www.myschool4d.com

২০টি অনুশীলনীর সমাধান

অষ্টম শ্রেণি

গণিত সমাধান

A+

11

212

Pages

1

June 2021

Update in Progress

পুনরায় খরচ ছাড়াই নতুন ভার্সন গুলো পাওয়া যাবে

অষ্টম শ্রেণি গণিত সমাধান শিক্ষার্থী, শিক্ষক সবার কাজে আসবে বলে আশা করা যায়। প্রথম ভার্সনে কোনও অনাকাঙ্খিত ভুল চোখে পড়লে আমাদের জানানোর অনুরোধ করা হলো। পরবর্তী ভার্সনগুলোতে তা সংশোধন করে প্রকাশ করা হবে। পুনরায় খরচ ছাড়া পরবর্তী ভার্সনগুলো ফ্রিতেই পেতে আমাদের ওয়েবসাইট, অ্যাপ অথবা ফেসবুক পেইজ ছাড়া অন্য কোথাও থেকে ক্রয় করা হতে বিরত থাকুন। প্রতিনিয়ত আপডেট জানতে আমাদের ওয়েবসাইট, অ্যাপ অথবা ফেসবুক পেইজের সাথে সংযুক্ত থাকুন। ধন্যবাদ।

ওয়েবসাইটঃ www.myschool4d.com
ফেসবুক পেইজঃ www.facebook.com/myschool4d

সূচিপত্র

অধ্যায় ১

প্যাটার্ন
Patterns

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ ৩ ক্রমের ম্যাজিক বর্গ গঠনে-

i. ম্যাজিক সংখ্যা হবে ১৫
ii. কেন্দ্রে ছোট বর্গক্ষেত্রে সংখ্যাটি হবে ৫
iii. ক্ষুদ্র বর্গক্ষেত্রগুলোতে ১ থেকে ১৫ পর্যন্ত ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যা বসানো থাকে

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii ক

ব্যাখ্যা: ৩ ক্রমের ম্যাজিক বর্গের পাশাপাশি, উপর-নিচ ও কোনাকুনি যোগ করলে প্রতিবার যোগফল হবে ১৫। কেন্দ্রের বর্গের সংখ্যাটি হবে ৫।

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ নিচের কোন ফলাফলটি ৯ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা?

(ক) ৫২ + ২৫ (খ) ৫২৭ + ৭২৫
(গ) ৪১২ + ২৩৪ (ঘ) ৭৫-৫৭ ঘ

ব্যাখ্যা : ৭৫-৫৭ = ১৮, যা ৯ দ্বারা বিভাজ্য।

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ ৯৯৯৯ কোন বীজগণিতীয় রাশির শততম পদ?

(ক) ৯৯ক + ১ (খ) ৯৯ক-১ (গ) ক^{২}+১ (ঘ) ক^{২}-১ ঘ

ব্যাখ্যা : ১০০তম পদ : (১০০)^{২}–১ = ১০০০০–১ = ৯৯৯৯

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ 'ক' সংখ্যক ক্রমিক স্বাভাবিক বিজোড় সংখ্যার যোগফল কত?

(ক) ক (খ) ২ক-১ (গ) ক^{২} (ঘ) ২ক+১ গ

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ ১ থেকে ১০০ এর মধ্যে কতটি সংখ্যাকে দুইটি বর্গের যোগফল আকারে প্রকাশ করা যায়?

(ক) ১০টি (খ) ২০টি (গ) ৩৫টি (ঘ) ৫০টি গ

নিচের উদ্দীপকের আলোকে ৬ ও ৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

১২	১৯	১৪
১৭	ক	১৩
১৬	১১	১৮

← একটি ম্যাজিক বর্গ

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ 'ক' চিহ্নিত স্থানে উপযুক্ত সংখ্যাটি কত?

(ক) ৪৫ (খ) ২০ (গ) ১৫ (ঘ) ৩ গ

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ ম্যাজিক বর্গটির ম্যাজিক সংখ্যা কত?

(ক) ১৫ (খ) ৩৪ (গ) ৩৫ (ঘ) ৪৫ ঘ

ব্যাখ্যা : ম্যাজিক বর্গের পাশাপাশি, উপর-নিচ ও কোনাকুনি যোগ করলে প্রতিবার যোগফল হবে ৪৫।

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ প্রথম তিনটি বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল একটি-

i. পূর্ণবর্গ সংখ্যা ii. বিজোড় সংখ্যা
iii. মৌলিক সংখ্যা

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii ক

ব্যাখ্যা : ১ম তিনটি বিজোড় সংখ্যা ১, ৩, ৫

∴ এদের যোগফল ১ + ৩ + ৫ = ৯ = ৩^{২}

∴ ৯ একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা এবং একটি বিজোড় সংখ্যা।

আবার ৯ এর একটি উৎপাদক ৩। তাই এটি মৌলিক সংখ্যা নয়।

লক্ষ কর : MCQ প্রশ্নের উত্তরের ক্ষেত্রে সময় বাঁচাতে তোমরা সরাসরি Calculator ব্যবহার করবে।

■ **প্যাটার্ন (Pattern) :** গণিতে নির্দিষ্ট পন্থায় কোনো কিছু সাজানো, পরিবর্ধিত বা বিন্যস্ত করাকে প্যাটার্ন বলে। ১, ৩, ৫, ৭..... এটি হলো ক্রমিক স্বাভাবিক বিজোড় সংখ্যার প্যাটার্ন।

■ **স্বাভাবিক সংখ্যা (Natural Number) :** শূন্য থেকে বড় সকল ধনাত্মক অখণ্ড বা পূর্ণ সংখ্যাই স্বাভাবিক সংখ্যা। একে গণনাকারী সংখ্যা বলা হয়।

সকল জোড়, বিজোড় ও মৌলিক সংখ্যা স্বাভাবিক সংখ্যার অন্তর্ভুক্ত।

■ **মৌলিক সংখ্যা (Prime Number) :** ১ থেকে বড় যেসব সংখ্যার ১ ও সেই সংখ্যাটি ছাড়া অন্য কোনো গুণনীয়ক নেই সেগুলো মৌলিক সংখ্যা। যেমন : ২, ৩, ৫, ৭ ইত্যাদি।

লক্ষ কর : ১ মৌলিক সংখ্যা নয়। ২ একমাত্র জোড় এবং সবচেয়ে ছোট মৌলিক সংখ্যা।

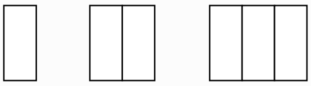
■ **ক্রমিক সংখ্যা (Serial Number) :** যেকোনো সংখ্যার সাথে ১ যোগ করে তার পরবর্তী ক্রমিক সংখ্যা পাওয়া যায়। যেমন : ৫, ৬ ও ৭ ক্রমিক সংখ্যা।

■ **ফিবোনাক্কি সংখ্যা (Fibonacci Number) :** যে সংখ্যা ধারায় পরপর দুটি সংখ্যার যোগফল পরবর্তী সংখ্যার সমান হয় সেই সংখ্যা ধারাকে ফিবোনাক্কি সংখ্যা বলা হয়।

ফিবোনাক্কি ধারার প্রথম দুটি পদ যথাক্রমে ০ ও ১।

■ **ম্যাজিক বর্গ (Magic Square) :** একটি বর্গক্ষেত্রকে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর সমান ভাগে ভাগ করে স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো এমন একটি কৌশলে বসানো হয় যাতে সংখ্যাগুলোর পাশাপাশি, উপর-নিচ ও কোনাকুনি যোগফল সমান হয়। এ কৌশলই হলো ম্যাজিক বর্গ।

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ নিচের জ্যামিতিক চিত্রগুলো কাঠি দিয়ে তৈরি করা হয়েছে।



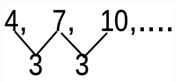
(ক) কাঠির সংখ্যার তালিকা কর।
(খ) তালিকার পরবর্তী সংখ্যাটি কীভাবে বের করবে তা ব্যাখ্যা কর।
(গ) কাঠি দিয়ে পরবর্তী চিত্রটি তৈরি কর এবং তোমার উত্তর যাচাই কর।

সমাধান :

(ক) প্রথম চিত্রে কাঠির সংখ্যা ৪টি
দ্বিতীয় চিত্রে কাঠির সংখ্যা (৪ + ৩) টি = ৭টি
তৃতীয় চিত্রে কাঠির সংখ্যা (৭ + ৩) টি = ১০টি
অতএব, কাঠির সংখ্যার তালিকা : ৪, ৭, ১০

(খ) 'ক' হতে পাই, তালিকার

সংখ্যাগুলো :



পার্থক্য :

তালিকার সংখ্যাগুলো একটি প্যাটার্নে লেখা হয়েছে।
লক্ষ করলে দেখতে পাই যে, পরপর দুটি সংখ্যার পার্থক্য ৩।
অতএব, পরবর্তী সংখ্যাটি হবে ১০ + ৩ = ১৩।

(গ) কাঠি দিয়ে পরবর্তী চিত্রটি তৈরি করা হলো :

চিত্রটিতে কাঠির সংখ্যা, তালিকার পরবর্তী সংখ্যা (১০ + ৩) = ১৩ এর সমান।

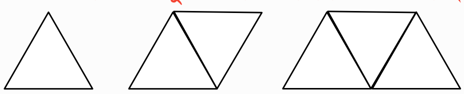
লক্ষ করলে দেখা যায়, প্রদত্ত জ্যামিতিক চিত্রগুলো একটি বীজগণিতীয় রাশি অনুসরণ করে। পরবর্তী চিত্রটি তৈরির জন্য রেখাংশের সংখ্যা প্রতি প্যাটার্নের শেষে বীজগণিতীয় রাশি (৩ক + ১) অনুসরণ করে।

এখানে, ক = ১ হলে, ৩ক + ১ = (৩ × ১) + ১ = ৪
ক = ২ হলে, ৩ক + ১ = (৩ × ২) + ১ = ৭
ক = ৩ হলে, ৩ক + ১ = (৩ × ৩) + ১ = ১০
ক = ৪ হলে, ৩ক + ১ = (৩ × ৪) + ১ = ১৩

অর্থাৎ, ৪র্থ চিত্রের কাঠির সংখ্যা ১৩।

অতএব, উত্তরের সত্যতা যাচাই করা হলো।

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ দিয়াশলাইয়ের কাঠি দিয়ে নিচের ত্রিভুজগুলোর প্যাটার্ন তৈরি করা হয়েছে।



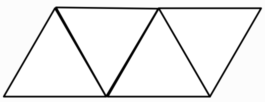
1g 2q 3q

(ক) চতুর্থ চিত্রে দিয়াশলাইয়ের কাঠির সংখ্যা বের কর।
(খ) প্যাটার্নটির পরবর্তী সংখ্যাটি কীভাবে বের করবে তা ব্যাখ্যা কর।
(গ) শততম প্যাটার্ন তৈরিতে কতগুলো দিয়াশলাইয়ের কাঠির প্রয়োজন?

সমাধান :

(ক) ১ম প্যাটার্নে ত্রিভুজ একটি, কাঠির সংখ্যা ৩টি
২য় প্যাটার্নে ত্রিভুজ দুইটি, কাঠির সংখ্যা (৩ + ২) = ৫টি
৩য় প্যাটার্নে ত্রিভুজ তিনটি, কাঠির সংখ্যা (৫ + ২) = ৭টি

∴ ৪র্থ প্যাটার্নে ত্রিভুজ হবে চারটি, কাঠির সংখ্যা হবে (৭ + ২)টি = ৯টি



অর্থাৎ, কাঠির সংখ্যা ৯টি। (**উত্তর**)

(খ) ‘ক’ হতে পাই, ১ম, ২য়, ৩য় ও ৪র্থ প্যাটার্নে কাঠির সংখ্যা যথাক্রমে- ৩টি, ৫টি, ৭টি ও ৯টি

ZwjKvi msL¨v¸‡jv : 3 5 7 9
cv_©K¨: 2 2 2

প্রতিবার কাঠির সংখ্যা ২ করে বাড়ছে।
অর্থাৎ প্যাটার্নটির রাশি (২ক + ১)।
∴ রাশিটিতে ক এর মান ৪ বসালে পরবর্তী সংখ্যাটি হবে
{(২ × ৪) + ১} = ৯। (**উত্তর**)

(গ) ‘খ’ হতে পাই, প্যাটার্ন তৈরিতে প্রয়োজনীয় কাঠির সংখ্যা বীজগণিতীয় রাশি (২ক + ১) অনুসরণ করে।
∴ ক = ১০০ হলে,
শততম প্যাটার্ন তৈরিতে কাঠির সংখ্যা
(২ক + ১)টি = {(২ × ১০০) + ১}টি = ২০১টি। (**উত্তর**)

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ ৫, ১৩, ২১, ২৯, ৩৭..................
ক. ২৯ ও ৩৭ কে দুটি বর্গের সমষ্টিরূপে প্রকাশ কর।
খ. তালিকার পরবর্তী ৪টি সংখ্যা নির্ণয় কর।
গ. তালিকার প্রথম ৫০টি সংখ্যার সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান :
ক) ২৯ ও ৩৭ কে দুটি বর্গের সমষ্টিরূপে প্রকাশ করলে পাওয়া যায় :
২৯ = ২৫ + ৪ = ৫^{২} +২^{২}
৩৭ = ৩৬ +১ = ৬^{২} +১^{২}

খ) দেওয়া আছে,
তালিকার
সংখ্যাগুলো : 5 13 21 29 37..........
পার্থক্য : 8 8 8 8

প্যাটার্নটিতে পরপর দুটি সংখ্যার পার্থক্য ৮।
সুতরাং, তালিকার পরবর্তী ৪টি সংখ্যা হলো :
৩৭ + ৮ = ৪৫
৪৫ + ৮ = ৫৩
৫৩ + ৮ = ৬১
৬১ + ৮ = ৬৯
∴ সংখ্যাগুলো = ৪৫, ৫৩, ৬১, ৬৯। (**উত্তর**)

গ) তালিকার ১ম সংখ্যা = ৫ = ৮ – ৩ = (৮ × ১) – ৩
২য় সংখ্যা = ১৩ = ১৬ – ৩ = (৮ × ২) – ৩
৩য় সংখ্যা = ২১ = ২৪ – ৩ = (৮ × ৩) – ৩
∴ প্যাটার্নটির রাশি = ৮ক – ৩
এখানে, ক = ৫০
সুতরাং, প্যাটার্নটির ৫০তম সংখ্যা = (৮ × ৫০) – ৩ = ৪০০ – ৩ = ৩৯৭
∴ প্যাটার্নটির ১ম ৫০টি সংখ্যার সমষ্টি
= ৫ + ১৩ + ২১ + ... + ৩৯৭।
এখানে, ১ম সংখ্যা = ৫
শেষ সংখ্যা = ৩৯৭
পদ সংখ্যা = ৫০

$$\therefore \text{ সমষ্টি} = \frac{\text{১ম সংখ্যা} + \text{শেষ সংখ্যা}}{২} \times \text{পদ সংখ্যা}$$

$$= \frac{৫ + ৩৯৭}{২} \times ৫০ = \frac{৪০২}{২} \times ৫০ = ২০১ \times ৫০$$

$$= ১০০৫০$$ **(উত্তর)**

অধ্যায় ২ ২.১ মুনাফা Profits

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ একটি পণ্যদ্রব্য বিক্রয় করে পাইকারি বিক্রেতার ২০% এবং খুচরা বিক্রেতার ২০% লাভ হয়। যদি দ্রব্যটির খুচরা বিক্রয়মূল্য ৫৭৬ টাকা হয়, তবে পাইকারি বিক্রেতার ক্রয়মূল্য কত?

সমাধান : খুচরা বিক্রেতার ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে,

২০% লাভে বিক্রয়মূল্য (১০০ + ২০) টাকা = ১২০ টাকা

বিক্রয়মূল্য ১২০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

> *নোট : প্রথমে খুচরা বিক্রেতার ক্রয়মূল্য। এরপর পাইকারি বিক্রেতার ক্রয়মূল্য নির্ণয় করতে*

∴ " ১ " " " $\frac{১০০}{১২০}$ টাকা

∴ " ৫৭৬ " " " $\frac{১০০ \times ৫৭৬}{১২০}$ টাকা

= ৪৮০ টাকা

খুচরা বিক্রেতার ক্রয়মূল্য = পাইকারি বিক্রেতার বিক্রয়মূল্য = ৪৮০ টাকা।

পাইকারি বিক্রেতার ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে,
২০% লাভে বিক্রয়মূল্য (১০০ + ২০) টাকা = ১২০ টাকা

এখন, বিক্রয়মূল্য ১২০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

∴ " ১ " " " $\frac{১০০}{১২০}$ টাকা

∴ " ৪৮০ " " " $\frac{১০০ \times ৪৮০}{১২০}$ টাকা

= ৪০০ টাকা

∴ পাইকারি বিক্রেতার ক্রয়মূল্য ৪০০ টাকা। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ একজন দোকানদার কিছু ডাল ২৩৭৫.০০ টাকায় বিক্রয় করায় তার ৫% ক্ষতি হলো। ঐ ডাল কত টাকায় বিক্রয় করলে তার ৬% লাভ হতো?

সমাধান : ৫% ক্ষতিতে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে, বিক্রয়মূল্য (১০০ − ৫) টাকা = ৯৫ টাকা।

বিক্রয়মূল্য ৯৫ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

∴ " ১ " " " $\frac{১০০}{৯৫}$ টাকা

∴ " ২৩৭৫.০০ " " " $\frac{১০০ \times ২৩৭৫.০০}{৯৫}$ টাকা

$= \frac{১০০ \times ২৩৭৫০০}{৯৫ \times ১০০}$ টাকা = ২৫০০ টাকা

আবার, ৬% লাভে, ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে

বিক্রয়মূল্য (১০০ + ৬) টাকা = ১০৬ টাকা।

এখন, ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য ১০৬ টাকা

" ১ " " " $\frac{১০৬}{১০০}$ টাকা

" ২৫০০ " " " $\frac{১০৬ \times ২৫০০}{১০০}$ টাকা

= ২৬৫০ টাকা

∴ ২৬৫০ টাকায় বিক্রয় করলে ৬% লাভ হবে। **(উত্তর)**

☐ **লাভ-ক্ষতি**

ক্রয়মূল্য (Cost Price বা CP) : যে মূল্যে পণ্য ক্রয় করা হয় তা ক্রয়মূল্য।

বিক্রয়মূল্য (Selling Price বা SP) : যে মূল্যে পণ্য বিক্রয় করা হয় তা বিক্রয়মূল্য।

লাভ (Profit) : কোনো দ্রব্যের বিক্রয়মূল্য ক্রয়মূল্য থেকে বেশি হলে, ঐ দ্রব্যটি বিক্রি করে লাভ হয়েছে বলা হয়। অর্থাৎ কোনো দ্রব্য বিক্রি করে লাভ হলে বিক্রেতার কিছু অর্থ উপার্জন (income) হয়।

ক্ষতি (Loss) : কোনো দ্রব্যের বিক্রয়মূল্য ক্রয়মূল্য থেকে কম হলে,ঐ দ্রব্যটি বিক্রি করে ক্ষতি হয়েছে বলা হয়। অর্থাৎ কোনো দ্রব্য বিক্রি করে ক্ষতি হলে বিক্রেতার সঞ্চিত অর্থ থেকে কিছু অর্থ ব্যয় হয়।

লাভের হার (Rate of Profit) : একটি দ্রব্য বিক্রি করে লাভ হলে, ক্রয়মূল্যের ওপর শতকরা কত লাভ হয়েছে তার হিসাবকেই লাভের হার বলে।

ক্ষতির হার (Rate of Loss) : একটি দ্রব্য বিক্রি করে ক্ষতি হলে, ক্রয়মূল্যের ওপর শতকরা কত ক্ষতি হয়েছে তার হিসাবকেই ক্ষতির হার বলে।

ধার্যমূল্য (Market Price বা MP) : কোনো দ্রব্য যে দামে বিক্রয় করা হবে বলে দ্রব্যের ওপরে বা গায়ে লিখে রাখা হয়, তাকে ওই দ্রব্যটির ধার্যমূল্য বলে।

ছাড় (Discount) : ক্রেতাদের আকর্ষণ করার জন্য বিক্রেতা ধার্যমূল্য অপেক্ষা কম মূল্যে যদি কোনো দ্রব্য বিক্রি করে থাকেন, সেক্ষেত্রে যে পরিমাণ মূল্য কম নেওয়া হয়, তাকে ওই দ্রব্যটির ধার্যমূল্যের ওপর ছাড় বলে। সহজেই অনুমেয় যে, ছাড় সর্বদা ধার্যমূল্যের ওপরই হয়। ক্রয়মূল্য বা বিক্রয়মূল্যের ওপর ছাড় অবাস্তব।

ছাড়ের হার (Discount Percent) : একটি দ্রব্য বিক্রি করার সময় ধার্যমূল্যের ওপর শতকরা যত হারে ছাড় দেওয়া হয়, তার হিসাবকেই ধার্যমূল্যের ওপর ছাড়ের হার বলে।

☐ **বিনিয়োগ**

দোকান ভাড়া, পরিবহন খরচ ও অন্যান্য আনুষাঙ্গিক খরচ পণ্যের ক্রয়মূল্যের সাথে যোগ করে যে প্রকৃত খরচ নির্ধারণ করা হয় তা-ই হলো বিনিয়োগ।

এই বিনিয়োগকেই লাভ-ক্ষতি নির্ণয়ের জন্য ক্রয়মূল্য হিসেবে ধরা হয়।

☐ **মুনাফা**

ব্যাংকে টাকা জমা রাখলে, কোনো প্রতিষ্ঠান বা ব্যক্তিকে ধার দিলে বা ব্যবসায়ে খাটালে তার পরিমাণ এবং সময়ের ওপর নির্ভর করে ব্যাংক বা প্রতিষ্ঠান আমানতকারীকে কিছু অতিরিক্ত টাকা দেয়। এই টাকাই হচ্ছে আমানতকারীর প্রাপ্য মুনাফা বা লভ্যাংশ।

- ব্যাংকে যে টাকা জমা রাখা হয় বা ব্যবসায়ে খাটানো হয়, তাকে আসল বা মূলধন বলে।
- কোনো নির্দিষ্ট সময়ের জন্য কোনো নির্দিষ্ট

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ ৩০ টাকায় ১০টি দরে ও ১৫টি দরে সমান সংখ্যক কলা ক্রয় করে সবগুলো কলা ৩০ টাকায় ১২টি দরে বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে?

সমাধান : ১০টি কলার ক্রয়মূল্য ৩০ টাকা

$\therefore$ ১ " " " $\frac{৩০}{১০}$ টাকা = ৩ টাকা

আবার, ১৫টি কলার ক্রয়মূল্য ৩০ টাকা

$\therefore$ ১ " " " $\frac{৩০}{১৫}$ টাকা = ২ টাকা

$\therefore$ (১ + ১) = ২ টি কলার ক্রয়মূল্য (৩ + ২) টাকা = ৫ টাকা

এখন, ১২ টি কলার বিক্রয়মূল্য ৩০ টাকা

$\therefore$ ১ " " " $\frac{৩০}{১২}$ টাকা

$\therefore$ ২ " " " $\frac{৩০ \times ২}{১২}$ টাকা

= ৫ টাকা

$\therefore$ সমান সংখ্যক কলার ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্য সমান।

$\therefore$ লাভ বা ক্ষতি কিছুই হবে না। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ বার্ষিক শতকরা মুনাফার হার ১০.৫০ টাকা হলে, ২০০০ টাকার ৫ বছরের মুনাফা কত হবে?

সমাধান :

আমরা জানি, I = Prn

$\therefore$ মুনাফা $= \left(২০০০ \times \frac{১০.৫০}{১০০} \times ৫\right)$ টাকা

= ১০৫০ টাকা। **(উত্তর)**

এখানে,

P = আসল = ২০০০ টাকা

I = মুনাফা = নির্ণেয়

r = মুনাফার হার

$= ১০.৫০\% = \frac{১০.৫০}{১০০}$

n = সময় = ৫ বছর

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ বার্ষিক মুনাফা শতকরা ১০ টাকা থেকে কমে ৮ টাকা হলে, ৩০০০ টাকার ৩ বছরের মুনাফা কত কম হবে?

সমাধান : মুনাফার হার কমে ১০% − ৮% = ২%

আমরা জানি, I = Prn

$\therefore$ মুনাফা = (৩০০০ × ২% × ৩) টাকা

$= \left(৩০০০ \times \frac{২}{১০০} \times ৩\right)$ টাকা

= ১৮০ টাকা

এখানে,

P = আসল = ৩০০০ টাকা

I = মুনাফা = নির্ণেয়

r = মুনাফার হার = ২%

n = সময় = ৩ বছর

$\therefore$ মুনাফা ১৮০ টাকা কম হবে। **(উত্তর)**

টাকার যে মুনাফা হয় তাকে মুনাফার হার বলে।

লক্ষ করি :

মুনাফার হার : ১০০ টাকার ১ বছরের মুনাফাকে মুনাফার হার বা শতকরা বার্ষিক মুনাফা বলা হয়।

সময়কাল : যে সময়ের জন্য মুনাফা হিসাব করা হয় তা হলো সময়কাল।

সরল মুনাফা : প্রতিবছর শুধু প্রারম্ভিক মূলধনের ওপর যে মুনাফা হিসাব করা হয়, তাকে সরল মুনাফা (Simple Profit) বলে। শুধু মুনাফা বলতে সরল মুনাফা বোঝায়।

☐ **বিক্রয়মূল্য > ক্রয়মূল্য হলে,**

১. লাভ = বিক্রয়মূল্য − ক্রয়মূল্য

২. ক্রয়মূল্য = বিক্রয়মূল্য − লাভ

৩. বিক্রয়মূল্য = ক্রয়মূল্য + লাভ

☐ **বিক্রয়মূল্য < ক্রয়মূল্য হলে,**

১. ক্ষতি = ক্রয়মূল্য − বিক্রয়মূল্য

২. ক্রয়মূল্য = বিক্রয়মূল্য + ক্ষতি

৩. বিক্রয়মূল্য = ক্রয়মূল্য − ক্ষতি

মূলধন বা আসল = *P (principal)*

মুনাফার হার = *r (rate of interest)*

সময় = *n (time)*

মুনাফা = *I (profit)*

সবৃদ্ধি মূলধন বা মুনাফা-আসল

= *A (Total Amount)*

মুনাফা-আসল = আসল + মুনাফা

অর্থাৎ, $A = P + I$

এখান থেকে পাই,

$P = A - I$

$I = A - P$

☐ মুনাফা = আসল × মুনাফার হার × সময়, $I = Prn$

☐ মুনাফা-আসল = আসল + মুনাফা, $A = P + I = P + Prn = P(1 + rn)$

☐ মুনাফার পরিমাণ

$= \frac{\text{শতকরা বার্ষিক মুনাফার হার} \times \text{সময়} \times \text{আসল}}{১০০}$

☐ মুনাফার হার $= \frac{১০০ \times \text{মুনাফা}}{\text{সময়} \times \text{আসল}}$

☐ মুনাফার হার

$= \frac{১০০ \times (\text{মুনাফা–আসল} - \text{আসল})}{\text{সময়} \times \text{আসল}}$

☐ সময় $= \frac{১০০ \times \text{মুনাফা}}{\text{মুনাফার হার} \times \text{আসল}}$

☐ আসল $= \frac{১০০ \times \text{মুনাফা}}{\text{সময়} \times \text{হার}}$

☐ **লাভ ও ক্ষতি সংক্রান্ত :**

সূত্র-১

১. লাভ = ক্রয়মূল্য × লাভের হার ২. ক্ষতি = ক্রয়মূল্য × ক্ষতির হার

সূত্র-২

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ বার্ষিক শতকরা মুনাফা কত হলে, ১৩০০০ টাকা ৫ বছরে মুনাফা-আসলে ১৮৮৫০ টাকা হবে?

সমাধান : আমরা জানি, $I = Prn$ বা, $r = \frac{I}{Pn}$

অর্থাৎ মুনাফার হার = $\frac{৫৮৫০}{১৩০০০ \times ৫}$

$= \frac{১১৭}{১৩০০}$

$= \frac{১১৭ \times ১০০}{১৩০০} \% = ৯\%$

এখানে,

P = আসল = ১৩০০০ টাকা

I = মুনাফা = (১৮৮৫০ − ১৩০০০) টাকা = ৫৮৫০ টাকা

r = মুনাফার হার = নির্ণেয়

n = সময় = ৫ বছর

∴ বার্ষিক মুনাফা ৯%। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ বার্ষিক শতকরা কত মুনাফায় কোনো আসল ৮ বছরে মুনাফা-আসলে দ্বিগুণ হবে?

সমাধান : মনে করি, আসল ১০০ টাকা

∴ ৮ বছরের মুনাফা-আসল = (১০০ × ২) টাকা = ২০০ টাকা

∴ মুনাফা = মুনাফা-আসল - আসল

= (২০০ − ১০০) টাকা = ১০০ টাকা

আবার, আমরা জানি, $I = Prn$

বা, $r = \frac{I}{Pn}$

∴ মুনাফার হার = $\frac{১০০}{১০০ \times ৮}$

এখানে,

P = আসল = ১০০ টাকা

I = মুনাফা = ১০০ টাকা

r = মুনাফার হার = নির্ণেয়

n = সময় = ৮ বছর

$= \frac{১০০ \times ১০০}{১০০ \times ৮} \% = \frac{২৫}{২} \% = ১২\frac{১}{২} \% = ১২.৫\%$

∴ বার্ষিক মুনাফা ১২$\frac{১}{২}$% বা ১২.৫%। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ ৬৫০০ টাকা যে হার মুনাফায় ৪ বছরে মুনাফা-আসলে ৮৮৪০ টাকা হয়, ঐ একই হার মুনাফায় কত টাকা ৪ বছরে মুনাফা-আসলে ১০২০০ টাকা হবে?

সমাধান : মুনাফা-আসল = ৮৮৪০ টাকা, আসল = ৬৫০০ টাকা

∴ মুনাফা = (৮৮৪০ − ৬৫০০) টাকা = ২৩৪০ টাকা

আমরা জানি, $I = Prn$ বা, $r = \frac{I}{Pn}$

১. লাভের হার = $\frac{\text{লাভ}}{\text{ক্রয়মূল্য}} \times ১০০\%$

২. ক্ষতির হার = $\frac{\text{ক্ষতি}}{\text{ক্রয়মূল্য}} \times ১০০\%$

প্রমাণ : ধরা যাক, একটি দ্রব্যের ক্রয়মূল্য A টাকা এবং দ্রব্যটি বিক্রি করে P টাকা লাভ হয়েছে।

এখন, A টাকায় লাভ হয় P টাকা

১০০ টাকায় লাভ হয় $\left[\frac{P}{A} \times 100\right]$ টাকা

$= \left[\frac{\text{লাভ}}{\text{ক্রয়মূল্য}} \times ১০০\right]$ টাকা

∴ লাভের হার = $\frac{\text{লাভ}}{\text{ক্রয়মূল্য}} \times ১০০\%$ **[প্রমাণিত]**

একইভাবে, দ্বিতীয় সূত্র প্রমাণ করা যায়।

সূত্র-৩

১. কোনো দ্রব্য লাভে বিক্রয় করলে, বিক্রয়মূল্য = ক্রয়মূল্য (১ + লাভের হার)

২. কোনো দ্রব্য ক্ষতিতে বিক্রয় করলে, বিক্রয়মূল্য = ক্রয়মূল্য (১ − ক্ষতির হার)

প্রমাণ : ধরা যাক, A টাকায় একটি দ্রব্য কিনে $r\%$ লাভে বিক্রি করা হল।

∴ লাভ = ক্রয়মূল্য × লাভের হার = A টাকার $r\%$

$= \left[A \times \frac{r}{100}\right]$ টাকা $= \frac{Ar}{100}$ টাকা

∴ বিক্রয়মূল্য = ক্রয়মূল্য + লাভ = A টাকা + $\frac{Ar}{100}$ টাকা = $A\left(1 + \frac{r}{100}\right)$ টাকা

∴ বিক্রয়মূল্য = ক্রয়মূল্য (১ + লাভের হার) **[প্রমাণিত]**

$\therefore$ মুনাফার হার $= \dfrac{২৩৪০}{৬৫০০ \times ৪}$

$= \dfrac{২৩৪০ \times ১০০}{৬৫০০ \times ৪}\%$

$= ৯\%$

এখানে,

P = আসল = ৬৫০০ টাকা

I = মুনাফা = ২৩৪০ টাকা

r = মুনাফার হার = নির্ণেয়

n = সময় = ৪ বছর

আবার, আমরা জানি, $A = P\,(১+ nr)$

বা, $P = \dfrac{A}{1 + nr}$

$\therefore$ আসল $= \dfrac{১০২০০}{১ + ৪ \times ৯\%}$ টাকা

এখানে,

A = মুনাফা-আসল

= ১০২০০ টাকা

P = আসল = নির্ণেয়

r = মুনাফার হার = ৯%

n = সময় = ৪ বছর

$= \dfrac{১০২০০}{১ + ৪ \times \dfrac{৯}{১০০}}$ টাকা $= \dfrac{১০২০০}{১ + \dfrac{৯}{২৫}}$ টাকা

$= \dfrac{১০২০০}{\dfrac{৩৪}{২৫}}$ টাকা $= \dfrac{১০২০০ \times ২৫}{৩৪}$ টাকা

= ৭৫০০ টাকা। (**উত্তর**)

জেনে রাখ :

মুনাফা-আসল = আসল + মুনাফা

$A = P + I$

বা, $A = P + Pr\,n$ $\quad [\because I = Pr\,n]$

বা, $A = P\,(1 + r\,n)$ $\quad \therefore P = \dfrac{A}{1 + r\,n}$

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ রিয়াজ সাহেব কিছু টাকা ব্যাংকে জমা রেখে ৪ বছর পর ৪৭৬০ টাকা মুনাফা পান। ব্যাংকের বার্ষিক মুনাফার হার ৮.৫০ টাকা হলে, তিনি ব্যাংকে কত টাকা জমা রেখেছিলেন?

সমাধান : আমরা জানি, $I = Pr\,n$

বা, $P = \frac{I}{r\,n}$

$\therefore$ আসল $= \frac{৪৭৬০}{৮.৫\% \times ৪}$ টাকা

এখানে,

P = আসল = নির্ণেয়

I = মুনাফা = ৪৭৬০ টাকা

r = মুনাফার হার = ৮.৫%

n = সময় = ৪ বছর

$= \frac{৪৭৬০}{\frac{৮.৫}{১০০} \times ৪}$ টাকা $= \frac{৪৭৬০}{\frac{৮.৫}{২৫}}$ টাকা $= \frac{৪৭৬০ \times ২৫}{৮.৫}$ টাকা = ১৪০০০ টাকা

$\therefore$ তিনি ব্যাংকে ১৪০০০ টাকা জমা রেখেছিলেন। (**উত্তর**)

বিকল্প সমাধান :

১০০ টাকার ১ বছরের মুনাফা ৮.৫০ টাকা

$\therefore$ ১০০ " ৪ " " (৮.৫০ × ৪) টাকা = ৩৪ টাকা

মুনাফা ৩৪ টাকা হয় যখন আসল ১০০ টাকা

$\therefore$ " ১ " " " " $\frac{১০০}{৩৪}$ টাকা

$\therefore$ " ৪৭৬০ " " " " $\frac{১০০ \times ৪৭৬০}{৩৪}$ টাকা

= ১৪০০০ টাকা

$\therefore$ তিনি ব্যাংকে ১৪০০০ টাকা জমা রেখেছিলেন। (**উত্তর**)

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ শতকরা বার্ষিক যে হারে কোনো মূলধন ৬ বছরে মুনাফা-মূলধনে দ্বিগুণ হয়, সেই হারে কত টাকা ৪ বছরে মুনাফা-মূলধনে ২০৫০ টাকা হবে?

সমাধান : মনে করি, মূলধন = P

$\therefore$ ৬ বছরের মুনাফা− মূলধন = 2P

$\therefore$ ৬ বছরের মুনাফা, I = 2P – P = P

আমরা জানি, মুনাফার হার $= \frac{\text{মুনাফা}}{\text{মূলধন} \times \text{সময়}} = \frac{I}{P \times 6} = \frac{P}{P \times 6} = \frac{1}{6}$

এখন, কোনো মূলধন $\frac{১}{৬}$ মুনাফার হারে ৪ বছরে মুনাফা–মূলধন ২০৫০ টাকা হয়

আবার, মনে করি, মূলধন = P_1

$\therefore$ মুনাফা = মূলধন × মুনাফার হার × সময়

$= P_1 \times \frac{১}{৬} \times ৪ = \frac{2P_1}{3}$

প্রশ্নমতে, $P_1 + \frac{2P_1}{3} =$ ২০৫০

বা, $\frac{5P_1}{3} =$ ২০৫০ বা, ৫P_1 = ২০৫০ × ৩

বা, $P_1 = \frac{২০৫০ \times ৩}{৫}$ $\therefore$ P_1 = ১২৩০

$\therefore$ ১২৩০ টাকা ৪ বছরে মুনাফা–মুলধনে ২০৫০ টাকা হবে। (**উত্তর**)

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ বার্ষিক শতকরা ৬ টাকা মুনাফায় ৫০০ টাকার ৪ বছরের মুনাফা যত হয়, বার্ষিক শতকরা ৫ টাকা মুনাফায় কত টাকার ২ বছর ৬ মাসের মুনাফা তত হবে?

সমাধান : আমরা জানি, $I = Prn$

অর্থাৎ, মুনাফা $=$ আসল $\times$ মুনাফার হার $\times$ সময়

$$= \left(৫০০ \times \frac{৬}{১০০} \times ৪\right) \text{ টাকা}$$

$$= ১২০ \text{ টাকা}$$

এখানে,

$P =$ আসল $=$ ৫০০ টাকা

$r =$ মুনাফার হার $= ৬\% = \frac{৬}{১০০}$

$n =$ সময় $=$ ৪ বছর

আবার, আমরা জানি, $I = Prn$

$$\text{বা, } P = \frac{I}{rn}$$

$$\therefore \text{ আসল} = \frac{১২০}{৫\% \times \frac{৫}{২}} \text{ টাকা} = \frac{১২০}{\frac{৫}{১০০} \times \frac{৫}{২}} \text{ টাকা}$$

$$= (১২০ \times ৮) \text{ টাকা}$$

$$= ৯৬০ \text{ টাকা}$$

এখানে,

$P =$ আসল $=$ নির্ণেয়

$r =$ মুনাফার হার $= ৫\%$

$n =$ সময় $=$ ২ বছর ৬মাস

$$= ২\frac{১}{২} \text{ বছর} = \frac{৫}{২} \text{ বছর}$$

$I =$ মুনাফা $=$ ১২০ টাকা

$\therefore$ আসল ৯৬০ টাকা। (**উত্তর**)

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ বার্ষিক মুনাফা ৮% থেকে বেড়ে ১০% হওয়ায় তিশা মারমার আয় ৪ বছরে ১২৮ টাকা বেড়ে গেল। তার মূলধন কত ছিল?

সমাধান : বার্ষিক মুনাফা বাড়ল $= ১০\% - ৮\% = ২\%$

আমরা জানি, $I = Prn$

$$\text{বা, } P = \frac{I}{rn}$$

$$\therefore \text{ মূলধন} = \frac{১২৮}{২\% \times ৪} \text{ টাকা}$$

এখানে,

$P =$ মূলধন $=$ নির্ণেয়

$I =$ মুনাফা $=$ ১২৮ টাকা

$r =$ মুনাফার হার $= ২\%$

$n =$ সময় $=$ ৪ বছর

$$= \frac{১২৮}{\frac{২}{১০০} \times ৪} \text{ টাকা} = \frac{১২৮}{\frac{২}{২৫}} \text{ টাকা} = \frac{১২৮ \times ২৫}{২} \text{ টাকা} = ১৬০০ \text{ টাকা}$$

$\therefore$ তার মূলধন ১৬০০ টাকা ছিল। (**উত্তর**)

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ কোনো আসল ৩ বছরে মুনাফা-আসলে ১৫৭৮ টাকা এবং ৫ বছরে মুনাফা-আসলে ১৮৩০ টাকা হয়। আসল ও মুনাফার হার নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, আসল + ৫ বছরের মুনাফা = ১৮৩০ টাকা

আসল + ৩ বছরের মুনাফা = ১৫৭৮ টাকা

(বিয়োগ করে) ২ বছরের মুনাফা = ২৫২ টাকা

$\therefore$ ৩ " " $= \frac{২৫২ \times ৩}{২}$ টাকা

= ৩৭৮ টাকা

আসল + ৩ বছরের মুনাফা = ১৫৭৮ টাকা

৩ বছরের মুনাফা= ৩৭৮ টাকা

(বিয়োগ করে) আসল = ১২০০ টাকা

নির্ণেয় আসল ১২০০ টাকা।

আবার, আমরা জানি, $I = Prn$ বা, $r = \frac{I}{Pn}$

এখানে,

I = মুনাফা = ৩৭৮ টাকা

P = আসল = ১২০০ টাকা

r = মুনাফার হার = নির্ণেয়

n = সময় = ৩ বছর

$\therefore$ মুনাফার হার $= \frac{৩৭৮}{১২০০ \times ৩}$

$= \frac{৩৭৮ \times ১০০}{১২০০ \times ৩}\%$

$= \frac{২১}{২}\% = ১০.৫\%$

$\therefore$ আসল ১২০০ টাকা এবং বার্ষিক মুনাফার হার ১০.৫%। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥ বার্ষিক ১০% মুনাফায় ৩০০০ টাকা এবং ৮% মুনাফায় ২০০০ টাকা বিনিয়োগ করলে মোট মূলধনের ওপর গড়ে শতকরা কত টাকা হারে মুনাফা পাওয়া যাবে?

সমাধান : প্রথম ক্ষেত্রে,

এখানে,

P = মূলধন = ৩০০০ টাকা

$r =$ মুনাফার হার $= ১০\% = \frac{১}{১০০}$

n = সময় = ১ বছর

I = মুনাফা = নির্ণেয়

আমরা জানি, $I = Prn$

$\therefore$ মুনাফা $= \left(৩০০০ \times \frac{১০}{১০০} \times ১\right)$ টাকা

= ৩০০ টাকা

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে,

আমরা জানি, $I = Prn$

$\therefore$ মুনাফা $= \left(২০০০ \times \frac{৮}{১০০} \times ১\right)$ টাকা $= ১৬০$ টাকা $\therefore$ মোট মুনাফা $= (৩০০ + ১৬০)$ টাকা $=$ ৪৬০ টাকা	এখানে, $P =$ আসল মূলধন $= ২০০০$ টাকা $r =$ মুনাফার হার $= ৮\% = \frac{৮}{১০০}$ $n =$ সময় $= ১$ বছর $I =$ মুনাফা $=$ নির্ণেয়

$\therefore$ মোট মূলধন $= (৩০০০ + ২০০০)$ টাকা $= ৫০০০$ টাকা

আবার, আমরা জানি, $I = Prn$

$$\text{বা, } r = \frac{I}{Pn}$$

$$\therefore \text{মুনাফার হার} = \frac{৪৬০}{৫০০০ \times ১} = \frac{৪৬০ \times ১০০}{৫০০০ \times ১}\% = \frac{৪৬}{৫}\% = ৯.২\%$$

$\therefore$ গড় মুনাফার হার ৯.২%। (**উত্তর**)

প্রশ্ন ॥ ১৫ ॥ রড্রিক গোমেজ ৩ বছরের জন্য ১০০০০ টাকা এবং ৪ বছরের জন্য ১৫০০০ টাকা ব্যাংক থেকে ঋণ নিয়ে ব্যাংকে মোট ৯৯০০ টাকা মুনাফা দেন। উভয়ক্ষেত্রে মুনাফার হার সমান হলে, মুনাফার হার নির্ণয় কর।

সমাধান : ৩ বছরের জন্য মুনাফা $I = Prn$ $= ১০০০০ \times r \times ৩$ $= ৩০০০০\, r$ টাকা	এখানে, $P =$ আসল $= ১০০০০$ টাকা $n =$ সময় $= ৩$ বছর $r =$ মুনাফার হার $=$ নির্ণেয়
আবার, ৪ বছরের জন্য, মুনাফা $I = Prn$ $= ১৫০০০ \times r \times ৪$ $= ৬০০০০\, r$ টাকা	এখানে, $P =$ আসল $= ১৫০০০$ টাকা $n =$ সময় $= ৪$ বছর $r =$ মুনাফার হার $=$ নির্ণেয়

$\therefore$ ৩ বছরের মুনাফা $+$ ৪ বছরের মুনাফা $=$ মোট মুনাফা

বা, $৩০০০০\, r + ৬০০০০\, r = ৯৯০০$

বা, $৯০০০০\, r = ৯৯০০$

$$\text{বা, } r = \frac{৯৯০০}{৯০০০০} \times ১০০\%$$

$\therefore r = ১১\%$

$\therefore$ মুনাফার হার ১১%। (**উত্তর**)

প্রশ্ন ॥ ১৬ ॥ একই হার মুনাফায় কোনো আসল ৬ বছরে মুনাফা-আসলে দ্বিগুণ হলে, কত বছরে তা মুনাফা-আসলে তিনগুণ হবে?

সমাধান : মনে করি, আসল ১০০ টাকা

৬ বছরে মুনাফা-আসলে দ্বিগুণ $= (১০০ \times ২)$ টাকা $= ২০০$ টাকা

মুনাফা-আসল $= ২০০$ টাকা

$\therefore$ মুনাফা $= (২০০ - ১০০) = ১০০$ টাকা

প্রশ্নমতে, ১০০ টাকার ৬ বছরের মুনাফা ১০০ টাকা

$\therefore$ মুনাফা-আসলে তিনগুণ = (১০০ × ৩) টাকা = ৩০০ টাকা

$\therefore$ মুনাফা = মুনাফা-আসল − আসল

= (৩০০ − ১০০) টাকা = ২০০ টাকা

১০০ টাকা মুনাফা হয় ৬ বছরে

$\therefore$ ১ " " " $\frac{৬}{১০০}$ বছরে

$\therefore$ ২০০ " " " $\frac{৬ \times ২০০}{১০০}$ বছরে = ১২ বছরে

$\therefore$ সময় ১২ বছর। (**উত্তর**)

প্রশ্ন ॥ ১৭ ॥ কোনো নির্দিষ্ট সময়ের মুনাফা-আসল ৫৬০০ টাকা এবং মুনাফা, আসলের $\frac{২}{৫}$ অংশ। মুনাফা বার্ষিক শতকরা ৮ টাকা হলে, সময় নির্ণয় কর।

সমাধান :

আমরা জানি, $I = Prn$

বা, $n = \frac{I}{Pr}$

$\therefore$ সময় $= \dfrac{\frac{2P}{5}}{P \times \frac{8}{100}}$ বছর

$= \frac{২৮ \times ১০০}{৫ \times ৮৮}$ বছর = ৫ বছর

এখানে,

P = আসল

I = মুনাফা

= P এর $\frac{২}{৫}$ অংশ

$= \frac{২৮}{৫}$

r = মুনাফার হার = ৮% = $\frac{৮}{১০০}$

n = সময় = নির্ণেয়

$\therefore$ সময় ৫ বছর। (**উত্তর**)

প্রশ্ন ॥ ১৮ ॥ জামিল সাহেব পেনশনের টাকা পেয়ে ১০ লাখ টাকার তিন মাস অন্তর মুনাফা ভিত্তিক ৫ বছর মেয়াদি পেনশনার সঞ্চয়পত্র কিনলেন। বার্ষিক মুনাফা ১২% হলে, তিনি ১ম কিস্তিতে, অর্থাৎ প্রথম ৩ মাস পর কত মুনাফা পাবেন?

সমাধান : আমরা জানি, $I = Prn$

$\therefore$ মুনাফা = $\left(১০০০০০০ \times ১২\,\% \times \frac{৩}{১২}\right)$ টাকা

$= \left(১০০০০০০ \times \frac{১২}{১০০} \times \frac{৩}{১২}\right)$ টাকা

= ৩০০০০ টাকা

$\therefore$ মুনাফা ৩০,০০০ টাকা। (**উত্তর**)

এখানে,

P = আসল = ১০,০০০০০ টাকা

I = মুনাফা = নির্ণেয়

r = মুনাফার হার = ১২%

n = সময় = ৩ মাস = $\frac{৩}{১২}$ বছর

প্রশ্ন ॥ ১৯ ॥ একজন ফল ব্যবসায়ী যশোর থেকে ৩৬ টাকায় ১২টি দরে কিছু সংখ্যক এবং কুষ্টিয়া থেকে ৩৬ টাকায় ১৮টি দরে সমান সংখ্যক কলা খরিদ করল। ব্যবসায়ীর বিক্রয়কর্মী ৩৬ টাকায় ১৫টি দরে তা বিক্রয় করলেন।

ক. ব্যবসায়ী যশোর থেকে প্রতিশ কলা কি দরে ক্রয় করেছিলেন?

খ. বিক্রয়কর্মী সবগুলো কলা বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে?

গ. ব্যবসায়ী ২৫% লাভ করতে চাইলে প্রতি হালি কলা কি দরে বিক্রয় করতে হবে?

সমাধান :

ক. ১২টি কলার দাম ৩৬ টাকা

$\therefore$ ১টি কলার দাম $\frac{৩৬}{১২}$ টাকা

$\therefore$ ১০০টি কলার দাম $\frac{৩৬ \times ১০০}{১২}$ টাকা

$= ৩০০$ টাকা

$\therefore$ যশোর থেকে ফল ব্যবসায়ী প্রতিশ কলা ৩০০ টাকা দরে ক্রয় করেছিলেন। (**উত্তর**)

খ. মনে করি, ফল ব্যবসায়ী যশোর ও কুষ্টিয়া থেকে ১০০টি করে কলা কিনেছিলেন।

'ক' হতে পাই, ৩৬ টাকায় ১২টি দরে ১০০টি কলার দাম ৩০০ টাকা।

আবার, ১৮টি কলার দাম ৩৬ টাকা

$\therefore$ ১টি কলার দাম $\frac{৩৬}{১৮}$ টাকা

$\therefore$ ১০০টি কলার দাম $\frac{৩৬ \times ১০০}{১৮}$ টাকা $=$ ২০০ টাকা

$\therefore$ ৩৬ টাকায় ১৮টি দরে ১০০টি কলার দাম ২০০ টাকা।

সুতরাং (১০০ + ১০০) টি= ২০০টি কলার ক্রয়মূল্য (৩০০ + ২০০) টাকা

$=$ ৫০০ টাকা।

এখন, ১৫টি কলার বিক্রয়মূল্য ৩৬ টাকা

$\therefore$ ১টি কলার বিক্রয়মূল্য $\frac{৩৬}{১৫}$ টাকা

$\therefore$ ২০০টি কলার বিক্রয়মূল্য $\frac{৩৬ \times ২০০}{১৫}$ টাকা $=$ ৪৮০ টাকা

এখানে, ক্রয়মূল্য $>$ বিক্রয়মূল্য

$\therefore$ ক্ষতি $=$ (৫০০ $-$ ৪৮০) টাকা $=$ ২০ টাকা

৫০০ টাকায় ক্ষতি হয় ২০ টাকা

$\therefore$ ১ টাকায় ক্ষতি হয় $\frac{২০}{৫০০}$ টাকা

$\therefore$ ১০০ টাকায় ক্ষতি হয় $\frac{২০ \times ১০০}{৫০০}$ টাকা $=$ ৪ টাকা

$\therefore$ ক্ষতি ৪%। (**উত্তর**)

গ. ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে,

২৫% লাভে বিক্রয়মূল্য $=$ (১০০ + ২৫) টাকা $=$ ১২৫ টাকা

ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য ১২৫ টাকা

$\therefore$ " ১ " " " $\frac{১২৫}{১০০}$ টাকা

$\therefore$ " ৫০০ " " " $\frac{১২৫ \times ৫০০}{১০০}$ টাকা

$=$ ৬২৫ টাকা

এক হালি = ৪টি

২০০টি কলার দাম ৬২৫ টাকা

$\therefore$ ১টি " " $\frac{৬২৫}{২০০}$ টাকা

$\therefore$ ৪টি " " $\frac{৬২৫ \times ৪}{২০০}$ টাকা

$= ১২\frac{১}{২}$ টাকা

$\therefore$ ব্যবসায়ী ২৫% লাভ করতে চাইলে প্রতি হালি কলা $১২\frac{১}{২}$ টাকা দরে বিক্রয় করতে হবে। (**উত্তর**)

প্রশ্ন ॥ ২০ ॥ কোন আসল ৩ বছরের সরল মুনাফাসহ ২৮০০০ টাকা এবং ৫ বছরের সরল মুনাফাসহ ৩০০০০ টাকা।

ক. প্রতীকগুলোর বর্ণনাসহ মূলধন নির্ণয়ের সূত্রটি লেখ।
খ. মুনাফার হার নির্ণয় কর।
গ. একই হারে ব্যাংকে কত টাকা জমা রাখলে ৫ বছরের মুনাফা-আসলে ৪৮০০০ টাকা হবে।

সমাধান :

ক. আমরা জানি,

$I = Prn$

$\therefore P = \frac{I}{rn}$

$\therefore$ মূলধন নির্ণয়ের সূত্র : $P = \frac{I}{rn}$

এখানে,
P = মূলধন
I = মুনাফা
r = মুনাফার হার
n = সময়

খ. আসল + ৫ বছরের মুনাফা = ৩০০০০ টাকা
আসল + ৩ বছরের মুনাফা = ২৮০০০ টাকা

$\therefore$ ২ বছরের মুনাফা = ২০০০ টাকা [বিয়োগ করে]

এখন, ২ বছরের মুনাফা ২০০০ টাকা

$\therefore$ ১ বছরের মুনাফা $\frac{২০০০}{২}$ টাকা

$\therefore$ ৩ বছরের মুনাফা $\frac{২০০০ \times ৩}{২}$ টাকা = ৩০০০ টাকা।

মুনাফা-আসল = আসল + মুনাফা
বা, ২৮০০০ = আসল + ৩০০০
$\therefore$ আসল = ২৮০০০ − ৩০০০ = ২৫০০০

আমরা জানি, $I = Prn$

বা, $r = \frac{I}{Pn}$

$= \frac{৩০০০}{২৫০০০ \times ৩} = \frac{১}{২৫} = ৪\%$

এখানে,
P = ২৫০০০ টাকা
I = ৩০০০ টাকা
n = ৩ বছর
r = নির্ণেয়

$\therefore$ মুনাফার হার ৪%। (**উত্তর**)

গ. এখানে, সময়, n = ৫ বছর

মুনাফা–আসল, A = ৪৮০০০ টাকা

মুনাফার হার, r = ৪% = $\frac{৪}{১০০}$ [‘খ’ হতে]

আসল, P = নির্ণেয়

আমরা জানি, $P(1 + rn) = A$

$$\therefore P = \frac{A}{1 + rn}$$

$$= \frac{৪৮০০০}{১ + \frac{৪}{১০০} \times ৫} \text{ টাকা}$$

$$= \frac{৪৮০০০}{১ + ০.২} \text{ টাকা}$$

$$= \frac{৪৮০০০}{১.২} \text{ টাকা}$$

= ৪০০০০ টাকা। (**উত্তর**)

অধ্যায় ২ 〉 ২.২

মুনাফা
Profits

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ ১০৫০ টাকার ৮% নিচের কোনটি?

ক. ৮০ টাকা খ. ৮২ টাকা
গ. ৮৪ টাকা ঘ. ৮৬ টাকা (গ)

ব্যাখ্যা: ১০৫০ টাকার $\frac{৮}{১০০}$ টাকা = ৮৪ টাকা।

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ বার্ষিক ১০% সরল মুনাফায় ১২০০ টাকার ৪ বছরের সরল মুনাফা কত?

ক. ১২০ টাকা খ. ২৪০ টাকা
গ. ৩৬০ টাকা ঘ. ৪৮০ টাকা (ঘ)

ব্যাখ্যা : আমরা জানি, I = Prn

$\therefore$ I = $\left(১২০০ \times \frac{১০}{১০০} \times ৪\right)$ টাকা = ৪৮০ টাকা

প্রশ্ন॥ ৩ ॥ টাকায় ৫টি দরে ক্রয় করে ৪টি দরে বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে?

ক. লাভ ২৫% খ. ক্ষতি ২৫%
গ. লাভ ২০% ঘ. ক্ষতি ২০% (ক)

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ মুনাফা হিসাবের ক্ষেত্রে-

i. মুনাফা = মুনাফা-আসল-আসল

ii. মুনাফা = $\frac{\text{আসল} \times \text{মুনাফা} \times \text{সময়}}{২}$

iii. চক্রবৃদ্ধি মুনাফা = চক্র বৃদ্ধিমূল-মূলধন

উপরের তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii খ. i ও iii গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii (খ)

ব্যাখ্যা : (ii) মুনাফা = $\frac{\text{আসল} \times \text{মুনাফার হার} \times \text{সময়}}{১০০}$

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ ১০% সরল মুনাফায় ২০০০ টাকার

i. ১ বছরের মুনাফা ২০০ টাকা

ii. ৫ বছরের মুনাফা-আসল, আসলের ১ $\frac{১}{২}$ গুণ

iii. ৬ বছরের মুনাফা আসলের সমান হবে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii খ. i ও iii গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii (ক)

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ জামিল সাহেব বার্ষিক ১০% মুনাফায় ব্যাংকে ২০০০ টাকা জমা রাখলেন।
নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

(১) **১ম বছরান্তে মুনাফা-আসল কত হবে?**

ক. ২০৫০ টাকা খ. ২১০০ টাকা
গ. ২২০০ টাকা ঘ. ২২৫০ টাকা (গ)

ব্যাখ্যা : এখানে, P = ২০০০ টাকা, n = ১ বছর, r = ১০% = $\frac{১০}{১০০}$

সরল মুনাফার ক্ষেত্রে,

মুনাফা − আসল = P (১ + r n) = ২০০০ $\left(১ + \frac{১০}{১০০} \times ১\right)$

= ২০০০ × $\frac{১১}{১০}$ = ২২০০ টাকা

চক্রবৃদ্ধি মূলধন : প্রত্যেক বছরের শেষে মূলধনের সাথে মুনাফা যোগ করে নতুন মূলধন হয়। এভাবে প্রত্যেক বছরের শেষে আমানতকারীর বৃদ্ধি প্রাপ্ত মূলধনকে চক্রবৃদ্ধি মূলধন বলে।

■ **চক্রবৃদ্ধি মুনাফা :**
প্রতি বছর বৃদ্ধি প্রাপ্ত মূলধনের (চক্রবৃদ্ধি মূলধন) উপর যে মুনাফা হিসাব করা হয়, তাকে চক্রবৃদ্ধি মুনাফা বলে ।

জেনে রাখ : চক্রবৃদ্ধি মুনাফায় বৃদ্ধি প্রাপ্ত মূলধনের উপর লাভ হিসাব করা হয়। সরল মুনাফায় শুধু মূলধনের উপর লাভ হিসাব করা হয়।

■ **চক্রবৃদ্ধি মূলধন ও মুনাফার সূত্র গঠন :**
ধরা যাক, প্রারম্ভিক মূলধন বা আসল P এবং শতকরা বার্ষিক সুদের হার r

$\therefore$ ১ম বছরান্তে চক্রবৃদ্ধি মূলধন = আসল + মুনাফা

$= P + P \times r = P(1 + r)$

২য় বছরান্তে চক্রবৃদ্ধি মূলধন = ১ম বছরের চক্রবৃদ্ধি মূলধন + মুনাফা

$= P(1 + r) + P(1 + r) \times r$
$= P(1 + r)^2$

৩য় বছরান্তে চক্রবৃদ্ধি মূলধন = ২য় বছরের চক্রবৃদ্ধি মূলধন + মুনাফা

$= P(1 + r)^2 + P(1 + r)^2 \times r$
$= P(1 + r)^3$

লক্ষ করি : ১ম বছরান্তে চক্রবৃদ্ধি মূলধনে (1 + r) এর সূচক 1
২য় " " " (1 + r) " " 2
৩য় " " " (1 + r) " " 3
" " " " " " "

$\therefore$ n বছরান্তে চক্রবৃদ্ধি মূলধনে (1 + r) এর সূচক n

$\therefore$ n বছরান্তে চক্রবৃদ্ধি মূলধন C হলে,
$C = P(1 + r)^n$

আবার, চক্রবৃদ্ধি মুনাফা = চক্রবৃদ্ধি মূলধন − প্রারম্ভিক মূলধন

$= P(1 + r)^n - P$

■ প্রারম্ভিক মূলধন বা আসল P এবং মুনাফার হার r হলে চক্রবৃদ্ধি মূল
$C = P(1 + r)^n$

■ চক্রবৃদ্ধি মুনাফা = চক্রবৃদ্ধি মূলধন − প্রারম্ভিক মূলধন

$= P(1 + r)^n - P$

$\therefore$ মুনাফা = $P(1 + r)^n - P$

■ বীজগণিতীয় প্রতীকগুলোর প্রচলিত অর্থ
মূলধন বা আসল = P(principal)
মুনাফার হার = r(rate of interest)
সময় = n(time)
মুনাফা = I (profit)

(২) **সরল মুনাফায় ২য় বছরান্তে মুনাফা-আসল কত হবে?**

ক. ২৪০০ টাকা খ. ২৪২০ টাকা

গ. ২৪৪০ টাকা ঘ. ২৪৫০ টাকা (ক)

ব্যাখ্যা : এখানে সময় n = ২ বছর

মুনাফা–আসল = P (১ + rn)

$$= ২০০০\left(১ + \frac{১০}{১০০} \times ২\right)$$

$$= ২০০০ \times \frac{৬}{৫} = ২৪০০ \text{ টাকা}$$

(৩) **১ম বছরান্তে চক্রবৃদ্ধি মূলধন কত হবে?**

ক. ২০৫০ টাকা খ. ২১০০ টাকা

গ. ২১৫০ টাকা ঘ. ২২০০ টাকা (ঘ)

ব্যাখ্যা : ১ম বছরান্তে চক্রবৃদ্ধি মূলধন = P (1 + r)

$$= ২০০০\left(১ + \frac{১০}{১০০}\right) = ২০০০ \times \frac{১১}{১০} = ২২০০ \text{ টাকা}$$

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ বার্ষিক ১০% মুনাফায় ৮০০০ টাকার ৩ বছরের চক্রবৃদ্ধি মূলধন নির্ণয় কর।

সমাধান : আমরা জানি, চক্রবৃদ্ধি মূলধন, $C = P(১ + r)^n$

এখানে, প্রারম্ভিক মূলধন P = ৮০০০ টাকা

মুনাফার হার r = ১০% এবং সময় n = ৩ বছর

$$\therefore C = \left\{8000 \times \left(1 + \frac{10}{100}\right)^3\right\} \text{ টাকা}$$

$$= \left\{৮০০০ \times \left(১ + \frac{১}{১০}\right)^৩\right\} \text{ টাকা}$$

$$= \left\{৮০০০ \times \left(\frac{১১}{১০}\right)^৩\right\} \text{ টাকা}$$

$$= \left\{৮০০০ \times \frac{১১}{১০} \times \frac{১১}{১০} \times \frac{১১}{১০}\right\} \text{ টাকা}$$

= ১০৬৪৮ টাকা। (**উত্তর**)

লক্ষ্য কর: এ অঙ্কটির ক্ষেত্রে তোমরা সাধারণ Scientific Calculator ব্যবহার করে সহজেই Calculation টি করতে পারো।

সাধারণ Scientific Calculator বলতে *fx*100 MS বুঝানো হয়েছে।

তবে *fx*–557 MS, *fx*991 ES ইত্যাদি অনুমোদিত নয়। কারণ এগুলো অধিক ক্ষমতাসম্পন্ন।

$$C = \left\{800 \times \left(1 + \frac{1}{10}\right)^3\right\} \text{ টাকা} = \left\{৮০০০ \times \left(\frac{১১}{১০}\right)^৩\right\} \text{ টাকা}$$

= ১০৬৪৮ টাকা

এভাবে যদি তোমরা পরীক্ষার খাতায় লিখে আস তবুও পূর্ণ নম্বর পাবে।

ক্যালকুলেটর ব্যবহার দেখে নাও :

$\boxed{(} \rightarrow \boxed{1} \rightarrow \boxed{1} \rightarrow \boxed{\div} \rightarrow \boxed{1} \rightarrow \boxed{0} \rightarrow \boxed{)} \rightarrow \boxed{\wedge} \rightarrow \boxed{3} \rightarrow \boxed{=}$

সবৃদ্ধি মূলধন বা মুনাফা আসল = A(total amount)

চক্রবৃদ্ধি মূল = C(compound principal)

চক্রবৃদ্ধি মূলধন, $C = P(1 + r)^n$

চক্রবৃদ্ধি মুনাফা, $C - P = P(1 + r)^n - P$

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ বার্ষিক শতকরা ১০ টাকা মুনাফায় ৫০০০ টাকার ৩ বছরের সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য কত হবে?

সমাধান : দেওয়া আছে, মূলধন, P = ৫০০০ টাকা
মুনাফার হার, r = ১০%
এবং সময়, n = ৩ বছর

$\therefore$ সরল মুনাফা, I $= Prn = \left(৫০০০ \times \frac{১০}{১০০} \times ৩\right)$ টাকা
= ১৫০০ টাকা

আমরা জানি, চক্রবৃদ্ধি মূলধন, $C = P(1 + r)^n$

$$= \left\{5000 \times \left(1 + \frac{10}{100}\right)^3\right\} \text{ টাকা}$$

$$= \left\{5000 \times \left(1 + \frac{1}{10}\right)^3\right\} \text{ টাকা}$$

$$= \left\{৫০০০ \times \left(\frac{১১}{১০}\right)^৩\right\} \text{টাকা}$$

$$= \left\{৫০০০ \times \frac{১১}{১০} \times \frac{১১}{১০} \times \frac{১১}{১০}\right\} \text{টাকা}$$

= ৬৬৫৫ টাকা

$\therefore$ চক্রবৃদ্ধি মুনাফা= C – P = (৬৬৫৫ – ৫০০০) টাকা
= ১৬৫৫ টাকা

$\therefore$ চক্রবৃদ্ধি মুনাফা ও সরল মুনাফার পার্থক্য
= (১৬৫৫ – ১৫০০) টাকা = ১৫৫ টাকা। (**উত্তর**)

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ একই হার মুনাফায় কোনো মূলধনের এক বছরান্তে চক্রবৃদ্ধি মূলধন ৬৫০০ টাকা ও দুই বছরান্তে চক্রবৃদ্ধি মূলধন ৬৭৬০ টাকা হলে, মূলধন কত?

সমাধান : মনে করি, উভয়ক্ষেত্রে মুনাফার হার r এবং মূলধন P
$\therefore$ এক বছরান্তে চক্রবৃদ্ধি মূলধন = P(১ + r)
$\therefore$ P(১ + r) = ৬৫০০.................... (১)

আবার, দুই বছরান্তে চক্রবৃদ্ধি মূলধন = $P(১ + r)^২$
$\therefore$ $P(১ + r)^২$ = ৬৭৬০
বা, P(১ + r) (১ + r) = ৬৭৬০
বা, ৬৫০০ (১ + r) = ৬৭৬০
বা, $(১ + r) = \frac{৬৭৬০}{৬৫০০} = \frac{৬৭৬}{৬৫০}$ .... (২)

(২) নং হতে (১ + r) এর মান (১) নং এ বসিয়ে পাই,

$$P \times \frac{৬৭৬}{৬৫০} = ৬৫০০$$

বা, P × ৬৭৬ = ৬৫০০ × ৬৫০

বা, $P = \frac{৬৫০০ \times ৬৫০}{৬৭৬} = ৬২৫০$

$\therefore$ মূলধন ৬২৫০ টাকা। (**উত্তর**)

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ বার্ষিক শতকরা ৮.৫০ টাকা চক্রবৃদ্ধি মুনাফায় ১০০০০ টাকার ২ বছরের সবৃদ্ধিমূল ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফা নির্ণয় কর।

সমাধান : আমরা জানি, চক্রবৃদ্ধি মূলধন $C = P(১ + r)^n$

যেখানে, প্রারম্ভিক মূলধন, $P = ১০০০০$ টাকা

মুনাফার হার, $r = ৮.৫০\% = \frac{৮.৫০}{১০০} = \frac{১৭}{২০০}$

এবং সময়, $n = ২$ বছর।

$\therefore\ C = P\,(১ + r)^{২}$

$$= \left\{১০০০০ \times \left(১ + \frac{১৭}{২০০}\right)^{২}\right\} \text{ টাকা}$$

$$= \left\{১০০০০ \times \left(\frac{২১৭}{২০০}\right)^{২}\right\} \text{ টাকা}$$

$$= \frac{৪৭০৮৯}{৪} \text{ টাকা} = ১১৭৭২.২৫ \text{ টাকা}$$

নির্ণেয় সবৃদ্ধিমূল ১১৭৭২.২৫ টাকা।

$\therefore$ চক্রবৃদ্ধি মুনাফা $= C - P$

$= (১১৭৭২.২৫ - ১০০০০)$ টাকা $= ১৭৭২.২৫$ টাকা

$\therefore$ ১১৭৭২.২৫ টাকা, ১৭৭২.২৫ টাকা। (**উত্তর**)

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ কোনো শহরের বর্তমান জনসংখ্যা ৬৪ লক্ষ। শহরটির জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার প্রতি হাজারে ২৫ জন হলে, ২ বছর পর ঐ শহরের জনসংখ্যা কত হবে?

সমাধান : শহরটির বর্তমান জনসংখ্যা, $P = ৬৪০০০০০$

জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার, $r = \frac{২৫}{১০০০} \times ১০০\ \% = \frac{৫}{২}\ \%$

এবং সময়, $n = ২$ বছর

এখানে জনসংখ্যা বৃদ্ধির ক্ষেত্রে চক্রবৃদ্ধি মূলধনের সূত্র প্রযোজ্য।

$\therefore\ C = P(১ + r)^{n}$

$$= ৬৪০০০০০ \times \left(১ + \frac{৫}{২ \times ১০০}\right)^{২}$$

$$= ৬৪০০০০০ \times \left(১ + \frac{১}{৪০}\right)^{২}$$

$$= ৬৪০০০০০ \times \left(\frac{৪১}{৪০}\right)^{২} ০$$

$$= ৪০০০ \times ৪১ \times ৪১ = ৬৭২৪০০০$$

$\therefore$ ২ বছর পর শহরটির জনসংখ্যা হবে ৬৭,২৪,০০০ জন। (**উত্তর**)

লক্ষ কর : জনসংখ্যা চক্রবৃদ্ধি হারে বাড়ে। জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার অনেক সময় প্রতি শতে, প্রতি হাজারে, প্রতি লাখে হিসাব করা হয়। তাই r এর মান লেখার সময় অবশ্যই সতর্ক থাকতে হবে।

যেমন, জনসংখ্যা শতকরা ৩ জন বৃদ্ধি পায়, এক্ষেত্রে $r = \frac{৩}{১০০}$

জনসংখ্যা প্রতি হাজারে ৩ জন বৃদ্ধি পায়, এক্ষেত্রে $r = \frac{৩}{১০০০}$

জনসংখ্যা প্রতি লাখে ৩ জন বৃদ্ধি পায়, এক্ষেত্রে $r = \frac{৩}{১০০০০০}$

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ এক ব্যক্তি একটি ঋণদান সংস্থা থেকে বার্ষিক ৮% চক্রবৃদ্ধি মুনাফায় ৫০০০ টাকা ঋণ নিলেন। প্রতিবছর শেষে তিনি ২০০০ টাকা করে পরিশোধ করেন। ২য় কিস্তি পরিশোধের পর তাঁর আর কত টাকা ঋণ থাকবে?

সমাধান : আমরা জানি, চক্রবৃদ্ধি মূলধন $C = P(১ + r)^n$

যেখানে, মূলধন P = ৫০০০ টাকা

মুনাফার হার r = ৮% এবং সময় n = ১ বছর।

$$\therefore C = P(১ + r)^n = \left\{৫০০০ \times \left(১ + \frac{৮}{১০০}\right)^১\right\} \text{ টাকা}$$

$$= \left\{৫০০০ \times \frac{১০৮}{১০০}\right\} \text{ টাকা} = ৫৪০০ \text{ টাকা}$$

অর্থাৎ, এক বছরান্তে ঋণ গ্রহীতার সবৃদ্ধি মূলধন হবে ৫৪০০ টাকা।

বছর শেষে ২০০০ টাকা পরিশোধ করার পর তার ঋণ থাকে

(৫৪০০ – ২০০০) টাকা = ৩৪০০ টাকা।**উৎৎড়ৎ! ইড়ড়শসধৎশ হড়ঃ ফবভরহবফ.**

আবার, ৩৪০০ টাকার ১ বছরে সবৃদ্ধি মূলধন **উৎৎড়ৎ! ইড়ড়শসধৎশ হড়ঃ ফবভরহবফ.**

$$C = \left\{৩৪০০ \times \left(১ + \frac{৮}{১০০}\right)^১\right\} \text{ টাকা}$$

$$= \left\{৩৪০০ \times \frac{১০৮}{১০০}\right\} \text{ টাকা} = \{৩৪ \times ১০৮\} \text{ টাকা} = ৩৬৭২ \text{ টাকা}$$

∴ ২য় কিস্তি ২০০০ টাকা পরিশোধ করার পর তার ঋণ থাকে

(৩৬৭২ – ২০০০) টাকা = ১৬৭২ টাকা। **(উত্তর)**

লক্ষ কর : প্রশ্নে ঋণ কে আমরা মূলধন/ আসল P হিসেবে বিবেচনা করছি। এর কারণ ঋণদানকারী সংস্থার সাপেক্ষে যদি তুমি বিবেচনা কর তাহলে বুঝবে, ঋণদানকারী সংখ্যা ব্যক্তিটির কাছে ঐ টাকা (ঋণ) জমা রেখে প্রাপ্ত বছর মুনাফা পাচ্ছে। তাই ঋণদানকারী সংস্থার সাপেক্ষে উক্ত টাকা আসল।

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ একই হার চক্রবৃদ্ধি মুনাফায় কোনো মূলধন এক বছরান্তে সবৃদ্ধিমূল ১৯৫০০ টাকা এবং দুই বছরান্তে সবৃদ্ধিমূল ২০২৮০ টাকা হল।

ক. মুনাফা নির্ণয়ের সূত্র লেখ।

খ. মূলধন নির্ণয় কর।

গ. একই হারে উক্ত মূলধনের জন্য ৩ বছর পর সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য নির্ণয় কর।

সমাধান :

ক) চক্রবৃদ্ধি মুনাফায় মুনাফা নির্ণয়ের সূত্র হলো :

চক্রবৃদ্ধি মুনাফা = $P(১ + r)^n – P$

যেখানে, P = আসল, r = মুনাফার হার এবং n = সময়

∴ চক্রবৃদ্ধি মুনাফা = $P(১ + r)^n – P$

লক্ষ কর : উদ্দীপকে চক্রবৃদ্ধি মূলধনের কথা বলা হয়েছে। তাই ‘ক’ প্রশ্নে যখন মুনাফার কথা বলা হয়েছে তখন ধরে নিতে হবে ‘চক্রবৃদ্ধি মুনাফা’।

খ) ধরি, মূলধন P টাকা এবং মুনাফার হার r %

আমরা জানি, সবৃদ্ধিমূল, $C = P(১ + r)^n$

∴ n = ১ হলে, P (১ + r) = ১৯৫০০ .... (i)

এবং n = ২ হলে, $P(১ + r)^২$ = ২০২৮০ ....(ii)

(ii) নং সমীকরণকে (i) নং সমীকরণ দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{P(1 + r)^2}{P(1 + r)} = \frac{২০২৮০}{১৯৫০০}$$

বা, $১ + r = \frac{২৬}{২৫}$

বা, $r = \frac{২৬}{২৫} - ১$

$\therefore r = \frac{১}{২৫}$

বা, $r = \frac{১}{২৫} \times ১০০\%$

অর্থাৎ, $r = ৪\%$

(i) নং সমীকরণে $r = \frac{১}{২৫}$ বসিয়ে পাই,

$P\left(১ + \frac{১}{২৫}\right) = ১৯৫০০$

বা, $P\frac{২৬}{২৫} = ১৯৫০০$

বা, $P = \frac{১৯৫০০ \times ২৫}{২৬}$

$\therefore P = ১৮৭৫০$ টাকা। (**উত্তর**)

গ) এখানে, আসল, $P = ১৮৭৫০$ টাকা ['খ' হতে]
মুনাফার হার, $r = ৪\%$ ['খ' হতে]
সময়, $n = ৩$ বছর

$\therefore$ চক্রবৃদ্ধি মুনাফা $= P\,(১ + r)^n - P$

$= \left\{১৮৭৫০\left(১ + \frac{৪}{১০০}\right)^৩ - ১৮৭৫০\right\}$ টাকা

$= \{১৮৭৫০ \times (১.০৪)^৩ - ১৮৭৫০\}$ টাকা

$= \{২১০৯১.২ - ১৮৭৫০\}$ টাকা

$= ২৩৪১.২$ টাকা

এবং সরল মুনাফা $= Pr\,n$

$= \left(১৮৭৫০ \times \frac{৪}{১০০} \times ৩\right)$ টাকা $= ২২৫০$ টাকা

$\therefore$ ৩ বছর পর চক্রবৃদ্ধি মুনাফা ও সরল মুনাফার পার্থক্য
$= (২৩৪১.২ - ২২৫০)$ টাকা $= ৯১.২$ টাকা। (**উত্তর**)

প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥ শিপ্রা বড়ুয়া কোনো ব্যাংকে ৩০০০ টাকা জমা রেখে ২ বছর পর মুনাফাসহ ৩৬০০ টাকা পেয়েছেন।

ক. সরল মুনাফার হার নির্ণয় কর।
খ. আরও ৩ বছর পর মুনাফা-আসল কত হবে?
গ. ৩০০০ টাকা একই হার চক্রবৃদ্ধি মুনাফায় জমা রাখলে ২ বছর পর চক্রবৃদ্ধি মূলধন কত হতো?

