



ধারা (Series)



Type-1 : সমান্তর ধারার পদক্রমের মান, পদক্রম ও পদ সংখ্যা নির্ণয়

Type-1 এর আলোকে বিভিন্ন পরীক্ষায় আগত প্রশ্ন ও সমাধান

১. $5 + 8 + 11 + 14 + \dots$ ধারাটির কততম পদ 302?

- (ক) 60তম (খ) 70তম
(গ) 90তম (ঘ) 100তম

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\begin{aligned} \text{পদ সংখ্যা} &= \frac{\text{শেষপদ} - 1\text{ম পদ}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + 1 \\ &= \frac{302 - 5}{3} + 1 \\ &= \frac{297}{3} + 1 = 99 + 1 = 100 \end{aligned}$$

বিকল্প পদ্ধতি:

এখানে, প্রথম পদ, $a = 5$ এবং সাধারণ অন্তর, $d = 8 - 5 = 3$

প্রশ্নমতে, $302 = a + (n - 1)d$

$$\text{বা, } 302 = 5 + (n - 1)3$$

$$\text{বা, } 3n - 3 + 5 = 302$$

$$\text{বা, } 3n = 300$$

$$\therefore n = 100$$

সুতরাং প্রদত্ত ধারার 100তম পদ 302।

২. $3 + 6 + 9 + \dots$ ধারাটির কততম পদ ৩৩?

- (ক) ১০ (খ) ১২
(গ) ১১ (ঘ) ১৩

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\begin{aligned} \text{পদ সংখ্যা} &= \frac{\text{শেষপদ} - 1\text{ম পদ}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + 1 \\ &= \frac{33 - 3}{3} + 1 \\ &= \frac{30}{3} + 1 = 10 + 1 = 11 \end{aligned}$$

বিকল্প পদ্ধতি:

দেওয়া আছে, ধারাটির ১ম পদ, $a = 3$

সাধারণ অন্তর, $d = 6 - 3 = 3$

এবার ধরি, n তম পদ ৩৩

প্রশ্নমতে, $a + (n - 1)d = 33$

$$\text{বা, } 3 + (n - 1)3 = 33$$

$$\text{বা, } 3 + 3n - 3 = 33$$

$$\text{বা, } 3n = 33$$

$$\text{বা, } n = \frac{33}{3} = 11$$

৩. $1, 3, 5, \dots$ কোন পদ 383 হবে?

- (ক) 192 (খ) 132
(গ) 124 (ঘ) 142

[প্রাইমারী শিক্ষক নিয়োগ-১২]

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\begin{aligned} \text{পদ সংখ্যা} &= \frac{\text{শেষপদ} - 1\text{ম পদ}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + 1 \\ &= \frac{383 - 1}{2} + 1 \\ &= \frac{382}{2} + 1 = 191 + 1 = 192 \end{aligned}$$

বিকল্প পদ্ধতি:

ধরি, ধারাটির n তম পদ 383

ধারাটির ১ম পদ, $a = 1$, সাধারণ অন্তর, $d = (3 - 1) = 2$

$\therefore n$ তম পদটির মান $= a + (n - 1) \times d = 383$

$$\text{বা, } 1 + (n - 1) \times 2 = 383$$

$$\text{বা, } 1 + 2n - 2 = 383$$

$$\text{বা, } 2n - 1 = 383$$

$$\text{বা, } 2n = 383 + 1$$

$$\text{বা, } 2n = 384$$

$$\therefore n = \frac{384}{2} = 192$$

\therefore ধারাটির 192 তম পদ 383।

৪. $20, 25, 30, \dots, 140$ ধারাটিতে মোট কতগুলো পদ আছে?

[জনস্বাস্থ্য প্রকৌশল অধিদপ্তর এস্টিমেটর নিয়োগ পরীক্ষা-২০১৮]

- (ক) 25 টি (খ) 24 টি
(গ) 23 টি (ঘ) 22 টি

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত ধারাটির পদসংখ্যা} &= \frac{\text{শেষ পদ} - \text{প্রথম পদ}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + 1 \\ &= \frac{140 - 20}{25 - 20} + 1 \\ &= \frac{120}{5} + 1 \\ &= (24 + 1) = 25 \end{aligned}$$

৫. $1, 8, 9, \dots$ ধারার ২৯ তম পদটি কত?

[যুব উন্নয়ন অধিদপ্তর, ক্যাশিয়ার-২০১৮]

- (ক) ৭৯ (খ) ৮২
(গ) ৮৫ (ঘ) ৮৮

ব্যাখ্যা আমরা জানি, সমান্তর ধারার n তম পদ $= a + (n - 1)d$

এখানে, ধারাটির ১ম পদ, $a = 1$

সাধারণ অন্তর, $d = (8 - 1) = 7$ এবং পদক্রম, $n = 29$

$\therefore 29$ তম পদ $= 1 + (29 - 1) \times 7$

$$= 1 + 28 \times 7 = 1 + 196 = 197$$

৬. $1 + 5 + 9 + 13 + \dots$ ধারাটির n তম পদ কোনটি?

[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়-ব্যক্তিগত কর্মকর্তা-২০১৯]

- (ক) $3n - 3$ (খ) $4n - 3$
(গ) $4n + 3$ (ঘ) $4n - 1$

ব্যাখ্যা দেওয়া আছে, $1 + 5 + 9 + 13 + \dots$

ধারাটির ১ম পদ, $a = 1$

সাধারণ অন্তর, $d = 5 - 1 = 4$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ধারাটির } n \text{ তম পদ} &= a + (n-1)d \\ &= 1 + (n-1)4 \\ &= 1 + 4n - 4 = 4n - 3 \end{aligned}$$

৭. একটি সমান্তর অনুক্রমে সাধারণ অন্তর 10 এবং 6-তম পদটি 52 হলে 15-তম পদটি-

- (ক) 140 (খ) 142
(গ) 148 (ঘ) 150

[৩৭তম বিসিএস]

খ

ব্যাখ্যা আমরা জানি, সমান্তর ধারার n তম পদ $= a + (n-1)d$

এখানে, ধারাটির ১ম পদ, a

সাধারণ অন্তর, $d = 10$ এবং পদক্রম, $r = 6$

প্রশ্নমতে, 6 তম পদ $= a + (6-1) \times 10 = 52$

$$\text{বা, } a + 5 \times 10 = 52$$

$$\text{বা, } a + 50 = 52$$

$$\therefore a = 52 - 50 = 2$$

$$\begin{aligned} \therefore 15 \text{ তম পদ} &= a + (n-1)d = 2 + (15-1) \times 10 \\ &= 2 + 14 \times 10 = 142 \end{aligned}$$

Type-2 : সমান্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি নির্ণয়

Type-2 এর আলোকে বিভিন্ন পরীক্ষায় আগত প্রশ্ন ও সমাধান

৮. $1 + 3 + 5 + \dots + 19$ সমান কত হবে?

[সমাজসেবা অধিদপ্তর-০৫]

- (ক) 102 (খ) 103
(গ) 89 (ঘ) 100

ঘ

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\text{পদ সংখ্যা, } n = \frac{\text{শেষ পদ} - \text{১ম পদ}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + 1 = \frac{19-1}{2} + 1 = 10$$

আমরা জানি, ১ম n সংখ্যক বিজোড় পদের যোগফল $= n^2$

$$\therefore \text{ধারাটির ১ম } 10 \text{ টি বিজোড় পদের যোগফল} = (10)^2 = 100$$

বিকল্প পদ্ধতি:

ধারাটির প্রথম পদ, $a = 1$, সাধারণ অন্তর, $d = (3-1) = 2$, শেষপদ, $p = 19$

$$\therefore \text{পদসংখ্যা, } n = \frac{\text{শেষপদ} - \text{১ম পদ}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + 1 = \frac{19-1}{2} + 1$$

$$= \frac{18}{2} + 1 = 9 + 1 = 10$$

$$\therefore \text{পদগুলোর সমষ্টি, } S_n = \frac{n}{2} (a + p)$$

$$= \frac{10}{2} (1 + 19)$$

$$= 5 \times 20 = 100$$

৯. $1 + 3 + 5 + \dots + 31 =$ কত? [২৪তম বিসিএস]

- (ক) 234 (খ) 256
(গ) 324 (ঘ) 342

খ

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\text{পদ সংখ্যা, } n = \frac{31-1}{2} + 1 = 16$$

$$\therefore \text{ধারাটির ১ম } 16 \text{ টি বিজোড় পদের যোগফল} = (16)^2 = 256$$

বিকল্প পদ্ধতি:

ধারাটির প্রথম পদ, $a = 1$, শেষপদ, $p = 31$

সাধারণ অন্তর, $d = (3-1) = 2$

$$\therefore \text{পদসংখ্যা, } n = \frac{\text{শেষপদ} - \text{১ম পদ}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + 1 = \frac{31-1}{2} + 1$$

$$= \frac{30}{2} + 1 = 15 + 1 = 16$$

$$\therefore \text{ধারাটির সমষ্টি, } S_n = \frac{n}{2} (a + p)$$

$$= \frac{16}{2} (1 + 31)$$

$$= 8 \times 32 = 256$$

১০. $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots + 51?$

[পররাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ে ব্যক্তিগত কর্মকর্তা: ০৬]

- (ক) 234 (খ) 432
(গ) 324 (ঘ) 676

ঘ

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\text{পদ সংখ্যা, } n = \frac{51-1}{2} + 1 = 26$$

$$\therefore \text{ধারাটির ১ম } 26 \text{ টি বিজোড় পদের যোগফল} = (26)^2 = 676$$

বিকল্প পদ্ধতি:

ধারাটির প্রথম পদ, $a = 1$, সাধারণ অন্তর, $d = (3-1) = 2$, শেষপদ, $p = 51$

$$\therefore \text{পদসংখ্যা, } n = \frac{p-a}{d} + 1 = \frac{51-1}{2} + 1$$

$$= \frac{50}{2} + 1 = 25 + 1 = 26$$

$$\therefore \text{সমষ্টি, } S_n = \frac{n}{2} (a + p)$$

$$= \frac{26}{2} (1 + 51)$$

$$= 13 \times 52 = 676$$

১১. $1 + 3 + 5 + \dots + (2x-1)$ কত? [৩৬তম বিসিএস]

(ক) $x(x-1)$ (খ) $\frac{x(x+1)}{2}$

(গ) $x(x+1)$ (ঘ) x^2

ঘ

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\text{পদ সংখ্যা, } n = \frac{2x-1-1}{2} + 1 = \frac{2(x-1)}{2} + 1$$

$$= x-1+1 = x$$

$$\therefore x \text{ সংখ্যক বিজোড় পদের যোগফল } x^2$$

বিকল্প পদ্ধতি:

ধারাটির প্রথম পদ, $a = 1$, সাধারণ অন্তর, $d = (3 - 1) = 2$,
শেষপদ, $p = (2x - 1)$

$$\therefore \text{পদসংখ্যা} = \frac{\text{শেষপদ} - 1\text{ম পদ}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + 1 = \frac{2x - 1 - 1}{2} + 1$$

$$= \frac{2(x - 1)}{2} + 1 = x - 1 + 1 = x$$

$$\therefore \text{পদগুলোর সমষ্টি, } S_n = \frac{x}{2} (1 + 2x - 1)$$

$$= \frac{x}{2} \times 2x$$

$$= x^2$$

১২. ৫ থেকে ৩৫ পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর যোগফল কত?

