CAPSTONE

Math Lecture#01

পেট্রোবাংলা স্পেশাল কোর্স

Topic: Algebra

- ☑ Number
- ☑ LCM
- ☑ HCF
- ☑ Factor
- ☑ Multiple

Name: **Batch:**

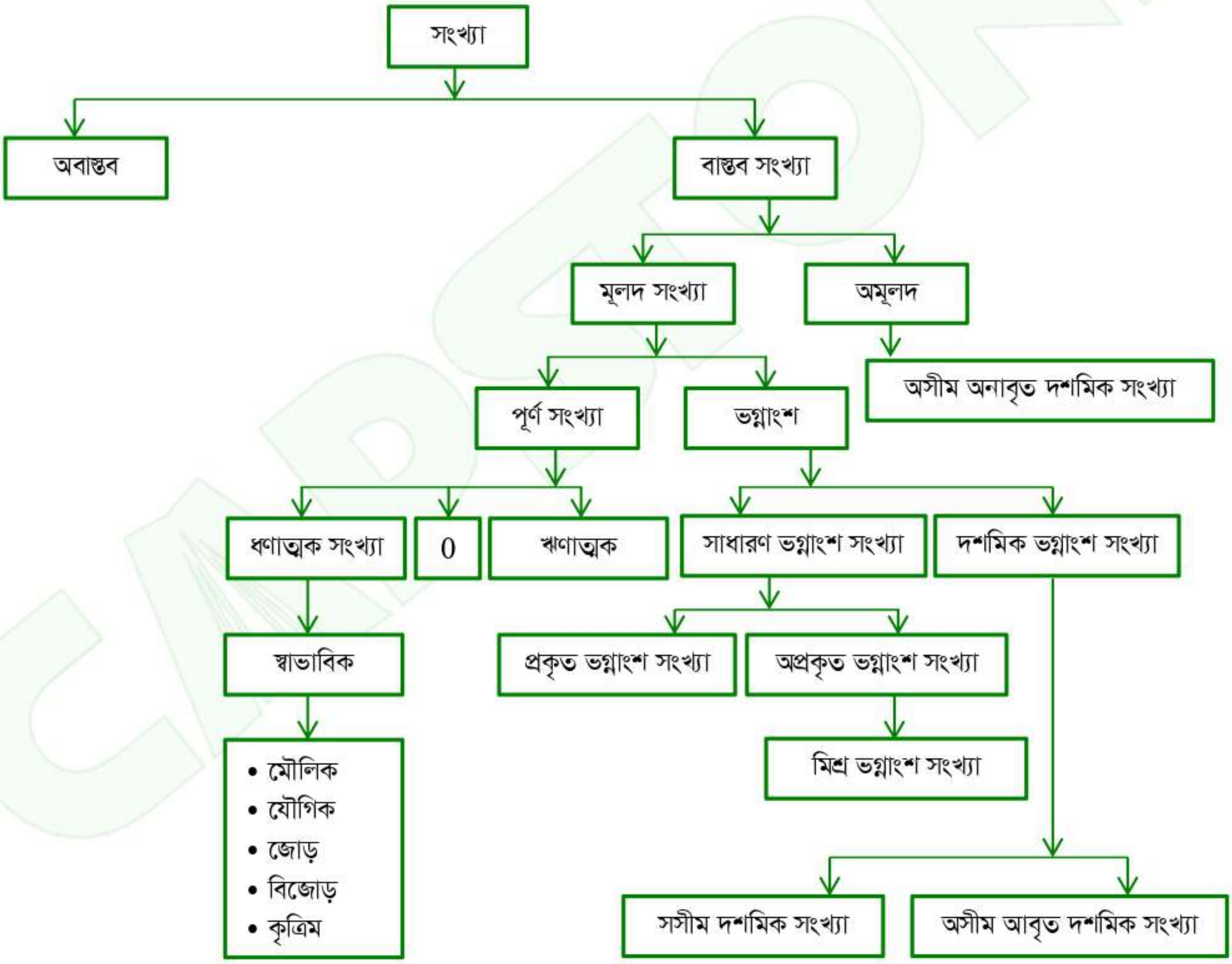
Panthapath : 01972-277866
Mirpur : 01970-985421
Mouchak : 01999-017011
Chittangong : 01970-985420

Important Terms:

Integer ⟶ পূর্ণসংখ্যা
Sum ⟶ যোগ
Difference ⟶ বিয়োগ
Product/ Multiplication ⟶ গুণ
Quotient ⟶ ভাগফল
Remainder ⟶ ভাগশেষ
Divide ⟶ ভাগ করা
Even ⟶ জোড়
Odd ⟶ বিজোড়
Prime number ⟶ মৌলিক সংখ্যা
Factor ⟶ উৎপাদক
Multiple ⟶ গুণিতক
Numerator ⟶ লব
Denominator ⟶ হর
Consecutive ⟶ ধারাবাহিক
L.C.M (Least Common Multiple) ⟶ ল.সা.গু (লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক)
H.C.F/ G.C.F (Greatest / Highest Common Factor) ⟶ গ.সা.গু (গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক)