সমাধান :

ক. দেওয়া আছে, আসল $P = ৩০০০$ টাকা
মুনাফা-আসল $A = ৩৬০০$ টাকা
সময় $n = ২$ বছর

$\therefore$ মুনাফা $= A - P = (৩৬০০ - ৩০০০)$ টাকা $= ৬০০$ টাকা

মুনাফার হার $r =$ নির্ণেয়

আমরা জানি, সরল মুনাফা $I = Prn$

$\therefore r = \frac{I}{Pn}$

$\therefore$ মুনাফার হার $= \dfrac{৬০০}{৩০০০ \times ২} = \dfrac{১ \times ১০০}{১০}\% = ১০\%$। (**উত্তর**)

খ. আরও ৩ বছর পর মোট সময় $= (৩ + ২)$ বছর $= ৫$ বছর

আমরা জানি, মুনাফা-আসল $(A) = P + I$

যেখানে, আসল $P = ৩০০০$ টাকা

সময় $n = ৫$ বছর

মুনাফার হার $r = ১০\% = \dfrac{১০}{১০০}$

$\therefore$ সরল মুনাফা $I = Prn$

$= (৩০০০ \times \dfrac{১০}{১০০} \times ৫)$ টাকা

$= (৩০ \times ১০ \times ৫)$ টাকা

$= ১৫০০$ টাকা

$\therefore$ মুনাফা-আসল $A = P + I = P + Prn$

$= (৩০০০ + ১৫০০)$ টাকা

$= ৪৫০০$ টাকা। (**উত্তর**)

গ. দেওয়া আছে, প্রারম্ভিক মূলধন $P = ৩০০০$ টাকা

মুনাফার হার $r = ১০\% = \dfrac{১০}{১০০}$

সময় $n = ২$ বছর

আমরা জানি,

চক্রবৃদ্ধি মূলধন $C = P (১ + r)^n$

$$= \left\{3000 \times \left(1 + \frac{10}{100}\right)^2\right\} \text{ টাকা}$$

$$= \left\{৩০০০ \times \left(\frac{১১০}{১০০}\right)^২\right\} \text{ টাকা}$$

$$= \left\{৩০০০ \times \frac{১১০}{১০০} \times \frac{১১০}{১০০}\right\} \text{ টাকা}$$

$= \{৩০ \times ১১ \times ১১\}$ টাকা

$= ৩৬৩০$ টাকা। (**উত্তর**)

অধ্যায় ৩

পরিমাপ
Measurement

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ গ্রিক ভাষায় ডেকা অর্থ-

(ক) ১০ গুণ (খ) ১০০ গুণ (গ) দশমাংশ (ঘ) শতাংশ ক

ব্যাখ্যা : গ্রিক ভাষায় ডেকা অর্থ – ১০ গুণ
হেক্টো অর্থ – ১০০ গুণ
কিলো অর্থ – ১০০০ গুণ

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ ১ স্টেয়রে-

i. ১৩.০৮ ঘন গজ ii. ১ ঘন মিটার
iii. ৩৫.৩ ঘন ফুট

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii গ

ব্যাখ্যা : ১ ডেকাস্টেয়র = ১৩.০৮ ঘন গজ (প্রায়)

বা, ১০ স্টেয়র = ১৩.০৮ ঘন গজ (প্রায়) [$\because$ ১০ স্টেয়র = ১ ডেকাস্টেয়র]

বা, ১ স্টেয়র = $\frac{১৩.০৮}{১০}$ ঘন গজ (প্রায়)

$\therefore$ ১ স্টেয়র = ১.৩০৮ ঘন গজ (প্রায়)

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ ৪ সে.মি. বাহুবিশিষ্ট ঘনকের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?

(ক) ১৬ (খ) ২৪ (গ) ৬৪ (ঘ) ৯৬ ঘ

ব্যাখ্যা : ঘনকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল = ৬ (বাহুর পরিমাপ)^২ বর্গ একক
= (৬ × ৪^২) বর্গ সে. মি. = (৬ × ১৬) বর্গ সে. মি. = ৯৬ বর্গ. সে. মি.

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ১০ হেক্টর। এর এয়রে প্রকাশিত মান-

(ক) ২.৪৭ (খ) ৪.০৪৯ (গ) ১০০ (ঘ) ১০০০ ঘ

ব্যাখ্যা : ১ হেক্টর = ১০০ এয়র
১০ " = (১০০ × ১০) এয়র = ১০০০ এয়র

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ পানিপূর্ণ একটি চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্য ৩ মিটার, প্রস্থ ২ মিটার ও উচ্চতা ১ মিটার

i. চৌবাচ্চার আয়তন ৬ ঘন মিটার
ii. চৌবাচ্চার পানির ওজন ৬ কি. গ্রাম
iii. পানি ভর্তি চৌবাচ্চায় পানির আয়তন ৬০০০ ঘন মিটার

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

[সঠিক উত্তর : i]

ব্যাখ্যা : (i) চৌবাচ্চার আয়তন = (৩ × ২ × ১) ঘন মিটার = ৬ ঘন মিটার

(ii) চৌবাচ্চার পানির ওজন = চৌবাচ্চার আয়তন
= ৬ ঘন মিটার
= (৬ × ১০০০) লিটার
= ৬০০০ লিটার

(iii) ১ ঘন মিটার = ১০০০ লিটার
৬ " " = (১০০০ × ৬) লিটার = ৬০০০ লিটার

■ **ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্রসমূহ :**

১. ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল
$= \left(\frac{১}{২} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}\right)$ বর্গ একক

২. ত্রিভুজের ভূমি = $\frac{২ \times \text{ক্ষেত্রফল}}{\text{উচ্চতা}}$

৩. ত্রিভুজের উচ্চতা = $\frac{২ \times \text{ক্ষেত্রফল}}{\text{ভূমি}}$

৪. ত্রিভুজের পরিসীমা = ৩ বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি

■ **আয়তক্ষেত্র সংক্রান্ত সূত্রসমূহ :** আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = l একক (l for length) এবং প্রস্থ = b একক (b for breadth) হলে,

১. আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ) = l b বর্গ একক

২. আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = ২ (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) = ২(l + b) একক

৩. আয়তক্ষেত্রের কর্ণ = $\sqrt{(\text{দৈর্ঘ্য})^২ + (\text{প্রস্থ})^২}$ = $\sqrt{l^2 + b^2}$ একক

■ **সমবাহু ত্রিভুজ সংক্রান্ত সূত্রসমূহ :** একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য a একক হলে,

১. সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা = ৩ × বাহু = ৩a একক

২. সমবাহু ত্রিভুজের উচ্চতা = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ × বাহু
$= \frac{\sqrt{3}}{2}$a একক

৩. সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{বাহু})^২$
$= \frac{\sqrt{3}}{4}a^২$ বর্গ একক

■ **বর্গক্ষেত্র সংক্রান্ত সূত্রসমূহ :** বর্গক্ষেত্রের প্রতিটি বাহু দৈর্ঘ্য a একক হলে,

১. বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা = ৪ × বাহু = ৪a একক।

২. বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (বাহু)^২ = a^২ বর্গ একক।

৩. বর্গক্ষেত্রের কর্ণ = বাহু × $\sqrt{২}$ = a$\sqrt{২}$ একক

■ আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন = (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা) ঘন একক

লক্ষ কর : ঘনবস্তুর আয়তন নির্ণয়ের ক্ষেত্রে উচ্চতা, গভীরতা, পুরুত্ব একই বুঝায়।

১০০০ মিটার/গ্রাম/মিলিলিটার = ১ কিলোমিটার/কিলোগ্রাম/লিটার

নিচের অনুচ্ছেদের আলোকে ৬ ও ৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
একটি আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল ৪০০ বর্গমিটার এবং প্রস্থ ১৬ মিটার।

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ বাগানের পরিসীমা কত মিটার?
(ক) ১৬ (খ) ২৫ (গ) ৪১ (ঘ) ৮২ ঘ

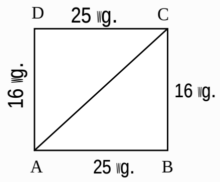
ব্যাখ্যা : দৈর্ঘ্য × প্রস্থ = ক্ষেত্রফল

$\therefore$ দৈর্ঘ্য = $\frac{৪০০}{১৬}$ = ২৫ মিটার

বাগানের পরিসীমা = ২(২৫ + ১৬) মিটার = (২ × ৪১) মিটার = ৮২ মিটার

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ বাগানের কর্ণ কত মিটার?
(ক) ২৯.৬৮ (খ) ২৯.৮৬ (গ) ৩২.৬৮ (ঘ) ৪১ ক

ব্যাখ্যা : পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,



$AC = \sqrt{২৫^২ + ১৬^২}$

বা, $AC = \sqrt{৮৮১}$

$\therefore$ AC = ২৯.৬৮ মিটার।

* এ নিয়মটি অর্থাৎ পিথাগোরাসের উপপাদ্য সম্পর্কে নবম অধ্যায়ে জানতে পারবে।

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ একটি গাড়ির চাকার পরিধি ৫ মিটার। ১ কি.মি. ৫০০ মিটার পথ যেতে চাকাটি কতবার ঘুরবে?

(ক) ২০০ (খ) ২৫০ (গ) ৩০০ (ঘ) ৩৫০ গ

ব্যাখ্যা : ১ কি. মি. ৫০০ মি. = ১০০০ মি. + ৫০০ মি. = ১৫০০ মি.

চাকাটি ৫ মিটার যেতে ১ বার ঘুরবে

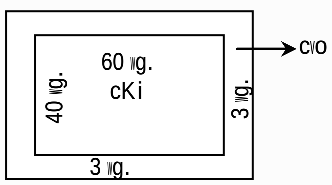
" ১৫০০ " " $\frac{১৫০০}{৫}$ বার ঘুরবে = ৩০০ বার ঘুরবে

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ এককের আন্তর্জাতিক পদ্ধতি-
i. এর বৈশিষ্ট্য দশ গুণোত্তর
ii. অষ্টাদশ শতাব্দীতে ফ্রান্সে প্রথম চালু হয়
iii. বাংলাদেশে ১ জুলাই ১৯৮২ সালে চালু হয়

নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii ঘ

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ একটি পুকুরের দৈর্ঘ্য ৬০ মিটার এবং প্রস্থ ৪০ মিটার। পুকুরের পাড়ের বিস্তার ৩ মিটার হলে, পাড়ের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান :



দেওয়া আছে, পুকুরের দৈর্ঘ্য ৬০ মিটার এবং প্রস্থ ৪০ মিটার
যেহেতু পুকুরের পাড়ের বিস্তার ৩ মিটার

$\therefore$ পাড়সহ পুকুরের দৈর্ঘ্য = {৬০ + (২ × ৩)} মিটার
= ৬৬ মিটার

এবং পাড়সহ পুকুরের প্রস্থ = {৪০ + (২ × ৩)} মিটার
= ৪৬ মিটার

∴ পাড়সহ পুকুরের ক্ষেত্রফল = (৬৬ × ৪৬) বর্গমিটার
= ৩০৩৬ বর্গমিটার

পাড়বাদে পুকুরের ক্ষেত্রফল = (৬০ × ৪০) বর্গমিটার = ২৪০০ বর্গমিটার

∴ পুকুরের পাড়ের ক্ষেত্রফল = (৩০৩৬ − ২৪০০) বর্গমিটার
= ৬৩৬ বর্গমিটার

∴ পাড়ের ক্ষেত্রফল ৬৩৬ বর্গমিটার। (**উত্তর**)

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ আয়তাকার একটি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ১০ একর এবং তার দৈর্ঘ্য প্রস্থের ৪ গুণ। ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য কত মিটার?

সমাধান : মনে করি, আয়তাকার ক্ষেত্রের প্রস্থ = ক মিটার

∴ দৈর্ঘ্য = (৪ × ক) মিটার = ৪ক মিটার

∴ ক্ষেত্রফল = (৪ক × ক) বর্গমিটার = ৪ক^২ বর্গমিটার

আমরা জানি, ১ একর = ৪০৪৬.৮৬ বর্গমিটার

∴ ১০ " = (৪০৪৬.৮৬ × ১০) বর্গমিটার
= ৪০৪৬৮.৬ বর্গমিটার

অর্থাৎ আয়তাকার ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল ৪০৪৬৮.৬ বর্গমি.

শর্তানুসারে, ৪ক^২ = ৪০৪৬৮.৬

বা, ক^২ = $\frac{৪০৪৬৮.৬}{৪}$

বা, ক^২ = ১০১১৭.১৫

∴ ক = ১০০.৫৮৪

অর্থাৎ ক্ষেত্রটির প্রস্থ = ১০০.৫৮৪ মিটার

∴ ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য = ৪ক = (৪ × ১০০.৫৮৪) মিটার
= ৪০২.৩৪ মিটার (প্রায়)। (**উত্তর**)

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ একটি আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দেড় গুণ। এর ক্ষেত্রফল ২১৬ বর্গমিটার হলে, পরিসীমা কত?

সমাধান : মনে করি, আয়তাকার ঘরের প্রস্থ = ক মিটার

∴ আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য = $\left(ক \times ১\frac{১}{২}\right)$ মিটার

= $\left(ক \times \frac{৩}{২}\right)$ মিটার = $\frac{৩ক}{২}$ মিটার

∴ আয়তাকার ঘরের ক্ষেত্রফল = $\left(ক \times \frac{৩ক}{২}\right)$বর্গমিটার = $\frac{৩ক^২}{২}$ বর্গমিটার

দেওয়া আছে, আয়তাকার ঘরের ক্ষেত্রফল ২১৬ বর্গমিটার

শর্তানুসারে, $\frac{৩ক^২}{২}$ = ২১৬

বা, ৩ক^২ = ২১৬ × ২

বা, ৩ক^২ = ৪৩২

বা, ক^২ = $\frac{৪৩২}{৩}$

বা, ক^২ = ১৪৪

∴ ক = ১২

নোট :

১. প্রস্থকে 'ক' ধরতে হবে।

২. দৈর্ঘ্য ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে হবে।

৩. নির্ণেয় ক্ষেত্রফল এবং প্রদত্ত ক্ষেত্রফলের সমতা থেকে অন্য রাশির মান বের করতে হবে।

৪. সূত্র প্রয়োগ করে পরিসীমা নির্ণয় করতে হবে।

অর্থাৎ আয়তাকার ঘরের প্রস্থ = ১২ মিটার

এবং আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য $= \left(১২ \times \frac{৩}{২}\right)$ মিটার $=$ ১৮ মিটার

$\therefore$ আয়তাকার ঘরের পরিসীমা $=$ ২ (দৈর্ঘ্য $+$ প্রস্থ)

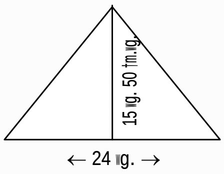
$=$ ২ (১৮ $+$ ১২) মিটার

$=$ ৬০ মিটার

$\therefore$ ঘরের পরিসীমা ৬০ মিটার। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ একটি ত্রিভুজাকৃতি ক্ষেত্রের ভূমি ২৪ মিটার এবং উচ্চতা ১৫ মিটার ৫০ সেন্টিমিটার হলে, এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান :



এখানে, ভূমি $=$ ২৪ মিটার

এবং উচ্চতা $=$ ১৫ মিটার ৫০ সে.মি.

$=$ ১৫.৫ মিটার

†bvU :
1. D"PZvi cwigvc‡K wgUv‡i cKvk Ki‡Z n‡e|
2. wÎf‚‡Ri †ÿÎdj mÎ c‡qvM Ki‡Z n‡e|

আমরা জানি,

ত্রিভুজাকৃতি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২}$ (ভূমি $\times$ উচ্চতা)

$= \frac{১}{২}$ (২৪ $\times$ ১৫.৫) বর্গমিটার

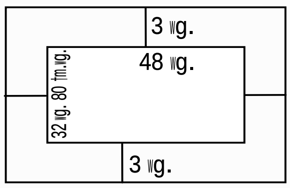
$= \left(\frac{১}{২} \times ৩৭২\right)$ বর্গমিটার $=$ ১৮৬ বর্গমিটার

$\therefore$ ত্রিভুজাকৃতি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ১৮৬ বর্গমিটার। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥ একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৪৮ মিটার এবং প্রস্থ ৩২ মিটার ৮০ সে.মি.। ক্ষেত্রটির বাইরে চারদিকে ৩ মিটার বিস্তৃত একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল কত?

সমাধান :

দেওয়া আছে, দৈর্ঘ্য $=$ ৪৮ মিটার



এবং প্রস্থ $=$ ৩২ মি. ৮০ সে.মি.

$= \left(৩২ + \frac{৮০}{১০০}\right)$ মিটার

$=$ (৩২ $+$ ০.৮) মিটার

$=$ ৩২.৮ মিটার

ক্ষেত্রটির বাইরে চারদিকে ৩ মিটার বিস্তৃত একটি রাস্তা আছে।

$\therefore$ রাস্তাসহ আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য $=$ {৪৮ $+$ (৩ $\times$ ২)} মিটার

$=$ ৫৪ মিটার

এবং রাস্তাসহ আয়তাকার ক্ষেত্রের প্রস্থ $=$ {৩২.৮ $+$ (৩ $\times$ ২)} মিটার

$=$ ৩৮.৮ মিটার

রাস্তাসহ আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (৫৪ × ৩৮.৮) বর্গমিটার
= ২০৯৫.২ বর্গমিটার

∴ রাস্তাবাদে আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (৪৮ × ৩২.৮) বর্গমিটার
= ১৫৭৪.৪ বর্গমিটার

∴ রাস্তার ক্ষেত্রফল = (২০৯৫.২ − ১৫৭৪.৪) বর্গমিটার
= ৫২০.৮ বর্গমিটার

∴ রাস্তাটির ক্ষেত্রফল ৫২০.৮ বর্গমিটার। (**উত্তর**)

প্রশ্ন ॥ ১৫ ॥ একটি বর্গাকার ক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য ৩০০ মিটার এবং বাইরে চারদিকে ৪ মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, বর্গাকার ক্ষেত্রটির এক বাহুর দৈর্ঘ্য = ৩০০ মিটার

বর্গাকার ক্ষেত্রটির বাইরে ৪ মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে।
রাস্তাসহ এক বাহুর দৈর্ঘ্য = {৩০০ + (৪ × ২)} মিটার = ৩০৮ মিটার

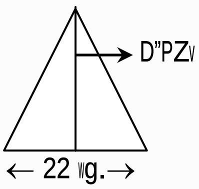
∴ রাস্তাসহ বর্গাকার ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = (৩০৮ × ৩০৮) বর্গমিটার
= ৯৪৮৬৪ বর্গমিটার

রাস্তাবাদে বর্গাকার ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = (৩০০ × ৩০০) বর্গমিটার
= ৯০০০০ বর্গমিটার

∴ রাস্তার ক্ষেত্রফল = (৯৪৮৬৪ − ৯০০০০) বর্গমিটার = ৪৮৬৪ বর্গমিটার
∴ রাস্তাটির ক্ষেত্রফল ৪৮৬৪ বর্গমিটার। (**উত্তর**)

প্রশ্ন ॥ ১৬ ॥ একটি ত্রিভুজাকৃতি জমির ক্ষেত্রফল ২৬৪ বর্গমিটার। এর ভূমি ২২ মিটার হলে, উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান :



দেওয়া আছে, ত্রিভুজাকৃতি জমির ক্ষেত্রফল ২৬৪ বর্গমিটার এবং ভূমি ২২ মিটার

আমরা জানি, ত্রিভুজাকৃতি জমিটির ক্ষেত্রফল = $\frac{১}{২}$ (ভূমি × উচ্চতা)

বা, ২৬৪ = $\frac{১}{২}$ × ২২ × উচ্চতা

বা, ২৬৪ = ১১ × উচ্চতা

বা, উচ্চতা = $\frac{২৬৪}{১১}$

∴ উচ্চতা = ২৪

নোট :

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সূত্র প্রয়োগ করে উচ্চতা নির্ণয় করতে হবে।

∴ ত্রিভুজাকৃতি জমির উচ্চতা ২৪ মিটার। (**উত্তর**)

প্রশ্ন ॥ ১৭ ॥ একটি চৌবাচ্চায় ১৯২০০ লিটার পানি ধরে। এর গভীরতা ২.৫৬ মিটার এবং প্রস্থ ২.৫ মিটার হলে, দৈর্ঘ্য কত?

সমাধান : চৌবাচ্চার পানি ধারণ ক্ষমতা = ১৯২০০ লিটার = ১৯.২ ঘন মিটার

[∵ ১০০০ লিটার = ১ ঘন মিটার]

অর্থাৎ চৌবাচ্চার আয়তন = ১৯.২ ঘন মিটার

মনে করি, চৌবাচ্চাটির দৈর্ঘ্য = ক মিটার

দেওয়া আছে, চৌবাচ্চাটির প্রস্থ = ২.৫ মিটার
এবং চৌবাচ্চাটির গভীরতা = ২.৫৬ মিটার

আমরা জানি, চৌবাচ্চার আয়তন = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × গভীরতা

= ক × ২.৫ × ২.৫৬

শর্তানুসারে, ক × ২.৫ × ২.৫৬ = ১৯.২

বা, ক = $\frac{১৯.২}{৬.৪}$

∴ ক = ৩

∴ চৌবাচ্চাটির দৈর্ঘ্য ৩ মিটার। (**উত্তর**)

প্রশ্ন ॥ ১৮ ॥ স্বর্ণ, পানির তুলনায় ১৯.৩ গুণ ভারী। আয়তাকার একটি স্বর্ণের বারের দৈর্ঘ্য ৭.৮ সেন্টিমিটার, প্রস্থ ৬.৪ সেন্টিমিটার এবং উচ্চতা ২.৫ সেন্টিমিটার। স্বর্ণের বারটির ওজন কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, স্বর্ণের বারের দৈর্ঘ্য = ৭.৮ সেন্টিমিটার

প্রস্থ = ৬.৪ সেন্টিমিটার

এবং উচ্চতা = ২.৫ সেন্টিমিটার

∴ স্বর্ণের বারের আয়তন = (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা) ঘন একক

= (৭.৮ × ৬.৪ × ২.৫) ঘন সে.মি.

= ১২৪.৮ ঘন সে.মি.

আমরা জানি, ১ ঘন সে.মি. বিশুদ্ধ পানির ওজন ১ গ্রাম

∴ ১২৪.৮ " " " " " (১ × ১২৪.৮) গ্রাম

= ১২৪.৮ গ্রাম

যেহেতু স্বর্ণ পানির তুলনায় ১৯.৩ গুণ ভারী

অতএব, ১২৪.৮ ঘন সে.মি. স্বর্ণের বারটির ওজন

= ১২৪.৮ ঘন সে.মি. পানির ওজন × ১৯.৩

= (১২৪.৮ × ১৯.৩) গ্রাম = ২৪০৮.৬৪ গ্রাম

∴ স্বর্ণের বারটির ওজন ২৪০৮.৬৪ গ্রাম। (**উত্তর**)

প্রশ্ন ॥ ১৯ ॥ একটি ছোট বাক্সের দৈর্ঘ্য ১৫ সে.মি. ২.৪ মি.মি., প্রস্থ ৭ সে.মি. ৬.২ মি.মি. এবং উচ্চতা ৫ সে.মি. ৮ মি.মি.। বাক্সটির আয়তন কত ঘন সেন্টিমিটার?

সমাধান : দেওয়া আছে,

বাক্সটির দৈর্ঘ্য = ১৫ সে.মি. ২.৪ মি.মি.

= ১৫.২৪ সে.মি. [∵ ১০ মি.মি. = ১ সে.মি.]

প্রস্থ = ৭ সে.মি. ৬.২ মি.মি. = ৭.৬২ সে.মি.

এবং উচ্চতা = ৫ সে.মি. ৮ মি.মি. = ৫.৮ সে.মি.

∴ বাক্সটির আয়তন = (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা)

= (১৫.২৪ × ৭.৬২ × ৫.৮) ঘন সে.মি.

= ৬৭৩.৫৪৭ ঘন সে.মি.। (**উত্তর**)

প্রশ্ন ॥ ২০ ॥ একটি আয়তাকার চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্য ৫.৫ মিটার, প্রস্থ ৪ মিটার এবং উচ্চতা ২ মিটার। উক্ত চৌবাচ্চাটি পানিভর্তি থাকলে পানির আয়তন কত লিটার এবং ওজন কত কিলোগ্রাম হবে?

সমাধান : দেওয়া আছে,

আয়তাকার চৌবাচ্চাটির দৈর্ঘ্য = ৫.৫ মিটার = ৫৫০ সে.মি.

" " প্রস্থ = ৪ মিটার = ৪০০ সে.মি.

এবং " " উচ্চতা = ২ মিটার = ২০০ সে.মি.

অর্থাৎ আয়তাকার চৌবাচ্চাটির আয়তন = (৫৫০ × ৪০০ × ২০০) ঘন সে.মি.

= ৪৪০০০০০০ ঘন সে.মি.

= $\frac{৪৪০০০০০০}{১০০০}$ লিটার = ৪৪০০০ লিটার

∴ চৌবাচ্চাটির পানির আয়তন ৪৪০০০ লিটার।

আমরা জানি,

১ লিটার বিশুদ্ধ পানির ওজন ১ কিলোগ্রাম

∴ ৪৪০০০ " " " " (১×৪৪০০০) কিলোগ্রাম

$= ৪৪০০০$ কিলোগ্রাম

∴ পানির আয়তন ৪৪০০০ লিটার এবং ওজন ৪৪০০০ কিলোগ্রাম। (**উত্তর**)

প্রশ্ন ॥ ২১ ॥ আয়তাকার একটি মাঠের দৈর্ঘ্য প্রস্থের ১.৫ গুণ। প্রতি বর্গমিটার ১.৯০ টাকা দরে ঘাস লাগাতে ১০২৬০.০০ টাকা ব্যয় হয়। প্রতি মিটার ২.৫০ টাকা দরে ঐ মাঠের চারদিকে বেড়া দিতে মোট কত ব্যয় হবে?

সমাধান : মনে করি, আয়তাকার মাঠটির প্রস্থ = ক মিটার

∴ দৈর্ঘ্য $= (১.৫ \times ক)$ মিটার

∴ মাঠটির ক্ষেত্রফল $= (১.৫ ক \times ক)$ বর্গ মিটার

$= ১.৫ ক^২$ বর্গ মিটার

ঘাস লাগাতে ১ বর্গমিটারে খরচ হয় ১.৯ টাকা

" " $১.৫ক^২$ " " " $(১.৯ \times ১.৫ক^২)$ টাকা

দেওয়া আছে, মাঠে ঘাস লাগাতে মোট ব্যয় ১০২৬০.০০ টাকা

শর্তানুসারে, $১.৯ \times ১.৫ ক^২ = ১০২৬০$

বা, $১.৫ক^২ = \frac{১০২৬০}{১.৯}$

বা, $ক^২ = \frac{৫৪০০}{১.৫}$

বা, $ক^২ = ৩৬০০$

বা, $ক = \sqrt{৩৬০০} = ৬০$

অতএব, আয়তাকার মাঠটির প্রস্থ = ৬০ মিটার

এবং আয়তাকার মাঠটির দৈর্ঘ্য $= (১.৫ \times ৬০)$ মিটার = ৯০ মিটার মাঠটির চারদিকে বেড়া দিতে হলে, তার পরিসীমার সমান বেড়া দিতে হবে।

∴ মাঠের পরিসীমা = ২ (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) একক

$= ২(৬০ + ৯০)$ মিটার = ৩০০ মিটার

১ মিটার বেড়া দিতে খরচ হয় ২.৫০ টাকা

∴ ৩০০ " " " " " (২.৫০×৩০০) টাকা = ৭৫০ টাকা

∴ মাঠের চারদিকে বেড়া দিতে মোট ৭৫০ টাকা ব্যয় হবে। (**উত্তর**)

প্রশ্ন ॥ ২২ ॥ একটি ঘরের মেঝে কার্পেট দিয়ে ঢাকতে মোট ৭২০০ টাকা খরচ হয়। ঘরটির প্রস্থ ৩ মিটার কম হলে ৫৭৬ টাকা কম খরচ হতো। ঘরটির প্রস্থ কত?

সমাধান : ঘরটির প্রস্থ ৩ মিটার কম হলে ৫৭৬ টাকা কম খরচ হতো।

অর্থাৎ ৩ মিটারের খরচ ৫৭৬ টাকা

∴ ১ " " $\frac{৫৭৬}{৩}$ টাকা = ১৯২ টাকা।

এখন ১৯২ টাকা খরচ হয় যখন প্রস্থ ১ মিটার

∴ ১ " " " " " $\frac{১}{১৯২}$ মিটার

∴ ৭২০০ " " " " " $\frac{১ \times ৭২০০}{১৯২}$ মিটার

$= ৩৭.৫$ মিটার।

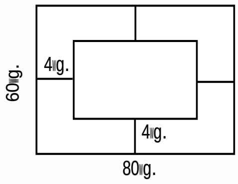
∴ ঘরটির প্রস্থ ৩৭.৫ মিটার। (**উত্তর**)

প্রশ্ন ॥ ২৩ ॥ ৮০ মিটার দৈর্ঘ্য ও ৬০ মিটার প্রস্থবিশিষ্ট একটি আয়তাকার বাগানের ভিতর চারদিকে ৪ মিটার প্রশস্ত একটি পথ আছে। প্রতি বর্গমিটার ৭.২৫ টাকা দরে ঐ পথ বাঁধানোর খরচ কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, বাগানের দৈর্ঘ্য ৮০ মিটার এবং প্রস্থ ৬০ মিটার

∴ পথসহ বাগানটির ক্ষেত্রফল = (৮০ × ৬০) বর্গমিটার = ৪৮০০ বর্গমিটার

বাগানের ভিতরে চারদিকে ৪ মিটার চওড়া একটি পথ আছে।



∴ পথবাদে বাগানটির দৈর্ঘ্য = {৮০ – (৪ × ২)} মিটার

= ৭২ মিটার

এবং পথবাদে বাগানটির প্রস্থ = {৬০ – (৪ × ২)} মিটার

= ৫২ মিটার

∴ পথবাদে বাগানটির ক্ষেত্রফল = (৭২ × ৫২) বর্গমিটার

= ৩৭৪৪ বর্গমিটার

∴ পথের ক্ষেত্রফল = (৪৮০০ – ৩৭৪৪) বর্গমিটার

= ১০৫৬ বর্গমিটার

১ বর্গমিটার পথ বাঁধানোর খরচ ৭.২৫ টাকা

∴ ১০৫৬ " " " " (৭.২৫ × ১০৫৬) টাকা

= ৭৬৫৬ টাকা

∴ পথটি বাঁধানোর জন্য ৭৬৫৬ টাকা খরচ হবে। (**উত্তর**)

প্রশ্ন ॥ ২৪ ॥ ২.৫ মিটার গভীর একটি বর্গাকৃতি খোলা চৌবাচ্চায় ২৮,৯০০ লিটার পানি ধরে। এর ভিতরের দিকে সীসার পাত লাগাতে প্রতি বর্গমিটার ১২.৫০ টাকা হিসাবে মোট খরচ কত হবে?

সমাধান : দেওয়া আছে,

চৌবাচ্চাটির গভীরতা ২.৫ মিটার = (২.৫ × ১০০) সে.মি.

= ২৫০ সে. মি.

চৌবাচ্চায় ২৮৯০০ লিটার বা (২৮৯০০ × ১০০০) ঘন সে.মি. পানি ধরে

[∵ ১০০০ ঘন সে.মি. = ১ লিটার]

অতএব, চৌবাচ্চার আয়তন ২৮৯০০০০০ ঘন সে.মি.।

∴ চৌবাচ্চাটির তলার ক্ষেত্রফল = $\frac{২৮৯০০০০০}{২৫০}$ বর্গ সে.মি.

= ১১৫৬০০ বর্গ সে.মি.

= $\frac{১১৫৬০০}{১০০ \times ১০০}$ বর্গমিটার

= ১১.৫৬ বর্গমিটার

∴ চৌবাচ্চাটি বর্গাকৃতি হওয়ায় এর তলার এক বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{১১.৫৬}$ মি.

= ৩.৪ মি.

অর্থাৎ, চৌবাচ্চাটির ৪টি দেয়ালের ক্ষেত্রফল = ৪(৩.৪ × ২.৫) ব.মি.

= ৩৪ বর্গমিটার

∴ চৌবাচ্চাটির তলা ও চার দেওয়ালের ক্ষেত্রফল = (১১.৫৬ + ৩৪) ব.মি.

= ৪৫.৫৬ বর্গমিটার

∴ চৌবাচ্চাটির ভিতরের দিকে ৪৫.৫৬ বর্গমিটার সীসার পাত লাগাতে হবে।

এখন, ১ বর্গমিটার সীসার পাত লাগাতে খরচ ১২.৫০ টাকা

∴ ৪৫.৫৬ " " " " " (৪৫.৫৬ × ১২.৫০) টাকা

= ৫৬৯.৫০ টাকা

∴ সীসার পাত লাগাতে মোট খরচ হবে ৫৬৯.৫০ টাকা। (**উত্তর**)

প্রশ্ন ॥ ২৫ ॥ একটি ঘরের মেঝে ২৬ মি. লম্বা ও ২০ মি. চওড়া। ৪ মি. লম্বা ও ২.৫ মি. চওড়া কয়টি মাদুর দিয়ে মেঝেটি সম্পূর্ণ ঢাকা যাবে? প্রতিটি মাদুরের দাম ২৭.৫০ টাকা হলে, মোট খরচ কত হবে?

সমাধান : দেওয়া আছে, মেঝের দৈর্ঘ্য ২৬ মি. ও প্রস্থ ২০ মি.

∴ মেঝের ক্ষেত্রফল = (২৬ × ২০) বর্গমিটার = ৫২০ বর্গমিটার

১টি মাদুরের দৈর্ঘ্য ৪ মি. ও প্রস্থ ২.৫ মিটার

∴ ১টি মাদুরের ক্ষেত্রফল = (৪ × ২.৫) বর্গমিটার = ১০ বর্গমিটার

∴ ঘরের মেঝে ঢাকতে মাদুর লাগবে (৫২০ ÷ ১০) টি = ৫২টি

১টি মাদুরের দাম ২৭.৫০ টাকা

∴ ৫২টি " " (২৭.৫০ × ৫২) টাকা = ১৪৩০ টাকা

∴ মাদুর ৫২টি এবং মোট ১৪৩০ টাকা খরচ হবে। (**উত্তর**)

- *লম্বা ও দৈর্ঘ্য এবং চওড়া ও প্রস্থ একই কথা।*

প্রশ্ন ॥ ২৬ ॥ একটি বইয়ের দৈর্ঘ্য ২৫ সে.মি. ও প্রস্থ ১৮ সে.মি.। বইটির পৃষ্ঠাসংখ্যা ২০০ এবং প্রতি পাতা কাগজের পুরুত্ব ০.১ মি.মি. হলে, বইটির আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, বইটিতে পৃষ্ঠা সংখ্যা ২০০টি

∴ বইটিতে পাতা আছে (২০০ ÷ ২) = ১০০ টি [∵ ২ পৃষ্ঠা = ১ পাতা]

১টি পাতার পুরুত্ব ০.১ মি.মি.

∴ ১০০ " " " (০.১ × ১০০) মি.মি. = ১০ মি.মি. = ১ সে.মি.

∴ বইটির দৈর্ঘ্য ২৫ সে.মি. ও প্রস্থ ১৮ সে.মি. এবং পুরুত্ব ১ সে.মি.

∴ বইটির আয়তন = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × পুরুত্ব

= ২৫ সে.মি. × ১৮ সে.মি. × ১ সে.মি.

= ৪৫০ ঘন সে.মি.

∴ বইটির আয়তন ৪৫০ ঘন সে.মি.। (**উত্তর**)

- আয়তন নির্ণয়ের ক্ষেত্রে পুরত্ব/উচ্চতা/গভীরতা একই কথা।

প্রশ্ন ॥ ২৭ ॥ একটি পুকুরের দৈর্ঘ্য ৩২ মিটার, প্রস্থ ২০ মিটার এবং পুকুরের পানির গভীরতা ৩ মিটার। একটি মেশিন দ্বারা পুকুরটি পানিশূন্য করা হচ্ছে যা প্রতি সেকেন্ডে ০.১ ঘনমিটার পানি সেচতে পারে। পুকুরটি পানিশূন্য করতে কত সময় লাগবে?

সমাধান : দেওয়া আছে, পুকুরের দৈর্ঘ্য ৩২ মিটার, প্রস্থ ২০ মিটার এবং গভীরতা ৩ মিটার

∴ পুকুরটির আয়তন = (৩২ × ২০ × ৩) ঘনমিটার

= ১৯২০ ঘনমিটার

মেশিনটি ০.১ ঘনমিটার পানি সেচে ১ সেকেন্ডে

∴ " ১ " " " $\frac{১}{০.১}$ সেকেন্ডে

∴ " ১৯২০ " " " $\frac{১ \times ১৯২০}{০.১}$ সেকেন্ডে

= ১৯২০০ সেকেন্ডে = ৫ ঘণ্টা ২০ মিনিটে

∴ পুকুরটি পানিশূন্য করতে ৫ ঘণ্টা ২০ মিনিট লাগবে। (**উত্তর**)

- *১৯২০০ সেকেন্ড = (৫ × ৩৬০০) সে. + (২০ × ৬০) সে.*
  = ৫ ঘণ্টা + ২০ মিনিট।

প্রশ্ন ॥ ২৮ ॥ ৩ মিটার দৈর্ঘ্য, ২ মিটার প্রস্থ ও ১ মিটার উচ্চতাবিশিষ্ট একটি খালি চৌবাচ্চায় ৫০ সে.মি. বাহুবিশিষ্ট একটি নিরেট ধাতব ঘনক রাখা আছে। চৌবাচ্চাটি পানি দ্বারা পূর্ণ করার পর ঘনকটি তুলে আনা হলে, পানির গভীরতা কত হবে?

সমাধান : দেওয়া আছে, চৌবাচ্চাটির দৈর্ঘ্য $=$ ৩ মিটার, প্রস্থ $=$ ২ মিটার এবং গভীরতা $=$ ১ মিটার

$\therefore$ চৌবাচ্চার আয়তন $= (৩ \times ২ \times ১)$ ঘন মি. $=$ ৬ ঘন মি.

আবার, ঘনকের একবাহুর দৈর্ঘ্য $=$ ৫০ সে.মি. $= \frac{৫০}{১০০}$ মিটার $=$ ০.৫ মিটার

$\therefore$ ঘনকের আয়তন $= (০.৫ \times ০.৫ \times ০.৫)$ ঘনমিটার $=$ ০.১২৫ ঘনমিটার

$\therefore$ পানির আয়তন $= (৬ - ০.১২৫)$ ঘনমিটার $=$ ৫.৮৭৫ ঘনমিটার

মনে করি, পানির গভীরতা $=$ ক মিটার

শর্তমতে, $৩ \times ২ \times ক = ৫.৮৭৫$

$\therefore ক = \frac{৫.৮৭৫}{৩ \times ২} = ০.৯৭৯২$

$\therefore$ পানির গভীরতা ০.৯৭৯২ মিটার (প্রায়)।

$=$ ৯৭.৯২ সে.মি. (প্রায়)। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ২৯ ॥ একটি ঘরের প্রস্থ দৈর্ঘ্যের $\frac{২}{৩}$ অংশ। ঘরের দৈর্ঘ্য ও উচ্চতা যথাক্রমে ১৫ মিটার ও ৪ মিটার। মেঝের চারিদিকে ১ মিটার ফাঁকা রেখে ৫০ সে.মি. বর্গাকার পাথর বসানো হলো। বায়ু পানির তুলনায় ০.০০১২৯ গুণ ভারী।

ক. ঘরের পরিসীমা নির্ণয় কর।
খ. কতটি পাথরের প্রয়োজন হবে?
গ. ঘরটিতে কত কিলোগ্রাম বায়ু আছে?

সমাধান :

ক. দেওয়া আছে, ঘরের প্রস্থ দৈর্ঘ্যের $\frac{২}{৩}$ অংশ এবং দৈর্ঘ্য ১৫ মিটার।

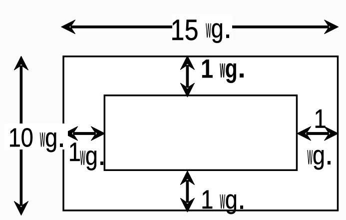
$\therefore$ ঘরের প্রস্থ $= \left(১৫ \text{ মিটার এর } \frac{২}{৩}\right)$ অংশ $= \left(১৫ \times \frac{২}{৩}\right)$ মিটার $=$ ১০ মিটার।

$\therefore$ ঘরের পরিসীমা $=$ ২(দৈর্ঘ্য $+$ প্রস্থ) একক

$=$ ২(১৫ $+$ ১০) মিটার

$=$ ৫০ মিটার। **(উত্তর)**

খ. এখানে, ঘরের দৈর্ঘ্য ১৫ মিটার এবং ঘরের প্রস্থ ১০ মিটার।
মেঝের চারিদিকে ফাঁকা রয়েছে ১ মিটার।
$\therefore$ যে জায়গায় পাথর বসানো হবে সেটি একটি আয়তক্ষেত্র হবে।



ফাঁকা স্থান বাদে ঘরের দৈর্ঘ্য $= \{১৫ - (২ \times ১)\}$ মিটার

$=$ ১৩ মিটার

ফাঁকা স্থান বাদে ঘরের প্রস্থ $= \{১০ - (২ \times ১)\}$ মিটার $=$ ৮ মিটার।

$\therefore$ ফাঁকা স্থান বাদে ঘরের মেঝের ক্ষেত্রফল

$= (১৩ \times ৮)$ বর্গ মিটার $=$ ১০৪ বর্গ মিটার।

১টি বর্গাকার পাথরের ক্ষেত্রফল $=$ (বাহু)^২ বর্গ একক $=$ (৫০ সে.মি.)^২

$$= \left(\frac{৫০}{১০০} \text{ মিটার}\right)^২$$

$$= \left(\frac{১}{২} \text{ মিটার}\right)^২$$

$$= \frac{১}{৪} \text{ বর্গ মিটার}$$

নির্ণেয় পাথরের সংখ্যা $=$ ফাঁকা স্থান বাদে ঘরের মেঝের ক্ষেত্রফল $\div$ পাথরের ক্ষেত্রফল $= \dfrac{১০৪}{\frac{১}{৪}}$ টি

$=$ (১০৪ $\times$ ৪) টি $=$ ৪১৬টি। **(উত্তর)**

গ. দেওয়া আছে, ঘরটির দৈর্ঘ্য ১৫ মিটার $=$ (১৫ $\times$ ১০০) সে.মি.

প্রস্থ ১০ মিটার $=$ (১০ $\times$ ১০০) সে.মি.

এবং উচ্চতা ৪ মিটার $=$ (৪ $\times$ ১০০) সে.মি.

$\therefore$ ঘরটির আয়তন $=$ (১৫ $\times$ ১০০ $\times$ ১০ $\times$ ১০০ $\times$ ৪ $\times$ ১০০) ঘন সে.মি.

$=$ ৬০০০০০০০০ ঘন সে.মি.

আমরা জানি,

১ লিটার বা ১০০০ ঘন সে.মি. পানির ওজন ১ কেজি

$\therefore$ ১ ঘন সে.মি. পানির ওজন $\dfrac{১}{১০০০}$ কেজি

$\therefore$ ৬০০০০০০০০ ঘন সে.মি. পানির ওজন $\dfrac{৬০০০০০০০০}{১০০০}$ কেজি

$=$ ৬০০০০০ কেজি

দেওয়া আছে, বায়ু পানির তুলনায় ০.০০১২৯ গুণ ভারী।

$\therefore$ ১ ঘন সে.মি. বায়ুর ওজন ০.০০১২৯ কেজি

$\therefore$ ৬০০০০০০০০ ঘন সে.মি. বায়ুর ওজন

$=$ (৬০০০০০ $\times$ ০.০০১২৯) কেজি

$=$ ৭৭৪ কেজি

$\therefore$ ঘরটিতে ৭৭৪ কেজি বায়ু আছে। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ৩০ ॥ একটি আয়তাকার জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে ৮০ মিটার ও ৬০ মিটার। জমির ভিতর ৪ মিটার চওড়া পাড় ও ৩ মিটার গভীরতা বিশিষ্ট একটি পুকুর খনন করা হল। একটি মেশিন দ্বারা প্রতি সেকেন্ডে ০.১ ঘনমিটার পানি শূন্য করা যায়।

ক. পুকুরের গভীরতা ইঞ্চিতে প্রকাশ কর।

খ. পুকুর পাড়ের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

গ. পানিপূর্ণ পুকুরটি পানি শূন্য করতে কত সময় প্রয়োজন?

সমাধান :

ক. দেওয়া আছে, পুকুরের গভীরতা ৩ মিটার।

আমরা জানি,

১ মিটার $=$ ৩৯.৩৭ ইঞ্চি

$\therefore$ ৩ মিটার $=$ (৩৯.৩৭ $\times$ ৩) ইঞ্চি $=$ ১১৮.১১ ইঞ্চি

$\therefore$ পুকুরের গভীরতা ১১৮.১১ ইঞ্চি। **(উত্তর)**

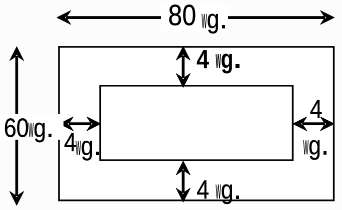
খ. দেওয়া আছে,

আয়তাকার জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে ৮০ মিটার ও ৬০ মিটার।

$\therefore$ পাড়সহ আয়তাকার জমির ক্ষেত্রফল $=$ (৮০ $\times$ ৬০) বর্গ মিটার

$=$ ৪৮০০ বর্গ মিটার

জমির ভিতর ৪ মিটার চওড়া পাড় বিশিষ্ট পুকুর আছে।



∴ পাড় বাদে পুকুরের দৈর্ঘ্য = {৮০ – (৪ × ২)} মিটার
= ৭২ মিটার

পাড় বাদে পুকুরের প্রস্থ = {৬০ – (৪ × ২)} মিটার = ৫২ মিটার

∴ পাড় বাদে পুকুরের ক্ষেত্রফল = (৭২ × ৫২) বর্গ মিটার
= ৩৭৪৪ বর্গ মিটার

∴ পুকুর পাড়ের ক্ষেত্রফল = (৪৮০০ – ৩৭৪৪) বর্গ মিটার
= ১০৫৬ বর্গ মিটার। **(উত্তর)**

গ. 'খ' হতে প্রাপ্ত,
পাড় বাদে পুকুরের দৈর্ঘ্য ৭২ মিটার
পাড় বাদে পুকুরের প্রস্থ ৫২ মিটার
এবং গভীরতা ৩ মিটার

∴ পাড় বাদে পুকুরের আয়তন = (৭২ × ৫২ × ৩) ঘন মিটার
= ১১২৩২ ঘন মিটার

এখন পাড় বাদে পুকুরের আয়তনই হবে পানির আয়তন
অর্থাৎ, পুকুরে পানির আয়তন ১১২৩২ ঘন মিটার

সুতরাং,
০.১ ঘনমিটার পানি সেচতে প্রয়োজন ১ সেকেন্ড

∴ ১ " " " " $\frac{১}{০.১}$ সেকেন্ড

∴ ১১২৩২ " " " " $\frac{১১২৩২}{০.১}$ সেকেন্ড

= ১১২৩২০ সেকেন্ড

= $\frac{১১২৩২০}{৬০}$ মিনিট

= ১৮৭২ মিনিট

= $\frac{১৮৭২}{৬০}$ ঘণ্টা

= ৩১ ঘণ্টা ১২ মিনিট। **(উত্তর)**

প্রশ্ন ॥ ৩১ ॥ আয়তাকার একটি স্কুল ক্যাম্পাসের ক্ষেত্রফল ১০ একর এবং এর দৈর্ঘ্য প্রস্থের ৪ গুণ। ক্যাম্পাসে অবস্থিত অডিটোরিয়ামের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে ৪০ মিটার, ৩৫ মিটার ও ১০ মিটার এবং দেওয়ালের পুরুত্ব ১৫ সে.মি.।

ক. ক্যাম্পাস এলাকা কত হেক্টর?

খ. স্কুল ক্যাম্পাসের সীমানা প্রাচীরের দৈর্ঘ্য মিটারে নির্ণয় কর।

গ. অডিটোরিয়ামের চার দেওয়ালের আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান :

ক. দেওয়া আছে, ক্যাম্পাস এলাকার ক্ষেত্রফল ১০ একর।

আমরা জানি, ২.৪৭ একর = ১ হেক্টর

∴ ১ " = $\frac{১}{২.৪৭}$ হেক্টর

$\therefore$ ১০ " $= \frac{১০}{২.৪৭}$ হেক্টর

$= ৪.০৪৮৬$ হেক্টর (প্রায়)। (**উত্তর**)

খ. ধরি, আয়তাকার স্কুল ক্যাম্পাসের প্রস্থ ক মিটার

$\therefore$ দৈর্ঘ্য ৪ক মিটার

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $=$ (৪ক $\times$ ক) বর্গ মিটার $=$ ৪ক^{২} বর্গমিটার

দেওয়া আছে,

স্কুল ক্যাম্পাসের ক্ষেত্রফল $=$ ১০ একর

$=$ (১০ $\times$ ৪০৪৬.৮৬) বর্গমিটার

[১ একর $=$ ৪০৪৬.৮৬ বর্গমিটার]

$=$ ৪০৪৬৮.৬ বর্গমিটার

প্রশ্নমতে, ৪ক^{২} $=$ ৪০৪৬৮.৬

বা, ক^{২} $= \frac{৪০৪৬৮.৬}{৪}$

বা, ক^{২} $=$ ১০১১৭.১৫

বা, ক $= \sqrt{১০১১৭.১৫}$

বা, ক $=$ ১০০.৫৮৪

অর্থাৎ, স্কুল ক্যাম্পাসের সীমানা প্রাচীরের প্রস্থ ১০০.৫৮৪ মিটার।

$\therefore$ দৈর্ঘ্য $=$ (১০০.৫৮৪ $\times$ ৪) মিটার

$=$ ৪০২.৩৪ মিটার (প্রায়)

সীমানা প্রাচীরের দৈর্ঘ্য $=$ ক্যাম্পাসের পরিসীমা

$=$ ২ (দৈর্ঘ্য $+$ প্রস্থ) একক

$=$ ২ (৪০২.৩৪ $+$ ১০০.৫৮) মিটার

$=$ ১০০৫.৮৪ মিটার (প্রায়)। (**উত্তর**)

গ. দেওয়া আছে,

অডিটোরিয়ামের দৈর্ঘ্য ৪০ মিটার, প্রস্থ ৩৫ মিটার, উচ্চতা ১০ মিটার

এবং দেওয়ালের পুরুত্ব ১৫ সে.মি. $= \frac{১৫}{১০০}$ মিটার $=$ ০.১৫ মিটার

অডিটরিয়ামের ভূমির ক্ষেত্রফল $=$ (৪০ $\times$ ৩৫) বর্গমিটার

$=$ ১৪০০ বর্গমিটার

দেওয়ালের পুরত্ব $=$ ০.১৫ মিটার

দেওয়ালবাদে অডিটরিয়ামের দৈর্ঘ্য $=$ {৪০ $-$ (২ $\times$ ০.১৫)} মিটার

$=$ ৩৯.৭ মিটার

দেওয়াল বাদে অডিটরিয়ামের প্রস্থ $=$ {৩৫ $-$ (২ $\times$ ০.১৫)} মিটার

$=$ ৩৪.৭ মিটার

$\therefore$ দেওয়াল বাদে অডিটরিয়ামের ভূমির ক্ষেত্রফল $=$ (৩৯.৭ $\times$ ৩৪.৭) বর্গমিটার

$=$ ১৩৭৭.৫৯ বর্গমিটার

অডিটরিয়ামের চার দেওয়ালের ক্ষেত্রফল

$=$(অডিটরিয়ামের ভূমির ক্ষেত্রফল $-$ দেওয়াল বাদে অডিটরিয়ামের ভূমির ক্ষেত্রফল)

$=$ (১৪০০ $-$ ১৩৭৭.৫৯) বর্গমিটার $=$ ২২.৪১ বর্গমিটার

$\therefore$ দেওয়ালের আয়তন $=$ (দেওয়ালের ক্ষেত্রফল $\times$ দেওয়ালের উচ্চতা)

$=$ (২২.৪১ $\times$ ১০) ঘন মিটার

$=$ ২২৪.১ ঘন মিটার। (**উত্তর**)

- আয়তন $=$ দৈর্ঘ্য $\times$ প্রস্থ $\times$ উচ্চতা

  $=$ ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা [$\because$ দৈর্ঘ্য $\times$ প্রস্থ $=$ ক্ষেত্রফল]

অধ্যায় ৪ 〉 ৪.১ বীজগণিতীয় সূত্রাবলি ও প্রয়োগ
Algebraic Forrmulae & Applications

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ সূত্রের সাহায্যে নিচের রাশিগুলোর বর্গ নির্ণয় কর :

(ক) $5a + 7b$

সমাধান : $5a + 7b$ এর বর্গ $= (5a + 7b)^2$
$= (5a)^2 + 2 \times 5a \times 7b + (7b)^2$
$= 25a^2 + 70ab + 49b^2$ **(Ans.)**

(খ) $6x + 3$

সমাধান : $6x + 3$ এর বর্গ $= (6x + 3)^2$
$= (6x)^2 + 2 \times 6x \times 3 + (3)^2 = 36x^2 + 36x + 9$ **(Ans.)**

(গ) $7p - 2q$

সমাধান : $7p - 2q$ এর বর্গ $= (7p - 2q)^2$
$= (7p)^2 - 2 \times 7p \times 2q + (2q)^2 = 49p^2 - 28pq + 4q^2$ (**Ans.**)

(ঘ) $ax - by$

সমাধান : $ax - by$ এর বর্গ $= (ax - by)^2$
$= (ax)^2 - 2 \times ax \times by + (by)^2 = a^2x^2 - 2abxy + b^2y^2$ **(Ans.)**

(ঙ) $x^3 + xy$

সমাধান : $x^3 + xy$ এর বর্গ $= (x^3 + xy)^2$
$= (x^3)^2 + 2 \times x^3 \times xy + (xy)^2 = x^6 + 2x^4y + x^2y^2$ **(Ans.)**

(চ) $11a - 12b$

সমাধান : $11a - 12b$ এর বর্গ $= (11a - 12b)^2$
$= (11a)^2 - 2 \times 11a \times 12b + (12b)^2$
$= 121a^2 - 264ab + 144b^2$ **(Ans.)**

(ছ) $6x^2y - 5xy^2$

সমাধান : $6x^2y - 5xy^2$ এর বর্গ $= (6x^2y - 5xy^2)^2$
$= (6x^2y)^2 - 2 \times 6x^2y \times 5xy^2 + (5xy^2)^2$
$= 36x^4y^2 - 60x^3y^3 + 25x^2y^4$ **(Ans.)**

(জ) $-x - y$

সমাধান : $-x - y$ এর বর্গ $= (-x - y)^2$
$= \{(-x) - (y)\}^2$
$= (-x)^2 - 2 \times (-x) \times y + (y)^2$
$= x^2 + 2xy + y^2$ **(Ans.)**

(ঝ) $-xyz - abc$

সমাধান : $-xyz - abc$ এর বর্গ $= (-xyz - abc)^2$
$= \{(-xyz) - (abc)\}^2$
$= (-xyz)^2 - 2 \times (-xyz) \times (abc) + (abc)^2$
$= x^2y^2z^2 + 2abcxyz + a^2b^2c^2$ **(Ans.)**

■ **বীজগণিতীয় সূত্র (Algebraic Formulae) :**
বীজগণিতীয় প্রতীক দ্বারা প্রকাশিত যেকোনো সাধারণ নিয়ম বা সিদ্ধান্তকে বীজগণিতীয় সূত্র বা সংক্ষেপে সূত্র বলা হয়।

■ **চলক (Variable) :**
বীজগণিতে ব্যবহৃত অজ্ঞাত রাশি বা অক্ষর প্রতীককে চলক বলে।
সাধারণত ইংরেজি x, y, z, ... ইত্যাদি অক্ষর প্রতীক চলক হিসাবে ব্যবহৃত হয়।

■ **চলকের বৈশিষ্ট্যসমূহ :**
◈ চলক এমন একটি প্রতীক যার মানের পরিবর্তন হয়।
◈ চলকের মান নির্দিষ্ট নয়।
◈ চলক বিভিন্ন মান ধারণ করতে পারে।

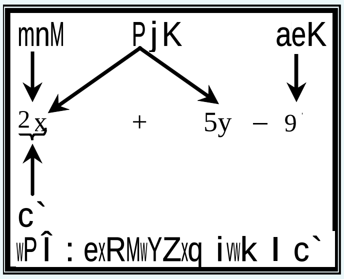
■ **বীজগণিতীয় রাশি (Algebraic Expression) :**
প্রক্রিয়া চিহ্ন ও সংখ্যাসূচক প্রতীক এর অর্থবোধক সংযোগ বা বিন্যাসকে বীজগণিতীয় রাশি বলা হয়। যেমন

■ **বীজগণিতীয় পদ (Algebraic Term) :**
বীজগণিতীয় রাশির যে অংশ যোগ (+) ও বিয়োগ (–) চিহ্ন দ্বারা সংযুক্ত থাকে এদের প্রত্যেকটিকে ঐ রাশির পদ বলা হয়।
যেমন : $2x + 3y$ বীজগণিতীয় রাশিটিতে, $2x$ একটি পদ এবং $3y$ অপর একটি পদ। তাই এটি একটি দ্বিপদী রাশি।

■ **সহগ (Coefficient) :**
কোনো একপদী রাশিতে চলকের সাথে যখন কোনো সংখ্যা গুণক হিসেবে যুক্ত থাকে, তখন ঐ গুণককে রাশিটির সাংখ্যিক সহগ বা সহগ বলে।
যেমন : $3x$ রাশিটিতে x এর সহগ 3

■ **ধ্রুবক (Constant) :**
বীজগণিতীয় রাশির চলক বর্জিত পদকে ধ্রুবক বা ধ্রুব পদ বলে।
যেমন : $2x + 3y + 5$ রাশিটিতে ধ্রুবক হচ্ছে 5।
কারণ, এতে কোনো চলক নেই।

➲ **ডায়াগ্রাম**
বীজগণিতীয় রাশি সম্পর্কিত একটি মজার চিত্র :



➲ **সূত্রাবলি**
সূত্র ১ : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
সূত্র ২ : $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
সূত্র ৩ : $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
সূত্র ৪ : $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

(ঞ) $a^2x^3 - b^2y^4$

সমাধান : $a^2x^3 - b^2y^4$ এর বর্গ $= (a^2x^3 - b^2y^4)^2$

$= (a^2x^3)^2 - 2 \times a^2x^3 \times b^2y^4 + (b^2y^4)^2$

$= a^4x^6 - 2a^2b^2x^3y^4 + b^4y^8$ **(Ans.)**

(ট) 108

সমাধান : 108 এর বর্গ $= (108)^2$

$= (100 + 8)^2 = (100)^2 + 2 \times 100 \times 8 + (8)^2$

$= 10000 + 1600 + 64 = 11664$ **(Ans.)**

(ঠ) 606

সমাধান : 606 এর বর্গ $= (606)^2$

$= (600 + 6)^2$

$= (600)^2 + 2 \times 600 \times 6 + (6)^2$

$= 360000 + 7200 + 36 = 367236$ **(Ans.)**

(ড) 597

সমাধান : 597 এর বর্গ $= (597)^2$

$= (600 - 3)^2$

$= (600)^2 - 2 \times 600 \times 3 + (3)^2$

$= 360000 - 3600 + 9 = 356409$ **(Ans.)**

(ঢ) $a - b + c$

সমাধান : $a - b + c$ এর বর্গ $= (a - b + c)^2$

$= \{a - (b - c)\}^2$

$= (a)^2 - 2 \times a \times (b - c) + (b - c)^2$

$= a^2 - 2ab + 2ac + b^2 - 2bc + c^2$

$= a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc + 2ac$ **(Ans.)**

(ণ) $ax + b + 2$

সমাধান : $ax + b + 2$ এর বর্গ $= (ax + b + 2)^2$

$= \{ax + (b + 2)\}^2$

$= (ax)^2 + 2 \times (ax) \times (b + 2) + (b + 2)^2$

$= a^2x^2 + 2 \times ax \times (b + 2) + (b)^2 + 2 \times b \times 2 + (2)^2$

$= a^2x^2 + 2abx + 4ax + b^2 + 4b + 4$

$= a^2x^2 + b^2 + 2abx + 4b + 4ax + 4$ **(Ans.)**

(ত) $xy + yz - zx$

সমাধান : $xy + yz - zx$ এর বর্গ $= (xy + yz - zx)^2$

$= \{xy + (yz - zx)\}^2$

$= (xy)^2 + 2 \times xy \times (yz - zx) + (yz - zx)^2$

$= x^2y^2 + 2xy^2z - 2x^2yz + (yz)^2 - 2 \times yz \times zx + (zx)^2$

$= x^2y^2 + 2xy^2z - 2x^2yz + y^2z^2 - 2xyz^2 + z^2x^2$

$= x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2 + 2xy^2z - 2xyz^2 - 2x^2yz$ **(Ans.)**

অনুসিদ্ধান্ত ১ : $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$

অনুসিদ্ধান্ত ২ : $a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$

অনুসিদ্ধান্ত ৩ : $(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$

অনুসিদ্ধান্ত ৪ : $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$

অনুসিদ্ধান্ত ৫ : $2(a^2 + b^2) = (a + b)^2 + (a - b)^2$

অনুসিদ্ধান্ত ৬ : $4ab = (a + b)^2 - (a - b)^2$

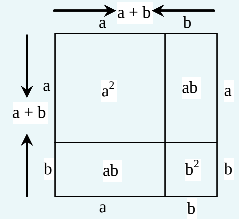
বা, $ab = \left(\frac{a + b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a - b}{2}\right)^2$

ত্রিপদী রাশির বর্গ :

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$

■ **জ্যামিতিক পদ্ধতিতে বীজগণিতীয় সূত্রের ব্যাখ্যা :**

◈ **$(a + b)^2$ এর জ্যামিতিক ব্যাখ্যা : [ধরি, $a > b$]**



সম্পূর্ণ বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল $= (a + b) \times (a + b)$

$= (a + b)^2$

$\therefore (a + b)^2 = a \times (a + b) + b \times (a + b)$

$= a^2 + ab + ab + b^2$

$= a^2 + 2ab + b^2$

আবার, বর্গক্ষেত্রটির অংশগুলোর ক্ষেত্রফলের সমষ্টি

$a \times a + a \times b + b \times a + b \times b$

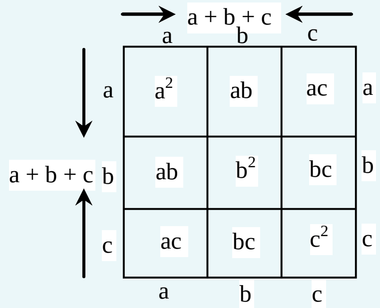
$= a^2 + ab + ab + b^2$

$= a^2 + 2ab + b^2$

লক্ষ কর, সম্পূর্ণ বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = বর্গক্ষেত্রটির অংশগুলোর ক্ষেত্রফলের সমষ্টি

$\therefore (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

◈ **$(a + b + c)^2$ এর জ্যামিতিক ব্যাখ্যা :**



সম্পূর্ণ বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল $= (a + b + c) \times (a + b + c)$

$= (a + b + c)^2$

$\therefore (a + b + c)^2$

$= a \times (a + b + c) + b \times (a + b + c) + c \times (a + b + c)$

$= a^2 + ab + ac + ab + b^2 + bc + ac + bc + c^2$

$= a^2 + 2ab + 2ac + b^2 + 2bc + c^2$

$\therefore (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$

আবার, বর্গক্ষেত্রটির অংশগুলোর ক্ষেত্রফলের সমষ্টি

$= a^2 + ab + ac + ab + b^2 + bc + ac + bc + c^2$

$= a^2 + 2ab + 2ac + b^2 + 2bc + c^2$

$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$

লক্ষ কর,

সম্পূর্ণ বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = বর্গক্ষেত্রটির অংশগুলোর ক্ষেত্রফলের সমষ্টি

(থ) $3p + 2q - 5r$

সমাধান : $3p + 2q - 5r$ এর বর্গ $= (3p + 2q - 5r)^2$

$= \{3p + (2q - 5r)\}^2$

$= (3p)^2 + 2 \times 3p \times (2q - 5r) + (2q - 5r)^2$

$= 9p^2 + 6p(2q - 5r) + (2q)^2 - 2 \times 2q \times 5r + (5r)^2$

$= 9p^2 + 12pq - 30pr + 4q^2 - 20qr + 25r^2$

$= 9p^2 + 4q^2 + 25r^2 + 12pq - 20qr - 30pr$ **(Ans.)**

(দ) $x^2 - y^2 - z^2$

সমাধান : $x^2 - y^2 - z^2$ এর বর্গ $= (x^2 - y^2 - z^2)^2$

$= \{x^2 - (y^2 + z^2)\}^2$

$= (x^2)^2 - 2 \times x^2 \times (y^2 + z^2) + (y^2 + z^2)^2$

$= x^4 - 2x^2y^2 - 2x^2z^2 + (y^2)^2 + 2 \times y^2 \times z^2 + (z^2)^2$

$= x^4 - 2x^2y^2 - 2x^2z^2 + y^4 + 2y^2z^2 + z^4$

$= x^4 + y^4 + z^4 - 2x^2y^2 + 2y^2z^2 - 2x^2z^2$ **(Ans.)**

(ধ) $7a^2 + 8b^2 - 5c^2$

সমাধান : $7a^2 + 8b^2 - 5c^2$ এর বর্গ

$= (7a^2 + 8b^2 - 5c^2)^2$

$= \{7a^2 + (8b^2 - 5c^2)\}^2$

$= (7a^2)^2 + 2 \times 7a^2 \times (8b^2 - 5c^2) + (8b^2 - 5c^2)^2$

$= 49a^4 + 112a^2b^2 - 70a^2c^2 + (8b^2)^2 - 2 \times (8b^2) \times (5c^2) + (5c^2)^2$

$= 49a^4 + 112a^2b^2 - 70a^2c^2 + 64b^4 - 80b^2c^2 + 25c^4$

$= 49a^4 + 64b^4 + 25c^4 + 112a^2b^2 - 80b^2c^2 - 70a^2c^2$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ সরল কর :

(ক) $(x + y)^2 + 2(x + y)(x - y) + (x - y)^2$

সমাধান : ধরি, $x + y = a$ এবং $x - y = b$

প্রদত্ত রাশি $= a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

$= (x + y + x - y)^2$ [a ও b এর মান বসিয়ে]

$= (2x)^2 = 4x^2$ **(Ans.)**

(খ) $(2a + 3b)^2 - 2(2a + 3b)(3b - a) + (3b - a)^2$

সমাধান : মনে করি, $2a + 3b = x$ এবং $3b - a = y$

প্রদত্ত রাশি $= (x)^2 - 2xy + (y)^2 = (x - y)^2$

$= \{(2a + 3b) - (3b - a)\}^2$ [x ও y এর মান বসিয়ে]

$= (2a + 3b - 3b + a)^2$

$= (3a)^2 = 9a^2$ **(Ans.)**

(গ) $(3x^2 + 7y^2)^2 + 2(3x^2 + 7y^2)(3x^2 - 7y^2) + (3x^2 - 7y^2)^2$

সমাধান : মনে করি, $3x^2 + 7y^2 = a$ এবং $3x^2 - 7y^2 = b$

প্রদত্ত রাশি $= a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

$= \{(3x^2 + 7y^2) + (3x^2 - 7y^2)\}^2$ [a ও b এর মান বসিয়ে]

$\therefore (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$

$= (3x^2 + 7y^2 + 3x^2 - 7y^2)^2$
$= (6x^2)^2 = 36x^4$ **(Ans.)**

(ঘ) $(8x + y)^2 - (16x + 2y)(5x + y) + (5x + y)^2$

সমাধান : $(8x + y)^2 - (16x + 2y)(5x + y) + (5x + y)^2$
$= (8x + y)^2 - 2(8x + y)(5x + y) + (5x + y)^2$

ধরি, $8x + y = a$ এবং $5x + y = b$

প্রদত্ত রাশি $= a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

$= \{8x + y - (5x + y)\}^2$ [a ও b এর মান বসিয়ে]

$= (8x + y - 5x - y)^2 = (3x)^2 = 9x^2$ **(Ans.)**

(ঙ) $(5x^2 - 3x - 2)^2 + (2 + 5x^2 - 3x)^2 - 2(5x^2 - 3x - 2)(2 + 5x^2 - 3x)$

সমাধান : মনে করি, $5x^2 - 3x - 2 = a$ এবং $2 + 5x^2 - 3x = b$
প্রদত্ত রাশি $= a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2$
$= \{(5x^2 - 3x - 2) - (2 + 5x^2 - 3x)\}^2$
[a ও b এর মান বসিয়ে]
$= (5x^2 - 3x - 2 - 2 - 5x^2 + 3x)^2$
$= (-4)^2 = 16$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ সূত্র প্রয়োগ করে গুণফল নির্ণয় কর :

(ক) $(x + 7)(x - 7)$

সমাধান : আমরা জানি, $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
প্রদত্ত রাশি $= (x + 7)(x - 7) = (x)^2 - (7)^2 = x^2 - 49$ **(Ans.)**

(খ) $(5x + 13)(5x - 13)$

সমাধান : আমরা জানি, $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
প্রদত্ত রাশি $= (5x + 13)(5x - 13)$
$= (5x)^2 - (13)^2 = 25x^2 - 169$ **(Ans.)**

(গ) $(xy + yz)(xy - yz)$

সমাধান : আমরা জানি, $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
প্রদত্ত রাশি $= (xy + yz)(xy - yz)$
$= (xy)^2 - (yz)^2 = x^2y^2 - y^2z^2$ **(Ans.)**

(ঘ) $(ax + b)(ax - b)$

সমাধান : আমরা জানি, $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
প্রদত্ত রাশি $= (ax + b)(ax - b)$
$= (ax)^2 - (b)^2 = a^2x^2 - b^2$ **(Ans.)**

(ঙ) $(a + 3)(a + 4)$

সমাধান : আমরা জানি, $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$
প্রদত্ত রাশি $= (a + 3)(a + 4)$
$= a^2 + (3 + 4)a + 3 \times 4$
$= a^2 + 7a + 12$ **(Ans.)**

(চ) $(ax + 3)(ax + 4)$

সমাধান : আমরা জানি, $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$
প্রদত্ত রাশি $= (ax + 3)(ax + 4)$
$= (ax)^2 + (3 + 4)ax + 3 \times 4$
$= a^2x^2 + 7ax + 12$ **(Ans.)**

(ছ) $(6x + 17)(6x - 13)$

সমাধান : আমরা জানি, $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

প্রদত্ত রাশি $= (6x + 17)(6x - 13)$

$= (6x + 17)\{6x + (-13)\}$

$= (6x)^2 + (17 - 13)6x + 17(-13)$

$= 36x^2 + 4 \times 6x - 221$

$= 36x^2 + 24x - 221$ **(Ans.)**

(জ) $(a^2 + b^2)(a^2 - b^2)(a^4 + b^4)$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি $= (a^2 + b^2)(a^2 - b^2)(a^4 + b^4)$

$= \{(a^2)^2 - (b^2)^2\}(a^4 + b^4)$

$[\because (a + b)(a - b) = a^2 - b^2]$

$= (a^4 - b^4)(a^4 + b^4)$

$= (a^4)^2 - (b^4)^2 = a^8 - b^8$ **(Ans.)**

(ঝ) $(ax - by + cz)(ax + by - cz)$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি $= (ax - by + cz)(ax + by - cz)$

$= \{ax - (by - cz)\}\{ax + (by - cz)\}$

$= (ax)^2 - (by - cz)^2$ $[\because (a + b)(a - b) = a^2 - b^2]$

$= a^2x^2 - \{(by)^2 - 2 \times by \times cz + (cz)^2\}$

$= a^2x^2 - (b^2y^2 - 2 \times bcyz + c^2z^2)$

$= a^2x^2 - b^2y^2 + 2bcyz - c^2z^2$

$= a^2x^2 - b^2y^2 - c^2z^2 + 2bcyz$ **(Ans.)**

(ঞ) $(3a - 10)(3a - 5)$

সমাধান : আমরা জানি, $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

প্রদত্ত রাশি $= (3a - 10)(3a - 5)$

$= \{3a + (-10)\}\{3a + (-5)\}$

$= (3a)^2 + (-10 - 5)3a + (-10) \times (-5)$

$= 9a^2 - 45a + 50$ **(Ans.)**

(ট) $(5a + 2b - 3c)(5a + 2b + 3c)$

সমাধান : মনে করি, $5a + 2b = x$ এবং $3c = y$

প্রদত্ত রাশি $= (x - y)(x + y) = x^2 - y^2$

$= (5a + 2b)^2 - (3c)^2$ [x ও y এর মান বসিয়ে]

$= (5a)^2 + 2 \times 5a \times 2b + (2b)^2 - 9c^2$

$= 25a^2 + 20ab + 4b^2 - 9c^2$

$= 25a^2 + 4b^2 - 9c^2 + 20ab$ **(Ans.)**

(ঠ) $(ax + by + 5)(ax + by + 3)$

সমাধান : $(ax + by + 5)(ax + by + 3)$

$= \{(ax + by) + 5\}\{(ax + by) + 3\}$

$= (ax + by)^2 + (5 + 3)(ax + by) + 5 \times 3$

$= (a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2) + 8(ax + by) + 15$

$= a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2) + 8ax + 8by + 15$

$= a^2x^2 + b^2y^2 + 8ax + 8by + 2abxy + 15$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ $a = 4, b = 6$ এবং $c = 3$ হলে, $4a^2b^2 - 16ab^2c + 16b^2c^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $a = 4, b = 6$ এবং $c = 3$

প্রদত্ত রাশি $= 4a^2b^2 - 16ab^2c + 16b^2c^2$

$= (2ab)^2 - 2 \times 2ab \times 4bc + (4bc)^2$

$= (2ab - 4bc)^2$

$= \{(2 \times 4 \times 6) - (4 \times 6 \times 3)\}^2$ [মান বসিয়ে]

$= (48 - 72)^2 = (-24)^2 = 576$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ $x - \frac{1}{x} = 3$ হলে, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $x - \frac{1}{x} = 3$

প্রদত্ত রাশি $= x^2 + \frac{1}{x^2} = (x)^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2$

$= \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 . x . \frac{1}{x}$ [সূত্র প্রয়োগ করে]

$= (3)^2 + 2 = 9 + 2 = 11$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ $a + \frac{1}{a} = 4$ হলে, $a^4 + \frac{1}{a^4}$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $a + \frac{1}{a} = 4$

প্রদত্ত রাশি $= a^4 + \frac{1}{a^4} = (a^2)^2 + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2$

$= \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2 . a^2 . \frac{1}{a^2}$ [সূত্র প্রয়োগ করে]

$= \left\{(a)^2 + \left(\frac{1}{a}\right)^2\right\}^2 - 2$

$= \left\{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2. a. \frac{1}{a}\right\}^2 - 2$ [সূত্র প্রয়োগ করে]

$= \{(4)^2 - 2\}^2 - 2$ [মান বসিয়ে]

$= (16 - 2)^2 - 2$

$= (14)^2 - 2 = 196 - 2 = 194$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ $m = 6, n = 7$ হলে, $16 (m^2 + n^2)^2 + 56 (m^2 + n^2)(3m^2 - 2n^2) + 49 (3m^2 - 2n^2)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $m = 6, n = 7$

ধরি, $m^2 + n^2 = x$ এবং $3m^2 - 2n^2 = y$

প্রদত্ত রাশি $= 16x^2 + 56xy + 49y^2$

$= (4x)^2 + 2 .4x .7y + (7y)^2$

$= (4x + 7y)^2$

$= \{4(m^2 + n^2) + 7(3m^2 - 2n^2)\}^2$

[x ও y এর মান বসিয়ে]