[প্রাথমিক বিদ্যালয়ের প্রধান শিক্ষক: ০১]

- (ক) ৬০০ (খ) ৬১০
(গ) ৬২০ (ঘ) ৬৩০

ব্যাখ্যা ধারাটির ১ম পদ, $a = ৫$, শেষ পদ, $p = ৩৫$,
সাধারণ অন্তর $(৬ - ৫) = ১$

পদসংখ্যা, $n = ৩৫$ অপেক্ষা ৪ টি কম $= (৩৫ - ৪) = ৩১$

$$\therefore \text{সংখ্যাগুলোর যোগফল, } S_n = \frac{n}{2} (a + p)$$

$$= \frac{৩১}{2} (৫ + ৩৫)$$

$$= \frac{৩১}{2} \times ৪০$$

$$= ৩১ \times ২০ = ৬২০$$

১৩. 5 থেকে 45 পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর যোগফল কত?

[সরকারী মাধ্যমিক বিদ্যালয় সহ: শিক্ষক-০৬]

- (ক) 1024 (খ) 1028
(গ) 3255 (ঘ) 1025

ব্যাখ্যা ধারাটির ১ম পদ, $a = 5$, শেষপদ, $p = 45$

ধারাটির পদসংখ্যা, $n = 45$ অপেক্ষা 4 টি কম $= (45 - 4) = 41$

$$\therefore \text{সংখ্যাগুলোর যোগফল, } S_n = \frac{n}{2} (a + p)$$

$$= \frac{41}{2} (5 + 45)$$

$$= \frac{41}{2} \times 50$$

$$= 41 \times 25 = 1025$$

১৪. $3 + 6 + 9 + \dots + 36 = ?$

[প্রতিরক্ষা মন্ত্র: অধীন এডমিনিস্ট্রেশন অফি: ও পার্সোনাল অফি: ০৬]

- (ক) 234 (খ) 432
(গ) 324 (ঘ) 342

ব্যাখ্যা ধারাটির প্রথম পদ, $a = 3$, সাধারণ অন্তর, $d = (6 - 3) = 3$,
শেষপদ, $p = 36$

$$\therefore \text{পদসংখ্যা} = \frac{\text{শেষপদ} - 1\text{ম পদ}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + 1 = \frac{36 - 3}{3} + 1$$

$$= \frac{33}{3} + 1 = 11 + 1 = 12$$

$$\therefore \text{পদগুলোর সমষ্টি, } S_n = \frac{n}{2} (a + p)$$

$$= \frac{12}{2} (3 + 36)$$

$$= 6 \times 39 = 234$$

১৫. $99 + 98 + 97 + \dots + 40$ ধারাটির সমষ্টি কত?

[সমাজসেবা অধিদপ্তর-০৬]

- (ক) 1234 (খ) 4432
(গ) 4170 (ঘ) 2546

ব্যাখ্যা ধারাটির প্রথম পদ, $a = 99$, শেষপদ, $p = 40$
সাধারণ অন্তর, $d = (98 - 99) = -1$

$$\therefore \text{পদসংখ্যা, } n = \frac{\text{শেষপদ} - 1\text{ম পদ}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + 1 = \frac{40 - 99}{-1} + 1$$

$$= \frac{-59}{-1} + 1 = 59 + 1 = 60$$

$$\therefore \text{ধারাটির সমষ্টি, } S_n = \frac{n}{2} (a + p)$$

$$= \frac{60}{2} (99 + 40)$$

$$= 30 \times 139 = 4170$$

১৬. $1 + 8 + 9 + 10 + \dots + 90$ সমান্তর ধারাটির যোগফল কত হবে?

[একটি বাড়ী একটি খামার- জেলা সমন্বয়কারী-১৭]

- (ক) ৯২৫ (খ) ১১২৫
(গ) ১০২৫ (ঘ) ১২২৫

ব্যাখ্যা ধারাটির প্রথম পদ, $a = 1$, সাধারণ অন্তর, $d = (8 - 1) = ৩$,
শেষপদ, $p = ৯০$

$$\therefore \text{পদসংখ্যা, } n = \frac{\text{শেষপদ} - 1\text{ম পদ}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + 1 = \frac{৯০ - 1}{৩} + 1$$

$$= \frac{৯২}{৩} + 1 = ২৪ + 1 = ২৫$$

$$\therefore \text{পদগুলোর সমষ্টি, } S_n = \frac{n}{2} (a + p)$$

$$= \frac{২৫}{2} (1 + ৯০)$$

$$= \frac{২৫}{2} \times ৯১ = ২৫ \times ৩৭ = ৯২৫$$

১৭. $1 + ৫ + ৯ + \dots + ৮১ = ?$

[৩৬তম বিসিএস]

- (ক) ৯৬১ (খ) ৮৬১
(গ) ৭৬১ (ঘ) ৬৬১

ব্যাখ্যা ধারাটির ১ম পদ, $a = 1$, সাধারণ অন্তর, $d = (৫ - 1) = ৪$,
শেষপদ, $p = ৮১$

$$\text{পদসংখ্যা, } n = \frac{\text{শেষপদ} - 1\text{ম পদ}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + 1$$

$$= \frac{৮১ - 1}{৪} + 1 = \frac{৮০}{৪} + 1 = ২০ + 1 = ২১$$

$$\therefore \text{পদগুলোর সমষ্টি, } S_n = \frac{n}{2} (a + p)$$

$$= \frac{২১}{2} (1 + ৮১)$$

$$= \frac{২১}{2} \times ৮২ = ২১ \times ৪১ = ৮৬১$$

দ্রষ্টব্য: অঙ্কটি $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$ সূত্র দিয়েও করা যেত।
চেষ্টা করুন!!

১৮. 8, 9, 10, 100 পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর যোগফল কত?
[প্রবাসী কল্যাণ মন্ত্রণালয়ের সহ: পরি: ২০০৭]

- (ক) 5022 (খ) 2432
(গ) 2324 (ঘ) 2342

ব্যাখ্যা ধারাটির প্রথম পদ, $a = 8$, সাধারণ অন্তর, $d = (9 - 8) = 1$, শেষপদ, $p = 100$

পদসংখ্যা, $n = 100$ অপেক্ষা 7 টি কম $= (100 - 7) = 93$

$$\begin{aligned} \therefore \text{সংখ্যাগুলোর যোগফল, } S_n &= \frac{n}{2} (a + p) \\ &= \frac{93}{2} (8 + 100) \\ &= \frac{93}{2} \times 108 \\ &= 93 \times 54 = 5022 \end{aligned}$$

১৯. 29 + 25 + 21 + - 23 = কত?
[তথ্য ও যোগাযোগ প্রযুক্তি অধিদপ্তর, সহ প্রোগ্রামার মে-২০১৭]

- (ক) 32 (খ) 48
(গ) 38 (ঘ) 42

ব্যাখ্যা ধারাটির ১ম পদ, $a = 29$, শেষপদ, $p = -23$
সাধারণ অন্তর, $d = (25 - 29) = -4$

$$\begin{aligned} \therefore \text{পদ সংখ্যা, } n &= \frac{\text{শেষপদ} - \text{১ম পদ}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + 1 \\ &= \frac{-23 - 29}{-4} + 1 \\ &= \frac{-52}{-4} + 1 = \frac{52}{4} + 1 \\ &= 13 + 1 = 14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{পদগুলোর সমষ্টি, } S_n &= \frac{n}{2} (a + p) \\ &= \frac{14}{2} \{29 + (-23)\} \\ &= 7\{29 - 23\} \\ &= 7 \times 6 = 42 \end{aligned}$$

২০. 5, 9, 13, 17 সিরিজটির প্রথম 17 টি সংখ্যার যোগফল কত?
[Sonali Bank-SO-2018]

- (ক) 529 (খ) 462
(গ) 629 (ঘ) 523

ব্যাখ্যা ধারাটির প্রথম পদ, $a = 5$, সাধারণ অন্তর, $d = (9 - 5) = 4$
পদ সংখ্যা, $n = 17$

$$\begin{aligned} \therefore \text{১ম 17 টি সংখ্যার যোগফল, } S_n &= \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\} \\ &= \frac{17}{2} \{2 \times 5 + (17 - 1)4\} \\ &= \frac{17}{2} \{10 + 16 \times 4\} \\ &= \frac{17}{2} \{10 + 64\} \\ &= \frac{17}{2} \times 74 \\ &= 17 \times 37 = 629 \end{aligned}$$

২১. 11 + 18 + 25 + 32 + ধারাটির 29টি পদের সমষ্টি কত?
[প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক- ২০১২]

- (ক) 2131 (খ) 3131
(গ) 3161 (ঘ) 3260

ব্যাখ্যা ধারাটির প্রথম পদ, $a = 11$, সাধারণ অন্তর, $d = (18 - 11) = 7$

$$\begin{aligned} \therefore 29 \text{ টি পদের সমষ্টি, } S_n &= \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\} \\ &= \frac{29}{2} \{2 \times 11 + (29 - 1) \times 7\} \\ &= \frac{29}{2} \{22 + 28 \times 7\} \\ &= \frac{29}{2} \{22 + 196\} \\ &= \frac{29}{2} \times 218 \\ &= 29 \times 109 = 3161 \end{aligned}$$

২২. একটি সমান্তর অনুক্রমে ৫ম পদটি 18 এবং প্রথম ৫টি পদের যোগফল 75 হলে প্রথম পদটি কত?
[৩৮তম বিসিএস]

- (ক) 2 (খ) 10
(গ) 4 (ঘ) 12

ব্যাখ্যা ধরি, ধারাটির ১ম পদ a

ধারাটির পদসংখ্যা $n = 5$ এবং শেষপদ (৫ম পদ) $p = 18$

প্রশ্নমতে, 5টি পদের সমষ্টি, $S_5 = \frac{n}{2} (a + p) = 75$

$$\text{বা, } \frac{5}{2} (a + 18) = 75$$

$$\text{বা, } 5(a + 18) = 75 \times 2$$

$$\text{বা, } 5a + 90 = 150$$

$$\text{বা, } 5a = 150 - 90 = 60$$

$$\therefore a = \frac{60}{5} = 12$$

\therefore ধারাটির ১ম পদ 12।

২৩. একটি সমান্তর ধারার ৫ম পদ ১৩ এবং ৭ম পদ ১৯ হলে ধারাটির প্রথম ১০টি পদের সমষ্টি কত?

[বাংলাদেশ সেতু কর্তৃপক্ষ সহকারী সাব-ইঞ্জিনিয়ার (সিভিল)-২০২০]

- (ক) ১৩৫ (খ) ১৪৩
(গ) ১৪৫ (ঘ) ১৪৮

(ঙ) কোনোটিই নয়

ব্যাখ্যা দেওয়া আছে, ৫ম পদ = ১৩
৭ম পদ = ১৯

$$\therefore ৬ষ্ঠ পদ = \frac{১৩ + ১৯}{২} = \frac{৩২}{২} = ১৬$$

অতএব, সাধারণ অন্তর, $d = ১৬ - ১৩ = ৩$

\therefore ধারাটির ১ম পদ, $a = 1$ হবে।

কারণ,

$$(১) + ৪ + ৭ + ১০ + (১৩) + (১৬) + (১৯) + \dots$$

$$\therefore ১০টি পদের সমষ্টি, $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$$$

$$= \frac{১০}{২} \{(২ \times ১) + (১০ - ১)৩\}$$

$$= ৫\{২ + (৯ \times ৩)\} = ৫\{২ + ২৭\}$$

$$= ৫ \times ২৯ = ১৪৫$$

২৪. একটি সমান্তর ধারার ৪র্থ এবং ১২তম পদের যোগফল ২০।
এ ধারাটির প্রথম ১৫টি পদের যোগফল কত?