বাস্তব সংখ্যা

- হিসাব-নিকাশ ও গণনার কাজে যে সকল প্রতীক বা চিহ্ন ব্যবহৃত হয় তাকে অংক (Digit) বলা হয়। গণিতে মোট অংক আছে ১০টি। যথা: ০, ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ৯। অংক ২ প্রকার। যথা: সার্থক ও সাহায্যকারী। যে সকল অংকের (১ থেকে ৯ পর্যন্ত) স্বকীয় বা নিজস্ব মান আছে তাদের সার্থক অংক বলা হয়। 0 কে সাহায্যকারী অংক বলা হয়। ভারতীয় আর্যভট্টকে শূন্যের জনক বলা হয়।
- এক বা একাধিক অংক মিলে সংখ্যা তৈরি হয়। সংখ্যাকে প্রধানত ২ ভাগে ভাগ করা হয়। যথা: বাস্তব সংখ্যা এবং অবাস্তব সংখ্যা।
- ঋণাত্মক সংখ্যার বর্গমূলকে অবাস্তব সংখ্যা বলা হয়। অবাস্তব সংখ্যার সেটকে C দ্বারা প্রকাশ করা হয়। অবাস্তব সংখ্যার সাধারণ প্রকাশ $a + ib$, যেখানে a ও b বাস্তব সংখ্যা এবং $i = \sqrt{-1}$
- যে সকল সংখ্যার বর্গমূল ধনাত্মক তাদের বাস্তব সংখ্যা বলা হয়। বাস্তব সংখ্যার সেটকে R দ্বারা প্রকাশ করা হয়।



স্বাভাবিক সংখ্যা (Natural Number): ১ থেকে অসীম পর্যন্ত সকল ধনাত্মক সংখ্যাকে স্বাভাবিক সংখ্যা বলা হয়। গণনার কাজে স্বাভাবিক সংখ্যা ব্যবহার করা হয়।

পূর্ণসংখ্যা (Integer): শূন্যসহ সকল ধনাত্মক ও ঋনাত্মক অখন্ড সংখ্যাই পূর্ণসংখ্যা। যেমন: $0, 5, -27, \ldots\ldots\ldots\ldots$।

মূলদ সংখ্যা (Rational Number): যে সব সংখ্যা দুটি পূর্ণসংখ্যা p ও q-এর অনুপাতে অর্থাৎ $\frac{p}{q} (q \neq 0)$ আকারে প্রকাশ করা যায় তাদের মূলদ সংখ্যা বলা হয়। যেমন: $\frac{11}{25} = 5.5$

অমূলদ সংখ্যা (Irrational Number): যে সকল সংখ্যাকে দুটি পূর্ণ সংখ্যা p ও q এর অনুপাত অর্থাৎ $\frac{p}{q} (p \neq 0)$ আকারে প্রকাশ করা যায় না তারা অমূলদ সংখ্যা। পূর্ণবর্গ নয় এমন যেকোন সংখ্যার বর্গমূল অমূলদ সংখ্যা। যেমন: $\sqrt{2} = 1.414213 \ldots\ldots\ldots$।

জোড় সংখ্যা (Even Number): 2 দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য সংখ্যাকে জোড় সংখ্যা বলা হয়। যেমন: 2,4, 6, ...।

বিজোড় সংখ্যা (Odd Number): 2 দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য নয় এমন সংখ্যাকে বিজোড় সংখ্যা বলা হয়। যেমন: 1, 3, 5, ...।

ক্রমিক সংখ্যা (Consecutive Number): যে সকল সংখ্যাকে নির্দিষ্ট ক্রম অনুসারে সাজানো যায়, তাদের ক্রমিক সংখ্যা বলা হয়। পরপর দুটি ক্রমিক সংখ্যার ব্যবধান সর্বদা সমান হয়। যেমন: 1, 3, 5, 7, 9, ...।

বিভাজ্যতার পরীক্ষা:

২ ⟶ সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক ০ বা জোড় হলে সংখ্যটি ২ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য।

৩ ⟶ সংখ্যার অংকগুলো সমষ্টি ৩ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হলে সংখ্যাটি ৩ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হবে।

৪ ⟶ সংখ্যাটি ২ দ্বারা দুইবার নিঃশেষে বিভাজ্য হলে বা সংখ্যাটির একক ও দশক স্থানীয় অংক দুটি দ্বারা গঠিত সংখ্যা ৪ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হলে সংখ্যাটি ৪ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হবে।

৫ ⟶ একক স্থানীয় অংক ০ অথবা ৫ হলে।

৬ ⟶ সংখ্যাটি ২ ও ৩ উভয়ের দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হলে।

৭ ⟶ সংখ্যার শেষ অংককে ২ দ্বারা গুণ করে অবশিষ্ট অংকগুলো দ্বারা তৈরি সংখ্যা থেকে গুণফলকে বিয়োগ করতে হবে্ বিয়োগফল ৭ দ্বারা বিভাজ্য হলে সংখ্যাটি ৭ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য।

৮ ⟶ ২ দ্বারা তিনবার নিঃশেষে বিভাজ্য হলে অথবা শেষ তিনটি অংক দ্বারা সঠিক সংখ্যা ৮ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হলে।

৯ ⟶ সংখ্যার অংকগুলোর সমষ্টি ৯ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হলে।

১০ ⟶ সংখ্যার একক স্থানীয় অংক ০ হলে।

১১ ⟶ সংখ্যার বিজোড় স্থানীয় অংকগুলোর সমষ্টি ও জোড় স্থানীয় অংকগগুলোর সমষ্টির পার্থক্য ০ হলে বা ১১ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হলে।

১৮ ⟶ সংখ্যাটি ২ ও ৯ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হলে।

ভাজক সংখ্যা নির্ণয়: একটি সংখ্যার ভাজক সংখ্যা বের করতে হলে সংখ্যাটির মৌলিক উৎপাদক বের করে তাদের সূচকে প্রকাশ করে প্রত্যেক সূচকের সাথে 1 যোগ করে তাদেরকে ধারাবাহিক ভাবে গুণ করতে হবে। যেমন: 36 সংখ্যাটির মোট কতগুলোর ভাজক রয়েছে?