$= (4m^2 + 4n^2 + 21m^2 - 14n^2)^2$

$= (25m^2 - 10n^2)^2$
$= \{25 \times (6)^2 - 10 \times (7)^2\}^2$ [মান বসিয়ে]
$= \{(25 \times 36) - (10 \times 49)\}^2$
$= (900 - 490)^2 = (410)^2 = 168100$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ $a - \frac{1}{a} = m$ হলে, দেখাও যে, $a^4 + \frac{1}{a^4} = m^4 + 4m^2 + 2$

সমাধান : দেওয়া আছে, $a - \frac{1}{a} = m$

বামপক্ষ $= a^4 + \frac{1}{a^4} = (a^2)^2 + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2$

$= \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2.a^2.\frac{1}{a^2}$ $[\because a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab]$

$= \left\{(a)^2 + \left(\frac{1}{a}\right)^2\right\}^2 - 2$

$= \left\{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2.\ a.\ \frac{1}{a}\right\}^2 - 2$ [সূত্র প্রয়োগ করে]

$= \{(m)^2 + 2\}^2 - 2$ [মান বসিয়ে]

$= (m^2 + 2)^2 - 2$

$= (m^2)^2 + 2.m^2.2 + (2)^2 - 2$

$= m^4 + 4m^2 + 4 - 2 = m^4 + 4m^2 + 2 =$ ডানপক্ষ

$\therefore a^4 + \frac{1}{a^4} = m^4 + 4m^2 + 2$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ $x - \frac{1}{x} = 4$ হলে, প্রমাণ কর যে, $x^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 18$

সমাধান : দেওয়া আছে, $x - \frac{1}{x} = 4$ $[\because a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab]$

বামপক্ষ $= x^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2.\ x.\ \frac{1}{x}$ [সূত্র প্রয়োগ করে]

$= (4)^2 + 2$ [মান বসিয়ে]
$= 16 + 2 = 18 =$ ডানপক্ষ

$\therefore x^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 18$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ $m + \frac{1}{m} = 2$ হলে, প্রমাণ কর যে, $m^4 + \frac{1}{m^4} = 2$

সমাধান : দেওয়া আছে, $m + \frac{1}{m} = 2$

বামপক্ষ $= m^4 + \frac{1}{m^4} = (m^2)^2 + \left(\frac{1}{m^2}\right)^2$

$= \left(m^2 + \frac{1}{m^2}\right)^2 - 2 \times m^2 \times \frac{1}{m^2}$

$= \left(m^2 + \frac{1}{m^2}\right)^2 - 2$

$$= \left\{\left(m + \frac{1}{m}\right)^2 - 2 \times m \times \frac{1}{m}\right\}^2 - 2$$

$= \{(2)^2 - 2\}^2 - 2$ [মান বসিয়ে]

$= (4 - 2)^2 - 2 = (2)^2 - 2 = 4 - 2$

$= 2 =$ ডানপক্ষ

$\therefore \ m^4 + \dfrac{1}{m^4} = 2$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ $x + y = 12$ এবং $xy = 27$ হলে, $(x - y)^2$ ও $x^2 + y^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $x + y = 12$ এবং $xy = 27$

এখন, $(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy$

$= (12)^2 - 4.27$ [মান বসিয়ে]

$= 144 - 108 = 36$ **(Ans.)**

আবার, $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = (12)^2 - 2.27$ [মান বসিয়ে]

$= 144 - 54 = 90$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ $a + b = 13$ এবং $a - b = 3$ হলে, $2a^2 + 2b^2$ ও ab এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $a + b = 13$ এবং $a - b = 3$

প্রথম রাশি, $2a^2 + 2b^2 = (a + b)^2 + (a - b)^2$

$= (13)^2 + (3)^2$ [মান বসিয়ে]

$= 169 + 9 = 178$ **(Ans.)**

দ্বিতীয় রাশি, $ab = \left(\dfrac{a + b}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{a - b}{2}\right)^2$

$= \left(\dfrac{13}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{3}{2}\right)^2$ [মান বসিয়ে]

$= \dfrac{169}{4} - \dfrac{9}{4} = \dfrac{169 - 9}{4} = \dfrac{160}{4} = 40$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ দুইটি রাশির বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ কর :

(ক) $(5p - 3q)(p + 7q)$

সমাধান : আমরা জানি, $ab = \left(\dfrac{a + b}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{a - b}{2}\right)^2$

$\therefore (5p - 3q)(p + 7q) = \left(\dfrac{5p - 3q + p + 7q}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{5p - 3q - p - 7q}{2}\right)^2$

$= \left(\dfrac{6p + 4q}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{4p - 10q}{2}\right)^2$

$= \left\{\dfrac{2(3p + 2q)}{2}\right\}^2 - \left\{\dfrac{2(2p - 5q)}{2}\right\}^2$

$= (3p + 2q)^2 - (2p - 5q)^2$ **(Ans.)**

(খ) $(6a + 9b)(7b - 8a)$

সমাধান : আমরা জানি, $xy = \left(\dfrac{x + y}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{x - y}{2}\right)^2$

$\therefore \ (6a + 9b)(7b - 8a) = \left(\dfrac{6a + 9b + 7b - 8a}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{6a + 9b - 7b + 8a}{2}\right)^2$

$= \left(\frac{-2a + 16b}{2}\right)^2 - \left(\frac{14a + 2b}{2}\right)^2$

$= \left\{\frac{2(-a + 8b)}{2}\right\}^2 - \left\{\frac{2(7a + b)}{2}\right\}^2$

$= (8b - a)^2 - (b + 7a)^2$ **(Ans.)**

(গ) (3x + 5y) (7x – 5y)

সমাধান : আমরা জানি, $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$\therefore (3x + 5y)(7x - 5y)$

$= \left(\frac{3x + 5y + 7x - 5y}{2}\right)^2 - \left(\frac{3x + 5y - 7x + 5y}{2}\right)^2$

$= \left(\frac{10x}{2}\right)^2 - \left(\frac{-4x + 10y}{2}\right)^2 = (5x)^2 - \left\{\frac{-2(2x - 5y)}{2}\right\}^2$

$= (5x)^2 - (2x - 5y)^2$ **(Ans.)**

(ঘ) (5x + 13) (5x – 13)

সমাধান : আমরা জানি, $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$\therefore (5x + 13)(5x - 13)$

$= \left(\frac{5x + 13 + 5x - 13}{2}\right)^2 - \left(\frac{5x + 13 - 5x + 13}{2}\right)^2$

$= \left(\frac{10x}{2}\right)^2 - \left(\frac{26}{2}\right)^2 = (5x)^2 - (13)^2$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥ দুইটি সংখ্যা a ও b, যেখানে a > b। সংখ্যাদ্বয়ের যোগফল 12 এবং গুণফল 32।

ক) সূত্রের সাহায্যে গুণ করো : $(2x + 3)(2x - 7)$

খ) $2a^2 + 2b^2$ এর মান নির্ণয় করো।

গ) প্রমাণ কর যে, $(a + 2b)^2 - 5b^2 = 176$

সমাধান :

ক) $(2x + 3)(2x - 7)$

$= (2x)^2 + \{3 + (-7)\}2x + 3(-7)$

[$\because (x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$]

$= 4x^2 + (3 - 7)\,2x - 21$

$= 4x^2 + (-4)\,2x - 21 = 4x^2 - 8x - 21$ **(Ans.)**

খ) উদ্দীপক অনুযায়ী, $a + b = 12$ এবং $ab = 32$

এখন, $2a^2 + 2b^2 = 2(a^2 + b^2)$

$= 2\{(a + b)^2 - 2ab\}$

$= 2\{12^2 - (2 \times 32)\}$ [মান বসিয়ে]

$= 2(144 - 64) = 2 \times 80 = 160$ **(Ans.)**

গ) উদ্দীপক অনুযায়ী, $a + b = 12$ এবং $ab = 32$

আমরা জানি, $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$

$= \{12^2 - (4 \times 32)\} = 144 - 128 = 16$

$\therefore\ a - b = \sqrt{16} = 4$ [$\because\ a > b$]

বামপক্ষ $= (a + 2b)^2 - 5b^2$

$= a^2 + 2 \times a \times 2b + (2b)^2 - 5b^2$

$= a^2 + 4ab + 4b^2 - 5b^2$

$= a^2 - b^2 + 4ab$

$= (a - b)(a + b) + 4ab$

$= 4 \times 12 + 4 \times 32 = 48 + 128 = 176 =$ ডানপক্ষ

$\therefore\ (a + 2b)^2 - 5b^2 = 176$ **(প্রমাণিত)**

অধ্যায় ৪ | ৪.২ বীজগণিতীয় সূত্রাবলি ও প্রয়োগ
Algebraic Forrmulae & Applications

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ সূত্রের সাহায্যে নিচের রাশিগুলোর ঘন নির্ণয় কর:

(ক) $3x + y$

সমাধান : $(3x + y)^3$

$= (3x)^3 + 3.(3x)^2.y + 3.3x.y^2 + y^3$

$= 27x^3 + 3.9x^2.y + 9xy^2 + y^3$

$= 27x^3 + 27x^2y + 9xy^2 + y^3$ **(Ans.)**

(খ) $x^2 + y$

সমাধান : $(x^2 + y)^3$

$= (x^2)^3 + 3.(x^2)^2.y + 3.x^2.y^2 + y^3$

$= x^6 + 3x^4y + 3x^2y^2 + y^3$ **(Ans.)**

(গ) $5p + 2q$

সমাধান : $(5p + 2q)^3$

$= (5p)^3 + 3 \times (5p)^2 \times 2q + 3 \times 5p \times (2q)^2 + (2q)^3$

$= 125p^3 + 3 \times 25p^2 \times 2q + 15p \times 4q^2 + 8q^3$

$= 125p^3 + 150p^2q + 60pq^2 + 8q^3$ **(Ans.)**

(ঘ) $a^2b + c^2d$

সমাধান : $(a^2b + c^2d)^3$

$= (a^2b)^3 + 3 \times (a^2b)^2 \times (c^2d) + 3 \times (a^2b) \times (c^2d)^2 + (c^2d)^3$

$= a^6b^3 + 3a^4b^2c^2d + 3a^2bc^4d^2 + c^6d^3$ **(Ans.)**

(ঙ) $6p - 7$

সমাধান : $(6p - 7)^3$

$= (6p)^3 - 3 \times (6p)^2 \times 7 + 3 \times 6p \times (7)^2 - (7)^3$

$= 216p^3 - 3 \times 36p^2 \times 7 + 3 \times 6p \times 49 - 343$

$= 216p^3 - 756p^2 + 882p - 343$ **(Ans.)**

(চ) $ax - by$

সমাধান : $(ax - by)^3$

$= (ax)^3 - 3 \times (ax)^2 \times by + 3 \times ax \times (by)^2 - (by)^3$

$= a^3x^3 - 3 \times a^2x^2 \times by + 3 \times ax \times b^2y^2 - b^3y^3$

$= a^3x^3 - 3a^2x^2by + 3axb^2y^2 - b^3y^3$ **(Ans.)**

(ছ) $2p^2 - 3r^2$

সমাধান : $(2p^2 - 3r^2)^3$

$= (2p^2)^3 - 3 \times (2p^2)^2 \times 3r^2 + 3 \times 2p^2 \times (3r^2)^2 - (3r^2)^3$

$= 8p^6 - 3 \times 4p^4 \times 3r^2 + 3 \times 2p^2 \times 9r^4 - 27r^6$

$= 8p^6 - 36p^4r^2 + 54p^2r^4 - 27r^6$ **(Ans.)**

ঘনফলের সূত্রাবলি ও অনুসিদ্ধান্ত

- **সূত্র ১ :** $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
  $= a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$
- **সূত্র ২ :** $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
  $= a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$
- **সূত্র ৩ :** $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
- **সূত্র ৪ :** $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
- **সূত্র ৫ :** $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$
- **সূত্র ৬ :** $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$

লক্ষ করি :

সূত্র ১ : $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
বা, $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$
বা, $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$

সূত্র ২ : $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
বা, $(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$
বা, $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$

সূত্র ৩ : $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$
$= (a + b)\{(a + b)^2 - 3ab\}$
$= (a + b)(a^2 + 2ab - 3ab + b^2)$
অতএব, $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

সূত্র ৪ : $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$
$= (a - b)\{(a - b)^2 + 3ab\}$
$= (a - b)(a^2 - 2ab + 3ab + b^2)$
অতএব, $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

(জ) $x^3 + 2$

সমাধান : $(x^3 + 2)^3$

$= (x^3)^3 + 3 \times (x^3)^2 \times 2 + 3 \times x^3 \times (2)^2 + (2)^3$

$= x^9 + 6 \times x^6 + 3 \times x^3 \times 4 + 8$

$= x^9 + 6x^6 + 12x^3 + 8$ **(Ans.)**

(ঝ) $2m + 3n - 5p$

সমাধান : $(2m + 3n - 5p)^3$

$= \{(2m + 3n) - 5p\}^3$

$= (2m + 3n)^3 - 3 \times (2m + 3n)^2 \times (5p) + 3 \times (2m + 3n) \times (5p)^2 - (5p)^3$

$= \{(2m)^3 + 3 \times (2m)^2 \times 3n + 3 \times 2m \times (3n)^2 + (3n)^3\} - 3\{(2m)^2 + 2 \times 2m \times 3n + (3n)^2\} \times 5p + 3 \times (2m + 3n) \times 25p^2 - 125p^3$

$= (8m^3 + 3 \times 4m^2 \times 3n + 3 \times 2m \times 9n^2 + 27n^3) - 3(4m^2 + 12mn + 9n^2) \times 5p + 150mp^2 + 225p^2n - 125p^3$

$= 8m^3 + 36m^2n + 54mn^2 + 27n^3 - 60m^2p - 180mnp - 135n^2p + 150mp^2 + 225p^2n - 125p^3$

$= 8m^3 + 27n^3 - 125p^3 + 36m^2n - 60m^2p + 54mn^2 + 150mp^2 - 135n^2p + 225p^2n - 180mnp$ **(Ans.)**

[**বি.দ্র.** : পাঠ্যবইয়ের উত্তরে ভুল আছে।]

(ঞ) $x^2 - y^2 + z^2$

সমাধান : $(x^2 - y^2 + z^2)^3$

$= \{(x^2 - y^2) + z^2\}^3$

$= (x^2 - y^2)^3 + 3.(x^2 - y^2)^2 . z^2 + 3(x^2 - y^2).(z^2)^2 + (z^2)^3$

$= (x^2)^3 - 3.(x^2)^2.y^2 + 3.x^2.(y^2)^2 - (y^2)^3 + 3z^2\{(x^2)^2 - 2.x^2.y^2 + (y^2)^2\} + 3.(x^2 - y^2).z^4 + z^6$

$= x^6 - 3.x^4.y^2 + 3.x^2.y^4 - y^6 + 3z^2(x^4 - 2x^2y^2 + y^4) + 3(x^2 - y^2).z^4 + z^6$

$= x^6 - 3x^4y^2 + 3x^2y^4 - y^6 + 3x^4z^2 - 6x^2y^2z^2 + 3y^4z^2 + 3x^2z^4 - 3y^2z^4 + z^6$

$= x^6 - y^6 + z^6 - 3x^4y^2 + 3x^2y^4 + 3x^4z^2 + 3y^4z^2 + 3x^2z^4 - 3y^2z^4 - 6x^2y^2z^2$ **(Ans.)**

(ট) $a^2b^2 - c^2d^2$

সমাধান : $(a^2b^2 - c^2d^2)^3$

$= (a^2b^2)^3 - 3 \times (a^2b^2)^2 \times (c^2d^2) + 3 \times (a^2b^2) \times (c^2d^2)^2 - (c^2d^2)^3$

$= a^6b^6 - 3 \times a^4b^4 \times c^2d^2 + 3 \times a^2b^2 \times c^4d^4 - c^6d^6$

$= a^6b^6 - 3a^4b^4c^2d^2 + 3a^2b^2c^4d^4 - c^6d^6$ **(Ans.)**

(ঠ) $a^2b - b^3c$

সমাধান : $(a^2b - b^3c)^3$

$= (a^2b)^3 - 3 \times (a^2b)^2 \times (b^3c) + 3 \times (a^2b) \times (b^3c)^2 - (b^3c)^3$

$= a^6b^3 - 3 \times a^4b^2 \times b^3c + 3 \times a^2b \times b^6c^2 - b^9c^3$

$= a^6b^3 - 3a^4b^5c + 3a^2b^7c^2 - b^9c^3$ **(Ans.)**

(ড) $x^3 - 2y^3$

সমাধান : $(x^3 - 2y^3)^3$

$= (x^3)^3 - 3 \times (x^3)^2 \times (2y^3) + 3 \times (x^3) \times (2y^3)^2 - (2y^3)^3$

$= x^9 - 3 \times x^6 \times 2y^3 + 3 \times x^3 \times 4y^6 - 8y^9$

$= x^9 - 6x^6y^3 + 12x^3y^6 - 8y^9$ **(Ans.)**

(ঢ) 11a –12b

সমাধান : $(11a - 12b)^3$

$= (11a)^3 - 3 \times (11a)^2 \times (12b) + 3\times (11a) \times (12b)^2 - (12b)^3$

$= 1331a^3 - 3 \times 121a^2 \times 12b + 3 \times 11a \times 144b^2 - 1728b^3$

$= 1331a^3 - 4356a^2b + 4752ab^2 - 1728b^3$ **(Ans.)**

(ণ) $x^3 + y^3$

সমাধান : $(x^3 + y^3)^3$

$= (x^3)^3 + 3.(x^3)^2.(y^3) + 3.\ x^3.(y^3)^2 + (y^3)^3$

$= x^9 + 3x^6y^3 + 3x^3y^6 + y^9$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ সরল কর :

(ক) $(3x + y)^3 + 3(3x + y)^2(3x - y) + 3(3x + y)(3x - y)^2 + (3x - y)^3$

সমাধান : ধরি, $3x + y = a$ এবং $3x - y = b$

প্রদত্ত রাশি $= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$= (a + b)^3$

$= \{(3x + y) + (3x - y)\}^3$ [a ও b এর মান বসিয়ে]

$= (3x + y + 3x - y)^3$

$= (6x)^3 = 216x^3$ **(Ans.)**

(খ) $(2p + 5q)^3 + 3(2p + 5q)^2(5q - 2p) + 3(2p + 5q)(5q - 2p)^2 + (5q - 2p)^3$

সমাধান : ধরি, $2p + 5q = a$ এবং $5q - 2p = b$

প্রদত্ত রাশি $= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a + b)^3$

$= \{(2p + 5q) + (5q - 2p)\}^3$

[a ও b এর মান বসিয়ে]

$= (2p + 5q + 5q - 2p)^3$

$= (10q)^3 = 1000q^3$ **(Ans.)**

(গ) $(x + 2y)^3 - 3(x + 2y)^2(x - 2y) + 3(x + 2y)(x - 2y)^2 - (x - 2y)^3$

সমাধান : ধরি, $x + 2y = a$ এবং $x - 2y = b$

প্রদত্ত রাশি $= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$= (a - b)^3$

$= \{(x + 2y) - (x - 2y)\}^3$ [a ও b এর মান বসিয়ে]

$= (x + 2y - x + 2y)^3$

$= (4y)^3 = 64y^3$ **(Ans.)**

(ঘ) $(6m + 2)^3 - 3(6m + 2)^2(6m - 4) + 3(6m + 2)(6m - 4)^2 - (6m - 4)^3$

সমাধান : ধরি, $6m + 2 = a$ এবং $6m - 4 = b$

প্রদত্ত রাশি $= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$= (a - b)^3$

$= \{(6m + 2) - (6m - 4)\}^3$ [a ও b এর মান বসিয়ে]

$= (6m + 2 - 6m + 4)^3$

$= (6)^3 = 216$ **(Ans.)**

(ঙ) $(x - y)^3 + (x + y)^3 + 6x(x^2 - y^2)$

সমাধান : ধরি, $x - y = a$ এবং $x + y = b$

$\therefore a + b = x - y + x + y = 2x$

প্রদত্ত রাশি $= (x - y)^3 + (x + y)^3 + 6x(x^2 - y^2)$

$= (x - y)^3 + (x + y)^3 + 3.2x(x + y)(x - y)$

$= a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$

$= (a + b)^3 = (2x)^3$ [(a + b) এর মান বসিয়ে]

$= 8x^3$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ $a + b = 8$ এবং $ab = 15$ হলে, $a^3 + b^3$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $a + b = 8$ এবং $ab = 15$

$\therefore a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$

$= (8)^3 - 3 \times 15 \times 8$ [(a + b) ও ab এর মান বসিয়ে]

$= 512 - 360 = 152$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ $x + y = 2$ হলে, দেখাও যে, $x^3 + y^3 + 6xy = 8$

সমাধান : দেওয়া আছে, $x + y = 2$

বামপক্ষ $= x^3 + y^3 + 6xy$

$= (x + y)^3 - 3xy(x + y) + 6xy$

$= (2)^3 - 3xy \times 2 + 6xy$ [(x + y) এর মান বসিয়ে]

$= (2)^3 - 6xy + 6xy = 8 =$ ডানপক্ষ

$\therefore x^3 + y^3 + 6xy = 8$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ $2x + 3y = 13$ এবং $xy = 6$ হলে, $8x^3 + 27y^3$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $2x + 3y = 13$ এবং $xy = 6$

প্রদত্ত রাশি $= 8x^3 + 27y^3$

$= (2x)^3 + (3y)^3$

$= (2x + 3y)^3 - 3.2x.3y(2x + 3y)$

$= (2x + 3y)^3 - 18xy(2x + 3y)$

$= (13)^3 - 18.6.13$ [(2x + 3y) ও xy এর মান বসিয়ে]

$= 2197 - 1404 = 793$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ $p - q = 5, pq = 3$ হলে, $p^3 - q^3$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $p - q = 5$ এবং $pq = 3$

প্রদত্ত রাশি $= p^3 - q^3$

$= (p - q)^3 + 3pq(p - q)$

$= (5)^3 + 3 \times 3 \times 5$ [(p – q) ও pq এর মান বসিয়ে]

$= 125 + 45 = 170$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ $x - 2y = 3$ হলে, $x^3 - 8y^3 - 18xy$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $x - 2y = 3$

প্রদত্ত রাশি $= x^3 - 8y^3 - 18xy$

$= x^3 - (2y)^3 - 18xy$

$= (x - 2y)^3 + 3 \times x \times 2y(x - 2y) - 18xy$

$= (3)^3 + 6xy \times 3 - 18xy$

[$x - 2y$ এর মান বসিয়ে]

$= 27 + 18xy - 18xy$

$= 27$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ $4x - 3 = 5$ হলে, প্রমাণ কর যে, $64x^3 - 27 - 180x = 125$

সমাধান : দেওয়া আছে, $4x - 3 = 5$

বামপক্ষ $= 64x^3 - 27 - 180x$

$= (4x)^3 - (3)^3 - 180x$

$= (4x - 3)^3 + 3 \times 4x \times 3(4x - 3) - 180x$

$= (5)^3 + 36x \times 5 - 180x$ [$4x - 3$ এর মান বসিয়ে]

$= 125 + 180x - 180x = 125 =$ ডানপক্ষ

$\therefore 64x^3 - 27 - 180x = 125$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ $a = -3$ এবং $b = 2$ হলে, $8a^3 + 36a^2b + 54ab^2 + 27b^3$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $a = -3$ ও $b = 2$

প্রদত্ত রাশি $= 8a^3 + 36a^2b + 54ab^2 + 27b^3$

$= (2a)^3 + 3 \times (2a)^2 \times 3b + 3 \times (2a) \times (3b)^2 + (3b)^3$

$= (2a + 3b)^3$

$= \{2.(-3) + 3.2\}^3$ [মান বসিয়ে]

$= (-6 + 6)^3 = (0)^3 = 0$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ $a = 7$ হলে, $a^3 + 6a^2 + 12a + 1$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $a = 7$

প্রদত্ত রাশি $= a^3 + 6a^2 + 12a + 1$

$= a^3 + 3 \times a^2 \times 2 + 3 \times a \times 4 + 8 - 7$

$= (a)^3 + 3 \times (a)^2 \times 2 + 3 \times a \times (2)^2 + (2)^3 - 7$

$= (a + 2)^3 - 7 = (7 + 2)^3 - 7$ [a এর মান বসিয়ে]

$= (9)^3 - 7 = 729 - 7 = 722$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ $x = 5$ হলে, $x^3 - 12x^2 + 48x - 64$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $x = 5$

প্রদত্ত রাশি $= x^3 - 12x^2 + 48x - 64$

$= x^3 - 3.x^2.4 + 3.x.16 - (4)^3$

$= (x)^3 - 3.(x)^2.4 + 3.x.(4)^2 - (4)^3$

$= (x - 4)^3 = (5 - 4)^3$ [x এর মান বসিয়ে]

$= (1)^3 = 1$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ $a^2 + b^2 = c^2$ হলে, প্রমাণ কর যে, $a^6 + b^6 + 3a^2b^2c^2 = c^6$

সমাধান : দেওয়া আছে, $a^2 + b^2 = c^2$

বামপক্ষ $= a^6 + b^6 + 3a^2b^2c^2$

$= (a^2)^3 + (b^2)^3 + 3a^2b^2c^2$

$= (a^2 + b^2)^3 - 3 \times a^2 \times b^2 (a^2 + b^2) + 3a^2b^2c^2$

$= (c^2)^3 - 3a^2b^2 \times c^2 + 3a^2b^2c^2$

[$(a^2 + b^2)$ এর মান বসিয়ে]

$= c^6 - 3a^2b^2c^2 + 3a^2b^2c^2 = c^6 =$ ডানপক্ষ

$\therefore a^6 + b^6 + 3a^2b^2c^2 = c^6$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ $x + \frac{1}{x} = 4$ হলে, প্রমাণ কর যে, $x^3 + \frac{1}{x^3} = 52$

সমাধান : দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = 4$

বামপক্ষ $= x^3 + \frac{1}{x^3} = (x)^3 + \left(\frac{1}{x}\right)^3$

$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3.\, x.\frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right)$

$= (4)^3 - 3.1.4$ [মান বসিয়ে]

$= 64 - 12 = 52 =$ ডানপক্ষ

$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = 52$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥ $a - \frac{1}{a} = 5$ হলে, $a^3 - \frac{1}{a^3}$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $a - \frac{1}{a} = 5$

প্রদত্ত রাশি $= a^3 - \frac{1}{a^3} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3.\, a.\frac{1}{a}\left(a - \frac{1}{a}\right)$

$= (5)^3 + 3 \times 5$ [মান বসিয়ে]

$= 125 + 15 = 140$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৫ ॥ সূত্রের সাহায্যে গুণফল নির্ণয় কর:

(ক) $(a^2 + b^2)(a^4 - a^2b^2 + b^4)$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি $= (a^2 + b^2)(a^4 - a^2b^2 + b^4)$

$= (a^2 + b^2)\{(a^2)^2 - a^2b^2 + (b^2)^2\}$

$= (a^2)^3 + (b^2)^3 = a^6 + b^6$ **(Ans.)**

(খ) $(ax - by)(a^2x^2 + abxy + b^2y^2)$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি $= (ax - by)(a^2x^2 + abxy + b^2y^2)$

$= (ax - by)\{(ax)^2 + ax.by + (by)^2\}$

$= (ax)^3 - (by)^3 = a^3x^3 - b^3y^3$ **(Ans.)**

(গ) $(2ab^2 - 1)(4a^2b^4 + 2ab^2 + 1)$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি $= (2ab^2 - 1)(4a^2b^4 + 2ab^2 + 1)$

$= (2ab^2 - 1)\{(2ab^2)^2 + 2ab^2 \times 1 + 1^2\}$

$= (2ab^2)^3 - (1)^3 = 8a^3b^6 - 1$ **(Ans.)**

(ঘ) $(x^2 + a)(x^4 - ax^2 + a^2)$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি $= (x^2 + a)(x^4 - ax^2 + a^2)$

$= (x^2 + a)\{(x^2)^2 - x^2 . a + (a)^2\}$

$= (x^2)^3 + (a)^3 = x^6 + a^3$ **(Ans.)**

(ঙ) $(7a + 4b)(49a^2 - 28ab + 16b^2)$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি $= (7a + 4b)(49a^2 - 28ab + 16b^2)$

$= (7a + 4b)\{(7a)^2 - 7a \times 4b + (4b)^2\}$

$= (7a)^3 + (4b)^3 = 343a^3 + 64b^3$ **(Ans.)**

(চ) $(2a - 1)(4a^2 + 2a + 1)(8a^3 + 1)$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি $= (2a - 1)(4a^2 + 2a + 1)(8a^3 + 1)$

$= (2a - 1)\{(2a)^2 + 2a \times 1 + (1)^2\}\{(2a)^3 + (1)^3\}$

$= \{(2a)^3 - (1)^3\}\{(2a)^3 + (1)^3\}$

$= (8a^3 - 1)(8a^3 + 1)$

$= (8a^3)^2 - (1)^2 = 64a^6 - 1$ **(Ans.)**

(ছ) $(x + a)(x^2 - ax + a^2)(x - a)(x^2 + ax + a^2)$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি $= (x + a)(x^2 - ax + a^2)(x - a)(x^2 + ax + a^2)$

$= (x + a)\{(x)^2 - x.a + (a)^2\}(x - a)\{(x)^2 + x. a + (a)^2\}$

$= \{(x)^3 + (a)^3\}\{(x)^3 - (a)^3\}$

$= (x^3 + a^3)(x^3 - a^3)$

$= (x^3)^2 - (a^3)^2 = x^6 - a^6$ **(Ans.)**

(জ) $(5a + 3b)(25a^2 - 15ab + 9b^2)(125a^3 - 27b^3)$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি $= (5a + 3b)(25a^2 - 15ab + 9b^2)(125a^3 - 27b^3)$

$= (5a + 3b)\{(5a)^2 - 5a \times 3b + (3b)^2\}(125a^3 - 27b^3)$

$= \{(5a)^3 + (3b)^3\}(125a^3 - 27b^3)$

$= (125a^3 + 27b^3)(125a^3 - 27b^3)$

$= (125a^3)^2 - (27b^3)^2$

$= 15625a^6 - 729b^6$ **(Ans.)**

অধ্যায় ৪ | ৪.৩ বীজগণিতীয় সূত্রাবলি ও প্রয়োগ
Algebraic Forrmulae & Applications

উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর :

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ $a^3 + 8$

সমাধান : $a^3 + 8 = (a)^3 + (2)^3$

$= (a + 2) \{(a)^2 - a \times 2 + (2)^2\} = (a + 2) (a^2 - 2a + 4)$ (**Ans.**)

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ $8x^3 + 343$

সমাধান : $8x^3 + 343$

$= (2x)^3 + (7)^3$

$= (2x + 7) \{(2x)^2 - 2x.7 + 7^2\}$

$= (2x + 7) (4x^2 - 14x + 49)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ $8a^4 + 27ab^3$

সমাধান : $8a^4 + 27ab^3 = a(8a^3 + 27b^3) = a\{(2a)^3 + (3b)^3\}$

$= a(2a + 3b) \{(2a)^2 - 2a \times 3b + (3b)^2\}$

$= a(2a + 3b) (4a^2 - 6ab + 9b^2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ $8x^3 + 1$

সমাধান : $8x^3 + 1 = (2x)^3 + (1)^3$

$= (2x + 1)\{(2x)^2 - 2x.1 + (1)^2\}$

$= (2x + 1)(4x^2 - 2x + 1)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ $64a^3 - 125b^3$

সমাধান : $64a^3 - 125b^3 = (4a)^3 - (5b)^3$

$= (4a - 5b)\{(4a)^2 + 4a \times 5b + (5b)^2\}$

$= (4a - 5b)(16a^2 + 20ab + 25b^2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ $729a^3 - 64b^3c^6$

সমাধান : $729a^3 - 64b^3c^6 = (9a)^3 - (4bc^2)^3$

$= (9a - 4bc^2) \{(9a)^2 + (9a) \times (4bc^2) + (4bc^2)^2\}$

$= (9a - 4bc^2) (81a^2 + 36abc^2 + 16b^2c^4)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ $27a^3b^3 + 64b^3c^3$

সমাধান : $27a^3b^3 + 64b^3c^3 = b^3(27a^3 + 64c^3)$

$= b^3\{(3a)^3 + (4c)^3\}$

$= b^3[(3a + 4c) \{(3a)^2 - (3a) \times (4c) + (4c)^2\}]$

$= b^3 (3a + 4c) (9a^2 - 12ac + 16c^2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ $56x^3 - 189y^3$

সমাধান : $56x^3 - 189y^3 = 7(8x^3 - 27y^3)$

$= 7\{(2x)^3 - (3y)^3\}$

$= 7(2x - 3y) \{(2x)^2 + 2x.3y + (3y)^2\}$

$= 7(2x - 3y) (4x^2 + 6xy + 9y^2)$ **(Ans.)**

উৎপাদক (Factor) : যদি কোনো বীজগণিতীয় রাশি দুই বা ততোধিক রাশির গুণফল হয়, তাহলে শেষোক্ত রাশিগুলোর প্রত্যেকটিকে প্রথম রাশির উৎপাদক বা গুণনীয়ক (Factor) বলা হয়।
যেমন : $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$, এখানে $(a + b)$ ও $(a - b)$ উৎপাদক।

উৎপাদকে বিশ্লেষণ (Factorization) : যখন কোনো বীজগণিতীয় রাশিকে সম্ভাব্য দুই বা ততোধিক সরল রাশির গুণফলরূপে প্রকাশ করা হয়, তখন একে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করা বলে এবং ঐ সরল রাশিগুলো প্রত্যেকটিকে প্রথমোক্ত রাশির উৎপাদক বলা হয়।
যেমন : $x^2 + 2x = x(x + 2)$ [এখানে, x ও $(x + 2)$ উৎপাদক]
$x^2 + px + q$ দ্বিঘাত সমীকরণটির উৎপাদক নির্ণয় করতে হলে, q কে এমন দুইটি উৎপাদকে প্রকাশ করতে হবে যার বীজগণিতীয় সমষ্টি p হয়। এই পদ্ধতিকে মধ্যপদ বিভাজন (Middle Term Breakup) বলে।
$ax^2 + bx + c$ আকারের রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করতে হলে, x^2 এর সহগ a এবং পদ ধ্রুবক c এর গুণফলকে এমন দুইটি উৎপাদকে প্রকাশ করতে হবে, যেন এদের বীজগণিতীয় যোগফল x এর সহগ b এর সমান হয় এবং a ও c এর গুণফলের সমান হয়।

গুণিতক (Multiple) : একটি রাশি (ভাজ্য) অপর একটি রাশি (ভাজক) দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হলে ভাজ্যকে ভাজকের একটি গুণিতক বলে।

গ.সা.গু (H.C.F) : দুই বা ততোধিক রাশির গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক হলো এমন একটি রাশি যা সাধারণ গুণনীয়কগুলোর মধ্যে সবচেয়ে বড় মানের একটি রাশি এবং যা দ্বারা প্রদত্ত রাশিগুলো নিঃশেষে বিভাজ্য হয়।

ল.সা.গু (L.C.M) : দুই বা ততোধিক সংখ্যার ল.সা.গু হচ্ছে এমন একটি সংখ্যা যা প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর সাধারণ গুণিতকগুলোর মধ্যে সবচেয়ে ছোট।

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ $3x - 75x^3$

সমাধান : $3x - 75x^3 \quad = 3x(1 - 25x^2)$

$= 3x\{(1)^2 - (5x)^2\} \quad = 3x(1 + 5x)(1 - 5x)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ $4x^2 - y^2$

সমাধান : $4x^2 - y^2 = (2x)^2 - (y)^2 = (2x + y)(2x - y)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ $3ay^2 - 48a$

সমাধান : $3ay^2 - 48a$

$= 3a(y^2 - 16) = 3a\{(y)^2 - (4)^2\} = 3a(y + 4)(y - 4)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ $a^2 - 2ab + b^2 - p^2$

সমাধান : $a^2 - 2ab + b^2 - p^2$

$= (a - b)^2 - p^2 \quad = (a - b + p)(a - b - p)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ $16y^2 - a^2 - 6a - 9$

সমাধান : $16y^2 - a^2 - 6a - 9$

$= 16y^2 - (a^2 + 6a + 9)$

$= (4y)^2 - \{(a)^2 + 2 \times a \times 3 + (3)^2\}$

$= (4y)^2 - (a + 3)^2$

$= (4y + a + 3)(4y - a - 3)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥ $8a + ap^3$

সমাধান : $8a + ap^3 = a(8 + p^3) \quad = a\{(2)^3 + (p)^3\}$

$= a(2 + p)(2^2 - 2 \times p + p^2)$

$= a(2 + p)(4 - 2p + p^2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৫ ॥ $2a^3 + 16b^3$

সমাধান : $2a^3 + 16b^3 = 2(a^3 + 8b^3) = 2\{(a)^3 + (2b)^3\}$

$= 2(a + 2b)\{a^2 - a \times 2b + (2b)^2\}$

$= 2(a + 2b)(a^2 - 2ab + 4b^2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৬ ॥ $x^2 + y^2 - 2xy - 1$

সমাধান : $x^2 + y^2 - 2xy - 1$

$= x^2 - 2xy + y^2 - 1$

$= (x - y)^2 - (1)^2 = (x - y + 1)(x - y - 1)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৭ ॥ $a^2 - 2ab + 2b - 1$

সমাধান : $a^2 - 2ab + 2b - 1$

$= a^2 - 2ab + b^2 - b^2 + 2b - 1$

$= (a - b)^2 - (b^2 - 2b + 1)$

$= (a - b)^2 - (b - 1)^2$

$= (a - b + b - 1)(a - b - b + 1)$

$= (a - 1)(a - 2b + 1)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৮ ॥ $x^4 - 2x^2 + 1$

সমাধান : $x^4 - 2x^2 + 1 = (x^2)^2 - 2 \times x^2 \times 1 + (1)^2$

$= (x^2 - 1)^2 = \{(x + 1)(x - 1)\}^2 = (x + 1)^2(x - 1)^2$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৯ ॥ $36 - 12x + x^2$

সমাধান : $36 - 12x + x^2$

$= x^2 - 12x + 36 = (x)^2 - 2.x.6 + (6)^2 = (x - 6)^2$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২০ ॥ $x^6 - y^6$

সমাধান : $x^6 - y^6 = (x^2)^3 - (y^2)^3$

$= (x^2 - y^2)\{(x^2)^2 + x^2y^2 + (y^2)^2\}$

$= (x + y)(x - y)\{(x^2)^2 + 2x^2y^2 + (y^2)^2 - x^2y^2\}$

$= (x + y)(x - y)\{(x^2 + y^2)^2 - (xy)^2\}$

$= (x + y)(x - y)(x^2 + y^2 + xy)(x^2 + y^2 - xy)$

$= (x + y)(x - y)\ (x^2 - xy + y^2)\ (x^2 + xy + y^2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২১ ॥ $(x - y)^3 + z^3$

সমাধান : $(x - y)^3 + z^3$

$= (x - y)^3 + (z)^3$

$= (x - y + z)\{(x - y)^2 - (x - y).\ z + (z)^2\}$

$= (x - y + z)(x^2 + y^2 - 2xy - xz + yz + z^2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২২ ॥ $64x^3 - 8y^3$

সমাধান : $64x^3 - 8y^3 = 8(8x^3 - y^3) = 8\{(2x)^3 - (y)^3\}$

$= 8(2x - y)\{(2x)^2 + 2x.y + (y)^2\}$

$= 8(2x - y)(4x^2 + 2xy + y^2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২৩ ॥ $x^2 + 14x + 40$

সমাধান : $x^2 + 14x + 40$

$= x^2 + 10x + 4x + 40$

$= x\ (x + 10) + 4\ (x + 10)$

$= (x + 4)(x + 10)$ **(Ans.)**

এখানে,

1×40

$4 \times 10 = 40$

এবং $10 + 4 = 14$

প্রশ্ন ॥ ২৪ ॥ $x^2 + 7x - 120$

সমাধান : $x^2 + 7x - 120$

$= x^2 + 15x - 8x - 120$

$= x(x + 15) - 8(x + 15)$

$= (x + 15)(x - 8)$ **(Ans.)**

এখানে,

$-1 \times 120 = -120$

$15 \times (-8) = -120$

এবং $15 + (-8) = 7$

প্রশ্ন ॥ ২৫ ॥ $x^2 - 51x + 650$

সমাধান : $x^2 - 51x + 650$

$= x^2 - 26x - 25x + 650$

$= x(x - 26) - 25(x - 26)$

$= (x - 26)(x - 25)$ **(Ans.)**

এখানে,

$(-1) \times (-650) = 650$

$(-26) \times (-25) = 650$

এবং $(-26) + (-25) = -51$

প্রশ্ন ॥ ২৬ ॥ $a^2 + 7ab + 12b^2$

সমাধান : $a^2 + 7ab + 12b^2$

$= a^2 + 4ab + 3ab + 12b^2$

$= a(a + 4b) + 3b(a + 4b)$

$= (a + 3b)(a + 4b)$ **(Ans.)**

এখানে, $1 \times 12 = 12$

$3 \times 4 = 12$

এবং $4 + 3 = 7$

প্রশ্ন ॥ ২৭ ॥ $p^2 + 2pq - 80q^2$

সমাধান : $p^2 + 2pq - 80q^2$

$= p^2 + 10pq - 8pq - 80q^2$

$= p(p + 10q) - 8q(p + 10q)$

$= (p + 10q)(p - 8q)$ **(Ans.)**

এখানে,

$1 \times (-80) = -80$

$10 \times (-8) = -80$

এবং $10 + (-8) = 2$

প্রশ্ন ॥ ২৮ ॥ $x^2 - 3xy - 40y^2$

সমাধান : $x^2 - 3xy - 40y^2$

$= x^2 - 8xy + 5xy - 40y^2$

$= x(x - 8y) + 5y(x - 8y)$

$= (x - 8y)(x + 5y)$ **(Ans.)**

এখানে,

$1 \times (-40) = -40$

$(-8) \times 5 = -40$

এবং $(-8) + 5 = -3$

প্রশ্ন ॥ ২৯ ॥ $(x^2 - x)^2 + 3(x^2 - x) - 40$

সমাধান : মনে করি, $x^2 - x = a$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= a^2 + 3a - 40$

$= a^2 + 8a - 5a - 40$

$= a(a + 8) - 5(a + 8)$

$= (a + 8)(a - 5)$

$= (x^2 - x + 8)(x^2 - x - 5)$ [মান বসিয়ে]

(Ans.)

এখানে,

$1 \times (-40) = -40$

$8 \times (-5) = -40$

এবং $8 + (-5) = 3$

প্রশ্ন ॥ ৩০ ॥ $(a^2 + b^2)^2 - 18(a^2 + b^2) - 88$

সমাধান : মনে করি, $a^2 + b^2 = x$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= x^2 - 18x - 88$

$= x^2 - 22x + 4x - 88$

$= x(x - 22) + 4(x - 22)$

$= (x + 4)(x - 22)$ [মান বসিয়ে]

$= (a^2 + b^2 + 4)(a^2 + b^2 - 22)$ **(Ans.)**

এখানে,

$1 \times (-88) = -88$

$(-22) \times 4 = -88$ এবং
$(-22) + 4 = -18$

প্রশ্ন ॥ ৩১ ॥ $(a^2 + 7a)^2 - 8(a^2 + 7a) - 180$

সমাধান : মনে করি, $a^2 + 7a = x$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= x^2 - 8x - 180$

$= x^2 - 18x + 10x - 180$

$= x(x - 18) + 10(x - 18)$

$= (x - 18)(x + 10)$

$= (a^2 + 7a - 18)(a^2 + 7a + 10)$ [মান বসিয়ে]
$= (a^2 + 9a - 2a - 18)(a^2 + 5a + 2a + 10)$
$= \{a(a + 9) - 2(a + 9)\}\{a(a + 5) + 2(a + 5)\}$
$= (a + 9)(a - 2)(a + 5)(a + 2)$
$= (a + 2)(a - 2)(a + 5)(a + 9)$
$= (a + 2)(a - 2)(a + 5)(a + 9)$ **(Ans.)**

এখানে,

$1 \times (-180) = -180$
$(-18) \times 10 = -180$

এবং $(-18) + 10 = -8$

প্রশ্ন ॥ ৩২ ॥ $x^2 + (3a + 4b)x + (2a^2 + 5ab + 3b^2)$

সমাধান : $x^2 + (3a + 4b)x + (2a^2 + 5ab + 3b^2)$

$= x^2 + (3a + 4b)x + (2a^2 + 3ab + 2ab + 3b^2)$

$= x^2 + (3a + 4b)x + \{a(2a + 3b) + b(2a + 3b)\}$

$= x^2 + (3a + 4b)x + (a + b)(2a + 3b)$

$= x^2 + \{(2a + 3b) + (a + b)\}x + (a + b)(2a + 3b)$

$= x^2 + (2a + 3b)x + (a + b)x + (a + b)(2a + 3b)$

$= x(x + 2a + 3b) + (a + b)(x + 2a + 3b)$

$= (x + a + b)(x + 2a + 3b)$ **(Ans.)**

এখানে,

$(a + b) \times (2a + 3b) = (a + b)(2a + 3b)$

এবং $(a + b) + (2a + 3b) = 3a + 4b$

প্রশ্ন ॥ ৩৩ ॥ $6x^2 - x - 15$

সমাধান : $6x^2 - x - 15$

$= 6x^2 - 10x + 9x - 15$

$= 2x(3x - 5) + 3(3x - 5)$

$= (2x + 3)(3x - 5)$ **(Ans.)**

এখানে,

$6 \times (-15) = -90$

$9 \times (-10) = -90$

এবং $9 + (-10) = -1$

প্রশ্ন ॥ ৩৪ ॥ $x^2 - x - (a + 1)(a + 2)$

সমাধান : $x^2 - x - (a + 1)(a + 2)$

$= x^2 + (a + 1)x - (a + 2)x - (a + 1)(a + 2)$

$= x(x + a + 1) - (a + 2)(x + a + 1)$

$= (x + a + 1)\{x - (a + 2)\}$

$= (x + a + 1)(x - a - 2)$ **(Ans.)**

এখানে, $-(a + 1) \times (a + 2)$

$= -(a + 1)(a + 2)$

এবং $(a + 1) + \{-(a + 2)\} = -1$

প্রশ্ন ॥ ৩৫ ॥ $3x^2 + 11x - 4$

সমাধান : $3x^2 + 11x - 4$

$= 3x^2 + 12x - x - 4$

$= 3x(x + 4) - 1(x + 4)$

$= (x + 4)(3x - 1)$ **(Ans.)**

এখানে,

$3 \times (-4) = -12$

$12 \times (-1) = -12$

এবং $12 + (-1) = 11$

প্রশ্ন ॥ ৩৬ ॥ $3x^2 - 16x - 12$

সমাধান : $3x^2 - 16x - 12$

$= 3x^2 - 18x + 2x - 12$

$= 3x(x - 6) + 2(x - 6)$

$= (3x + 2)(x - 6)$ **(Ans.)**

এখানে,

$3 \times (-12) = -36$

$(-18) \times 2 = -36$

এবং $(-18) + 2 = -16$

প্রশ্ন ॥ ৩৭ ॥ $2x^2 - 9x - 35$

সমাধান : $2x^2 - 9x - 35$

$= 2x^2 - 14x + 5x - 35$

$= 2x(x - 7) + 5(x - 7)$

$= (x - 7)(2x + 5)$

এখানে,

$2 \times (-35) = -70$

$(-14) \times 5 = -70$

এবং $(-14) + 5 = -9$

প্রশ্ন ॥ ৩৮ ॥ $2x^2 - 5xy + 2y^2$

সমাধান : $2x^2 - 5xy + 2y^2$

$= 2x^2 - 4xy - xy + 2y^2$

$= 2x(x - 2y) - y(x - 2y)$

$= (x - 2y)(2x - y)$ **(Ans.)**

এখানে,

$2 \times 2 = 4$

$(-4) \times (-1) = 4$

এবং $(-4) + (-1) = -5$

প্রশ্ন ॥ ৩৯ ॥ $x^3 - 8(x - y)^3$

সমাধান : $x^3 - 8(x - y)^3 = x^3 - \{2(x - y)\}^3$

$= \{x - 2(x - y)\}[(x)^2 + x.2(x - y) + \{2(x - y)\}^2]$

$= (x - 2x + 2y)\{x^2 + 2x(x - y) + 4(x^2 - 2xy + y^2)\}$

$= (2y - x)(x^2 + 2x^2 - 2xy + 4x^2 - 8xy + 4y^2)$

$= (2y - x)(7x^2 - 10xy + 4y^2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৪০ ॥ $10p^2 + 11pq - 6q^2$

সমাধান : $10p^2 + 11pq - 6q^2$

$= 10p^2 + 15pq - 4pq - 6q^2$

$= 5p(2p + 3q) - 2q(2p + 3q)$

$= (2p + 3q)(5p - 2q)$ **(Ans.)**

এখানে,

$10 \times (-6) = -60$

$15 \times (-4) = -60$

এবং $15 + (-4) = 11$

প্রশ্ন ॥ ৪১ ॥ $2(x + y)^2 - 3(x + y) - 2$

সমাধান : মনে করি, $x + y = a$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= 2a^2 - 3a - 2$

$= 2a^2 - 4a + a - 2$

$= 2a(a - 2) + 1(a - 2)$

$= (a - 2)(2a + 1)$

এখানে,

$2 \times (-2) = -4$

$(-4) \times 1 = -4$

$(-4) + 1 = -3$

$= (x + y - 2)\{2(x + y) + 1\}$ [মান বসিয়ে]

$= (x + y - 2)(2x + 2y + 1)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৪২ ॥ $ax^2 + (a^2 + 1)x + a$

সমাধান : $ax^2 + (a^2 + 1)x + a$

$= ax^2 + a^2x + x + a$

$= ax(x + a) + 1(x + a) = (x + a)(ax + 1)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৪৩ ॥ $15x^2 - 11xy - 12y^2$

সমাধান : $15x^2 - 11xy - 12y^2$

$= 15x^2 - 20xy + 9xy - 12y^2$

$= 5x(3x - 4y) + 3y(3x - 4y)$

$= (3x - 4y)(5x + 3y)$ **(Ans.)**

এখানে,

$15 \times (-12) = -180$

$(-20) \times 9 = -180$

এবং $(-20) + 9 = -11$

প্রশ্ন ॥ ৪৪ ॥ $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - 2b^3$

সমাধান : $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - 2b^3$

$= (a)^3 - 3 \times a^2 \times b + 3 \times a \times b^2 - b^3 - b^3$

$= (a - b)^3 - (b)^3$

$= \{(a - b) - b\}\{(a - b)^2 + (a - b)b + (b)^2\}$

$= (a - b - b)(a^2 - 2ab + b^2 + ab - b^2 + b^2)$

$= (a - 2b)(a^2 - ab + b^2)$ **(Ans.)**

অধ্যায় ৪ | ৪.৪ বীজগণিতীয় সূত্রাবলি ও প্রয়োগ
Algebraic Forrmulae & Applications

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ $-5-y$ এর বর্গ নিচের কোনটি?
(ক) $y^2 + 10y + 25$ (খ) $y^2 - 10y + 25$
(গ) $25 - 10y + y^2$ (ঘ) $y^2 - 10y - 25$ ক

ব্যাখ্যা : $(-5-y)^2 = \{-(5+y)\}^2$
$= (5+y)^2 = 5^2 + 2 \times 5 \times y + y^2$
$= y^2 + 10y + 25$

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ $(x-2)$ ও $(4x+3)$ এর গুণফল নিচের কোনটি?
(ক) $4x^2 - 5x + 6$ (খ) $4x^2 - 11x - 6$
(গ) $4x^2 + 5x - 6$ (ঘ) $4x^2 - 5x - 6$ ঘ

ব্যাখ্যা : $(x-2)(4x+3) = 4x^2 + 3x - 8x - 6 = 4x^2 - 5x - 6$

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ $x^2 - 2x - 3$ ও $x^2 + 2x - 3$ এর গ. সা. গু. কত?
(ক) $x + 1$ (খ) $x - 1$ (গ) 1 (ঘ) 0 গ

ব্যাখ্যা : $x^2 - 2x - 3 = x^2 - 3x + x - 3 = (x+1)(x-3)$
$x^2 + 2x - 3 = x^2 + 3x - x - 3 = (x-1)(x+3)$
$\therefore$ গ.সা.গু. $= 1$

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ $(3x-5)(5+3x)$ কে দুইটি রাশির বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) $3x^2 - 25$ (খ) $9x^2 - 5$
(গ) $(3x)^2 - 5^2$ (ঘ) $9x^2 - 25$ গ

ব্যাখ্যা : $(3x-5)(5+3x) = (3x)^2 - 5^2$

নিচের তথ্যের আলোকে (৫ – ৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
$x^2 - \sqrt{3}\,x + 1 = 0$ হলে

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ $x + \frac{1}{x}$ এর মান নিচের কোনাটি?
(ক) $-\sqrt{3}x$ (খ) $\sqrt{3}x$ (গ) $-\sqrt{3}$ (ঘ) $\sqrt{3}$ ঘ

ব্যাখ্যা : $x^2 - \sqrt{3}x + 1 = 0$
বা, $x^2 + 1 = \sqrt{3}x$ বা, $\frac{x^2+1}{x} = \sqrt{3}$ $\therefore$ $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান নিচের কোনটি?
(ক) 1 (খ) 5 (গ) 7 (ঘ) 11 ক

ব্যাখ্যা : $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \times x \times \frac{1}{x} = (\sqrt{3})^2 - 2 = 3 - 2 = 1$

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান নিচের কোনটি?
(ক) 12 (খ) $6\sqrt{3}$ (গ) $3\sqrt{3} + 3$ (ঘ) 0 ঘ

ব্যাখ্যা : $x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \times x \times \frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right)$
$= (\sqrt{3})^2 - 3.\sqrt{3} = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0$

■ **গুণনীয়ক (Factor) :** যদি কোনো বীজগণিতীয় রাশি দুই বা ততোধিক রাশির গুণফল হয় তাহলে শেষোক্ত রাশিগুলোর প্রত্যেকটিকে প্রথম রাশির গুণনীয়ক বলা হয়।

■ **সাধারণ গুণনীয়ক (Common Factor) :** যে রাশি দুই বা ততোধিক রাশির প্রত্যেকটির গুণনীয়ক, একে উক্ত রাশিগুলোর সাধারণ গুণনীয়ক বলে।

■ **গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (Highest Common Factor) :** দুই বা ততোধিক রাশির ভেতর যতগুলো মৌলিক সাধারণ গুণনীয়ক আছে, এদের সকলের গুণফলকে ঐ রাশিদ্বয় বা রাশিগুলোর গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক বা সংক্ষেপে গ.সা.গু. (H.C.F) বলে।

■ **সাধারণ গুণিতক (Common Multiple) :** কোনো একটি রাশি অপর দুই বা ততোধিক রাশি দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হলে, ভাজ্যকে ভাজকদ্বয় বা ভাজকগুলোর সাধারণ গুণিতক বলে।

■ **লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (Least Common Factor) :** দুই বা ততোধিক রাশির সম্ভাব্য সকল উৎপাদকের সর্বোচ্চ ঘাতের গুণফলকে রাশিগুলোর লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক বা সংক্ষেপে ল.সা.গু. (L.C.F) বলে।

■ **ল.সা.গু নির্ণয়ের নিয়ম :**
১. প্রথমে প্রদত্ত রাশিগুলোর সাংখ্যিক সহগের ল.সা.গু নির্ণয় করতে হবে।
২. বিদ্যমান রাশিগুলোতে উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ ঘাত বের করতে হবে।
৩. সাংখ্যিক সহগের ল.সা.গু এবং রাশিতে বিদ্যমান সাধারণ উৎপাদকের সর্বোচ্চ ঘাতের গুণফলই হবে নির্ণেয় ল.সা.গু।

■ **গ.সা.গু নির্ণয়ের নিয়ম :**
১. প্রথমে রাশিগুলোর সাংখ্যিক সহগের গ.সা.গু নির্ণয় করতে হবে।
২. বীজগণিতীয় রাশিগুলোর মৌলিক উৎপাদক বের করতে হবে।
৩. সাংখ্যিক সহগের গ.সা.গু এবং প্রদত্ত রাশিগুলোর সর্বোচ্চ বীজগণিতীয় সাধারণ মৌলিক উৎপাদকগুলোর ধারাবাহিক গুণফলই হবে নির্ণেয় গ.সা.গু।

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ $x^2 - x - 30$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষিতরূপ নিচের কোনটি?

(ক) $(x - 5)(x + 6)$ (খ) $(x + 5)(x - 6)$
(গ) $(x - 5)(x - 6)$ (ঘ) $(x + 5)(x + 6)$ খ

ব্যাখ্যা : $x^2 - x - 30 = x^2 - 6x + 5x - 30 = x(x - 6) + 5(x - 6) = (x + 5)(x - 6)$

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ $x^2 - 10x + 21$ ও $x^2 - 6x - 7$ দুইটি বীজগাণিতিক রাশি হলে

i. রাশি দুইটির গ.সা.গু. $x - 7$
ii. রাশি দুইটির ল.সা.গু. $(x + 1)(x - 3)(x - 7)$
iii. রাশি দুইটির গুণফল $x^4 - 60x^2 - 147$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii ক

ব্যাখ্যা : ১ম রাশি $= x^2 - 10x + 21 = x^2 - 7x - 3x + 2$
$= x(x - 7) - 3(x - 7) = (x - 3)(x - 7)$
২য় রাশি $= x^2 - 6x - 7 = x^2 - 7x + x - 7$
$= x(x - 7) + 1(x - 7) = (x + 1)(x - 7)$
(i) রাশি দুইটির গ.সা.গু. $= x - 7$
(ii) রাশি দুইটির ল.সা.গু. $= (x + 1)(x - 3)(x - 7)$
(iii) রাশি দুইটির গুণফল $= (x^2 - 10x + 21)(x^2 - 6x - 7)$
$= x^4 - 16x^3 + 74x^2 - 56x - 147$; [সঠিক নয়]

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ বীজগণিতের সূত্রাবলিতে-

(i) $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$
(ii) $ab = \left(\frac{a + b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a - b}{2}\right)^2$
(iii) $x^3 + y^3 = (x + y)^3 + 3xy(x + y)$

উপরের তথ্য অনুযায়ী নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii ক

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ $x + y = 5$ এবং $x - y = 3$ হলে,

(১) $x^2 + y^2$ এর মান কত?

(ক) 15 (খ) 16 (গ) 17 (ঘ) 18 গ

(২) xy এর মান কত?

(ক) 10 (খ) 8 (গ) 6 (ঘ) 4 ঘ

(৩) $x^2 - y^2$ এর মান কত?

(ক) 13 (খ) 14 (গ) 15 (ঘ) 16 গ

ব্যাখ্যা : (১) $2(x^2 + y^2) = (x + y)^2 + (x - y)^2$
$= 5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$
$\therefore x^2 + y^2 = 17$

(২) $xy = \left(\frac{x + y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x - y}{2}\right)^2$

$= \left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{25}{4} - \frac{9}{4} = \frac{16}{4} = 4$

(৩) $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y) = 5 \times 3 = 15$

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ $x + \frac{1}{x} = 2$ হলে,

(১) $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2$ এর মান কত?

(ক) 0 (খ) 1 (গ) 2 (ঘ) 4 ক

(২) $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান কত?

(ক) 1 (খ) 2 (গ) 3 (ঘ) 4 খ

(৩) $x^4 + \frac{1}{x^4}$ এর মান কত?

(ক) 8 (খ) 6 (গ) 4 (ঘ) 2 ঘ

ব্যাখ্যা : (১) $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4.x.\frac{1}{x} = 2^2 - 4 = 4 - 4 = 0$

(২) $x^3 + \left(\frac{1}{x}\right)^3 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3.x.\frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right)$

$= 2^3 - 3 \times 2 = 8 - 6 = 2$

(৩) $x^4 + \frac{1}{x^4} = (x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2.x^2.\frac{1}{x^2}$

$= \left\{(x)^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2\right\}^2 - 2 = \left\{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2.x.\frac{1}{x}\right\}^2 - 2$

$= \{(2)^2 - 2\}^2 - 2$ [মান বসিয়ে]

$= \{4 - 2\}^2 - 2 = 2^2 - 2 = 4 - 2 = 2$

গ.সা.গু. নির্ণয় কর (১৩ - ২০) :

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ $36a^2b^2c^4d^5, 54a^5c^2d^4$ এবং $90a^4b^3c^2$

সমাধান : 36, 54 ও 90 এর গ.সা.গু. =18

এবং $a^2b^2c^4d^5, a^5c^2d^4$ ও $a^4b^3c^2$ এর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত যথাক্রমে a^2 ও c^2

নির্ণেয় গ.সা.গু. $18a^2c^2$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥ $20x^3y^2a^3b^4, 15x^4y^3a^4b^3$ এবং $35x^2y^4a^3b^2$

সমাধান : 20, 15, 35 এবং গ.সা.গু. = 5

এবং $x^3y^2a^3b^4, x^4y^3a^4b^3$ এবং $x^2y^4a^3b^2$ এর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাতের উৎপাদক যথাক্রমে x^2, y^2, a^3 ও b^2

নির্ণেয় গ.সা.গু. $5x^2y^2a^3b^2$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৫ ॥ $15x^2y^3z^4a^3, 12x^3y^2z^3a^4$ এবং $27x^3y^4z^5a^7$

সমাধান : 15, 12 ও 27 এর গ.সা.গু. = 3

এবং $x^2y^3z^4a^3, x^3y^2z^3a^4$ এবং $x^3y^4z^5a^7$ এর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাতের উৎপাদক যথাক্রমে x^2, y^2, z^3 ও a^3

নির্ণেয় গ.সা.গু. $3x^2y^2z^3a^3$. **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৬ ॥ $18a^3b^4c^5, 42a^4c^3d^4, 60b^3c^4d^5$ এবং $78a^2b^4d^3$

সমাধান : 18, 42, 60 ও 78 এর গ. সা. গু. = 6

এবং $a^3b^4c^5, a^4c^3d^4, b^3c^4d^5$ ও $a^2b^4d^3$ এর সর্বোচ্চ কোনো সাধারণ ঘাত নেই।

নির্ণেয় গ.সা.গু. 6 **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৭ ॥ $x^2 - 3x, x^2 - 9$ এবং $x^2 - 4x + 3$

সমাধান : প্রথম রাশি $= x^2 - 3x = x(x - 3)$

দ্বিতীয় রাশি $= x^2 - 9 = (x)^2 - (3)^2 = (x + 3)(x - 3)$

তৃতীয় রাশি $= x^2 - 4x + 3$

$= x^2 - 3x - x + 3$

$= x(x - 3) - 1(x - 3) = (x - 3)(x - 1)$

রাশিগুলোতে সাধারণ উৎপাদক $(x - 3)$ এবং এর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাতযুক্ত উৎপাদক $(x - 3)$
নির্ণেয় গ.সা.গু. $(x - 3)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৮ ॥ $18(x + y)^3, 24(x + y)^2$ এবং $32(x^2 - y^2)$

সমাধান : 18, 24 ও 32 এর গ.সা.গু. = 2

প্রথম রাশি $= 18(x + y)^3 = 18(x + y)(x + y)(x + y)$

দ্বিতীয় রাশি $= 24(x + y)^2 = 24(x + y)(x + y)$

তৃতীয় রাশি $= 32(x^2 - y^2) = 32(x + y)(x - y)$

নির্ণেয় গ. সা. গু. $2(x + y)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৯ ॥ $a^2b(a^3 - b^3), a^2b^2(a^4 + a^2b^2 + b^4)$ এবং $a^3b^2 + a^2b^3 + ab^4$

সমাধান : প্রথম রাশি $= a^2b(a^3 - b^3) = a^2b(a - b)(a^2 + ab + b^2)$

দ্বিতীয় রাশি $= a^2b^2(a^4 + a^2b^2 + b^4)$

$= a^2b^2\{(a^2)^2 + 2a^2b^2 + (b^2)^2 - a^2b^2\}$

$= a^2b^2\{(a^2 + b^2)^2 - (ab)^2\}$

$= a^2b^2(a^2 + b^2 + ab)(a^2 + b^2 - ab)$

$= a^2b^2(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$

তৃতীয় রাশি $= a^3b^2 + a^2b^3 + ab^4 = ab^2(a^2 + ab + b^2)$

নির্ণেয় গ.সা.গু. $ab(a^2 + ab + b^2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২০ ॥ $a^3 - 3a^2 - 10a,\ a^3 + 6a^2 + 8a$ এবং $a^4 - 5a^3 - 14a^2$

সমাধান : প্রথম রাশি $= a^3 - 3a^2 - 10a$

$= a(a^2 - 3a - 10)$

$= a(a^2 - 5a + 2a - 10)$

$= a\{a(a - 5) + 2(a - 5)\} = a(a - 5)(a + 2)$

দ্বিতীয় রাশি $= a^3 + 6a^2 + 8a$

$= a(a^2 + 6a + 8)$

$= a(a^2 + 4a + 2a + 8)$

$= a\{a(a + 4) + 2(a + 4)\} = a(a + 4)(a + 2)$

তৃতীয় রাশি $= a^4 - 5a^3 - 14a^2$

$= a^2(a^2 - 5a - 14)$

$= a^2(a^2 - 7a + 2a - 14)$

$= a^2\{a(a - 7) + 2(a - 7)\} = a^2(a - 7)(a + 2)$

নির্ণেয় গ. সা. গু. $a(a + 2)$ **(Ans.)**

ল.সা.গু. নির্ণয় কর (২১ - ২৮) :

প্রশ্ন ॥ ২১ ॥ a^5b^2c, ab^3c^2 এবং $a^7b^4c^3$

সমাধান : প্রদত্ত রাশিগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাতের উৎপাদক যথাক্রমে a^7, b^4, c

নির্ণেয় ল.সা.গু. $= a^7b^4c^3$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২২ ॥ $5a^2b^3c^2, 10ab^2c^3$ এবং $15ab^3c$

সমাধান : এখানে, 5, 10 ও 15 এর ল.সা.গু. = 30

প্রদত্ত রাশিগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাতের উৎপাদক যথাক্রমে a^2, b^3 ও c^3

নির্ণেয় ল.সা.গু. = $30a^2b^3c^3$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২৩ ॥ $3x^3y^2, 4xy^3z, 5x^4y^2z^2$ এবং $12xy^4z^2$

সমাধান : এখানে, 3, 4, 5 ও 12 এর ল.সা.গু. = 60

প্রদত্ত রাশিগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাতের উৎপাদক যথাক্রমে x^4, y^4 ও z^2

নির্ণেয় ল.সা.গু. = $60x^4y^4z^2$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২৪ ॥ $3a^2d^3, 9d^2b^2, 12c^3d^2, 24a^3b^2$ এবং $36c^3d^2$

সমাধান : এখানে, 3, 9, 12, 24 ও 36 এর ল.সা.গু. = 72

প্রদত্ত রাশিগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাতের উৎপাদক যথাক্রমে

a^3, b^2, c^3 ও d^3

নির্ণেয় ল.সা.গু. = $72a^3b^2c^3d^3$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২৫ ॥ $x^2 + 3x + 2, x^2 - 1$ এবং $x^2 + x - 2$

সমাধান : এখানে, প্রথম রাশি $= x^2 + 3x + 2$

$= x^2 + 2x + x + 2$

$= x(x + 2) + 1(x + 2)$

$= (x + 2)(x + 1)$

দ্বিতীয় রাশি $= x^2 - 1 = (x)^2 - (1)^2 = (x + 1)(x - 1)$

তৃতীয় রাশি $= x^2 + x - 2$

$= x^2 + 2x - x - 2$

$= x(x + 2) - 1(x + 2) = (x + 2)(x - 1)$

নির্ণেয় ল.সা.গু.$= (x + 1)(x - 1)(x + 2) = (x^2 - 1)(x + 2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২৬ ॥ $x^2 - 4, x^2 + 4x + 4$ এবং $x^3 - 8$

সমাধান : এখানে, প্রথম রাশি $= x^2 - 4 = x^2 - 2^2$

$= (x + 2)(x - 2)$

দ্বিতীয় রাশি $= x^2 + 4x + 4$

$= x^2 + 2x + 2x + 4$

$= x(x + 2) + 2(x + 2) = (x + 2)(x + 2)$

তৃতীয় রাশি $= x^3 - 8 = x^3 - 2^3$

$= (x - 2)(x^2 + x \times 2 + 2^2) = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$

নির্ণেয় ল. সা. গু. $= (x + 2)(x - 2)(x + 2)(x^2 + 2x + 4)$

$= (x + 2)^2(x^3 - 8)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২৭ ॥ $6x^2 - x - 1, 3x^2 + 7x + 2$ এবং $2x^2 + 3x - 2$

সমাধান : এখানে, ১ম রাশি $= 6x^2 - x - 1$

$= 6x^2 - 3x + 2x - 1$

$= 3x(2x - 1) + 1(2x - 1)$

$= (2x - 1)(3x + 1)$

দ্বিতীয় রাশি $= 3x^2 + 7x + 2$

$= 3x^2 + 6x + x + 2$
$= 3x(x + 2) + 1(x + 2)$
$= (x + 2)(3x + 1)$

তৃতীয় রাশি$= 2x^2 + 3x - 2$

$= 2x^2 + 4x - x - 2$
$= 2x(x + 2) - 1(x + 2)$
$= (x + 2)(2x - 1)$

নির্ণেয় ল. সা. গু. $= (2x - 1)(3x + 1)(x + 2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২৮ ॥ $a^3 + b^3, (a + b)^3, (a^2 - b^2)^2$ এবং $(a^2 - ab + b^2)^2$

সমাধান : এখানে, প্রথম রাশি $= a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

দ্বিতীয় রাশি $= (a + b)^3 = (a + b)(a + b)(a + b)$

তৃতীয় রাশি $= (a^2 - b^2)^2 = \{(a + b)(a - b)\}^2$

$= (a + b)^2 (a - b)^2$
$= (a + b)(a + b)(a - b)(a - b)$

চতুর্থ রাশি $= (a^2 - ab + b^2)^2 = (a^2 - ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$

নির্ণেয় ল.সা.গু. $= (a + b)(a + b)(a + b)(a - b)(a - b)(a^2 - ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$

$= (a - b)^2 (a + b)^3 (a^2 - ab + b^2)^2$

প্রশ্ন ॥ ২৯ ॥ $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$ হলে,

(ক) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

(খ) $\frac{x^6 + 1}{x^3}$ এর মান কত?