[BD House Building FC, SO-2017]

- (ক) 300 (খ) 120
(গ) 150 (ঘ) 130

ব্যাখ্যা ধরি, ধারাটির ১ম পদ, a , সাধারণ অন্তর, d

$$\therefore \text{ধারাটির ৪র্থ পদ} = a + (n-1)d = a + (4-1)d = a + 3d$$

$$\text{ধারাটির ১২তম পদ} = a + (n-1)d = a + (12-1)d = a + 11d$$

$$\therefore \text{ধারাটির ৪র্থ ও ১২তম পদের যোগফল} = a + 3d + a + 11d = 2a + 14d$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } 2a + 14d = 20$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ধারাটির 15টি পদের যোগফল, } S_{15} &= \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} \\ &= \frac{15}{2} \{2a + (15-1)d\} \\ &= \frac{15}{2} (2a + 14d) \\ &= \frac{15}{2} \times 20 \\ &= 15 \times 10 = 150 \end{aligned}$$

[$(2a + 14d)$ এর মান বসিয়ে]

২৫. একটি সামান্তর ধারার প্রথম পদ 1, শেষ পদ 99 এবং সমষ্টি 2500 হলে ধারাটির সাধারণ অন্তর হবে- [সংসদ সচিবালয়-০৫]

- (ক) -2 (খ) 2
(গ) 20 (ঘ) 21

গ **ব্যাখ্যা** ধারাটির ১ম পদ, $a = 1$, শেষপদের মান = 99, সমষ্টি, $S_n = 2500$
ধরি, ধারাটির শেষতম পদ n ও সাধারণ অন্তর d ।

$$\therefore n \text{ তম পদ, } a + (n-1)d = 99$$

$$\text{বা, } 1 + (n-1)d = 99$$

$$\text{বা, } (n-1)d = 99 - 1 = 98 \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{আবার, } n \text{ তম পদের সমষ্টি} = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} = 2500$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} \{2 \times 1 + 98\} = 2500$$

$$[\because (n-1)d = 98]$$

$$\text{বা, } n\{2 + 98\} = 2500 \times 2$$

$$\text{বা, } n \times 100 = 5000$$

$$\therefore n = \frac{5000}{100} = 50$$

(i) নং সমীকরণে n এর মান বসিয়ে পাই,

$$(n-1)d = 98$$

$$\text{বা, } (50-1)d = 98$$

$$\text{বা, } 49d = 98$$

$$\therefore d = \frac{98}{49} = 2$$

\therefore ধারাটির সাধারণ অন্তর 2।

Type-3 : স্বাভাবিক সংখ্যা, স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গ ও ঘন এর সমষ্টি নির্ণয়

Type-3 এর আলোকে বিভিন্ন পরীক্ষায় আগত প্রশ্ন ও সমাধান

২৬. $1 + 2 + 3 + \dots + n =$ কত?

[৯ম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল/সমপর্যায়)-২০১৩]

- (ক) $\frac{n(n+1)}{2}$ (খ) $\frac{n^2(n+1)^2}{2}$
(গ) n^2 (ঘ) $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ **ক**

২৭. $1 + 2 + 3 + \dots + 19 =$ কত?

[আমাদানি ও রপ্তানি প্রধান নিয়ন্ত্রকের দপ্তর- অফিস সহায়ক-২০২০]

- (ক) 180 (খ) 184
(গ) 188 (ঘ) 190 **ঘ**

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\begin{aligned} \text{এখানে, } n &= 19 \\ \therefore \text{সমষ্টি} &= \frac{19(19+1)}{2} \\ &= \frac{19 \times 20}{2} = 190 \end{aligned}$$

বিকল্প পদ্ধতি:

এখানে 1 থেকে 19 পর্যন্ত পদসংখ্যা 19টি।

কাজেই এখানে, $n = 19$

প্রথম পদ, $a = 1$; সাধারণ অন্তর, $d = 2 - 1 = 1$

$$\therefore 19 \text{টি পদের সমষ্টি} = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$= \frac{19}{2} \{2 \times 1 + (19-1)1\}$$

$$= \frac{19}{2} (2 + 18) = \frac{19}{2} \times 20$$

$$= 19 \times 10 = 190$$

২৮. $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 20 =$ কত?

[প্রাক-প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৩ (হোয়াংহো)]

- (ক) 210 (খ) 212
(গ) 214 (ঘ) 220 **ক**

ব্যাখ্যা আমরা জানি, সমষ্টি, $s = \frac{n(n+1)}{2}$

$$= \frac{20(20+1)}{2} \text{ [এখানে, } n = 20]$$

$$= 10 \times 21$$

$$= 210$$

২৯. $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100 =$ কত?

1 হতে 100 পর্যন্ত সংখ্যাসমূহের যোগফল কত? [১৮তম বিসিএস]

- (ক) 5050 (খ) 5500
(গ) 5501 (ঘ) 5001

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\begin{aligned} \text{এখানে, } n &= 100 \\ \therefore \text{সমষ্টি} &= \frac{n(n+1)}{2} \\ &= \frac{100(100+1)}{2} \\ &= \frac{50}{\cancel{2}} \times \frac{101}{\cancel{2}} = 5050 \end{aligned}$$

৩০. $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 99 =$ কত?

[২৫তম বিসিএসঃ বাংলাদেশ কৃষি উন্নয়ন কর্পোরেশন (সহকারী প্রশাসনিক কর্মকর্তা)-২০২০]

- (ক) 4950 (খ) 6052
(গ) 2547 (ঘ) 2288

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\begin{aligned} \text{এখানে, } n &= 99 \\ \therefore \text{সমষ্টি} &= \frac{99(99+1)}{2} \\ &= \frac{99 \times \cancel{100}}{\cancel{2}} = 4950 \end{aligned}$$

৩১. $\log 2 + \log 4 + \log 8 + \dots$ ধারাটির প্রথম ১০টি পদের সমষ্টি কত? [২৫তম বিসিএস]

- (ক) $45 \log 11$ (খ) $55 \log 2$
(গ) $36 \log 11$ (ঘ) $66 \log 11$

ব্যাখ্যা $\log 2 + \log 4 + \log 8 + \dots + 10$ টি পদ
 $= \log 2^1 + \log 2^2 + \log 2^3 + \dots + \log 2^{10}$
 $= 1 \log 2 + 2 \log 2 + 3 \log 2 + \dots + 10 \log 2$
 $= (1 + 2 + 3 + \dots + 10) \log 2$
 $= \frac{10(10+1)}{2} \log 2 \left[\frac{n(n+1)}{2} \text{ সূত্র প্রয়োগ করে} \right]$
 $= 5 \times 11 \log 2$
 $= 55 \log 2$

৩২. $\log 11 + \log 121 + \log 1331 + \dots$ ধারাটির প্রথম দশটি পদের সমষ্টি কত? [নির্বাচন কমিশন সচি: কর্ম: ২০০৬]

- (ক) $45 \log 11$ (খ) $55 \log 11$
(গ) $36 \log 11$ (ঘ) $66 \log 11$

ব্যাখ্যা $\log 11 + \log 121 + \log 1331 + \dots + 10$ টি পদ
 $= \log 11^1 + \log 11^2 + \log 11^3 + \dots + \log 11^{10}$
 $= 1 \log 11 + 2 \log 11 + 3 \log 11 + \dots + 10 \log 11$
 $= (1 + 2 + 3 + \dots + 10) \log 11$
 $= \frac{10(10+1)}{2} \log 11 \left[\frac{n(n+1)}{2} \text{ সূত্র প্রয়োগ করে} \right]$
 $= 5 \times 11 \log 11$
 $= 55 \log 11$

৩৩. $1 + 2 + 3 + \dots + 48 + 49 + 50 + 49 + 48 + \dots + 3 + 2 + 1 =$ কত? [স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের অধীন মাদকদ্রব্য নিয়ন্ত্রণ অধিদপ্তরের সহকারী পরিচালক-২০১৩]

- (ক) 1250 (খ) 2500
(গ) 2525 (ঘ) 5000

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$$\begin{aligned} \text{১ম অংশ: } &1 + 2 + 3 + \dots + 48 + 49 + 50 \\ \text{২য় অংশ: } &1 + 2 + 3 + \dots + 48 + 49 \\ \text{১ম অংশের সমষ্টি} &= \frac{50(50+1)}{2} \left[\frac{n(n+1)}{2} \text{ সূত্র প্রয়োগ করে} \right] \\ &= 25 \times 51 \\ &= 1275 \\ \text{২য় অংশের সমষ্টি} &= \frac{49(49+1)}{2} \left[\frac{n(n+1)}{2} \text{ সূত্র প্রয়োগ করে} \right] \\ &= 49 \times 25 \\ &= 1225 \\ \therefore \text{সম্পূর্ণ ধারাটির সমষ্টি} &= 1275 + 1225 = 2500 \end{aligned}$$

বিকল্প পদ্ধতি:

প্রদত্ত ধারাটিকে ২ টি অংশে ভাগ করলে হয়:

১ম অংশ: $1 + 2 + 3 + \dots + 48 + 49 + 50$
 ২য় অংশ: $1 + 2 + 3 + \dots + 48 + 49$

$$\begin{aligned} \text{১ম অংশের সমষ্টি, } S_1 &= \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} \\ &= \frac{50}{2} \{2 \times 1 + (50-1) \times 1\} \\ &= 25 \{2 + 49\} = 25 \times 51 = 1275 \\ \therefore \text{সম্পূর্ণ ধারাটির সমষ্টি} &= (2 \times 1275) - 50 \\ &= 2550 - 50 \\ &= 2500 \end{aligned}$$

৩৪. স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি কত?

[১৫তম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল/সমপর্যায়)-২০১৯]

- (ক) n^2 (খ) $\frac{n(n+1)}{2}$
(গ) $\left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$ (ঘ) $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

৩৫. $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + x^2$ এর মান কত?

[একটি বাড়ি একটি খামার প্রকল্পের ফিল্ড সুপারভাইজার নিয়োগ-২০১৮]

- (ক) $\frac{x(x+1)(2x+1)}{6}$ (খ) $\frac{x(x+1)}{2}$
(গ) x (ঘ) $\left(\frac{x(x+1)}{2} \right)^2$

ব্যাখ্যা x সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি $= \frac{x(x+1)(2x+1)}{6}$

৩৬. $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + (40)^2 =$ কত? [২৭তম বিসিএস]

- (ক) 22130 (খ) 22140
(গ) 22150 (ঘ) 22160

ব্যাখ্যা n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি

$$\begin{aligned} &= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \\ &= \frac{40(40+1)(2 \times 40 + 1)}{6} \\ &= \frac{20}{\cancel{6}} \times \frac{41}{\cancel{2}} \times \frac{81}{\cancel{3}} = 22140 \end{aligned}$$

৩৭. $11^2 + 12^2 + 13^2 + \dots + 20^2 =$ কত?

- (ক) 2870 (খ) 2485
(গ) 385 (ঘ) 3255

ব্যাখ্যা $(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 20^2) - (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2)$
 $= \frac{20(20+1)(2 \cdot 20+1)}{6} - \frac{10(10+1)(2 \cdot 10+1)}{6}$
 $= \frac{20 \times 21 \times 41}{6} - \frac{10 \times 11 \times 21}{6}$
 $= 2870 - 385$
 $= 2485$

৩৮. $\log 2 + \log 16 + \log 512 + \dots$ ধারাটির প্রথম বারটি পদের সমষ্টি কত?