ব্যাখ্যা: 36 কে ভাঙলে আমরা পাই $36 = 9 \times 4 = 3^2 \times 2^2$ $\therefore$ নির্ণেয় ভাজক সংখ্যা = $(2+1)(2+1) = 9$টি।

Notes:

- 1 (and −1) are division of every integer.
- Every integer is a divisor of itself.
- Every integer is a divisor of 0, except, by convention, 0 itself.
- Numbers divisible by 2 are called even and numbers not divisible by 2 are called odd.
- Zero is a neutral number.
- Zero is an even number.

♦ **মৌলিক সংখ্যা:** যে সকল সংখ্যাকে ১ এবং ঐ সংখ্যা ব্যতীত অন্য কোন সংখ্যা দ্বারা নিঃশেষে ভাগ করা যায় না। ঐ সকল সংখ্যাকে মৌলিক সংখ্যা বলা হয়। যেমন: ২, ৩, ৫, ৭, ১১, ১৩ ,...................... ইত্যাদি। মৌলিক সংখ্যার ১ এবং ঐ সংখ্যা ব্যতীত কোন উৎপাদক নেই। ১ মৌলিক সংখ্যা নয়। ২ হল ক্ষুদ্রতম এবং একমাত্র জোড় মৌলিক সংখ্যা। মৌলিক সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক সাধারণত: ১, ৩, ৫, ৭, ৯ হয়।

২, ৩, ৫, ৭	১১, ১৩, ১৭, ১৯	২৩, ২৯	৩১, ৩৭	৪১, ৪৩, ৪৭	৫৩, ৫৯	৬১, ৬৭	৭১, ৭৩, ৭৯	৮৩, ৮৯	৯৭
৪	৪	২	২	৩	২	২	৩	২	১

মৌলিক সংখ্যা মনে রাখার সহজ উপায়:

<u>৪৪</u> <u>২২</u> <u>৩২</u> <u>২৩</u> <u>২১</u> ⟶ ১ম ২৫টি

♦ **মৌলিক সংখ্যা নির্ণয় পদ্ধতি:**

১. সংখ্যাটির নিকটবর্তী একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা বিবেচনা করতে হবে।

২. এখন পূর্ণবর্গ সংখ্যাটির বর্গমূল নির্ণয় করে প্রাপ্ত বর্গমূল অপেক্ষা ছোট সকল মৌলিক সংখ্যা দ্বারা বিবেচ্য সংখ্যাটিকে ভাগ করতে হবে।

৩. নিঃশেষে বিভাজ্য না হলে বিবেচ্য সংখ্যাটি মৌলিক সংখ্যা।

শর্টকার্ট: ১. দুটি সংখ্যার সমষ্টি ও অন্তর x ও y হলে, ছোট সংখ্যা = $\frac{x-y}{2}$; বড় সংখ্যা = $\frac{x+y}{2}$

২. দুইটি ক্রমিক পূর্ণবর্গের অন্তর x হলে, বৃহত্তর সংখ্যা = $\frac{x+1}{2}$; ক্ষুদ্রতর সংখ্যা = $\frac{x-1}{2}$

সহ মৌলিক সংখ্যা: দু'টি সংখ্যার মধ্যে 1 ব্যাতীত অন্য কোন সাধারণ গুণনীয়ক না থাকলে অর্থাৎ দু'টি স্বাভাবিক সংখ্যার গ.সা.গু 1 হলে তারা পরস্পর সহমৌলিক সংখ্যা। যেমন: $12\ (2 \times 2 \times 3)$ ও $41\ (41 \times 1)$ পরস্পর সহমৌলিক সংখ্যা।

1. কোন সংখ্যাটি মৌলিক? (i) 311   (ii) 133

সমাধান: (i) $18^2 = 324 > 311$

18 অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর মৌলিক সংখ্যা সমূহ $= 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17$। এদের কারো দ্বারাই 311 নিঃশেষে বিভাজ্য হয় না। তাই 311 একটি মৌলিক সংখ্যা।

(ii) $12^2 = 144 > 133$

12 অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর মৌলিক সংখ্যা সমূহ $= 2, 3, 5, 7, 11$। 133, 7 দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য। $\therefore$ 133 মৌলিক সংখ্যা নয়।

2. নিচের কোনটি ২ ও ৭ উভয় দ্বারা বিভাজ্য?

(ক) ৫২৪   (খ) ৪৬১   (গ) ৩৮৫   (ঘ) ৩৫০

সমাধান: ৪৬১ ও ৩৮৫ বিজোড় সংখ্যা। তাই ২ দ্বারা বিভাজ্য নয়। ৫২৪, ৭ দ্বারা বিভাজ্য নয় ∴ ৩৫০, ২ ও ৭ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য।

3. ২, ৫, ১০, ১৭, ২৮, ক- এই ধারায় ক এর মান কত?