(গ) $x^2 - \frac{1}{x^2}$ এর ঘন নির্ণয় করে মান বের কর।

সমাধান : (ক) দেওয়া আছে, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$

$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (x)^2 + 2.x.\frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x}\right)^2$

$= x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 3 + 2$ [মান বসিয়ে]

$= 5$ **(Ans.)**

(খ) **'ক' হতে প্রাপ্ত** $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 5$

$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$ [বর্গমূল করে]

প্রদত্ত রাশি $= \frac{x^6 + 1}{x^3} = \frac{x^6}{x^3} + \frac{1}{x^3} = x^3 + \frac{1}{x^3}$

$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3.x.\frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right)$

$= (\sqrt{5})^3 - 3.1.\sqrt{5}$ [মান বসিয়ে]

$= 5\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$ **(Ans.)**

(গ) দেওয়া আছে, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$

আমরা জানি, $\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^2 = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 4x^2.\frac{1}{x^2}$

$= (3)^2 - 4 = 9 - 4 = 5$

$\therefore x^2 - \frac{1}{x^2} = \sqrt{5}$ [বর্গমূল করে]

এখন, $x^2 - \frac{1}{x^2}$ এর ঘন

$= \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^3 = (x^2)^3 - \left(\frac{1}{x^2}\right)^3 - 3.x^2.\frac{1}{x^2}\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)$

$= \left\{(x^2)^3 - \left(\frac{1}{x^2}\right)^3\right\} - 3\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)$

$= \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^3 + 3.x^2.\frac{1}{x^2}\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right) - 3\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)$

$= (\sqrt{5})^3 + 3.1.\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$ [মান বসিয়ে]

$= 5\sqrt{5} + 3\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৩০ ॥ $3x - 5y + 3z$ এবং $3x + 5y - z$ দুইটি বীজগাণিতিক রাশি।

(ক) ১ম রাশিটির বর্গ নির্ণয় করো।
(খ) রাশি দুইটির গুণফলকে দু'টি বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ করো।
(গ) ২য় রাশিটির মান শূন্য হলে প্রমাণ কর যে,
$27x^3 + 125y^3 + 45xyz = z^3$

সমাধান :

ক) ১ম রাশি = $3x - 5y + 3z$ এর বর্গ

$= (3x - 5y + 3z)^2$

$= \{(3x - 5y) + 3z\}^2$

$= (3x - 5y)^2 + 2(3x - 5y)3z + (3z)^2$

$= (3x)^2 - 2.3x.5y + (5y)^2 + 6z(3x - 5y) + 9z^2$

$= 9x^2 - 30xy + 25y^2 + 18xz - 30yz + 9z^2$

$= 9x^2 + 25y^2 + 9z^2 - 30xy - 30yz + 18xz$ **(Ans.)**

খ) আমরা জানি, $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$\therefore (3x - 5y + 3z)(3x + 5y - z)$

$= \left\{\frac{(3x-5y+3z)+(3x+5y-z)}{2}\right\}^2 - \left\{\frac{(3x-5y+3z)-(3x+5y-z)}{2}\right\}^2$

$= \left(\frac{3x-5y+3z+3x+5y-z}{2}\right)^2 - \left(\frac{3x-5y+3z-3x-5y+z}{2}\right)^2$

$= \left(\frac{6x+2z}{2}\right)^2 - \left(\frac{4z-10y}{2}\right)^2$

$= \left\{\frac{2(z+3x)}{2}\right\}^2 - \left\{\frac{-2(5y-2z)}{2}\right\}^2$

$= (z + 3x)^2 - (5y - 2z)^2$ **(Ans.)**

গ) দেওয়া আছে, $3x + 5y - z = 0$
বা, $3x + 5y = z$
বা, $(3x + 5y)^3 = z^3$ [উভয়পক্ষকে ঘন করে]
বা, $(3x)^3 + (5y)^3 + 3.\,3x.5y\,(3x + 5y) = z^3$
বা, $27x^3 + 125y^3 + 45xy.z = z^3$ [$\because$ $3x + 5y = z$]
$\therefore$ $27x^3 + 125y^3 + 45xyz = z^3$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ৩১ ॥ $P = 3x^2 - 16x - 12$, $Q = 3x^2 + 5x + 2$, $R = 3x^2 - x - 2$ তিনটি বীজগাণিতিক রাশি।
(ক) উৎপাদকে বিশ্লেষণ বলতে কী বুঝায়?
(খ) $Q = 0$ এবং $x \neq 0$ হলে $9x^2 + \frac{4}{x^2}$ এর মান নির্ণয় করো।
(গ) P, Q, R এর ল. সা. গু. নির্ণয় করো।
সমাধান :
ক) যখন কোনো বীজগণিতীয় রাশিকে সম্ভাব্য দুই বা ততোধিক রাশির গুণফলরূপে প্রকাশ করা হয়, তখন একে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করা বলা হয়।

খ) এখানে, $Q = 0$
বা, $3x^2 + 5x + 2 = 0$
বা, $\frac{3x^2 + 5x + 2}{x} = \frac{0}{x}$ [উভয়পক্ষকে x দ্বারা ভাগ করে]
বা, $3x + 5 + \frac{2}{x} = 0$
বা, $3x + \frac{2}{x} = -5$
বা, $\left(\text{তী} + \frac{\text{২}}{\text{ন}}\right)^{\text{২}} = (-5)^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]
বা, $(3x)^2 + 2.3x.\frac{2}{x} + \left(\frac{2}{x}\right)^2 = 25$
বা, $9x^2 + 12 + \frac{4}{x^2} = 25$
বা, $9x^2 + \frac{4}{x^2} = 25 - 12$ $\therefore$ $9x^2 + \frac{4}{x^2} = 13$ **(Ans.)**

গ) এখানে,
$P = 3x^2 - 16x - 12$
$= 3x^2 - 18x + 2x - 12$
$= 3x(x - 6) + 2(x - 6) = (x - 6)(3x + 2)$
$Q = 3x^2 + 5x + 2$
$= 3x^2 + 3x + 2x + 2$
$= 3x(x + 1) + 2(x + 1) = (3x + 2)(x + 1)$
$R = 3x^2 - x - 2$
$= 3x^2 - 3x + 2x - 2$
$= 3x(x - 1) + 2(x - 1) = (3x + 2)(x - 1)$
নির্ণেয় ল.সা.গু. $(3x + 2)(x - 6)(x + 1)(x - 1)$ **(Ans.)**

অধ্যায় ৫ ৫.১

বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ
Algebraic Fractions

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর :

(ক) $\dfrac{4x^2y^3z^5}{9x^5y^2z^3}$

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশটি, $\dfrac{4x^2y^3z^5}{9x^5y^2z^3}$

এখানে, 4 ও 9 এর গ.সা.গু. হলো 1

x^2 ও x^5 এর " " x^2

y^3 ও y^2 এর " " y^2

z^5 ও z^3 এর " " z^3

$\therefore$ $4x^2y^3z^5$ ও $9x^5y^2z^3$ এর গ.সা.গু. হলো $x^2y^2z^3$

$\dfrac{4x^2y^3z^5}{9x^5y^2z^3}$ এর লব ও হরকে $x^2y^2z^3$ দ্বারা ভাগ করে পাওয়া যায় $\dfrac{4yz^2}{9x^3}$

অতএব, $\dfrac{4x^2y^3z^5}{9x^5y^2z^3}$ এর লঘিষ্ঠ আকার হলো $\dfrac{4yz^2}{9x^3}$ **(Ans.)**

(খ) $\dfrac{16(2x)^4\,(3y)^5}{(3x)^3\,(2y)^6}$

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশটি $\dfrac{16(2x)^4\,(3y)^5}{(3x)^3\,(2y)^6}$

এখানে, $16\times2^4\times3^5$ ও $3^3\times2^6$ এর গ.সা.গু. হলো $2^6\times3^3$

x^4 ও x^3 এর " " x^3

y^5 ও y^6 এর " " y^5

$\therefore$ $16(2x)^4\,(3y)^5$ ও $(3x)^3\,(2y)^6$ এর গ.সা.গু. হলো $2^6\,3^3x^3y^5$

এখন, $\dfrac{16(2x)^4\,(3y)^5}{(3x)^3(2y)^6}$ এর লব ও হরকে $2^6\times3^3x^3y^5$ দ্বারা ভাগ করে পাওয়া যায় $\dfrac{2^2\times3^2x}{y}=\dfrac{36x}{y}$

অতএব, $\dfrac{16(2x)^4\,(3y)^5}{(3x)^3\,(2y)^6}$ এর লঘিষ্ঠ আকার হলো $\dfrac{36x}{y}$ **(Ans.)**

(গ) $\dfrac{x^3y+xy^3}{x^2y^3+x^3y^2}$

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশটি $\dfrac{x^3y+xy^3}{x^2y^3+x^3y^2}$

এখানে, লব = $x^3y+xy^3=xy(x^2+y^2)$

এবং হর = $x^2y^3+x^3y^2=x^2y^2(y+x)=x^2y^2(x+y)$

$\therefore$ লব ও হরের গ.সা.গু. = xy

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে xy দ্বারা ভাগ করে পাওয়া যায় $\dfrac{x^2+y^2}{xy(x+y)}$

অতএব, ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ আকার $\dfrac{x^2+y^2}{xy(x+y)}$ **(Ans.)**

■ **বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ :**
যদি m ও n দুইটি বীজগণিতীয় রাশি হয়, তবে $\frac{m}{n}$ একটি বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ, যেখানে $n\neq0$। এখানে, $\frac{m}{n}$ ভগ্নাংশটির m কে লব এবং n কে হর বলা হয়।
উদাহরণস্বরূপ, $\frac{a}{b}$, $\frac{x+y}{y}$, $\frac{x^2+a^2}{x+a}$ ইত্যাদি বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ।

■ **ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠকরণ :**
কোনো বীজগণিতীয় ভগ্নাংশের লব ও হরের সাধারণ গুণনীয়ক থাকলে, ভগ্নাংশটির লব ও হরের গ.সা.গু. দিয়ে লব ও হরকে ভাগ করলে, লব ও হরের ভাগফল দ্বারা গঠিত নতুন ভগ্নাংশটিই হবে প্রদত্ত ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠকরণ।

■ **ভগ্নাংশকে সাধারণ হরবিশিষ্টকরণ :** দুই বা ততোধিক ভগ্নাংশকে সাধারণ হরবিশিষ্ট করতে নিচের ধাপগুলো অনুসরণ করতে হবে :
১। হরগুলোর ল.সা.গু নির্ণয় করতে হবে।
২। ভগ্নাংশের হর দিয়ে ল.সা.গু কে ভাগ করতে হবে।
৩। হর দিয়ে ল.সা.গু কে ভাগ করা হলে যে ভাগফল পাওয়া যাবে, সেই ভাগফল দ্বারা ঐ ভগ্নাংশের লব ও হরকে গুণ করতে হবে।

■ **ভগ্নাংশের যোগ :** দুই বা ততোধিক ভগ্নাংশের যোগ করতে হলে ভগ্নাংশগুলোকে সাধারণ হরবিশিষ্ট করে লবগুলোকে যোগ করলে যোগফল হবে একটি নতুন ভগ্নাংশ যার লব হবে সাধারণ হরবিশিষ্টকরণকৃত ভগ্নাংশগুলোর লবের যোগফল এবং হর হবে ভগ্নাংশগুলোর হরের ল.সা.গু।

■ **ভগ্নাংশের বিয়োগ :** দুইটি ভগ্নাংশের বিয়োগ করতে হলে ভগ্নাংশ দুটিকে সাধারণ হরবিশিষ্ট করে লব দুটিকে বিয়োগ করলে বিয়োগফল হবে একটি নতুন ভগ্নাংশ, যার লব হবে সাধারণ হরবিশিষ্টকরণকৃত ভগ্নাংশ দুইটির লবের বিয়োগফল এবং হর হবে ভগ্নাংশ দুইটির হরের ল.সা.গু ।

(ঘ) $\frac{(a-b)(a+b)}{a^3-b^3}$

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশটি $\frac{(a-b)(a+b)}{a^3-b^3}$

এখানে, লব = $(a-b)(a+b)$ এবং হর = $a^3-b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$

$\therefore$ লব ও হরের গ.সা.গু. = $(a-b)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $(a-b)$ দ্বারা ভাগ করে পাওয়া যায় $\frac{a+b}{a^2+ab+b^2}$

অতএব, ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ আকার $\frac{a+b}{a^2+ab+b^2}$ **(Ans.)**

(ঙ) $\frac{x^2-6x+5}{x^2-25}$

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশটি $\frac{x^2-6x+5}{x^2-25}$

এখানে, লব= x^2-6x+5
$= x^2-5x-x+5$
$= x(x-5)-1(x-5) = (x-5)(x-1)$

এবং হর = $x^2-25 = x^2-(5)^2 \quad = (x+5)(x-5)$

$\therefore$ লব ও হরের গ.সা.গু. = $(x-5)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $(x-5)$ দ্বারা ভাগ করে পাওয়া যায় $\frac{x-1}{x+5}$

অতএব, ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ আকার $\frac{x-1}{x+5}$ **(Ans.)**

(চ) $\frac{x^2-7x+12}{x^2-9x+20}$

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশটি $\frac{x^2-7x+12}{x^2-9x+20}$

এখানে, লব= $x^2-7x+12$
$= x^2-3x-4x+12$
$= x(x-3)-4(x-3)$
$= (x-3)(x-4)$

এবং হর $= x^2-9x+20$
$= x^2-4x-5x+20$
$= x(x-4)-5(x-4) = (x-4)(x-5)$

$\therefore$ লব ও হরের গ.সা.গু. = $(x-4)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $(x-4)$ দ্বারা ভাগ করে পাওয়া যায় $\frac{x-3}{x-5}$ অতএব, ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ আকার $\frac{x-3}{x-5}$ **(Ans.)**

(ছ) $\frac{(x^3-y^3)(x^2-xy+y^2)}{(x^2-y^2)(x^3+y^3)}$

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশটি $\frac{(x^3-y^3)(x^2-xy+y^2)}{(x^2-y^2)(x^3+y^3)}$

এখানে, লব = $(x^3-y^3)(x^2-xy+y^2)$
$= (x-y)(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$

এবং হর $= (x^2 - y^2)(x^3 + y^3)$
$= (x + y)(x - y)(x + y)(x^2 - xy + y^2)$

$\therefore$ লব ও হরের গ.সা.গু. $= (x - y)(x^2 - xy + y^2)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশটির লব ও হরকে $(x - y)(x^2 - xy + y^2)$ দ্বারা ভাগ করে পাওয়া যায় $\frac{x^2 + xy + y^2}{(x + y)^2}$

অতএব, ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ আকার $\frac{x^2 + xy + y^2}{(x + y)^2}$ **(Ans.)**

(জ) $\frac{a^2 - b^2 - 2bc - c^2}{a^2 + 2ab + b^2 - c^2}$

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশটি $\frac{a^2 - b^2 - 2bc - c^2}{a^2 + 2ab + b^2 - c^2}$

এখানে, লব $= a^2 - b^2 - 2bc - c^2$
$= a^2 - (b^2 + 2bc + c^2)$
$= a^2 - (b + c)^2$
$= (a + b + c)(a - b - c)$

এবং হর $= a^2 + 2ab + b^2 - c^2$
$= (a + b)^2 - c^2$
$= (a + b + c)(a + b - c)$

$\therefore$ লব ও হরের গ.সা.গু. $= (a + b + c)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $(a + b + c)$ দ্বারা ভাগ করে পাওয়া যায় $\frac{a - b - c}{a + b - c}$

অতএব, ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ আকার $\frac{a - b - c}{a + b - c}$ **(Ans.)**

জেনে রাখ : লঘিষ্ঠরূপ অর্থ সবচেয়ে ছোট করে ফেলা। যার পর আর ছোট করা যায় না।

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর :

(ক) $\frac{x^2}{xy}, \frac{y^2}{yz}, \frac{z^2}{zx}$

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{x^2}{xy}, \frac{y^2}{yz}$ ও $\frac{z^2}{zx}$

এখানে, ১ম ভগ্নাংশের হর $= xy$, ২য় ভগ্নাংশের হর $= yz$
এবং৩য় ভগ্নাংশের হর $= zx$
$\therefore$ হরগুলোর ল.সা.গু. $= xyz$

অতএব, $\frac{x^2}{xy} = \frac{x^2 \times xyz}{xy \times xyz} = \frac{x^2z}{xyz}$; $\frac{y^2}{yz} = \frac{y^2 \times xyz}{yz \times xyz} = \frac{xy^2}{xyz}$

এবং $\frac{z^2}{zx} = \frac{z^2 \times xyz}{zx \times xyz} = \frac{yz^2}{xyz}$

অতএব, সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো হলো :
$\frac{x^2z}{xyz}, \frac{xy^2}{xyz}, \frac{yz^2}{xyz}$ **(Ans.)**

(খ) $\frac{x - y}{xy}, \frac{y - z}{yz}, \frac{z - x}{zx}$

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{x - y}{xy}, \frac{y - z}{yz}$ ও $\frac{z - x}{zx}$

এখানে, ১ম ভগ্নাংশের হর $= xy$
২য় ভগ্নাংশের হর $= yz$

৩য় ভগ্নাংশের হর = zx

∴ হরগুলোর ল.সা.গু. = xyz

অতএব, $\frac{x-y}{xy} = \frac{(x-y) \times xyz}{xy \times xyz} = \frac{z(x-y)}{xyz}$

$\frac{y-z}{yz} = \frac{(y-z) \times xyz}{yz \times xyz} = \frac{x(y-z)}{xyz}$

এবং $\frac{z-x}{zx} = \frac{(z-x) \times xyz}{zx \times xyz} = \frac{y(z-x)}{xyz}$

অতএব, সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো হলো :

$\frac{z(x-y)}{xyz}, \frac{x(y-z)}{xyz}, \frac{y(z-x)}{xyz}$ **(Ans.)**

(গ) $\frac{x}{x-y}, \frac{y}{x+y}, \frac{z}{x(x+y)}$

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{x}{x-y}, \frac{y}{x+y}$ ও $\frac{z}{x(x+y)}$

এখানে, ১ম ভগ্নাংশের হর = $x - y$

২য় ভগ্নাংশের হর = $x + y$

৩য় ভগ্নাংশের হর = $x(x + y)$

∴ হরগুলোর ল.সা.গু. = $x(x - y)(x + y) = x(x^2 - y^2)$

অতএব, $\frac{x}{x-y} = \frac{x \times x(x^2-y^2)}{(x-y) \times x(x^2-y^2)} = \frac{x^2(x+y)}{x(x^2-y^2)}$

$\frac{y}{x+y} = \frac{y \times x(x^2-y^2)}{(x+y) \times x(x^2-y^2)} = \frac{xy(x-y)}{x(x^2-y^2)}$

এবং $\frac{z}{x(x+y)} = \frac{z \times x(x^2-y^2)}{x(x+y) \times x(x^2-y^2)} = \frac{z(x-y)}{x(x^2-y^2)}$

অতএব, সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো হলো :

$\frac{x^2(x+y)}{x(x^2-y^2)}, \frac{xy(x-y)}{x(x^2-y^2)}, \frac{z(x-y)}{x(x^2-y^2)}$ **(Ans.)**

(ঘ) $\frac{x+y}{(x-y)^2}, \frac{x-y}{x^3+y^3}, \frac{y-z}{x^2-y^2}$

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{x+y}{(x-y)^2}, \frac{x-y}{x^3+y^3}$ ও $\frac{y-z}{x^2-y^2}$

এখানে, ১ম ভগ্নাংশের হর = $(x - y)^2$

২য় ভগ্নাংশের হর = $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$

৩য় ভগ্নাংশের হর = $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$

∴ হরগুলোর ল.সা.গু. = $(x - y)^2 (x + y)(x^2 - xy + y^2)$

$= (x - y)^2 (x^3 + y^3)$

অতএব, $\frac{x+y}{(x-y)^2} = \frac{(x+y) \times (x-y)^2 (x^3+y^3)}{(x-y)^2 \times (x-y)^2(x^3+y^3)}$

$= \frac{(x+y)(x^3+y^3)}{(x-y)^2 (x^3+y^3)}$

$$\frac{x-y}{x^3+y^3} = \frac{(x-y)\times(x-y)^2(x^3+y^3)}{(x^3+y^3)\times(x-y)^2(x^3+y^3)}$$
$$= \frac{(x-y)^3}{(x-y)^2(x^3+y^3)}$$

এবং $\frac{y-z}{x^2-y^2} = \frac{(y-z)\times(x-y)^2(x^3+y^3)}{(x^2-y^2)\times(x-y)^2(x^3+y^3)}$
$$= \frac{(y-z)(x-y)(x^2-xy+y^2)}{(x-y)^2(x^3+y^3)}$$

অতএব, সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো হলো :

$\frac{(x+y)(x^3+y^3)}{(x-y)^2(x^3+y^3)}, \frac{(x-y)^3}{(x-y)^2(x^3+y^3)}, \frac{(y-z)(x-y)(x^2-xy+y^2)}{(x-y)^2(x^3+y^3)}$ **(Ans.)**

(ঙ) $\frac{a}{a^3+b^3}, \frac{b}{(a^2+ab+b^2)}, \frac{c}{a^3-b^3}$

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{a}{a^3+b^3}, \frac{b}{(a^2+ab+b^2)}$ ও $\frac{c}{a^3-b^3}$

এখানে, ১ম ভগ্নাংশের হর $= a^3+b^3$
$= (a+b)(a^2-ab+b^2)$

২য় ভগ্নাংশের হর $= a^2+ab+b^2$

৩য় ভগ্নাংশের হর $= a^3-b^3$
$= (a-b)(a^2+ab+b^2)$

$\therefore$ হরগুলোর ল.সা.গু $= (a+b)(a-b)(a^2-ab+b^2)(a^2+ab+b^2)$
$= (a^3+b^3)(a^3-b^3)$

অতএব, $\frac{a}{a^3+b^3} = \frac{a\times(a^3+b^3)(a^3-b^3)}{(a^3+b^3)\times(a^3+b^3)(a^3-b^3)} = \frac{a(a^3-b^3)}{(a^3+b^3)(a^3-b^3)}$

$$\frac{b}{a^2+ab+b^2} = \frac{b\times(a^3+b^3)(a^3-b^3)}{(a^2+ab+b^2)\times(a^3+b^3)(a^3-b^3)}$$
$$= \frac{b(a-b)(a^3+b^3)}{(a^3+b^3)(a^3-b^3)}$$

এবং $\frac{c}{a^3-b^3} = \frac{c\times(a^3+b^3)(a^3-b^3)}{(a^3-b^3)\times(a^3+b^3)(a^3-b^3)}$
$$= \frac{c(a^3+b^3)}{(a^3+b^3)(a^3-b^3)}$$

অতএব, সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো হলো :

$\frac{a(a^3-b^3)}{(a^3+b^3)(a^3-b^3)}, \frac{b(a-b)(a^3+b^3)}{(a^3+b^3)(a^3-b^3)}, \frac{c(a^3+b^3)}{(a^3+b^3)(a^3-b^3)}$ **(Ans.)**

(চ) $\frac{1}{x^2-5x+6}, \frac{1}{x^2-7x+12}, \frac{1}{x^2-9x+20}$

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো

$\frac{1}{x^2-5x+6}, \frac{1}{x^2-7x+12}$ ও $\frac{1}{x^2-9x+20}$

এখানে, ১ম ভগ্নাংশের হর $= x^2-5x+6$
$= x^2-3x-2x+6$
$= x(x-3)-2(x-3) = (x-3)(x-2)$

২য় ভগ্নাংশের হর $= x^2 - 7x + 12$
$= x^2 - 3x - 4x + 12$
$= x(x-3) - 4(x-3) = (x-3)(x-4)$

৩য় ভগ্নাংশের হর $= x^2 - 9x + 20$
$= x^2 - 4x - 5x + 20$
$= x(x-4) - 5(x-4) = (x-4)(x-5)$

$\therefore$ হরগুলোর ল.সা.গু. $= (x-2)(x-3)(x-4)(x-5)$

অতএব, $\dfrac{1}{x^2 - 5x + 6} = \dfrac{1}{(x-2)(x-3)}$

$$= \frac{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}{(x-2)(x-3)\ \ (x-2)(x-3)(x-4)\ (x-5)}$$

$$= \frac{(x-4)(x-5)}{(x-2)(x-3)\ (x-4)\ (x-5)}$$

এবং $\dfrac{1}{x^2 - 7x + 12} = \dfrac{1}{(x-3)\ (x-4)}$

$$= \frac{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}{(x-3)(x-4)\ (x-2)(x-3)(x-4)\ (x-5)}$$

$$= \frac{(x-2)(x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}$$

এবং $\dfrac{1}{x^2 - 9x + 20} = \dfrac{1}{(x-4)\ (x-5)}$

$$= \frac{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}{(x-4)(x-5)\ \ (x-2)(x-3)(x-4)\ (x-5)}$$

$$= \frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}$$

অতএব, সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো হলো :

$$\frac{(x-4)(x-5)}{(x-2)(x-3)\ (x-4)\ (x-5)}, \quad \frac{(x-2)(x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}, \quad \frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}$$ **(Ans.)**

(ছ) $\dfrac{a-b}{a^2b^2}, \dfrac{b-c}{b^2c^2}, \dfrac{c-a}{c^2a^2}$

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\dfrac{a-b}{a^2b^2}, \dfrac{b-c}{b^2c^2}$ ও $\dfrac{c-a}{c^2a^2}$

এখানে, ১ম ভগ্নাংশের হর $= a^2b^2$
২য় ভগ্নাংশের হর $= b^2c^2$
৩য় ভগ্নাংশের হর $= c^2a^2$

$\therefore$ হরগুলোর ল.সা.গু. $= a^2b^2c^2$

অতএব, $\dfrac{a-b}{a^2b^2} = \dfrac{(a-b)\ a^2b^2c^2}{a^2b^2 \times a^2b^2c^2} = \dfrac{c^2(a-b)}{a^2b^2c^2}$

$$\frac{b-c}{b^2c^2} = \frac{(b-c)\ a^2b^2c^2}{b^2c^2 \times a^2b^2c^2} = \frac{a^2(b-c)}{a^2b^2c^2}$$

এবং $\dfrac{c-a}{c^2a^2} = \dfrac{(c-a)\ a^2b^2c^2}{c^2a^2 \times a^2b^2c^2} = \dfrac{b^2(c-a)}{a^2b^2c^2}$

অতএব, সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো হলো :

$$\frac{c^2(a-b)}{a^2b^2c^2}, \frac{a^2(b-c)}{a^2b^2c^2}, \frac{b^2(c-a)}{a^2b^2c^2}$$ **(Ans.)**

(জ) $\frac{x-y}{x+y}, \frac{y-z}{y+z}, \frac{z-x}{z+x}$

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{x-y}{x+y}, \frac{y-z}{y+z}$ ও $\frac{z-x}{z+x}$

এখানে, ১ম ভগ্নাংশের হর $= x + y$

২য় ভগ্নাংশের হর $= y + z$

৩য় ভগ্নাংশের হর $= z + x$

$\therefore$ হরগুলোর ল.সা.গু. $= (x + y)(y + z)(z + x)$

অতএব, $\frac{x-y}{x+y} = \frac{(x-y)\,(x+y)(y+z)(z+x)}{(x+y)\,(x+y)(y+z)(z+x)}$

$$= \frac{(x-y)(y+z)(z+x)}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

$$\frac{y-z}{y+z} = \frac{(y-z)\,(x+y)(y+z)(z+x)}{(y+z)\,(x+y)(y+z)(z+x)}$$

$$= \frac{(y-z)(x+y)(z+x)}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

এবং $\frac{z-x}{z+x} = \frac{(z-x)\,(x+y)(y+z)(z+x)}{(z+x)\,(x+y)(y+z)(z+x)}$

$$= \frac{(z-x)(x+y)(y+z)}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

অতএব, সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো হলো :

$$\frac{(x-y)(y+z)(z+x)}{(x+y)(y+z)(z+x)}, \frac{(y-z)(x+y)(z+x)}{(x+y)(y+z)(z+x)}, \frac{(z-x)(x+y)(y+z)}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ যোগফল নির্ণয় কর :

(ক) $\frac{a-b}{a} + \frac{a+b}{b}$

সমাধান : $\frac{a-b}{a} + \frac{a+b}{b} = \frac{b(a-b) + a(a+b)}{ab}$

$$= \frac{ab - b^2 + a^2 + ab}{ab} = \frac{a^2 + 2ab - b^2}{ab}$$ **(Ans.)**

(খ) $\frac{a}{bc} + \frac{b}{ca} + \frac{c}{ab}$

সমাধান : $\frac{a}{bc} + \frac{b}{ca} + \frac{c}{ab} = \frac{a \,.\, a + b \cdot b + c \cdot c}{abc} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{abc}$ **(Ans.)**

(গ) $\frac{x-y}{x} + \frac{y-z}{y} + \frac{z-x}{z}$

সমাধান : $\frac{x-y}{x} + \frac{y-z}{y} + \frac{z-x}{z} = \frac{yz(x-y) + xz(y-z) + xy(z-x)}{xyz}$

$$= \frac{xyz - y^2z + xzy - xz^2 + xyz - x^2y}{xyz}$$

$$= \frac{3xyz - y^2z - xz^2 - x^2y}{xyz} = \frac{3xyz - x^2y - y^2z - z^2x}{xyz} \text{ (Ans.)}$$

(ঘ) $\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y}$

সমাধান : $\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = \frac{(x+y)(x+y) + (x-y)(x-y)}{(x+y)(x-y)}$

$$= \frac{(x+y)^2 + (x-y)^2}{(x+y)(x-y)}$$

$$= \frac{x^2 + 2xy + y^2 + x^2 - 2xy + y^2}{x^2 - y^2}$$

$$= \frac{2x^2 + 2y^2}{x^2 - y^2} = \frac{2(x^2 + y^2)}{x^2 - y^2} \text{ (Ans.)}$$

(ঙ) $\frac{1}{x^2 - 3x + 2} + \frac{1}{x^2 - 4x + 3} + \frac{1}{x^2 - 5x + 4}$

সমাধান : $\frac{1}{x^2 - 3x + 2} + \frac{1}{x^2 - 4x + 3} + \frac{1}{x^2 - 5x + 4}$

$$= \frac{1}{x^2 - 2x - x + 2} + \frac{1}{x^2 - 3x - x + 3} + \frac{1}{x^2 - 4x - x + 4}$$

$$= \frac{1}{x(x-2) - 1(x-2)} + \frac{1}{x(x-3) - 1(x-3)} + \frac{1}{x(x-4) - 1(x-4)}$$

$$= \frac{1}{(x-1)(x-2)} + \frac{1}{(x-3)(x-1)} + \frac{1}{(x-4)(x-1)}$$

$$= \frac{(x-3)(x-4) + (x-2)(x-4) + (x-2)(x-3)}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}$$

$$= \frac{x^2 - 7x + 12 + x^2 - 6x + 8 + x^2 - 5x + 6}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}$$

$$= \frac{3x^2 - 18x + 26}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)} \text{ (Ans.)}$$

(চ) $\frac{1}{a^2 - b^2} + \frac{1}{a^2 + ab + b^2} + \frac{1}{a^2 - ab + b^2}$

সমাধান : $\frac{1}{a^2 - b^2} + \frac{1}{a^2 + ab + b^2} + \frac{1}{a^2 - ab + b^2}$

$$= \frac{1}{(a+b)(a-b)} + \frac{1}{a^2 + ab + b^2} + \frac{1}{a^2 - ab + b^2}$$

$$= \frac{(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2) + (a+b)(a-b)(a^2 - ab + b^2) + (a+b)(a-b)(a^2 + ab + b^2)}{(a+b)(a-b)(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)}$$

$$= \frac{(a^2 + b^2)^2 - (ab)^2 + (a-b)(a^3 + b^3) + (a+b)(a^3 - b^3)}{(a^3 - b^3)(a^3 + b^3)}$$

$$= \frac{a^4 + b^4 + 2a^2b^2 - a^2b^2 + a^4 + ab^3 - a^3b - b^4 + a^4 - ab^3 + a^3b - b^4}{(a^3 + b^3)(a^3 - b^3)}$$

$$= \frac{3a^4 + a^2b^2 - b^4}{(a^3 + b^3)(a^3 - b^3)} \text{ (Ans.)}$$

(ছ) $\frac{1}{x-2}+\frac{1}{x+2}+\frac{4}{x^2-4}$

সমাধান : $\frac{1}{x-2}+\frac{1}{x+2}+\frac{4}{x^2-4}=\frac{x+2+x-2}{(x+2)(x-2)}+\frac{4}{(x)^2-(2)^2}$

$$=\frac{x+2+x-2}{(x+2)(x-2)}+\frac{4}{(x+2)(x-2)}$$

$$=\frac{2x}{(x+2)\,(x-2)}+\frac{4}{(x+2)\,(x-2)}$$

$$=\frac{2x+4}{(x+2)(x-2)}=\frac{2(x+2)}{(x+2)(x-2)}=\frac{2}{x-2}\ \textbf{(Ans.)}$$

(জ) $\frac{1}{x^2-1}+\frac{1}{x^4-1}+\frac{4}{x^8-1}$

সমাধান : $\frac{1}{x^2-1}+\frac{1}{x^4-1}+\frac{4}{x^8-1}=\frac{1}{x^2-1}+\frac{1}{(x^2+1)(x^2-1)}+\frac{4}{x^8-1}$

$$=\frac{x^2+1+1}{(x^2+1)(x^2-1)}+\frac{4}{x^8-1}$$

$$=\frac{x^2+2}{x^4-1}+\frac{4}{x^8-1}=\frac{x^2+2}{x^4-1}+\frac{4}{(x^4)^2-(1)^2}$$

$$=\frac{x^2+2}{x^4-1}+\frac{4}{(x^4+1)(x^4-1)}$$

$$=\frac{(x^2+2)(x^4+1)+4}{(x^4+1)(x^4-1)}=\frac{x^6+x^2+2x^4+2+4}{(x^4+1)(x^4-1)}$$

$$=\frac{x^6+2x^4+x^2+6}{(x^4)^2-1}=\frac{x^6+2x^4+x^2+6}{x^8-1}\ \textbf{(Ans.)}$$

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ বিয়োগফল নির্ণয় কর :

(ক) $\frac{a}{x-3}-\frac{a^2}{x^2-9}$

সমাধান : $\frac{a}{x-3}-\frac{a^2}{x^2-9}=\frac{a}{x-3}-\frac{a^2}{(x+3)(x-3)}$

$$=\frac{a(x+3)-a^2}{(x+3)(x-3)}=\frac{ax+3a-a^2}{x^2-9}\ \textbf{(Ans.)}$$

(খ) $\frac{1}{y(x-y)}-\frac{1}{x(x+y)}$

সমাধান : $\frac{1}{y(x-y)}-\frac{1}{x(x+y)}$

$$=\frac{x(x+y)-y(x-y)}{xy(x+y)(x-y)}=\frac{x^2+xy-xy+y^2}{xy(x^2-y^2)}=\frac{x^2+y^2}{xy(x^2-y^2)}\ \textbf{(Ans.)}$$

(গ) $\frac{x+1}{1+x+x^2}-\frac{x-1}{1-x+x^2}$

সমাধান : $\frac{x+1}{1+x+x^2}-\frac{x-1}{1-x+x^2}$

$$=\frac{(x+1)(1-x+x^2)-(x-1)(1+x+x^2)}{(1+x+x^2)(1-x+x^2)}$$

$$= \frac{x^3+1-(x^3-1)}{(1+x+x^2)(1-x+x^2)} = \frac{x^3+1-x^3+1}{(1+x^2)^2-(x)^2} = \frac{2}{1+2x^2+x^4-x^2}$$

$$= \frac{2}{1+x^2+x^4} = \frac{2}{x^4+x^2+1} \text{ (Ans.)}$$

(ঘ) $\frac{a^2+16b^2}{a^2-16b^2} - \frac{a-4b}{a+4b}$

সমাধান : $\frac{a^2+16b^2}{a^2-16b^2} - \frac{a-4b}{a+4b} = \frac{a^2+16b^2}{a^2-(4b)^2} - \frac{a-4b}{a+4b}$

$$= \frac{a^2+16b^2}{(a+4b)(a-4b)} - \frac{a-4b}{a+4b} = \frac{a^2+16b^2-(a-4b)(a-4b)}{(a+4b)(a-4b)}$$

$$= \frac{a^2+16b^2-(a^2-8ab+16b^2)}{a^2-16b^2}$$

$$= \frac{a^2+16b^2-a^2+8ab-16b^2}{a^2-16b^2} = \frac{8ab}{a^2-16b^2} \text{ (Ans.)}$$

(ঙ) $\frac{1}{x-y} - \frac{x^2-xy+y^2}{x^3+y^3}$

সমাধান : $\frac{1}{x-y} - \frac{x^2-xy+y^2}{x^3+y^3}$

$$= \frac{1}{x-y} - \frac{(x^2-xy+y^2)}{(x+y)(x^2-xy+y^2)}$$

$$= \frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y} = \frac{x+y-(x-y)}{(x-y)(x+y)}$$

$$= \frac{x+y-x+y}{(x-y)(x+y)} = \frac{2y}{(x-y)(x+y)} = \frac{2y}{x^2-y^2} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ সরল কর :

(ক) $\frac{x-y}{xy} + \frac{y-z}{yz} + \frac{z-x}{zx}$

সমাধান : $\frac{x-y}{xy} + \frac{y-z}{yz} + \frac{z-x}{zx} = \frac{z(x-y)+x(y-z)+y(z-x)}{xyz}$

$$= \frac{xz-yz+xy-xz+yz-xy}{xyz} = \frac{0}{xyz} = 0 \text{ (Ans.)}$$

(খ) $\frac{x-y}{(x+y)(y+z)} + \frac{y-z}{(y+z)(z+x)} + \frac{z-x}{(z+x)(x+y)}$

সমাধান : $\frac{x-y}{(x+y)(y+z)} + \frac{y-z}{(y+z)(z+x)} + \frac{z-x}{(z+x)(x+y)}$

$$= \frac{(x-y)(z+x)+(y-z)(x+y)+(z-x)(y+z)}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

$$= \frac{xz+x^2-yz-xy+xy+y^2-xz-yz+yz+z^2-xy-xz}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

$$= \frac{x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx}{(x+y)(y+z)(z+x)} \text{ (Ans.)}$$

(গ) $\dfrac{y}{(x-y)(y-z)}+\dfrac{x}{(z-x)(x-y)}+\dfrac{z}{(y-z)(z-x)}$

সমাধান : $\dfrac{y}{(x-y)(y-z)}+\dfrac{x}{(z-x)(x-y)}+\dfrac{z}{(y-z)(z-x)}$

$$=\frac{y(z-x)+x(y-z)+z(x-y)}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$=\frac{yz-xy+xy-xz+xz-yz}{(x-y)(y-z)(z-x)}=\frac{0}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$= 0$ **(Ans.)**

(ঘ) $\dfrac{1}{x+3y}+\dfrac{1}{x-3y}-\dfrac{2x}{x^2-9y^2}$

সমাধান : $\dfrac{1}{x+3y}+\dfrac{1}{x-3y}-\dfrac{2x}{x^2-9y^2}$

$$=\frac{x-3y+x+3y}{(x+3y)(x-3y)}-\frac{2x}{x^2-9y^2}$$

$$=\frac{2x}{x^2-9y^2}-\frac{2x}{x^2-9y^2}=\frac{2x-2x}{x^2-9y^2}=\frac{0}{x^2-9y^2}=0 \text{ (Ans.)}$$

(ঙ) $\dfrac{1}{x-y}-\dfrac{2}{2x+y}+\dfrac{1}{x+y}-\dfrac{2}{2x-y}$

সমাধান : $\dfrac{1}{x-y}-\dfrac{2}{2x+y}+\dfrac{1}{x+y}-\dfrac{2}{2x-y}$

$$=\frac{1}{x-y}+\frac{1}{x+y}-\frac{2}{2x+y}-\frac{2}{2x-y}$$

$$=\frac{x+y+x-y}{(x-y)(x+y)}-\left(\frac{2}{2x+y}+\frac{2}{2x-y}\right)$$

$$=\frac{2x}{x^2-y^2}-\frac{2(2x-y)+2(2x+y)}{(2x+y)(2x-y)}$$

$$=\frac{2x}{x^2-y^2}-\frac{4x-2y+4x+2y}{(2x+y)(2x-y)}$$

$$=\frac{2x}{x^2-y^2}-\frac{8x}{4x^2-y^2}=\frac{2x(4x^2-y^2)-8x(x^2-y^2)}{(x^2-y^2)(4x^2-y^2)}$$

$$=\frac{8x^3-2xy^2-8x^3+8xy^2}{(x^2-y^2)(4x^2-y^2)}=\frac{6xy^2}{(x^2-y^2)(4x^2-y^2)} \text{ (Ans.)}$$

(চ) $\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{x-2}{x^2+2x+4}+\dfrac{6x}{x^3+8}$

সমাধান : $\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{x-2}{x^2+2x+4}+\dfrac{6x}{x^3+8}$

$$=\frac{(x^2+2x+4)-(x-2)(x-2)}{(x-2)(x^2+2x+4)}+\frac{6x}{x^3+8}$$

$$=\frac{x^2+2x+4-(x^2-2x-2x+4)}{x^3-8}+\frac{6x}{x^3+8}$$

$$= \frac{x^2 + 2x + 4 - x^2 + 4x - 4}{x^3 - 8} + \frac{6x}{x^3 + 8}$$

$$= \frac{6x}{x^3 - 8} + \frac{6x}{x^3 + 8} = \frac{6x(x^3 + 8) + 6x(x^3 - 8)}{(x^3 - 8)(x^3 + 8)}$$

$$= \frac{6x^4 + 48x + 6x^4 - 48x}{(x^3)^2 - (8)^2} = \frac{12x^4}{x^6 - 64} \textbf{ (Ans.)}$$

(ছ) $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x^2+1} + \frac{4}{x^4+1}$

সমাধান : $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x^2+1} + \frac{4}{x^4+1}$

$$= \frac{x + 1 - (x - 1)}{(x - 1)(x + 1)} - \frac{2}{x^2+1} + \frac{4}{x^4+1}$$

$$= \frac{x + 1 - x + 1}{x^2 - 1} - \frac{2}{x^2+1} + \frac{4}{x^4+1}$$

$$= \frac{2}{x^2 - 1} - \frac{2}{x^2+1} + \frac{4}{x^4+1} = \frac{2(x^2 + 1) - 2(x^2 - 1)}{(x^2 - 1)(x^2 + 1)} + \frac{4}{x^4+1}$$

$$= \frac{2x^2 + 2 - 2x^2 + 2}{(x^2 - 1)(x^2 + 1)} + \frac{4}{x^4+1}$$

$$= \frac{4}{x^4 - 1} + \frac{4}{x^4+1} = \frac{4(x^4 + 1) + 4(x^4 - 1)}{(x^4 - 1)(x^4 + 1)}$$

$$= \frac{4x^4 + 4 + 4x^4 - 4}{(x^4)^2 - (1)^2} = \frac{8x^4}{x^8 - 1} \textbf{ (Ans.)}$$

(জ) $\frac{x-y}{(y-z)(z-x)} + \frac{y-z}{(z-x)(x-y)} + \frac{z-x}{(x-y)(y-z)}$

সমাধান : $\frac{x-y}{(y-z)(z-x)} + \frac{y-z}{(z-x)(x-y)} + \frac{z-x}{(x-y)(y-z)}$

$$= \frac{(x-y)(x-y) + (y-z)(y-z) + (z-x)(z-x)}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$= \frac{(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$= \frac{(x^2 - 2xy + y^2) + (y^2 - 2yz + z^2) + (z^2 - 2zx + x^2)}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$= \frac{x^2 - 2xy + y^2 + y^2 - 2yz + z^2 + z^2 - 2zx + x^2}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$= \frac{(2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz - 2zx)}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$= \frac{2(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)}{(x-y)(y-z)(z-x)} \textbf{ (Ans.)}$$

(ঝ) $\frac{1}{a-b-c}+\frac{1}{a-b+c}+\frac{a}{a^2+b^2-c^2-2ab}$

সমাধান : $\frac{1}{a-b-c}+\frac{1}{a-b+c}+\frac{a}{a^2+b^2-c^2-2ab}$

$=\frac{a-b+c+a-b-c}{(a-b-c)(a-b+c)}+\frac{a}{a^2+b^2-c^2-2ab}$

$=\frac{2a-2b}{(a-b)^2-(c)^2}+\frac{a}{a^2+b^2-c^2-2ab}$

$=\frac{2a-2b}{a^2-2ab+b^2-c^2}+\frac{a}{a^2+b^2-c^2-2ab}$

$=\frac{2a-2b+a}{a^2-2ab+b^2-c^2}=\frac{3a-2b}{a^2-2ab+b^2-c^2}$

$=\frac{3a-2b}{a^2+b^2-c^2-2ab}$ **(Ans.)**

(ঞ) $\frac{1}{a^2+b^2-c^2+2ab}+\frac{1}{b^2+c^2-a^2+2bc}+\frac{1}{c^2+a^2-b^2+2ca}$

সমাধান : $\frac{1}{a^2+b^2-c^2+2ab}+\frac{1}{b^2+c^2-a^2+2bc}+\frac{1}{c^2+a^2-b^2+2ca}$

$=\frac{1}{(a+b)^2-c^2}+\frac{1}{(b+c)^2-a^2}+\frac{1}{(c+a)^2-b^2}$

$=\frac{1}{(a+b+c)(a+b-c)}+\frac{1}{(b+c+a)(b+c-a)}+\frac{1}{(c+a+b)(c+a-b)}$

$=\frac{(b+c-a)(c+a-b)+(a+b-c)(c+a-b)+(a+b-c)(b+c-a)}{(a+b+c)(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b)}$

$=\frac{(c+a-b)(b+c-a+a+b-c)+ab+ca-a^2+b^2+bc-ab-bc-c^2+ca}{(a+b+c)(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b)}$

$=\frac{2b(c+a-b)+2ca-a^2+b^2-c^2}{(a+b+c)(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b)}$

$=\frac{2bc+2ab-2b^2+2ca-a^2+b^2-c^2}{(a+b+c)(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b)}$

$=\frac{2ab+2bc+2ca-a^2-b^2-c^2}{(a+b+c)(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b)}$ **(Ans.)**

লক্ষ কর : বীজগণিতীয় ভগ্নাংশের যোগ/বিয়োগ করার সময় প্রয়োজনে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোকে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করে নিতে হয়।

অধ্যায় ৫ ৫.২ বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ
Algebraic Fractions

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ $\frac{a}{x}, \frac{b}{y}, \frac{c}{z}, \frac{p}{q}$ কে সাধারণ হরবিশিষ্ট করলে নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) $\frac{ayzq}{xyzq}, \frac{bxzq}{xyzq}, \frac{cxyq}{xyzq}, \frac{pxyz}{xyzq}$ (খ) $\frac{axy}{xyzq}, \frac{byz}{xyzq}, \frac{czx}{xyzq}, \frac{pxy}{xyzq}$

(গ) $\frac{a}{xyzq}, \frac{b}{xyzq}, \frac{c}{xyzq}, \frac{p}{xyzq}$ (ঘ) $\frac{axyzq}{xyzq}, \frac{bxyzq}{xyzq}, \frac{cxyzq}{xyzq}, \frac{pxyzq}{xyzq}$ ক

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ $\frac{x^2y^2}{ab}$ ও $\frac{c^3d^2}{x^5y^3}$ এর গুণফল কত হবে?

(ক) $\frac{x^2y^2c^3d^2}{abx^3y^2}$ (খ) $\frac{c^3d^2}{abx^3y}$ (গ) $\frac{x^2y^2c^3}{x^3y}$ (ঘ) $\frac{xyd^2}{ab}$ খ

ব্যাখ্যা : $\frac{x^2y^2}{ab} \times \frac{c^3d^2}{x^5y^3} = \frac{c^3d^2}{abx^3y}$

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ $\frac{x^2-2x+1}{a^2-2a+1}$ কে $\frac{x-1}{a-1}$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল কত হবে ?

(ক) $\frac{x+1}{a-1}$ (খ) $\frac{x-1}{a-1}$ (গ) $\frac{x-1}{a+1}$ (ঘ) $\frac{a-1}{x-1}$ খ

ব্যাখ্যা : $\frac{x^2-2x+1}{a^2-2a+1} \div \frac{x-1}{a-1} = \frac{x^2-2.x.1+1^2}{a^2-2.a.1+1^2} \div \frac{x-1}{a-1}$

$= \frac{(x-1)^2}{(a-1)^2} \times \frac{a-1}{x-1} = \frac{x-1}{a-1}$

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ $\frac{a-b}{a} - \frac{a+b}{b}$ এর সরল মান নিচের কোনটি?

(ক) $\frac{a^2-2ab-b^2}{ab}$ (খ) $\frac{a^2-2ab+b^2}{ab}$

(গ) $\frac{-a^2-b^2}{ab}$ (ঘ) $\frac{a^2-b^2}{ab}$ গ

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ $\frac{p+x}{p-x} \div \frac{(p+x)^2}{p^2-x^2}$ এর মান কোনটি?

(ক) 1 (খ) $p-x$ (গ) $p+x$ (ঘ) $\frac{p-x}{p+x}$ ক

ব্যাখ্যা : $\frac{p+x}{p-x} \div \frac{(p+x)^2}{p^2-x^2} = \frac{p+x}{p-x} \times \frac{(p+x)(p-x)}{(p+x)(p+x)} = 1$

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ $\frac{x+y}{x-y}$ ও $\frac{x-y}{x+y}$ কে সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি হবে?

(ক) $\frac{(x+y)^2}{x^2-y^2}, \frac{(x-y)^2}{x^2-y^2}$ (খ) $\frac{(x+y)^2}{x-y}, \frac{(x-y)^2}{x+y}$

ভগ্নাংশের গুণ : দুই বা ততোধিক ভগ্নাংশ গুণ করে একটি ভগ্নাংশ পাওয়া যায়। যার লব হবে ভগ্নাংশগুলোর লবের গুণফলের সমান এবং হর হবে ভগ্নাংশগুলোর হরের গুণফলের সমান।

ভগ্নাংশের ভাগ : একটি ভগ্নাংশকে অপর একটি ভগ্নাংশ দিয়ে ভাগ করার অর্থ প্রথমটিকে দ্বিতীয়টির গুণাত্মক বিপরীত ভগ্নাংশ দ্বারা গুণ করা।

উদাহরণস্বরূপ, $\frac{x}{y}$ কে $\frac{z}{y}$ দ্বারা ভাগ করতে হবে।

তাহলে, $\frac{x}{y} \div \frac{z}{y}$ [এখানে $\frac{y}{z}$ হলো $\frac{z}{y}$ এর গুণাত্মক বিপরীত ভগ্নাংশ]

$= \frac{x}{y} \times \frac{y}{z} = \frac{x}{z}$

■ সরল করার ক্ষেত্রে BODMAS শব্দটি স্মরণে রেখে সমাধান করতে হবে।

(গ) $\frac{(x+y)^2}{x^2+y^2}, \frac{(x-y)^2}{x^2+y^2}$ (ঘ) $\frac{x-y}{(x+y)^2}, \frac{x+y}{(x-y)^2}$ ক

ব্যাখ্যা : এখানে হর $(x - y)$ ও $(x + y)$ এর ল.সা.গু. $= (x - y)(x + y)$

১ম ভগ্নাংশ $= \frac{x+y}{x-y} = \frac{(x+y)\times(x+y)}{(x-y)\times(x+y)} = \frac{(x+y)^2}{x^2-y^2}$

২য় ভগ্নাংশ $= \frac{x-y}{x+y} = \frac{(x-y)\times(x-y)}{(x+y)\times(x-y)} = \frac{(x-y)^2}{x^2-y^2}$

নিচের উদ্দীপকের আলোকে ৭-৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$\frac{x^2+4x-21}{x^2+5x-14}$ একটি বীজগাণিতিক ভগ্নাংশ।

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ লবের উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ কোনটি?

(ক) $(x + 7)(x - 3)$ (খ) $(x - 1)(x + 21)$

(গ) $(x - 3)(x - 7)$ (ঘ) $(x + 3)(x - 7)$ ক

ব্যাখ্যা : ভগ্নাংশের লব : $x^2 + 4x - 21$

$= x^2 + 7x - 3x - 21$

$= x(x + 7) - 3(x + 7) = (x + 7)(x - 3)$

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ মান নিচের কোনটি?

(ক) $\frac{x-7}{x+7}$ (খ) $\frac{x-3}{x+2}$ (গ) $\frac{x+7}{x-2}$ (ঘ) $\frac{x-3}{x-2}$ ঘ

ব্যাখ্যা : ভগ্নাংশের হর : $x^2 + 5x - 14$

$= x^2 + 7x - 2x - 14$

$= x(x + 7) - 2(x + 7) = (x + 7)(x - 2)$

$\frac{x^2+4x-21}{x^2+5x-14} = \frac{(x+7)(x-3)}{(x+7)(x-2)} = \frac{x-3}{x-2}$

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ লঘিষ্ঠ মানের সাথে কত যোগ করলে যোগফল $\frac{1}{2-x}$ হবে?

(ক) -1 (খ) 1 (গ) $x - 2$ (ঘ) $x - 3$ ক

ব্যাখ্যা : $\frac{1}{2-x} - \frac{x-3}{x-2} = \frac{1}{2-x} + \frac{x-3}{2-x} = \frac{1+x-3}{2-x} = \frac{x-2}{2-x} = \frac{-(2-x)}{2-x} = -1$

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ $\frac{x^2+6x+5}{x^2+10x+25}$ এর সমতুল ভগ্নাংশ হবে-

i. $\frac{x+1}{x+5}$ ii. $\frac{x^2-2x-3}{x^2+2x-15}$ iii. $\frac{x^2+2x+1}{x^2-3x-10}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii ক

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ $\frac{x^2+2x-3}{x^2+x-2}$ ও $\frac{x^2+x-6}{x^2-4}$ এর ভাগফল নিচের কোনটি?

(ক) $\frac{x+3}{x+2}$ (খ) $\frac{x-1}{x+3}$ (গ) 1 (ঘ) 0 গ

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} - \frac{4}{x^2-4}$ এর সরল মান নিচের কোনটি?

(ক) $\frac{8}{x^2-4}$ (খ) $\frac{2x}{x^2-4}$ (গ) 1 (ঘ) 0 ঘ

ব্যাখ্যা : $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} - \frac{4}{x^2-4}$

$= \frac{x+2-x+2}{(x-2)(x+2)} - \frac{4}{x^2-4} = \frac{4}{x^2-4} - \frac{4}{x^2-4} = \frac{4-4}{x^2-4} = \frac{0}{x^2-4} = 0$

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ গুণ কর :

(ক) $\frac{9x^2y^2}{7y^2z^2}, \frac{5b^2c^2}{3z^2x^2}$ এবং $\frac{7c^2a^2}{x^2y^2}$

সমাধান : $\frac{9x^2y^2}{7y^2z^2} \times \frac{5b^2c^2}{3z^2x^2} \times \frac{7c^2a^2}{x^2y^2}$

$= \frac{9x^2y^2 \times 5b^2c^2 \times 7c^2a^2}{7y^2z^2 \times 3z^2x^2 \times x^2y^2} = \frac{15a^2b^2c^4}{x^2y^2z^4}$ **(Ans.)**

(খ) $\frac{16a^2b^2}{21z^2}, \frac{28z^4}{9x^3y^4}$ এবং $\frac{3y^7z}{10x}$

সমাধান : $\frac{16a^2b^2}{21z^2} \times \frac{28z^4}{9x^3y^4} \times \frac{3y^7z}{10x} = \frac{16a^2b^2 \times 28z^4 \times 3y^7z}{21z^2 \times 9x^3y^4 \times 10x}$

$= \frac{32a^2b^2y^3z^3}{45x^4}$ **(Ans.)**

(গ) $\frac{yz}{x^2}, \frac{zx}{y^2}$ এবং $\frac{xy}{z^2}$

সমাধান : $\frac{yz}{x^2} \times \frac{zx}{y^2} \times \frac{xy}{z^2} = \frac{yz \times zx \times xy}{x^2 \times y^2 \times z^2} = \frac{x^2y^2z^2}{x^2y^2z^2} = 1$ **(Ans.)**

(ঘ) $\frac{x-1}{x+1}, \frac{(x-1)^2}{x^2+x}$ এবং $\frac{x^2}{x^2-4x+5}$

সমাধান : $\frac{x-1}{x+1} \times \frac{(x-1)^2}{x^2+x} \times \frac{x^2}{x^2-4x+5}$

$= \frac{(x-1) \times (x-1)^2 \times x^2}{(x+1) \times (x^2+x) \times (x^2-4x+5)}$

$= \frac{(x-1) \times (x-1)^2 \times x^2}{(x+1) \times x(x+1) \times (x^2-4x+5)}$

$= \frac{x(x-1)^3}{(x+1)^2(x^2-4x+5)}$ **(Ans.)**

(ঙ) $\frac{x^4-y^4}{x^2-2xy+y^2}, \frac{x-y}{x^3+y^3}$ এবং $\frac{x+y}{x^3+y^3}$

সমাধান : $\frac{x^4-y^4}{x^2-2xy+y^2} \times \frac{x-y}{x^3+y^3} \times \frac{x+y}{x^3+y^3}$

$= \frac{(x^4-y^4) \times (x-y) \times (x+y)}{(x-y)^2 \times (x^3+y^3) \times (x^3+y^3)}$

$$= \frac{(x^2+y^2)(x^2-y^2)\times(x-y)\times(x+y)}{(x-y)^2\times(x+y)(x^2-xy+y^2)\times(x+y)(x^2-xy+y^2)}$$

$$= \frac{(x^2+y^2)(x+y)(x-y)(x-y)(x+y)}{(x-y)^2(x+y)^2(x^2-xy+y^2)^2}$$

$$= \frac{(x^2+y^2)(x-y)^2(x+y)^2}{(x-y)^2(x+y)^2(x^2-xy+y^2)^2} = \frac{x^2+y^2}{(x^2-xy+y^2)^2} \textbf{ (Ans.)}$$

(চ) $\frac{1-b^2}{1+x}, \frac{1-x^2}{b+b^2}$ এবং $\left(1+\frac{1-x}{x}\right)$

সমাধান : $\frac{1-b^2}{1+x}\times\frac{1-x^2}{b+b^2}\times\left(1+\frac{1-x}{x}\right)$

$$= \frac{(1+b)(1-b)}{(1+x)}\times\frac{(1+x)(1-x)}{b(1+b)}\times\left(\frac{x+1-x}{x}\right)$$

$$= \frac{(1+b)(1-b)}{(1+x)}\times\frac{(1+x)(1-x)}{b(1+b)}\times\frac{1}{x} = \frac{(1-b)(1-x)}{bx} \textbf{ (Ans.)}$$

(ছ) $\frac{x^2-3x+2}{x^2-4x+3}, \frac{x^2-5x+6}{x^2-7x+12}$ এবং $\frac{x^2-16}{x^2-9}$

সমাধান : $\frac{x^2-3x+2}{x^2-4x+3}\times\frac{x^2-5x+6}{x^2-7x+12}\times\frac{x^2-16}{x^2-9}$

$$= \frac{x^2-2x-x+2}{x^2-3x-x+3}\times\frac{x^2-3x-2x+6}{x^2-3x-4x+12}\times\frac{(x)^2-(4)^2}{(x)^2-(3)^2}$$

$$= \frac{x(x-2)-1(x-2)}{x(x-3)-1(x-3)}\times\frac{x(x-3)-2(x-3)}{x(x-3)-4(x-3)}\times\frac{(x+4)(x-4)}{(x+3)(x-3)}$$

$$= \frac{(x-2)(x-1)}{(x-3)(x-1)}\times\frac{(x-3)(x-2)}{(x-3)(x-4)}\times\frac{(x+4)(x-4)}{(x+3)(x-3)}$$

$$= \frac{(x-2)^2(x+4)}{(x-3)^2(x+3)} \textbf{ (Ans.)}$$

(জ) $\frac{x^3+y^3}{a^2b+ab^2+b^3}, \frac{a^3-b^3}{x^2-xy+y^2}$ এবং $\frac{ab}{x+y}$

সমাধান : $\frac{x^3+y^3}{a^2b+ab^2+b^3}\times\frac{a^3-b^3}{x^2-xy+y^2}\times\frac{ab}{x+y}$

$$= \frac{(x+y)(x^2-xy+y^2)}{b(a^2+ab+b^2)}\times\frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)}{x^2-xy+y^2}\times\frac{ab}{x+y}$$

$= a(a-b)$ **(Ans.)**

(ঝ) $\frac{x^3+y^3+3xy(x+y)}{(a+b)^3}, \frac{a^3+b^3+3ab(a+b)}{x^2-y^2}$ এবং $\frac{(x-y)^2}{(x+y)^2}$

সমাধান : $\frac{x^3+y^3+3xy(x+y)}{(a+b)^3}\times\frac{a^3+b^3+3ab(a+b)}{x^2-y^2}\times\frac{(x-y)^2}{(x+y)^2}$

$$= \frac{(x+y)^3}{(a+b)^3}\times\frac{(a+b)^3}{(x+y)(x-y)}\times\frac{(x-y)^2}{(x+y)^2} = (x-y) \textbf{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥ ভাগ কর : (১ম রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা)

(ক) $\frac{3x^2}{2a}, \frac{4y^2}{15zx}$

সমাধান : $\frac{3x^2}{2a} \div \frac{4y^2}{15zx} = \frac{3x^2}{2a} \times \frac{15zx}{4y^2} = \frac{45zx^3}{8ay^2}$ **(Ans.)**

(খ) $\frac{9a^2b^2}{4c^2}, \frac{16a^3b}{3c^3}$

সমাধান : $\frac{9a^2b^2}{4c^2} \div \frac{16a^3b}{3c^3} = \frac{9a^2b^2}{4c^2} \times \frac{3c^3}{16a^3b} = \frac{27bc}{64a}$ **(Ans.)**

(গ) $\frac{21a^4b^4c^4}{4x^3y^3z^3}, \frac{7a^2b^2c^2}{12xyz}$

সমাধান : $\frac{21a^4b^4c^4}{4x^3y^3z^3} \div \frac{7a^2b^2c^2}{12xyz} = \frac{21a^4b^4c^4}{4x^3y^3z^3} \times \frac{12xyz}{7a^2b^2c^2} = \frac{9a^2b^2c^2}{x^2y^2z^2}$ **(Ans.)**

(ঘ) $\frac{x}{y}, \frac{x+y}{y}$

সমাধান : $\frac{x}{y} \div \frac{x+y}{y} = \frac{x}{y} \times \frac{y}{x+y} = \frac{x}{x+y}$ **(Ans.)**

(ঙ) $\frac{(a+b)^2}{(a-b)^2}, \frac{a^2-b^2}{a+b}$

সমাধান : $\frac{(a+b)^2}{(a-b)^2} \div \frac{a^2-b^2}{a+b} = \frac{(a+b)^2}{(a-b)^2} \times \frac{a+b}{a^2-b^2}$

$= \frac{(a+b)^2}{(a-b)^2} \times \frac{a+b}{(a+b)(a-b)} = \frac{(a+b)^2}{(a-b)^3}$ **(Ans.)**

(চ) $\frac{x^3-y^3}{x+y}, \frac{x^2+xy+y^2}{x^2-y^2}$

সমাধান : $\frac{x^3-y^3}{x+y} \div \frac{x^2+xy+y^2}{x^2-y^2}$

$= \frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{x+y} \times \frac{x^2-y^2}{x^2+xy+y^2}$

$= \frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{(x+y)} \times \frac{(x+y)(x-y)}{(x^2+xy+y^2)} = (x-y)^2$ **(Ans.)**

(ছ) $\frac{a^3+b^3}{a-b}, \frac{a^2-ab+b^2}{a^2-b^2}$

সমাধান : $\frac{a^3+b^3}{a-b} \div \frac{a^2-ab+b^2}{a^2-b^2} = \frac{a^3+b^3}{a-b} \times \frac{a^2-b^2}{a^2-ab+b^2}$

$= \frac{(a+b)(a^2-ab+b^2)}{(a-b)} \times \frac{(a+b)(a-b)}{(a^2-ab+b^2)} = (a+b)^2$ **(Ans.)**

(জ) $\frac{x^2-7x+12}{x^2-4}, \frac{x^2-16}{x^2-3x+2}$

সমাধান : $\frac{x^2-7x+12}{x^2-4} \div \frac{x^2-16}{x^2-3x+2} = \frac{x^2-7x+12}{x^2-4} \times \frac{x^2-3x+2}{x^2-16}$

$$= \frac{x^2 - 4x - 3x + 12}{(x)^2 - (2)^2} \times \frac{x^2 - 2x - x + 2}{(x)^2 - (4)^2}$$

$$= \frac{x(x-4) - 3(x-4)}{(x+2)(x-2)} \times \frac{x(x-2) - 1(x-2)}{(x+4)(x-4)}$$

$$= \frac{(x-4)(x-3)}{(x+2)(x-2)} \times \frac{(x-2)(x-1)}{(x+4)(x-4)} = \frac{(x-1)(x-3)}{(x+2)(x+4)} \textbf{ (Ans.)}$$

(ঝ) $\frac{x^2 - x - 30}{x^2 - 36}, \frac{x^2 + 13x + 40}{x^2 + x - 56}$

সমাধান : $\frac{x^2 - x - 30}{x^2 - 36} \div \frac{x^2 + 13x + 40}{x^2 + x - 56} = \frac{x^2 - x - 30}{x^2 - 36} \times \frac{x^2 + x - 56}{x^2 + 13x + 40}$

$$= \frac{x^2 - 6x + 5x - 30}{(x)^2 - (6)^2} \times \frac{x^2 + 8x - 7x - 56}{x^2 + 5x + 8x + 40}$$

$$= \frac{x(x-6) + 5(x-6)}{(x+6)(x-6)} \times \frac{x(x+8) - 7(x+8)}{x(x+5) + 8(x+5)}$$

$$= \frac{(x-6)(x+5)}{(x+6)(x-6)} \times \frac{(x+8)(x-7)}{(x+5)(x+8)} = \frac{(x-7)}{(x+6)} \textbf{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ॥ ১৫ ॥ সরল কর :

(ক) $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \times \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x}\right)$

সমাধান : $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \times \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x}\right)$

$$= \frac{y+x}{xy} \times \frac{x-y}{xy} = \frac{(x+y)(x-y)}{x^2y^2} = \frac{x^2 - y^2}{x^2y^2} \textbf{ (Ans.)}$$

(খ) $\left(\frac{1}{1+x} + \frac{2x}{1-x^2}\right)\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}\right)$

সমাধান : $\left(\frac{1}{1+x} + \frac{2x}{1-x^2}\right)\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}\right)$

$$= \left\{\frac{1}{1+x} + \frac{2x}{(1+x)(1-x)}\right\}\left(\frac{x-1}{x^2}\right)$$

$$= \left\{\frac{1 - x + 2x}{(1+x)(1-x)}\right\}\left(\frac{x-1}{x^2}\right)$$

$$= \frac{(1+x)}{(1+x)(1-x)} \times \frac{-(1-x)}{x^2} = -\frac{1}{x^2} \textbf{ (Ans.)}$$

(গ) $\left(1 - \frac{c}{a+b}\right)\left(\frac{a}{a+b+c} - \frac{a}{a+b-c}\right)$

সমাধান : $\left(1 - \frac{c}{a+b}\right)\left(\frac{a}{a+b+c} - \frac{a}{a+b-c}\right)$

$$= \left(\frac{a+b-c}{a+b}\right)\left\{\frac{a(a+b-c) - a(a+b+c)}{(a+b+c)(a+b-c)}\right\}$$

$$= \left(\frac{a+b-c}{a+b}\right) \times \left\{\frac{a^2 + ab - ca - a^2 - ab - ca}{(a+b+c)(a+b-c)}\right\}$$

$$= \frac{(a+b-c)}{(a+b)} \times \frac{-2ca}{(a+b+c)(a+b-c)}$$

$$= \frac{-2ca}{(a+b)(a+b+c)} \textbf{ (Ans.)}$$

(ঘ) $\left(\frac{1}{1+a} + \frac{a}{1-a}\right)\left(\frac{1}{1+a^2} - \frac{1}{1+a+a^2}\right)$

সমাধান : $\left(\frac{1}{1+a} + \frac{a}{1-a}\right)\left(\frac{1}{1+a^2} - \frac{1}{1+a+a^2}\right)$

$$= \left\{\frac{1-a+a(1+a)}{(1+a)(1-a)}\right\}\left\{\frac{1+a+a^2-1-a^2}{(1+a^2)(1+a+a^2)}\right\}$$

$$= \left\{\frac{1-a+a+a^2}{(1+a)(1-a)}\right\}\left\{\frac{a}{(1+a^2)(1+a+a^2)}\right\}$$

$$= \frac{(1+a^2)}{(1+a)(1-a)} \times \frac{a}{(1+a^2)(1+a+a^2)}$$

$$= \frac{a}{(1+a)(1-a)(1+a+a^2)} = \frac{a}{(1-a^2)(1+a+a^2)} \textbf{ (Ans.)}$$

(ঙ) $\left(\frac{x}{2x-y} + \frac{x}{2x+y}\right)\left(4 + \frac{3y^2}{x^2-y^2}\right)$

সমাধান : $\left(\frac{x}{2x-y} + \frac{x}{2x+y}\right)\left(4 + \frac{3y^2}{x^2-y^2}\right)$

$$= \left\{\frac{x(2x+y)+x(2x-y)}{(2x-y)(2x+y)}\right\}\left\{4 + \frac{3y^2}{(x^2-y^2)}\right\}$$

$$= \left\{\frac{2x^2+xy+2x^2-xy}{(2x-y)(2x+y)}\right\}\left\{\frac{4x^2-4y^2+3y^2}{(x^2-y^2)}\right\}$$

$$= \frac{4x^2}{(2x-y)(2x+y)} \times \frac{4x^2-y^2}{x^2-y^2} = \frac{4x^2}{(2x-y)(2x+y)} \times \frac{(2x)^2-(y)^2}{x^2-y^2}$$

$$= \frac{4x^2}{(2x-y)(2x+y)} \times \frac{(2x+y)(2x-y)}{x^2-y^2} = \frac{4x^2}{x^2-y^2} \textbf{ (Ans.)}$$

(চ) $\left(\frac{2x+y}{x+y} - 1\right) \div \left(1 - \frac{y}{x+y}\right)$

সমাধান : $\left(\frac{2x+y}{x+y} - 1\right) \div \left(1 - \frac{y}{x+y}\right)$

$$= \left\{\frac{2x+y-(x+y)}{x+y}\right\} \div \left(\frac{x+y-y}{x+y}\right)$$

$$= \left(\frac{2x+y-x-y}{x+y}\right) \div \left(\frac{x}{x+y}\right)$$

$$= \frac{x}{x+y} \times \frac{x+y}{x} = 1 \textbf{ (Ans.)}$$

(ছ) $\left(\frac{a}{a+b}+\frac{b}{a-b}\right)\div\left(\frac{a}{a-b}-\frac{b}{a+b}\right)$

সমাধান : $\left(\frac{a}{a+b}+\frac{b}{a-b}\right)\div\left(\frac{a}{a-b}-\frac{b}{a+b}\right)$

$= \left\{\frac{a(a-b)+b(a+b)}{(a+b)(a-b)}\right\}\div\left\{\frac{a(a+b)-b(a-b)}{(a+b)(a-b)}\right\}$

$= \left(\frac{a^2-ab+ab+b^2}{a^2-b^2}\right)\div\left(\frac{a^2+ab-ab+b^2}{a^2-b^2}\right)$

$= \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}\div\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}=\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}\times\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}=1$ **(Ans.)**

(জ) $\left(\frac{a^2+b^2}{2ab}-1\right)\div\left(\frac{a^3-b^3}{a-b}-3ab\right)$

সমাধান : $\left(\frac{a^2+b^2}{2ab}-1\right)\div\left(\frac{a^3-b^3}{a-b}-3ab\right)$

$= \left(\frac{a^2+b^2-2ab}{2ab}\right)\div\left\{\frac{a^3-b^3-3ab(a-b)}{(a-b)}\right\}$

$= \frac{(a-b)^2}{2ab}\div\frac{(a-b)^3}{(a-b)}=\frac{(a-b)^2}{2ab}\times\frac{(a-b)}{(a-b)^3}=\frac{1}{2ab}$ **(Ans.)**

(ঝ) $\frac{(x+y)^2-4xy}{(a+b)^2-4ab}\div\frac{x^3-y^3-3xy(x-y)}{a^3-b^3-3ab(a-b)}$

সমাধান : $\frac{(x+y)^2-4xy}{(a+b)^2-4ab}\div\frac{x^3-y^3-3xy(x-y)}{a^3-b^3-3ab(a-b)}$

$= \frac{(x-y)^2}{(a-b)^2}\div\frac{(x-y)^3}{(a-b)^3}=\frac{(x-y)^2}{(a-b)^2}\times\frac{(a-b)^3}{(x-y)^3}=\frac{a-b}{x-y}$ **(Ans.)**

(ঞ) $\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+1\right)\div\left(\frac{a^2}{b^2}+\frac{a}{b}+1\right)$

সমাধান : $\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+1\right)\div\left(\frac{a^2}{b^2}+\frac{a}{b}+1\right)$

$= \left(\frac{a^2+b^2+ab}{ab}\right)\div\left(\frac{a^2+ab+b^2}{b^2}\right)$

$= \frac{(a^2+b^2+ab)}{ab}\div\frac{(a^2+ab+b^2)}{b^2}$

$= \frac{(a^2+b^2+ab)}{ab}\times\frac{b^2}{(a^2+ab+b^2)}=\frac{b}{a}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৬ ॥ সরল কর :

(ক) $\frac{x^2+2x-15}{x^2+x-12}\div\frac{x^2-25}{x^2-x-20}\times\frac{x-2}{x^2-5x+6}$

সমাধান : $\frac{x^2+2x-15}{x^2+x-12}\div\frac{x^2-25}{x^2-x-20}\times\frac{x-2}{x^2-5x+6}$

$= \frac{x^2+5x-3x-15}{x^2+4x-3x-12}\div\frac{(x)^2-(5)^2}{x^2-5x+4x-20}\times\frac{x-2}{x^2-3x-2x+6}$

$$= \frac{x(x+5)-3(x+5)}{x(x+4)-3(x+4)} \div \frac{(x+5)(x-5)}{x(x-5)+4(x-5)} \times \frac{x-2}{x(x-3)-2(x-3)}$$

$$= \frac{(x+5)\,(x-3)}{(x+4)\,(x-3)} \div \frac{(x+5)(x-5)}{(x-5)\,(x+4)} \times \frac{x-2}{(x-3)(x-2)}$$

$$= \frac{(x+5)\,(x-3)}{(x+4)\,(x-3)} \times \frac{(x-5)\,(x+4)}{(x+5)(x-5)} \times \frac{x-2}{(x-3)(x-2)}$$

$$= 1 \times \frac{1}{x-3} = \frac{1}{x-3}$$ **(Ans.)**

(খ) $\left(\frac{x}{x-y}-\frac{x}{x+y}\right) \div \left(\frac{y}{x-y}-\frac{y}{x+y}\right) + \left(\frac{x+y}{x-y}+\frac{x-y}{x+y}\right) \div \left(\frac{x+y}{x-y}-\frac{x-y}{x+y}\right)$

সমাধান : $\left(\frac{x}{x-y}-\frac{x}{x+y}\right) \div \left(\frac{y}{x-y}-\frac{y}{x+y}\right) + \left(\frac{x+y}{x-y}+\frac{x-y}{x+y}\right) \div \left(\frac{x+y}{x-y}-\frac{x-y}{x+y}\right)$

$$= \left\{\frac{x(x+y)-x(x-y)}{(x+y)(x-y)}\right\} \div \left\{\frac{y(x+y)-y(x-y)}{(x-y)(x+y)}\right\}$$
$$+ \left\{\frac{(x+y)^2+(x-y)^2}{(x+y)(x-y)}\right\} \div \left\{\frac{(x+y)^2-(x-y)^2}{(x+y)(x-y)}\right\}$$

$$= \left\{\frac{x^2+xy-x^2+xy}{(x+y)(x-y)}\right\} \div \left\{\frac{xy+y^2-xy+y^2}{(x-y)(x+y)}\right\}$$
$$+ \frac{x^2+2xy+y^2+x^2-2xy+y^2}{x^2-y^2} \div \frac{x^2+2xy+y^2-x^2+2xy-y^2}{x^2-y^2}$$

$$= \left(\frac{2xy}{x^2-y^2}\right) \div \left(\frac{2y^2}{x^2-y^2}\right) + \frac{2(x^2+y^2)}{x^2-y^2} \div \frac{4xy}{(x^2-y^2)}$$

$$= \frac{2xy}{(x^2-y^2)} \times \frac{(x^2-y^2)}{2y^2} + \frac{2(x^2+y^2)}{(x^2-y^2)} \times \frac{(x^2-y^2)}{4xy}$$

$$= \frac{x}{y} + \frac{x^2+y^2}{2xy} = \frac{2x^2+x^2+y^2}{2xy} = \frac{3x^2+y^2}{2xy}$$ **(Ans.)**

(গ) $\frac{x^2+2x-3}{x^2+x-2} \div \frac{x^2+x-6}{x^2-4}$

সমাধান : $\frac{x^2+2x-3}{x^2+x-2} \div \frac{x^2+x-6}{x^2-4} = \frac{x^2+3x-x-3}{x^2+2x-x-2} \div \frac{x^2+3x-2x-6}{x^2-4}$

$$= \frac{x(x+3)-1(x+3)}{x(x+2)-1(x+2)} \div \frac{x(x+3)-2(x+3)}{(x)^2-(2)^2}$$

$$= \frac{(x+3)\,(x-1)}{(x+2)(x-1)} \div \frac{(x+3)(x-2)}{(x+2)(x-2)}$$

$$= \frac{(x+3)}{(x+2)} \div \frac{(x+3)}{(x+2)} = \frac{(x+3)}{(x+2)} \times \frac{(x+2)}{(x+3)} = 1$$ **(Ans.)**

(ঘ) $\frac{a^4-b^4}{a^2+b^2-2ab} \times \frac{(a+b)^2-4ab}{a^3-b^3} \div \frac{a+b}{a^2+ab+b^2}$

সমাধান : $\frac{a^4-b^4}{a^2+b^2-2ab} \times \frac{(a+b)^2-4ab}{a^3-b^3} \div \frac{a+b}{a^2+ab+b^2}$

$$= \frac{(a^2)^2-(b^2)^2}{(a-b)^2} \times \frac{a^2+2ab+b^2-4ab}{(a-b)(a^2+ab+b^2)} \times \frac{a^2+ab+b^2}{(a+b)}$$

$$= \frac{(a^2+b^2)(a^2-b^2)}{(a-b)^2} \times \frac{a^2-2ab+b^2}{(a-b)(a^2+ab+b^2)} \times \frac{a^2+ab+b^2}{(a+b)}$$

$$= \frac{(a^2+b^2)(a+b)(a-b)}{(a-b)^2} \times \frac{(a-b)^2}{(a-b)(a^2+ab+b^2)} \times \frac{a^2+ab+b^2}{(a+b)}$$

$= (a^2+b^2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৭ ॥ $\frac{a^4-b^4}{a^2-2ab+b^2}, \frac{a-b}{a^3+b^3}, \frac{a+b}{a^3+b^3}$ তিনটি বীজগাণিতিক রাশি।

ক) ১ম রাশিকে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করো।

খ) দেখাও যে, রাশি তিনটির গুণফল $\frac{a^2+b^2}{(a^2-ab+b^2)^2}$

গ) ১ম রাশিকে $\frac{a^3+a^2b+ab^2+b^3}{(a+b)^2-4ab}$ দ্বারা ভাগ করে ভাগফলের সাথে $\frac{a^2}{a+b}$ যোগ কর।

সমাধান :

ক) ১ম রাশি $= \frac{a^4-b^4}{a^2-2ab+b^2} = \frac{(a^2)^2-(b^2)^2}{(a-b)^2} = \frac{(a^2-b^2)(a^2+b^2)}{(a-b)^2}$

$$= \frac{(a-b)(a+b)(a^2+b^2)}{(a-b)^2} = \frac{(a+b)(a^2+b^2)}{(a-b)} \textbf{ (Ans.)}$$

খ) ১ম রাশি × ২য় রাশি × ৩য় রাশি

$= \frac{(a+b)(a^2+b^2)}{(a-b)} \times \frac{a-b}{a^3+b^3} \times \frac{a+b}{a^3+b^3}$ [ক হতে ১ম রাশির মান বসিয়ে]

$$= \frac{(a+b)(a^2+b^2)}{(a-b)} \times \frac{(a-b)}{(a+b)(a^2-ab+b^2)} \times \frac{(a+b)}{(a+b)(a^2-ab+b^2)}$$

$= \frac{(a^2+b^2)}{(a^2-ab+b^2)^2}$ (দেখানো হলো)

[**Note :** উদ্দীপকে 'খ' প্রশ্নের লব $(a^2-ab+b^2)^2$]

গ) এখানে, ১ম রাশি $\div \frac{a^3+a^2b+ab^2+b^3}{(a+b)^2-4ab}$

$= \frac{(a+b)(a^2+b^2)}{(a-b)} \div \frac{a^2(a+b)+b^2(a+b)}{(a-b)^2}$ ['ক' হতে প্রাপ্ত]

$$= \frac{(a+b)(a^2+b^2)}{(a-b)} \div \frac{(a^2+b^2)(a+b)}{(a-b)^2}$$

$$= \frac{(a+b)(a^2+b^2)}{(a-b)} \times \frac{(a-b)^2}{(a^2+b^2)(a+b)} = a-b$$

এখন, $(a-b) + \frac{a^2}{a+b} = \frac{(a+b)(a-b)+a^2}{a+b}$

$$= \frac{a^2-b^2+a^2}{a+b} = \frac{2a^2-b^2}{a+b} \textbf{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ॥ ১৮ ॥ $A = x^2 - 5x + 6$, $B = x^2 - 7x + 12$, $C = x^2 - 9x + 20$ তিনটি বীজগাণিতিক রাশি।

ক) $\frac{x}{y}$ এবং $\frac{x+y}{y}$ এর বিয়োগফল নির্ণয় করো।

খ) $\frac{1}{B} + \frac{1}{C}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করো।

গ) $\frac{1}{A}, \frac{1}{B}, \frac{1}{C}$ কে সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ করো।

সমাধান :

ক) $\frac{x}{y} - \frac{x+y}{y} = \frac{x-(x+y)}{y} = \frac{x-x-y}{y} = \frac{-y}{y} = -1$ **(Ans.)**

খ) এখানে, $\frac{1}{B} = \frac{1}{x^2 - 7x + 12}$ এবং $\frac{1}{C} = \frac{1}{x^2 - 9x + 20}$

$= \frac{1}{x^2 - 4x - 3x + 12}$ $\quad = \frac{1}{x^2 - 5x - 4x + 20}$

$= \frac{1}{x(x-4) - 3(x-4)}$ $\quad = \frac{1}{x(x-5) - 4(x-5)}$

$= \frac{1}{(x-4)(x-3)}$ $\quad = \frac{1}{(x-5)(x-4)}$

$$\therefore \frac{1}{B} + \frac{1}{C} = \frac{1}{(x-4)(x-3)} + \frac{1}{(x-5)(x-4)} = \frac{x-5+x-3}{(x-3)(x-4)(x-5)}$$

$$= \frac{2x-8}{(x-3)(x-4)(x-5)}$$

$$= \frac{2(x-4)}{(x-3)(x-4)(x-5)}$$

$$= \frac{2}{(x-3)(x-5)}$$ **(Ans.)**

গ) ১ম ভগ্নাংশের হর $= x^2 - 5x + 6 = x^2 - 3x - 2x + 6$

$= x(x-3) - 2(x-3) = (x-3)(x-2)$

২য় ভগ্নাংশের হর $= (x-4)(x-3)$

৩য় ভগ্নাংশের হর $= (x-4)(x-5)$

$\therefore$ হরগুলোর ল.সা.গু. $= (x-2)(x-3)(x-4)(x-5)$

এখন,

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{A} &= \frac{1}{(x-3)(x-2)} = \frac{(x-4)(x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)} \\ \frac{1}{B} &= \frac{1}{(x-3)(x-4)} = \frac{(x-2)(x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)} \\ \frac{1}{C} &= \frac{1}{(x-4)(x-5)} = \frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)} \end{aligned}\right\}$$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৯ ॥ $A = x - 2$, $B = x^2 + 2x + 4$, $C = x^3 - 8$ তিনটি বীজগাণিতিক রাশি।