- (ক) $65 \log 2$ (খ) $560 \log 2$
(গ) $650 \log 2$ (ঘ) $\log 2$

ব্যাখ্যা প্রদত্ত ধারাটি $= \log 2 + \log 16 + \log 512 + \dots$ 12টি পদ
 $= \log 2 + \log 2^4 + \log 2^9 + \dots$ 12টি পদ
 $= \log 2 + 4 \log 2 + 9 \log 2 + \dots$ 12টি পদ
 $= (1 + 4 + 9 + \dots + 12^2) \log 2$
 $= (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 12^2) \log 2$
 আমরা জানি, $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

অতএব প্রথম 12টি পদের সমষ্টি, $S_{12} = \left\{ \frac{12(12+1)(2 \times 12+1)}{6} \right\} \log 2$
 $= \left\{ \frac{12 \times 13 \times 25}{6} \right\} \log 2$
 $= 650 \log 2$
 \therefore প্রথম বারটি পদের সমষ্টি $650 \log 2$

৩৯. $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 =$ কত?

[১০ম শিক্ষক নিবন্ধন (স্কুল/সমপর্যায়)-২০১৪]

- (ক) $\frac{n(n+1)}{2}$ (খ) $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
(গ) $\left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$ (ঘ) একটিও নয়

৪০. $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 10^3 =$ কত?

[সহকারী থানা শিক্ষা অফিসার ২০১০]

- (ক) 3025 (খ) 3030
(গ) 3028 (ঘ) 3050

ব্যাখ্যা n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘন এর সমষ্টি

$= \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$
 $= \left\{ \frac{10(10+1)}{2} \right\}^2$
 $= \left\{ \frac{10 \times 11}{2} \right\}^2$
 $= (55)^2 = 3025$

৪১. $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 10^3 =$ কত?

- (ক) 3020 (খ) $(1+2+3+\dots+10)$
(গ) 3035 (ঘ) $(1+2+3+\dots+10)^2$

ব্যাখ্যা আমরা জানি, $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$

আবার, $1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$

$\therefore (1+2+3+\dots+n)^2 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$
 $= 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$

Type-4 : গুণোত্তর ধারা

Type-4 এর আলোকে বিভিন্ন পরীক্ষায় আগত প্রশ্ন ও সমাধান

৪২. যদি কোনো অনুক্রমের n তম পদ $\frac{1 - (-1)^n}{2}$ হয়, তাহলে

- 19তম পদ কত?
(ক) -1 (খ) 0
(গ) 1 (ঘ) 2

ব্যাখ্যা $n =$ বিজোড় সংখ্যা হলে সর্বদা $(-1)^n = -1$
 $\therefore \frac{1 - (-1)^{19}}{2} = \frac{1 - (-1)}{2} = \frac{1+1}{2} = 1$

৪৩. কোনো অনুক্রমের n তম পদ $\frac{1 - (-1)^n}{2}$ হলে, এর বিজোড় পদ হবে-

- (ক) 0 (খ) $\frac{1}{2}$
(গ) 1 (ঘ) 2

ব্যাখ্যা $n =$ বিজোড় সংখ্যা হলে সর্বদা $(-1)^n = -1$
 $\therefore \frac{1 - (-1)^n}{2} = \frac{1 - (-1)}{2} = \frac{1+1}{2} = 1$

৪৪. কোনো একটি অনুক্রমের n -তম পদ $U_n = 1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^n$

হলে এর নবম পদ কোনটি?

- (ক) $\frac{19692}{19683}$ (খ) $\frac{19684}{19683}$
(গ) $\frac{19682}{19683}$ (ঘ) $\frac{196784}{19683}$

ব্যাখ্যা দেয়া আছে, n তম পদ, $U_n = 1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^n$

নবম পদ, $U_9 = 1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^9$
 $= 1 + \left(\frac{1}{3}\right)^9 = 1 + \frac{1}{3^9}$
 $= 1 + \frac{1}{19683}$
 $= \frac{19683 + 1}{19683}$
 $= \frac{19684}{19683}$

৪৫. $5, \frac{5}{3}, \frac{5}{9}, \frac{5}{27}, \dots$ অনুক্রমটির ১০তম পদ কোনটি?

(ক) $\frac{5}{3^{12}}$ (খ) $\frac{5}{3^{11}}$

(গ) $\frac{5}{3^{10}}$ (ঘ) $\frac{5}{3^9}$

ব্যাখ্যা $5, \frac{5}{3}, \frac{5}{9}, \frac{5}{27}, \dots$

$= \frac{5}{3^0}, \frac{5}{3^1}, \frac{5}{3^2}, \frac{5}{3^3}, \dots$

$= \frac{5}{3^{10-1}} = \frac{5}{3^9} \quad [\because n \text{ তম পদ} = \frac{5}{3^{n-1}}]$

৪৬. $\frac{1}{\sqrt{2}}, 1, \sqrt{2}$ ধারাটির কোন পদ $8\sqrt{2}$ হবে?

[৩৯তম বিসিএস (বিশেষ); বেসরকারি বিমান ও পর্যটন মন্ত্রণালয়ের প্রশাসনিক কর্মকর্তা-০৫]

(ক) ৯ তম পদ (খ) ১০ তম পদ

(গ) ১১ তম পদ (ঘ) ১২ তম পদ

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

এখানে,

ধারাটির সাধারণ অনুপাত, $r = 1 \div \frac{1}{\sqrt{2}} = 1 \times \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$

এখন সাধারণ অনুপাত $\sqrt{2}$ দ্বারা গুণ করে ধারাটির কততম পদ $8\sqrt{2}$ তা বের করি,

$\frac{1}{\sqrt{2}}, 1, \sqrt{2}, 2, 2\sqrt{2}, 4, 4\sqrt{2}, 8, 8\sqrt{2}$

\therefore ধারাটির ৯ম পদ $8\sqrt{2}$

বিকল্প পদ্ধতি:

গুণোত্তর ধারাটির ১ম পদ, $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{2য় পদ}{1ম পদ} = 1 \div \frac{1}{\sqrt{2}} = 1 \times \sqrt{2} = \sqrt{2}$

ধরি, n তম পদ $8\sqrt{2}$

$\therefore n$ তম পদ $= ar^{n-1} = 8\sqrt{2}$

বা, $\frac{1}{\sqrt{2}} \times (\sqrt{2})^{n-1} = 2^3\sqrt{2}$

বা, $(\sqrt{2})^{-1} \times (\sqrt{2})^{n-1} = (\sqrt{2})^6 \times \sqrt{2}$

বা, $(\sqrt{2})^{-1+n-1} = (\sqrt{2})^{6+1}$

[সূচকের $a^m \times a^n = a^{m+n}$ সূত্রানুসারে]

বা, $(\sqrt{2})^{n-2} = (\sqrt{2})^7$

বা, $n-2 = 7$ [\because উভয় পাশের ভিত্তি সমান]

$\therefore n = (7+2) = 9$

৪৭. $2 + 4 + 8 + 16 + \dots$ ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি ২৫৪ হলে n এর মান কত?

[আনসার ও ভিডিপি অধিদপ্তরের সার্কেল অ্যাডজুটেন্ট: ০৫]

(ক) ৪ (খ) ৫

(গ) ৬ (ঘ) ৭

ঘ

ব্যাখ্যা গুণোত্তর ধারাটির ১ম পদ, $a = 2$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{2য় পদ}{1ম পদ} = \frac{4}{2} = 2$

n সংখ্যক পদের সমষ্টি, $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \quad [\because r > 1]$

প্রশ্নমতে, $\frac{a(r^n - 1)}{r - 1} = 254$

বা, $\frac{2(2^n - 1)}{2 - 1} = 254$

বা, $\frac{2(2^n - 1)}{1} = 254$

বা, $2(2^n - 1) = 254$

বা, $2^n - 1 = \frac{254}{2} = 127$

বা, $2^n = 127 + 1 = 128$

বা, $2^n = 2^7$

$\therefore n = 7$ [\because উভয় পাশের ভিত্তি সমান]

ক

৪৮. $0.52\bar{3}$ হতে গুণোত্তর ধারার সাধারণ অনুপাত কত?

(ক) 0.1 (খ) 0.01

(গ) 0.001 (ঘ) 0.0001

গ

ব্যাখ্যা এখানে, $0.52\bar{3} = 0.523523523\dots$

গুণোত্তর ধারাটি হবে $= 0.523 + 0.000523 + 0.000000523 + \dots$

অর্থাৎ সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{0.000523}{0.523} = 0.001$

৪৯. $0.2\bar{3}$ কে গুণোত্তর ধারায় প্রকাশ করলে সাধারণ অনুপাত কত হবে?

(ক) 0.1 (খ) 0.01

(গ) 0.001 (ঘ) 0.23

খ

ব্যাখ্যা $0.2\bar{3}$ কে গুণোত্তর ধারায় প্রকাশ করলে

$0.2\bar{3} = 0.23 \ 23 \ 23 \ \dots$

$= 0.23 + 0.0023 + 0.000023$

ধারাটির প্রথম পদ, $a = 0.23$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{0.0023}{0.23} = 0.01$

৫০. ১৮ এবং ৭২ এর গুণোত্তর গড় কোনটি?

[৪৪তম বিসিএস]

(ক) ৪৫ (খ) ১২৯৬

(গ) ৩৬ (ঘ) ৪

গ

ব্যাখ্যা গুণোত্তর ধারাটি হবে a, ar, ar^2

$$\therefore a = 18$$

$$\text{এবং } ar^2 = 92$$

$$\text{বা, } r^2 = \frac{92}{a}$$

$$\text{বা, } r^2 = \frac{92}{18}$$

$$\text{বা, } r^2 = 8$$

$$\therefore r = 2$$

$$\therefore \text{গুণোত্তর গড়, } ar = 18 \times 2 = 36$$

৫১. একটি গুণোত্তর অনুক্রমের দ্বিতীয় পদটি -48 এবং পঞ্চম

পদটি $\frac{3}{4}$ হলে সাধারণ অনুপাত কত? [৩৫তম বিসিএস]

ক $\frac{1}{2}$ খ $-\frac{1}{2}$

গ $\frac{1}{4}$ ঘ $-\frac{1}{4}$

ব্যাখ্যা গুণোত্তর ধারার ১ম পদ a ও সাধারণ অনুপাত r হলে

$$n \text{ তম পদ} = ar^{n-1}$$

$$1 \text{ ম শর্তানুসারে, } 2 \text{ য় পদ } ar^{2-1} = -48 \text{ বা, } ar = -48 \dots (i)$$

$$2 \text{ য় শর্তানুসারে, } 5 \text{ ম পদ, } ar^{5-1} = \frac{3}{4} \text{ বা, } ar^4 = \frac{3}{4} \dots (ii)$$

(i) নং সমীকরণ \div (ii) নং সমীকরণ দ্বারা পাই,

$$\frac{ar}{ar^4} = \frac{-48}{\frac{3}{4}} \text{ বা, } \frac{1}{r^3} = -\frac{16}{\cancel{48} \times \frac{4}{\cancel{3}}} = -64$$

$$\text{বা, } r^3 = -\frac{1}{64} = \left(-\frac{1}{4}\right)^3$$

$$\therefore r = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore \text{ধারাটির সাধারণ অনুপাত} = \frac{1}{4}$$

৫২. $5 + x + y + 135$ গুণোত্তর ধারাত্ত্বক হলে $(x, y) =$ কত?