সমাধান: পরপর দুটি পদের পার্থক্য: $5 - 2 = 3$

$10 - 5 = 5$

$17 - 10 = 7$

$28 - 17 = 11$

$3, 5, 7, 11, 13, \ldots\ldots$ [মৌলিক সংখ্যা]

$\therefore$ ক $= 28 + 13 = 41$ (উত্তর)

4. দুইটি ক্রমিক পূর্ণ সংখ্যা নির্ণয় করুন। যাদের বর্গের অন্তর ৪৭।

(ক) ২১ এবং ২২   (খ) ২২ এবং ২৩   (গ) ২৩ এবং ২৪   (ঘ) ২৪ এবং ২৫

সমাধান: ছোট সংখ্যাটি x হলে বড় সংখ্যাটি $x + 1$।

শর্তমতে, $(x+1)^2 - x^2 = 47$

$\Rightarrow x^2 + 2x + 1 - x^2 = 47$

$\Rightarrow 2x + 1 = 47 \Rightarrow x = 23$

∴ ছোট সংখ্যা ২৩ এবং বড় সংখ্যা ২৩+১=২৪।

শর্টকার্ট: বড় সংখ্যা $= \frac{\text{বর্গের অন্তর}+1}{2} = \frac{47+1}{2} = 24$

ছোট সংখ্যা $= \frac{\text{বর্গের অন্তর}-1}{2} = \frac{47-1}{2} = 23$ (উত্তর)

5. $0, 1, 2, 3$ দ্বারা গঠিত বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যার পার্থক্য কত হবে?

(ক) ৩১২০   (খ) ৩১৪৭   (গ) ২১৮৭   (ঘ) ২৯৮৭

সমাধান: $0, 1, 2, 3$ দ্বারা গঠিত বৃহতম সংখ্যা $= 3210$ এবং $0, 1, 2, 3$ দ্বারা গঠিত ক্ষুদ্রতম সংখ্যা$= 1023$

$\therefore$ পার্থক্য $= (3210 - 1023) = 2187$ (উত্তর: গ)

ল.সা.গু (লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক) এবং গ.সা.গু (গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক)

♦ **গুণনীয়ক (Factor) ও গুণিতক (Multiple):** একটি সংখ্যা দ্বারা অপর একটি সংখ্যা নিঃশেষে বিভাজ্য হলে প্রথম সংখ্যাটিকে দ্বিতীয় সংখ্যার গুণনীয়ক বলা হয় এবং দ্বিতীয় সংখ্যাটিকে প্রথম সংখ্যার গুণিতক বলা হয়। যেমন: ৫ দ্বারা ১০ নিঃশেষে বিভাজ্য হয়। অতএব, ৫ হলো ১০ এর গুণনীয়ক এবং ১০ হলো ৫ এর গুণিতক।

♦ **ল.সা.গু (L.C.M)/লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (Least Common Multiple):** দুই বা ততোধিক পূর্ণ সংখ্যার ল.সা.গু বলতে বুঝায় সেই ক্ষুদ্রতর সংখ্যা যা ঐ সংখ্যাগুলোর প্রত্যেকটি দ্বিারা নিঃশেষে বিভাজ্য। যেমন: ৫ ও ৬-এর ল.সা.গু ৩০।

ল.সা.গু নির্ণয়ের দুটি পদ্ধতি: 1. মৌলিক উৎপাদকের সাহায্যে। 2. বিশ্লেষণ বা ভাগের সাহায্যে।

6. 16, 30 ও 36 এর ল.সা.গু কত?

সমাধান: প্রথমে 16, 30 ও 36 কে মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন।

$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$ $\quad 30 = 2 \times 3 \times 5$ $\quad 36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$

এখানে, 2 আছে সর্বাধিক 4 বার, 3 আছে সর্বাধিক 2 বার এবং 5 আছে সর্বাধিক 1 বার।

∴ 16, 30 ও 36 এর ল.সা.গু $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 720$ (উত্তর)

7. ১৬, ৩০ ও ৩৬-এর ল.সা.গু কত?

সমাধান:

২ | ১৬, ৩০, ৩৬
২ | ৮, ১৫, ১৮
৩ | ৪, ১৫, ৯
৪, ৫, ৩

∴ নির্ণেয় ল.সা.গু = ২ × ২ × ৩ × ৩ × ৪ × ৫ = ৭২০ (উত্তর)

♦ **গ.সা.গু (H.C.F)/গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (Highest Common Multiple):** দুই বা ততোধিক সংখ্যার সাধারণ গুণনীয়ক বা উৎপাদকগুলির মধ্যে যেটি সর্বোচ্চ বা গরিষ্ঠ তাকে গ.সা.গু বলে।

গ.সা.গু নির্ণয়ের পদ্ধতি: 1. মৌলিক উৎপাদকের সাহায্যে। 2. বিশ্লেষণ বা ভাগের সাহায্যে।

8. ১৬ ও ৩৬-এর গ.সা.গু নির্ণয় করুন।

i. সমাধান: $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$

16 ও 36 এর গ.সা.গু$= 2 \times 2 = 4$

ii. সমাধান:

২ | ১৬, ৩৬
২ | ৮, ১৮
৪, ৯

∴ 16 ও 36 এর ল.সা.গু $= 2 \times 2 = 4$

শর্টকার্ট: 1. ভগ্নাংশের ল.সা.গু = $\frac{\text{লবগুলোর ল.সা.গু}}{\text{হরগুলোর গ.সা.গু}}$ 2. ভগ্নাংশের গ.সা.গু = $\frac{\text{লবগুলোর গ.সা.গু}}{\text{হরগুলোর ল.সা.গু}}$ 3. দুটি সংখ্যার গুণফল = ল.সা.গু×গ.সা.গু

9. 4টি ঘণ্টা একত্রে বেজে উঠার পর যথাক্রমে ৫, ৭, ৮ ও ১০ সেকেন্ড অন্তর অন্তর বাজতে লাগল। কতক্ষণ পর ঘণ্টাগুলো পুনরায় একত্রে বাজবে?