ক) যোগফল নির্ণয় করো : $\frac{a}{bc} + \frac{b}{ca} + \frac{c}{ab} + \frac{a-b}{ac}$

খ) সরল করো : $\frac{1}{A} \times \frac{x-2}{B} + \frac{6x}{C}$

গ) প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{A} \times \frac{x+2}{B} \div \frac{x+2}{C} = 1$

সমাধান :

ক) $\frac{a}{bc} + \frac{b}{ca} + \frac{c}{ab} + \frac{a-b}{ac}$

$$= \frac{a^2 + b^2 + c^2 + b(a - b)}{abc}$$

$$= \frac{a^2 + b^2 + c^2 + ab - b^2}{abc} = \frac{a^2 + c^2 + ab}{abc}$$ **(Ans.)**

খ) প্রদত্ত রাশিমালা $\frac{1}{A} \times \frac{x - 2}{B} + \frac{6x}{C}$

$$= \frac{1}{x - 2} \times \frac{x - 2}{x^2 + 2x + 4} + \frac{6x}{x^3 - 8}$$ [মান বসিয়ে]

$$= \frac{1}{x^2 + 2x + 4} + \frac{6x}{(x)^3 - (2)^3}$$

$$= \frac{1}{x^2 + 2x + 4} + \frac{6x}{(x - 2)(x^2 + 2 \times x + 2^2)}$$

$$= \frac{1}{x^2 + 2x + 4} + \frac{6x}{(x - 2)(x^2 + 2x + 4)}$$

$$= \frac{x - 2 + 6x}{(x - 2)(x^2 + 2x + 4)} = \frac{7x - 2}{x^3 - 8}$$ **(Ans.)**

গ) বামপক্ষ = $\frac{1}{A} \times \frac{(x + 2)}{B} \times \frac{C}{(x + 2)}$

$$= \frac{1}{(x - 2)} \times \frac{(x + 2)}{(x^2 + 2x + 4)} \times \frac{x^3 - 8}{(x + 2)}$$ [মান বসিয়ে]

$$= \frac{(x)^3 - (2)^3}{(x - 2)(x^2 + 2x + 4)} = \frac{(x - 2)(x^2 + 2 \times x + 2^2)}{(x - 2)(x^2 + 2x + 4)}$$

$$= \frac{(x - 2)(x^2 + 2x + 4)}{(x - 2)(x^2 + 2x + 4)} = 1 = \text{ডানপক্ষ}$$

অর্থাৎ $\frac{1}{A} \times \frac{x + 2}{B} \div \frac{x + 2}{C}$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ॥ ২০ ॥ $A = \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 + 7x + 12}$, $B = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 6x - 7}$,

$C = \frac{x^2 + 12x + 35}{x^2 + 4x - 5}$ তিনটি বীজগাণিতিক রাশি।

ক) A কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করো।

খ) A + B কে সরল করো।

গ) দেখাও যে, $B \times C \div \frac{x^2 - 9}{x - 1} = \frac{1}{x - 3}$

সমাধান :

ক) দেওয়া আছে,

$$A = \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 + 7x + 12}$$

$$= \frac{x^2 + 4x - x - 4}{x^2 + 4x + 3x + 12}$$

$$= \frac{x(x + 4) - 1(x + 4)}{x(x + 4) + 3(x + 4)} = \frac{(x + 4)(x - 1)}{(x + 4)(x + 3)} = \frac{x - 1}{x + 3}$$ **(Ans.)**

খ) দেওয়া আছে,

$$B = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 6x - 7}$$

$$= \frac{x^2 + 3x - x - 3}{x^2 + 7x - x - 7}$$

$$= \frac{x(x + 3) - 1(x + 3)}{x(x + 7) - 1(x + 7)} \quad = \frac{(x + 3)(x - 1)}{(x + 7)(x - 1)} = \frac{x + 3}{x + 7}$$

$$\therefore A + B = \frac{x - 1}{x + 3} + \frac{x + 3}{x + 7}$$

$$= \frac{(x - 1)(x + 7) + (x + 3)(x + 3)}{(x + 3)(x + 7)}$$

$$= \frac{x^2 + 7x - x - 7 + x^2 + 3x + 3x + 9}{(x + 3)(x + 7)}$$

$$= \frac{2x^2 + 12x + 2}{x^2 + 3x + 7x + 21}$$

$$= \frac{2(x^2 + 6x + 1)}{(x^2 + 10x + 21)} \textbf{ (Ans.)}$$

গ) বামপক্ষ $= B \times C \div \frac{x^2 - 9}{x - 1}$

$$= \frac{(x + 3)}{(x + 7)} \times \frac{(x^2 + 12x + 35)}{(x^2 + 4x - 5)} \times \frac{(x - 1)}{(x^2 - 9)}$$

[খ থেকে B এর মান বসিয়ে]

$$= \frac{(x + 3)}{(x + 7)} \times \frac{(x^2 + 5x + 7x + 35)}{(x^2 + 5x - x - 5)} \times \frac{(x - 1)}{(x^2 - 3^2)}$$

$$= \frac{(x + 3)}{(x + 7)} \times \frac{x(x + 5) + 7(x + 5)}{x(x + 5) - 1(x + 5)} \times \frac{(x - 1)}{(x - 3)(x + 3)}$$

$$= \frac{(x + 3)}{(x + 7)} \times \frac{(x + 5)(x + 7)}{(x + 5)(x - 1)} \times \frac{(x - 1)}{(x - 3)(x + 3)}$$

$= \frac{1}{x - 3}$ = ডানপক্ষ **(দেখানো হলো)**

অধ্যায় ৬ ৬.১ সরল সহসমীকরণ
Simple Simultaneous Equations

(ক) প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান কর (১ – ১২) :

> প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান করার পূর্বে এই অনুশীলনীর এক নজরে অধ্যায়ের বিষয়বস্তু অংশে প্রতিস্থাপন পদ্ধতি নির্ণয়ের যে ধাপগুলো বর্ণনা করা হয়েছে তা দেখে নাও।

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ $x + y = 4$
$x - y = 2$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ $x + y = 4$ ....(1)
$x - y = 2$ ....(2)
সমীকরণ (2) হতে পাই, $x = y + 2$ ....(3)

সমীকরণ (1)-এ x এর মান বসিয়ে পাই,
$y + 2 + y = 4$
বা, $2y + 2 = 4$ বা, $2y = 4 - 2$ বা, $2y = 2$ $\therefore$ $y = 1$

এখন সমীকরণ (3)-এ y এর মান বসিয়ে পাই,
$x = 1 + 2$ $\therefore$ $x = 3$
নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (3,1)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ $2x + y = 5$
$x - y = 1$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ
$2x + y = 5$ ....(1)
$x - y = 1$ ....(2)
সমীকরণ (2) হতে পাই, $x = y + 1$ ....(3)

সমীকরণ (1)-এ x এর মান বসিয়ে পাই,
$2(y + 1) + y = 5$
বা, $2y + 2 + y = 5$
বা, $3y = 5 - 2$
বা, $3y = 3$ বা, $y = \frac{3}{3}$ $\therefore$ $y = 1$

এখন, সমীকরণ (3)-এ y এর মান বসিয়ে পাই,
$x = 1 + 1$ $\therefore$ $x = 2$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2,1)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ $3x + 2y = 10$
$x - y = 0$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ
$3x + 2y = 10$ ....(1)
$x - y = 0$ ....(2)

সমীকরণ (2) হতে পাই, $x = y$ ....(3)

সমীকরণ (1)-এ x এর মান বসিয়ে পাই,
$3y + 2y = 10$

■ **সরল সহসমীকরণ :** চলকের মান দ্বারা একাধিক সমীকরণ সিদ্ধ হলে, সমীকরণসমূহকে একত্রে সহসমীকরণ বলা হয় এবং চলক এক ঘাতবিশিষ্ট হলে সহসমীকরণকে সরল সহসমীকরণ বলে।
$x + y = 5$ একটি সমীকরণ। এখানে x ও y দুইটি অজানা রাশি বা চলক। এই চলক দুইটি একঘাতবিশিষ্ট। এরূপ সমীকরণ সরল সমীকরণ।

■ **সরল সমীকরণের সমাধান :** একটি সমীকরণ থেকে এর চলকটির মান নির্ণয় করার প্রক্রিয়াকে বলা হয় সরল সমীকরণের সমাধান। চলকের মানকে বলা হয় সমীকরণটির মূল। এই মূল দ্বারা সমীকরণটি সিদ্ধ হয়।

■ **সমীকরণের মূল বা বীজ :** কোনো সমীকরণের চলকসমূহের মানকে ঐ সমীকরণের মূল বা বীজ বলা হয়। যেমন : $x + y = 5$ এবং $x - y = 3$ এই সমীকরণদ্বয়ের সমাধান হলো $x = 4, y = 1$।
সুতরাং এই সমীকরণদ্বয়ের মূল বা বীজ হলো (4, 1)।

■ **দুই চলকবিশিষ্ট সরল সহসমীকরণের সমাধান :** দুই চলকবিশিষ্ট দুইটি সরল সমীকরণের সমাধানের পদ্ধতিগুলোর মধ্যে নিচের পদ্ধতি দুইটি আলোচনা করা হলো :

১. **প্রতিস্থাপন পদ্ধতি :** এই পদ্ধতিতে আমরা নিচের ধাপগুলো অনুসরণ করে সমাধান করতে পারি :
- যেকোনো সমীকরণ থেকে চলক দুইটির একটির মান অপরটির মাধ্যমে প্রকাশ করা।
- অপর সমীকরণে প্রাপ্ত চলকের মানটি স্থাপন করে এক চলকবিশিষ্ট সমীকরণ সমাধান করা।
- নির্ণীত সমাধান প্রদত্ত সমীকরণ দুইটির যেকোনো একটিতে বসিয়ে অপর চলকের মান নির্ণয় করা।

২. **অপনয়ন পদ্ধতি :** অপনয়ন পদ্ধতির মূল নিয়ম হলো সমীকরণের যেকোনো একটি চলকের মান বাদ (Vanish) দিতে হবে। এজন্য নিম্নোক্ত ধাপগুলো অনুসরণ করতে হবে।
- সমীকরণদ্বয়ে যেকোনো একটি চলকের সাংখ্যিক মান সমান না হলে সুবিধাজনক সংখ্যা বা রাশি দ্বারা গুণ করে সমান করতে হবে।
- সমীকরণদ্বয় যোগ বা বিয়োগ করলে একটি চলকের মান পাওয়া যাবে।
- প্রাপ্ত চলকের মান যেকোনো একটি সমীকরণে বসিয়ে অপর চলকের মান নির্ণয় করা হয়।

বা, $5y = 10$ বা, $y = \frac{10}{5}$ $\therefore y = 2$

এখন সমীকরণ (3)-এ y এর মান বসিয়ে পাই, $x = 2$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

$\frac{x}{a} - \frac{y}{b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ ....(1)

$\frac{x}{a} - \frac{y}{b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ ....(2)

সমীকরণ (2) হতে পাই, $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} + \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ ....(3)

সমীকরণ (1)-এ $\frac{x}{a}$ এর মান বসিয়ে পাই,

$\frac{y}{b} + \frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{y}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

বা, $2\frac{y}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

বা, $2\frac{y}{b} = \frac{2}{b}$ বা, $y = \frac{2}{b} \times \frac{b}{2}$ $\therefore y = 1$

সমীকরণ (3)–এ y এর মান বসিয়ে পাই,

$\frac{x}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ বা, $\frac{x}{a} = \frac{1}{a}$ $\therefore x = 1$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (1, 1)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ $3x - 2y = 0$

$17x - 7y = 13$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ

$3x - 2y = 0$ ....(1)

$17x - 7y = 13$ ....(2)

সমীকরণ (1) হতে পাই,

$3x = 2y$ $\therefore x = \frac{2y}{3}$ .... (3)

সমীকরণ (2)-এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$\left(17 \times \frac{2y}{3}\right) - 7y = 13$

বা, $\frac{34y}{3} - 7y = 13$

বা, $\frac{34y - 21y}{3} = 13$

বা, $y\left(\frac{34 - 21}{3}\right) = 13$

বা, $\frac{13y}{3} = 13$ $\therefore y = 3$

এখন সমীকরণ (3)-এ y এর মান বসিয়ে পাই,

$$x = \frac{2 \times 3}{3} \quad \therefore x = 2$$

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (2, 3) **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ $x - y = 2a$
$ax + by = a^2 + b^2$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ

$x - y = 2a$ ....(1)
$ax + by = a^2 + b^2$.............(2)

সমীকরণ (1) হতে পাই,

$x = y + 2a$ ....(3)

সমীকরণ (2)-এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$a(y + 2a) + by = a^2 + b^2$

বা, $ay + 2a^2 + by = a^2 + b^2$

বা, $ay + by = a^2 + b^2 - 2a^2$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $y(a + b) = b^2 - a^2$

বা, $y(a + b) = (b + a)(b - a)$

বা, $y = \frac{(a + b)(b - a)}{(a + b)}$

$\therefore y = b - a$

এখন সমীকরণ (3)-এ y এর মান বসিয়ে পাই,

$x = b - a + 2a$

$\therefore x = a + b$

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (a + b, b – a) **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ $ax + by = ab$
$bx + ay = ab$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ

$ax + by = ab$ ....(1)
$bx + ay = ab$ ....(2)

সমীকরণ (1) হতে পাই, $ax = ab - by$

বা, $x = \frac{ab - by}{a}$

$\therefore x = b - \frac{by}{a}$ .... (3)

সমীকরণ (2)-এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$b \times \left(b - \frac{by}{a}\right) + ay = ab$

বা, $b^2 - \frac{b^2}{a}y + ay = ab$

বা, $ay - \frac{b^2}{a}y = ab - b^2$

বা, $y\left(a - \frac{b^2}{a}\right) = ab - b^2$

বা, $y\left(\frac{a^2-b^2}{a}\right) = b(a-b)$

বা, $y = \frac{ab(a-b)}{a^2-b^2}$

বা, $y = \frac{ab(a-b)}{(a+b)(a-b)}$ $\therefore y = \frac{ab}{a+b}$

এখন সমীকরণ (3)-এ y এর মান বসিয়ে পাই,

$x = b - \left(\frac{b}{a} \times \frac{ab}{a+b}\right)$

বা, $x = b - \frac{b^2}{a+b}$

বা, $x = \frac{b(a+b)-b^2}{a+b}$

বা, $x = \frac{ab+b^2-b^2}{a+b}$ $\therefore x = \frac{ab}{a+b}$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = \left(\frac{ab}{a+b}, \frac{ab}{a+b}\right)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ $ax - by = ab$
$bx - ay = ab$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ

$ax - by = ab$ ....(1)
$bx - ay = ab$ ....(2)

সমীকরণ (2) হতে পাই, $bx = ay + ab$

বা, $x = \frac{ay+ab}{b}$

$\therefore x = \frac{a}{b}y + a$ ....(3)

সমীকরণ (1)-এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$a \times \left(\frac{a}{b}y + a\right) - by = ab$

বা, $\frac{a^2}{b}y + a^2 - by = ab$

বা, $y\left(\frac{a^2}{b} - b\right) = ab - a^2$

বা, $y\left(\frac{a^2-b^2}{b}\right) = a(b-a)$

বা, $y = \frac{ab(b-a)}{a^2-b^2}$ [আড়গুণন করে]

বা, $y = \frac{-ab(a-b)}{(a+b)(a-b)}$ $\therefore y = \frac{-ab}{a+b}$

এখন সমীকরণ (3)-এ y এর মান বসিয়ে পাই,

$x = \frac{a}{b} \times \left(\frac{-ab}{a+b}\right) + a$

বা, $x = \frac{-a^2}{(a+b)} + a$

বা, $x = \frac{-a^2 + a(a+b)}{(a+b)}$

বা, $x = \frac{-a^2 + a^2 + ab}{(a+b)}$ $\therefore x = \frac{ab}{a+b}$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = \left(\frac{ab}{a+b}, \frac{-ab}{a+b}\right)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ $ax - by = a - b$
$ax + by = a + b$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ

$ax - by = a - b$ ....(1)

$ax + by = a + b$ ....(2)

সমীকরণ (1) হতে পাই, $ax = a - b + by$

$\therefore x = \frac{a-b}{a} + \frac{by}{a}$ ......(3)

সমীকরণ (2)-এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$a \times \left(\frac{a-b}{a} + \frac{by}{a}\right) + by = a + b$

বা, $a - b + by + by = a + b$

বা, $2by = a + b - a + b$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $2by = 2b$

বা, $y = \frac{2b}{2b}$ $\therefore y = 1$

এখন সমীকরণ (3)-এ y এর মান বসিয়ে পাই,

$x = \frac{a-b}{a} + \left(\frac{b}{a} \times 1\right)$

বা, $x = \frac{a-b+b}{a}$ $\therefore x = 1$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (1,1)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6}$
$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6}$ ....(1)

$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$ ....(2)

সমীকরণ (2) হতে পাই, $\frac{1}{x} = \frac{1}{6} + \frac{1}{y}$................(3)

সমীকরণ (1)-এ $\frac{1}{x}$ এর মান বসিয়ে পাই,

$\frac{1}{y} + \frac{1}{6} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6}$

বা, $\frac{2}{y} = \frac{5}{6} - \frac{1}{6}$

বা, $\frac{2}{y} = \frac{4}{6}$

বা, $4y = 12$ [আড়গুণন করে]

বা, $y = \frac{12}{4}$ $\therefore y = 3$

এখন, সমীকরণ (3)-এ y এর মান বসিয়ে পাই,

$\frac{1}{x} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3}$

বা, $\frac{1}{x} = \frac{1+2}{6}$

বা, $\frac{1}{x} = \frac{3}{6}$

বা, $3x = 6$ [আড়গুণন করে]

$\therefore x = 2$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 3)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{2}{a} + \frac{1}{b}$

$\frac{x}{b} - \frac{y}{a} = \frac{2}{b} - \frac{1}{a}$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ

$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{2}{a} + \frac{1}{b}$ ....(1)

$\frac{x}{b} - \frac{y}{a} = \frac{2}{b} - \frac{1}{a}$ ....(2)

সমীকরণ (2) হতে পাই, $\frac{x}{b} = \frac{2}{b} + \frac{y}{a} - \frac{1}{a}$

বা, $x = b\left(\frac{2}{b} + \frac{y}{a} - \frac{1}{a}\right)$ ....(3)

সমীকরণ (1)-এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$\frac{b}{a}\left(\frac{y}{a} + \frac{2}{b} - \frac{1}{a}\right) + \frac{y}{b} = \frac{2}{a} + \frac{1}{b}$

বা, $\frac{by}{a^2} + \frac{2}{a} - \frac{b}{a^2} + \frac{y}{b} = \frac{2}{a} + \frac{1}{b}$

বা, $y\left(\frac{b}{a^2} + \frac{1}{b}\right) = \frac{2}{a} + \frac{1}{b} - \frac{2}{a} + \frac{b}{a^2}$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $y\left(\frac{b^2 + a^2}{a^2 b}\right) = \frac{1}{b} + \frac{b}{a^2}$

বা, $y\left(\frac{b^2 + a^2}{a^2 b}\right) = \left(\frac{a^2 + b^2}{a^2 b}\right)$ $\therefore y = 1$

এখন সমীকরণ (3)-এ y এর মান বসিয়ে পাই,

$x = b\left(\frac{1}{a} + \frac{2}{b} - \frac{1}{a}\right)$

বা, $x = b \times \frac{2}{b}$ $\therefore x = 2$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 1)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ $\frac{a}{x}+\frac{b}{y}=\frac{a}{2}+\frac{b}{3}$

$\frac{a}{x}-\frac{b}{y}=\frac{a}{2}-\frac{b}{3}$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ

$$\frac{a}{x}+\frac{b}{y}=\frac{a}{2}+\frac{b}{3} \text{.............}(1)$$

$$\frac{a}{x}-\frac{b}{y}=\frac{a}{2}-\frac{b}{3} \text{..................}(2)$$

$\frac{a}{x}=u$ এবং $\frac{b}{y}=v$ ধরে সমীকরণ (1) ও (2) হতে পাই,

$$u+v=\frac{a}{2}+\frac{b}{3} \text{..................}(3)$$

$$u-v=\frac{a}{2}-\frac{b}{3} \text{...................}(4)$$

সমীকরণ (3) হতে পাই, $v=\frac{a}{2}+\frac{b}{3}-u$ ....(5)

সমীকরণ (4)-এ v এর মান বসিয়ে পাই,

$$u-\left(\frac{a}{2}+\frac{b}{3}-u\right)=\frac{a}{2}-\frac{b}{3}$$

বা, $u-\frac{a}{2}-\frac{b}{3}+u=\frac{a}{2}-\frac{b}{3}$

বা, $2u=\frac{a}{2}-\frac{b}{3}+\frac{a}{2}+\frac{b}{3}$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $2u=\frac{2a}{2}$

বা, $2u=a$

$\therefore u=\frac{a}{2}$

বা, $\frac{a}{x}=\frac{a}{2}$ $[\because u=\frac{a}{x}]$

বা, $x=\frac{2\times a}{a}$ $\quad\therefore x=2$

এখন, সমীকরণ (5) -এ u এর মান বসিয়ে পাই,

$$v=\frac{a}{2}+\frac{b}{3}-\frac{a}{2}$$

বা, $v=\frac{b}{3}$

বা, $\frac{b}{y}=\frac{b}{3}$ $[\because v=\frac{b}{y}]$

বা, $y=\frac{3\times b}{b}$

$\therefore y=3$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y)=(2, 3)$ **(Ans.)**

(খ) অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান কর (১৩ –২৬) :

> অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান করার পূর্বে এই অনুশীলনীর এক নজরে অধ্যায়ের বিষয়বস্তু অংশে অপনয়ন পদ্ধতি নির্ণয়ের যে ধাপগুলো বর্ণনা করা হয়েছে তা দেখে নাও।

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ $x - y = 4$
$x + y = 6$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ $x - y = 4$ .... (1)
$x + y = 6$ .... (2)

সমীকরণ (1) ও (2) যোগ করে পাই,
$2x = 10$
বা, $x = \frac{10}{2}$ $\therefore x = 5$

সমীকরণ (2)-এ x এর মান বসিয়ে পাই,
$5 + y = 6$
বা, $y = 6 - 5$ $\therefore y = 1$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (5, 1)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥ $2x + 3y = 7$
$6x - 7y = 5$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ
$2x + 3y = 7$ .... (1)
$6x - 7y = 5$ .... (2)

সমীকরণ (1) কে 3 দ্বারা গুণ করে সমীকরণ (2) এর সাথে বিয়োগ করে পাই,

$$\begin{array}{rcl} 6x + 9y &=& 21 \\ 6x - 7y &=& 5 \\ (-) \quad (+) && (-) \\ \hline 16y &=& 16 \end{array}$$

বা, $y = \frac{16}{16}$ $\therefore y = 1$

এখন, সমীকরণ (1)-এ y এর মান বসিয়ে পাই,
$2x + 3 \times 1 = 7$
বা, $2x + 3 = 7$
বা, $2x = 7 - 3$
বা, $2x = 4$
বা, $x = \frac{4}{2}$ $\therefore x = 2$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 1)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৫ ॥ $4x + 3y = 15$
$5x + 4y = 19$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ
$4x + 3y = 15$............. (1)
$5x + 4y = 19$............. (2)

সমীকরণ (1) কে 4 দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে 3 দ্বারা গুণ করে পাই,

$$\begin{array}{l} 16x + 12y = 60 \\ 15x + 12y = 57 \\ (-)\ \ (-)\ \ \ (-) \\ \hline x \qquad = 3 \end{array}$$ [বিয়োগ করে]

সমীকরণ (1)-এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$4 \times 3 + 3y = 15$

বা, $3y = 15 - 12$

বা, $3y = 3$

বা, $y = \frac{3}{3}$ $\therefore y = 1$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (3, 1)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৬ ॥ $3x - 2y = 5$
$2x + 3y = 12$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ

$3x - 2y = 5$ ....(1)
$2x + 3y = 12$ ....(2)

সমীকরণ (1) কে 3 দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে 2 দ্বারা গুণ করে পাই,

$$\begin{array}{l} 9x - 6y = 15 \\ 4x + 6y = 24 \\ \hline 13x \quad = 39 \end{array}$$ [যোগ করে]

বা, $x = \frac{39}{13}$

$\therefore x = 3$

এখন, সমীকরণ (2)-এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$2 \times 3 + 3y = 12$

বা, $6 + 3y = 12$

বা, $3y = 12 - 6$

বা, $3y = 6$

বা, $y = \frac{6}{3}$ $\therefore y = 2$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (3, 2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৭ ॥ $4x - 3y = -1$
$3x - 2y = 0$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ

$4x - 3y = -1$............(1)
$3x - 2y = 0$ ....(2)

সমীকরণ (1) কে 2 দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে 3 দ্বারা গুণ করে পাই,

$$\begin{array}{l} 8x - 6y = -2 \\ 9x - 6y = 0 \\ (-)\ \ (+)\ \ \ (-) \\ \hline -x \qquad = -2 \end{array}$$ [বিয়োগ করে]

$\therefore x = 2$

এখন সমীকরণ (2)-এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$3 \times 2 - 2y = 0$

বা, $6 - 2y = 0$

বা, $-2y = -6$

বা, $2y = 6$ [উভয়পক্ষকে -1 দ্বারা গুণ করে]

বা, $y = \frac{6}{2}$ $\therefore y = 3$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 3)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৮ ॥ $\mathbf{3x - 5y = -9}$
$\mathbf{5x - 3y = 1}$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ $3x - 5y = -9$ ....(1)
$5x - 3y = 1$ ....(2)

সমীকরণ (1) কে 3 দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে 5 দ্বারা গুণ করে পাই,

$$\begin{array}{l} 9x - 15y = -27 \\ 25x - 15y = \ \ 5 \\ (-) \ \ (+) \quad (-) \\ \hline -16x \quad = -32 \end{array}$$
[বিয়োগ করে]

বা, $x = \frac{-32}{-16}$

$\therefore x = 2$

এখন সমীকরণ (2)-এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$5 \times 2 - 3y = 1$

বা, $10 - 3y = 1$

বা, $-3y = 1 - 10$

বা, $-3y = -9$ $\therefore y = 3$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 3)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৯ ॥ $\mathbf{\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 3}$
$\mathbf{\frac{x}{2} - \frac{y}{2} = 1}$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ

$\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 3$ ....(1)

$\frac{x}{2} - \frac{y}{2} = 1$ ....(2)

সমীকরণ (1) এবং (2) কে 2 দ্বারা গুণ করে পাই,

$$\begin{array}{l} x + y = 6 \ ....(3) \\ x - y = 2 \ ....(4) \\ \hline 2x \quad = 8 \end{array}$$
[যোগ করে]

বা, $x = \frac{8}{2}$ $\therefore x = 4$

এখন সমীকরণ (1)-এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$$\frac{4}{2} + \frac{y}{2} = 3$$

বা, $2 + \frac{y}{2} = 3$

বা, $\frac{y}{2} = 3 - 2$

$\therefore y = 2$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (4, 2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২০ ॥ $x + ay = b$
$ax - by = c$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ

$x + ay = b$ ....(1)
$ax - by = c$..................(2)

সমীকরণ (1) কে b দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে a দ্বারা গুণ করে পাই,

$$bx + aby = b^2$$
$$a^2x - aby = ac$$

$bx + a^2x = b^2 + ac$ [যোগ করে]

বা, $x(a^2 + b) = b^2 + ac$

$\therefore x = \frac{b^2 + ac}{a^2 + b}$

এখন সমীকরণ (1)-এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$$\frac{b^2 + ac}{a^2 + b} + ay = b$$

বা, $ay = b - \frac{b^2 + ac}{a^2 + b}$

বা, $ay = \frac{a^2b + b^2 - b^2 - ac}{a^2 + b}$

বা, $ay = \frac{a^2b - ac}{a^2 + b}$

বা, $y = \frac{a(ab - c)}{a(a^2 + b)}$ $\therefore y = \frac{ab - c}{a^2 + b}$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = \left(\frac{b^2 + ac}{a^2 + b}, \frac{ab - c}{a^2 + b}\right)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২১ ॥ $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3$

$x - \frac{y}{3} = 3$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3$ ....(1)

$x - \frac{y}{3} = 3$ ....(2)

সমীকরণ (1) কে 6 দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে 3 দ্বারা গুণ করে পাই,

$$\begin{array}{l} 3x + 2y = 18 \\ 3x - \ y = \ \ 9 \\ \underline{(-)(+)\ \ (-)\qquad} \\ \qquad 3y = \ 9 \end{array}$$ [বিয়োগ করে]

বা, $y = \frac{9}{3}$ $\therefore y = 3$

এখন, সমীকরণ (2)-এ y এর মান বসিয়ে পাই,

$x - \frac{3}{3} = 3$

বা, $x - 1 = 3$

বা, $x = 3 + 1 \therefore x = 4$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (4, 3)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২২ ॥ $\frac{x}{3} + \frac{2}{y} = 1$

$\frac{x}{4} - \frac{3}{y} = 3$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ

$\frac{x}{3} + \frac{2}{y} = 1$ ....(1)

$\frac{x}{4} - \frac{3}{y} = 3$ ....(2)

সমীকরণ (1) কে 3y দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে 4y দ্বারা গুণ করে পাই,

$$\begin{array}{l} xy + 6 \ = \ 3y \\ xy - 12 = 12y \\ \underline{(-)\ (+)\ \ (-)\qquad\qquad} \\ \quad 18 = -9y \end{array}$$ [বিয়োগ করে]

বা, $y = -\frac{18}{9}$ $\therefore y = -2$

এখন, সমীকরণ (1)-এ y এর মান বসিয়ে পাই,

$\frac{x}{3} - \frac{2}{2} = 1$

বা, $\frac{x}{3} - 1 = 1$

বা, $\frac{x}{3} = 1 + 1$

বা, $x = 2 \times 3$

$\therefore x = 6$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (6, -2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২৩ ॥ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{2}{a} + \frac{1}{b}$

$\frac{x}{b} - \frac{y}{a} = \frac{2}{b} - \frac{1}{a}$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ

$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{2}{a} + \frac{1}{b}$ ....(1)

$\frac{x}{b} - \frac{y}{a} = \frac{2}{b} - \frac{1}{a}$ ....(2)

সমীকরণ (1) কে b দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে a দ্বারা গুণ করে পাই,

$$\frac{bx}{a} + y = \frac{2b}{a} + 1$$

$$\frac{ax}{b} - y = \frac{2a}{b} - 1$$

$$x\left(\frac{b}{a} + \frac{a}{b}\right) = 2\left(\frac{b}{a} + \frac{a}{b}\right)$$ [যোগ করে]

বা, $x = 2 \times \frac{\left(\frac{b}{a} + \frac{a}{b}\right)}{\left(\frac{b}{a} + \frac{a}{b}\right)}$ $\therefore x = 2$

এখন x এর মান সমীকরণ (1)-এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{2}{a} + \frac{y}{b} = \frac{2}{a} + \frac{1}{b}$$

বা, $\frac{y}{b} = \frac{2}{a} + \frac{1}{b} - \frac{2}{a}$

বা, $\frac{y}{b} = \frac{1}{b}$

বা, $y = \frac{1}{b} \times b$ $\therefore y = 1$

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (2, 1) **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২৪ ॥ $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} = \frac{a}{2} + \frac{b}{3}$

$\frac{a}{x} - \frac{b}{y} = \frac{a}{2} - \frac{b}{3}$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} = \frac{a}{2} + \frac{b}{3} \text{ ....(1)}$$

$$\frac{a}{x} - \frac{b}{y} = \frac{a}{2} - \frac{b}{3} \text{ ....(2)}$$

$\frac{a}{x} = u$ এবং $\frac{b}{y} = v$ ধরে সমীকরণ (1) ও (2) হতে পাই,

$$u + v = \frac{a}{2} + \frac{b}{3} \text{ ....(3)}$$

$$u - v = \frac{a}{2} - \frac{b}{3} \text{ ....(4)}$$

(3) ও (4) সমীকরণ যোগ করে পাই,

$$2u = 2 \times \frac{a}{2}$$

বা, $2u = a$

$\therefore u = \frac{a}{2}$

বা, $\frac{a}{x} = \frac{a}{2}$ $[\because u = \frac{a}{x}]$

বা, $x = \frac{2 \times a}{a}$ $\therefore x = 2$

এখন, সমীকরণ (3) এ u এর মান বসিয়ে পাই,

$$\frac{a}{2}+v=\frac{a}{2}+\frac{b}{3}$$

বা, $v=\frac{a}{2}+\frac{b}{3}-\frac{a}{2}$ [পক্ষান্তর করে]

$\therefore v=\frac{b}{3}$

বা, $\frac{b}{y}=\frac{b}{3}$ $[\because v=\frac{b}{y}]$

বা, $y=\frac{3\times b}{b}$ $\therefore y=3.$

নির্ণেয় সমাধান (x,y) = (2, 3) **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২৫ ॥ $\frac{x}{6}+\frac{2}{y}=2$

$\frac{x}{4}-\frac{1}{y}=1$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ

$\frac{x}{6}+\frac{2}{y}=2$............(1)

$\frac{x}{4}-\frac{1}{y}=1$ ....(2)

সমীকরণ (1) কে 6y দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে 4y দ্বারা গুণ করে পাই,

$$\begin{array}{rcl} xy+12 &=& 12y \\ xy-4 &=& 4y \\ (-) & & (+)\quad(-) \\ \hline 16 &=& 8y \end{array}$$ [বিয়োগ করে]

বা, $y=\frac{16}{8}$

$\therefore y=2$

সমীকরণ (2)-এ y এর মান বসিয়ে পাই,

$\frac{x}{4}-\frac{1}{2}=1$

বা, $\frac{x}{4}=1+\frac{1}{2}$

বা, $\frac{x}{4}=\frac{2+1}{2}$

বা, $x=4\times\frac{3}{2}$ $\therefore x=6$

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (6, 2) **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২৬ ॥ $x+y=a-b$

$ax-by=a^2+b^2$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ

$x+y=a-b$...............(1)

$ax-by=a^2+b^2$........(2)

সমীকরণ (1) কে b দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে 1 দ্বারা গুণ করে পাই,

$$bx + by = ab - b^2$$
$$ax - by = a^2 + b^2.$$

$$x(a + b) = ab + a^2 \qquad \text{[যোগ করে]}$$

বা, $x(a + b) = a(a + b)$

বা, $x = \dfrac{a(a + b)}{(a + b)}$ $\quad \therefore x = a$

এখন, সমীকরণ (1)-এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$a + y = a - b$

বা, $y = a - b - a \quad \therefore y = -b$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (a, -b)$ **(Ans.)**

অধ্যায় ৬ ৬.২ সরল সহসমীকরণ
Simple Simultaneous Equations

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ $x + y = 5, x - y = 3$ হলে (x, y) এর মান নিচের কোনটি?

(ক) (4, 1) (খ) (1, 4) (গ) (2, 3) (ঘ) (3, 2) ক

ব্যাখ্যা : সমীকরণদ্বয় যোগ করে পাই,

$2x = 8$ বা, $x = \frac{8}{2}$ $\therefore x = 4$

x এর মান ১ম সমীকরণে বসাই

$4 + y = 5$ $\therefore y = 1$

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ নিচের কোনটি সরল রেখার সমীকরণ নির্দেশ করে না?

(ক) $3x - 3y = 0$ (খ) $x + y = 5$

(গ) $x = \frac{1}{y}$ (ঘ) $4x + 5y = 9$ গ

ব্যাখ্যা : $x = \frac{1}{y}$ বা, $xy = 1$; যেহেতু সরলরেখার সমীকরণে একটি পদে একাধিক চলক থাকতে পারে না। কিন্তু $xy = 1$ সমীকরণের xy পদটিতে x ও y চলক রয়েছে। সেহেতু $xy = 1$ সমীকরণটি সরলরেখার সমীকরণ নির্দেশ করে না।

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ $x - 2y = 8, 3x - 2y = 4$ সমীকরণ জোটের x এর মান কত?

(ক) – 5 (খ) – 2 (গ) 2 (ঘ) 5 খ

ব্যাখ্যা : ১ম সমীকরণ থেকে ২য় সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,

$-2x = 4$ বা, $x = -\frac{4}{2}$ $\therefore x = -2$

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ $4x + 5y = 9$ সমীকরণটিতে কয়টি চলক আছে?

(ক) 0 (খ) 1 (গ) 2 (ঘ) 3 গ

ব্যাখ্যা : $4x + 5y = 9$ সমীকরণটিতে x ও y দুইটি অজানা রাশি বা চলক আছে।

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ মূল বিন্দুর স্থানাংক কোনটি?

(ক) (0, 0) (খ) (0, 1) (গ) (1, 0) (ঘ) (1, 1) ক

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ (– 3, –5) বিন্দুটি কোন চতুর্ভাগে অবস্থিত?

(ক) প্রথম (খ) দ্বিতীয় (গ) তৃতীয় (ঘ) চতুর্থ গ

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ $x + 2y = 30$ সমীকরণের লেখচিত্রের উপর অবস্থিত বিন্দু

i. (10, 10) ii. (0, 15) iii. (10, 20)

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii ক

ব্যাখ্যা :

i. $x = 10$ ও $y = 10$ বসালে বামপক্ষ $= 10 + 2 \times 10 = 30 =$ ডানপক্ষ

ii. $x = 0$ ও $y = 15$ বসালে বামপক্ষ $= 0 + 2 \times 15 = 30 =$ ডানপক্ষ

iii. $x = 10$ ও $y = 20$ বসালে বামপক্ষ $= 10 + 2 \times 20 = 50 \neq$ ডানপক্ষ

■ **বাস্তবভিত্তিক সমস্যার সহসমীকরণ গঠন ও সমাধান :** সরল সহসমীকরণের ধারণা থেকে বাস্তব জীবনের বহু সমস্যা সমাধান করা যায়। অনেক সমস্যায় একাধিক চলক আসে। প্রত্যেক চলকের জন্য আলাদা প্রতীক ব্যবহার করে সমীকরণ গঠন করা যায়। এরূপ ক্ষেত্রে যতগুলো প্রতীক ব্যবহার করা হয়, ততগুলো সমীকরণ গঠন করতে হয়।

■ **লেখচিত্রের সাহায্যে সরল সহসমীকরণের সমাধান :** দুই চলকবিশিষ্ট সরল সহসমীকরণে দুইটি সরল সমীকরণ থাকে। দুইটি সরল সমীকরণের জন্য লেখ অঙ্কন করলে দুইটি সরলরেখা পাওয়া যায়। এদের ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক উভয় সরলরেখায় অবস্থিত। এই ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক অর্থাৎ (x, y) প্রদত্ত সরল সহসমীকরণের মূল হবে। x ও y এর প্রাপ্ত মান দ্বারা সমীকরণ দুইটি যুগপৎ সিদ্ধ হবে। অতএব, সরল সহসমীকরণ যুগলের একমাত্র সমাধান যা ছেদবিন্দুর ভুজ ও কোটি।

[**Note :** সরলরেখা দুইটি সমান্তরাল হলে, প্রদত্ত সহসমীকরণের কোনো সমাধান নেই।]

■ **সমান্তরাল সরলরেখা চিনার উপায় :** লেখচিত্র সমান্তরাল সরলরেখা কখনো পরস্পরকে ছেদ করে না।

গাণিতিকভাবে $a_1x + b_1y = c_1$ এবং $a_2x + b_2y = c_2$ সমীকরণ যুগল পরস্পর সমান্তরাল।

সুতরাং সমান্তরাল সরলরেখা চেনার উপায় $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ হবে।

অর্থাৎ একই x ও y সহগগুলোর অনুপাত সমান হবে।

সমীকরণজোট সমান্তরাল হলে কোনো ছেদবিন্দু থাকবে না।

অর্থাৎ কোনো সমাধান পাওয়া যাবে না।

নিচের অনুচ্ছেদটি লক্ষ করে ৮ ও ৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

x ও y সংখ্যা দুইটির বিয়োগফলের অর্ধেক 4। বড় সংখ্যাটির সাথে ছোট সংখ্যাটির তিনগুণ যোগ করলে যোগফল 20 হয়। যেখানে $x > y$।

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ প্রথম শর্ত কোনটি?

(ক) $x - y = 4$ (খ) $x - y = 8$ (গ) $y - x = 4$ (ঘ) $y - x = 8$ **খ**

ব্যাখ্যা : $\frac{x-y}{2} = 4 \therefore x - y = 8$

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ (x, y) এর মান নিচের কোনটি?

(ক) (3, 11) (খ) (7, 3) (গ) (11, 7) (ঘ) (11, 3) **ঘ**

ব্যাখ্যা : $x - y = 8$ .... (i)

$x + 3y = 20$......................... (ii)

(ii) – (i) $4y = 12 \therefore y = 3$

$y = 3$ (i) এ বসাই

$x - 3 = 8 \therefore x = 11 \quad \therefore (x, y) = (11, 3)$

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ দুইটি সংখ্যার যোগফল 100 এবং বিয়োগফল 20 হলে, সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, সংখ্যা দুইটি যথাক্রমে x ও y, যেখানে $x > y$

অতএব, ১ম শর্তানুসারে, $x + y = 100$ ..... (1)

এবং ২য় শর্তানুসারে, $x - y = 20$ ....(2)

সমীকরণ (1) ও (2) যোগ করে পাই, $2x = 120$

বা, $x = \frac{120}{2} \quad \therefore x = 60$

এখন, সমীকরণ (1)-এ x এর মান বসিয়ে পাই, $60 + y = 100$

বা, $y = 100 - 60 \quad \therefore y = 40$

নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি 60 ও 40। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ দুইটি সংখ্যার যোগফল 160 এবং একটি অপরটির তিনগুণ হলে, সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, সংখ্যা দুইটি যথাক্রমে x ও y, যেখানে $x>y$

অতএব, ১ম শর্তানুসারে, $x + y = 160$ ....(1)

এবং ২য় শর্তানুসারে, $x = 3y$............(2)

সমীকরণ (2) হতে x এর মান (1)-এ বসিয়ে পাই, $3y + y = 160$

বা, $4y = 160$ বা, $y = \frac{160}{4} \therefore y = 40$

এখন, সমীকরণ (2)-এ y এর মান বসিয়ে পাই, $x = 3 \times 40$

$\therefore x = 120$

নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি 120 ও 40.

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ দুইটি সংখ্যার প্রথমটির তিনগুণের সাথে দ্বিতীয়টির দুইগুণ যোগ করলে 59 হয়। আবার, প্রথমটির দুইগুণ থেকে দ্বিতীয়টি বিয়োগ করলে 9 হয়। সংখ্যাদ্বয় নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, সংখ্যা দুইটি যথাক্রমে x ও y, যেখানে $x > y$

অতএব, ১ম শর্তানুসারে, $3x + 2y = 59$ ....(1)

এবং ২য় শর্তানুসারে, $2x - y = 9$ ....(2)

সমীকরণ (1) কে 1 দ্বারা এবং (2) কে 2 দ্বারা গুণ করে পাই,

$$\begin{array}{l} 3x + 2y = 59 \\ \underline{4x - 2y = 18} \\ 7x \quad = 77 \text{ [যোগ করে]} \end{array}$$

বা, $x = \frac{77}{7}$ $\therefore$ $x = 11$

এখন সমীকরণ (2)-এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$(2 \times 11) - y = 9$

বা, $22 - y = 9$

বা, $- y = 9 - 22$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $- y = - 13$

$\therefore$ $y = 13$ [উভয়পক্ষকে $- 1$ দ্বারা গুণ করে]

নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি যথাক্রমে 11 ও 13। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ 5 বছর পূর্বে পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত ছিল 3 : 1 এবং 15 বছর পর পিতা-পুত্রের বয়সের অনুপাত হবে 2 : 1। পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়স নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, বর্তমানে পিতার বয়স x বছর এবং পুত্রের বয়স y বছর

$\therefore$ 5 বছর পূর্বে পিতার বয়স ছিল $(x - 5)$ বছর

এবং 5 বছর পূর্বে পুত্রের বয়স ছিল $(y - 5)$ বছর

১ম শর্তানুসারে, $(x - 5) : (y - 5) = 3 : 1$

বা, $\frac{x - 5}{y - 5} = \frac{3}{1}$

বা, $x - 5 = 3y - 15$ [আড়গুণন করে]

বা, $x - 3y = 5 - 15$ [পক্ষান্তর করে]

$\therefore$ $x - 3y = - 10$ ....(1)

আবার, 15 বছর পর পিতার বয়স হবে $(x + 15)$ বছর

এবং 15 বছর পর পুত্রের বয়স হবে $(y + 15)$ বছর

২য় শর্তানুসারে, $(x + 15) : (y + 15) = 2 : 1$

বা, $\frac{x + 15}{y + 15} = \frac{2}{1}$

বা, $x + 15 = 2y + 30$ [আড়গুণন করে]

বা, $x - 2y = 30 - 15$ [পক্ষান্তর করে]

$\therefore$ $x - 2y = 15$ ....(2)

সমীকরণ (1) ও (2) হতে পাই,

$$\begin{array}{rcl} x - 3y &=& - 10 \\ x - 2y &=& 15 \\ (-)\ \ (+) & & (-) \\ \hline - y &=& - 25 \end{array}$$

[বিয়োগ করে]

$\therefore$ $y = 25$

সমীকরণ (2)-এ y এর মান বসিয়ে পাই, $x - (2 \times 25) = 15$

বা, $x - 50 = 15$ বা, $x = 15 + 50$ $\therefore$ $x = 65$

$\therefore$ বর্তমানে পিতার বয়স 65 বছর এবং পুত্রের বয়স 25 বছর। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥ কোনো ভগ্নাংশের লবের সাথে 5 যোগ করলে এর মান 2 হয়। আবার, হর থেকে 1 বিয়োগ করলে এর মান 1 হয়। ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, ভগ্নাংশটির লব x এবং হর y

সুতরাং ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}$, $y \neq 0$

১ম শর্তানুসারে, $\frac{x+5}{y} = 2$

বা, $x + 5 = 2y$

$\therefore x - 2y = -5$ ......(1)

২য় শর্তানুসারে, $\frac{x}{y-1} = 1$

বা, $x = y - 1$

$\therefore x - y = -1$ ......(2)

লক্ষ কর :

১. ভগ্নাংশটির লব ও হরকে x, y ধরে নিতে হবে।

২. শর্তানুসারে সমীকরণ গঠন করে ভগ্নাংশ নির্ণয় করতে হবে।

সমীকরণ (1) ও (2) হতে পাই,

$$\begin{array}{rl} x - 2y &= -5 \\ x - \;\; y &= -1 \\ (-) \;\; (+) & \;\; (+) \\ \hline -y &= -4 \end{array}$$ [বিয়োগ করে]

$\therefore y = 4$

y-এর মান সমীকরণ (2)-এ বসিয়ে পাই,

$x - 4 = -1$

বা, $x = -1 + 4$

$\therefore x = 3$

নির্ণেয় ভগ্নাংশটি $\frac{3}{4}$। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৫ ॥ কোনো প্রকৃত ভগ্নাংশের লব ও হরের যোগফল 14 এবং বিয়োগফল 8 হলে, ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, প্রকৃত ভগ্নাংশের লব x এবং হর y

সুতরাং প্রকৃত ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}$, $x < y$.

১ম শর্তানুসারে, $x + y = 14$ ....(1)

২য় শর্তানুসারে, $y - x = 8$

$\therefore -x + y = 8$ ....(2)

সমীকরণ (1) ও (2) যোগ করে পাই,

$2y = 22$

বা, $y = \frac{22}{2}$

$\therefore y = 11$

y এর মান সমীকরণ (1)-এ বসিয়ে পাই,

$x + 11 = 14$

বা, $x = 14 - 11$

জেনে রাখি :

- যে ভগ্নাংশের হর বড় লব ছোট তা প্রকৃত ভগ্নাংশ।
- যে ভগ্নাংশের হর ছোট লব বড় তা অপ্রকৃত ভগ্নাংশ।

$\therefore x = 3$

নির্ণেয় প্রকৃত ভগ্নাংশটি $\frac{3}{11}$। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৬ ॥ দুই অঙ্কবিশিষ্ট কোনো সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের যোগফল 10 এবং বিয়োগফল 4 হলে, সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

সমাধান : দুই অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যাটির একক স্থানীয় অঙ্ক x এবং দশক স্থানীয় অঙ্ক y.

$\therefore$ সংখ্যাটি $= x + 10y$

১ম শর্তানুসারে, $x + y = 10$ ....(1)

২য় শর্তানুসারে, $x - y = 4$ ....(2)

সমীকরণ (1) ও (2) যোগ করে পাই, $2x = 14$

বা, $x = \frac{14}{2}$

$\therefore x = 7$

সমীকরণ (1) এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$7 + y = 10$

বা, $y = 10 - 7$

$\therefore y = 3$

$\therefore$ সংখ্যাটি $= x + 10y$

$= 7 + (10 \times 3) = 7 + 30 = 37$

আবার, সংখ্যাটি $= 10x + y$

$= (10 \times 7) + 3 = 70 + 3 = 73$

নির্ণেয় সংখ্যাটি হবে 37 অথবা 73 **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৭ ॥ একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থ অপেক্ষা 25 মিটার বেশি। আয়তাকার ক্ষেত্রটির পরিসীমা 150 মিটার হলে, ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, আয়তাকার ক্ষেত্রের প্রস্থ x মিটার

সুতরাং আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য $= x + 25$ মিটার

$\therefore$ আয়তাকার ক্ষেত্রটির পরিসীমা = 2 (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) একক

$= 2\,(x + 25 + x)$ মিটার

$= 2\,(2x + 25)$ মিটার

শর্তানুসারে, $2(2x + 25) = 150$

বা, $4x + 50 = 150$

বা, $4x = 150 - 50$

বা, $4x = 100$

বা, $x = \frac{100}{4}$

$\therefore x = 25$

অর্থাৎ আয়তাকার ক্ষেত্রের প্রস্থ 25 মিটার

এবং আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য $= (25 + 25)$ মিটার $= 50$ মিটার

নির্ণেয় প্রস্থ 25 মিটার এবং দৈর্ঘ্য 50 মিটার। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৮ ॥ একজন বালক দোকান থেকে 15টি খাতা ও 10টি পেন্সিল 300 টাকা দিয়ে ক্রয় করলো। আবার অন্য একজন বালক একই দোকান থেকে একই ধরনের 10টি খাতা ও 15টি পেন্সিল 250 টাকায় ক্রয় করলো। প্রতিটি খাতা ও পেন্সিলের মূল্য নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, একটি খাতার মূল্য x টাকা এবং একটি পেন্সিলের মূল্য y টাকা।

১ম শর্তানুসারে, $15x + 10y = 300$

$\therefore 3x + 2y = 60$ ....(1)

২য় শর্তানুসারে, $10x + 15y = 250$

$\therefore 2x + 3y = 50$..............(2)

সমীকরণ (1) কে 3 দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে 2 দ্বারা গুণ করে পাই,

$$\begin{array}{l} 9x + 6y = 180 \\ 4x + 6y = 100 \\ \underline{(-)\ (-)\quad (-)} \\ 5x \quad = 80 \end{array}$$ [বিয়োগ করে]

বা, $x = \frac{80}{5}$ $\therefore x = 16$

সমীকরণ (1) এ x-এর মান বসিয়ে পাই,

$(3 \times 16) + 2y = 60$

বা, $48 + 2y = 60$

বা, $2y = 60 - 48$

বা, $2y = 12$

বা, $y = \frac{12}{2}$ $\therefore y = 6$

নির্ণেয় প্রতিটি খাতার মূল্য 16 টাকা ও পেন্সিলের মূল্য 6 টাকা। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৯ ॥ একজন লোকের নিকট 5000 টাকা আছে। তিনি উক্ত টাকা দুই জনের মধ্যে এমনভাবে ভাগ করে দিলেন, যেন, প্রথম জনের টাকা দ্বিতীয় জনের 4 গুণ হয়। প্রত্যেকের টাকার পরিমাণ নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, প্রথম জনের টাকার পরিমাণ x টাকা

এবং দ্বিতীয় জনের টাকার পরিমাণ y টাকা

১ম শর্তানুসারে, $x + y = 5000$ ....(1)

২য় শর্তানুসারে, $x = 4y$ ....(2)

সমীকরণ (1)-এ $x = 4y$ বসিয়ে পাই,

$4y + y = 5000$

বা, $5y = 5000$

বা, $y = \frac{5000}{5}$ $\therefore y = 1000$

y এর মান সমীকরণ (2)-এ বসিয়ে পাই,

$x = 4 \times 1000$

$\therefore x = 4000$

অতএব, প্রথম জনের 4000 টাকা এবং দ্বিতীয় জনের 1000 টাকা। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২০ ॥ লেখের সাহায্যে সমাধান কর :

(ক) $x + y = 6$

$x - y = 2$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ $x + y = 6$ ....(1)

$x - y = 2$ ....(2)

সমীকরণ (1) হতে পাই, $y = 6 - x$

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	1	2	3	4	5
y	5	4	3	2	1

ছক-১

আবার, সমীকরণ (2) হতে পাই, $y = x - 2$

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	1	2	3	4	5
y	–1	0	1	2	3

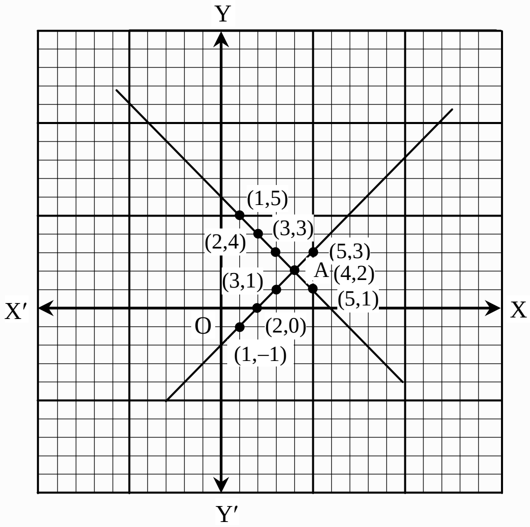
ছক-২

মনে করি, XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে X-অক্ষ ও Y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু।

উভয় অক্ষের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

ছক-১ এর (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2) ও (5, 1) বিন্দুগুলোকে ছক কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করে সমীকরণ (1) নং দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখাটির লেখ পাই।

আবার, ছক-২ এর (1, –1), (2, 0), (3, 1), (4, 2) ও (5, 3) বিন্দুগুলোকে ছক কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করে সমীকরণ (2) নং দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখাটির লেখ পাই।



সরলরেখা দুইটি পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দু উভয় সরলরেখার সাধারণ বিন্দু। এর স্থানাঙ্ক উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে। লেখ থেকে দেখা যায় যে, A বিন্দুর ভুজ 4 এবং কোটি 2।

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (4 , 2) **(Ans.)**

(খ) $x + 4y = 11$
$4x - y = 10$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ, $x + 4y = 11$ ....(1)
$4x - y = 10$ ....(2)

সমীকরণ (1) হতে পাই, $4y = 11 - x$

$$\therefore y = \frac{11 - x}{4}$$

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	3	7	11
y	2	1	0

ছক-১

আবার সমীকরণ (2) হতে পাই, $y = 4x - 10$

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করি :

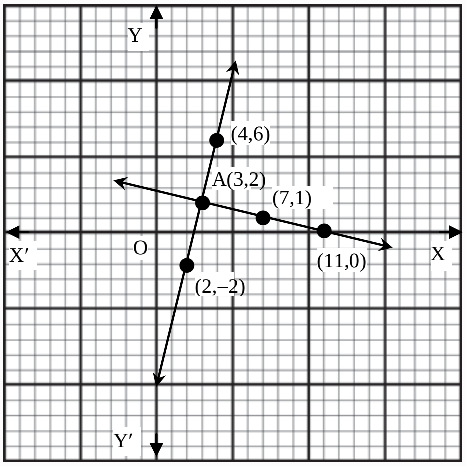
x	3	4	2
y	2	6	– 2

ছক-২

মনে করি, XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে X-অক্ষ ও Y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। উভয় অক্ষের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

ছক-১ এর (3, 2), (7, 1) ও (11, 0) বিন্দুগুলোকে লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয়দিকে বর্ধিত করে সমীকরণ (1) নং দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখাটির লেখ পাই।

আবার, ছক-২ এর (3, 2), (4, 6) ও (2, –2) বিন্দুগুলোকে লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয়দিকে বর্ধিত করে সমীকরণ (2) নং দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখাটির লেখ পাই।



সরলরেখা দুইটি পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দু উভয় সরলরেখার সাধারণ বিন্দু। এর স্থানাঙ্ক উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে। লেখ থেকে দেখা যায় যে, A বিন্দুর ভুজ 3 এবং কোটি 2।
নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (3 , 2) **(Ans.)**

(গ) 3x + 2y = 21
2x – 3y = 1

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ, 3x + 2y = 21..............(1)
2x – 3y = 1 ....(2)

সমীকরণ (1) হতে পাই, 2y = 21 – 3x

$$\therefore y = \frac{21 - 3x}{2}$$

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	1	5	7
y	9	3	0

ছক-১

আবার, সমীকরণ (2) হতে পাই, 3y = 2x – 1

$$\therefore y = \frac{2x - 1}{3}$$

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	–1	2	5
y	–1	1	3

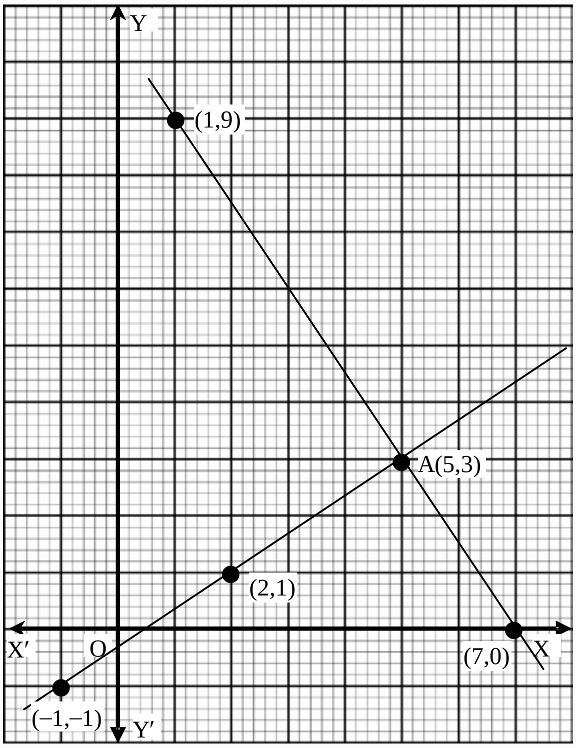
ছক-২

মনে করি XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে X-অক্ষ ও Y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু।

উভয় অক্ষের ক্ষুদ্রতম 5 বর্গ ঘরের দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

ছক-১ এর (1, 9), (5, 3) ও (7, 0) বিন্দুগুলোকে লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করে সমীকরণ (1) নং দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখাটির লেখ পাই।

আবার, ছক-২ এর (–1, –1), (2,1) ও (5, 3) বিন্দুগুলোকে লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয়দিকে বর্ধিত করে সমীকরণ (2) নং দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখাটির লেখ পাই।



সরল রেখা দুইটি পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দু উভয় সরলরেখার সাধারণ বিন্দু। এর স্থানাঙ্ক উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে।

লেখ থেকে দেখা যায় যে, A বিন্দুর ভুজ 5 এবং কোটি 3।

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (5 , 3) **(Ans.)**

(ঘ) $x + 2y = 1$
$x - y = 7$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ, $x + 2y = 1$..............(1)
$x - y = 7$ ....(2)

সমীকরণ (1) হতে পাই, $2y = 1 - x$

$$\therefore y = \frac{1 - x}{2}$$

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	– 3	–1	0	1	3
y	2	1	0.5	0	–1

ছক-১

আবার, সমীকরণ (2) হতে পাই, $y = x - 7$

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করি :

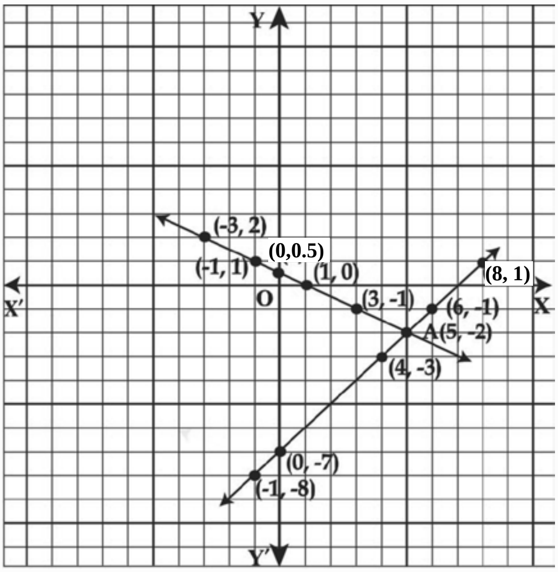
x	–1	0	4	6	8
y	– 8	– 7	– 3	–1	1

ছক-২

মনে করি, XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে X-অক্ষ ও Y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু।

উভয় অক্ষের ক্ষুদ্রতম দৈর্ঘ্যের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি। ছক-১ এর (– 3, 2), (–1, 1), (0,0·5), (1, 0) ও (3, –1) বিন্দুগুলোকে লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলোকে যোগ করে উভয়দিকে বর্ধিত করে সমীকরণ (1) নং দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখাটির লেখ পাই।

আবার, ছক-২ এর (– 1, – 8), (0, – 7), (4, – 3), (6, – 1) ও (8, 1) বিন্দুগুলোকে লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলোকে যোগ করে উভয়দিকে বর্ধিত করে সমীকরণ (2) নং দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখাটির লেখ পাই।



সরলরেখা দুইটি পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দু উভয় সরলরেখার সাধারণ বিন্দু। এর স্থানাঙ্ক উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে।

লেখ থেকে দেখা যায় যে, A বিন্দুর ভুজ 5 এবং কোটি -2।

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (5 , – 2) **(Ans.)**

(ঙ) x – y = 0
x + 2y = –15

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ, x – y = 0......................(1)

x + 2y = –15................(2)

সমীকরণ (1) হতে পাই, x = y

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	–5	–3	0	1	3	5
y	–5	–3	0	1	3	5

ছক-১

আবার, সমীকরণ (2) হতে পাই, 2y = – x – 15

$$\therefore\ y = \frac{-x-15}{2}$$

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করি :

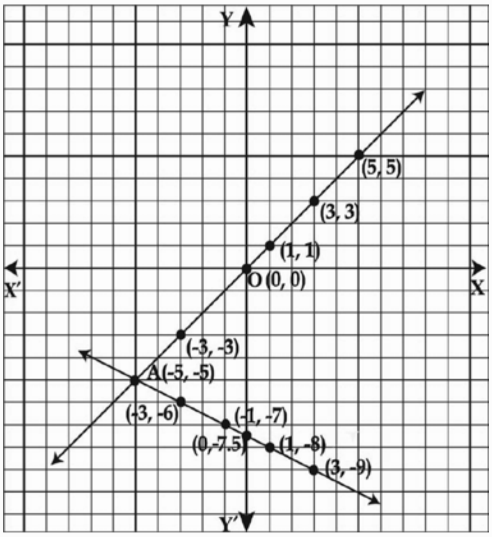
x	– 5	– 3	– 1	0	1	3
y	– 5	– 6	– 7	–7.5	– 8	– 9

ছক-২

মনে করি, XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে X-অক্ষ ও Y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। উভয় অক্ষের ক্ষুদ্রতম দৈর্ঘ্যের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

ছক-১ এর (– 5, – 5), (–3, –3), (0, 0), (1, 1), (3, 3) ও (5, 5) বিন্দুগুলোকে লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয়দিকে বর্ধিত করে সমীকরণ (1) নং দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখাটির লেখ পাই।

আবার, ছক-২ এর (– 5, – 5), (– 3, –6), (–1, – 7), (0, – 7.5), (1, – 8) ও (3,– 9) বিন্দুগুলোকে লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয়দিকে বর্ধিত করে সমীকরণ (2) নং দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখাটির লেখ পাই।



সরলরেখা দুইটি পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দু উভয় সরলরেখার সাধারণ বিন্দু। এর স্থানাঙ্ক উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে। লেখ থেকে দেখা যায় যে, A বিন্দুর ভুজ – 5 এবং কোটি –5।

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (– 5 , –5) **(Ans.)**

(চ) 4x + 3y = 11
3x – 4y = 2

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ, 4x + 3y = 11..............(1)

3x – 4y = 2...............(2)

আবার, সমীকরণ (1) হতে পাই, 3y = 11 – 4x

$$\therefore y = \frac{11 - 4x}{3}$$

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	–1	2	5	8
y	5	1	–3	–7

ছক-১

আবার, সমীকরণ (2) হতে পাই, 4y = 3x – 2

$$\therefore y = \frac{3x - 2}{4}$$

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করি :

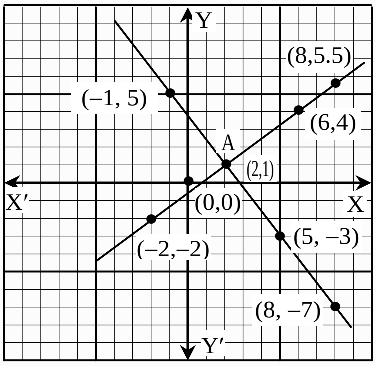
x	– 2	2	6	8
y	– 2	1	4	5.5

ছক-২

মনে করি, XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে X-অক্ষ ও Y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু।

উভয় অক্ষের ক্ষুদ্রতম দৈর্ঘ্যের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি। ছক-১ এর (–1, 5), (2, 1), (5, –3) ও (8, –7) বিন্দুগুলোকে লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করে সমীকরণ (1) নং দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখাটির লেখ পাই।

আবার, ছক-২ এর (– 2, – 2), (2,1),(6, 4) ও (8, 5.5) বিন্দুগুলোকে লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয়দিকে বর্ধিত করে সমীকরণ (2) নং দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখাটির লেখ পাই।



সরলরেখা দুইটি পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দু উভয় সরলরেখার সাধারণ বিন্দু। এর স্থানাঙ্ক উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে।

লেখ থেকে দেখা যায় যে, A বিন্দুর ভুজ 2 এবং কোটি 1।

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (2, 1) **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২১ ॥ কোনো ভগ্নাংশের লবের সাথে 11 যোগ করলে ভগ্নাংশটির মান 2 হয়। আবার হর হতে 2 বিয়োগ করলে ভগ্নাংশটির মান 1 হয়।

(ক) ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}$ ধরে সমীকরণ জোট গঠন করো।

(খ) সমীকরণ জোটটি অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান করে (x, y) নির্ণয় করো।

(গ) সমীকরণ জোটটির লেখ অঙ্কন করে ছেদ বিন্দুর ভুজ ও কোটি নির্ণয় করো।

সমাধান :

ক) ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}$ হলে, ভগ্নাংশটির হর y এবং লব x

প্রশ্নমতে,

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{x+11}{y} = 2 \text{ .... (i)} \\ \text{এবং } \dfrac{x}{y-2} = 1 \text{ .... (ii)} \end{array}\right\} \textbf{(Ans.)}$$

খ) (i) নং সমীকরণ থেকে পাই, x + 11 = 2y

$\therefore$ x – 2y = – 11 .... (iii)

(ii) নং সমীকরণ থেকে পাই, x = y – 2

$\therefore$ x – y = – 2 ....(iv)

সমীকরণ (iii) ও (iv) হতে,

$$\begin{array}{l} x - 2y = -11 \\ x - y \;\; = -2 \\ \underline{(-) \quad (+) \qquad (+)} \\ -y = -9 \quad \text{[বিয়োগ করে]} \\ \therefore y = 9 \end{array}$$

এখন, y এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$x - (2 \times 9) = -11$

বা, $x - 18 = -11$

বা, $x = -11 + 18$

$\therefore x = 7$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (7, 9)$ **(Ans.)**

গ) (i) নং সমীকরণ হতে পাই, $\frac{x + 11}{y} = 2$

বা, $x + 11 = 2y$

$\therefore x = 2y - 11$ .... (v)

y এর বিভিন্ন মানের জন্য উপরিউক্ত সমীকরণ ব্যবহার করে x এর মান নির্ণয় করি এবং নিম্নোক্ত ছকটি তৈরি করি :

x	1	3	5	– 1	7
y	6	7	8	5	9

ছক-১

আবার, (ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$\frac{x}{y - 2} = 1$

$\therefore x = y - 2$ .... (vi)

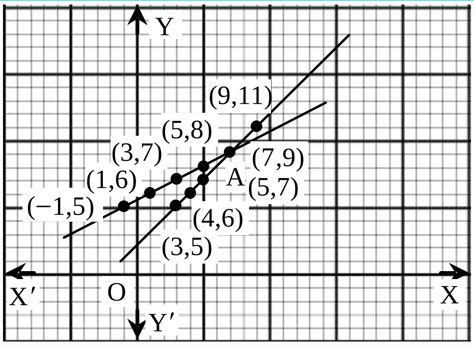
y এর বিভিন্ন মানের জন্য উপরিউক্ত সমীকরণ ব্যবহার করে x এর মান নির্ণয় করি এবং নিম্নোক্ত ছকটি তৈরি করি :

x	3	4	5	7	9
y	5	6	7	9	11

ছক-২

মনে করি, XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে X-অক্ষ ও Y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। উভয় অক্ষের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে ছক-১ এর (1, 6), (3, 7), (5, 8), (– 1, 5) ও (7, 9) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করলে একটি সরলরেখা পাওয়া যায় যা (v) নং সমীকরণ নির্দেশ করে।

আবার ছক-২ এর (3, 5), (4, 6), (5, 7), (7, 9) ও (9, 11) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করলে একটি সরলরেখা পাওয়া যায় যা (vi) নং সমীকরণ নির্দেশ করে।



সরলরেখা দুইটি পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে। সুতরাং, A বিন্দু উভয় সরলরেখার সাধারণ বিন্দু।
লেখ থেকে দেখা যায় যে, A বিন্দুর ভুজ 7 এবং কোটি 9. **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২২ ॥ একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ অপেক্ষা 5 মিটার বেশি এবং বাগানটির পরিসীমা 40 মিটার।

(ক) দৈর্ঘ্য x মিটার ও প্রস্থ y মিটার হলে উপরের তথ্যের আলোকে দু'টি সমীকরণ গঠন করো।
(খ) অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান করো।
(গ) লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণ জোটের সমাধান করো।

সমাধান :

ক) দেওয়া আছে,আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য x মিটার এবং প্রস্থ y মিটার।

$\therefore$ বাগানের পরিসীমা $= 2(x + y)$ মিটার

প্রশ্নানুসারে,

$$\left.\begin{array}{l} x = 2y + 5 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (i) \\ 2(x + y) = 40 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (ii) \end{array}\right\} \textbf{(Ans.)}$$

খ) (i) নং সমীকরণ থেকে পাই, $x - 2y = 5$ .... (iii)
(ii) নং সমীকরণ থেকে পাই, $2x + 2y = 40$ ....(iv)

(iii) ও (iv) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$\begin{array}{l} \quad x - 2y = 5 \\ \underline{2x + 2y = 40} \\ 3x \qquad = 45 \text{ [যোগ করে]} \end{array}$$

বা, $x = \dfrac{45}{3}$

$\therefore x = 15$

এখন, (iii) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

$15 - 2y = 5$
বা, $-2y = 5 - 15$
বা, $-2y = -10$
বা, $y = \dfrac{-10}{-2}$ $\therefore y = 5$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (15, 5)$ **(Ans.)**

গ) 'ক' থেকে পাই, $x = 2y + 5$ .... (v)

y এর বিভিন্ন মানের জন্য উপরিউক্ত সমীকরণ ব্যবহার করে x এর মান নির্ণয় করি এবং নিম্নোক্ত ছকটি তৈরি করি :

x	5	15	25
y	0	5	10

ছক-১

আবার, (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$2(x + y) = 40$
বা, $x + y = 20$
$\therefore x = 20 - y$ .... (vi)

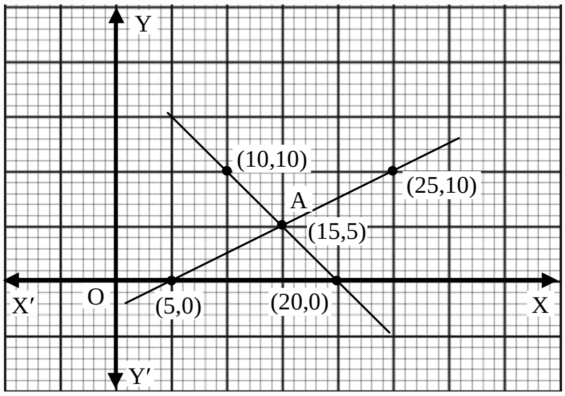
y এর বিভিন্ন মানের জন্য উপরিউক্ত সমীকরণ ব্যবহার করে x এর মান নির্ণয় করি এবং নিম্নোক্ত ছকটি তৈরি করি :

x	20	15	10
y	0	5	10

ছক-২

মনে করি, XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে X-অক্ষ ও Y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। উভয় অক্ষের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে ছক-১ এর (5, 0), (15, 5) ও (25, 10) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করলে একটি সরলরেখা পাওয়া যায় যা (v) নং সমীকরণ নির্দেশ করে।

আবার, ছক-২ এর (20, 0), (15, 5) ও (10, 10) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করলে একটি সরলরেখা পাওয়া যায় যা (vi) নং সমীকরণ নির্দেশ করে।



সরলরেখা দুইটি পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে। সুতরাং, A বিন্দু উভয় সরলরেখার সাধারণ বিন্দু।
লেখ থেকে দেখা যায় যে, A বিন্দুর ভুজ 15 এবং কোটি 5।

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (15, 5) **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ২৩ ॥ $7x - 3y = 31$ ও $9x - 5y = 41$ দুইটি সরল সমীকরণ।

(ক) (4, – 1) বিন্দুটি কোন সমীকরণকে সিদ্ধ করে?
(খ) প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান করে (x, y) নির্ণয় করো।
(গ) লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান করো।

সমাধান :

ক) প্রদত্ত সমীকরণ, $7x - 3y = 31$ .... (i)
$9x - 5y = 41$ ....(ii)

(4, – 1) বিন্দুটি (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,
বামপক্ষ = $7 \times 4 - 3(-1) = 28 + 3 = 31$ = ডানপক্ষ

(4, – 1) বিন্দুটি (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,
বামপক্ষ = $9 \times 4 - 5 \times (-1) = 36 + 5 = 41$ = ডানপক্ষ

$\therefore$ (4, – 1) বিন্দুটি উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে। **(Ans.)**

খ) (i) নং সমীকরণ হতে পাই,
$7x = 31 + 3y$

$\therefore x = \frac{31 + 3y}{7}$ .... (iii)

(ii) নং সমীকরণে $x = \frac{31 + 3y}{7}$ বসিয়ে পাই,

$9 \times \frac{(31 + 3y)}{7} - 5y = 41$

বা, $\frac{279 + 27y - 35y}{7} = 41$

বা, $\frac{279 - 8y}{7} = 41$

বা, $279 - 8y = 287$

বা, $- 8y = 287 - 279$

বা, $- 8y = 8 \quad \therefore y = - 1$

এখন, (iii) নং সমীকরণে y এর মান বসিয়ে পাই,

$x = \frac{31 + 3(- 1)}{7}$

$= \frac{31 - 3}{7} = \frac{28}{7} = 4$

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (4, – 1) **(Ans.)**

গ) প্রদত্ত সমীকরণ,

$7x - 3y = 31$ .... (i)

$9x - 5y = 41$ .... (ii)

(i) নং সমীকরণ থেকে পাই, $7x = 31 + 3y$

$\therefore x = \frac{31 + 3y}{7}$

y এর বিভিন্ন মানের জন্য উপরিউক্ত সমীকরণ ব্যবহার করে x এর বিভিন্ন মান নির্ণয় করি এবং নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	4	10	13
y	–1	13	20

ছক-১

আবার, (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$9x = 41 + 5y$

$\therefore x = \frac{41 + 5y}{9}$

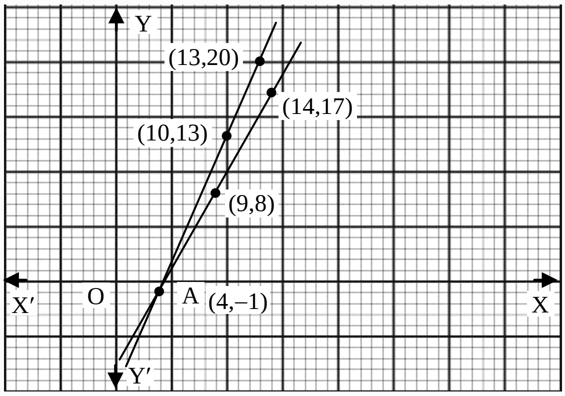
y এর বিভিন্ন মানের জন্য উপরিউক্ত সমীকরণ ব্যবহার করে x এর বিভিন্ন মান নির্ণয় করি এবং নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	4	9	14
y	– 1	8	17

ছক-২

মনে করি, XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে X-অক্ষ ও Y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। উভয় অক্ষের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে ছক-১ এর (4, – 1), (10, 13) ও (13, 20) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করলে একটি সরলরেখা পাওয়া যায় যা (i) নং সমীকরণ নির্দেশ করে।

আবার, ছক-২ এর (4, – 1), (9, 8) ও (14, 17) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করলে একটি সরলরেখা পাওয়া যায় যা (ii) নং সমীকরণ নির্দেশ করে।



সরলরেখা দুইটি পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে। সুতরাং, A বিন্দু উভয় সরলরেখার সাধারণ বিন্দু। লেখ থেকে দেখা যায় যে, A বিন্দুর ভুজ 4 এবং কোটি – 1.