ক $(45, 15)$ খ $(25, 45)$

গ $(15, 45)$ ঘ $(15, 35)$

ব্যাখ্যা মনে করি, গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ $a = 5$ এবং সাধারণ অনুপাত $= r$

$$\text{আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার } n \text{ তম পদ} = ar^{n-1}$$

$$\therefore \text{চতুর্থ পদ } ar^{4-1} = 135$$

$$\text{বা, } 5 \cdot r^3 = 135$$

$$\text{বা, } r^3 = \frac{135}{5}$$

$$\text{বা, } r^3 = 27$$

$$\therefore r = 3$$

$$\therefore \text{দ্বিতীয় পদ } x = ar^{2-1} = ar = 5 \times 3 = 15$$

$$\text{তৃতীয় পদ } y = ar^{3-1} = ar^2 = 5 \times 3^2 = 45$$

$$\therefore x = 15 \text{ এবং } y = 45$$

৫৩. $3 + x + y + z + 243$ গুণোত্তর ধারাত্ত্বক হলে, $(x, y, z) =$ কত?

ক $(9, 27, 81)$ খ $(27, 9, 81)$

গ $(81, 9, 27)$ ঘ $(81, 27, 9)$

ব্যাখ্যা মনে করি, গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ $a = 3$ এবং সাধারণ অনুপাত $= r$

$$\text{আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার } n \text{ তম পদ} = ar^{n-1}$$

$$\therefore \text{পঞ্চম পদ } ar^{5-1} = 243$$

$$\text{বা, } ar^4 = 243$$

$$\text{বা, } 3r^4 = 243$$

$$\text{বা, } r^4 = 81 \text{ [উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\text{বা, } r^4 = 3^4$$

$$\therefore r = 3$$

$$\therefore \text{২য় পদ } x = ar^{2-1} = ar = 3 \times 3 = 9$$

$$\text{৩য় পদ } y = ar^{3-1} = ar^2 = 3 \times 3^2 = 3 \times 9 = 27$$

$$\text{৪র্থ পদ } z = ar^{4-1} = ar^3 = 3 \times 3^3 = 3 \times 27 = 81$$

$$\therefore x = 9, y = 27 \text{ এবং } z = 81$$

৫৪. যদি $-5, p, q, 16$ সমান্তর অনুক্রমে থাকে, তাহলে p ও q

এর মান হবে যথাক্রমে— [৪৪তম বিসিএস]

ক $-2, 9$ খ $2, 9$

গ $-2, -9$ ঘ $2, -9$

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

অপশন টেস্টিং।

এতে কম সময় লাগবে। একটা একটা অপশন p, q এর স্থানে বসিয়ে দেখতে হবে কোনটা বসালে সাধারণ অন্তর সমান থাকে।

$$\begin{array}{cccc} -5 & 2 & 9 & 16 \\ & \vee & \vee & \vee \\ & 7 & 7 & 7 \end{array}$$

$$\therefore (p, q) = (2, 9)$$

বিকল্প পদ্ধতি:

সাধারণ অন্তর r হলে,

$$16 - q = r, \quad q - p = r, \quad p + 5 = r$$

$$\therefore 16 - q = q - p$$

$$\text{বা, } q - p = p + 5$$

$$\text{বা, } 16 - 2q + p = 0$$

$$\therefore q = 2p + 5$$

$$\text{বা, } 16 - 2(2p + 5) + p = 0$$

$$[\because 2p + 5 = q]$$

$$\text{বা, } 16 - 4p - 10 + p = 0$$

$$\text{বা, } 3p = 6$$

$$\therefore p = 2$$

$$\therefore q = 2p + 5$$

$$= 4 + 5$$

$$= 9$$

$$\therefore p, q = 2, 9$$

৫৫. $২ - ৪ + ৮ - ১৬ + \dots$ ধারাটির প্রথম ৭টি পদের সমষ্টি কত?

[কারিগরি শিক্ষা অধিদপ্তর-০৫; পল্লী সঞ্চয় ব্যাংক, ক্যাশ- ২০১৮]

- (ক) ৩৬ (খ) ৮৬
(গ) ৫২ (ঘ) ৫৬

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

ধারাটিকে ৭ম পদ পর্যন্ত বর্ধিত করলে পাই,
 $২ - ৪ + ৮ - ১৬ + ৩২ - ৬৪ + ১২৮ \dots$
 \therefore ৭টি পদের সমষ্টি $= ২ - ৪ + ৮ - ১৬ + ৩২ - ৬৪ + ১২৮$
 $= ৮৬$

বিকল্প পদ্ধতি:

গুণোত্তর ধারাটির ১ম পদ, $a = ২$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{২য় পদ}{১ম পদ} = \frac{-৪}{২} = -২$

মোট পদসংখ্যা, $n = ৭$ টি

$$\begin{aligned} \therefore ১ম ৭ টি পদের সমষ্টি, S_৭ &= \frac{a(১ - r^n)}{১ - r} [\because r < ১] \\ &= \frac{২\{১ - (-২)^৭\}}{১ - (-২)} \\ &= \frac{২\{১ - (-১২৮)\}}{১ + ২} \\ &= \frac{২\{১ + ১২৮\}}{১ + ২} \\ &= \frac{৩ \times ১২৮}{৩} \\ &= ২ \times ৪৩ = ৮৬ \end{aligned}$$

৫৬. $২ - ২ + ২ - ২ + \dots$ ধারাটির $(2n + 2)$ টি পদের সমষ্টি কত?

- (ক) ২ (খ) ১
(গ) ০ (ঘ) $2n + n$

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

যেহেতু, ধারাটির ১ম দুটি পদের সমষ্টি $= (২ - ২) = ০$ এবং ধারাটি এভাবে অগ্রসর হচ্ছে। তাই ধারাটির যেকোনো সংখ্যক জোড় পদের সমষ্টি $= ০$ হবে।
 এখানে, $(2n + 2)$ দ্বারা জোড় পদ বুঝানো হয়েছে। তাই ধারাটির $(2n + 2)$ সংখ্যক জোড় পদের সমষ্টি $= ০$ হবে।

৫৭. $১ - ১ + ১ - ১ + \dots$ ধারাটির $(2n + 1)$ সংখ্যক পদের সমষ্টি কত?

- (ক) ২ (খ) ১
(গ) ০ (ঘ) $\frac{1}{2}$

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

যেহেতু, ধারাটির ১ম দুটি পদের সমষ্টি $= (1 - 1) = ০$ এবং ধারাটি এভাবে অগ্রসর হচ্ছে। তাই ধারাটির যেকোনো সংখ্যক জোড় পদের সমষ্টি $= ০$ হবে।

এখানে, $(2n + 1)$ দ্বারা বিজোড় পদ বুঝানো হয়েছে। তাই ধারাটির $(2n + 1)$ সংখ্যক বিজোড় পদের সমষ্টি $= ০ + 1 = 1$ হবে।

বিকল্প পদ্ধতি:

ধারাটির প্রথম পদ $a = 1$

সাধারণ অনুপাত $r = \frac{-1}{1} = -1 < 1$

ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা।

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার প্রথম n পদের সমষ্টি $= \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$; যখন $r < 1$

$$\begin{aligned} \therefore (2n + 1) \text{ সংখ্যক পদের সমষ্টি} &= \frac{a(1 - r^{2n+1})}{1 - r} \\ &= \frac{1\{1 - (-1)^{2n+1}\}}{1 - (-1)} \\ &= \frac{1\{1 - (-1)\}}{1 - (-1)} \\ &[\because (2n + 1) \text{ বিজোড় সংখ্যা}] \\ &= \frac{1(1 + 1)}{1 + 1} \\ &= \frac{2}{2} = 1 \end{aligned}$$

৫৮. $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots + n$ সংখ্যক পদের যোগফল হবে—

- (ক) ০ (খ) ১
(গ) $[1 + (-1)^n]$ (ঘ) $\frac{1}{2} [1 - (-1)^n]$

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$n =$ জোড়ের জন্য ধারাটির যোগফল ০

$n =$ বিজোড় সংখ্যার জন্য ধারাটির যোগফল $= 1$

\therefore অপশন টেস্ট করে দেখা যায়,

$n = 1, 3, 5$ যেকোনো বিজোড় সংখ্যার জন্য কেবল অপশন

(ঘ) এর $\frac{1}{2} [1 - (-1)^n]$ দ্বারাই উত্তর 1 হয়।

বিকল্প পদ্ধতি:

প্রথম পদ, $a = 1$

সাধারণ অন্তর, $r = \frac{-1}{1} = -1$

$r < -1$ তাই,

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} \\ &= \frac{1[1 - (-1)^n]}{1 - (-1)} \\ &= \frac{1}{2} [1 - (-1)^n] \end{aligned}$$

Type-5 : অসীম ধারা

Type-5 এর আলোকে বিভিন্ন পরীক্ষায় আগত প্রশ্ন ও সমাধান

৬৯. $a + ar + ar^2 + \dots$ অসীম গুণোত্তর ধারাটির সমষ্টি থাকার শর্ত কী?

- (ক) $r > 1$ (খ) $r < -1$
 (গ) $-1 < r < 1$ (ঘ) $0 < r < 1$

ব্যাখ্যা প্রদত্ত অসীম গুণোত্তর ধারার অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি $|r| < 1$ অর্থাৎ $-1 < r < 1$ হয়।

৭০. $\frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{9} - \frac{2}{27} + \dots$ ধারাটির অসীম পদের সমষ্টি কত?

- (ক) $S_\infty = \frac{20}{3}$ (খ) $S_\infty = \frac{3}{20}$
 (গ) $S_\infty = 20$ (ঘ) $S_\infty = 3$

ব্যাখ্যা $\frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{9} - \frac{2}{27} + \dots$

১ম পদ, $a = \frac{1}{4}$

সাধারণ অনুপাত, $r = -\frac{1}{6} \div \frac{1}{4} = -\frac{1}{6} \times 4 = -\frac{2}{3}$

$$\therefore \text{অসীম পদের সমষ্টি, } S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{\frac{1}{4}}{1 + \frac{2}{3}} = \frac{1}{4} \div \frac{5}{3} = \frac{1}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{20}$$

৭১. $0.12 + 0.0012 + 0.000012 + \dots$ ধারাটির অসীম পদ পর্যন্ত যোগফল—

- (ক) $\frac{8}{33}$ (খ) $\frac{8}{99}$
 (গ) $\frac{112}{99}$ (ঘ) $\frac{18}{99}$

ব্যাখ্যা ১ম পদ, $a = 0.12$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{0.0012}{0.12} = 0.01$

$$\text{হলে সমষ্টি} = \frac{a}{1-r} = \frac{0.12}{1-0.01} = \frac{0.12}{0.99} = \frac{12}{99} = \frac{4}{33}$$

৭২. $\frac{1}{2x+1} + \frac{1}{(2x+1)^2} + \frac{1}{(2x+1)^3} + \dots$ একটি অসীম গুণোত্তর ধারা। x এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে?