সমাধান: নির্ণেয় সময় হবে ৫, ৭, ৮ ও ১০ এর ল.সা.গু-র সমান।

২ | ৫, ৭, ৮, ১০
৫ | ৫, ৭, ৪, ৫
১, ৭, ৪, ১

∴ নির্ণেয় ল.সা.গু = ২×৫×৭×৪ = ২৮০। অর্থাৎ, ঘণ্টাগুলো পুনরায় একত্রে বাজবে ২৮০ সেকেন্ড পর।

10. কোন বৃহত্তম সংখ্যা দ্বারা ২৭, ৪০ ও ৬৫ কে ভাগ করলে যথাক্রমে ৩, ৪ ও ৫ ভাগশেষ থাকবে।

সমাধান: নির্ণেয় সংখ্যাটি হবে (২৭ − ৩) = ২৪, (৪০ − ৪) = ৩৬ এবং (৬৫ − ৫) = ৬০ এর গ.সা.গু-র সমান।

২ | ২৪, ৩৬, ৬০
২ | ১২, ১৮, ৩০
৩ | ৬, ৯, ১৫
২, ৩, ৫

∴ ল.সা.গু $= 2 \times 2 \times 3 = 12$

বর্গের প্রয়োজনীয় সূত্রাবলীঃ

1. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = (a-b)^2 + 4ab$
2. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 = (a+b)^2 - 4ab$
3. $(a^2+b^2) = (a+b)^2 - 2ab = (a-b)^2 + 2ab$
4. $2(a^2+b^2) = (a+b)^2 + (a-b)^2$
5. $(a^2+b^2) = \frac{1}{2}\{(a+b)^2 + (a-b)^2\}$
6. $4ab = (a+b)^2 - (a-b)^2$
7. $ab = \frac{1}{4}\{(a+b)^2 - (a-b)^2\} = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$
8. $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$
9. $a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca)$
10. $2(ab+bc+ca) = (a+b+c)^2 - (a^2+b^2+c^2)$
11. $(a-b-c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc - 2ca$
12. $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

ঘনের প্রয়োজনীয় সূত্রাবলীঃ

1. $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
2. $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$
3. $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
4. $(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$
5. $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$
6. $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
7. $a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$
8. $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
9. $x^5 + \frac{1}{x^5} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) - \left(x + \frac{1}{x}\right)$
10. $\left(x^5 - \frac{1}{x^5}\right) = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) + \left(x - \frac{1}{x}\right)$
11. $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$
12. $(a+b+c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(a+b)(b+c)(c+a)$

উৎপাদক (Factor)

♦ কোনো বীজগাণিতিক রাশি দুই বা ততোধিক রাশির গুণফল হলে, শেষোক্ত প্রত্যেক রাশিকে ঐ বীজগাণিতিক রাশির উৎপাদক (Factor) বলা হয়। $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$। বীজগাণিতিক রাশি $a^2 - b^2$ এর ২টি উৎপাদক যথাক্রমে $(a+b)$ ও $(a-b)$।

বীজগাণিতিক রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ বা উৎপাদক নির্ণয়ের কতিপয় পদ্ধতিঃ

♦ কোনো বহুপদীর প্রত্যেক পদে সাধারণ উৎপাদক থাকলে তা প্রথমে বের করে নিতে হবে।

11. $a + ab + 2b + b^2$ এর উৎপাদক কত?

সমাধানঃ $a + ab + 2b + 2b^2 = a(1+b) + 2b(1+b) = (1+b)(a+2b)$

♦ $\boldsymbol{x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)}$ **সূত্রের ব্যবহার।**

12. $x^2 + 7x + 12 = 0$ এর উৎপাদক নির্ণয় করুন।

সমাধানঃ $x^2 + 7x + 12 = x^2 + (3+4)x + (3 \times 4) = (x+4)(x+3)$

13. $(a-b)(b+3)$ কোন রাশির উৎপাদক?

সমাধানঃ $(a-b)(b+3) = ab - b^2 + 3a - 3b$

- একটি রাশিকে দুটি বর্গের অন্তর রূপে প্রকাশ করা।

14. $(x-1)^2-16$ এর উৎপাদক কত?

সমাধান: $(x-1)^2-16$
$=(x-1)^2-(4)^2$
$=(x-1+4)(x-1-4)$ $[a^2-b^2=(a+b)(a-b)]$
$=(x+3)(x-5)$ (উত্তর)

15. a^2-b^2+2b-1 একটি উৎপাদক নির্ণয় করুন।

সমাধান: a^2-b^2+2b-1
$=a^2-(b^2-2b.1-1^2)$
$=a^2-(b-1)^2$
$=(a+\mathrm{b}-1)(a-b+1)$

$(a+b-1)$ এবং $(a-b+1)$ প্রত্যেকেই a^2-b^2+2b-1 বহুপদীর উৎপাদক।

- **মধ্যপদ বিশ্লেষণ (Middle term factor)**: ax^2+bx+c আকারের বহুপদীর মধ্যপদ বিভক্তি করণের মাধ্যমে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করার জন্য বহুপদীর ac অর্থাৎ x^2 এর সহগ এবং x বর্জিত পদের গুণফলকে এমন দুইটি উৎপাদকে প্রকাশ করতে হবে, যাদের বীজগাণিতিক সমষ্টি x এর সহগ b এর সমান হয়।

16. $2x^2+x-15$ এর উৎপাদক কোনটি?