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (4, -1)$ **(Ans.)**

অধ্যায় ৭

সেট
Set

১। সেট প্রকাশের পদ্ধতি কয়টি?

ক) 1 টি খ) 2 টি গ) 3 টি ঘ) 4 টি **খ**

ব্যাখ্যা : সেট প্রকাশের পদ্ধতি ২টি। যথা : তালিকা পদ্ধতি ও সেট গঠন পদ্ধতি।

২। নিচের কোনটি যে কোনো সেটের উপসেট?

ক) $\{0\}$ খ) $\{\varnothing\}$ গ) $\varnothing$ ঘ) $(\varnothing)$ **গ**

ব্যাখ্যা : যে সেটের কোনো উপাদান থাকে না তাকে ফাঁকা সেট বলে। ফাঁকা সেট যেকোনো সেটের উপসেট। ফাঁকা সেট নিজেই নিজের উপসেট।

৩। $\{0\}$ সেটের উপাদান সংখ্যা কয়টি?

ক) 0 খ) 1 গ) 2 ঘ) 3 **খ**

ব্যাখ্যা : সেটের প্রত্যেক বস্তুকে সেটের উপাদান বলা হয়। সেটের উপাদানগুলোকে { } প্রতীকের মধ্যে অন্তর্ভুক্ত করে সেট হিসেবে প্রকাশ করা হয়।

লক্ষ কর : প্রশ্নে চাওয়া হয়েছে $\{0\}$ সেটের উপাদান সংখ্যা কয়টি। উপাদান (Element) কোনটি তা চাওয়া হয়নি। অর্থাৎ $\{0\}$ সেটের উপাদান সংখ্যা ১টি কিন্তু $\{0\}$ সেটের উপাদান 0।

৪। $S = \{x : x$ জোড় সংখ্যা এবং $1 \le x \le 7\}$ সেটটি তালিকা পদ্ধতিতে নিচের কোনটি সঠিক?

ক) $\{2, 3, 4\}$ খ) $\{2, 4, 6\}$ গ) $\{1, 3, 5\}$ ঘ) $\{3, 5, 7\}$ **খ**

ব্যাখ্যা : শর্তানুসারে 1 এর চেয়ে বড় এবং 7 এর চেয়ে ছোট জোড় সংখ্যাগুলো হলো : 2, 4, 6

লক্ষ কর : প্রশ্নে $1 \le x \le 7$ শর্তটি সঠিক নয়। কারণ জোড় সংখ্যা কখনোই 1 বা 7 এর সমান হতে পারে না। তাই সঠিক শর্ত হবে $1 < x < 7$।

৫। নিচের সেটগুলোকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর :

(ক) $\{x : x,$ বিজোড় সংখ্যা এবং $3 < x < 15\}$

সমাধান : $\{x : x,$ বিজোড় সংখ্যা এবং $3 < x < 15\}$

শর্তমতে, সেটটি হবে 3 থেকে বড় এবং 15 থেকে ছোট সকল বিজোড় সংখ্যা নিয়ে গঠিত সেট।
নির্ণেয় তালিকা পদ্ধতিতে সেট $= \{5, 7, 9, 11, 13\}$ **(Ans.)**

(খ) $\{x : x,$ 48-এর মৌলিক গুণনীয়কসমূহ$\}$

সমাধান : সেটটি 48 এর মৌলিক গুণনীয়কসমূহের সেট।
এখানে, $48 = 1 \times 48$
$= 2 \times 24$
$= 3 \times 16$
$= 4 \times 12$
$= 6 \times 8$

48 এর গুণনীয়কসমূহ 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48

এখানে, মৌলিক গুণনীয়কসমূহ 2, 3
নির্ণেয় তালিকা পদ্ধতিতে সেট $= \{2, 3\}$ **(Ans.)**

(গ) $\{x : x,$ 3-এর গুণিতক এবং $x < 36\}$

সমাধান : প্রদত্ত সেট $\{x : x,$ 3 এর গুণিতক এবং $x < 36\}$
এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান হবে 3 এর গুণিতক এবং 36 থেকে ছোট।

জার্মান গণিতবিদ জর্জ ক্যান্টর (১৮৪৫–১৯১৮) সেট সম্পর্কে প্রথম ধারণা ব্যাখ্যা করেন। সেট সংক্রান্ত তাঁর ব্যাখ্যা গণিত শাস্ত্রে সেটতত্ত্ব *(Set Theory)* হিসেবে পরিচিত।

- **সেট (*Set*) :** বাস্তব বা চিন্তাজগতের সু-সংজ্ঞায়িত বস্তুর সমাবেশ বা সংগ্রহকে সেট বলে।
- **সেট প্রকাশের পদ্ধতি :**
  ১. তালিকা পদ্ধতি- একটি সেটের সকল পদ জানা সম্ভব হলে সেটটিকে এই পদ্ধতিতে লেখা হয়। এই পদ্ধতিতে সেটের পদসমূহকে দ্বিতীয় বন্ধনী { } এর ভেতর পরপর কমা দিয়ে লেখা হয়।
  উদাহরণ : (i) ইংরেজি বর্ণমালার স্বরবর্ণের সেট = {a, e, i, o, u}
  (ii) 2 ও 12 এর মধ্যবর্তী যুগ্ম বাস্তব সংখ্যার সেট = {4, 6, 8, 10}
  ২. বর্ণনামূলক পদ্ধতি- এই পদ্ধতিতে সেটকে একটি সুসংজ্ঞাত বিবৃতি বা বর্ণনার সাহায্যে বোঝানো হয়।
  উদাহরণ : (i) {SCHOOL শব্দটির সমস্ত বর্ণ}
  (ii) {45 এবং 69 -এর মধ্যবর্তী সমস্ত মৌলিক সংখ্যা (Prime Number)}
  ৩. গঠন নিয়ম পদ্ধতি- সেটের সমস্ত পদ পরপর না লিখে বা কোনোক্ষেত্রে সমস্ত পদ লেখা সম্ভব না হলে এই পদ্ধতি ব্যবহার করা হয়।
- **সেটের প্রকারভেদ : সসীম সেট *(Finite Set)* :** যে সেটের উপাদান সংখ্যা গণনা করে নির্ধারণ করা যায়, একে সসীম সেট বলে। যেমন : A = {a, b, c, d}, B = {5, 10, 15, ..., 100} ইত্যাদি সসীম সেট।
- **অসীম সেট *(Infinite set)* :** যে সেটের উপাদান সংখ্যা গণনা করে নির্ধারণ করা যায় না, একে অসীম সেট বলে।
  যেমন : N = {1, 2, 3, 4, ... }।
- **ফাঁকা সেট *(Empty set)* :** যে সেটের কোনো উপাদান নেই তাকে ফাঁকা সেট বলে। ফাঁকা সেটের বৈশিষ্ট্যসমূহ হলো-
  ১. ফাঁকা সেটকে { } বা $\varnothing$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
  ২. ফাঁকা সেট যেকোনো সেটের একটি সাধারণ উপসেট।
  ৩. ফাঁকা সেট নিজেই নিজের উপসেট।
- **ভেনচিত্র *(Venn-Diagram)* :** জন ভেন (১৮৩৪–১৮৮৩) চিত্রের সাহায্যে সেট প্রকাশ করার রীতি প্রবর্তন করেন। এই চিত্রগুলো তার নামানুসারে ভেনচিত্র নামে পরিচিত।
- **উপসেট *(Subset)* :** কোনো সেটের উপাদান থেকে যতগুলো সেট গঠন করা যায় এদের প্রত্যেকটি প্রদত্ত সেটের উপসেট।

মনে রাখতে হবে, ফাঁকা সেট যেকোনো সেটের উপসেট।
'$\subseteq$' প্রতীক দ্বারা উপসেটকে সূচিত করা হয়।

36 অপেক্ষা ছোট 3 এর গুণিতকগুলো হলো :
3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33

নির্ণেয় তালিকা পদ্ধতিতে সেট
$= \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33\}$ **(Ans.)**

(ঘ) {x : x, পূর্ণসংখ্যা এবং $x^2 < 10$}

সমাধান : নির্ণেয় সেটটি হবে 10 অপেক্ষা ছোট পূর্ণ সংখ্যার বর্গের সেট।

এখন, $x = 0$ হলে, $x^2 = 0^2 = 0 < 10$
$x = \pm 1$ হলে, $x^2 = (\pm 1)^2 = 1 < 10$
$x = \pm 2$ হলে, $x^2 = (\pm 2)^2 = 4 < 10$
$x = \pm 3$ হলে, $x^2 = (\pm 3)^2 = 9 < 10$
$x = \pm 4$ হলে, $x^2 = (\pm 4)^2 = 16 > 10$

সুতরাং x এর মান $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$, হলেই কেবল প্রদত্ত শর্ত পূরণ হয়।

নির্ণেয় তালিকা পদ্ধতিতে সেট $= \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ **(Ans.)**

৬। নিচের সেটগুলোকে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর :

(ক) {3, 4, 5, 6, 7, 8}

সমাধান : প্রদত্ত সেটের উপাদানসমূহ 3, 4, 5, 6, 7, 8

এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান স্বাভাবিক সংখ্যা, যা 2 থেকে বড় এবং 9 থেকে ছোট।

নির্ণেয় সেট = {x : x স্বাভাবিক সংখ্যা এবং $2 < x < 9$} **(Ans.)**

(খ) {4, 8, 12, 16, 20, 24}

সমাধান : প্রদত্ত সেটের উপাদানসমূহ 4, 8, 12, 16, 20, 24
এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান 4 এর গুণিতক এবং 24 এর বড় নয়।
নির্ণেয় সেট = {x : x, 4 এর গুণিতক এবং $x < 28$} **(Ans.)**

(গ) {7, 11, 13, 17}

সমাধান : প্রদত্ত সেটের উপাদানসমূহ 7, 11, 13, 17
এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান মৌলিক সংখ্যা, যা 5 থেকে বড় এবং 19 থেকে ছোট।
নির্ণেয় সেট = {x : x মৌলিক সংখ্যা এবং $5 < x < 19$} **(Ans.)**

লক্ষ কর : এখানে $5 < x < 18$ লেখা হয়নি।
কেননা 18 মৌলিক সংখ্যা নয়।

৭। নিচের সেট দুইটির উপসেট ও উপসেটের সংখ্যা নির্ণয় কর :

(ক) C = {m, n}

সমাধান : C সেটের উপসেটসমূহ : {m, n}, {m},{n}, ∅
∴ C সেটের উপসেটের সংখ্যা 4টি। **(Ans.)**

[বি.দ্র. উপসেটের সংখ্যা নির্ণয় করার জন্য 2^n এই সূত্রটি ব্যবহার করা যায়। এখানে n হলো সেটের উপাদান সংখ্যা।
এখানে, C সেটে উপাদান সংখ্যা 2
∴ C সেটের উপসেটের সংখ্যা $2^2 = 4$]

(খ) D = {5, 10, 15}

সমাধান : D সেটের উপসেটসমূহ : {5, 10, 15}, {5, 10},
{5, 15}, {10, 15}, {5}, {10}, {15}, ∅

∴ D সেটের উপসেটের সংখ্যা $= 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$টি **(Ans.)**

৮। A = {2, 3, 4} এবং B = {5, 7} হলে $A \cap B$ নিচের কোনটি?
(ক) ∅ (খ) {0} (গ) {5, 7} (ঘ) {2, 3, 4, 5, 7} ক

ব্যাখ্যা : $A \cap B = \{2, 3, 4\} \cap \{5, 7\} = \varnothing$

- **পাওয়ার সেট/শক্তি সেট (Power Set) :** কোনো সেটের উপাদানগুলো দিয়ে যতগুলো উপসেট গঠন করা যায় তাদের সেটকে উক্ত সেটের পাওয়ার সেট বা শক্তি সেট বলা হয়।
- **পাওয়ার সেটের উপাদান সংখ্যার সূত্র :** যদি A সেটের উপাদান সংখ্যা n হয়, তবে A এর উপসেটের সংখ্যা তথা A এর পাওয়ার সেটের উপাদান সংখ্যা তথ্য P(A) এর উপাদান সংখ্যা হবে 2^n.
- **ক্রমজোড় (Ordered Pair) :** যদি একজোড়া উপাদানের মধ্যে একটি প্রথম অবস্থানে এবং অপরটি দ্বিতীয় অবস্থানে থাকবে তা নির্দিষ্ট করে দেওয়া হয়, তবে ঐ জোড়াকে ক্রমজোড় বলা হয়।
  যে কোনো উপাদান x, y নিয়ে x কে প্রথম ও y কে দ্বিতীয় পদ বিবেচনা করলে আমরা একটি ক্রমজোড় (x, y) পাই। (x, y) প্রতীকটিকে কেবল জোড় না বলে ক্রমজোড় বলা হয়। কারণ প্রথম অবস্থান ও দ্বিতীয় অবস্থানের ক্রমানুসারে পদদ্বয় বিন্যস্ত থাকে।
- **কার্তেসীয় গুণজ (Cartesian Product) :** দুইটি সেটের একটির উপাদান দ্বারা প্রথম পদ এবং অপরটির উপাদান দ্বারা দ্বিতীয় পদ করে কতগুলো ক্রমজোড় গঠন করা সম্ভব তাদের সেটকে কার্তেসীয় গুণজ বলা হয়।
- **এক নজরে সেটে ব্যবহৃত চিহ্নসমূহ :**

∈ (epsilon)	উপাদান/সদস্য	belongs to	$x \in A$
∉	উপাদান নয়	not belongs to	$x \notin A$
⊂	উপসেট	subset	$A \subset B$
⊆	উপসেট	subset	$A \subseteq B$
$\subsetneq$	প্রকৃত উপসেট	proper subset	$A \subsetneq B$
⊄	উপসেট নয়	not subset	$A \not\subset B$
∪	সংযোগ সেট	union	$A \cup B$
∩	ছেদ সেট	Inter-section	$A \cap B$

- **বিনিময় সূত্র (Commutative law) :**
  i. $A \cup B = B \cup A$ ii. $A \cap B = B \cap A$
- **সংযোগ সূত্র (Associative law) :**
  i. $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
  ii. $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
- **বন্টন সূত্র (Distributive law) :**
  i. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
  ii. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

৯। $A = \{x : x$, জোড় সংখ্যা এবং $4 < x < 6\}$ এর তালিকা পদ্ধতি কোনটি?

(ক) $\{5\}$ (খ) $\{4, 6\}$ (গ) $\{4, 5, 6\}$ (ঘ) $\varnothing$ ঘ

ব্যাখ্যা : শর্তমতে, 4 এ চেয়ে বড় এবং 6 এর চেয়ে ছোট কোনো জোড় সংখ্যা নেই। তবে এদের মধ্যে একটি সংখ্যা আছে তা হলো 5 যা একটি বিজোড় সংখ্যা। সুতরাং A ফাঁকা সেট।

১০। $P = \{x, y, z\}$ হলে, নিচের কোনটি P-এর উপসেট নয়?

(ক) $\{x,y\}$ (খ) $\{x, w, z\}$ (গ) $\{x, y, z\}$ (ঘ) $\varnothing$ খ

ব্যাখ্যা : w, P সেটের কোনো উপাদান নয়।

১১। 10 এর গুণনীয়কসমূহের সেট কোনটি?

(ক) $\{1, 2, 5, 10\}$ (খ) $\{1, 10\}$ (গ) $\{10\}$ (ঘ) $\{10, 20, 30\}$ ক

ব্যাখ্যা : $10 = 1 \times 10 = 2 \times 5$ $\therefore$ 10 এর গুণনীয়কসমূহ 1, 2, 5, 10

লক্ষ কর : 10 এর গুণিতক হলো : 10, 20, 30 ....

১২। $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, a\}$ এবং $C = \{a, b\}$ হলে, নিচের সেটগুলো নির্ণয় কর :

(ক) $A \cup B$

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 3\}$, এবং $B = \{2, a\}$

$\therefore A \cup B = \{1, 2, 3\} \cup \{2, a\} = \{1, 2, 3, a\}$ **(Ans.)**

(খ) $B \cap C$

সমাধান : দেওয়া আছে, $B = \{2, a\}$ এবং $C = \{a, b\}$

$\therefore B \cap C = \{2, a\} \cap \{a, b\} = \{a\}$ **(Ans.)**

(গ) $A \cap (B \cup C)$

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, a\}$ এবং $C = \{a, b\}$

এখানে, $B \cup C = \{2, a\} \cup \{a, b\} = \{2, a, b\}$

$\therefore A \cap (B \cup C) = \{1, 2, 3\} \cap \{2, a, b\} = \{2\}$ **(Ans.)**

(ঘ) $(A \cup B) \cup C$

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, a\}$ এবং $C = \{a, b\}$

এখানে, $A \cup B = \{1, 2, 3\} \cup \{2, a\} = \{1, 2, 3, a\}$

$\therefore (A \cup B) \cup C = \{1, 2, 3, a\} \cup \{a, b\} = \{1, 2, 3, a, b\}$ **(Ans.)**

(ঙ) $(A \cap B) \cup (B \cap C)$

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, a\}$ এবং $C = \{a, b\}$

এখানে, $A \cap B = \{1, 2, 3\} \cap \{2, a\} = \{2\}$

এবং $B \cap C = \{2, a\} \cap \{a, b\} = \{a\}$

$\therefore (A \cap B) \cup (B \cap C) = \{2\} \cup \{a\} = \{2, a\}$ **(Ans.)**

১৩। যদি $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A = \{1, 2, 5\}$, $B = \{2, 4, 7\}$ এবং $C = \{4, 5, 6\}$ হয়, তবে নিম্নলিখিত সম্পর্কগুলোর সত্যতা যাচাই কর :

(ক) $A \cap B = B \cap A$

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 5\}$ এবং $B = \{2, 4, 7\}$

বামপক্ষ $= A \cap B = \{1, 2, 5\} \cap \{2, 4, 7\} = \{2\}$

ডানপক্ষ $= B \cap A = \{2, 4, 7\} \cap \{1, 2, 5\} = \{2\}$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ, $A \cap B = B \cap A$ [সত্যতা যাচাই করা হলো]

(খ) $(A \cap B)' = A' \cup B'$

সমাধান : দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$A = \{1, 2, 5\}$ এবং $B = \{2, 4, 7\}$

এখন, $A \cap B = \{1, 2, 5\} \cap \{2, 4, 7\} = \{2\}$

বামপক্ষ $= (A \cap B)' = (A \cap B)$ এর পূরক সেট
$= (A \cap B)$ এর বহির্ভূত উপাদানসমূহের সেট
$= \{1, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$A' = A$ এর পূরক সেট
$= A$ এর বহির্ভূত উপাদানসমূহের সেট
$= \{3, 4, 6, 7\}$

$B' = B$ এর পূরক সেট
$= B$ এর বহির্ভূত উপাদানসমূহের সেট
$= \{1, 3, 5, 6\}$

ডানপক্ষ $= A' \cup B' = \{3, 4, 6, 7\} \cup \{1, 3, 5, 6\} = \{1, 3, 4, 5, 6, 7\}$
$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ $(A \cap B)' = A' \cup B'$ **[সত্যতা যাচাই করা হলো]**

(গ) $(A \cup C)' = A' \cap C'$
সমাধান : দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
$A = \{1, 2, 5\}$ এবং $C = \{4, 5, 6\}$

এখন, $A \cup C = \{1, 2, 5\} \cup \{4, 5, 6\} = \{1, 2, 4, 5, 6\}$

বামপক্ষ $= (A \cup C)' = (A \cup C)$ এর পূরক সেট
$= (A \cup C)$ এর বহির্ভূত উপাদানসমূহের সেট
$= \{3, 7\}$

আবার, $A' = A$ এর পূরক সেট
$= A$ এর বহির্ভূত উপাদানসমূহের সেট
$= \{3, 4, 6, 7\}$

এবং $C' = C$ এর পূরক সেট
$= C$ এর বহির্ভূত উপাদানসমূহের সেট
$= \{1, 2, 3, 7\}$

ডানপক্ষ $= A' \cap C' = \{3, 4, 6, 7\} \cap \{1, 2, 3, 7\} = \{3, 7\}$
$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ $(A \cup C)' = A' \cap C'$ **[সত্যতা যাচাই করা হলো]**

১৪। P এবং Q যথাক্রমে 21 ও 35 এর সকল গুণনীয়কের সেট হলে, $P \cup Q$ নির্ণয় কর।
সমাধান : এখানে, $21 \quad = 1 \times 21 = 3 \times 7$
21 এর গুণনীয়কসমূহ 1,3, 7, 21

$\therefore$ 21 এর গুণনীয়কের সেট $P = \{1, 3, 7, 21\}$

আবার, $35 = 1 \times 35 = 5 \times 7$

35 এর গুণনীয়কসমূহ 1, 5, 7, 35
$\therefore$ 35 এর গুণনীয়কের সেট $Q = \{1, 5, 7, 35\}$

$\therefore \ P \cup Q = \{1, 3, 7, 21\} \cup \{1, 5, 7, 35\}$
$= \{1, 3, 5, 7, 21, 35\}$ **(Ans.)**

১৫। $A = \{2, 3, 5\}$ হলে-
i. $A = \{x \in N : 1 < x < 6$ এবং x মৌলিক সংখ্যা$\}$
ii. $A = \{x \in N : 2 \leq x < 7$ এবং x মৌলিক সংখ্যা$\}$
iii. $A = \{x \in N : 2 \leq x \leq 5$ এবং x মৌলিক সংখ্যা$\}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii ঘ

ব্যাখ্যা : (i) এর ক্ষেত্রে A হলো 1 থেকে বড় কিন্তু 6 থেকে ছোট মৌলিক সংখ্যাগুলোর সেট। 1 থেকে বড় কিন্তু 6 থেকে ছোট মৌলিক সংখ্যাগুলো হলো 2, 3, 5।
সুতরাং (i) সঠিক।

(ii) এর ক্ষেত্রে A হলো 2 এর চেয়ে ছোট নয় অর্থাৎ 2 এবং 2 এর থেকে বড় কিন্তু 7 এর চেয়ে ছোট মৌলিক সংখ্যাগুলোর সেট। 2 এর চেয়ে ছোট নয় কিন্তু ৭ এর চেয়ে ছোট মৌলিক সংখ্যাগুলো হলো : 2, 3, 5।
সুতরাং (ii) সঠিক।

(iii)এর ক্ষেত্রে A হলো 2 এর চেয়ে বড় বা এর সমান এবং 5 এর চেয়ে ছোট বা এর সমান মৌলিক সংখ্যাগুলোর সেট। 2 এর চেয়ে বড় বা সমান এবং 5 এর চেয়ে ছোট বা 5 এর সমান মৌলিক সংখ্যাগুলো হলো : 2, 3, 5
সুতরাং (iii) সঠিক।

নিচের তথ্যের আলোকে ১৬ ও ১৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$U = \{2, 3, 5, 7\}, A = \{2, 5\}, B = \{3, 5, 7\}$

১৬। A^c কোনটি?

(ক) {2, 5} (খ) {3, 5} (গ) {3, 7} (ঘ) {2, 7} গ

ব্যাখ্যা : $A^c = U - A = \{2, 3, 5, 7\} - \{2, 5\} = \{3, 7\}$

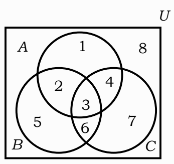
১৭। $A \cap B^c$ কোনটি?

(ক) {2} (খ) {5} (গ) {2, 5} (ঘ) {3, 7} ক

ব্যাখ্যা : $B^c = U - B = \{2, 3, 5, 7\} - \{3, 5, 7\} = \{2\}$

$\therefore A \cap B^c = \{2, 5\} \cap \{2\} = \{2\}$

পাশের ভেনচিত্রটির আলোকে ১৮ থেকে ২১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



১৮। সার্বিক সেট কোনটি?

(ক) A (খ) B (গ) $A \cup B$ (ঘ) U ঘ

ব্যাখ্যা : প্রদত্ত ভেনচিত্র থেকে U ={ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}

১৯। কোনটি B^c সেট?

(ক) {5, 6, 7, 8} (খ) {2, 3, 5, 6} (গ) {1, 4, 7, 8} (ঘ) {3, 6} গ

ব্যাখ্যা : ভেনচিত্র হতে পাই, B = {2, 3, 5, 6}

B^c = B এর বহির্ভূত উপাদানসমূহের সেট = { 1, 4, 7, 8}

২০। কোনটি $A \cap B$ সেট?

(ক) {2, 3} (খ) {2, 3, 5, 6}

(গ) {3, 4, 6, 7} (ঘ) {2, 3, 4, 5, 6, 7} ক

ব্যাখ্যা : চিত্র অনুযায়ী, $A \cap B = \{1, 2, 3, 4\} \cap \{2, 3, 5, 6\} = \{2, 3\}$

২১। কোনটি $A \cup B$ সেট?

(ক) {1, 2, 3, 4, 5, 6} (খ) {5, 6, 7} (গ) {8} (ঘ) {3} ক

ব্যাখ্যা : চিত্র অনুযায়ী $A \cup B$---------------= $\{1, 2, 3, 4\} \cup \{2, 3, 5, 6\}$
= { 1, 2, 3, 4, 5, 6}

২২। কোনো ছাত্রাবাসের 65% ছাত্র মাছ পছন্দ করে, 55% ছাত্র মাংস পছন্দ করে এবং 40% ছাত্র উভয়টি পছন্দ করে।

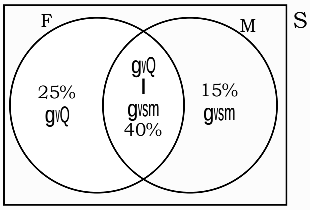
(ক) সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ উপরের তথ্যগুলো ভেনচিত্রে প্রকাশ কর।

(খ) উভয় খাদ্য পছন্দ করে না তাদের সংখ্যা নির্ণয় কর।

(গ) যারা শুধু একটি খাদ্য পছন্দ করে তাদের সংখ্যার গুণনীয়ক সেটের ছেদ সেট নির্ণয় কর।

সমাধান :

(ক) ধরি, ছাত্রাবাসের সকল ছাত্রের সেট সার্বিক সেট S। যারা মাছ পছন্দ করে তাদের সেট F, যারা মাংস পছন্দ করে তাদের সেট M এবং যারা উভয়টি পছন্দ করে তাদের সেট $F \cap M$।
প্রদত্ত তথ্যগুলো ভেনচিত্রে প্রকাশ করলে পাই,



(খ) 'ক' অংশ হতে প্রাপ্ত ভেনচিত্র থেকে,

শুধু মাছ পছন্দ করে = (65 – 40) জন = 25 জন

এবং শুধু মাংস পছন্দ করে = (55 – 40) জন = 15 জন

∴ উভয় খাদ্য বা একটি পছন্দ করে = (40 + 25 + 15) জন = 80 জন

∴ উভয় খাদ্য পছন্দ করে না = (100 – 80)জন = 20 জন

∴ 20% ছাত্র উভয় খাদ্য পছন্দ করে না। **(Ans.)**

(গ) 'খ' অংশ হতে প্রাপ্ত, যারা শুধু মাছ পছন্দ করে তাদের সংখ্যা 25 জন।

$25 \quad = 1 \times 25 = 5 \times 5$

25 এর গুণনীয়কসমূহ 1, 5, 25

যারা শুধু মাংস পছন্দ করে তাদের সংখ্যা 15 জন।

$15 = 1 \times 15 = 3 \times 5$

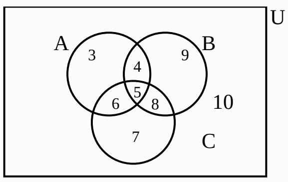
15 এর গুণনীয়কসমূহ 1, 3, 5, 15

মনে করি, 25 এর গুণনীয়ক সমূহের সেট $P = \{1, 5, 25\}$
15 এর গুণনীয়ক সমূহের সেট, $Q = \{1, 3, 5, 15\}$

$P \cap Q = \{1, 5, 25\} \cap \{1, 3, 5, 15\} = \{1, 5\}$

নির্ণেয় সেট $\{1, 5\}$ **(Ans.)**

২৩।



ক) A সেটটি সেট গঠন পদ্ধতিতে লেখ।
খ) A, B ও C কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করো এবং $A \cap C$ ও $A \cup B$ নির্ণয় করো।
গ) প্রমাণ কর যে, $(A \cup B)' = A' \cap B'$

সমাধান :

ক) এখানে, $A = \{3, 4, 5, 6\}$ [ভেনচিত্র হতে]

∴ A এর প্রত্যেকটি উপাদান স্বাভাবিক পূর্ণসংখ্যা

এবং 2 থেকে বড় ও 7 থেকে ছোট।

∴ $A = \{x : x,$ পূর্ণসংখ্যা এবং $2 < x < 7\}$ **(Ans.)**

খ) ভেনচিত্র থেকে পাই, $A = \{3, 4, 5, 6\}$
$B = \{4, 5, 8, 9\}$
এবং $C = \{5, 6, 7, 8\}$

$\therefore A \cap C = \{3, 4, 5, 6\} \cap \{5, 6, 7, 8\} = \{5, 6\}$ **(Ans.)**

এবং $A \cup B = \{3, 4, 5, 6\} \cup \{4, 5, 8, 9\} = \{3, 4, 5, 6, 8, 9\}$ **(Ans.)**

গ) এখানে,
$U = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
$A = \{3, 4, 5, 6\}$
$B = \{4, 5, 8, 9\}$

$\therefore (A \cup B)' = U - (A \cup B)$
$= \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} - \{3, 4, 5, 6, 8, 9\}$ ['খ' হতে]
$= \{7, 10\}$

আবার, $A' = U - A = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} - \{3, 4, 5, 6\}$
$= \{7, 8, 9, 10\}$

এবং $B' = U - B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} - \{4, 5, 8, 9\} = \{3, 6, 7, 10\}$
$\therefore A' \cap B' = \{7, 8, 9, 10\} \cap \{3, 6, 7, 10\} = \{7, 10\}$

সুতরাং, $(A \cup B)' = A' \cap B'$ **(প্রমাণিত)**

২৪।সার্বিক সেট $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ এর তিনটি উপসেট
$A = \{x \in N : x < 7$ এবং x বিজোড় সংখ্যা$\}$
$B = \{x \in N : x < 7$ এবং x জোড় সংখ্যা$\}$
$C = \{x \in N : x \leq 3$ এবং x মৌলিক সংখ্যা$\}$
ক) A ও B সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করো।
খ) $(A \cup B) \cap (A \cup C)$ নির্ণয় করো।
গ) $(B \cup C)'$ এর উপসেটগুলো লিখ।

সমাধান :

ক) দেওয়া আছে, $A = \{x \in N : x < 7$ এবং x বিজোড় সংখ্যা$\}$
এবং $B = \{x \in N : x < 7$ এবং x জোড় সংখ্যা$\}$
7 এর চেয়ে ছোট বিজোড় পূর্ণসংখ্যাগুলো হচ্ছে 1, 3, 5
এবং 7 এর চেয়ে ছোট জোড় পূর্ণসংখ্যাগুলো হচ্ছে 2, 4, 6

$\therefore \left.\begin{array}{l} A = \{1, 3, 5\} \\ \text{Ges } B = \{2, 4, 6\} \end{array}\right\}$ **(Ans.)**

খ) 3 এর সমান ও 3 এর চেয়ে ছোট মৌলিক সংখ্যাগুলো হচ্ছে 2 এবং 3
$\therefore C = \{2, 3\}$

'ক' থেকে পাই, $A = \{1, 3, 5\}$
$B = \{2, 4, 6\}$
এবং $C = \{2, 3\}$

$\therefore (A \cup B) = \{1, 3, 5\} \cup \{2, 4, 6\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
এবং $(A \cup C) = \{1, 3, 5\} \cup \{2, 3\} = \{1, 2, 3, 5\}$

$\therefore (A \cup B) \cap (A \cup C) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \cap \{1, 2, 3, 5\}$
$= \{1, 2, 3, 5\}$ **(Ans.)**

গ) এখানে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
$B = \{2, 4, 6\}$
$C = \{2, 3\}$

$\therefore (B \cup C) = \{2, 4, 6\} \cup \{2, 3\} = \{2, 3, 4, 6\}$

সুতরাং, $(B \cup C)' = U - (B \cup C)$
$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{2, 3, 4, 6\} = \{1, 5, 7\}$

$\therefore$ $(B \cup C)'$ এর উপসেটগুলো হচ্ছে $\{1, 5, 7\}, \{1, 5\}, \{5, 7\}, \{1, 7\}, \{1\}, \{5\}, \{7\}, \emptyset$ **(Ans.)**

২৫।যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 346 ও 556 কে ভাগ করলে প্রতি ক্ষেত্রে 31 অবশিষ্ট থাকে তাদের সেট যথাক্রমে A ও B।

(ক) A সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করো।

(খ) $A \cap B$ নির্ণয় করো।

(গ) $A \cap B$ ভেনচিত্রে দেখাও এবং $A \cap B$ এর উপসেটগুলো লিখ।

সমাধান :

ক) যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 346 কে ভাগ করলে প্রতি ক্ষেত্রে 31 অবশিষ্ট থাকে তারা অবশ্যই 31 অপেক্ষা বড় এবং $(346 - 31)$ বা 315 এর উৎপাদক হবে।

এখন, $315 = 1 \times 315$
$= 3 \times 105$
$= 5 \times 63$
$= 7 \times 45$
$= 9 \times 35$
$= 15 \times 21$

$\therefore$ $A = \{35, 45, 63, 105, 315\}$ **(Ans.)**

খ) 'ক' হতে পাই, $A = \{35, 45, 63, 105, 315\}$

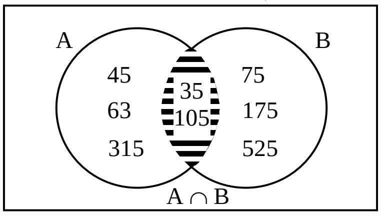
আবার, যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 556 কে ভাগ করলে প্রতি ক্ষেত্রে 31 অবশিষ্ট থাকে তারা অবশ্যই 31 অপেক্ষা বড় এবং $(556 - 31) = 525$ এর উৎপাদক হবে।

এখন, $525 = 1 \times 525$
$= 3 \times 175$
$= 5 \times 105$
$= 7 \times 75$
$= 15 \times 35$
$= 21 \times 25$

$\therefore$ $B = \{35, 75, 105, 175, 525\}$

$\therefore$ $A \cap B = \{35, 45, 63, 105, 315\} \cap \{35, 75, 105, 175, 525\}$
$= \{35, 105\}$ **(Ans.)**

গ) A ও B সেটদ্বয়কে ভেনচিত্রের সাহায্যে প্রকাশ করলে ভেনচিত্রটি নিম্নরূপ হবে :



ভেনচিত্রের চিহ্নিত অংশটি $(A \cap B)$ নির্দেশ করে।

এখানে, $(A \cap B) = \{35, 105\}$

$A \cap B$ এর উপসেটগুলো হলো $\{35, 105\}, \{35\}, \{105\}, \emptyset$ **(Ans.)**

অধ্যায় ৮ ৮.১ চতুর্ভুজ Quadtrilaterals

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ সামান্তরিকের জন্য নিচের কোনটি সঠিক ?

ক. বিপরীত বাহুগুলো অসমান্তরাল

খ. একটি কোণ সমকোণ হলে, তা আয়ত

গ. বিপরীত বাহুদ্বয় অসমান

ঘ. কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান **খ**

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ নিচের কোনটি রম্বসের বৈশিষ্ট্য?

ক. কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান খ. প্রত্যেক কোণই সমকোণ

গ. বিপরীত কোণদ্বয় অসমান ঘ. প্রত্যেকটি বাহুই সমান **ঘ**

ব্যাখ্যা : রম্বসের অন্যান্য বৈশিষ্ট্যসমূহ হলো :

(১) বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান্তরাল।

(২) বিপরীত কোণগুলো পরস্পর সমান।

(৩) কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ i. চতুর্ভুজের চার কোণের সমষ্টি চার সমকোণ।

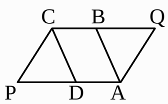
ii. আয়তের দুইটি সন্নিহিত বাহু সমান হলে তা একটি বর্গ।

iii. প্রত্যেকটি রম্বস একটি সামান্তরিক।

উপরের তথ্য অনুসারে নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii খ. i ও iii গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii **ঘ**

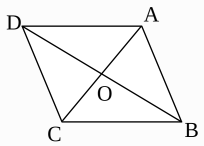
প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ PAQC চতুর্ভুজের PA = CQ এবং PA || CQ. ∠A ও ∠C এর সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে AB ও CD হলে ABCD ক্ষেত্রটির নাম কী?

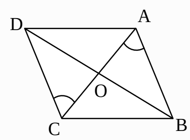


ক. সামান্তরিক খ. রম্বস গ. আয়ত ঘ. বর্গ **ক**

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ দেওয়া আছে, ΔABC এর মধ্যমা BO কে D পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন BO = OD হয়।

প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD একটি সামান্তরিক।





সমাধান : বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ΔABC এর মধ্যমা BO কে D পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন BO = OD হয়।

প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD একটি সামান্তরিক।

অঙ্কন : C, D ও A, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	**যথার্থতা**
(১) COD ও AOB ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে	
CO = AO	[∵ ΔABC এর মধ্যমা OB]
DO = BO	[অঙ্কন অনুসারে]

■ **চতুর্ভুজ (Quadrilateral)**

চারটি রেখাংশ দ্বারা আবদ্ধ চিত্র একটি চতুর্ভুজ। চিত্র দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রটি একটি চতুর্ভুজ ক্ষেত্র। চতুর্ভুজের চারটি বাহু আছে। যে চারটি রেখাংশ দ্বারা ক্ষেত্রটি আবদ্ধ হয়, এ চারটি রেখাংশই চতুর্ভুজের বাহু।

চতুর্ভুজ বিভিন্ন প্রকার হয়।

যেমন : সামান্তরিক, আয়ত, রম্বস, বর্গ, ট্রাপিজিয়াম, ঘুড়ি ইত্যাদি।

- চতুর্ভুজের চারটি কোণের সমষ্টি চার সমকোণ।
- সামান্তরিকের বিপরীত বাহু ও কোণগুলো পরস্পর সমান।
- সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।
- আয়তের কর্ণদ্বয় সমান ও পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।
- রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

■ **কোণের ক্ষেত্রে :**

- আয়ত ও বর্গের কোণগুলো সমকোণ।
- রম্বস ও সামান্তরিকের বিপরীত কোণগুলো সমান।

■ **বাহুর ক্ষেত্রে :**

- সামান্তরিক ও আয়তের বিপরীত বাহুগুলো সমান।
- রম্বস ও বর্গের চারটি বাহুই সমান।

■ **কর্ণের ক্ষেত্রে :**

- আয়ত ও বর্গের কর্ণদ্বয় সমান।
- সামান্তরিক ও আয়তের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।
- রম্বস ও বর্গের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

খুবই গুরুত্বপূর্ণ তথ্যসমূহ (MCQ এর জন্য) এক নজরে :

- সকল রম্বস সামান্তরিক কিন্তু সকল সামান্তরিক রম্বস নয়।
- সকল আয়ত সামান্তরিক কিন্তু সকল সামান্তরিক আয়ত নয়।
- সকল বর্গই সামান্তরিক কিন্তু সকল সামান্তরিক বর্গ নয়।
- সকল বর্গই রম্বস কিন্তু সকল রম্বসই বর্গ নয়।
- সকল বর্গই আয়ত কিন্তু সকল আয়ত বর্গ নয়।
- সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান হলে তা একটি আয়ত।
- আয়তের সন্নিহিত বাহুর মধ্যবিন্দুসমূহের যোগে যে চতুর্ভুজ হয় তা একটি রম্বস।

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle COD$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle AOB$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\therefore \Delta COD \cong \Delta AOB.$ [ত্রিভুজের বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

$\therefore AB = DC$

এবং $\angle DCO = \angle BAO$

যেহেতু $\angle DCO = \angle BAO$ [একান্তর কোণ]

$\therefore DC \parallel AB.$

(২) অনুরূপভাবে প্রমাণ করা যায় যে,

$\Delta DAO \cong \Delta BCO$ [ত্রিভুজের বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

$\therefore AD = BC$

এবং $\angle DAO = \angle BCO$

(৩) যেহেতু $\angle DAO = \angle BCO$ [একান্তর কোণ]

$\therefore AD \parallel BC.$

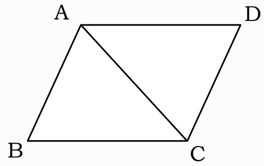
(৪) $AB = DC$ ও $AB \parallel BC$ [(১), (২) ও (৩) হতে]

এবং $AD = BC$ ও $AD \parallel BC$

$\therefore$ ABCD একটি সামান্তরিক। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ প্রমাণ কর যে, সামান্তরিকের একটি কর্ণ একে দুইটি সর্বসম ত্রিভুজে বিভক্ত করে।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD একটি সামান্তরিক এবং এর একটি কর্ণ AC একে ΔABC ও ΔADC ক্ষেত্রে বিভক্ত করে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\Delta ABC \cong \Delta ADC.$

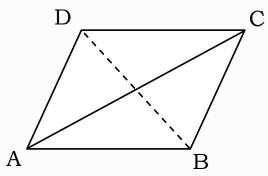
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) $AB \parallel CD$ এবং AC এদের ছেদক, $\angle BAC = \angle ACD$	[একান্তর কোণ সমান]
(২) আবার, $BC \parallel AD$ এবং AC এদের ছেদক, সুতরাং $\angle ACB = \angle DAC$	[একান্তর কোণ সমান]
(৩) এখন, ΔABC ও ΔADC এ	
$\angle BAC = \angle ACD$	[(১) হতে]
$\angle ACB = \angle DAC$	[(২) হতে]
এবং $AC = AC$	[সাধারণ বাহু]
$\therefore \Delta ABC \cong \Delta ADC$	[ত্রিভুজের কোণ-বাহু-কোণ উপপাদ্য]

$\therefore$ সামান্তরিকের কর্ণ সামান্তরিকটিকে দুইটি সর্বসম ত্রিভুজে বিভক্ত করে। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ প্রমাণ কর যে, চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান ও সমান্তরাল হলে, তা একটি সামান্তরিক।

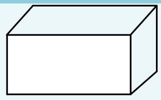
সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD চতুর্ভুজের $AB = DC$, $AD = BC$ এবং $AB \parallel DC$, $AD \parallel BC$.

প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক।

■ **ঘনবস্তু :** দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতাবিশিষ্ট বস্তুকে ঘনবস্তু বলে।

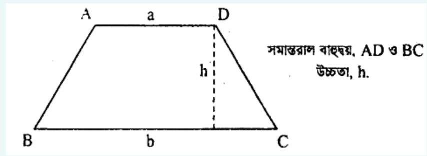


যেমন- ইট, বাক্স ইত্যাদি।

জেনে রাখ :
- ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও বেধ আছে।
- তলের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ আছে, কিন্তু বেধ নাই।
- রেখার দৈর্ঘ্য আছে, কিন্তু প্রস্থ ও বেধ নাই।

- বিন্দুর কেবল অবস্থিতি আছে, কিন্তু দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও বেধ নাই।

ট্রাপিজিয়াম :

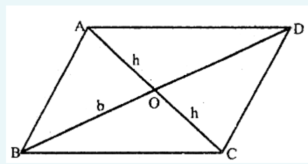


ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমষ্টি গড় × উচ্চতা

$= \frac{a+b}{2} \times h$

$= \frac{1}{2}(a+b) \times h$

সামান্তরিক :



বৃহত্তর কর্ণ, BD

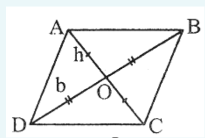
বৃহত্তর কর্ণের বিপরীত শীর্ষ বিন্দু হতে বৃহত্তর কর্ণের উপর লম্বের দূরত্ব, h

সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = (বৃহত্তর কর্ণ) × (বিপরীত শীর্ষ বিন্দু থেকে বৃহত্তর কর্ণের উপর লম্ব)

$= b \times h$

আবার, সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × উচ্চতা

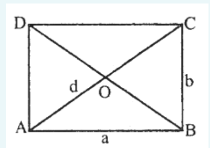
রম্বস :



রম্বসের পরিসীমা = 4a

$\therefore$ রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times b \times h$ = কর্ণদ্বয়ের গুণফলের অর্ধেক

আয়ত :



অঙ্কন : A, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ **যথার্থতা**

(১) BC || AD এবং AC তাদের ছেদক,
সুতরাং, $\angle BAC = \angle ACD$ [একান্তর কোণ সমান]

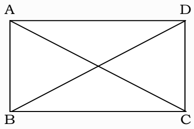
(২) এখন, ΔABC ও ΔADC এ
AB = CD [দেওয়া আছে]
BC = AD [দেওয়া আছে]
এবং AC = AC [সাধারণ বাহু]
$\therefore \Delta ABC \cong \Delta ADC$ [ত্রিভুজের বাহু-বাহু-বাহু উপপাদ্য]
$\therefore \angle ABC = \angle ADC$

অনুরূপভাবে, প্রমাণ করা যায় যে, $\angle BAD = \angle BCD$

(৩) ABCD চতুর্ভুজের AB = CD ও AB || CD
এবং BC = AD এবং BC || AD
$\angle ABC = \angle ADC$ ও $\angle BAD = \angle BCD$[বিপরীত কোণগুলো সমান]
$\therefore$ ABCD একটি সামান্তরিক। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ প্রমাণ কর যে, সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান হলে, তা একটি আয়ত।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD একটি সামান্তরিক এবং AC ও BD এর দুইটি কর্ণ। AC = BD হলে, প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD একটি আয়ত।

প্রমাণ :

ধাপ **যথার্থতা**

(১) ΔABC এবং ΔBCD এর মধ্যে

AB = CD [সামান্তরিকের বিপরীত বাহু পরস্পর সমান]

AC = BD [দেওয়া আছে]

এবং BC উভয় ত্রিভুজের সাধারণ বাহু।

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta BCD$ [ত্রিভুজের বাহু-বাহু-বাহু উপপাদ্য]

$\therefore \angle ABC = \angle BCD$

(২) কিন্তু ABCD সামান্তরিকে AB || CD; BC এদের ছেদক, যার একই পার্শ্বে অবস্থিত দুইটি অন্তঃস্থ কোণ

$\angle ABC$ ও $\angle BCD$.

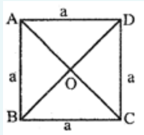
$\therefore \angle ABC + \angle BCD = 180^\circ$

বা, $\angle ABC + \angle ABC = 180^\circ$

বা, $2\angle ABC = 180^\circ$ [দুইটি সমান্তরাল রেখার ছেদকের একই পাশের অন্তঃস্থ কোণ দুটির সমষ্টি দুই সমকোণ বা 180°]

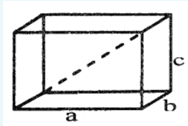
a = দৈর্ঘ্য
b = প্রস্থ
আয়তের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ = ab বর্গ একক
আয়তের কর্ণ
$= \sqrt{(\text{`^`N©¨})^2 + (\text{cÖ¨'})^2}$ GKK
$= \sqrt{a^2 + b^2}$ একক
আয়তের পরিসীমা = 2(দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) একক = 2(a + b) একক

বর্গ :



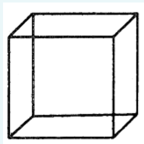
বাহুর দৈর্ঘ্য = a
বর্গের ক্ষেত্রফল = (বাহু)^2 = a^2 বর্গ একক
বর্গের কর্ণ = $a\sqrt{2}$ একক
বর্গের পরিসীমা = 4a একক

আয়তাকার ঘনবস্তু :



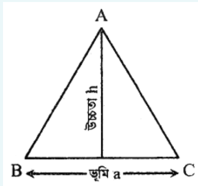
দৈর্ঘ্য = a
প্রস্থ = b
উচ্চতা = c
সমগ্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = 2(ab + bc + ca) বর্গ একক
পরিসীমা = 4(a + b + c) একক
কর্ণ = $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

ঘনক :



ক্ষেত্রফল = $6a^2$ বর্গ একক
কর্ণ = $a\sqrt{3}$
পরিসীমা = 12a একক

ত্রিভুজ :



ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times$ ভূমি × উচ্চতা
$= \frac{1}{2} \times a \times h$
ত্রিভুজ ক্ষেত্রের পরিসীমা = তিন বাহুর সমষ্টি = AB + BC + CA

বা, $\angle ABC = \frac{180^\circ}{2}$ [$\because \angle ABC = \angle BCD$]

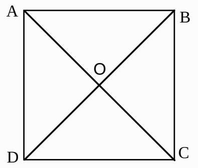
$\therefore \angle ABC = 90^\circ$

আমরা জানি, সামান্তরিকের একটি কোণ সমকোণ হলে তা একটি আয়ত হয়।

$\therefore$ ABCD একটি আয়ত। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ প্রমাণ কর যে, চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান হলে এবং পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করলে, তা একটি বর্গ।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD একটি চতুর্ভুজ। এর কর্ণদ্বয় AC ও BD পরস্পর সমান এবং পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে। অর্থাৎ AC = BD, এবং AO = CO, BO = DO এবং $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle AOD = 90^\circ$।

প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD একটি বর্গ।

প্রমাণ :

ধাপ **যথার্থতা**

(১) ΔAOB ও ΔAOD এর মধ্যে

BO = DO [দেওয়া আছে]

AO উভয় ত্রিভুজের সাধারণ বাহু

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle AOB$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle AOD$ [প্রত্যেকে সমকোণ]

$\therefore \Delta ABO \cong \Delta ADO$ [ত্রিভুজের বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

$\therefore AB = AD$

(২) অনুরূপভাবে,

প্রমাণ করা যায় যে, AD = CD.

এবং CD = BC

(৩) ABCD চতুর্ভুজে

AB = AD = CD = BC

অর্থাৎ AB = BC = CD = AD

আবার, ΔABO এ $\angle AOB = 90^\circ$

এবং AO = BO

$\therefore \angle OAB = \angle OBA = 45^\circ$ [সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণ সমান]

(৪) অনুরূপভাবে, ΔAOD এ

$\angle OAD = \angle ODA = 45^\circ$

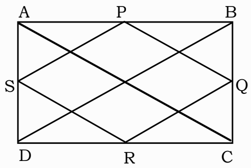
(৫) $\angle BAD = \angle OAD + \angle OAB$ [(৩) ও (৪) থেকে]

$= 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$

$\therefore$ ABCD একটি বর্গ। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ প্রমাণ কর যে, আয়তের সন্নিহিত বাহুর মধ্যবিন্দুসমূহের যোগে যে চতুর্ভুজ হয়, তা একটি রম্বস। [জুনিয়র স্কুল সা. প. ২০১৩]

সমাধান : **বিশেষ নির্বচন** : মনে করি, ABCD আয়তক্ষেত্রের AB, BC, CD ও DA বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P, Q, R ও S। P, Q; Q, R; R, S এবং S, P যোগ করলে PQRS চতুর্ভুজ উৎপন্ন হয়।



প্রমাণ করতে হবে যে, PQRS একটি রম্বস।

অঙ্কন : B, D; A, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ : **যথার্থতা**

(১) ΔABD এ AB ও AD বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দুদ্বয় যথাক্রমে P ও S. [ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখা তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল ও দৈর্ঘ্যে তার অর্ধেক]

$\therefore PS \parallel BD$ এবং $PS = \frac{1}{2} BD$

একইভাবে, ΔBCD এ

$QR \parallel BD$ এবং $QR = \frac{1}{2} BD$

$\therefore PS = \frac{1}{2} BD = QR$

অনুরূপভাবে ΔABC ও ΔADC নিয়ে প্রমাণ করা যায় যে,

$PQ = SR$ এবং $PQ \parallel SR$

(২) এখন, ΔAPS ও ΔBPQ-এ

$AP = PB$ [P, AB এর মধ্যবিন্দু]

$AS = BQ$ [সমান সমান বাহুর অর্ধেক]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle PAS =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle PBQ$ [প্রত্যেকে এক সমকোণ]

$\therefore \Delta APS \cong \Delta PBQ$ [ত্রিভুজের বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

$\therefore PS = PQ$

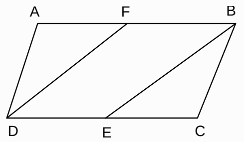
(৩) PQRS চতুর্ভুজে

$PS = PQ = QR = SR$

এবং $PQ \parallel SR$ ও $PS \parallel QR$

$\therefore$ PQRS একটি রম্বস। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ প্রমাণ কর যে, সামান্তরিকের যেকোনো দুইটি বিপরীত কোণের সমদ্বিখণ্ডক পরস্পর সমান্তরাল।



সমাধান : **বিশেষ নির্বচন :** মনে করি, ABCD একটি সামন্তরিক। এর দুইটি বিপরীত কোণ $\angle ABC$ ও $\angle ADC$ এর সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে BE ও DF.

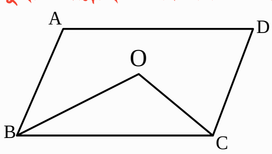
প্রমাণ করতে হবে যে, $DF \parallel BE$

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ABCD সামন্তরিকের $\angle ADC = \angle ABC$	[সামান্তরিকের বিপরীত কোণ সমান]
$\therefore \angle FDE = \angle FBE$	[DF ও BE যথাক্রমে তাদের সমদ্বিখণ্ডক]
(২) আবার, $AB \parallel CD$ এবং BE এদের ছেদক	[একান্তর কোণ সমান]
$\therefore \angle FBE = \angle BEC$	
$\therefore \angle FDE = \angle FBE = \angle BEC$	[(১) হতে]
অর্থাৎ $\angle FDE = \angle BEC$	
কিন্তু এরা অনুরূপ কোণ।	
$\therefore DF \parallel BE$ **(প্রমাণিত)**	

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ প্রমাণ কর যে, সামান্তরিকের যেকোনো দুইটি সন্নিহিত কোণের সমদ্বিখণ্ডক পরস্পর লম্ব।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD একটি সামান্তরিক। এর $\angle ABC$ ও $\angle BCD$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় BO ও CO পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, BO এবং CO পরস্পর লম্ব। অর্থাৎ, $\angle BOC$ = এক সমকোণ।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ABCD সামান্তরিকের $AB \parallel CD$ এবং BC এদের ছেদক	
$\therefore \angle ABC + \angle BCD = 180^\circ$	[ছেদকের একই পাশের কোণদ্বয়ে সমষ্টি দুই সমকোণ বা 180°]
$\therefore \frac{1}{2}\angle ABC + \frac{1}{2}\angle BCD = \frac{1}{2} \times 180^\circ$	[$\because$ BO ও CO যথাক্রমে $\angle ABC$ ও $\angle BCD$ এর সমদ্বিখণ্ডক]
বা, $\angle OBC + \angle OCB = 90^\circ$	[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°]

(২) এখন, ΔOBC এ

$\angle OBC + \angle OCB + \angle BOC = 180^\circ$

বা, $\angle BOC = 180^\circ - (\angle OBC + \angle OCB)$

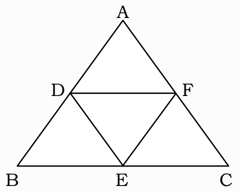
বা, $\angle BOC = 180^\circ - 90^\circ$ [(১) হতে]

$\therefore \angle BOC = 90^\circ$

$\therefore$ OB এবং OC পরস্পর লম্ব। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ চিত্রে, ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

D, E ও F যথাক্রমে AB, BC ও AC এর মধ্যবিন্দু।

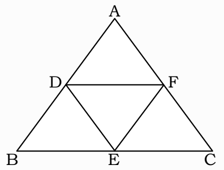


ক. প্রমাণ কর যে, $\angle BDF + \angle DFE + \angle FEB + \angle EBD$ = চার সমকোণ।

খ. প্রমাণ কর যে, $DF \parallel BC$ এবং $DF = \frac{1}{2} BC$

সমাধান :

ক. **বিশেষ নির্বচন :** ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ। D, E ও F যথাক্রমে AB, BC ও AC এর মধ্যবিন্দু।



ΔABC এর অভ্যন্তরে BEFD চতুর্ভুজ সৃষ্টি হয়েছে। DE কর্ণ চতুর্ভুজটিকে ΔBDE ও ΔDEF দুইটি ত্রিভুজে বিভক্ত করেছে।

প্রমাণ করতে হবে যে,

$\angle BDF + \angle DFE + \angle FEB + \angle EBD$ = চার সমকোণ।

প্রমাণ :

ধাপ **যথার্থতা**

(১) ΔBDE এ

$\angle BDE + \angle DEB + \angle EBD$ = 2 সমকোণ [ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 2 সমকোণ]

(২) আবার, ΔDEF এ

$\angle EDF + \angle DEF + \angle DFE$ = 2 সমকোণ

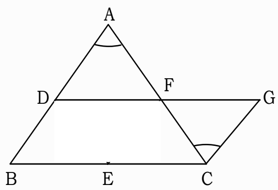
(৩) $(\angle BDE + \angle EDF) + (\angle DEB + \angle DEF)$

$+ \angle EBD + \angle DFE$ = 2 সমকোণ + 2 সমকোণ [(১) ও (২) হতে]

$\therefore \angle BDF + \angle FEB + \angle DFE + \angle EBD$ = চার সমকোণ।

(প্রমাণিত)

খ. প্রমাণ করতে হবে যে, $DF \parallel BC$ এবং $DF = \frac{1}{2}$ BC



অঙ্কন : ΔABC এ AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও F। DF কে এমনভাবে বর্ধিত করি যেন DF = FG হয়। G ও C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ **যথার্থতা**

(১) ΔADF ও ΔFGC এ

$DF = FG$ [অঙ্কন অনুসারে]

$AF = FC$ [F, ACএর মধ্যবিন্দু]

এবং অন্তর্ভূক্ত $\angle AFD = \angle GFC$[বিপ্রতীপ কোণ সমান]

$\therefore$ $\Delta ADF \cong \Delta FGC$ [ত্রিভুজের বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

$AD = GC= BD$ এবং $\angle DAF = \angle FCG$

(২) কিন্তু $\angle DAF$ ও $\angle FCG$ [একান্তর কোণ]

$\therefore$ $GC \parallel BD$

অর্থাৎ, $GC \parallel BD$ এবং $BD = GC$

$\therefore$ BDGC একটি সামান্তরিক।

(৩) $DG \parallel BC$ এবং $DG = BC$ [$\because$BDGC একটি সামান্তরিক]

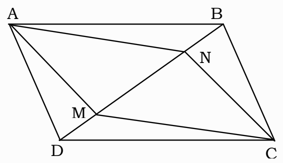
$\therefore$ $DF \parallel BC$ **(প্রমাণিত)**

(৪) এখন, $DF = \frac{1}{2} DG$ [$\because$ $DF = FG$]

$\therefore$ $DF = \frac{1}{2} BC$ **(প্রমাণিত)** [$DG = BC$]

প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥ দেওয়া আছে, ABCD সামান্তরিকের AM ও CN, DB এর উপর লম্ব। প্রমাণ কর যে, ANCM একটি সামান্তরিক।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ABCD সামান্তরিকের AM ও CN, DB এর উপর লম্ব।

প্রমাণ করতে হবে যে, ANCM একটি সামান্তরিক।

অঙ্কন : A, N ও C, M যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ **যথার্থতা**

(১) ΔADM ও ΔBCN এর মধ্যে

$AD = BC$ [সামান্তরিকের বিপরীত বাহু]

$\angle AMD = \angle CNB$ [প্রত্যেকে সমকোণ]

এবং $\angle ADM = \angle CBN$ [একান্তর কোণ]

$\therefore$ $\Delta ADM \cong \Delta BCN$ [ত্রিভুজের কোণ-বাহু-কোণ উপপাদ্য]

$\therefore$ $AM = CN$ এবং $DM = BN$

(২) আবার, ΔABN ও ΔCDM এর মধ্যে

$DM = BN$ [ধাপ ১ হতে]

$AB = CD$ [সামান্তরিকের বিপরীত বাহু]

এবং অন্তর্ভূক্ত $\angle ABN =$ অন্তর্ভূক্ত $\angle CDM$ [একান্তর কোণ]

$\therefore \Delta ABN \cong \Delta CDM$ [ত্রিভুজের বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

$\therefore$ $AN = CM$

(৩) এখন, ΔAMN ও ΔCMN এর মধ্যে

$AM = CN$ [(১) হতে]

$AN = CM$ [(২) হতে]

এবং MN উভয় ত্রিভুজের সাধারণ বাহু

$\therefore \Delta AMN \cong \Delta CMN$ [ত্রিভুজের বাহু-বাহু-বাহু উপপাদ্য]

$\therefore \angle AMN = \angle CNM$

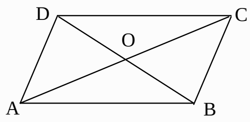
এবং $\angle ANM = \angle CMN$.

কিন্তু এরা যেহেতু একান্তর কোণ

$\therefore$ $AM \parallel CN$ এবং $AN \parallel CM$.

$\therefore$ ANCM একটি সামান্তরিক। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ১৫ ॥ চিত্রে, AB = CD এবং AB || CD



ক. AB ভূমিবিশিষ্ট দুইটি ত্রিভুজের নাম লেখ।

খ. প্রমাণ কর যে, AD ও BC পরস্পর সমান ও সমান্তরাল।

গ. দেখাও যে, $OA = OC$ এবং $OB = OD$.

সমাধান :

ক. দেওয়া আছে, ABCD চতুর্ভুজে $AB = CD$ এবং $AB \parallel CD$

AB ভূমিবিশিষ্ট দুইটি ত্রিভুজ হলো ΔABC এবং ΔABD.

খ. প্রমাণ করতে হবে যে, AD ও BC পরস্পর সমান ও সমান্তরাল।

প্রমাণ :

ধাপ **যথার্থতা**

(১) $AB \parallel CD$

এবং AC এদের ছেদক।

$\therefore \angle BAC = \angle DCA$ [একান্তর কোণ]

(২) ΔABC ও ΔADC এ

$AB = CD$, [দেওয়া আছে]

$AC = AC$ [সাধারণ বাহু]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle BAC$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle DCA$ [(১) হতে]

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta ADC$ [ত্রিভুজের বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

সুতরাং $BC = AD$

এবং $\angle ACB = \angle CAD$

(৩) এখন BC ও AD রেখাদ্বয়ের ছেদক AC দ্বারা উৎপন্ন $\angle ACB$ = একান্তর $\angle CAD$ হওয়ায় AD ও BC রেখাদ্বয় সমান্তরাল।

$\therefore AD \parallel BC$ **(প্রমাণিত)**

গ. দেখাতে হবে যে, $OA = OC$ এবং $OB = OD$

প্রমাণ :

ধাপ **যথার্থতা**

(১) AB এবং CD রেখাদ্বয় সমান্তরাল

এবং AC ও BD এদের দুইটি ছেদক।

$\therefore \angle BAC = \angle ACD$ [একান্তর কোণ সমান]

এবং $\angle BDC = \angle ABD$

(২) এখন, ΔAOB এবং ΔCOD-এ,

$\angle OAB = \angle OCD$ [একান্তর কোণ সমান]
$\angle OBA = \angle ODC$
এবং $AB = CD$ [দেওয়া আছে]

$\therefore \Delta AOB \cong \Delta COD$ [ত্রিভুজের কোণ-বাহু-কোণ উপপাদ্য]
$\therefore OA = OC$ Ges $OB = OD$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ॥ ১৬ ॥ ABCD একটি সামান্তরিক। AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।
(ক) $\angle BAD = 70°$ হলে $\angle ABC$ এর মান নির্ণয় করো।
(খ) $AC = BD$ হলে প্রমাণ কর যে, ABCD একটি আয়ত।
(গ) $AB = AD$ হলে প্রমাণ কর যে, AC ও BD পরস্পরকে O বিন্দুতে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।
সমাধান :

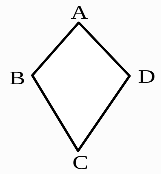
ক. সামান্তরিকে যেকোনো দু'টি সন্নিহিত কোণের সমষ্টি 180°
$\therefore \angle BAD + \angle ABC = 180°$ বা, $70° + \angle ABC = 180°$
$\therefore \angle ABC = 110°$ **(Ans.)**

খ. **অনুশীলনী ৮.১ এর ৮ নং সমাধান দেখ।**

গ. $AB = AD$ হলে চতুর্ভুজটি রম্বস হবে।
৮ম অধ্যায়ের উপপাদ্য- ৫ দেখ (পৃষ্ঠা–১২৯)

প্রশ্ন ॥ ১৭ ॥ ABCD চতুর্ভুজে AC ও BD কর্ণদ্বয় অসমান এবং যেকোনো দু'টি সন্নিহিত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ।

(ক) চিত্রসহ ঘুড়ির সংজ্ঞা দাও।
(খ) প্রমাণ কর যে, $AB = CD$ এবং $AD = BC$
(গ) B ও D বিন্দু হতে AC এর উপর BP এবং DQ লম্ব আঁকা হলে প্রমাণ কর যে, BPDQ একটি সামান্তরিক।
সমাধান :



ক. যে চতুর্ভুজের দুই জোড়া সন্নিহিত বাহু সমান একে ঘুড়ি বলা হয়।

চিত্রে $AB = AD$ এবং ABCD একটি ঘুড়ি।

খ. চতুর্ভুজের যেকোনো দু'টি সন্নিহিত কোণের সমষ্টি 180° হলে চতুর্ভুজটি সামান্তরিক।
৮ম অধ্যায়ের উপপাদ্য- ২ দেখ। (পৃষ্ঠা–১২৭)

গ. **অনুশীলনী ৮.১ এর ১৪ নং সমাধানের অনরূপ।**
[চিত্রে, A, B, C, D, M, N এর স্থলে যথাক্রমে B, C, D, A, P, Q ধরে প্রমাণ করতে হবে।]

প্রশ্ন ॥ ১৮ ॥ একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 10 সে.মি., 8 সে.মি. এবং 5 সে.মি.। ঘনবস্তুটির সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, $a = 10$ সে.মি., প্রস্থ $b = 8$ সে.মি., এবং উচ্চতা $c = 5$ সে.মি.

$\therefore$ আয়তাকার ঘনবস্তুটির সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল

$= 2(ab + bc + ac)$ বর্গ একক

$= 2\{(10 \times 8) + (8 \times 5) + (10 \times 5)\}$ বর্গ সে.মি.

$= 2\{80 + 40 + 50\}$ বর্গ সে.মি.

$= \{2 \times 170\}$ বর্গ সে.মি. $= 340$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ ঘনবস্তুটির সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 340 বর্গ সে.মি.। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৯ ॥ একটি ঘনকাকৃতি বাক্সের ধার 6.5 সে.মি. হলে, বাক্সটির সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, ঘনকাকৃতি বাক্সের ধার, $a = 6.5$ সে.মি.

ঘনকটির সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 6a^2$ বর্গ একক

$= \{6 \times (6.5)^2\}$ বর্গ সে.মি.

$= 253.5$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ বাক্সটির সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 253.5 বর্গ সে.মি.। **(Ans.)**

অধ্যায় ৮ ৮.২ চতুর্ভুজ Quadtrilaterals

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ একটি চতুর্ভুজ আঁকতে কয়টি অনন্য নিরপেক্ষ উপাত্তের প্রয়োজন?

(ক) 3টি (খ) 4টি (গ) 5টি (ঘ) 6টি **গ**

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ নিচের কোনগুলোতে কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে ছেদ করে?

(ক) বর্গ ও আয়ত (খ) রম্বস ও সামান্তরিক
(গ) আয়ত ও ঘুড়ি (ঘ) রম্বস ও ঘুড়ি **ঘ**

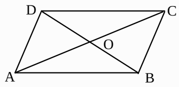
ব্যাখ্যা: যে চতুর্ভুজের চারটি বাহু পরস্পর সমান তাকে রম্বস বলে। যে চতুর্ভুজের দুই জোড়া সন্নিহিত বাহু সমান তাকে ঘুড়ি বলে।

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ একটি রম্বসের কর্ণদ্বয় 6 সে.মি. এবং 4 সে.মি হলে এর বাহুর দৈর্ঘ্য কত?

(ক) 4.9 সে.মি. (প্রায়) (খ) 5 সে. মি.
(গ) 6.9 সে.মি. (প্রায়) (ঘ) 7 সে.মি.

[সঠিক উত্তর : 3.6 সে.মি.]

ব্যাখ্যা : ΔAOB হতে



$$AB^2 = OA^2 + OB^2$$

$$= 3^2 + 2^2 \; [\therefore \; OA = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 6 = 3 = 9 + 4$$

$$OB = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \times 4 = 2 \;\; = 13 \; \therefore \; AB = \sqrt{13} = 3.6$$

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ একটি ঘুড়ির পরিসীমা 24 সে.মি. এবং অসমান বাহুদ্বয়ের অনুপাত 2 : 1 হলে এর ক্ষুদ্রতর বাহুর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.?

(ক) 8 (খ) 6 (গ) 4 (ঘ) 3 **গ**

ব্যাখ্যা : $2(2x + x) = 24$, বা, $3x = 12$, বা, $x = 4$

$\therefore$ ক্ষুদ্রতর বাহু = 4 সে.মি.

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দূরত্ব 3 সে.মি. এবং ক্ষেত্রফল 48 বর্গ সে.মি.। এর সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের গড় কত সে.মি.?

(ক) 8 (খ) 16 (গ) 24 (ঘ) 32 **খ**

ব্যাখ্যা : ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}(a + b) \times h$

বা, $48 = \frac{1}{2}(a + b) \times 3$ বা, $\frac{1}{2}(a + b) = 48 \div 3 = 16$

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ সকল সামান্তরিকের-

i. বিপরীত বাহুগুলো সমান ও সমান্তরাল
ii. বিপরীত কোণদ্বয়ের সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল
iii. ক্ষেত্রফল = সন্নিহিত বাহুদ্বয়ের গুণফল

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii **ক**

ব্যাখ্যা : সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = ভূমি × উচ্চতা

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ একটি আয়তের সন্নিহিত বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 4 সে.মি. এবং 3 সে.মি. হলে এর

i. অর্ধ পরিসীমা 7 সে.মি. ii. কর্ণের দৈর্ঘ্য 5 সে.মি.
iii. ক্ষেত্রফল 12 বর্গ সে.মি.

☑ **চতুর্ভুজের বৈশিষ্ট্যসমূহ :**

● চারটি বাহু বিদ্যমান ● চারটি কোণ বিদ্যমান
● দুটি কর্ণ বিদ্যমান

☑ চতুর্ভুজের মোট দশটি উপাত্ত বিদ্যমান। যথা : চারটি বাহু, চারটি কোণ এবং দুটি কর্ণ। কিন্তু একটি চতুর্ভুজ অঙ্কনের জন্য অনন্য পাঁচটি উপাত্ত প্রয়োজন।

চতুর্ভুজ অঙ্কন : নিম্নোক্ত পাঁচটি উপাত্ত জানা থাকলে, নির্দিষ্ট চতুর্ভুজটি আঁকা যায়।

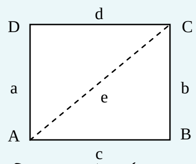
(ক) চারটি বাহু ও একটি কোণ
(খ) চারটি বাহু ও একটি কর্ণ
(গ) তিনটি বাহু ও দুইটি কর্ণ
(ঘ) তিনটি বাহু ও তাদের অন্তর্ভুক্ত দুইটি কোণ
(ঙ) দুইটি বাহু ও তিনটি কোণ।

অনেক সময় কম উপাত্ত দেওয়া থাকলেও বিশেষ চতুর্ভুজ আঁকা যায়। এক্ষেত্রে যুক্তি দ্বারা পাঁচটি উপাত্ত পাওয়া যায়।

- একটি বাহু দেওয়া থাকলে, বর্গ আঁকা যায়। এখানে চারটি বাহুই সমান এবং একটি কোণ সমকোণ।
- দুইটি সন্নিহিত বাহু দেওয়া থাকলে, আয়ত আঁকা যায়। এখানে বিপরীত বাহু দুইটি পরস্পর সমান এবং একটি কোণ সমকোণ।
- একটি বাহু এবং একটি কোণ দেওয়া থাকলে, রম্বস আঁকা যায়। এখানে চারটি বাহুই সমান।
- দুইটি সন্নিহিত বাহু এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ দেওয়া থাকলে, সামান্তরিক আঁকা যায়। এখানে বিপরীত বাহু দুইটি পরস্পর সমান ও সমান্তরাল।

☑ **পাঁচটি উপাত্ত থাকা সত্ত্বেও নির্দিষ্ট চতুর্ভুজ অঙ্কনের সীমাবদ্ধতা সমূহ :**

● চতুর্ভুজের যেকোনো কর্ণকে ধারণকারী সন্নিহিত বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি কর্ণের দৈর্ঘ্য অপেক্ষা বড় হতে হবে। যদি বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি কর্ণের দৈর্ঘ্য অপেক্ষা ছোট হলে চতুর্ভুজ অঙ্কন সম্ভব নয়।



চতুর্ভুজের চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য a, b, c ও d এবং একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য e হলে চতুর্ভুজটি আঁকা যাবে যদি $a + b > e$ এবং $c + d > e$ হয় অর্থাৎ সন্নিহিত দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য অবশ্যই কর্ণের দৈর্ঘ্য অপেক্ষা বেশি হবে।

ব্যাখ্যা : আমরা জানি, "ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর" ABCD চতুর্ভুজে ΔABC ও ΔADC দুইটি ত্রিভুজ। ΔABC-এর ক্ষেত্রে $AB + BC > AC$ অর্থাৎ $a + b > e$

ΔADC-এর ক্ষেত্রে $AD + DC > AC$ অর্থাৎ $c + d > e$

অনুরূপভাবে BD কর্ণের ক্ষেত্রেও এই শর্ত প্রযোজ্য।

● চতুর্ভুজের কোনো কোণের পরিমাপ 180° এর সমান বা বেশি হতে পারে না। আবার একটি চতুর্ভুজে তিনটি কোণ স্থূলকোণ হতে পারে না।

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii ঘ

ব্যাখ্যা : (i) অর্ধপরিসীমা $= \frac{2(4+3)}{2} = 7$ সে.মি.

(ii) কর্ণ $= \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = 5$ সে.মি.

(iii) ক্ষেত্রফল $= (4 \times 3)\ cm^2 = 12$ বর্গ সে.মি.

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥

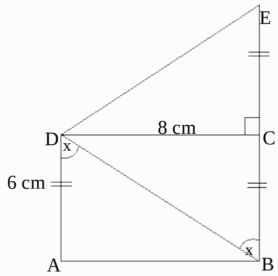
i. দুইটি সন্নিহিত বাহু দেওয়া থাকলে আয়ত আঁকা যায়।
ii. চারটি কোণ দেওয়া থাকলে একটি চতুর্ভুজ আঁকা যায়।
iii. বর্গের একটি বাহু দেওয়া থাকলে বর্গ আঁকা যায়।

উপরের তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii খ

ব্যাখ্যা : চারটি কোণ দ্বারা কখনও চতুর্ভুজ আঁকা যাবে না।

নিচের চিত্রের আলোকে ৯, ১০, ১১ ও ১২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ BD = কত সে.মি.?

(ক) 7 (খ) 8 (গ) 10 (ঘ) 12 গ

ব্যাখ্যা : $BD = \sqrt{AD^2 + AB^2}$

$= \sqrt{6^2 + 8^2}$

$= \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$ সে.মি.

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ চতুর্ভুজ ABED এর পরিসীমা কত সে.মি.?

(ক) 24 (খ) 26 (গ) 30 (ঘ) 36 ঘ

ব্যাখ্যা : ABED চতুর্ভুজের পরিসীমা,

$= AB + BE + ED + AD = [8 + (6 + 6) + (\sqrt{CE^2 + CD^2}) + 6]$ সে.মি.

$= [8 + 12 + (\sqrt{6^2 + 8^2}) + 6]\ cm = (8 + 12 + 10 + 6)$ সে.মি. $= 36$ সে.মি.

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ ΔBDE এর ক্ষেত্রফল = কত বর্গ সে.মি.?

(ক) 48 (গ) 36 (গ) 28 (ঘ) 24 ক

ব্যাখ্যা : $\Delta BDE = \Delta BDC + \Delta EDC = \frac{1}{2} \times BC \times CD + \frac{1}{2} \times CE \times CD$

$= \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 8 + \frac{1}{2} \times 6 \times 8\right)$ সে.মি. $= 48$ সে.মি.