- (ক) $x < 0$ অথবা $x < -1$ (খ) $x > 0$ অথবা $x < -1$
 (গ) $x < 0$ অথবা $x > -1$ (ঘ) $x > 0$ অথবা $x > -1$

ব্যাখ্যা $r = \frac{1}{2x+1}$

$-1 < r < 1$ হলে অসীমতক সমষ্টি থাকবে

$$\frac{1}{2x+1} < 1$$

বা, $2x+1 > 1$
 বা, $x > 0$

অথবা, $-1 < \frac{1}{2x+1}$

বা, $-1 > 2x+1$
 বা, $-1-1 > 2x$
 বা, $-2 > 2x$
 বা, $2x < -2$
 $\therefore x < -1$

$\therefore x > 0$ অথবা $x < -1$ শর্তে ধারার অসীমতক সমষ্টি থাকবে।

৭৩. $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x+1)^3} + \frac{1}{(x+1)^4} + \dots$ একটি অসীম গুণোত্তর ধারা। x এর উপর কি শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে?

- (ক) $x \leq -2$ অথবা $x > 0$ (খ) $-2 < x > 0$
 (গ) $x < -2$ অথবা $x > 0$ (ঘ) $x < -2$ অথবা $x \geq 0$

ব্যাখ্যা $r = \frac{1}{x+1}$

$-1 < r < 1$ হলে অসীমতক সমষ্টি থাকবে।

$$\frac{1}{x+1} < 1$$

অথবা, $-1 < \frac{1}{x+1}$

বা, $x+1 > 1$ বা, $-1 > x+1$
 বা, $x > 0$ বা, $-1-1 > x$
 বা, $-2 > x$
 বা, $x < -2$

$\therefore x > 0$ অথবা $x < -2$ শর্তে ধারার অসীমতক সমষ্টি থাকবে।

৭৪. একটি গুণোত্তর ধারার ১ম পদ $\frac{1}{5}$ এবং অসীমতক সমষ্টি $\frac{1}{7}$ হলে ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত?

- (ক) $\frac{2}{5}$ (খ) $\frac{1}{5}$
 (গ) $\frac{-1}{5}$ (ঘ) $\frac{-2}{5}$

ব্যাখ্যা $a = \frac{1}{5}; S_\infty = \frac{1}{7}$

$$S_\infty = \frac{a}{1-r}$$

বা, $S_\infty - S_\infty r = a$
 বা, $S_\infty r = S_\infty - a$

$$\therefore r = \frac{S_\infty - a}{S_\infty} = \frac{\frac{1}{7} - \frac{1}{5}}{\frac{1}{7}} = \frac{-2}{5}$$

Type-6 : একই অঙ্কের পুনরাবৃত্তি সংখ্যার ধারা

Type-6 এর আলোকে বিভিন্ন পরীক্ষায় আগত প্রশ্ন ও সমাধান

৬৫. $5 + 55 + 555 + \dots$ ধারাটির n সংখ্যক পদের যোগফল কত?

- ক) $\frac{50}{81}(10^n - 1) - \frac{5n}{9}$ খ) $\frac{5}{9}(10^n - 1) - \frac{5n}{9}$
 গ) $\frac{50}{81}(10^n - 1) - \frac{50n}{81}$ ঘ) কোনটিই নয়

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

এখানে, $a = 5$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{a}{9} \left\{ \left(10 \cdot \frac{10^n - 1}{10 - 1} \right) - n \right\} \\ = \frac{5}{9} \left\{ \left(10 \cdot \frac{10^n - 1}{9} \right) - n \right\} \\ = \frac{50}{81} (10^n - 1) - \frac{5n}{9} \end{aligned}$$

বিকল্প পদ্ধতি:

$$\begin{aligned} & 5 + 55 + 555 + \dots \dots + n \text{ তম পদ} \\ & = 5(1 + 11 + 111 + \dots \dots + n \text{ তম পদ}) \\ & = \frac{5}{9} (9 + 99 + 999 + \dots \dots + n \text{ তম পদ}) \\ & = \frac{5}{9} \{ (10 - 1) + (100 - 1) + (1000 - 1) + \dots n \text{ তম পদ} \} \\ & = \frac{5}{9} \{ (10 - 1) + (10^2 - 1) + (10^3 - 1) + \dots n \text{ তম পদ} \} \\ & = \frac{5}{9} \{ (10 + 10^2 + 10^3 + \dots n \text{ তম পদ}) - \\ & \qquad \qquad \qquad (1 + 1 + 1 + \dots n \text{ তম পদ}) \} \\ & = \frac{5}{9} \left\{ \left(10 \cdot \frac{10^n - 1}{10 - 1} \right) - n \right\} \\ & = \frac{50}{81} (10^n - 1) - \frac{5n}{9} \end{aligned}$$

৬৬. $7 + 77 + 777 + \dots$ ধারাটির n সংখ্যক পদের যোগফল কত?

- ক) $\frac{7}{9}(10^n - 1) - \frac{7n}{9}$ খ) $\frac{70}{81}(10^n - 1) - \frac{7n}{9}$
 গ) $\frac{70}{81}(10^n - 1) - \frac{70n}{81}$ ঘ) কোনটিই নয়

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

এখানে, $a = 7$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{a}{9} \left\{ \left(10 \cdot \frac{10^n - 1}{10 - 1} \right) - n \right\} \\ = \frac{7}{9} \left\{ \left(10 \cdot \frac{10^n - 1}{9} \right) - n \right\} \\ = \frac{70}{81} (10^n - 1) - \frac{7n}{9} \end{aligned}$$

বিকল্প পদ্ধতি:

$$\begin{aligned} & 7 + 77 + 777 + \dots \dots + n \text{ তম পদ} \\ & = 7(1 + 11 + 111 + \dots \dots + n \text{ তম পদ}) \\ & = \frac{7}{9} (9 + 99 + 999 + \dots \dots + n \text{ তম পদ}) \\ & = \frac{7}{9} \{ (10 - 1) + (100 - 1) + (1000 - 1) + \dots n \text{ তম পদ} \} \\ & = \frac{7}{9} \{ (10 - 1) + (10^2 - 1) + (10^3 - 1) + \dots n \text{ তম পদ} \} \\ & = \frac{7}{9} \{ (10 + 10^2 + 10^3 + \dots n \text{ তম পদ}) - \\ & \qquad \qquad \qquad (1 + 1 + 1 + \dots n \text{ তম পদ}) \} \\ & = \frac{7}{9} \left\{ \left(10 \cdot \frac{10^n - 1}{10 - 1} \right) - n \right\} \\ & = \frac{70}{81} (10^n - 1) - \frac{7n}{9} \end{aligned}$$

৬৭. $3 + 33 + 333 + \dots$ ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি

কত?

- ক) $\frac{3}{9}(10^n - 1) - n$ খ) $\frac{3}{9}(10^n - 1) - \frac{n}{3}$
 গ) $\frac{30}{81}(10^n - 1) - \frac{n}{9}$ ঘ) $\frac{30}{81}(10^n - 1) - \frac{n}{3}$

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

$a = 3$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{3}{9} \left\{ \left(10 \cdot \frac{10^n - 1}{10 - 1} \right) - n \right\} \\ = \frac{30}{81} (10^n - 1) - \frac{3n}{9} \\ = \frac{30}{81} (10^n - 1) - \frac{n}{3} \end{aligned}$$

Type-7 : ধারা সম্পর্কিত কথার অঙ্ক

Type-7 এর আলোকে বিভিন্ন পরীক্ষায় আগত প্রশ্ন ও সমাধান

৬৮. এক ব্যক্তি 2500 টাকার একটি ঋণ কিছু সংখ্যক কিস্তিতে পরিশোধ করতে রাজি হন। প্রত্যেক কিস্তি পূর্বের থেকে 2 টাকা বেশি। যদি প্রথম কিস্তি 1 টাকা হয়, তবে কতগুলো কিস্তিতে ঐ ব্যক্তি ঋণ শোধ করতে পারবেন?

- (ক) 30 (খ) 40
(গ) 50 (ঘ) 60

ব্যাখ্যা প্রথম কিস্তিতে পরিশোধ করেন 1 টাকা
দ্বিতীয় কিস্তিতে পরিশোধ করেন (1 + 2) টাকা = 3 টাকা
তৃতীয় কিস্তিতে পরিশোধ করেন (3 + 2) টাকা = 5 টাকা
যেহেতু প্রত্যেক কিস্তি পূর্বের কিস্তি থেকে 2 টাকা বেশি
∴ টাকা পরিশোধের কিস্তি একটি সমান্তর ধারা,
যার প্রথম পদ a = 1 এবং সাধারণ অন্তর d = 2
মনে করি, ঐ ব্যক্তি n সংখ্যক কিস্তিতে টাকা পরিশোধ করবে।
অতএব, পদসংখ্যা = n

$$\therefore \text{ধারাটির } n \text{ পদের সমষ্টি} = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$= \frac{n}{2} \{2 \times 1 + (n-1)2\}$$

$$= \frac{n}{2} \{2 + 2n - 2\}$$

$$= \frac{n}{2} \times 2n$$

$$= n^2$$

শর্তমতে, $n^2 = 2500$

$$\text{বা, } n = \pm \sqrt{2500}$$

$$\text{বা, } n = 50 \quad [\because \text{কিস্তি সংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না}]$$

অতএব, 50টি কিস্তিতে ঋণ শোধ করবে।

৬৯. মুনিয়া জানুয়ারি মাসের 1 তারিখে একটি মাটির ব্যাংক কিনলেন এবং প্রথম দিন উহাতে 1 টাকা সঞ্চয় করলেন। পরবর্তী দিনগুলোতে পূর্ববর্তী দিনের তুলনায় 3 টাকা বেশি সঞ্চয় করেন। (উল্লেখ্য যে বছরটি লিপ-ইয়ার ছিল)। জানুয়ারি থেকে ফেব্রুয়ারি মাসের শেষ পর্যন্ত সে কত টাকা সঞ্চয় করে?

- (ক) 5370 (খ) 5270
(গ) 5375 (ঘ) 5275

ব্যাখ্যা প্রথম দিন সঞ্চয় করেন 1 টাকা
প্রথম দুই দিনে সঞ্চয় করেন (1 + 3) বা, 4 টাকা
প্রথম তিন দিনে সঞ্চয় করেন (4 + 3) বা, 7 টাকা
প্রথম চার দিনে সঞ্চয় করেন (7 + 3) বা, 10 টাকা
.....
.....
∴ নির্ণেয় ধারাটি 1 + 4 + 7 + 10 +
এখানে, ধারাটির 1ম পদ, a = 1
এবং সাধারণ অন্তর, d = 4 - 1 = 7 - 4 = 3

∴ এটি একটি সমান্তর ধারা।

জানুয়ারি থেকে শুরু করে ফেব্রুয়ারি মাস পর্যন্ত মোট (31 + 29) = 60 দিন
[∵ জানুয়ারি মাস 31 দিন এবং ফেব্রুয়ারি মাস 29 দিন লিপ-ইয়ার বলে]

$$\text{আমরা জানি, সমান্তর ধারার } n \text{ সংখ্যক পদের সমষ্টি} = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$\therefore 60 \text{ দিনে মানিকের সঞ্চিত টাকার পরিমাণ} = \frac{60}{2} \{2 \times 1 + (60-1)3\}$$

$$= 30 (2 + 177)$$

$$= 30 \times 179 = 5370$$

৭০. সানজিদা একটি ব্যাংক থেকে 3375 টাকা ঋণ নিলো। পরবর্তীতে সে একটি সমান্তর ধারার অনুসারে প্রতিদিনে টাকা শোধ করে। 1ম দিনে 31 টাকা এবং 17তম দিনে 63 টাকা জমা দিলে, সে কতদিনে ঋণ পরিশোধ করে?