সমাধান: $2x^2+x-15$
$=2x^2+6x-5x-15$
$=2x(x+3)-5(x+3)$
$=(x+3)(2x-5)$

এখানে, x^2 এর সহগ 2 এবং x বর্জিত পদ -15 এর গুণফল -30 কে দুটি উৎপাদক 6 ও -5 এ ভাগ করা হয়েছে।

এখানে, $(x+3)$ এবং $(2x-5)$ উভয়েই $2x^2+x-15$ এর উৎপাদক। (উত্তর)

- **উৎপাদক উপপাদ্য**: যদি $p(x)$ ধনাত্মক মাত্রার বহুপদী হয় এবং $p(a)=0$ হয়, তবে $p(x)$ এর একটি উৎপাদক হবে $(x-a)$। x এর মান কত হলে সম্পূর্ণ রাশির মান শূন্য হবে সেটি নির্ণয় করার জন্য রাশিটির শেষ সংখ্যার উৎপাদক নির্ণয় করতে হবে। যেমন: $x^3+5x^2+12x+6$ রাশিতে x এর মান হবে 6 এর উৎপাদক সমূহ। অর্থাৎ $\pm1, 1, 2, \pm3$. আবার, $x^3-7x^{2y}+7xy^2-y^3$ রাশিতে x এর মান $\pm y$ হবে।

17. x^3-7x-6 এর উৎপাদক কত?

সমাধান: $x=-1,+1,-2,+2,-3,+3$ ইত্যাদি বসালে x এর যে মানের জন্য রাশিটির মান 0 হয় তা হবে রাশিটির একটি উৎপাদক।

x^2-7x-6 রাশিটিতে $x=-1$ বসালে রাশিটির মান শূন্য হয়।

$\therefore x-(-1)=(x+1)$ রাশির একটি উৎপাদক।

$\therefore x^3-7x-6=x^3+x^2-x^2-x-6x-6$
$=x^2(x+1)-x(x+1)-6(x+1)$
$=(x+1)(x^2-x-6)$
$=(x+1)(x^2-3x+2x-6)$
$=(x+1)\{x(x+3)+2(x-3)\}$
$=(x+1)(x-3)(x+2)$

18. x^2+7x+p যদি $x-5$ দ্বারা বিভাজ্য হয়, তবে p এর মান কত হবে?

সমাধান: যেহেতু এখানে, $x-5$ হচ্ছে সম্পূর্ণ রাশিটির একটি উৎপাদক; $x=5$ বসালে সম্পূর্ণ রাশিটির মান হবে 0।

ধরি, $f(x)=x^2+7x+p$
$\therefore f(5)=5^2+(7\times5)+p=0$
$\Rightarrow 25+35+p=0$
$\Rightarrow 60+p=0$
$\Rightarrow p=-60$

♦ **বর্গ ও ঘনের সূত্রের ব্যবহার:** সরাসরি সূত্র ব্যবহারের মাধ্যমেও উৎপাদক নির্ণয় করা সম্ভব।

19. $a^6 - b^6$ এর উৎপাদক কত?

সমাধান: $a^6 - b^6$

$= (a^3)^2 - (b^3)^2$

$= (a^3 + b^3)(a^3 - b^3)$

$= (a + b)(a^2 - ab + b^2)(a - b)(a^2 + ab + b^2)$

20. $(a - b)^3 + (b - c)^3 + (c - a)^3$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন।

সমাধান: ধরি, $a - b = x, b - c = y, c - a = z$

$\therefore (a - b)^3 + (b - c)^3 + (c - a)^3$

$= (x)^3 + (y)^3 + (z)^3$

$= (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) + 3xyz$

এখানে, $(x + y + z) = (a - b + b - c + c - a) = 0$

$\therefore x^3 + y^3 + z^3 = 0 \times (x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) + 3xyz = 0 + 3xyz = 3xyz$

or, $(a - b)^3 + (b - c)^3 + (c - a)^3 = 3(a - b)(b - c)(c - a)$

[যেহেতু $(a - b) = x, (b - c) = y, (c - a) = 0$]

রাশিটির উৎপাদক হলো $= 3(a - b)(b - c)(c - a)$

Practice Maths

1. If x and y are odd numbers, then which of the following must be even?
[৩২তম বিসিএস, IER (DU) আরবান কো-অর্ডিনেটর-২০২০]
A. $xy + 2$ B. $x + y + 1$ C. $x + y$ D. xy

2. If x is the difference of the squares of two consecutive even numbers, which of the following numbers is a divisor of x? [গ্যাস ট্রান্সমিশন কো. (সহঃ ব্যবস্থাপক)-২১]
A. 4 B. 7 C. 8 D. 9

3. The two-digit number is how many times the sum of its digits, given that the digit in the tens place is twice the digit in the ones place? [বিভিন্ন মন্ত্রণালয়ের সহকারী মেইনটেইনেন্স ইঞ্জিনিয়ার-২০১৭]
A. ৬ গুণ B. ৭ গুণ C. ৪ গুণ D. ১০ গুণ

4. What would be the unit digit of the resultant of the multiplication of $84 \times 59 \times 13 \times 76$
[সমন্বিত ৭ ব্যাংক (সিনিয়র অফিসার) ২০২১]
A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