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ ABED চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?

(ক) 48 (খ) 64 (গ) 72 (ঘ) 96 গ

ব্যাখ্যা : ABED চতুর্ভুজ = ABCD চতুর্ভুজ + EDC ত্রিভুজ

$= AD \times CD + \frac{1}{2} \times CE \times CD$

■ **চতুর্ভুজ (Quadrilateral) :**

- চতুর্ভুজের পরিসীমা = চতুর্ভুজের চার বাহুর সমষ্টি।
- চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল = একটি কর্ণ দ্বারা বিভক্ত দুইটি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি।

■ **সামান্তরিক (Parallelogram) :**

- সামান্তরিকের পরিসীমা = 2 × সন্নিহিত বাহু দুটির সমষ্টি
- সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = সামান্তরিকের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য × ঐ বাহু ও তার বিপরীত বাহুর মধ্যে লম্ব দূরত্ব।

■ **রম্বস (Rhombus) :**

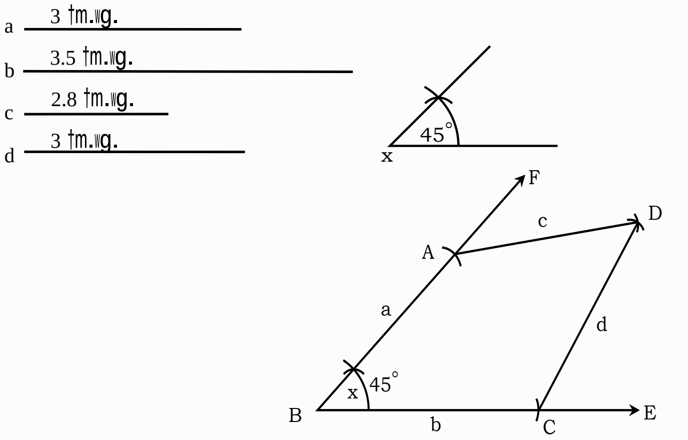
- রম্বসের পরিসীমা = 4 × বাহুর দৈর্ঘ্য
- রম্বসের ক্ষেত্রফল = রম্বসের একটি বাহু × উচ্চতা
  = একটি বাহু × ঐ বাহু ও তার বিপরীত বাহুর মধ্যে লম্ব দূরত্ব।
- রম্বসের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ × কর্ণ দুটির গুণফল।
- রম্বসের বাহু = $\frac{1}{2} \times \sqrt{\text{কর্ণ দুটির দৈর্ঘ্যের বর্গের সমষ্টি}}$

$$= (6 \times 8) + \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 8\right)$$
$$= 48 + 24 = 72 \text{ সে.মি.}$$

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ নিম্নে প্রদত্ত উপাত্ত নিয়ে চতুর্ভুজ অঙ্কন কর :

ক. চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সে.মি., 3.5 সে.মি., 2.8 সে.মি. ও 3 সে.মি. এবং একটি কোণ 45°।

সমাধান :



মনে করি, একটি চতুর্ভুজের চারটি বাহু a, b, c, d যথাক্রমে 3 সে.মি., 3.5 সে.মি., 2.8 সে.মি. ও 3 সে.মি. এবং একটি কোণ $\angle x = 45^\circ$ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

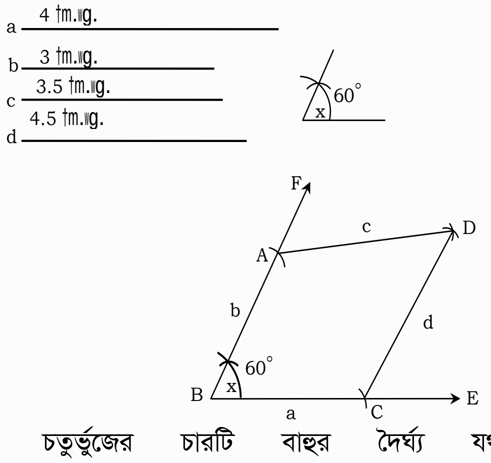
(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে b এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই। BC এর B বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান করে $\angle CBF$ আঁকি।

(২) BF থেকে a এর সমান করে BA অংশ কেটে নিই। এখন, A ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে যথাক্রমে c ও d এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে D বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) A, D ও C, D যোগ করি। তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

খ. চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সে.মি., 3 সে.মি., 3.5 সে.মি. ও 4.5 সে.মি. এবং একটি কোণ 60°।

সমাধান :



মনে করি, চতুর্ভুজের চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a = 4 সে.মি. b = 3 সে.মি., c = 3.5 সে.মি. ও d = 4.5 সে.মি. এবং একটি কোণ $\angle x = 60^\circ$ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে a এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই। BC এর B বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান করে $\angle CBF$ আঁকি।

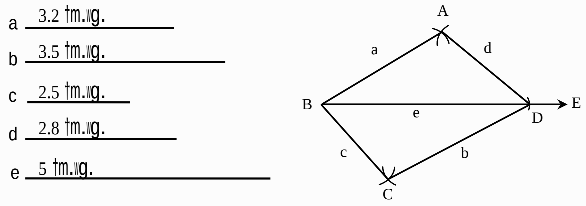
(২) এখন, BF থেকে b এর সমান করে BA অংশ কেটে নিই। এখন A ও C কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে c ও d এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle B$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে

D বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) এখন A, D ও C, D যোগ করি।
তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

গ. চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3.2 সে.মি., 3.5 সে.মি., 2.5 সে.মি. ও 2.8 সে.মি. এবং একটি কর্ণ 5 সে.মি.।

সমাধান :



মনে করি, চতুর্ভুজের চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য a = 3.2 সে.মি., b = 3.5 সে.মি., c = 2.5 সে.মি. ও d = 2.8 সে.মি. এবং একটি কর্ণ
e = 5 সে.মি. দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে e এর সমান করে BD অংশ কেটে নিই।

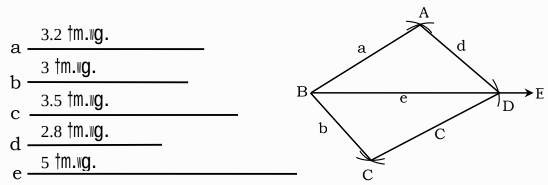
(২) BD এর B ও D বিন্দুকে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a ও d এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর একই পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) আবার, BD এর B ও D বিন্দুকে কেন্দ্র করে যথাক্রমে c ও b এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে A বিন্দুর বিপরীত পাশে আরও দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) এখন A, B; A, D ; B, C; ও C, D যোগ করি।
তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

ঘ চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3.2 সে.মি., 3 সে.মি., 3.5 সে.মি. ও 2.8 সে.মি. এবং একটি কর্ণ 5 সে.মি.।

সমাধান :



মনে করি, চতুর্ভুজের চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a = 3.2 সে.মি., b = 3 সে.মি., c = 3.5 সে.মি. ও d = 2.8 সে.মি. এবং একটি কর্ণ e = 5 সে.মি. দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে e এর সমান করে BD অংশ কেটে নিই।

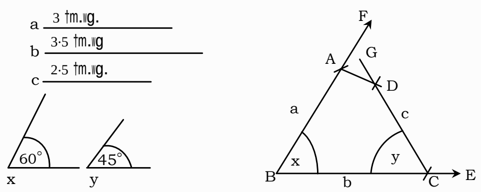
(২) BD এর B ও C কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a ও d এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর একই পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) আবার, BD এর B ও D বিন্দুকে কেন্দ্র করে যথাক্রমে b ও c এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে A বিন্দুর বিপরীত পাশে আরও দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) এখন A, B; A, D; B, C; ও C ও D যোগ করি।
তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

ঙ. তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সে.মি., 3.5 সে.মি., 2.5 সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60° ও 45°।

সমাধান :



মনে করি, চতুর্ভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে, a = 3 সে.মি., b = 3.5 সে.মি., c = 2.5 সে.মি. এবং a ও b এর অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle x = 60^\circ$ ও b ও c এর অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle y = 45^\circ$ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো একটি রশ্মি BE থেকে b এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই।

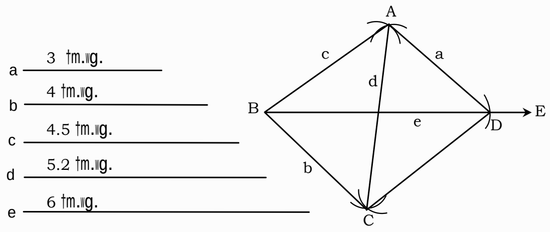
(২) BC এর B ও C বিন্দুতে যথাক্রমে $\angle x$ ও $\angle y$ এর সমান করে যথাক্রমে $\angle CBF$ ও $\angle BCG$ আঁকি।

(৩) BF থেকে a এর সমান করে এবং CG থেকে c এর সমান করে যথাক্রমে BA ও CD অংশ কেটে নিই।

(৪) এখন A, D যোগ করি।
তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

চ. তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সে.মি., 4 সে.মি. 4.5 সে.মি. এবং দুইটি কর্ণ 5.2 সে.মি. ও 6 সে.মি.।

সমাধান :



মনে করি, চতুর্ভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে, a = 3 সে.মি., b = 4 সে.মি., c = 4·5 সে.মি. এবং কর্ণ d = 5·2 সে.মি. ও e = 6 সে.মি.। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে কর্ণ e এর সমান করে BD অংশ কেটে নিই।

(২) BD এর B ও D কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে c ও a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর একই পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।

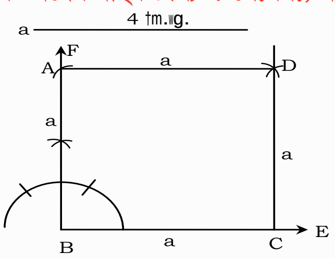
(৩) B ও A কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে b ও কর্ণ d এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর যে পাশে A রয়েছে তার বিপরীত পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) A, B; A, D; B, C; ও C, D যোগ করি।

তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥ একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সে. মি.; বর্গটি আঁক।

সমাধান :



মনে করি, একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য a = 4 সে.মি. দেওয়া আছে।
বর্গটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে a এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই। BC এর B বিন্দুতে $BF \perp BC$ আঁকি।

(২) BF থেকে a এর সমান করে BA অংশ কেটে নিই।

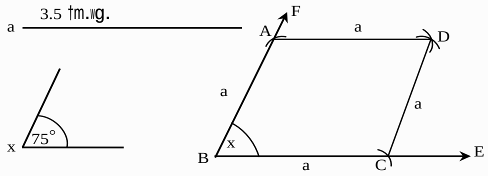
(৩) A ও C কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে D বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) A, D ও C, D যোগ করি।

তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট বর্গ।

প্রশ্ন ॥ ১৫ ॥ রম্বসের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3.5 সে.মি. ও একটি কোণ 75°; রম্বসটি আঁক।

সমাধান :



মনে করি, রম্বসের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 3.5$ সে.মি. ও একটি কোণ $\angle x = 75^\circ$ দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

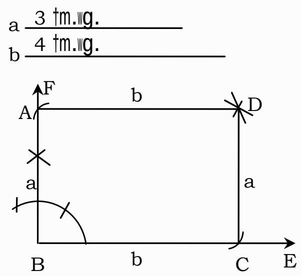
(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে a এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই। BC এর B বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান করে $\angle CBF$ আঁকি।

(২) BF থেকে a এর সমান করে BA অংশ কেটে নিই। এখন A ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে D বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) A, D ও C, D যোগ করি।
তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

প্রশ্ন ॥ ১৬ ॥ আয়তের দুইটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3 সে.মি. ও 4 সে.মি; আয়তটি আঁক।

সমাধান :



মনে করি, একটি আয়তের দুইটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 3$ সে. মি. ও $b = 4$ সে. মি. দেওয়া আছে। আয়তটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে b এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই। BC এর B বিন্দুতে $BF \perp BC$ আঁকি। BF থেকে a এর সমান করে BA অংশ কেটে নিই।

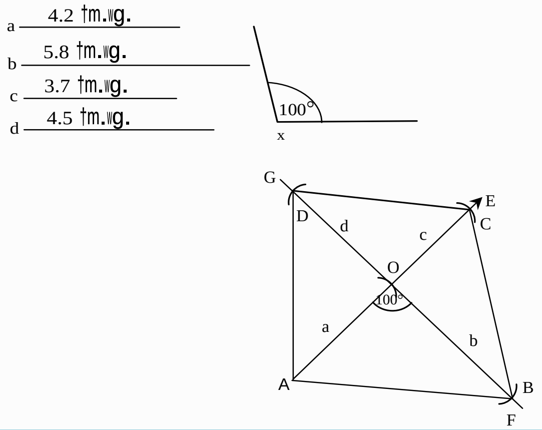
(২) এখন A ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে যথাক্রমে b ও a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle B$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে D বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) A, D ও C, D যোগ করি।

তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট আয়ত।

প্রশ্ন ॥ ১৭ ॥ ABCD চতুর্ভুজের কর্ণ দুইটি AC ও BD, O বিন্দুতে এমনভাবে ছেদ করে যেন OA = 4.2 সে.মি., OB = 5.8 সে.মি., OC = 3.7 সে.মি., OD = 4.5 সে.মি. ও $\angle AOB = 100^\circ$ চতুর্ভুজটি আঁক।

সমাধান :



মনে করি, ABCD চতুর্ভুজের কর্ণ দুইটি AC ও BD, O বিন্দুতে এমনভাবে ছেদ করে যেন OA = 4.2 সে.মি., OB = 5.8 সে.মি., OC = 3.7 সে.মি., OD = 4.5 সে.মি. এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত একটি কোণ $\angle x = 100^\circ$ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি AE থেকে a এর সমান করে AO এবং c এর সমান করে OC অংশ কেটে নিই।

(২) AO এর O বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান করে $\angle AOF$ আঁকি। FO কে G পর্যন্ত বর্ধিত করি।

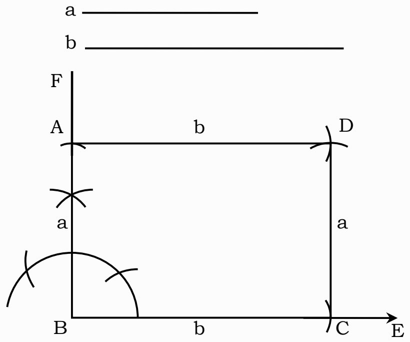
(৩) OF রেখা হতে b এর সমান করে OB এবং OG হতে d এর সমান করে OD অংশ কেটে নিই।

(৪) A, B; B, C; C, D ও A, D যোগ করি।

তাহলে, ABCD–ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

প্রশ্ন ॥ ১৮ ॥ দুইটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। আয়তটি আঁক।

সমাধান :



মনে করি, একটি আয়তের দুইটি সন্নিহিত বাহু যথাক্রমে a ও b দেওয়া আছে। আয়তটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

(২) যেকোনো রশ্মি BE থেকে BC = b নিই। BC এর B বিন্দুতে $BF \perp BC$ আঁকি। BF থেকে BA = a নিই।

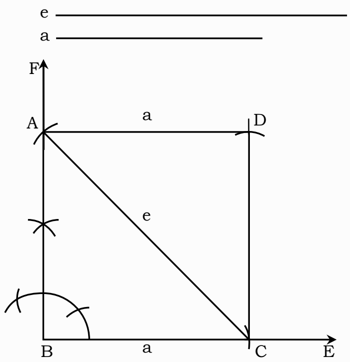
(২) A ও C কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে b ও a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে D বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) A, D এবং C, D যোগ করি।

তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট আয়ত।

প্রশ্ন ॥ ১৯ ॥ কর্ণ এবং একটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। আয়তটি আঁকতে হবে।

সমাধান :



মনে করি, একটি আয়তের কর্ণ ও একটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে e ও a দেওয়া আছে। আয়তটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে BC = a নিই। BC এর B বিন্দুতে $BF \perp BC$ আঁকি।

(২) C বিন্দুকে কেন্দ্র করে কর্ণ e এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যা BF কে A বিন্দুতে ছেদ করে। A, C যোগ করি।

(৩) A কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ এর অভ্যন্তরে একটি বৃত্তচাপ আঁকি। আবার C

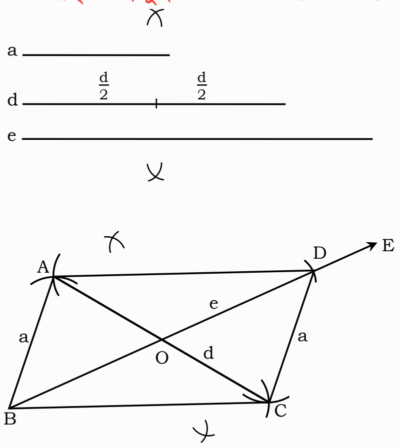
কে কেন্দ্র করে AB এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে ∠ABC এর অভ্যন্তরে আরও একটি বৃত্তচাপ আঁকি যা আগের বৃত্তচাপকে D বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) A, D ও C, D যোগ করি।

তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট আয়ত।

প্রশ্ন ॥ ২০ ॥ একটি বাহু এবং দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।

সমাধান :



মনে করি, সামান্তরিকের একটি বাহু a এবং দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য d ও e দেওয়া আছে। সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে e এর সমান করে BD অংশ কেটে নিই। BD এর মধ্যবিন্দু O নির্ণয় করি।

(২) B ও D কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর উভয় পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি।

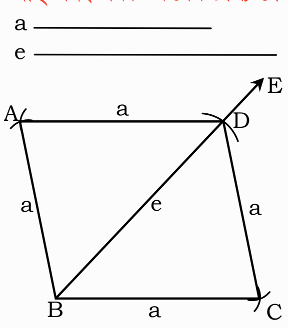
(৩) আবার O কে কেন্দ্র করে d এর অর্ধেকের সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর উভয় পাশে আরও দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপদ্বয় পূর্বের বৃত্তচাপদ্বয়কে যথাক্রমে A ও C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) A ও B, B ও C, C ও D এবং A ও D যোগ করি।

তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

প্রশ্ন ॥ ২১ ॥ একটি বাহু এবং একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁক।

সমাধান :



মনে করি, রম্বসের একটি বাহু a ও একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য e দেওয়া আছে, রম্বসটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে e এর সমান করে BD অংশ কেটে নিই।

(২) এখন B কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD-এর উভয় পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি।

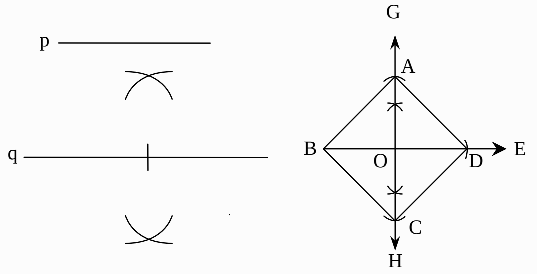
(৩) আবার, D কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর উভয় পাশে আরও দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপদ্বয় পূর্বের বৃত্তচাপদ্বয়কে যথাক্রমে A ও C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) A, B ; B , C ; C , D এবং D , A যোগ করি।

তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

প্রশ্ন ॥ ২২ ॥ দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁক।

সমাধান :



মনে করি, p ও q দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে, রম্বসটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে কর্ণ p এর সমান করে BD অংশ কেটে নিই। BD কে O বিন্দুতে GH রেখা দ্বারা সমদ্বিখণ্ডিত করি।

(২) এখন O কে কেন্দ্র করে q এর অর্ধেকের সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর উভয় পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপদ্বয় GH রেখাকে যথাক্রমে A ও C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) A, B; B, C; C, D এবং D, A বিন্দুগুলো যোগ করি।
তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

প্রশ্ন ॥ ২৩ ॥ একটি সামান্তরিকের দুইটি সন্নিহিত বাহু 4 সে.মি. ও 3 সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60°।

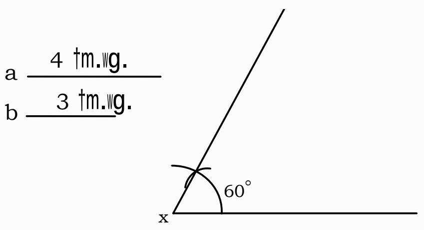
ক. প্রদত্ত তথ্যগুলো চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

খ. অঙ্কনের বিবরণসহ সামান্তরিকটি আঁক।

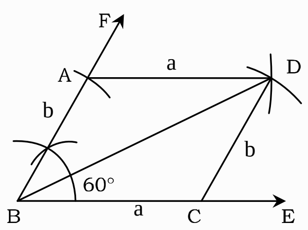
গ. অঙ্কনের বিবরণসহ সামান্তরিকটির বৃহত্তম কর্ণের সমান কর্ণবিশিষ্ট একটি বর্গ আঁক।

সমাধান :

ক. প্রদত্ত তথ্যগুলো চিত্রের মাধ্যমে দেখানো হলো :



খ.



মনে করি, একটি সামান্তরিকের দুইটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য a = 4 সে.মি. ও b = 3 সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle x = 60^\circ$ দেওয়া আছে। সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে BC = a নিই।

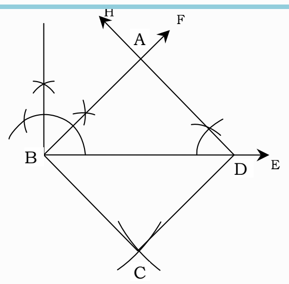
(২) BC এর B বিন্দুতে $\angle CBF = \angle x$ আঁকি এবং BF থেকে BA = b নিই।

(৩) এখন A ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a ও b এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে D বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) A, D ও C, D যোগ করি।

তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

গ.



মনে করি, ABCD সামান্তরিকটির বৃহত্তম কর্ণ হলো BD।
এখন BD এর সমান কর্ণ বিশিষ্ট একটি বর্গ আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে BD = a এর সমান দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট অংশ কেটে নিই।

(২) B বিন্দুতে $\angle EBF = \angle 45°$ আঁকি। D বিন্দুতে $\angle BDH = \angle DBF$ আঁকি। BF ও DH পরস্পরকে A বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) এখন B ও D কে কেন্দ্র করে BD এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে A বিন্দুর বিপরীত দিকে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) C, B এবং C, D যোগ করি।

তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট বর্গ।

প্রশ্ন ॥ ২৪ ॥ দুইটি নির্দিষ্ট রেখাংশ a = 6 সে.মি., b = 4.5 সে.মি. এবং দুইটি কোণ $\angle x = 75°$ ও $\angle y = 85°$।

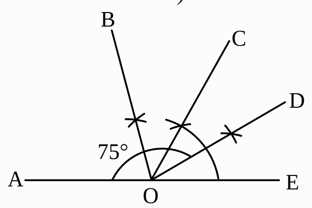
ক) পেন্সিল কম্পাসে $\angle x$ আঁক।

খ) রেখাংশ দু'টিকে সন্নিহিত বাহু বিবেচনা করে একটি আয়ত আঁক। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক)

গ) a ও b কে সমান্তরাল বাহু এবং প্রদত্ত কোণ দু'টিকে a বাহু সংলগ্ন কোণ বিবেচনা করে ট্রাপিজিয়াম আঁক। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক)

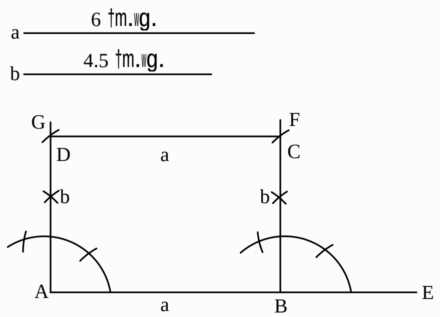
সমাধান :

ক)



মনে করি, AE রেখার মধ্যস্থিত একটি বিন্দু O। O বিন্দুতে $\angle COE = 60°$ অঙ্কন করি। $\angle COE$ এর সমদ্বিখণ্ডক OD অঙ্কন করি। এখন, $\angle AOD$ এর সমদ্বিখণ্ডক OB আঁকি।
তাহলে, $\angle AOB = \angle x = 75°$ কোণ অঙ্কিত হলো।

খ)

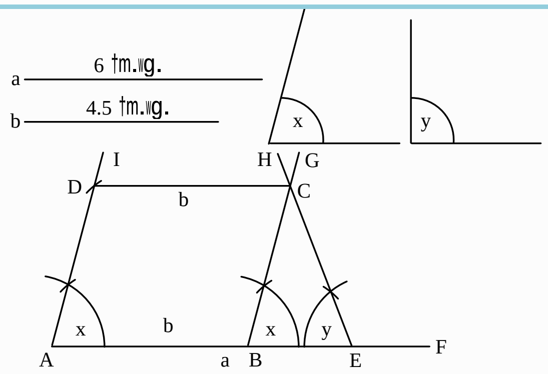


একটি আয়তের দুটি সন্নিহিত বাহু a = 6 সে.মি. এবং b = 4.5 সে.মি. দেওয়া আছে। আয়তটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ : যেকোনো রেখা AE থেকে AB = a অংশ কেটে নিই। A ও B বিন্দুতে $GA \perp AE$ এবং $FB \perp BE$ আঁকি। AG থেকে AD = b এবং BF থেকে BC = b অংশ কেটে নিই। D, C যোগ করি।

তাহলে, ABCD ই উদ্দিষ্ট আয়ত।

গ)



একটি ট্রাপিজিয়ামের দুটি সমান্তরাল বাহু a = 6 সে.মি., b = 4.5 সে.মি. এবং a বাহু সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x = 75°$ ও $\angle y = 85°$ দেওয়া আছে। ট্রাপিজিয়ামটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ : যেকোনো রেখা AF থেকে AE = a এবং AB = b অংশ কেটে নিই। A, B ও E বিন্দুতে যথাক্রমে $\angle IAF = \angle x$, $\angle GBF = \angle x$ ও $\angle HEA = \angle y$ আঁকি। ধরি, BG ও HE রেখাদ্বয় পরস্পরকে C বিন্দুতে ছেদ করে। এখন, AI থেকে BC = AD অংশ কেটে নিই। C, D যোগ করি।

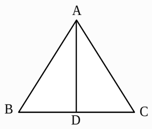
তাহলে, AECD-ই উদ্দিষ্ট ট্রাপিজিয়াম।

অধ্যায় ৯

পিথাগোরাসের উপপাদ্য
Pythagoras Theorem

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ। AD, BC-এর উপর লম্ব। প্রমাণ কর যে, $AB^2 + BC^2 + CA^2 = 4AD^2$

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : ΔABC-এ $AB = BC = CA$ এবং $AD \perp BC$

প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 + BC^2 + CA^2 = 4AD^2$

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
১. $AD \perp BC$	[দেওয়া আছে]
$\therefore \angle ADB = \angle ADC$	[প্রত্যেকে সমকোণ]
২. ΔADB এবং ΔADC এর মধ্যে	
অতিভুজ AB = অতিভুজ AC	[দেওয়া আছে]
এবং $AD = AD$	[সাধারণ বাহু]
$\therefore \Delta ADB \cong \Delta ADC$	[অতিভুজ-বাহু উপপাদ্য]
$\therefore BD = CD$	
$\therefore BC = BD + DC$	
$= BD + BD = 2BD$	
৩. ΔABD এ $\angle ADB$ = এক সমকোণ	
$\therefore AB^2 = AD^2 + BD^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
বা, $4AB^2 = 4(AD^2 + BD^2)$	
বা, $4AB^2 = 4AD^2 + 4BD^2$	
বা, $4AB^2 = 4AD^2 + (2BD)^2$	
বা, $4AB^2 = 4AD^2 + BC^2$	[(২) হতে]
বা, $4AB^2 = 4AD^2 + AB^2$	[$\because AB = BC = CA$]

বা, $4AB^2 - AB^2 = 4AD^2$
বা, $3AB^2 = 4AD^2$

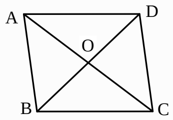
- ■ পিথাগোরাসের উপপাদ্য : $(\text{অতিভুজ})^২ = (\text{ভূমি})^২ + (\text{লম্ব})^২$।
- ■ ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times$ (সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের যোগফল) $\times$ (সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব)।
- ■ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (যেকোনো এক বাহুর দৈর্ঘ্য)^২।
- ■ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য $\times$ প্রস্থ।
- ■ ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা।

বা, $AB^2 + AB^2 + AB^2 = 4AD^2$

$\therefore AB^2 + BC^2 + CA^2 = 4AD^2$ **(প্রমাণিত)** $[\because AB = BC = CA]$

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ ABCD চতুর্ভুজের কর্ণ দুইটি পরস্পরকে লম্বভাবে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, $AB^2 + CD^2 = BC^2 + AD^2$

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় AC ও BD পরস্পরকে O বিন্দুতে লম্বভাবে ছেদ করে। ফলে $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle AOD = 1$ সমকোণ।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 + CD^2 = BC^2 + AD^2$.

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
১. ABCD চতুর্ভুজের AC ও BD লম্বভাবে ছেদ করে। ফলে ABCD একটি রম্বস $\therefore AO = CO$ এবং $BO = DO$	[রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
২. AOB সমকোণী ত্রিভুজে AB অতিভুজ $\therefore AB^2 = AO^2 + BO^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
৩. COD সমকোণী ত্রিভুজে CD অতিভুজ $\therefore CD^2 = CO^2 + DO^2$	
৪. $AB^2 + CD^2 = AO^2 + BO^2 + CO^2 + DO^2$	[(১) ও (২) হতে]
$= AO^2 + BO^2 + AO^2 + BO^2$	$[\because AO = CO, BO = DO]$
$= 2\,AO^2 + 2\,BO^2$	
$= 2 \times \left(\frac{1}{2}AC\right)^2 + 2 \times \left(\frac{1}{2}BD\right)^2$	[(১) হতে]
$= 2 \times \frac{1}{4}AC^2 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{4}BD^2$	
$= \frac{1}{2}(AC^2 + BD^2)$	
৫. অনুরূপভাবে, ΔBOC–এ $BC^2 = BO^2 + CO^2$ ΔAOD-এ $AD^2 = AO^2 + DO^2$ $\therefore BC^2 + AD^2 = BO^2 + CO^2 + AO^2 + DO^2$ $= BO^2 + AO^2 + AO^2 + BO^2$ $= 2BO^2 + 2AO^2$	$[\because AO = CO, BO = DO]$

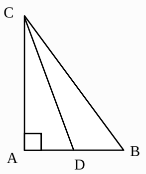
$$= 2 \times \left(\frac{1}{2}BD\right)^2 + 2 \times \left(\frac{1}{2}AC\right)^2$$

$$= 2 \times \frac{1}{4}AC^2 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{4}BD^2 = \frac{1}{2}(AC^2 + BD^2)$$

$\therefore AB^2 + CD^2 = BC^2 + AD^2$ **(প্রমাণিত)** [ধাপ ৪]

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ ABC ত্রিভুজের $\angle A$ সমকোণ এবং CD একটি মধ্যমা। প্রমাণ কর যে, $BC^2 = CD^2 + 3AD^2$

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ΔABC এর $\angle A$ সমকোণ এবং CD, ΔABC এর একটি মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে, $BC^2 = CD^2 + 3AD^2$

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
১. ΔADC এ $\angle A =$ এক সমকোণ	
$\therefore CD^2 = AD^2 + AC^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
২. ΔABC এ $\angle A$ সমকোণ	
$\therefore BC^2 = AB^2 + AC^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
$= (AD + BD)^2 + AC^2$	
$= AD^2 + 2AD.BD + BD^2 + AC^2$	
$= AD^2 + AC^2 + 2AD.BD + BD^2$	
$= CD^2 + 2AD.BD + BD^2$	[(১) হতে]
$= CD^2 + 2.AD.AD + AD^2$	[$\because$ CD মধ্যমা, $\therefore AD = BD$]
$= CD^2 + 2AD^2 + AD^2$	

$\therefore BC^2 = CD^2 + 3AD^2$ **(প্রমাণিত)**

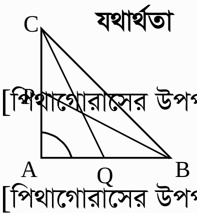
প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ ABC ত্রিভুজের $\angle A$ সমকোণ BP ও CQ দুইটি মধ্যমা। প্রমাণ কর যে, $5\ BC^2 = 4\ (BP^2 + CQ^2)$

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ABC ত্রিভুজের $\angle A$ = এক সমকোণ। BP ও CQ ত্রিভুজের মধ্যমা।
প্রমাণ করতে হবে যে, $5 BC^2 = 4 (BP^2 + CQ^2)$

প্রমাণ :

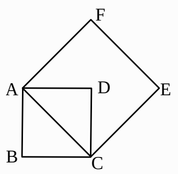
ধাপ	**যথার্থতা**
১. ΔABP এ $\angle A$ = এক সমকোণ	
$\therefore BP^2 = AB^2 + AP^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]



২. আবার, ΔACQ এ $\angle A$ = এক সমকোণ	
$\therefore CQ^2 = AC^2 + AQ^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
৩. ΔABC এ $\angle A$ = এক সমকোণ	
$\therefore BC^2 = AC^2 + AB^2$	
৪. $BP^2 + CQ^2 = AB^2 + AP^2 + AC^2 + AQ^2$	[(১) ও (২) হতে]
বা, $4 (BP^2 + CQ^2) = 4 (AB^2 + AP^2 + AC^2 + AQ^2)$	
$= 4 (AB^2 + AC^2) + 4 AP^2 + 4 AQ^2$	
$= 4 BC^2 + (2AP)^2 + (2AQ)^2$	
$= 4 BC^2 + AC^2 + AB^2$	[BP ও CQ মধ্যমা হওয়ায়]
$= 4 BC^2 + BC^2$	
$= 5 BC^2$	[(৩) হতে]
$\therefore 5 BC^2 = 4 (BP^2 + CQ^2)$ **(প্রমাণিত)**	

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ প্রমাণ কর যে, কোনো বর্গক্ষেত্রের কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ঐ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ।

সমাধান :



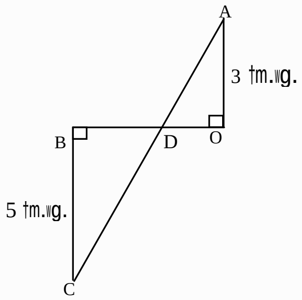
বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD একটি বর্গক্ষেত্র, এর কর্ণ AC। AC কে বর্গের বাহু ধরে অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র ACEF।
প্রমাণ করতে হবে যে, $AC^2 = 2AB^2$ ।
অর্থাৎ বর্গক্ষেত্র ACEF এর ক্ষেত্রফল = 2 × বর্গক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল।

প্রমাণ :

ধাপ	**যথার্থতা**
১. ABCD বর্গক্ষেত্র হওয়ায়	
$AB = BC$	[বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেকটি বাহু সমান]
২. ΔABC-এ $\angle ABC$ = 1 সমকোণ	
$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
$= AB^2 + AB^2 = 2AB^2$	[(১) হতে]
৩. বর্গক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল AB^2	
এবং বর্গক্ষেত্র ACEF এর ক্ষেত্রফল AC^2	

৪. $AC^2 = 2AB^2$ [(২) হতে]
অর্থাৎ, বর্গক্ষেত্র ACEF এর ক্ষেত্রফল
= 2 × বর্গক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥



চিত্রে OB = 4 সে.মি. হলে BD এবং AC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, BD = x সে.মি.

$\therefore$ DO = (4 – x) সে.মি. [$\because$ OB = 4 সে.মি.]

দেওয়া আছে, BC = 5 সে.মি., AO = 3 সে.মি.

ΔAOD ও ΔBDC সদৃশ

সুতরাং $\frac{BC}{AO} = \frac{BD}{DO}$ [অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক]

বা, $\frac{5}{3} = \frac{x}{4 - x}$ বা, $3x = 20 - 5x$

বা, $3x + 5x = 20$ বা, $8x = 20$

$\therefore x = 2.5$

অর্থাৎ BD = 2.5 সে.মি.

$\therefore$ DO = (4 – 2.5) সে.মি. = 1.5 সে.মি.

এখন, ΔAOD এ

$AD^2 = AO^2 + DO^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

$= 3^2 + (1.5)^2$

$= 9 + 2.25 = 11.25$

$\therefore$ AD = 3.35 সে.মি. (প্রায়)

আবার, Δ CBD এ

$CD^2 = BC^2 + BD^2 = 5^2 + (2.5)^2 = 25 + 6.25 = 31.25$

$\therefore$ CD = 5.59 সে.মি. (প্রায়)

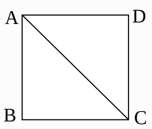
$\therefore$ AC = AD + CD = (3.35 + 5.59) সে.মি. (প্রায়)

= 8.94 সে.মি. (প্রায়)

$\therefore$ BD = 2.5 সে.মি. এবং AC = 8.94 সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ প্রমাণ কর যে, কোনো বর্গক্ষেত্র এর কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের অর্ধেক।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD একটি বর্গক্ষেত্র যার একটি কর্ণ AC।

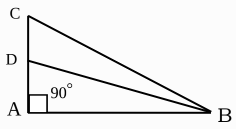
প্রমাণ করতে হবে যে, বর্গক্ষেত্র ABCD $= \frac{1}{2}$ (AC কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র)।

প্রমাণ :

ধাপ	**যথার্থতা**
১. $\angle ABC = 90°$;	[বর্গের প্রতিটি কোণ 90°]
তাহলে, সমকোণী ΔABC এ	
AC অতিভুজ।	
২. পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে পাই,	
$AC^2 = AB^2 + BC^2$	
বা, $AC^2 = AB^2 + AB^2$	[বর্গের প্রতিটি বাহু সমান অর্থাৎ BC = AB]
বা, $AC^2 = 2AB^2$	
$\therefore AB^2 = \frac{1}{2} AC^2$	
৩. আমরা জানি, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (এক বাহুর দৈর্ঘ্য)^২	
$\therefore$ বর্গক্ষেত্র ABCD $= AB^2 = \frac{1}{2} AC^2$	[(২) থেকে]
$\therefore$ বর্গক্ষেত্র ABCD $= \frac{1}{2}$ (AC কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র)	**(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ ABC ত্রিভুজের $\angle A$ = এক সমকোণ। D, AC এর উপরস্থ একটি বিন্দু। প্রমাণ কর যে, $BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$.

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ABC ত্রিভুজের $\angle A$ = এক সমকোণ। D, AC-এর উপরস্থ একটি বিন্দু।

প্রমাণ করতে হবে যে, $BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$.

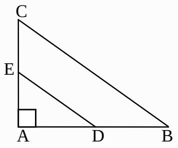
অঙ্কন : B, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	**যথার্থতা**
১. ΔABC এ $\angle A$ = এক সমকোণ	
সুতরাং BC অতিভুজ	
$\therefore BC^2 = AB^2 + AC^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
২. আবার, ABD সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ BD.	
$\therefore BD^2 = AB^2 + AD^2$	
অর্থাৎ $AB^2 = BD^2 - AD^2$	
৩. $BC^2 = BD^2 - AD^2 + AC^2$	[(১) ও (২) হতে]
$\therefore BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$ **(প্রমাণিত)**	

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ ABC ত্রিভুজের $\angle A$ = এক সমকোণ D ও E যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু হলে, প্রমাণ কর যে, $DE^2 = CE^2 + BD^2$.

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ΔABC এর $\angle A$ = এক সমকোণ। D ও E যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু।
প্রমাণ করতে হবে যে, $DE^2 = CE^2 + BD^2$.

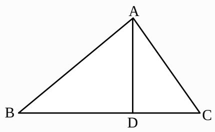
অঙ্কন : E, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	**যথার্থতা**
১. AC এর মধ্যবিন্দু E. $\therefore AE = CE$	[দেওয়া আছে]
২. আবার, AB এর মধ্যবিন্দু D $\therefore AD = BD$	
৩. ADE সমকোণী ত্রিভুজে $\angle A$ = এক সমকোণ $\therefore DE^2 = AE^2 + AD^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
বা, $DE^2 = CE^2 + BD^2$	[(১) ও (২) হতে]
$\therefore DE^2 = CE^2 + BD^2$ **(প্রমাণিত)**	

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ ΔABC এ BC এর উপর লম্ব AD এবং AB > AC.
প্রমাণ কর যে, $AB^2 - AC^2 = BD^2 - CD^2$.

সমাধান :



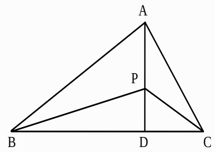
বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ΔABC এ BC এর উপর লম্ব AD এবং AB > AC.
প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 - AC^2 = BD^2 - CD^2$.

প্রমাণ :

ধাপ	**যথার্থতা**
১. $AD \perp BC$ $\therefore \Delta ABD$ ও ΔACD ত্রিভুজদ্বয় সমকোণী।	[দেওয়া আছে]
২. সমকোণী ΔABD হতে পাই, $AB^2 = AD^2 + BD^2$ -------- (i)	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
এবং সমকোণী ΔACD হতে পাই, $AC^2 = AD^2 + CD^2$-------- (ii)	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
৩. $AB^2 - AC^2 = AD^2 + BD^2 - AD^2 - CD^2$	[(১) ও (২) থেকে]
$\therefore AB^2 - AC^2 = BD^2 - CD^2$ **(প্রমাণিত)**	

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ ΔABC এ BC এর উপর AD লম্ব এবং AD এর উপর P যেকোনো বিন্দু ও AB > AC. প্রমাণ কর যে, $PB^2 - PC^2 = AB^2 - AC^2$.

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ΔABC এ BC এর উপর AD লম্ব এবং AD এর উপর P যেকোনো বিন্দু ও AB > AC.

প্রমাণ করতে হবে যে, $PB^2 - PC^2 = AB^2 - AC^2$

অঙ্কন : B, P ও C, P যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
১. যেহেতু AD, BC-এর উপর লম্ব $\therefore \angle ADB = \angle ADC =$ এক সমকোণ।	[দেওয়া আছে]
২. এখন, সমকোণী ΔPBD এ $PB^2 = BD^2 + PD^2$ .... (i)	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
এবং সমকোণী ΔPCD এ $PC^2 = CD^2 + PD^2$ ...... (ii)	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
৩. $PB^2 - PC^2 = BD^2 + PD^2 - CD^2 - PD^2$ বা, $PB^2 - PC^2 = BD^2 - CD^2$ .... (iii)	[(১) ও (২) থেকে]
৪. আবার, সমকোণী ΔABD এ $AB^2 = BD^2 + AD^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
বা, $BD^2 = AB^2 - AD^2$	[পক্ষান্তর করে]
এবং সমকোণী ΔACD এ $AC^2 = AD^2 + CD^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
বা, $CD^2 = AC^2 - AD^2$	[পক্ষান্তর করে]
৫. এখন $PB^2 - PC^2 = BD^2 - CD^2$ $= AB^2 - AD^2 - AC^2 + AD^2$ $= AB^2 - AC^2$	[(৪) থেকে]

$\therefore PB^2 - PC^2 = AB^2 - AC^2$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ একটি ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত $1 : 1 : \sqrt{2}$ হলে এর বৃহত্তম কোণটির মান কত?

ক) 80° খ) 90° গ) 100° ঘ) 120° খ

ব্যাখ্যা :

ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত $1 : 1 : \sqrt{2}$, পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে, $(\sqrt{2})^2 = 1^2 + 1^2$

বা, $2 = 2$

$\therefore$ এটি একটি সমকোণী ত্রিভুজ, বৃহত্তম কোণটির মান 90°।

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের পার্থক্য 5° হলে ক্ষুদ্রতম কোণটির মান কত?

ক) 40° খ) 42.5° গ) 47.5° ঘ) 50° খ

ব্যাখ্যা : ধরি, ক্ষুদ্রতম সূক্ষ্মকোণটি $= x$

$\therefore$ অপর সূক্ষ্মকোণটি $= 90° - x$

এখন, প্রশ্নমতে, $(90° - x) - x = 5°$

বা, $90° - 2x = 5°$ বা, $2x = 85°$ $\therefore x = 42.5°$

প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥ সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ x একক এবং অপর বাহুদ্বয়ের একটি y একক হলে ৩য় বাহুটির দৈর্ঘ্য কত একক?

ক) $x^2 + y^2$ খ) $\sqrt{x^2 + y^2}$ গ) $\sqrt{x^2 - y^2}$ ঘ) $x^2 - y^2$ গ

ব্যাখ্যা : ধরি, তৃতীয় বাহুটি $= a$

$\therefore$ পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী, $x^2 = y^2 + a^2$

বা, $a^2 = x^2 - y^2$ $\therefore a = \sqrt{x^2 - y^2}$

প্রশ্ন ॥ ১৫ ॥ পরিমাপটির কোন পরিমাপের জন্য একটি সমকোণী ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব?

ক) 4, 4, 5 খ) 5, 12, 13 গ) 8, 10, 12 ঘ) 2, 3, 4 খ

ব্যাখ্যা : $13^2 = 5^2 + 12^2$ বা, $169 = 25 + 144$ বা, $169 = 169$

$\therefore$ 5, 12, 13 পরিমাপটির জন্য সমকোণী ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব।

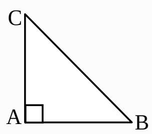
প্রশ্ন ॥ ১৬ ॥ ΔABC এ $\angle A =$ ১ সমকোণ হলে এর

i. অতিভুজ BC ii. ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} AB.AC$ iii. $BC^2 = AB^2 + AC^2$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii ঘ

ব্যাখ্যা :



i. সমকোণের বিপরীত বাহু অর্থাৎ BC বাহু অতিভুজ (সঠিক)

ii. $\Delta ABC = \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{2} \times AB \times AC$ (সঠিক)

iii. পিথাগোরাসের সূত্র অনুযায়ী,

$BC^2 = AB^2 + AC^2$ (সঠিক)

প্রশ্ন ॥ ১৭ ॥ সমকোণী ত্রিভুজের-

i. বৃহত্তম বাহুটি অতিভুজ

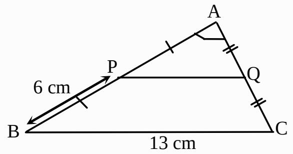
ii. ক্ষুদ্রতর বাহুদ্বয়ের বর্গের সমষ্টি বৃহত্তম বাহুর বর্গের সমান

iii. সূক্ষ্মকোণদ্বয় পরস্পরের পূরক

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii ঘ

নিচের চিত্রের আলোকে ১৮, ১৯ ও ২০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



চিত্রে $\angle A = 90°$

প্রশ্ন ॥ ১৮ ॥ PQ এর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.?

ক) 6 খ) 6.5 গ) 7 ঘ) 9.5 **খ**

ব্যাখ্যা : $PQ = \frac{1}{2} \times BC = \frac{1}{2} \times 13 = 6.5$ সে.মি.।

প্রশ্ন ॥ ১৯ ॥ ΔABC = কত বর্গ সে.মি.?

ক) 39 খ) 32.5 গ) 30 ঘ) 15 **গ**

ব্যাখ্যা : $\Delta ABC = \frac{1}{2} \times AB \times AC$

$= \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 5\right) cm^2$

$= 30\ cm^2$

$AB = AP + BP$

$= 6 + 6$

$= 12$ cm

$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2}$

$= \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$ cm

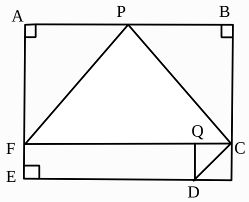
প্রশ্ন ॥ ২০ ॥ ΔAPQ এর পরিসীমা কত সে.মি.?

ক) 15 খ) 12.5 গ) 10 ঘ) 7.5 **ক**

ব্যাখ্যা : $AQ = AC \div 2 = 5 \div 2 = 2.5$

$\therefore$ ΔAPQ এর পরিসীমা $= AP + AQ + PQ = 6 + 2.5 + 6.5 = 15$ সে.মি.

প্রশ্ন ॥ ২১ ॥ ABCDE বহুভুজে AE || BC, CF⊥ AE এবং DQ ⊥ CF. ED = 10 মি.মি., EF = 2 মি.মি., BC = 8 মি.মি., AB = 12 মি.মি.



উপরের তথ্যের ভিত্তিতে নিচের (১-৪) নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও :

(১) ABCF চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ মি.মি.?

ক. 64 খ. 96 গ. 100 ঘ. 144 **খ**

ব্যাখ্যা : আয়তক্ষেত্র ABCF এর ক্ষেত্রফল

$= AB \times BC = (12 \times 8)$ বর্গ মি.মি. $= 96$ বর্গ মি.মি.

(২) নিচের কোনটি FPC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্দেশ করে?

ক. 32 বর্গ মি.মি. খ. 48 বর্গ মি.মি.
গ. 72 বর্গ মি.মি. ঘ. 60 বর্গ মি.মি. **খ**

ব্যাখ্যা : ΔFPC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা $= \frac{1}{2} \times (FC \times BC)$

$= \frac{1}{2}(AB \times BC) = \frac{1}{2}(12 \times 8) = 48$ বর্গ মি.মি.

(৩) CD-এর দৈর্ঘ্য নিচের কোনটিতে প্রকাশ পায়?

ক. $2\sqrt{2}$ মি.মি.　খ. 4 মি.মি.　গ. $4\sqrt{2}$ মি.মি.　ঘ. 8 মি.মি.　ক

ব্যাখ্যা : CQD সমকোণী ত্রিভুজে,

$CD^2 = CQ^2 + DQ^2$

$= 2^2 + 2^2 = 4 + 4$

$= 8$

$\therefore CD = \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2}$

DQ = EF = 2 মি.মি.

DE = 10 = QF

CQ = CF – QF

= AB – DE

= 12 – 10 = 2 মি.মি.

(৪) নিচের কোনটিতে ΔFPC ও ΔDQC এর ক্ষেত্রফলের অন্তর নির্দেশ করে?

ক. 46 বর্গ মি.মি.　খ. 48 বর্গ মি.মি.
গ. 50 বর্গ মি.মি.　ঘ. 52 বর্গ মি.মি.　ক

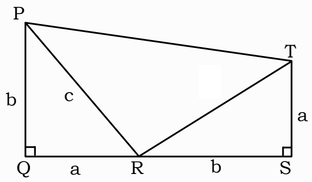
ব্যাখ্যা : ΔFPC এর ক্ষেত্রফল = 48 বর্গ মি.মি.　[(২) হতে]

$\Delta DQC = \frac{1}{2}(CQ \times DQ) = \frac{1}{2}(2 \times 2)$ বর্গ একক

$= \left(\frac{1}{2} \times 4\right)$ বর্গ একক = 2 বর্গ একক

$\therefore$ ΔFPC ও ΔDQC এর ক্ষেত্রফলের অন্তর = (48 – 2) বর্গ একক
= 46 বর্গ একক।

প্রশ্ন ॥ ২২ ॥



ক. PQST কী ধরনের চতুর্ভুজ? স্বপক্ষে যুক্তি দাও।
খ. দেখাও যে, ΔPRT সমকোণী।
গ. প্রমাণ কর যে, $PR^2 = PQ^2 + QR^2$

সমাধান :

ক. PQST একটি ট্রাপিজিয়াম।

সপক্ষে যুক্তি : আমরা জানি, যে চতুর্ভুজের দুইটি বিপরীত বাহু সমান্তরাল এবং অপর বাহু দুইটি অসমান্তরাল তাকে ট্রাপিজিয়াম বলে।

চিত্রে PQST চতুর্ভুজের PQ এবং ST সমান্তরাল অর্থাৎ PQ || ST
কিন্তু PT এবং QS সমান্তরাল নয়।
সুতরাং PQST একটি ট্রাপিজিয়াম।

খ. দেখাতে হবে যে, ΔPRT সমকোণী।

প্রমাণ :

ধাপ	**যথার্থতা**
১. ΔPQR ও ΔTRS এ	
QR = TS = a	[দেওয়া আছে]
PQ = SR = b	[প্রত্যেকে সমকোণ]
এবং অন্তর্ভুক্ত ∠PQR = অন্তর্ভুক্ত ∠TSR	[ত্রিভুজের বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]
সুতরাং ΔPQR ≅ ΔTRS	

$\therefore$ PR = RT এবং $\angle QPR = \angle TRS$

২. ΔPQR এ $\angle PQR = 1$ সমকোণ

$\therefore \angle QPR + \angle PRQ = 1$ সমকোণ

৩. আবার, $\angle QPR + \angle PRQ$

$= \angle TRS + \angle PRQ = 1$ সমকোণ [(১) হতে]

৪. $\angle PRT = 180° - (TRS + PRQ)$

$= 180° - 90° = 90°$ [(৩) হতে]

$\therefore \angle PRT = 1$ সমকোণ।

$\therefore \Delta PRT$ সমকোণী। **(দেখানো হলো)**

গ. প্রমাণ করতে হবে যে, $PR^2 = PQ^2 + QR^2$

প্রমাণ :
'ক' হতে PQST একটি ট্রাপিজিয়াম।

এখন PQST ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল
$= \Delta$ ক্ষেত্র PQR + Δ ক্ষেত্র TRS + Δ ক্ষেত্র PRT

বা, $\frac{1}{2}(PQ + TS) \times QS = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2$

বা, $\frac{1}{2}(b + a) \times (b + a) = \frac{1}{2}2ab + \frac{1}{2}c^2$

বা, $\frac{1}{2}(a + b)^2 = \frac{1}{2}(2ab + c^2)$ বা, $(a + b)^2 = (2ab + c^2)$

বা, $a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$ বা, $a^2 + 2ab + b^2 - 2ab = c^2$

বা, $c^2 = b^2 + a^2$

$\therefore PR^2 = PQ^2 + QR^2$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ২৩ ॥ ΔPQR এ $\angle P = 90°$, PQ এবং PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N।

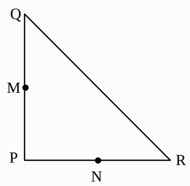
ক) ত্রিভুজটি আঁক।

খ) চিত্র থেকে প্রমাণ কর যে, $PR^2 + PQ^2 = QR^2$।

গ) প্রমাণ কর $5RQ^2 = 4(RN^2 + QM^2)$

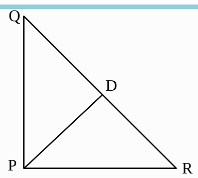
সমাধান :

ক) চিত্রে, ΔPQR এ $\angle P = 90°$, PQ এবং PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N.



খ) দেওয়া আছে, ΔPQR এ $\angle P = 90°$।
প্রমাণ করতে হবে যে, $PR^2 + PQ^2 = QR^2$।

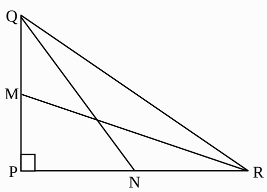
অঙ্কন : $PD \perp QR$ আঁকি।



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔPQR ও ΔPQD এ	
$\angle QPR = \angle PDQ$	[উভয়ই $90°$]
এবং $\angle PQR = \angle DQP$	[$\angle Q$ সাধারণ]
$\therefore$ ΔPQR ও ΔPQD সদৃশ।	
$\therefore \frac{QR}{PQ} = \frac{PQ}{QD}$	
$\therefore PQ^2 = QR.QD$ .... (i)	
(২) অনুরূপভাবে ΔPQR ও ΔPDR সদৃশ।	[উভয় ত্রিভুজ সমকোণী এবং $\angle R$ সাধারণ]
$\therefore \frac{QR}{PR} = \frac{PR}{DR}$	
$\therefore PR^2 = QR.DR$ .... (ii)	[(১) ও (২) হতে]
(৩) $PR^2 + PQ^2 = QR.QD + QR.DR$	
$= QR\ (QD + DR)$	
$= QR.QR$	
$= QR^2$ **(প্রমাণিত)**	

গ) দেওয়া আছে, ΔPQR এ $\angle P = 90°$, PQ এবং PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N। R, M ও Q,N যোগ করা হলো।



প্রমাণ করতে হবে যে,

$5RQ^2 = 4(RM^2 + QN^2)$

ধাপ **যথার্থতা**

প্রমাণ :

১. ΔPQR-এ $\angle P = 90°$ এবং QR অতিভুজ।

$\therefore QR^2 = PQ^2 + PR^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

২. ΔPQN এ $\angle P = 90°$ এবং QN অতিভুজ।

$\therefore QN^2 = PQ^2 + PN^2$

$= PQ^2 + \left(\frac{PR}{2}\right)^2$ [$\because$ PR এর মধ্যবিন্দু N]

$= PQ^2 + \frac{PR^2}{4} = \frac{4PQ^2 + PR^2}{4}$

$\therefore 4QN^2 = 4PQ^2 + PR^2$

৩. আবার, ΔPMR এ $\angle P = 90°$ এবং RM অতিভুজ।

$\therefore RM^2 = PR^2 + PM^2$

$= PR^2 + \left(\frac{PQ}{2}\right)^2$ [$\because$ PQ এর মধ্যবিন্দু M]

$= PR^2 + \frac{PQ^2}{4} = \frac{4PR^2 + PQ^2}{4}$

$\therefore 4RM^2 = 4PR^2 + PQ^2$

৪. $4QN^2 + 4RM^2 = 5PR^2 + 5PQ^2$ [(২) ও (৩) হতে]

বা, $4(RM^2 + QN^2) = 5(PQ^2 + PR^2)$

বা, $4(RM^2 + QN^2) = 5RQ^2$ [(১) হতে]

$\therefore 5RQ^2 = 4(RM^2 + QN^2)$ (প্রমাণিত)

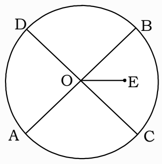
[Note : প্রশ্নের ডানপক্ষে $4(RN^2 + QM^2)$ এর স্থলে $4(RM^2 + QN^2)$ হবে]

অধ্যায় ১০ ১০.১

বৃত্ত
Circle

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ প্রমাণ কর যে, কোনো বৃত্তের দুইটি জ্যা পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করলে তাদের ছেদবিন্দু বৃত্তটির কেন্দ্র হবে।

সমাধান :



মনে করি, ACBD বৃত্তের AB ও CD জ্যাদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, O, ACBD বৃত্তের কেন্দ্র।

অঙ্কন : বৃত্তের কেন্দ্র O না হলে ধরি, E বৃত্তের কেন্দ্র। O, E যোগ করি।

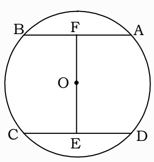
প্রমাণ :

ধাপ	**যথার্থতা**
(১) E বৃত্তের কেন্দ্র এবং O, AB জ্যা এর মধ্যবিন্দু। $\therefore$ OE $\perp$ AB অর্থাৎ $\angle EOA = \angle EOB =$ এক সমকোণ	[বৃত্তের ব্যাস ভিন্ন কোনো জ্যায়ের মধ্যবিন্দু এবং কেন্দ্রের সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যা এর উপর লম্ব]
(২) E বৃত্তের কেন্দ্র এবং O, CD জ্যা এর মধ্যবিন্দু $\therefore$ OE $\perp$ CD. অর্থাৎ, $\angle EOC = \angle EOD =$ এক সমকোণ।	[একই কারণে]
(৩) $\angle EOA = \angle EOB = \angle EOC = \angle EOD$ = এক সমকোণ কিন্তু, $\angle EOA = \angle EOC + \angle AOC$ $\therefore \angle EOA > \angle EOC$ তাই $\angle EOA$ এবং $\angle EOC$ উভয়ই এক সমকোণ হতে পারে না। অর্থাৎ O ব্যতীত অন্য কোনো বিন্দু বৃত্তের কেন্দ্র হতে পারে না। $\therefore$ O, ACBD বৃত্তের কেন্দ্র।	[(১) ও (২)]

সুতরাং কোনো বৃত্তের দুইটি জ্যা পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করলে তাদের ছেদবিন্দু বৃত্তটির কেন্দ্র হবে। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ প্রমাণ কর যে, দুইটি সমান্তরাল জ্যা-এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখা কেন্দ্রগামী এবং জ্যাদ্বয়ের উপর লম্ব।

সমাধান :



■ **বৃত্ত (Circle) :** কোনো সমতলে অবস্থিত একটি নির্দিষ্ট স্থির বিন্দু হতে সর্বদা সমান দূরত্ব বজায় রেখে অন্য একটি বিন্দু ঘুরে এলে যে বক্ররেখা উৎপন্ন হয় তাকে বৃত্ত বলে।

■ **বৃত্তের জ্যা (Chod) :** বৃত্তের যেকোনো দুইটি বিন্দুর সংযোজক রেখাংশ বৃত্তটির একটি জ্যা।

■ **বৃত্তের কেন্দ্র (Centre) :** যে স্থির বিন্দুটিকে কেন্দ্র করে বৃত্তের চলমান বিন্দুটি গতিশীল, তাকে বৃত্তের কেন্দ্র বলে।

■ **বৃত্তের ব্যাসার্ধ (Radius) :** বৃত্তের কেন্দ্র থেকে সঞ্চারপথ পর্যন্ত বিস্তৃত রেখাংশকে বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে।

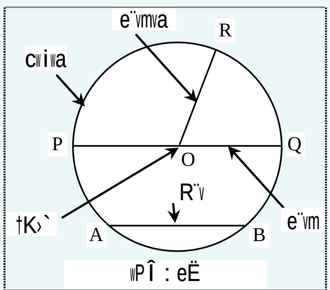
■ **বৃত্তের ব্যাস (Diameter) :** বৃত্তের কেন্দ্র ভেদ করে যে রেখাংশ উভয়দিকে সঞ্চারপথ পর্যন্ত বিস্তৃত, তাকে বৃত্তের ব্যাস বলে।

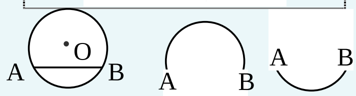
■ **বৃত্তের পরিধি (Circumference) :** চলমান বিন্দুটির সঞ্চারপথটিকে বৃত্তের পরিধি বলে।

■ **বৃত্তের ক্ষেত্রফল (Area) :** বৃত্তের পরিধি যে দ্বিমাত্রিক (two dimension) সমতলিক ক্ষেত্রকে সীমাবদ্ধ করে, তার পরিমাপই হলো বৃত্তের ক্ষেত্রফল।

■ **বৃত্ত সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ উপপাদ্য জেনে রাখ :**

১. বৃত্তের কেন্দ্র ও ব্যাস ভিন্ন কোনো জ্যা এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যা এর ওপর লম্ব।
২. বৃত্তের কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন অন্য কোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।
৩. বৃত্তের যেকোনো জ্যা এর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক কেন্দ্রগামী।
৪. যেকোনো সরলরেখা একটি বৃত্তকে দুইয়ের অধিক বিন্দুতে ছেদ করতে পারে না।
৫. কোনো বৃত্তের দুইটি জ্যা পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করলে তাদের ছেদবিন্দুটি বৃত্তের কেন্দ্র হবে।
৬. বৃত্তের দুইটি সমান্তরাল জ্যা এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখা কেন্দ্রগামী এবং জ্যাদ্বয়ের ওপর লম্ব।
৭. সমকোণী ত্রিভুজের শীর্ষ বিন্দু দিয়ে গমনকারী বৃত্তের কেন্দ্র অতিভুজের মধ্যবিন্দু।





অধিচাপ
উপচাপ

মনে করি, ABCD বৃত্তের কেন্দ্র O এবং AB ও CD দুইটি সমান্তরাল জ্যা, যাদের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে F ও E ।

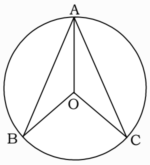
প্রমাণ করতে হবে যে, EF কেন্দ্রগামী এবং AB ও CD এর উপর লম্ব।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) বৃত্তের কেন্দ্র O এবং F, AB জ্যা এর মধ্যবিন্দু $\therefore OF \perp AB$	[বৃত্তের ব্যাস ভিন্ন কোনো জ্যা এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যা এর উপর লম্ব।]
(২) বৃত্তের কেন্দ্র O এবং CD জ্যা এর মধ্যবিন্দু E $\therefore OE \perp CD$	
OF ও OE, O বিন্দু হতে যথাক্রমে AB ও CD সমান্তরাল জ্যাদ্বয়ের ওপর লম্ব। অর্থাৎ, E, O, F একই সরলরেখায় অবস্থিত। $\therefore$EF কেন্দ্রগামী এবং AB ও CD জ্যা দ্বয়ের উপর লম্ব। সুতরাং, দুইটি সমান্তরাল জ্যা এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখা কেন্দ্রগামী ও জ্যাদ্বয়ের উপর লম্ব। **(প্রমাণিত)**	

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ কোনো বৃত্তের AB ও AC জ্যা দুইটি A বিন্দুগামী ব্যাসার্ধের সাথে সমান কোণ উৎপন্ন করে। প্রমাণ কর যে, AB = AC.

সমাধান :



মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তে AB ও AC দুইটি জ্যা। O, A যোগ করি। AB ও AC জ্যা দুইটি A বিন্দুতে অঙ্কিত ব্যাসার্ধ OA-এর সাথে সমান সমান কোণ $\angle OAB$ ও $\angle OAC$ উৎপন্ন করে। অর্থাৎ, $\angle OAB = \angle OAC$. প্রমাণ করতে হবে যে, AB = AC

অঙ্কন : O, B এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔAOB এ $OA = OB$	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
$\therefore \angle OBA = \angle OAB$	[সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণদ্বয় সমান]
(২) আবার, ΔAOC এ $OA = OC$	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
$\therefore \angle OCA = \angle OAC$	
এখন, $\angle OAB = \angle OAC$	[দেওয়া আছে]
(৩) $\therefore \angle OBA = \angle OCA$	

O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB জ্যা বৃত্তটিকে AB অধিচাপ ও AB উপচাপে বিভক্ত করে।

জেনে রাখ : বৃত্তের যেকোনো দুইটি বিন্দুর মধ্যকার পরিধির অংশকে চাপ বলে। বিভক্ত পরিধির ছোট অংশকে উপচাপ এবং বড় অংশকে অধিচাপ বলে।

(৪) এখন ΔAOB ও ΔAOC এ

$OB = OC$

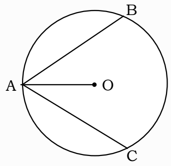
$\angle OAB = \angle OAC$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এবং $\angle OBA = \angle OCA$ [ধাপ ২]

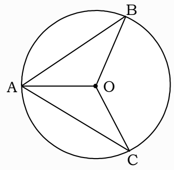
$\therefore \Delta AOB \cong \Delta AOC$ [ধাপ ৩]

সুতরাং $AB = AC$ **(প্রমাণিত)** [কোণ-বাহু-কোণ উপপাদ্য]

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ চিত্রে, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং জ্যা AB = জ্যা AC. প্রমাণ কর যে, $\angle BAO = \angle CAO$.



সমাধান :



মনে করি, ABC বৃত্তের কেন্দ্র O এবং জ্যা AB = জ্যা AC. প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BAO = \angle CAO$.

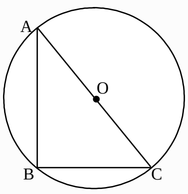
অঙ্কন : O, B এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔAOB ও ΔAOC	
$AB = AC$	[দেওয়া আছে]
$OB = OC$	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
এবং OA সাধারণ বাহু	
$\therefore \Delta AOB \cong \Delta AOC$	[বাহু-বাহু-বাহু উপপাদ্য]
$\therefore \angle BAO = \angle CAO$ **(প্রমাণিত)**	

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ কোনো বৃত্ত একটি সমকোণী ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুগুলো দিয়ে যায়। দেখাও যে, বৃত্তটির কেন্দ্র অতিভুজের মধ্যবিন্দু।

সমাধান :



মনে করি, ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ। এর $\angle ABC$ = এক সমকোণ এবং AC অতিভুজ। ধরি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তটি A, B ও C শীর্ষবিন্দু দিয়ে যায়।

দেখাতে হবে যে, বৃত্তের কেন্দ্র O, অতিভুজ AC এর মধ্যবিন্দু।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ABC বৃত্তে AC চাপের	

উপর অবস্থিত বৃত্তস্থ কোণ

$\angle ABC$ = এক সমকোণ

অর্থাৎ $\angle ABC$ অর্ধবৃত্তস্থ কোণ [অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ]

$\therefore$ AC, বৃত্তের ব্যাস।

(২) ABC বৃত্তের কেন্দ্র [AC বৃত্তের ব্যাস]

O, AC রেখাংশে অবস্থিত।

$\therefore AC = OA + OC$

কিন্তু $OA = OC$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\therefore AC = OA + OA$

বা, $AC = 2OA$

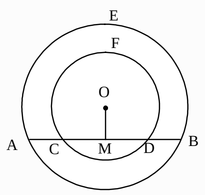
$\therefore OA = \frac{1}{2} AC$

অর্থাৎ, O বিন্দুতে AC সমদ্বিখণ্ডিত হয়েছে।

$\therefore$ কেন্দ্র O, অতিভুজ AC এর মধ্যবিন্দু। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ দুইটি সমকেন্দ্রিক বৃত্তের একটির AB জ্যা অপর বৃত্তকে C ও D বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, AC = BD.

সমাধান : মনে করি, ABE ও CDF বৃত্ত দুইটির কেন্দ্র O। ABE বৃত্তের জ্যা AB, CDF বৃত্তকে C ও D বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, AC = BD.



অঙ্কন : O হতে AB এর উপর OM লম্ব আঁকি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) $OM \perp AB$ হওয়ায়, OM, AB কে সমদ্বিখণ্ডিত করে। অর্থাৎ, $AM = BM$	[বৃত্তের কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন অন্য জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।]
(২) $OM \perp CD$ হওয়ায়, OM, CD কে সমদ্বিখণ্ডিত করে। অর্থাৎ, $CM = DM$	[একই কারণ]
(৩) এখন, $AM = BM$	[ধাপ ১]

বা, $AC + CM = DM + BD$

বা, $AC = BD$ [$CM = DM$]

$\therefore AC = BD$ **(প্রমাণিত)**

বিকল্প পদ্ধতি :

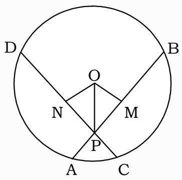
প্রমাণ :

ধাপ	**যথার্থতা**
(১) ABE বৃত্তের কেন্দ্র O এবং $OM \perp AB$ $\therefore AM = BM$ ....(i)	[বৃত্তের কেন্দ্র হতে ব্যাস ভিন্ন অন্য জ্যা-এর ওপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) আবার, CDF বৃত্তের কেন্দ্র O এবং $OM \perp CD$ $\therefore CM = DM$ ....(ii)	
(৩) $AM - CM = BM - DM$ বা, $AC = BD$	[ধাপ ১ ও ধাপ ২]

$\therefore AC = BD$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ বৃত্তের দুইটি সমান জ্যা পরস্পরকে ছেদ করলে দেখাও যে, এদের একটির অংশদ্বয় অপরটির অংশদ্বয়ের সমান।

সমাধান :



মনে করি, ACBD বৃত্তের কেন্দ্র O। AB ও CD দুইটি সমান জ্যা P বিন্দুতে পরস্পরকে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, AB জ্যা-এর অংশদ্বয় CD জ্যা এর অংশদ্বয়ের সমান। অর্থাৎ AP = CP এবং DP = BP

অঙ্কন : O হতে AB এর উপর OM এবং CD এর উপর ON লম্ব আঁকি। O, P যোগ করি।

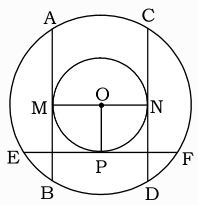
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) সমকোণী ত্রিভুজ POM ও PON এর মধ্যে OM = ON	[সমান সমান জ্যা কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী বলে]
অতিভুজ OP = অতিভুজ OP	[সাধারণ বাহু]
$\therefore$ $\Delta POM \cong \Delta PON$	[সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ বাহু সর্বসমতা]
$\therefore$ PM = PN	
(২) $OM \perp AB$ এবং $ON \perp CD$	[কেন্দ্র হতে অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
$\therefore MB = \frac{1}{2}AB$ এবং $ND = \frac{1}{2}CD$	[একই কারণ]
(৩) AB = CD	[কল্পনা]
$\therefore$ MB = ND	[ধাপ ২]
PM + MB = PN + ND	[ধাপ (১) ও ধাপ (২)]
$\therefore$ BP = DP	
(৪) আবার, AB = CD	[কল্পনা]
বা, AP + BP = CP + DP	
বা, AP + DP = CP + DP	[ধাপ ৩]
$\therefore$ AP = CP	

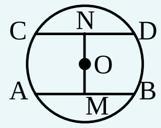
অতএব AP = CP এবং DP = BP **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ প্রমাণ কর যে, বৃত্তের সমান জ্যা-এর মধ্যবিন্দুগুলো সমবৃত্ত।

সমাধান :

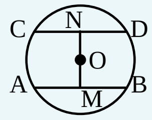


■ বৃত্তের সকল সমান জ্যা কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী।



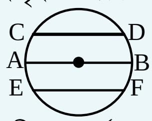
উক্ত বৃত্তে জ্যা AB= জ্যা CD হলে OM = ON হবে।

■ বৃত্তের কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী সকল জ্যা পরস্পর সমান।



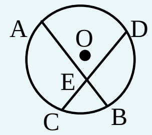
উক্ত বৃত্তে OM = ON হলে AB = CD হবে।

■ বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা।



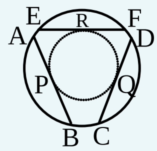
চিত্রে কেন্দ্রগামী জ্যা অর্থাৎ AB ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা।

■ বৃত্তের দুইটি সমান জ্যা পরস্পরকে ছেদ করলে তাদের একটির অংশদ্বয় অপরটির অংশদ্বয়ের সমান। অর্থাৎ একটির প্রথম অংশ অপরটির প্রথম অংশের সমান এবং একটির দ্বিতীয় অংশ অপরটির দ্বিতীয় অংশের সমান।



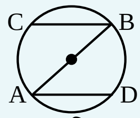
চিত্রে AB ও CD জ্যাদ্বয় E বিন্দুতে ছেদ করে এবং জ্যা AB = জ্যা CD হলে, AE = DE এবং BE = CE.

■ বৃত্তের সমান জ্যা এর মধ্যবিন্দুগুলো সমবৃত্ত।



বৃত্তে জ্যা AB = জ্যা CD = জ্যা EF হলে জ্যা গুলোর মধ্যবিন্দু P, Q ও R সমবৃত্ত। অর্থাৎ একই বৃত্তের উপর অবস্থিত।

■ বৃত্তের ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে এর বিপরীত দিকে দুইটি সমান জ্যা অঙ্কন করলে তারা সমান্তরাল হয়।



বৃত্তে AB ব্যাসের প্রান্তবিন্দু A ও B। এখানে, AD = BC হলে AD ∥ BC

■ ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে এর বিপরীত দিকে দুইটি সমান্তরাল জ্যা আঁকলে তারা সমান হয়।

মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট AEBDFC বৃত্তে AB, CD এবং EF তিনটি সমান জ্যা। M, N ও P যথাক্রমে AB, CD ও EF এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, M, N ও P সমবৃত্ত।

অঙ্কন : O, M; O, N এবং O, P যোগ করি।

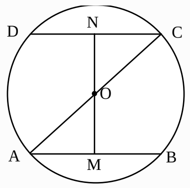
প্রমাণ :

ধাপ	**যথার্থতা**
(১) M, N ও P যথাক্রমে AB, CD ও EF জ্যা এর মধ্যবিন্দু। $\therefore OM \perp AB$, $ON \perp CD$ এবং $OP \perp EF$	[বৃত্তের কেন্দ্র হতে জ্যা এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখা ঐ জ্যা এর উপর লম্ব হয়।]
(২) এখানে, জ্যা AB = জ্যা CD = জ্যা EF এবং $OM \perp AB$, $ON \perp CD$ এবং $OP \perp EF$ $\therefore OM = ON = OP$ অর্থাৎ, O বিন্দু, M, N ও P বিন্দু হতে সমদূরবর্তী।	[বৃত্তের সমান সমান জ্যা কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী।]

(৩) সুতরাং, O কে কেন্দ্র করে OM অথবা ON অথবা OP এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত আঁকলে তা M, N এবং P বিন্দু দিয়ে যাবে।
অতএব, M, N ও P বিন্দু তিনটি সমবৃত্ত। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ দেখাও যে, ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে এর বিপরীত দিকে দুইটি সমান জ্যা অঙ্কন করলে এরা সমান্তরাল হয়।

সমাধান :



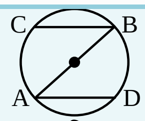
মনে করি, ABCD বৃত্তের কেন্দ্র O এবং AC ব্যাস। AB এবং CD ব্যাসের বিপরীত দিকে দুইটি সমান জ্যা অর্থাৎ AB = CD।

দেখাতে হবে যে, AB || CD.