- (ক) 75 (খ) 45
(গ) 35 (ঘ) 65

ব্যাখ্যা ধরি, n তম দিনে সানজিদার ঋণ 3375 টাকা পরিশোধ হবে।

$$\text{সমান্তর ধারার ক্ষেত্রে } n \text{ সংখ্যক পদের সমষ্টি, } S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$\therefore \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} = 3375$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} \{2 \times 31 + (n-1)2\} = 3375$$

$$\text{বা, } n(31 + n - 1) = 3375$$

$$\text{বা, } n(n + 30) = 3375$$

$$\text{বা, } n^2 + 30n - 3375 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 + 75n - 45n - 3375 = 0$$

$$\text{বা, } n(n + 75) - 45(n + 75) = 0$$

$$\text{বা, } (n + 75)(n - 45) = 0$$

$$\therefore n = -75 \text{ অথবা, } n = 45$$

∴ দিনের সংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না। তাই $n = -75$ গ্রহণযোগ্য নয়।

$$\therefore n = 45$$

∴ 45 দিনে সানজিদার সমুদয় ঋণ পরিশোধ হবে।

৭১. একটি গাছের চারার উচ্চতা 3 cm এবং গাছটি প্রতি সপ্তাহে বৃদ্ধি পেয়ে দ্বিগুণ হয়। চারা গাছটির উচ্চতা 30.72 মিটার হতে কত সপ্তাহ লাগবে?

- (ক) 9 (খ) 10
(গ) 11 (ঘ) 12

ব্যাখ্যা আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n তম = ar^{n-1}
ধরি, n তম পদ = 30.72 মিটার = 3072 cm

$$\therefore \text{প্রশ্নমতে, } 3 \cdot 2^{n-1} = 3072$$

$$\text{বা, } 2^{n-1} = 1024$$

$$\text{বা, } 2^{n-1} = 2^{10}$$

$$\therefore n - 1 = 10$$

$$\text{বা, } n = 10 + 1 = 11$$

∴ ধারাটির 11 তম পদের মান 3072

অর্থাৎ 11 সপ্তাহ পর চারা গাছটির উচ্চতা 30.72 মি. হবে।

৭২. একটি তামার তারকে কেটে ছোট ছোট টুকরো করতে হবে। তামার তারটির মোট দৈর্ঘ্য 1 মিটার। তামার তারটিকে মোট 10টি টুকরায় বিভক্ত করা হলো যাতে টুকরোগুলোর দৈর্ঘ্য গুণোত্তর গঠন করে যার সাধারণ অনুপাত > 1 । ক্ষুদ্রতম টুকরার দৈর্ঘ্য কত?

- (ক) 24 মি.মি. (খ) 24.66 মি.মি.
(গ) 25 মি.মি. (ঘ) 25.66 মি.মি.

ব্যাখ্যা দেওয়া আছে,

তামার তারের মোট দৈর্ঘ্য = 1 মিটার = 1000 মিলিমিটার
এক্ষেত্রে, ধারাটির মোট পদ সংখ্যা, $n = 10$

তাই বলা যায়, ধারাটির সবগুলো (10 টি) পদের যোগফল S হলে,
 $S =$ তারটির মোট দৈর্ঘ্য = 1000 মিলিমিটার

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি, $S = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$; [$\because r > 1$]

$$\therefore 1000 = \frac{a\{(1.29)^{10} - 1\}}{1.29 - 1}$$

$$\text{বা, } 1000 = \frac{a(12.76 - 1)}{0.29}$$

$$\text{বা, } a(12.76 - 1) = 290$$

$$\text{বা, } 11.76a = 290$$

$$\therefore a = 24.66$$

অর্থাৎ ক্ষুদ্রতম টুকরাটির দৈর্ঘ্য 24.66 মিলিমিটার (প্রায়)

৭৩. প্রথম দিনে ১ টাকা, দ্বিতীয় দিনে ২ টাকা তৃতীয় দিনে ৪ টাকা, চতুর্থ দিনে ৮ টাকা, এরূপভাবে দান করলে ১৫ দিনে মোট কত টাকা দান করা হবে?

[পাবলিক সার্ভিস কমিশনে সহকারি পরিচালক-০৪]

- (ক) ৬৫,৬৩৫ (খ) ৩২,৭৬৭
(গ) ১৬,৩৮৩ (ঘ) ৮,২৯১

ব্যাখ্যা ১, ২, ৪, ৮, ১৫ টি পদের সমষ্টি = ?

ধারাটি গুণোত্তর যার ১ম পদ, $a = ১$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{২য় পদ}{১ম পদ} = \frac{২}{১} = ২$

মোট পদসংখ্যা, $n = ১৫$

\therefore ধারাটির ১ম ১৫ টি পদের সমষ্টি,

$$S_{15} = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \quad [\because r > 1]$$

$$= \frac{১ \times (২^{15} - ১)}{২ - ১} = \frac{৩২৭৬৮ - ১}{১} = ৩২৭৬৭$$

\therefore ১৫ দিনে মোট দান করা হবে ৩২৭৬৭ টাকা।

Type-8 : বিশেষ ধরনের ধারার অংক

Type-8 এর আলোকে বিভিন্ন পরীক্ষায় আগত প্রশ্ন ও সমাধান

৭৪. ৩, ৮, ১৩, ১৮, তালিকার পরবর্তী সংখ্যাটি কত?

- (ক) ২১ (খ) ২৩
(গ) ২৫ (ঘ) ২৭

ব্যাখ্যা প্রদত্ত তালিকা: ৩, ৮, ১৩, ১৮, ...



পার্থক্য: ৫ ৫ ৫

প্রতি পদের পার্থক্য ৫ করে বাড়ছে।

$$\therefore \text{পরবর্তী সংখ্যা} = ১৮ + ৫ = ২৩$$

৭৫. ৮০, ৯৬, —, ১২৮ শূন্যস্থানের সংখ্যাটি কত হবে?

[প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৯ (৪র্থ ধাপ-২)]

- (ক) ১১২ (খ) ৮৮
(গ) ১২০ (ঘ) ৬৪

ব্যাখ্যা প্রদত্ত তালিকা: ৮০, ৯৬, ১১২, ১২৮, ...



পার্থক্য: ১৬ ১৬ ১৬

প্রতি পদের পার্থক্য ১৬।

$$\therefore \text{শূন্যস্থানের সংখ্যাটি} = ৯৬ + ১৬ = ১১২$$

৭৬. কোনো সমান্তর প্রগমনে প্রথম দুটি সংখ্যা যদি 5 ও 17 হয়, তবে তৃতীয় সংখ্যাটি কত? [২৩তম বিসিএস]

- (ক) 22 (খ) 25
(গ) 29 (ঘ) 85

ব্যাখ্যা সমান্তর প্রগমনে দ্বিতীয় সংখ্যা ও প্রথম সংখ্যার ব্যবধান এবং তৃতীয় সংখ্যা ও দ্বিতীয় সংখ্যার ব্যবধান সবসময় সমান হবে।

এখানে $17 - 5 = 12$

$$\therefore \text{তৃতীয় সংখ্যাটি হবে} = 17 + 12 = 29$$

বিকল্প পদ্ধতি:

তালিকা: 5, 17



পার্থক্য: 12

$$\therefore \text{পরবর্তী সংখ্যাটি} = 17 + 12 = 29$$

৭৭. ১, ৩, ৬, ১০, ১৫, ... ক্রমটির পরবর্তী পদ কত?

[প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১০ (হেমন্ত)]

- (ক) ১৮ (খ) ২১
(গ) ২৪ (ঘ) ৩০

ব্যাখ্যা প্রদত্ত তালিকা: ১, ৩, ৬, ১০, ১৫



পার্থক্য: ২ ৩ ৪ ৫

এখানে, প্রতিবার পার্থক্য ১ করে বৃদ্ধি পাচ্ছে।

$$\therefore \text{পরবর্তী পদ} = ১৫ + (৫ + ১) = ১৫ + ৬ = ২১$$

৭৮. ৪, ৮, ১৩, ১৯, ২৬, ... ধারাটির ৭ম পদ কত?

[প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৯ (৪র্থ ধাপ-১)]

- (ক) ৩৯ (খ) ৪৩
(গ) ৩৪ (ঘ) ৩৮

ব্যাখ্যা প্রদত্ত তালিকা: ৪, ৮, ১৩, ১৯, ২৬, ...



পার্থক্য: ৪ ৫ ৬ ৭
এখানে, প্রতিবার পার্থক্য ১ করে বৃদ্ধি পাচ্ছে।

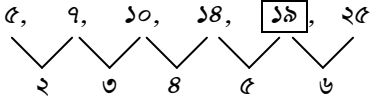
∴ পরবর্তী ৬ষ্ঠ পদ = ২৬ + (৭ + ১) = ২৬ + ৮ = ৩৪
৭ম পদ = ৩৪ + (৮ + ১) = ৩৪ + ৯ = ৪৩

৭৯. ৫, ৭, ১০, ১৪, ২৫ ধারার শূন্যস্থানের সংখ্যাটি কত?

[৪৪তম বিসিএস]

- (ক) ১৭ (খ) ১৮
(গ) ১৯ (ঘ) ২১

ব্যাখ্যা ৫, ৭, ১০, ১৪, ১৯, ২৫



প্রতিবার পার্থক্য ১ করে বাড়ছে।

∴ শূন্যস্থানের সংখ্যাটি = ১৪ + (৪ + ১) = ১৪ + ৫ = ১৯

৮০. ২, ৩, ৬, ১১, ১৮, তালিকার পরবর্তী সংখ্যাটি কত?

- (ক) ৭ (খ) ২৫
(গ) ২৭ (ঘ) ২৯

ব্যাখ্যা প্রদত্ত তালিকা: ২, ৩, ৬, ১১, ১৮, ...



পার্থক্য: ১ ৩ ৫ ৭
লক্ষ করি, পাশাপাশি দুটি সংখ্যার পার্থক্য প্রতিক্ষেত্রে ২ করে বাড়ছে।

∴ পরবর্তী সংখ্যা = ১৮ + (৭ + ২) = ১৮ + ৯ = ২৭

৮১. বিশেষ ক্রমানুযায়ী সাজানো ২, ৩, ৫, ৯, ১৭, ... ধারাটির পরবর্তী সংখ্যা কত?

[১৩তম শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১৬]

- (ক) ৬৫ (খ) ৪৫
(গ) ৩৩ (ঘ) ২৬

ব্যাখ্যা প্রদত্ত তালিকা: ২, ৩, ৫, ৯, ১৭



পার্থক্য: ১ ২ ৪ ৮
এখানে, প্রতিবার পার্থক্য দ্বিগুণ করে বৃদ্ধি পাচ্ছে।

∴ পরবর্তী সংখ্যা = ১৭ + (৮ × ২) = ১৭ + ১৬ = ৩৩

৮২. ৭, ১০, ১৬, ২৮, ৫২ ধারাটির পরবর্তী সংখ্যা কত?

[প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১০ (শরৎ)]

- (ক) ৭৪ (খ) ১০০
(গ) ১০৪ (ঘ) ১৫০

ব্যাখ্যা প্রদত্ত তালিকা: ৭, ১০, ১৬, ২৮, ৫২



পার্থক্য: ৩ ৬ ১২ ২৪
এখানে, প্রতিবার পার্থক্য দ্বিগুণ করে বৃদ্ধি পাচ্ছে।

∴ পরবর্তী সংখ্যা = ৫২ + (২৪ × ২) = ৫২ + ৪৮ = ১০০

৮৩. ৮, ১১, ১৭, ২৯, ৫৩, — পরবর্তী সংখ্যাটি কত?