5. A number consists of 3 digits whose sum is 10. The middle digit equal to sum of the other two and the number will be increased by 99, if its digits are reverse. What is the number?
[দি সিকিউরিটি প্রিন্টিং কর্পোরেশন (সহঃ ব্যবস্থাপক) ২০২১]
A. 145 B. 253 C. 353 D. 370 E. 352

6. If x is a possible integer, how many prime number in the form of $x^2 + 1$ is there from 1 to 100?
[আরডিএ (সহকারী পরিচালক) ২০২১]
A. 4 B. 6 C. 7 D. 5

7. If K is an integer, what would be the least value of K for being 1040K a perfect square? [BSEC (AD)-21]
A. 2 B. 5 C. 10 D. 65

8. If k is an integer and k = $\frac{462}{n}$, then which of the following could be the value of n? [বেজা (সহঃ ব্যবস্থাপক) '২০]

A. 4 B. 5 C. 9 D. 22

9. Find the least number of six digits which is divisible by 15, 21 and 28.
[Bangladesh House Buliding Finance Cor. (SO)-17]

A. 100000 B. 100400 C. 100380 D. 100340

10. How many positive integers less than 100 have a remainder of 2 when divided by 13?
[বাংলাদেশ অর্থনৈতিক অঞ্চল কর্তৃপক্ষ (বেজা)-এর সহকারী ব্যবস্থাপক-২০২০]

A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

11. If $p^2 + 7p + c$ can be divided by $p - 5$ leaving no remainder, then what is the value of C?
[বাংলাদেশ রেলওয়ের উপ-সহকারী প্রকৌশলী-২০১৬]

A. -60 B. -30 C. 30 D. 60

12. If $(t - 8)$ is a factor of $t^2 - kt - 48$, then k = ?

A. -6 B. -2 C. 2 D. 14

13. If $3x^2 + ax + a + 3$ is divisible by $x + 2$, then what is the value of a? [NSI (AD) 2021]

A. 12 B. 13 C. 14 D. 15

14. Jim is a car salesman who gets a base mothly salary and a commission for each car he sells. Jim's mothly earnings are given by the function $f(x) = c(4 + x)$, Where x represents the number of cars he sold for the month. If Jim sells 6 cars in a month he earns $2000. How much is Jim's base salary?
[NRBC Bank (PO) 2021]

A. $500 B. $600 C. $700 D. $800

15. In a sequence of consecutive integers, how much greater is the sum of the last four integers than the sum of the first four integers? [কর্ণফুলী গ্যাস ডিস্ট্রিবিউশন কোম্পানী লি. -সহকারী ব্যবস্থাপক (সাধারণ) ২০২১]

A. 10 B. 12 C. 14 D. 16

16. A 120 feet length and 70 feet width floor is to be covered with square shaped tiles. What is the length of the side of the largest sized tiles? [NSI (Junior field officer) 2021]

A. 11 feet B. 5 feet C. 10 feet D. 15 feet

17. What is the smallest number of apples that can be distributed equally (without cutting any apple) among 6, 10, 14 and 18 boys? [BB AD 2022]

A. 1260 B. 315 C. 360 D. 630

18. A herd of cow divides and go to three different path, drink water from seven different bank, sleep under nine different tree, and twelve person can collect milk in equal number each time. What is the number of the cows? [৪৩তম বিসিএস (প্রিলি) ২০২১]

A. 522 B. 252 C. 225 D. 155

19. What is the greatest prime factor of $(2^4)^2 - 1$? [দি সিকিউরিটি প্রিন্টিং কর্পোরেশন (সহঃ ব্যবস্থাপক) ২০২১]

A. 3 B. 5 C. 17 D. 19

20. What is factor of $x^3 - 3x^2 + 4x - 4$? [দি সিকিউরিটি প্রিন্টিং কর্পোরেশন (সহঃ ব্যবস্থাপক) ২০২১]

A. $(x-2)(x^2-x+2)$
B. $(x-2)(x^2+x-2)$
C. $(x-2)(2x^2-x+4)$
D. $(x^2-2)(x^2+2x+4)$

21. How many 3-digit integers are multiple of 5? [বাংলাদেশ সেতু কর্তৃপক্ষের সহকারী পরিচালক-২০২০]

A. 178 B. 179 C. 180 D. 181

22. If $x = (y+3)^2$ then which of the following will be equal to $(-2y-6)^2$?
[বাংলাদেশ গ্যাস ফিল্ডস কো. (সহঃ ব্যবস্থাপক) ২০২১]

A. $-4x$ B. $-2x$ C. $4x$ D. $2x$ E. None of these

23. When the positive integer n is divided by 8, the remainder is 3. What is the remainder if 3n divided by 8?
[IBA MBA Dec 2020]

A. 1 B. 3 C. 5 D. 6 E. None of these

24. When positive integer x is divided by positive integer y, the remainder is 9. If $\frac{x}{y} = 96.12$, what is the value of y? [IBA BBA 08-09]

A. 96 B. 75 C. 48 D. 25 E. 12

25. The light at Shahbagh signal flashes every 120 seconds. The lights at Green road and Bata signal flash every 60 and 90 seconds. They all flash at 8:30. When will they flash again simultaneously?
[IBA MBA Dec' 2020]

A. 8:31 B. 8:33 C. 8:34 D. 8:36 E. None of these

Home Task Maths

1. If a number is divisible by 102 then it is also divisible by which of the following numbers?
[কর্মসংস্থান ব্যাংক-২০০০, Standard Bank Ltd (TAO)-16]

