 1)$

১০৪. $a = 1, b = -1, c = 2, d = -2$ হলে,

$a - (-b) - (-c) - (-d)$ এর মান কত? [১৫তম বিসিএস]

- (ক) 0 (খ) 1
(গ) 2 (ঘ) 3

ব্যাখ্যা $a - (-b) - (-c) - (-d)$
 $= a + b + c + d$
 $= 1 + (-1) + 2 + (-2)$ [মান বসিয়ে]
 $= 1 - 1 + 2 - 2$
 $= 0$

১০৫. $a - \{a - (a + 1)\} =$ কত? [১১তম বিসিএস]

অথবা, $x - \{x - (x + 1)\}$ এর মান কত?

[প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৯ (৪র্থ ধাপ-১); প্রাক-প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৩ (দাজলা)]

- (ক) $a - 1$ (খ) 1
(গ) a (ঘ) $a + 1$

ব্যাখ্যা $a - \{a - (a + 1)\}$
 $= a - \{a - a - 1\}$
 $= a - (-1)$
 $= a + 1$

১০৬. a ও b দুটি পূর্ণ সংখ্যা হলে $a^2 + b^2$ এর সাথে কোন সংখ্যাটি যোগ করলে পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে—

[প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৯ (৩য় ধাপ-১)]

- (ক) $3ab$ (খ) $-ab$
(গ) ab (ঘ) $2ab$

ব্যাখ্যা $a^2 + b^2$ এর সাথে $2ab$ যোগ করে পাই,
 $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ যা একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা।

১০৭. $4x^2 + 9y^2$ এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ

রাশি হবে? [প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৯ (২য় ধাপ); ১৫তম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল-২/সমপর্যায়)-২০১৯; ৮ম শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১২]

- (ক) $12xy$ (খ) $24xy$
(গ) $2xy$ (ঘ) $6xy$

ব্যাখ্যা $4x^2 + 9y^2$
 $= (2x)^2 + (3y)^2 + 2.2x.3y$
 $= \{(2x)^2 + 2.2x.3y + (3y)^2\}$
 $= (2x + 3y)^2$ যা একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা
 $\therefore 12xy$ যোগ করলে রাশিটি পূর্ণবর্গ হবে।

১০৮. $9x^2 + 16y^2$ এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ

রাশি হবে? [১২তম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল/সমপর্যায়)-২০১৫]

- (ক) $6xy$ (খ) $12xy$
(গ) $24xy$ (ঘ) $144xy$

ব্যাখ্যা $9x^2 + 16x^2 + 24xy$
 $= (3x)^2 + 2.3x.4y + (4y)^2$
 $= (3x + 4y)^2$
 $\therefore 24xy$ যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ হবে।

১০৯. $9p^2 + 14p$ এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে?

[১৬তম শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১৯]

- (ক) $\frac{49}{9}$ (খ) $\frac{14}{9}$
(গ) $\frac{7}{3}$ (ঘ) 7

ব্যাখ্যা $9p^2 + 14p + \frac{49}{9}$
 $= (3p)^2 + 2.3p.\frac{7}{3} + \left(\frac{7}{3}\right)^2$
 $= \left(3p + \frac{7}{3}\right)^2$
 $\therefore \frac{49}{9}$ যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ হবে।

১১০. p এর মান কত হলে $4x^2 - px + 9$ একটি পূর্ণবর্গ হবে?

[১১তম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল-২/সমপর্যায়)-২০১৪]

- (ক) 24 (খ) 16
(গ) 12 (ঘ) 9

ব্যাখ্যা $4x^2 - px + 9$

$$= (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2$$

$$= (2x - 3)^2$$

অর্থাৎ $px = 2 \cdot 2x \cdot 3$

$$\text{বা, } px = 12x$$

$$\therefore p = 12$$

$\therefore p$ এর মান 12 হলে রাশিটি পূর্ণবর্গ হবে।

১১১. a এর মান কত হলে $(9 - 12x + ax^2)$ রাশিটি পূর্ণ বর্গ হবে?

[বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ে, ব্যক্তিগত কর্মকর্তা, নিয়োগ-২০১৮;

১২তম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল/সমপর্যায়)-২০১৫]

- (ক) 8 (খ) 6
(গ) 4 (ঘ) 2

ব্যাখ্যা $9 - 12x + ax^2$

$$= (3)^2 - 2 \times 3 \times 2x + (2x)^2 + ax^2 - (2x)^2$$

$$= (3 - 2x)^2 + ax^2 - 4x^2$$

\therefore রাশিটি পূর্ণবর্গ হলে, $ax^2 - 4x^2 = 0$ হবে

$$\text{বা, } ax^2 = 4x^2$$

$$\text{বা, } a = 4$$

$\therefore a$ এর মান 4 হলে প্রদত্ত রাশিটি পূর্ণবর্গ হবে।

১১২. y এর মান কত হলে $16x^2 - xy + 25$ একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে?

[ডাক অধিদপ্তরের এস্টিমেটর-২০১৮]

- (ক) 30 (খ) 40
(গ) 50 (ঘ) 60

ব্যাখ্যা $(4x)^2 - 2 \times 4x \times 5 + (5)^2$

$$= (4x - 5)^2$$

অর্থাৎ $16x^2 - xy + 25$ কে পূর্ণবর্গ সংখ্যা হতে

হলে $xy = 2 \times 4x \times 5$ হবে

$$\text{বা, } xy = 40x$$

$$\text{বা, } y = 40$$

$\therefore y$ এর মান 40 হলে প্রদত্ত রাশিটি পূর্ণবর্গ হবে।

১১৩. $x + \frac{1}{x} = 2$ হলে, $\frac{x}{x^2 - x + 1}$ এর মান কত?

[৬ষ্ঠ শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১০]

- (ক) 1 (খ) 2
(গ) 3 (ঘ) 4

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\text{এখানে, } x + \frac{1}{x} = 2$$

$$\text{বা, } \frac{x^2 + 1}{x} = 2$$

$$\text{বা, } x^2 + 1 = 2x$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = \frac{x}{x^2 - x + 1} = \frac{x}{2x - x} = \frac{x}{x} = 1$$

১১৪. যদি $x + \frac{1}{x} = 5$ হয়, তবে $\frac{x}{x^2 + x + 1}$ এর মান কত?

[প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৮ (সেট: ৭২৭৭); ১৪তম শিক্ষক

নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১৭]

- (ক) $\frac{1}{7}$ (খ) $\frac{1}{6}$
(গ) $\frac{1}{4}$ (ঘ) $\frac{1}{5}$

ব্যাখ্যা $x + \frac{1}{x} = 5$

$$\text{বা, } \frac{x^2 + 1}{x} = 5$$

$$\text{বা, } x^2 + 1 = 5x$$

$$\therefore \frac{x}{x^2 + x + 1} = \frac{x}{(x^2 + 1) + x} = \frac{x}{5x + x} = \frac{x}{6x} = \frac{1}{6}$$

১১৫. $x + \frac{1}{x} = 4$ হলে $\frac{x}{x^2 - 3x + 1}$ এর মান কত?

[১৫তম শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১৯]

- (ক) 4 (খ) 3
(গ) 2 (ঘ) 1

ব্যাখ্যা এখানে, $x + \frac{1}{x} = 4$

$$\text{বা, } \frac{x^2 + 1}{x} = 4$$

$$\text{বা, } x^2 + 1 = 4x$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = \frac{x}{x^2 - 3x + 1}$$

$$= \frac{x}{4x - 3x} = \frac{x}{x} = 1$$