[সহকারী শিক্ষক নিয়োগ পরীক্ষা-২০২০ (১ম ধাপ); প্রাক-প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৫ (২য় ধাপ)]

- (ক) ৫৯ (খ) ১০১
(গ) ৭৫ (ঘ) ১০২

ব্যাখ্যা সংখ্যাগুলো ৮ ১১ ১৭ ২৯ ৫৩



পার্থক্য ৩ ৬ ১২ ২৪
এখানে, দেখা যাচ্ছে যে, প্রতিবার পার্থক্য দ্বিগুণ করে বাড়তেছে।

তাই পরবর্তী সংখ্যাটি হবে = {৫৩ + (২৪ × ২)}
= (৫৩ + ৪৮)
= ১০১

৮৪. এই সিরিজটিতে পরের সংখ্যাটি কত? [৪৪তম বিসিএস]

৩ ৫ ৮ ১৩ ২১

- (ক) ২৪ (খ) ২৬
(গ) ২৯ (ঘ) ৩৪

ব্যাখ্যা ধারার পরপর দুইটি পদের যোগফল পরবর্তী পদের সমান।

∴ ১৩, ২১ এর পরবর্তী পদ = ১৩ + ২১ = ৩৪

৮৫. ৯, ৩৬, ৪১, ১৪৪, ... এর পরবর্তী সংখ্যা কত? [২৪তম বিসিএস]

- (ক) ১৬৭ (খ) ২২৫
(গ) ২৫৬ (ঘ) ২৭২

ব্যাখ্যা রাশিগুলো ৩^২, ৬^২, ৯^২, ১২^২, ১৫^২ এভাবে দেয়া হয়েছে।

অতএব, শূন্যস্থানে হবে ১৫^২ = ২২৫

৮৬. নিচের কোনটি ফিবোনাক্সি সংখ্যার প্যাটার্ন?

- (ক) ০, ২, ২, ৪, ৬ (খ) ০, ১, ১, ৩, ৫
(গ) ০, ১, ১, ২, ৪ (ঘ) ০, ১, ২, ৩, ৪

ব্যাখ্যা পরপর দুটি সংখ্যার যোগফল পরবর্তী সংখ্যার সমান হলে প্যাটার্নটি ফিবোনাক্সি সংখ্যার প্যাটার্ন হবে।

৮৭. ১, ২, ৩, ৫, ৮, ১৩, ২১, ৩৪, ... ধারাটির পরবর্তী সংখ্যা কত? [২৩তম বিসিএস; প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৯ (৩য় ধাপ); প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১২ (যমুনা)]

- (ক) ৫৫ (খ) ৪০
(গ) ৬৪ (ঘ) ৪৭

ব্যাখ্যা ধারার পরপর দুইটি পদের যোগফল পরবর্তী পদের সমান।

∴ ২১ ও ৩৪ এর পরবর্তী পদ = ২১ + ৩৪ = ৫৫

৮৮. ০, ১, ১, ২, ৩, ৫, প্যাটার্নটির ৮ম পদটি কত?

- (ক) ৭ (খ) ৮
(গ) ১২ (ঘ) ১৩

ব্যাখ্যা এটি ফিবোনাক্সি সংখ্যার প্যাটার্ন।

∴ ৭ম পদ = ৩ + ৫ = ৮

৮ম পদ = ৫ + ৮ = ১৩

৮৯. ১, ১, ২, ৩, ৫, ৮, এ সংখ্যা পরম্পরায় অষ্টম পদ কত?

[প্রাক-প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৩ (ভলগা)]

- (ক) ১৩ (খ) ১৬
(গ) ১৯ (ঘ) ২১

ব্যাখ্যা এটি একটি ফিবোনাক্সি প্যাটার্ন।

∴ ৭ম পদ = ৮ + ৫ = ১৩

৮ম পদ = ১৩ + ৮ = ২১

৯০. ১, ১, ২, ৩, ৫ ধারাটির দশম সংখ্যাটি কত?

[৬ষ্ঠ শিক্ষক নিবন্ধন (কলেজ/সমপর্যায়)-২০১০]

ক) ৩৪

খ) ৫৫

গ) ২১

ঘ) ১৩

ব্যাখ্যা এটি ফিবোনাক্সি সংখ্যার প্যাটার্ন।

$$\therefore ৬ষ্ঠ পদ = ৫ + ৩ = ৮$$

$$৭ম পদ = ৮ + ৫ = ১৩$$

$$৮ম পদ = ১৩ + ৮ = ২১$$

$$৯ম পদ = ২১ + ১৩ = ৩৪$$

$$১০ম পদ = ৩৪ + ২১ = ৫৫$$

৯১. ০.২, ০.০৪, ০.০০৮, ০.০০১৬ ধারাটির পরবর্তী সংখ্যাটি

কত? [প্রাক-প্রাথমিক শিক্ষক নিয়োগ-২০১৩ (দানিয়ুব)]

ক) ০.০০২৪

খ) ০.০০৩২

গ) ০.০০০৩২

ঘ) ০.০০০০৩২

ব্যাখ্যা ১ম পদ = ০.২

$$২য় পদ = (০.২)^২ = ০.০৪$$

$$৩য় পদ = (০.২)^৩ = ০.০০৮$$

$$৪র্থ পদ = (০.২)^৪ = ০.০০১৬$$

$$এবং ৫ম পদ = (০.২)^৫ = ০.০০০৩২$$

৯২. যদি $-5, p, q, 16$ সমান্তর অনুক্রমে থাকে, তাহলে p ও q

এর মান হবে যথাক্রমে—

[৪৪তম বিসিএস]

ক) $-2, 9$

খ) $2, 9$

গ) $-2, -9$

ঘ) $2, -9$

ব্যাখ্যা শর্টকাট পদ্ধতি:

অপশন টেস্টিং।

এতে কম সময় লাগবে। একটা একটা অপশন p, q এর স্থানে বসিয়ে দেখতে হবে কোনটা বসালে সাধারণ অন্তর সমান থাকে।

$$-5 \quad 2 \quad 9 \quad 16$$

$$\begin{array}{ccc} \vee & \vee & \vee \\ 7 & 7 & 7 \end{array}$$

$$\therefore (p, q) = (2, 9)$$

পূর্ণমান : ২০
সময়: ১৫ মিনিট

নিজেকে যাচাই করি

| নম্বর | প্রশ্ন |
|------------|--------------------|
| ১৬-২০ | খুব ভালো |
| ১২-১৫ | মোটামুটি |
| ১২ এর নিচে | অধ্যয়ন আবার পড়ুন |

- $5 + 8 + 11 + 14 + \dots$ ধারাটির কততম পদ 302?
 (ক) 60তম (খ) 70তম
 (গ) 90তম (ঘ) 100তম
- $3 + 6 + 9 + \dots$ ধারাটির কততম পদ ৩৩?
 (ক) ১০ (খ) ১২
 (গ) ১১ (ঘ) ১৩
- $1 + 5 + 9 + 13 + \dots$ ধারাটির n তম পদ কোনটি?
 (ক) $3n - 3$ (খ) $4n - 3$
 (গ) $4n + 3$ (ঘ) $4n - 1$
- $৫, ১, ৪, ৯, \dots$ ধারার ২৯ তম পদটি কত?
 (ক) ৭৯ (খ) ৮২
 (গ) ৮৫ (ঘ) ৮৮
- $1, 3, 5, \dots$ কোন পদ 383 হবে?
 (ক) 192 (খ) 132
 (গ) 124 (ঘ) 142
- $20, 25, 30, \dots$ 140 ধারাটিতে মোট কতগুলো পদ আছে?
 (ক) 25 টি (খ) 24 টি
 (গ) 23 টি (ঘ) 22 টি
- একটি সমান্তর অনুক্রমে সাধারণ অন্তর 10 এবং 6-তম পদটি 52 হলে 15-তম পদটি-
 (ক) 140 (খ) 142
 (গ) 148 (ঘ) 150
- $1 + ৫ + ৯ + \dots + ৮১ = ?$
 (ক) ৯৬১ (খ) ৮৬১
 (গ) ৭৬১ (ঘ) ৬৬১
- $1 + 2 + 3 + \dots + 19 =$ কত?
 (ক) 180 (খ) 184
 (গ) 188 (ঘ) 190
- $5, 9, 13, 17, \dots$ সিরিজটির প্রথম 17 টি সংখ্যার যোগফল কত?
 (ক) 529 (খ) 462
 (গ) 629 (ঘ) 523
- $11 + 18 + 25 + 32 + \dots$ ধারাটির 29টি পদের সমষ্টি কত?
 (ক) 2131 (খ) 3131
 (গ) 3161 (ঘ) 3260

- $8, 9, 10, \dots, 100$ পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর যোগফল কত?
 (ক) 5022 (খ) 2432
 (গ) 2324 (ঘ) 2342
- $99 + 98 + 97 + \dots + 40$ ধারাটির সমষ্টি কত?
 (ক) 1234 (খ) 4432
 (গ) 4170 (ঘ) 2546
- $\log 11 + \log 121 + \log 1331 + \dots$ ধারাটির প্রথম দশটি পদের সমষ্টি কত?
 (ক) $45 \log 11$ (খ) $55 \log 11$
 (গ) $36 \log 11$ (ঘ) $66 \log 11$
- একটি সমান্তর অনুক্রমে ৫ম পদটি 18 এবং প্রথম ৫টি পদের যোগফল 75 হলে প্রথম পদটি কত?
 (ক) 2 (খ) 10
 (গ) 4 (ঘ) 12
- $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + (40)^2 =$ কত?
 (ক) 22130 (খ) 22140
 (গ) 22150 (ঘ) 22160
- $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 10^3 =$ কত?
 (ক) 3025 (খ) 3030
 (গ) 3028 (ঘ) 3050
- $0.১২ + 0.০০১২ + 0.০০০০১২ + \dots$ ধারাটির অসীম পদ পর্যন্ত যোগফল-
 (ক) $\frac{8}{৩৩}$ (খ) $\frac{8}{৯৯}$
 (গ) $\frac{১১২}{৯৯}$ (ঘ) $\frac{১৪}{৯৯}$
- $২ - ৪ + ৮ - ১৬ + \dots$ ধারাটির প্রথম ৭টি পদের সমষ্টি কত?
 (ক) ৩৬ (খ) ৮৬
 (গ) ৫২ (ঘ) ৫৬
- প্রথম দিনে ১ টাকা, দ্বিতীয় দিনে ২ টাকা তৃতীয় দিনে ৪ টাকা, চতুর্থ দিনে ৮ টাকা, এরূপভাবে দান করলে ১৫ দিনে মোট কত টাকা দান করা হবে?
 (ক) ৬৫,৬৩৫ (খ) ৩২,৭৬৭
 (গ) ১৬,৩৮৩ (ঘ) ৮,২৯১

উত্তরমালা

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| ১. | (ঘ) | ২. | (গ) | ৩. | (খ) | ৪. | (গ) | ৫. | (ক) | ৬. | (ক) | ৭. | (খ) | ৮. | (খ) | ৯. | (ঘ) | ১০. | (গ) |
| ১১. | (গ) | ১২. | (ক) | ১৩. | (গ) | ১৪. | (খ) | ১৫. | (ঘ) | ১৬. | (খ) | ১৭. | (ক) | ১৮. | (ক) | ১৯. | (খ) | ২০. | (খ) |