A. 2 B. 3 C. 17 D. All of these

2. Two numbers when divided by a certain divisor give remainder 35 and 30 respectively and when their sum is divided by the same divisor, the remainder is 20, then the divisor is: [বেপজা (সহকারী ব্যবস্থাপক) ২০২১]

A. 40 B. 45 C. 50 D. 55

3. how many integers betwwen 1 to 100 divisible by 3 but not by 5? [প্রবাসী কল্যাণ ব্যাংক (অফিসার) ২০২১]

A. 27 B. 29 C. 30 D. 31

4. By which largest number we can divide 62,132, and 237 to have remainder for each cases?
[দি সিকিউরিটি প্রিন্টিং লিঃ (সহকারী ম্যানেজার) ২০২১]

A. 30 B. 32 C. 35 D. 38

5. On a 2 km road, a total of 201 trees are planted on the side of the road at equal distances. How many such trees will be planted on a 50 km road such that the distance between two consecutive trees is the same as that of the consecutive trees on the 2 km road? [Bangladesh Bank (AD) 2022]

A. 501 B. 5001 C. 5000 D. 1000

6. There are 520 marbels in a packet. At least how many marbels are needed to added so that the resulatant number of marbels are divided among three groups each comprising with 3,4, or 6 number of students?
A. 4 B. 6 C. 8 D. 12 [BADC-2018]

7. Find the least number of six digits that is the exactly divisible by 15, 21 and 28.
[BD House Building FC (SO) 2017]
A. 100480 B. 100270 C. 100380 D. 100340

8. A red light flashes 3 times per minute and green light flashes 5 times in two minutes at regular intervals. If both lights start flashes at the same time, how many times do they flash together in each hour?
[National Bank Pro. Off. 2014]
A. 30 B. 24 C. 20 D. 60

9. Six bells commence tolling and toll at intervals of 2, 4, 6, 8, 10 and 12 seconds respectively. In 30 minutes, how many times do they toll together? [Exim Bank (Cash Off.) 2013]
A. 12 B. 15 C. 16 D. 18

10. $x + y = 5, x + 4y = 4$ then $4x^2 + 20xy + 16y^2 = ?$ [NSI (সহঃ পরিচালক) ২০২১]
A. 60 B. 40 C. 20 D. 80

11. What should be added or subtracted from $2a^2 - 4ab + 4b^2$ to make it a square? [RDA (AD) 2021]
A. $2a^2$ add B. $2a^2$ subtract C. a^2 subtract D. $2ab$ add

12. If a, b and c are odd integers, which of the following expression must be an even integer? [IBA MBA 13-14]
A. $ab + bc + ca$ B. $a(b + c - 1)$ C. $a^2 - b^2 + c^2$ D. $3(ac - bc)$ E. None of these

13. If the sum of three consecutive integers is odd, then the first and the last integers must be:
[National Bank (PO)-13]
A. odd, even B. odd, odd C. even, odd D. even, even E. cannot be determined

14. If x and y are two distinct positive integers divisible by 4, then which of the following is necessarily divisible by 8? [IBA MBA '13]
A. $x + y$ B. $x - y$ C. $x^2 + y^2$ D. $2x + y$ E. None of these

15. If n is an integer divisible by 6 but not by 4, then which of the following cannot be an integer?
A. $\frac{n}{2}$ B. $\frac{n}{3}$ C. $\frac{n}{12}$ D. $\frac{n}{10}$ E. $\frac{n}{30}$

16. How many positive integers less than 100 have a remainder 2 when divided by 13?
A. 0 B. 4 C. 6 D. 8 E. 10

17. If y is an integer divisible by 3 but not by 2, then which of the following will never be an integer?
[IBA BBA 09-10]
A. $\frac{y-1}{2}$ B. $\frac{y}{7}$ C. $\frac{y}{24}$ D. $\frac{y^3}{3}$ E. None of these

18. Which of the following cannot be a sum of two prime integers?
A. 7 B. 19 C. 23 D. 31 E. 55

19. The sum of three integer is 40. The largest integer is 3 times the middle integer and the smallest integer is 23 less than the largest integer. What is the product of the three integers?

A. 1104 B. 972 C. 672 D. 294 E. None of these

20. If $\frac{y}{3}, \frac{y}{4}$ and $\frac{y}{7}$ represent integers, then y can be: [IBA MBA 03-04]

A. 42 B. 56 C. 70 & 84 D. 126 E. None of these

21. The reciprocal of $\frac{p}{n}$ is $\frac{n}{p}$ and vice versa. Which of the following is the reciprocal of $\frac{2}{\sqrt{18}}$?[IBA BBA 06-07]

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ C. $\frac{12}{9}$ D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ E. None of these

22. If m and n are negative integers, which of the following must be true?

A. $m + n < 0$ B. $m - n < 0$ C. $mn < 0$ D. $\frac{m}{n} < 0$ E. None of these

23. The LCM of two numbers is 48. The numbers are in the ratio 2: 3. The sum of the number is:

A. 28 B. 40 C. 32 D. 64 E. 80

24. Which one of the following is the minimum value of the sum of two integers whose product is 36? [IBA BBA 15-16]

A. 37 B. 20 C. 15 D. 12 E. None of these

25. If x and y are positive integer and xy is divisible by 4, which of the following must be true?

A. if x is even then y is odd

B. if x is odd then y is multiple of 4

C. if $x + y$ is odd then $\frac{y}{x}$ is not an integer

D. if $x + y$ is even then $\frac{x}{y}$ is an integer

E. None of these