অঙ্কন : O হতে AB এর উপর OM এবং CD এর উপর ON লম্ব আঁকি।

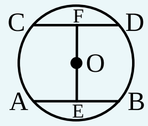
প্রমাণ :

ধাপ	**যথার্থতা**
(১) $OM \perp AB$ এবং $ON \perp CD$ $AM = \frac{1}{2}AB$ এবং $CN = \frac{1}{2}CD$	[বৃত্তের কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন অন্য জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।]
(২) যেহেতু, AB = CD	[কল্পনা]
$\therefore$ AM = CN	[ধাপ-১]
(৩) এখন, ΔAOM ও ΔCON এর মধ্যে	
AM = CN	[কল্পনা]
OA = OC	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
এবং OM = ON	[সমান সমান জ্যা কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী বলে]



বৃত্তে AB ব্যাসের প্রান্তবিন্দু A ও B। এখানে, AD || BC হলে AD = BC

■ বৃহত্তর জ্যা ক্ষুদ্রতর জ্যা অপেক্ষা কেন্দ্রের নিকটবর্তী।



বৃত্তে AB > CD হলে OE < OF

$\therefore \Delta AOM \cong \Delta CON$ [বাহু-বাহু-বাহু সর্বসমতা]

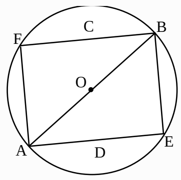
$\therefore \angle OAM = \angle OCN$

কিন্তু কোণ দুইটি AC রেখার বিপরীত পাশে অবস্থিত হওয়ায় এরা একান্তর কোণ।

$\therefore AB \parallel CD$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ দেখাও যে, ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে এর বিপরীত দিকে দুইটি সমান্তরাল জ্যা আঁকলে এরা সমান হয়।

সমাধান : মনে করি, AEBF বৃত্তের কেন্দ্র O এবং AB ব্যাস। AB ব্যাসের প্রান্ত A ও B হতে এর বিপরীত দিকে অঙ্কিত AE ও BF জ্যাদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল।



প্রমাণ করতে হবে যে, AE = BF

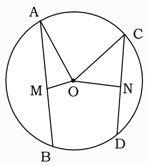
অঙ্কন : A, F ও A, E যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) AB বৃত্তের ব্যাস।	
$\therefore \angle AEB$ = এক সমকোণ	[অর্ধবৃত্তস্থ কোণ]
এবং $\angle AFB$ = এক সমকোণ	[একই কারণ]
(২) এখন ΔAEB এবং ΔAFB-এ	
$\angle AEB = \angle AFB$	[সমকোণী বলে]
$\angle BAF = \angle ABE$	[একান্তর কোণ, কারণ $AE \parallel BF$ এবং AB ছেদক]
এবং AB বাহু সাধারণ	
$\therefore \Delta AEB \cong \Delta AFB$	[কোণ-বাহু-কোণ উপপাদ্য]
সুতরাং AE = BF **(দেখানো হলো)**	

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ দেখাও যে, বৃত্তের দুইটি জ্যা-এর মধ্যে বৃহত্তর জ্যা-টি ক্ষুদ্রতর জ্যা অপেক্ষা কেন্দ্রের নিকটতর।

সমাধান :



মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABDC একটি বৃত্ত। AB ও CD এর দুইটি জ্যা যেখানে AB > CD. OM এবং ON কেন্দ্র থেকে যথাক্রমে AB ও CD এর উপর লম্ব।

দেখাতে হবে যে, OM < ON.

অঙ্কন : O, A এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) $OM \perp AB$ এবং $ON \perp CD$	[বৃত্তের কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন অন্য জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।]

$AM = \frac{1}{2}AB$ এবং $CN = \frac{1}{2}CD$

[একই কারণ]

(২) এখন, সমকোণী ত্রিভুজ AOM এ অতিভুজ OA

$\therefore OA^2 = OM^2 + AM^2$

[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

আবার, সমকোণী ত্রিভুজ CON এ অতিভুজ OC

$\therefore OC^2 = ON^2 + CN^2$

[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

সুতরাং $OM^2 + AM^2 = ON^2 + CN^2$ [$\because OA = OC$]

বা, $AM^2 - CN^2 = ON^2 - OM^2$ ....(i)

(৩) কিন্তু কল্পনানুসারে, AB > CD হওয়ায়,

$\frac{1}{2}AB > \frac{1}{2}CD$

বা, $AM > CN$ [ধাপ ১]

বা, $AM^2 > CN^2$

$\therefore AM^2 - CN^2 > 0$

(৪) $ON^2 - OM^2 > 0$ [ধাপ ২]

বা, $ON^2 > OM^2$ বা, $ON > OM$

সুতরাং $OM < ON$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PQ এবং RS দু'টি সমান জ্যা এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N।

(ক) 314 বর্গ সে.মি. ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় করো।

(খ) প্রমাণ কর যে, OM = ON।

(গ) PQ এবং RS জ্যাদ্বয় বৃত্তের অভ্যন্তরে পরস্পরকে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, একটির অংশদ্বয় অপরটির অংশদ্বয়ের সমান।

সমাধান :

ক) ধরি, বৃত্তের ব্যাসার্ধ = r সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল = πr^2 বর্গ সে.মি.

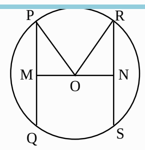
প্রশ্নমতে, $\pi r^2 = 314$

বা, $r^2 = \frac{314}{\pi}$ বা, $r^2 = \frac{314}{3.14}$ বা, $r^2 = 100$ বা, $r = \sqrt{100}$

$\therefore r = 10$

অর্থাৎ, বৃত্তের ব্যাসার্ধ 10 সে.মি. **(Ans.)**

খ) দেওয়া আছে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PQ এবং RS দুইটি সমান জ্যা এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N।



প্রমাণ করতে হবে যে, OM = ON।

অঙ্কন : O,P এবং O,R যোগ করি।

প্রমাণ : **যথার্থতা**

(১) PQ = RS [কল্পনা]

(২) $OM \perp PQ$ এবং $ON \perp RS$।[বৃত্তের কেন্দ্র ও ব্যাস ভিন্ন জ্যা এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখা ঐ জ্যা এর উপর লম্ব]

(৩) আবার, PQ = RS

বা, $\frac{1}{2}PQ = \frac{1}{2}RS$

$\therefore$ PM = RN [$\because$ PQ ও RS এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N]

(৪) এখন, ΔPOM ও ΔRON সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে

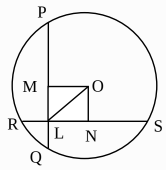
অতিভুজ OP = অতিভুজ OR [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এবং PM = RN [ধাপ ৩]

$\therefore \Delta POM \cong \Delta RON$ [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]

$\therefore$ OM = ON **(প্রমাণিত)**

গ) মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PQ ও RS দুটি সমান জ্যা এবং এরা বৃত্তের অভ্যন্তরে পরস্পরকে L বিন্দুতে ছেদ করেছে।



প্রমাণ করতে হবে যে,

PL = SL এবং RL = LQ।

অঙ্কন : $OM \perp PQ$ ও $ON \perp RS$ আঁকি। O, L যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	**যথার্থতা**
(১) OML ও OLN সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে OM = ON	[সমান সমান জ্যা কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী]
এবং অতিভুজ OL সাধারণ বাহু	
$\therefore \Delta OML \cong \Delta OLN$	[অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]
$\therefore$ ML = LN	[বৃত্তের কেন্দ্র হতে অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) $OM \perp PQ$ এবং $ON \perp RS$	[$\because$ ML = NL]
$\therefore$ PM = MQ এবং RN = NS	
(৩) এখন, PQ = RS	
বা, $\frac{1}{2}PQ = \frac{1}{2}RS$	[ধাপ ৩]
$\therefore$ PM = SN	

বা, $PM + ML = SN + NL$ [$\because ML = NL$]

$\therefore PL = SL$

(৪) আবার, $PM = SN$

বা, $QM = RN$

বা, $QM - ML = RN - NL$

$\therefore QL = RL$

সুতরাং, $PL = SL$ এবং $RL = LQ$

(প্রমাণিত)

অধ্যায় ১০ ১০.৩ বৃত্ত Circle

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ কোনো সমতলে-

i. দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু নিয়ে অসংখ্য বৃত্ত আঁকা যায়
ii. সমরেখ নয় এমন তিনটি বিন্দু দিয়ে কেবল একটিই বৃত্ত আঁকা যায়
iii. একটি সরলরেখা কোনো বৃত্তকে দুইটির বেশি বিন্দুতে ছেদ করতে পারে

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii ক

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ 2r ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের-

i. পরিধি $4\pi r$ একক ii. ব্যাস 4r একক
iii. ক্ষেত্রফল $= 2\pi r^2$ বর্গ একক

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii ক

ব্যাখ্যা : ব্যাসার্ধ (i) বৃত্তের পরিধি $= 2\pi \times$ ব্যাসার্ধ একক
$= (2\pi \times 2r)$ একক $= 4\pi r$ একক
(ii) বৃত্তের ব্যাস $= 2 \times$ ব্যাসার্ধ $= 2 \times 2r = 4r$ একক
(iii) বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi \times$ (ব্যাসার্ধ)^2 বর্গ এক $= \pi \times (2r)^2 = 4\pi r^2$ বর্গ একক

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ 3 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র থেকে 6 সে.মি. দৈর্ঘ্যের জ্যা এর দূরত্ব কত সে.মি.?

(ক) 6 (খ) 3 (গ) 2 (ঘ) 0 ঘ

ব্যাখ্যা : বৃত্তের ব্যাসার্ধ, r = 3 সে.মি. $\therefore$ বৃত্তের ব্যাস, $2r = 2 \times 3 = 6$ সে.মি.
বৃত্তের জ্যায়ের দৈর্ঘ্য = 6 সে.মি. $\therefore$ দূরত্ব 0 সে.মি.

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ একক ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের ক্ষেত্রফল-

(ক) 1 বর্গ একক (খ) 2 বর্গ একক (গ) π বর্গ একক (ঘ) π^2 বর্গ একক গ

ব্যাখ্যা : বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গ একক $= \pi \times (1)^2 = \pi$ বর্গ একক

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ কোনো বৃত্তের পরিধি 23 সে.মি. হলে এর ব্যাসার্ধ কত?

(ক) 2.33 সে.মি (প্রায়) (খ) 3.66 সে.মি. (প্রায়)
(গ) 7.32 সে.মি. (প্রায়) (ঘ) 11.5 সে.মি. (প্রায়) খ

ব্যাখ্যা : প্রশ্নানুসারে, $2\pi r = 23$ বা, $r = \dfrac{23}{2 \times 3.1416} = 3.66$ সে.মি. (প্রায়)

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ 3 সে.মি. এবং 2 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট এক কেন্দ্রিক দু'টি বৃত্তক্ষেত্রের পরিধিদ্বয়ের মাঝের অংশের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?

(ক) π (খ) 3π (গ) 4π (ঘ) 5π ঘ

ব্যাখ্যা : 3 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi \times 3^2 = 9\pi$ বর্গ সে.মি.
2 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi \times 2^2 = 4\pi$ বর্গ সে.মি.
$\therefore$ পরিধিদ্বয়ের মাঝের অংশের ক্ষেত্রফল $= (9\pi - 4\pi) = 5\pi$ বর্গ সে.মি.

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ কোনো গাড়ির চাকার ব্যাস 38 সে.মি. হলে দুই বার ঘুরে চাকাটি কত সে.মি. (প্রায়) দূরত্ব অতিক্রম করবে?

(ক) 59.69 সে.মি. (খ) 76 সে.মি.
(গ) 119.38 সে.মি. (ঘ) 238.76 সে.মি. ঘ

■ **π (পাই) :** কোনো বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত ধ্রুবক। একে গ্রিক অক্ষর π (পাই) দ্বারা নির্দেশ করা হয়। হাজার বছর ধরে গণিতজ্ঞরা π-এর মান খোঁজার চেষ্টা করে চলেছেন। গণিতজ্ঞরা বিভিন্ন সময়ে π-এর বিভিন্ন মান ব্যবহার করেছেন যেখানে দেখা যায় যে, π-এর মান প্রায় 3.14159। যেহেতু π-এর মান সঠিকভাবে নির্ণয় করা সম্ভব নয় এবং π-এর মান বহুল ব্যবহার হয়, ফলে কাজের সুবিধার জন্য π-এর মান $\frac{22}{7}$ ধরা হয়। কিন্তু মনে রাখতে হবে, π-এর মান কখনই $\frac{22}{7}$ নয়, কারণ π মূলদ সংখ্যা নয়। ফলে π-এর মানকে দুটি অখণ্ড সংখ্যার অনুপাতে কখনই লেখা যাবে না।
গ্রিক গণিতজ্ঞ আর্কিমিডিস (250 BC) 96 বাহুযুক্ত দুটি সুষম বহুভুজ একটি বৃত্তের ভেতরে ও বাইরে এঁকে π-এর মান নির্ণয় করার চেষ্টা করেন। তাঁর মতে, $\frac{223}{71} < \pi < \frac{22}{7}$। হাজার বছর এই মানটিই ব্যবহৃত হয় যাকে 'আর্কিমিডিসের ধ্রুবক' (Archimedes's constant) বলা হয়।
ভারতীয় গণিতজ্ঞ আর্যভট্ট (499 AD) π-এর মান ব্যবহার করেন 3.1416।
মিশরীয় গণিতজ্ঞ রাইন্ড পাপয়রাস (Rhind Papyrus) π-এর মান ব্যবহার করেন $\left(\frac{16}{9}\right)^2 \approx 3.1605$।
ভারতীয় গণিত গ্রন্থ 'শুল্ব সূত্র' (Shulba Sutra) (600 BC)- তে π-এর মান পাওয়া যায় $\left(\frac{9785}{5568}\right)^2 \approx 3.088$।
ভারতীয় গণিতজ্ঞ রামানুজন π-এর মান ব্যবহার করেন $\frac{355}{113} =$ 3.14159...।
[বিভিন্ন গণিতজ্ঞদের ব্যবহৃত এই মানগুলি Wikipedia থেকে নেওয়া হয়েছে।]

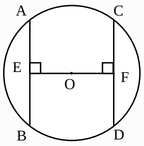
■ **বৃত্তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল :** বৃত্ত দ্বারা আবদ্ধ সমতলীয় ক্ষেত্র বৃত্তক্ষেত্র। বৃত্তের ব্যাসার্ধ r হলে বৃত্তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$
বেলন বা সিলিন্ডার একটি আয়তাকার বা বর্গাকার ক্ষেত্রের যেকোনো এক বাহুকে স্থির রেখে ক্ষেত্রটিকে সম্পূর্ণ একবার ঘোরানো হলে একটি ঘনবস্তু উৎপন্ন হয়। এরূপ ঘনবস্তুকে বলা হয় সমবৃত্তভূমিক বেলন বা সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডার (Right Circular cylinder)। স্থির রেখাটিকে বেলনটির অক্ষ ও এর বিপরীত বাহুকে বেলনটির সৃজক রেখা বলা হয়। এটি বেলনটির উচ্চতা। অপর বাহুটির দৈর্ঘ্য হচ্ছে বেলনটির ব্যাসার্ধ।
✹ সমবৃত্তভূমিক বেলনের সমগ্র পৃষ্ঠের বা তলের ক্ষেত্রফল = প্রান্ত তলদ্বয়ের ক্ষেত্রফল + বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi r(r + h)$

১। বৃত্তের ব্যাসার্ধ r হলে,
- বৃত্তের ব্যাস, $d = 2r$
- বৃত্তের পরিধি, $c = 2\pi r$
- বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$

জেনে রাখ : বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য $= \dfrac{\text{কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ}}{৩৬০^\circ} \times$ বৃত্তের পরিধি

ব্যাখ্যা : বৃত্তের পরিধি $2r \times \pi = 38 \times 3.1416 = 119.3808$ সে.মি.
চাকাটি 1 বারে অতিক্রম করে 119.3808 সে.মি.
চাকাটি 2 বারে অতিক্রম করে (119.3808×2) সে.মি. $= 238.76$ সে.মি.

চিত্রের আলোকে ৮, ৯ ও ১০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



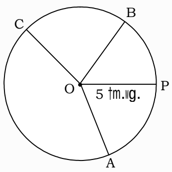
চিত্রে O বৃত্তটির কেন্দ্র। BE = 4 cm

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ OE = OF হলে, CD = কত সে.মি.?
(ক) 3 cm (খ) 4 cm (গ) 6 cm (ঘ) 8 cm ঘ

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ AB = CD এবং OE = 3 সে.মি. হলে বৃত্তটির ব্যাসার্ধ কত সে.মি?
(ক) 3 (খ) 4 (গ) 5 (ঘ) 6 গ

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ AB > CD হলে নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) CF < BE (খ) OE > OF (গ) OE < OF (ঘ) OE = OF গ

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ পছন্দমতো কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ নিয়ে পেন্সিল কম্পাস ব্যবহার করে একটি বৃত্ত আঁক। বৃত্তের উপর কয়েকটি ব্যাসার্ধ আঁক। মেপে দেখ সবগুলো ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য সমান কি-না।
সমাধান :



O বিন্দুকে কেন্দ্র করে OP = 5 সে.মি. ব্যাসার্ধ নিয়ে পেন্সিল কম্পাসের সাহায্যে ABC বৃত্তটি আঁকলাম। এখন O,A; O,B; O,C যোগ করি। তাহলে OA, OB ও OC বৃত্তটির তিনটি ব্যাসার্ধ হলো। মেপে দেখা গেল
OA = OB = OC = 5 সে.মি.

অর্থাৎ OA = OB = OC = OP। এরা একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে পরস্পর সমান।

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ নিম্নবর্ণিত ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের পরিধি নির্ণয় কর :

(ক) 10 সে.মি. (খ) 14 সে.মি. (গ) 21 সে.মি.
সমাধান :
(ক) দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r = 10$ সে.মি.
$\therefore$ বৃত্তের পরিধি $= 2\pi r = (2 \times 3.14 \times 10)$ সে.মি. $= 62.8$ সে.মি. (প্রায়)

$\therefore$ 10 সে.মি. ব্যাসার্ধের বৃত্তের পরিধি 62.8 সে.মি. (প্রায়)। **(Ans.)**

(খ) দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r = 14$ সে.মি.
$\therefore$ বৃত্তের পরিধি $= 2\pi r = (2 \times 3.14 \times 14)$ সে.মি. $= 87.92$ সে.মি. (প্রায়)

$\therefore$ 14 সে.মি. ব্যাসার্ধের বৃত্তের পরিধি 87.92 সে. মি.। (প্রায়) **(Ans.)**

(গ) দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r = 21$ সে.মি.
$\therefore$ বৃত্তের পরিধি $= 2\pi r = (2 \times 3.14 \times 21)$ সে.মি.
$= 131.88$ সে.মি. (প্রায়)

$\therefore$ 21 সে.মি. ব্যাসার্ধের বৃত্তের পরিধি 131.88 সে.মি. (প্রায়)। **(Ans.)**

$= \left(\frac{x^\circ}{360^\circ} \times 2\pi r\right)$ GKK

২। আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ
৩। আয়তাকার ক্ষেত্রের পরিসীমা = 2(দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)
৪। সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি × লম্ব।
৫। বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য x একক হলে,
- বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল x^2 বর্গ একক।
- বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা $4x$ একক।
- বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{2}x$ একক।

৬। সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = ভূমি × উচ্চতা।

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ নিম্নবর্ণিত বৃত্তের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর :

(ক) ব্যাসার্ধ = 12 সে.মি. (খ) ব্যাস = 34 সে.মি. (গ) ব্যাসার্ধ = 21 সে.মি.

সমাধান :

(ক) দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r = 12$ সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$

$= \{3.14 \times (12^2)\}$ বর্গ সে.মি.

$= \{3.14 \times 144\}$ বর্গ সে.মি.

$= 452.16$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

$\therefore$ 12 সে.মি. ব্যাসার্ধের বৃত্তের ক্ষেত্রফল 452.16 বর্গ সে.মি. (প্রায়)। **(Ans.)**

(খ) দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাস 34 সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{34}{2}$ সে.মি. $= 17$ সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2 = \{3.14 \times (17^2)\}$ বর্গ সে.মি.

$= \{3.14 \times 289\}$ বর্গ সে.মি.

$= 907.46$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

$\therefore$ 34 সে.মি. ব্যাসের বৃত্তের ক্ষেত্রফল 907.46 বর্গ সে.মি. (প্রায়)। **(Ans.)**

(গ) দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r = 21$ সে.মি.

বৃত্তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$

$= \{3.14 \times (21^2)\}$ বর্গ সে.মি.

$= \{3.14 \times 441\}$ বর্গ সে.মি.

$= 1384.74$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

$\therefore$ 21 সে.মি. ব্যাসার্ধের বৃত্তের ক্ষেত্রফল 1384.74 বর্গ সে.মি. (প্রায়)। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥ একটি বৃত্তাকার শিটের পরিধি 154 সে.মি. হলে, এর ব্যাসার্ধ কত? শিটের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, বৃত্তাকার শিটের ব্যাসার্ধ $= r$ সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তাকার শিটের পরিধি $= 2\pi r$ সে.মি.

প্রশ্নানুসারে $2\pi r = 154$ সে.মি.

বা, $2 \times 3.14 \times r = 154$ সে.মি.

বা, $r = \frac{154}{2 \times 3.14}$ সে.মি.

$\therefore r = 24.5$ সে.মি. (প্রায়)

$\therefore$ ব্যাসার্ধ 24.5 সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

$\therefore$ শিটের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2 = \{3.14 \times (24.5)^2\}$ বর্গ সে.মি.

$= \{3.14 \times 600.25\}$ বর্গ সে.মি.

$= 1884.79$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

$\therefore$ শিটের ক্ষেত্রফল 1884.79 বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৫ ॥ একজন মালী 21 মি. ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার বাগানের চারদিকে দুইবার ঘুরিয়ে দড়ির বেড়া দিতে চায়। প্রতি মিটার দড়ির মূল্য 18 টাকা হলে, তাকে কত টাকার দড়ি কিনতে হবে?

সমাধান : দেওয়া আছে, বৃত্তাকার বাগানের ব্যাসার্ধ, $r = 21$ মি.

$\therefore$ বৃত্তাকার বাগানের পরিধি $= 2\pi r = (2 \times 3.14 \times 21)$ মি. $= 132$ মি. (প্রায়)

মালীকে বৃত্তাকার বাগানের চারিদিকে বেড়া দিতে বাগানের পরিধির সমান দৈর্ঘ্যের বেড়া দিতে হবে।

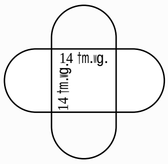
$\therefore$ বাগানের চারদিকে দুইবার বেড়া দিতে মোট দড়ি লাগবে $= (2 \times 132)$ মি. $= 264$ মি.

1 মিটার দড়ির মূল্য 18 টাকা

$\therefore$ 264 মিটার দড়ির মূল্য (264×18) টাকা $= 4752$ টাকা

∴ মালীকে মোট 4752 টাকার দড়ি কিনতে হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৬ ॥ পাশের চিত্রের ক্ষেত্রটির পরিসীমা নির্ণয় কর।



সমাধান :

অর্ধবৃত্তের ব্যাস, d = 14 সে.মি.

অর্ধবৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{14}{2}$ সে.মি. = 7 সে.মি.

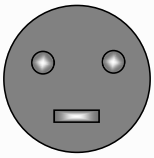
অর্ধবৃত্তের সংখ্যা, n = 4

একটি অর্ধবৃত্তের পরিসীমা = $\frac{1}{2} \times 2\pi r = \pi r$

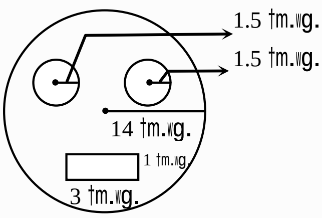
4 টি অর্ধবৃত্তের পরিসীমা = $4 \times \pi r$ = $(4 \times 3.14 \times 7)$ সে.মি.

= 87.92 সে.মি. **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৭ ॥ 14 সে.মি. ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার বোর্ড থেকে 1.5 সে.মি. ব্যাসার্ধের দুইটি বৃত্তাকার অংশ এবং 3 সে.মি. দৈর্ঘ্য ও 1 সে.মি. প্রস্থের একটি আয়তাকার অংশ কেটে নেওয়া হলো। বোর্ডের বাকি অংশের ক্ষেত্রফল বের কর।



সমাধান :



দেওয়া আছে, বোর্ডটির ব্যাসার্ধ, r = 14 সে.মি.

বোর্ডটি বৃত্তাকার বলে, এর ক্ষেত্রফল = πr^2

= $\{3.14 \times (14^2)\}$ বর্গ সে.মি.

= $\{3.14 \times 196\}$ বর্গ সে.মি.

= 615.44 বর্গ সে.মি.

আবার, ছোট বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসার্ধ, r_1 = 1.5 সে.মি.

∴ ছোট বৃত্তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = πr_1^2 = $\{3.14 \times (1.5)^2\}$ বর্গ সে.মি.

= $\{3.14 \times 2.25\}$ বর্গ সে.মি.

= 7.065 বর্গ সে.মি.

∴ দুইটি ছোট বৃত্তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (2×7.065) বর্গ সে.মি. = 14.13 বর্গ সে.মি.

আবার, দেওয়া আছে, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = 3 সে.মি.

আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = 1 সে.মি.

∴ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ

= 3 সে.মি. × 1 সে.মি. = 3 বর্গ সে.মি.

∴ বোর্ডের বাকি অংশের ক্ষেত্রফল

= বোর্ডের ক্ষেত্রফল – (দুইটি ছোট বৃত্তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল + আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল)

= 615.44 বর্গ সে.মি. – (14.13 + 3) বর্গ সে.মি.

= 615.44 বর্গ সে.মি. – 17.13 বর্গ সে.মি.
= (615.44 – 17.13) বর্গ সে.মি. = 598.31 বর্গ সে.মি.

$\therefore$ বোর্ডের বাকি অংশের ক্ষেত্রফল 598.31 বর্গ সে.মি.। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৮ ॥ 5.5 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি সমবৃত্তভূমিক বেলনের উচ্চতা 8 সে. মি.। বেলনটির সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ($\pi = 3.14$)।

সমাধান : প্রদত্ত সমবৃত্তভূমিক বেলনটির ব্যাসার্ধ, r = 5.5 সে. মি.
উচ্চতা, h = 8 সে. মি.

$\therefore$ বেলনটির সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = $2\pi r(r + h)$
= $(2 \times 3.14 \times 5.5) \times (5.5 + 8)$ বর্গ সে.মি. = $(2 \times 3.14 \times 5.5 \times 13.5)$ বর্গ সে.মি.
= 466.29 বর্গ সে. মি.

$\therefore$ বেলনটির সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 466.29 বর্গ সে. মি. **(Ans.)**

অধ্যায় ১১

তথ্য ও উপাত্ত
Information & Data

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ নিচের কোনটি দ্বারা শ্রেণিব্যাপ্তি বোঝায়?

(ক)উপাত্তগুলোর মধ্যে প্রথম ও শেষ উপাত্তের ব্যবধান
(খ) উপাত্তগুলোর মধ্যে শেষ ও প্রথম উপাত্তের সমষ্টি
(গ) প্রত্যেক শ্রেণির বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম উপাত্তের সমষ্টি
(ঘ) প্রতিটি শ্রেণির অন্তর্ভুক্ত ক্ষুদ্রতম ও বৃহত্তম সংখ্যার ব্যবধান ঘ

ব্যাখ্যা : প্রত্যেক শ্রেণিরই একটি সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মান থাকে। যেকোনো শ্রেণির সর্বনিম্ন মানকে এর নিম্নসীমা এবং সর্বোচ্চ মানকে এর উচ্চসীমা বলা হয়। যেকোনো শ্রেণির উচ্চসীমা ও নিম্নসীমার ব্যবধান হলো সেই শ্রেণির শ্রেণিব্যাপ্তি।

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ একটি শ্রেণিতে যতগুলো উপাত্ত অন্তর্ভুক্ত হয় তার নির্দেশক নিচের কোনটি?

(ক) শ্রেণির গণসংখ্যা (খ) শ্রেণির মধ্যবিন্দু
(গ) শ্রেণিসীমা (ঘ) ক্রমযোজিত গণসংখ্যা ক

ব্যাখ্যা : শ্রেণিসমূহের মধ্যে সংখ্যাসূচক তথ্য রাশির মানগুলো ট্যালি চিহ্ন দিয়ে প্রকাশ করা হয় এবং এর মাধ্যমে গণসংখ্যা বা ঘটনসংখ্যা নির্ধারণ করা হয়।

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ ৮, ১২, ১৬, ১৭, ২০ সংখ্যাগুলোর গড় কত?

(ক) ১০.৫ (খ) ১২.৫ (গ) ১৩.৬ (ঘ) ১৪.৬ ঘ

ব্যাখ্যা : $\text{গড়} = \frac{৮ + ১২ + ১৬ + ১৭ + ২০}{৫} = \frac{৭৩}{৫} = ১৪.৬$

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ ১০, ১২, ১৪, ১৮, ১৯, ২৫ সংখ্যাগুলোর মধ্যক কত?

(ক) ১১.৫ (খ) ১৪.৬ (গ) ১৬ (ঘ) ১৮.৬ গ

ব্যাখ্যা : $\boxed{১০, ১২}$, ১৪, ১৮, $\boxed{১৯, ২৫}$ $\therefore$ মধ্যক $= \frac{১৪ + ১৮}{২} = \frac{৩২}{২} = ১৬$

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ ৬, ১২, ৭, ১২, ১১, ১২, ১১, ৭, ১১ এর প্রচুরক কোনটি?

(ক) ১১ ও ৭ (খ) ১১ ও ১২ (গ) ৭ ও ১২ (ঘ) ৬ ও ৭ খ

ব্যাখ্যা : কোনো উপাত্তে যে সংখ্যাটি সবচেয়ে বেশি বার থাকে তাকে প্রচুরক বলে।
এখানে, ১১ ও ১২ সংখ্যা দুটি সবচেয়ে বেশি তিনবার আছে।
তাই এখানে প্রচুরক ১১ ও ১২।

নিচে তোমাদের শ্রেণির ৪০ জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	৪১ - ৫৫	৫৬ - ৭০	৭১ - ৮৫	৮৬ - ১০০
গণসংখ্যা	৬	১০	২০	৪

এই সারণির আলোকে (৬ – ৮) নম্বর পর্যন্ত প্রশ্নের উত্তর দাও :

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ উপাত্তগুলোর শ্রেণিব্যাপ্তি কোনটি?

(ক) ৫ (খ) ১০ (গ) ১২ (ঘ) ১৫ ঘ

ব্যাখ্যা : শ্রেণিব্যাপ্তি $= (৫৫ - ৪১) + ১ = ১৪ + ১ = ১৫$

- **তথ্য ও উপাত্ত :** সংখ্যাভিত্তিক কোনো তথ্য বা ঘটনা হচ্ছে একটি পরিসংখ্যান। আর তথ্য বা ঘটনা-নির্দেশক সংখ্যাগুলো হচ্ছে পরিসংখ্যানের উপাত্ত।
- **গণসংখ্যা নিবেশন সারণি (Frequency Distribution Table) :** উপাত্তের গণসংখ্যা সারণি তৈরি করার জন্য যে কয়েকটি ধাপ ব্যবহার করতে হয় তা হলো : (১) পরিসর নির্ণয়, (২) শ্রেণিসংখ্যা নির্ণয়, (৩) শ্রেণিব্যাপ্তি নির্ণয়, (৪) ট্যালি চিহ্নের সাহায্যে গণসংখ্যা নির্ণয়।
- **শ্রেণিব্যাপ্তি :** যেকোনো শ্রেণির উর্ধ্বসীমা ও নিম্নসীমার ব্যবধান হলো সেই শ্রেণির শ্রেণিব্যাপ্তি। উপাত্তগুলোকে সুবিধাজনক ব্যবধান নিয়ে কতগুলো শ্রেণিতে ভাগ করা হয়।
- **শ্রেণিসংখ্যা :** শ্রেণিসংখ্যা হচ্ছে পরিসরকে যতগুলো শ্রেণিতে ভাগ করা হয় তার সংখ্যা।
- **ট্যালি চিহ্ন :** উপাত্তের সংখ্যাসূচক তথ্যরাশির মান কোনো না কোনো শ্রেণিতে পড়ে। শ্রেণির বিপরীতে সাংখ্যিক মানের জন্য 'ট্যালি' | চিহ্ন দিতে হয়। কোনো শ্রেণিতে পাঁচটি ট্যালি চিহ্ন দিতে হলে চারটি দেওয়ার পর পঞ্চমটি আড়াআড়িভাবে দিতে হয়। যেমন : '||||'
- **গণসংখ্যা :** যে শ্রেণিতে যতগুলো ট্যালি চিহ্ন পড়বে তত হবে ঐ শ্রেণির গণসংখ্যা বা ঘটনসংখ্যা, যা ট্যালি চিহ্নের বিপরীতে গণসংখ্যা কলামে লেখা হয়।
- **লেখচিত্র (Diagram) :** পরিসংখ্যানে ব্যবহৃত উপাত্ত লেখচিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপিত হলে তা বোঝা ও সিদ্ধান্ত গ্রহণের জন্য খুব সুবিধাজনক হয়। তাই, বুঝা ও সিদ্ধান্ত গ্রহণের সুবিধার্থে উপাত্তসমূহের গণসংখ্যা নিবেশনের চিত্র লেখচিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন করা হয়।
- **আয়তলেখ (Histogram) :** গণসংখ্যা নিবেশনের একটি লেখচিত্র হচ্ছে আয়তলেখ। আয়তলেখ অঙ্কনের জন্য ছক কাগজে X ও Y-অক্ষ আঁকা হয়। X-অক্ষ বরাবর শ্রেণিব্যাপ্তি এবং Y-অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা নিয়ে আয়তলেখ আঁকা হয়। আয়তের ভূমি হয় শ্রেণিব্যাপ্তি এবং উচ্চতা হয় গণসংখ্যা।
- **পাইচিত্র :** কোনো উপাত্তের লেখচিত্র যখন বৃত্তের মাধ্যমে উপস্থাপন করা হয়, তখন সেই লেখচিত্রকে পাইচিত্র বলে। পাইচিত্রকে বৃত্তলেখও বলা হয়। আমরা জানি, বৃত্তের কেন্দ্রে সৃষ্ট কোণের পরিমাণ ৩৬০°। কোনো পরিসংখ্যান ৩৬০° এর অংশ হিসেবে উপস্থাপিত হলে তা হবে পাইচিত্র।
- **কেন্দ্রীয় প্রবণতা :** পরিসংখ্যান সারিতে দেখা যায় যে, উপাত্তসমূহ মাঝামাঝি বা কেন্দ্রের মানের দিকে পুঞ্জিভূত হয়। মাঝামাঝি বা

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ দ্বিতীয় শ্রেণির শ্রেণি মধ্যমান কোনটি?

(ক) ৪৮ (খ) ৬৩ (গ) ৭৮ (ঘ) ৯৩ **খ**

ব্যাখ্যা : শ্রেণি মধ্যমান = $\frac{৫৬ + ৭০}{২} = \frac{১২৬}{২} = ৬৩$

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ প্রদত্ত সারণিতে প্রচুরক শ্রেণির নিম্নসীমা কোনটি?

(ক) ৪১ (খ) ৫৬ (গ) ৭১ (ঘ) ৮৬ **গ**

ব্যাখ্যা : প্রদত্ত সারণিতে (৭১–৮৫) হচ্ছে প্রচুরক শ্রেণি।
কারণ এই শ্রেণির গণসংখ্যা সবচেয়ে বেশি ২০। শ্রেণির নিম্নসীমা ৭১।

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ ২৫ জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষায় প্রাপ্ত নম্বর নিচে দেওয়া হলো :

৭২, ৮৫, ৭৮, ৮৪, ৭৮, ৭৫, ৬৯, ৬৭, ৮৮, ৮০, ৭৪, ৭৭, ৭৯, ৬৯, ৭৪, ৭৩, ৮৩, ৬৫, ৭৫, ৬৯, ৬৩, ৭৫, ৮৬, ৬৬, ৭১।

(ক) প্রাপ্ত নম্বরের সরাসরি গড় নির্ণয় কর।

(খ) শ্রেণিব্যাপ্তি ৫ নিয়ে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর এবং সারণি থেকে গড় নির্ণয় কর।

(গ) সরাসরিভাবে প্রাপ্ত গড়ের সাথে খ থেকে প্রাপ্ত গড়ের পার্থক্য দেখাও।

সমাধান :

(ক) ২৫ জন শিক্ষার্থীর বার্ষিক পরীক্ষায় প্রাপ্ত নম্বর :
৭২, ৮৫, ৭৮, ৮৪, ৭৮, ৭৫, ৬৯, ৬৭, ৮৮, ৮০, ৭৪, ৭৭, ৭৯, ৬৯, ৭৪, ৭৩, ৮৩, ৬৫, ৭৫, ৬৯, ৬৩, ৭৫, ৮৬, ৬৬, ৭১।

এখানে, ছাত্রসংখ্যা n = ২৫, x_1 = ৭২, x_2 = ৮৫, x_3 = ৭৮,........ইত্যাদি।

গাণিতিক গড় $\bar{x}$ হলে, $\bar{x} = \frac{\text{নম্বরগুলোর সমষ্টি}}{\text{নম্বরগুলোর সংখ্যা}}$

নম্বরগুলোর যোগফল $\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)$ = ৭২ + ৮৫ + ৭৮ + ৮৪ + ৭৮ + ৭৫ + ৬৯ + ৬৭ + ৮৮ + ৮০ + ৭৪ + ৭৭ + ৭৯ + ৬৯ + ৭৪ + ৭৩ + ৮৩ + ৬৫ + ৭৫ + ৬৯ + ৬৩ + ৭৫ + ৮৬ + ৬৬ + ৭১ = ১৮৭৫

নির্ণেয় গড়, $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i = \frac{৭২ + ৮৫ + \ldots\ldots + ৭১}{২৫}$

$= \frac{১৮৭৫}{২৫}$ = ৭৫ **(Ans.)**

(খ) এখানে, সর্বোচ্চ মান = ৮৮, সর্বনিম্ন মান = ৬৩
পরিসর = (সর্বোচ্চ মান – সর্বনিম্ন মান) + ১= (৮৮ – ৬৩) + ১ = ২৬

শ্রেণিব্যাপ্তি = ৫

শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{\text{পরিসর}}{\text{শ্রেণিব্যাপ্তি}} = \frac{২৬}{৫}$ = ৫.২; যা পূর্ণসংখ্যায় রূপান্তর করলে হবে ৬। অতএব, শ্রেণিসংখ্যা ৬।

নিচে শ্রেণিব্যাপ্তি ৫ নিয়ে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করা হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান (x_i)	ট্যালি	গণসংখ্যা (f_i)	($f_i x_i$)
৬০ – ৬৪	৬২	|	১	৬২
৬৫ – ৬৯	৬৭	$\cancel{||||}$ |	৬	৪০২
৭০ – ৭৪	৭২	$\cancel{||||}$	৫	৩৬০

কেন্দ্রের মানের দিকে উপাত্তসমূহের পুঞ্জিভূত হওয়ার প্রবণতাকে কেন্দ্রীয় প্রবণতা বলে। কেন্দ্রীয় মান উপাত্তসমূহের প্রতিনিধিত্বকারী একটি সংখ্যা যার দ্বারা কেন্দ্রীয় প্রবণতা পরিমাপ করা হয়। সাধারণভাবে কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ হলো (১) গাণিতিক গড় বা গড়, (২) মধ্যক, (৩) প্রচুরক।

■ **গাণিতিক গড় :** উপাত্তসমূহের সংখ্যাসূচক মানের সমষ্টিকে যদি উপাত্তসমূহের সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা হয়, তবে গাণিতিক গড় পাওয়া যায়।

■ **মধ্যক :** উপাত্তগুলোকে মানের ক্রমানুসারে সাজালে যে মান উপাত্তগুলোকে সমান দুইভাগে ভাগ করে সেই মান হবে উপাত্তগুলোর মধ্যক।

■ **প্রচুরক (Mode) :** কোনো উপাত্তে যে সংখ্যাটি সবচেয়ে বেশি বার থাকে তাকে প্রচুরক বলে। যেমন : ৭, ৯, ৭, ২, ৫ ও ১১ একটি উপাত্ত। উপাত্তটি মানের উর্ধ্বক্রমে সাজালে হয় : ২, ৫, ৭, ৭, ৯, ১১। বিন্যাসকৃত উপাত্তটি লক্ষ করলে দেখা যায় যে, ৭ সংখ্যাটি সবচেয়ে বেশি ২ বার আছে। তাই এখানে ৭ হলো উপাত্তগুলোর প্রচুরক।

■ **অনুসন্ধানী উপাত্তের পরিসর = (সর্বোচ্চ সংখ্যা- সর্বনিম্ন সংখ্যা) + ১**

■ **শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{\text{পরিসর}}{\text{শ্রেণিব্যাপ্তি}}$ (পূর্ণ সংখ্যায় রূপান্তর)**

■ **সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গাণিতিক গড়:**

১. **অবিন্যস্ত উপাত্তঃ** গড় $\bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{n} \times h$

যেখান, $\bar{x}$ = নির্ণেয় গড়,
a = অনুমিত গড়, f_i = i-তম শ্রেণির গণসংখ্যা, $u_i f_i$ = i তম শ্রেণির গণসংখ্যা ধাপ বিচ্যুতি, h = শ্রেণিব্যাপ্তি

২. **বিন্যস্ত উপাত্ত :** গড় = $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i}{n}$;
যেখানে f_i = শ্রেণির গণসংখ্যা, x_i = শ্রেণির মধ্যমান,
n = মোট গণসংখ্যা।

■ **গুরুত্বযুক্ত উপাত্তের গড় নির্ণয়**

$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i w_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i}$ সেখানে, x_i = i তম শ্রেণির সাংখ্যিক মান
w_i = i তম শ্রেণির গুরুত্ব/ভার

✷ **শ্রেণিবিন্যস্ত উপাত্তের মধ্যক নির্ণয়**
মধ্যক = $L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$, যেখানে L হলো যে শ্রেণিতে মধ্যক অবস্থিত সেই শ্রেণির নিম্নসীমা, n গণসংখ্যা, F_c মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির যোজিত গণসংখ্যা, f_m মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা এবং h শ্রেণিব্যাপ্তি।

✷ **প্রচুরক**
কোনো উপাত্তে যে সংখ্যা সর্বাধিক বার উপস্থাপিত হয়, সেই সংখ্যাই উপাত্তের প্রচুরক। একটি উপাত্তের এক বা একাধিক প্রচুরক থাকতে পারে।

✷ **শ্রেণিবিন্যস্ত উপাত্তের প্রচুরক নির্ণয়**
শ্রেণিবিন্যস্ত উপাত্তের প্রচুরক নির্ণয়ের সূত্র হলো :
প্রচুরক = $L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$ যেখানে, L প্রচুরক শ্রেণির অর্থাৎ যে শ্রেণিতে প্রচুরক অবস্থিত তার নিম্নমান, f_1 = প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা–পূর্ববর্তী শ্রেণির গণসংখ্যা, f_2 = প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা

৭৫ − ৭৯	৭৭	𝍸 ॥	৭	৫৩৯
৮০ − ৮৪	৮২	॥।	৩	২৪৬
৮৫ − ৮৯	৮৭	॥।	৩	২৬১
			মোট = ২৫	$\Sigma f_i x_i$ = ১৮৭০

নির্ণেয় গাণিতিক গড় = $\frac{\Sigma f_i x_i}{n}$ = $\frac{১৮৭০}{২৫}$ = ৭৪.৮ (**Ans.**)

(গ) 'ক' থেকে পাই, গাণিতিক গড় = ৭৫
এবং 'খ' থেকে প্রাপ্ত গড় = ৭৪.৮

∴ পার্থক্য = ৭৫ − ৭৪.৮ = ০.২ (**Ans.**)

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ নিচে একটি সারণি দেওয়া হলো। এর গড় মান নির্ণয় কর। উপাত্তগুলোর আয়তলেখ আঁক।

প্রাপ্ত নম্বর	৬-১০	১১-১৫	১৬-২০	২১-২৫	২৬-৩০	৩১-৩৫	৩৬-৪০	৪১-৪৫
গণসংখ্যা	৫	১৭	৩০	৩৮	৩৫	১০	৭	৩

সমাধান :

প্রাপ্ত নম্বর	মধ্যবিন্দু (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	($f_i x_i$)
৬ − ১০	৮	৫	৪০
১১ − ১৫	১৩	১৭	২২১
১৬ − ২০	১৮	৩০	৫৪০
২১ − ২৫	২৩	৩৮	৮৭৪
২৬ − ৩০	২৮	৩৫	৯৮০
৩১ − ৩৫	৩৩	১০	৩৩০
৩৬ - ৪০	৩৮	৭	২৬৬
৪১-৪৫	৪৩	৩	১২৯
মোট		Σf_i= ১৪৫	$\Sigma f_i x_i$ = ৩৩৮০

আমরা জানি, গড় $(\bar{x})$= $\frac{\Sigma f_i x_i}{n}$ = $\frac{৩৩৮০}{১৪৫}$ = ২৩.৩১ (প্রায়) (**Ans.**)

আয়তলেখ: ছক কাগজের ১ ঘর সমান প্রাপ্ত নম্বরের ১ একক ধরে X-অক্ষে প্রাপ্ত নম্বর এবং ছক কাগজের ১ ঘর সমান গণসংখ্যার ১ একক ধরে Y-অক্ষে গণসংখ্যা নিবেশন স্থাপন করে গণসংখ্যা নিবেশনের আয়তলেখ আঁকা হলো। X অক্ষের মূলবিন্দু থেকে ৫.৫ পর্যন্ত ভাঙ্গা চিহ্ন দিয়ে আগের সবগুলো বিদ্যমান বোঝানো হয়েছে।

- পরবর্তী শ্রেণির গণসংখ্যা এবং h = শ্রেণিব্যাপ্তি।

✸ প্রকৃত গড় = অনুমিত গড় + বিয়োগফলের গড়

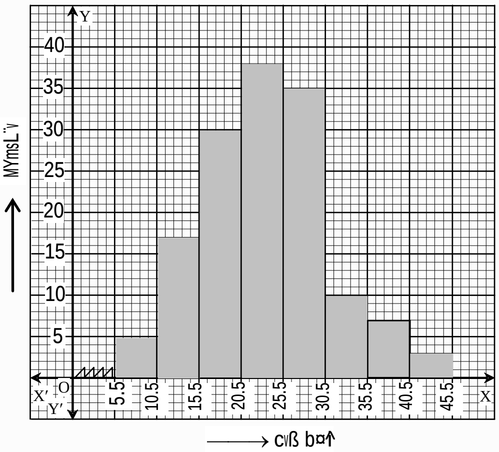
✸ শ্রেণি মধ্যমান = $\frac{\text{শ্রেণির উর্ধ্বমান + শ্রেণির নিম্নমান}}{২}$

✸ n সংখ্যক উপাত্তের মধ্যক (i) $\frac{n+1}{2}$ তম পদ, যখন n বিজোড় সংখ্যা।

(ii) $\frac{n}{2}$ তম ও $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ তম পদের গড় যেখানে n জোড় সংখ্যা।

প্রাপ্ত নম্বরের আয়তলেখ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি নিম্নরূপ :

প্রাপ্ত নম্বর	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা	গণসংখ্যা
৬ – ১০	৫.৫ – ১০.৫	৫
১১ – ১৫	১০.৫ – ১৫.৫	১৭
১৬ – ২০	১৫.৫ – ২০.৫	৩০
২১ – ২৫	২০.৫ – ২৫.৫	৩৮
২৬ – ৩০	২৫.৫ – ৩০.৫	৩৫
৩১ – ৩৫	৩০.৫ – ৩৫.৫	১০
৩৬ – ৪০	৩৫.৫ – ৪০.৫	৭
৪১ – ৪৫	৪০.৫ – ৪৫.৫	৩



চিত্র : প্রাপ্ত নম্বরের আয়তলেখ

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ নিচের সারণি থেকে গড় নির্ণয় কর :

দৈনিক আয় (টাকায়)	২২১০	২২১৫	২২২০	২২২৫	২২৩০	২২৩৫	২২৪০	২২৪৫	২২৫০
গণসংখ্যা	২	৩	৫	৭	৬	৫	৫	৪	৩

সমাধান : গড় নির্ণয় সারণি :

দৈনিক আয় (টাকায়) (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	(f_ix_i)
২২১০	২	৪৪২০
২২১৫	৩	৬৬৪৫
২২২০	৫	১১১০০
২২২৫	৭	১৫৫৭৫
২২৩০	৬	১৩৩৮০

২২৩৫	৫	১১১৭৫
২২৪০	৫	১১২০০
২২৪৫	৪	৮৯৮০
২২৫০	৩	৬৭৫০
মোট	$\Sigma f_i = n =$ ৪০	$\Sigma f_i x_i =$ ৮৯২২৫

$\therefore$ গড় $(\bar{x}) = \frac{\Sigma f_i x_i}{n} = \frac{৮৯২২৫}{৪০}$ = ২২৩০.৬৩ (প্রায়) **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ নিচে ৪০ জন গৃহিণীর সাপ্তাহিক সঞ্চয় (টাকায়) নিচে দেওয়া হলো :

১৫৫, ১৭৩, ১৬৬, ১৪৩, ১৬৮, ১৬০, ১৫৬, ১৪৬, ১৬২, ১৫৮, ১৫৯, ১৪৮, ১৫০, ১৪৭, ১৩২, ১৩৬, ১৫৬, ১৪০, ১৫৫, ১৪৫, ১৩৫, ১৫১, ১৪১, ১৬৯, ১৪০, ১২৫, ১২২, ১৪০, ১৩৭, ১৭৫, ১৪৫, ১৫০, ১৬৪, ১৪২, ১৫৬, ১৫২, ১৪৬, ১৪৮, ১৫৭ ও ১৬৭।

সাপ্তাহিক জমানোর গড়, মধ্যক ও প্রচুরক নির্ণয় কর।

সমাধান : গড় নির্ণয় :

সাপ্তাহিক সঞ্চয়ের যোগফল = ১৫৫ +১৭৩ + ১৬৬ + ১৪৩ + ১৬৮ + ১৬০ + ১৫৬ + ১৪৬ + ১৬২ + ১৫৮ + ১৫৯ + ১৪৮ + ১৫০ + ১৪৭ + ১৩২ + ১৩৬ + ১৫৬ + ১৪০ + ১৫৫ + ১৪৫ + ১৩৫ + ১৫১ + ১৪১ + ১৬৯ + ১৪০ + ১২৫ + ১২২ + ১৪০ + ১৩৭ + ১৭৫ + ১৪৫ + ১৫০ + ১৬৪ + ১৪২ + ১৫৬ + ১৫২ + ১৪৬ + ১৪৮ + ১৫৭ + ১৬৭ = ৬০১৭

মোট গৃহিণীর সংখ্যা, n = ৪০

সাপ্তাহিক সঞ্চয়ের গড় $(\bar{x}) = \frac{\text{সাপ্তাহিক মোট সঞ্চয়}}{\text{গৃহিণীর সংখ্যা}} = \frac{৬০১৭}{৪০}$

= ১৫০.৪২৫ = ১৫০.৪৩ টাকা (প্রায়)

মধ্যক নির্ণয় :

সংখ্যাগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রমে সাজিয়ে পাই :

১২২, ১২৫, ১৩২, ১৩৫, ১৩৬, ১৩৭, ১৪০, ১৪০, ১৪০, ১৪১, ১৪২, ১৪৩, ১৪৫, ১৪৫, ১৪৬, ১৪৬, ১৪৭, ১৪৮, ১৪৮, ১৫০, ১৫০, ১৫১, ১৫২, ১৫৫, ১৫৫, ১৫৬, ১৫৬, ১৫৬, ১৫৭, ১৫৮, ১৫৯, ১৬০, ১৬২, ১৬৪, ১৬৬, ১৬৭, ১৬৮, ১৬৯, ১৭৩, ১৭৫।

এখানে, n = ৪০ (জোড় সংখ্যা)

$\therefore \frac{n}{2} = \frac{৪০}{২} = ২০$

এবং $\frac{n}{2} + ১ = ২০ + ১ = ২১$

$\therefore$ মধ্যক হলো ২০তম ও ২১ তম রাশির গড়।

$\therefore$ মধ্যক $= \frac{১৫০ + ১৫০}{২} = ১৫০$

প্রচুরক : উপরিউক্ত উর্ধ্বক্রমে সাজানো তথ্য থেকে দেখা যায় যে,

১৪০ এবং ১৫৬ সংখ্যা দুইটি সর্বাধিক ৩ বার আছে।

$\therefore$ প্রচুরক ১৪০ ও ১৫৬।

সুতরাং, গড় ১৫০.৪৩ টাকা (প্রায়), মধ্যক ১৫০ টাকা এবং প্রচুরক ১৪০ ও ১৫৬ টাকা। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ নিচের উপাত্তসমূহের গড় এবং উপাত্তের আয়তলেখ আঁক :

বয়স (বছর)	৫ - ৬	৭ - ৮	৯ - ১০	১১ - ১২	১৩ -১৪	১৫ - ১৬	১৭ - ১৮
গণসংখ্যা	২৫	২৭	২৮	৩১	২৯	২৮	২২

সমাধান : গড় নির্ণয় সারণি :

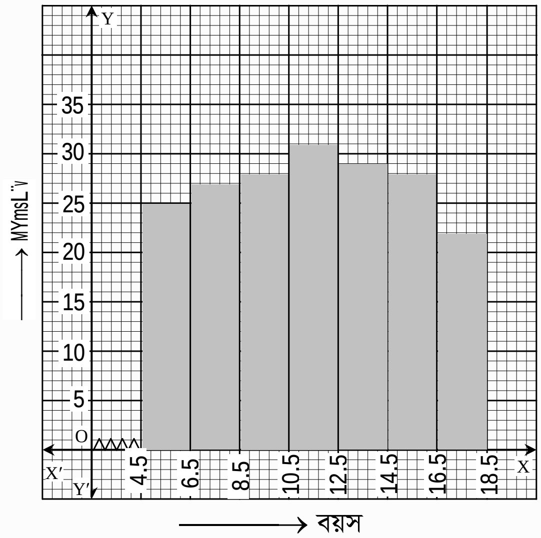
বয়স (বছরে)	শ্রেণি মধ্যমান (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	গণসংখ্যা × শ্রেণি মধ্যমান (f_ix_i)
৫ – ৬	৫.৫	২৫	১৩৭.৫
৭ – ৮	৭.৫	২৭	২০২.৫
৯ – ১০	৯.৫	২৮	২৬৬.০
১১ – ১২	১১.৫	৩১	৩৫৬.৫
১৩ – ১৪	১৩.৫	২৯	৩৯১.৫
১৫ – ১৬	১৫.৫	২৮	৪৩৪.০
১৭ – ১৮	১৭.৫	২২	৩৮৫.০
		$\Sigma f_i =$ ১৯০	$\Sigma f_ix_i =$ ২১৭৩

আমরা জানি, গড় $= \dfrac{\Sigma f_ix_i}{\Sigma f_i} = \dfrac{২১৭৩}{১৯০} =$ ১১.৪৩৬ = ১১.৪৪ বছর (প্রায়) **(Ans.)**

■ **আয়তলেখ :**

ছক কাগজের ৫ ঘর সমান বয়সের ২ একক ধরে X অক্ষে বয়স এবং ছক কাগজের ১ ঘর সমান গণসংখ্যার ১ একক ধরে Y অক্ষে গণসংখ্যা নিবেশন স্থাপন করে গণসংখ্যা নিবেশনের আয়তলেখ আঁকা হলো। X-অক্ষের মূলবিন্দু থেকে ৪.৫ পর্যন্ত ভাঙা চিহ্ন দিয়ে আগের ঘরগুলো বিদ্যমান বোঝানো হয়েছে। প্রাপ্ত উপাত্তের আয়তলেখ অঙ্কনের প্রয়োজনীয় সারণি নিম্নরূপ :

বয়স	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা	গণসংখ্যা
৫ – ৬	৪.৫ – ৬.৫	২৫
৭ – ৮	৬.৫ – ৮.৫	২৭
৯ – ১০	৮.৫ – ১০.৫	২৮
১১ – ১২	১০.৫ – ১২.৫	৩১
১৩ – ১৪	১২.৫ – ১৪.৫	২৯
১৫ – ১৬	১৪.৫ – ১৬.৫	২৮
১৭ – ১৮	১৬.৫ – ১৮.৫	২২
		n = ১৯০



চিত্র : বয়সের আয়তলেখ

প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥ একটি কারখানার ১০০ শ্রমিকের মাসিক মজুরির গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো। শ্রমিকদের মাসিক মজুরির গড় কত? উপাত্তগুলোর আয়তলেখ আঁক।

মাসিক মজুরি (শত টাকায়)	৫১-৫৫	৫৬-৬০	৬১-৬৫	৬৬-৭০	৭১-৭৫	৭৬-৮০	৮১-৮৫	৮৬-৯০
গণসংখ্যা	৬	২০	৩০	১৫	১১	৮	৬	৪

সমাধান : গড় নির্ণয় সারণি :

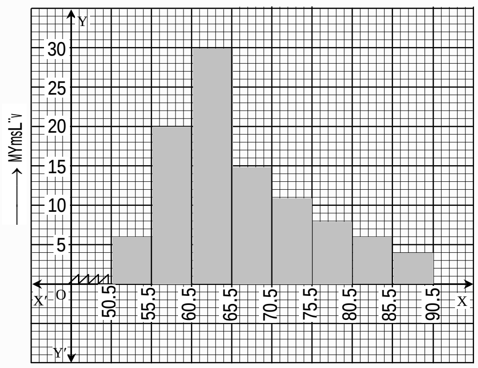
মাসিক মজুরি (শত টাকায়)	শ্রেণি মধ্যমান (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	($f_i x_i$)
৫১-৫৫	৫৩	৬	৩১৮
৫৬-৬০	৫৮	২০	১১৬০
৬১-৬৫	৬৩	৩০	১৮৯০
৬৬-৭০	৬৮	১৫	১০২০
৭১-৭৫	৭৩	১১	৮০৩
৭৬-৮০	৭৮	৮	৬২৪
৮১-৮৫	৮৩	৬	৪৯৮
৮৬-৯০	৮৮	৪	৩৫২
		$\Sigma f_i = n =$ ১০০	$\Sigma f_i x_i =$ ৬৬৬৫

$\therefore$ গড় $= \frac{\Sigma f_i x_i}{n} = \frac{৬৬৬৫}{১০০} =$ ৬৬.৬৫ টাকা **(Ans.)**

■ **আয়তলেখ :** ছক কাগজের ১ ঘর সমান মাসিক মজুরির ১ একক ধরে X-অক্ষে মাসিক মজুরি এবং ছক কাগজের ১ ঘর সমান গণসংখ্যার ১ একক ধরে Y-অক্ষে গণসংখ্যা নিবেশন স্থাপন করে গণসংখ্যা নিবেশনের আয়তলেখ আঁকা হলো। X অক্ষের মূলবিন্দু থেকে ৫০.৫ পর্যন্ত ভাঙা চিহ্ন দিয়ে আগের ঘরগুলো বিদ্যমান বোঝানো হয়েছে।

প্রাপ্ত মজুরির আয়তলেখ অঙ্কনের প্রয়োজনীয় সারণি নিম্নরূপ :

মাসিক মজুরি (শত টাকায়)	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা	গণসংখ্যা
৫১ – ৫৫	৫০.৫ – ৫৫.৫	৬
৫৬ – ৬০	৫৫.৫ – ৬০.৫	২০
৬১ – ৬৫	৬০.৫ – ৬৫.৫	৩০
৬৬ – ৭০	৬৫.৫ – ৭০.৫	১৫
৭১ – ৭৫	৭০.৫ – ৭৫.৫	১১
৭৬ – ৮০	৭৫.৫ – ৮০.৫	৮
৮১ – ৮৫	৮০.৫ – ৮৫.৫	৬
৮৬ – ৯০	৮৫.৫ – ৯০.৫	৪
		n = ১০০



মাসিক মজুরি

চিত্র : শ্রমিকদের মাসিক মজুরির আয়তলেখ

প্রশ্ন ॥ ১৫ ॥ ৮ম শ্রেণির ৩০ জন শিক্ষার্থীর ইংরেজি বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর হলো :

৪৫, ৪২, ৬০, ৬১, ৫৮, ৫৩, ৪৮, ৫২, ৫১, ৪৯, ৭৩, ৫২, ৫৭, ৭১, ৬৪, ৪৯, ৫৬, ৪৮, ৬৭, ৬৩, ৭০, ৫৯, ৫৪, ৪৬, ৪৩, ৫৬, ৫৯, ৪৩, ৬৮, ৫২।

(ক) শ্রেণি ব্যবধান ৫ ধরে শ্রেণিসংখ্যা কত?

(খ) শ্রেণি ব্যবধান ৫ ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি কর।

(গ) সারণি থেকে গড় নির্ণয় কর।

সমাধান :

(ক) এখানে, ইংরেজিতে প্রাপ্ত নম্বরসমূহের মধ্যে সর্বোচ্চ নম্বর ৭৩ এবং সর্বনিম্ন নম্বর ৪২

∴ পরিসর = (সর্বোচ্চ মান − সর্বনিম্ন মান) + ১

= (৭৩ − ৪২) + ১ = ৩১ + ১ = ৩২

শ্রেণিব্যবধান = ৫

∴ শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{\text{পরিসর}}{\text{শ্রেণিব্যবধান}} = \frac{৩২}{৫}$ = ৬·৪; যা পূর্ণ সংখ্যায় রূপান্তর করলে হবে ৭।

নির্ণেয় শ্রেণিসংখ্যা ৭। **(Ans.)**

(খ) শ্রেণি ব্যবধান ৫ ধরে নিচে ইংরেজিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করা হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
৪২ – ৪৬	𝍸	৫
৪৭ – ৫১	𝍸	৫
৫২ – ৫৬	𝍸 ||	৭
৫৭ – ৬১	𝍸 |	৬
৬২ – ৬৬	||	২
৬৭ – ৭১	||||	৪
৭২ – ৭৬	|	১
মোট		৩০

(গ) ইংরেজিতে প্রাপ্ত নম্বরের গড় নির্ণয়ের সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণিমধ্যমান (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	(f_ix_i)
৪২ – ৪৬	৪৪	৫	২২০
৪৭ – ৫১	৪৯	৫	২৪৫
৫২ – ৫৬	৫৪	৭	৩৭৮
৫৭ – ৬১	৫৯	৬	৩৫৪
৬২ – ৬৬	৬৪	২	১২৮
৬৭ – ৭১	৬৯	৪	২৭৬
৭২ – ৭৬	৭৪	১	৭৪
মোট		$\Sigma f_i = n =$ ৩০	$\Sigma f_ix_i =$ ১৬৭৫

আমরা জানি, গড় $= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} f_ix_i = \frac{১}{৩০} \times$ ১৬৭৫ = ৫৫.৮৩

$\therefore$ গড় ৫৫.৮৩ (প্রায়)। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৬ ॥ ৫০ জন শিক্ষার্থীর দৈনিক সঞ্চয় নিচে দেওয়া হলো :

সঞ্চয় (টাকায়)	৪১-৫০	৫১-৬০	৬১-৭০	৭১ঔ৮০	৮১-৯০	৯১-১০০
গণসংখ্যা	৬	৮	১৩	১০	৮	৫

(ক) ক্রমযোজিত গণসংখ্যার সারণি তৈরি কর।

(খ) সারণি থেকে গড় নির্ণয় কর।

সঞ্চয় (টাকায়)	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
৪১ - ৫০	৬	৬
৫১ - ৬০	৮	১৪
৬১ - ৭০	১৩	২৭
৭১ - ৮০	১০	৩৭
৮১ - ৯০	৮	৪৫
৯১ - ১০০	৫	৫০
	মোট = ৫০	

(খ) গড় নির্ণয়ের সারণি :

সঞ্চয় (টাকায়)	শ্রেণি মধ্যমান (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	(f_ix_i)
৪১-৫০	৪৫.৫	৬	২৭৩
৫১-৬০	৫৫.৫	৮	৪৪৪
৬১-৭০	৬৫.৫	১৩	৮৫১.৫
৭১-৮০	৭৫.৫	১০	৭৫৫
৮১-৯০	৮৫.৫	৮	৬৮৪
৯১-১০০	৯৫.৫	৫	৪৭৭.৫
মোট		$\Sigma f_i = n =$ ৫০	$\Sigma f_ix_i =$ ৩৪৮৫

$\therefore$ গাণিতিক গড় $= \frac{\Sigma f_ix_i}{n} = \frac{৩৪৮৫}{৫০} =$ ৬৯.৭ টাকা। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৭ ॥ নিচের সারণিতে ২০০ জন শিক্ষার্থীর পছন্দের ফল দেখানো হলো। প্রদত্ত উপাত্তের পাইচিত্র আঁক।

ফল	আম	কাঁঠাল	লিচু	জামরুল
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	৭০	৩০	৮০	২০

সমাধান :

ফল	আম	কাঁঠাল	লিচু	জামরুল
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	৭০	৩০	৮০	২০

পাই চিত্রে বিভিন্ন দলের নির্ধারিত কোণের পরিমাণ নিম্নরূপ :

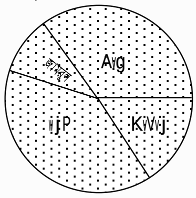
আম পছন্দকারী ৭০ জনের জন্য কোণ $= \frac{৭০}{২০০} \times ৩৬০^\circ = ১২৬^\circ$

কাঁঠাল পছন্দকারী ৩০ জনের জন্য কোণ $= \frac{৩০}{২০০} \times ৩৬০^\circ = ৫৪^\circ$

লিচু পছন্দকারী ৮০ জনের জন্য কোণ $= \frac{৮০}{২০০} \times ৩৬০^\circ = ১৪৪^\circ$

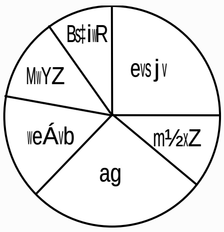
জামরুল পছন্দকারী ২০ জনের জন্য কোণ $= \frac{২০}{২০০} \times ৩৬০^\circ = ৩৬^\circ$

এখন, কোণগুলো ৩৬০° এর অংশ হিসেবে আঁকা হলো, যা নির্ণেয় পাইচিত্র :



চিত্র : শিক্ষার্থীদের পছন্দের ফলের পাইচিত্র

প্রশ্ন ॥ ১৮ ॥ ৭২০ জন শিক্ষার্থীর পছন্দের বিষয় পাইচিত্রে উপস্থাপন করা হলো। সংখ্যায় প্রকাশ কর।



বাংলা : ৯০°

ইংরেজি : ৩০°

গণিত : ৫০°

বিজ্ঞান : ৬০°

ধর্ম : ৮০°

সঙ্গীত : ৫০°

৩৬০°

সমাধান : কেন্দ্রে সৃষ্ট কোণ ৩৬০°

$$\text{শিক্ষার্থীর সংখ্যা} = \frac{\text{নির্ধারিত কোণ} \times \text{মোট শিক্ষার্থী}}{৩৬০^\circ}$$

$\therefore$ বাংলা পছন্দ করে $= \frac{৯০^\circ \times ৭২০}{৩৬০^\circ}$ জন $=$ ১৮০ জন

$\therefore$ ইংরেজি পছন্দ করে $= \frac{৩০^\circ \times ৭২০}{৩৬০^\circ}$ জন $=$ ৬০ জন

$\therefore$ গণিত পছন্দ করে $= \frac{৫০^\circ \times ৭২০}{৩৬০^\circ}$ জন $=$ ১০০ জন

$\therefore$ বিজ্ঞান পছন্দ করে $= \frac{৬০^\circ \times ৭২০}{৩৬০^\circ}$ জন $=$ ১২০ জন

$\therefore$ ধর্ম পছন্দ করে $= \frac{৮০^\circ \times ৭২০}{৩৬০}$ জন $=$ ১৬০ জন

$\therefore$ সঙ্গীত পছন্দ করে $= \frac{৫০^\circ \times ৭২০}{৩৬০^\circ}$ জন $=$ ১০০ জন

$\therefore$ ১৮০ জন বাংলা, ৬০ জন ইংরেজি, ১০০ জন গণিত, ১২০ জন বিজ্ঞান, ১৬০ জন ধর্ম এবং ১০০ জন সঙ্গীত পছন্দ করে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৯ ॥ ৬০ জন ছাত্রীর গণিতের নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো :

প্রাপ্ত নম্বর	৬০	৬৫	৭০	৭৫	৮০	৮৫
গণসংখ্যা	৫	৮	১১	১৫	৮	৩

(ক) মধ্যক নির্ণয় কর।
(খ) গড় নির্ণয় কর।
(গ) প্রদত্ত উপাত্তের পাইচিত্র আঁক।

সমাধান :

ক) মধ্যক নির্ণয়ের গণসংখ্যা সারণি নিম্নরূপ :

প্রাপ্ত নম্বর (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	যোজিত গণসংখ্যা
৬০	৫	৫
৬৫	৮	১৩
৭০	১১	২৪
৭৫	১৫	৩৯
৮০	৮	৪৭
৮৫	৩	৫০
	$n = \sum f_i =$ ৫০	

এখানে, $n =$ ৫০ যা জোড় সংখ্যা

$$\therefore \text{ মধ্যক } = \frac{\frac{৫০}{২} \text{ তম ও } \left(\frac{৫০}{২} + ১\right) \text{ তম পদ দুইটির সাংখ্যিক মানের সমষ্টি}}{২}$$

$$= \frac{\text{২৫ তম ও ২৬ তম পদ দুইটির সাংখ্যিক মানের সমষ্টি}}{২}$$

$$= \frac{৭৫ + ৭৫}{২} = \frac{১৫০}{২} = ৭৫ \textbf{ (Ans.)}$$

খ) গড় নির্ণয়ের সারণি নিম্নরূপ :

প্রাপ্ত নম্বর (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	$f_i x_i$
৬০	৫	৩০০
৬৫	৮	৫২০
৭০	১১	৭৭০
৭৫	১৫	১১২৫
৮০	৮	৬৪০
৮৫	৩	২৫৫
	$n = \sum f_i =$ ৫০	$\sum f_i x_i =$ ৩৬১০

$\therefore$ গড় $= \dfrac{\sum f_i x_i}{n} = \dfrac{৩৬১০}{৫০} =$ ৭২.২ **(Ans.)**

গ) এখানে, মোট ছাত্রী সংখ্যা = ৫০ জন

আমরা জানি, বৃত্তের কেন্দ্রে সৃষ্ট কোণ ৩৬০°। মোট ছাত্রীর গণিতের নম্বর ৩৬০° এর অংশ হিসেবে উপস্থাপন করা হলে একটি পাই চিত্র পাওয়া যাবে।

৫০ জনের জন্য কোণ = ৩৬০°

$\therefore$ ১ " " " $= \dfrac{৩৬০°}{৫০}$

$\therefore$ ৫ " " " $= \dfrac{৩৬০°}{৫০} \times ৫ = ৩৬°$

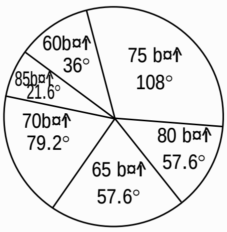
একইভাবে,

৮ জনের জন্য কোণ $= \dfrac{৩৬০°}{৫০} \times ৮ = ৫৭.৬°$

$\therefore$ ১১ " " " $= \dfrac{৩৬০°}{৫০} \times ১১ = ৭৯.২°$

$\therefore$ ১৫ " " " $= \dfrac{৩৬০°}{৫০} \times ১৫ = ১০৮°$

$\therefore$ ৩ " " " $= \dfrac{৩৬০°}{৫০} \times ৩ = ২১.৬°$



[Note : উদ্দীপকে ৬০ জন এর স্থলে ৫০ জন হবে]

প্রশ্ন ॥ ২০ ॥ নিচে একটি সারণি দেওয়া হলো :

শ্রেণিব্যাপ্তি	২০ - ২৯	৩০ - ৩৯	৪০ - ৪৯	৫০ - ৫৯	৬০ - ৬৯
গণসংখ্যা	১০	৬	১৮	১২	৮

(ক) ৭, ৫, ৪, ৯, ৩, ৮ উপাত্তগুলোর মধ্যক নির্ণয় কর।
(খ) প্রদত্ত সারণি থেকে গড় নির্ণয় কর।
(গ) উপাত্তগুলোর আয়তলেখ আঁক।

সমাধান :

ক) প্রদত্ত উপাত্তগুলোকে মানের ঊর্ধ্বক্রমে সাজানো হলো :
৩, ৪, ৫, ৭, ৮, ৯

এখানে, উপাত্তের সংখ্যা n = ৬ যা জোড় সংখ্যা।

$$\therefore \text{ মধ্যক} = \frac{\frac{৬}{২} \text{ তম ও } \left(\frac{৬}{২} + ১\right) \text{ তম পদ দুইটির সাংখ্যিক মানের যোগফল}}{২}$$

$$= \frac{\text{৩য় পদ ও ৪র্থ পদ দুইটির সাংখ্যিক মানের যোগফল}}{২}$$

$$= \frac{৫ + ৭}{২} = \frac{১২}{২} = ৬ \textbf{ (Ans.)}$$

খ) গড় নির্ণয়ের গণসংখ্যা সারণি নিম্নরূপ :

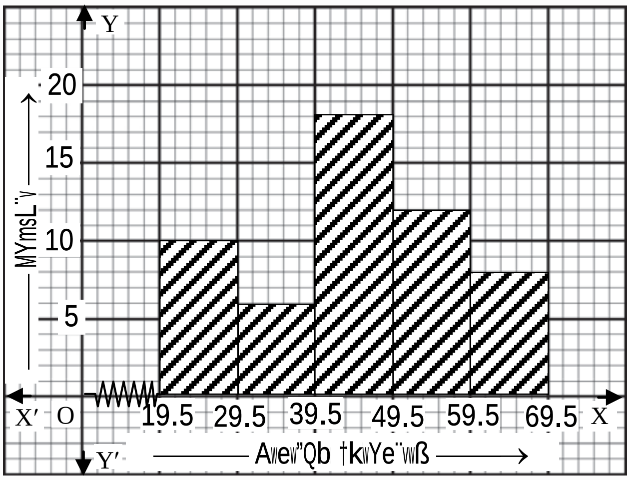
শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	$f_i x_i$
২০ - ২৯	২৪.৫	১০	২৪৫
৩০ - ৩৯	৩৪.৫	৬	২০৭
৪০ - ৪৯	৪৪.৫	১৮	৮০১
৫০ - ৫৯	৫৪.৫	১২	৬৫৪
৬০ - ৬৯	৬৪.৫	৮	৫১৬
		$n = \sum f_i =$ ৫৪	$\sum f_i x_i =$ ২৪২৩

$\therefore$ গড় $= \dfrac{\sum f_i x_i}{n} = \dfrac{২৪২৩}{৫৪} =$ ৪৪.৮৭ **(Ans.)**

গ) প্রদত্ত সারণিতে শ্রেণিব্যাপ্তি বিচ্ছিন্ন। শ্রেণিব্যাপ্তি অবিচ্ছিন্ন করা হলে সারণিটি হবে :

শ্রেণিব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
২০ - ২৯	১৯.৫ – ২৯.৫	১০
৩০ - ৩৯	২৯.৫ – ৩৯.৫	৬
৪০ - ৪৯	৩৯.৫ – ৪৯.৫	১৮
৫০ - ৫৯	৪৯.৫ – ৫৯.৫	১২
৬০ - ৬৯	৫৯.৫ – ৬৯.৫	৮

এখন, ছক কাগজে X-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের এক ঘরকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণি সীমার দুই একক এবং Y-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের এক ঘরকে গণসংখ্যার এক একক ধরে আয়তলেখ আঁকা হয়েছে। X-অক্ষের মূলবিন্দু হতে ১৯.৫ পর্যন্ত সংখ্যাগুলো আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র : প্রদত্ত সারণির উপাত্তসমূহের আয়তলেখ।

প্রশ্ন ॥ ২১ ॥ নিচে ৪০ জন গৃহিনীর সাপ্তাহিক সঞ্চয় (টাকায়) দেওয়া হলো :

১৫৫, ১৭৩, ১৬৬, ১৪৩, ১৬৮, ১৬০, ১৫৬, ১৪৬, ১৬২, ১৫৮, ১৫৯, ১৪৮, ১৫০, ১৪৭, ১৩২, ১৩৬, ১৫৪, ১৪০, ১৫৫, ১৪৫, ১৩৫, ১৫১, ১৪১, ১৬৯, ১৪০, ১২৫, ১২২, ১৪০, ১৩৭, ১৭৫, ১৪৫, ১৫০, ১৬৪, ১৪২, ১৫৬, ১৫২, ১৪৬, ১৪৮, ১৫৭ ও ১৬৭।

(ক) উপাত্তগুলো মানের উর্ধ্বক্রমে সাজাও।

(খ) মধ্যক ও প্রচুরক নির্ণয় কর।

(গ) শ্রেণি ব্যবধান ৫ ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করে গড় নির্ণয় কর।

সমাধান :

ক) প্রদত্ত উপাত্তসমূহকে মানের উর্ধ্বক্রমে সাজানো হলো :

১২২, ১২৫, ১৩২, ১৩৫, ১৩৬, ১৩৭, ১৪০, ১৪০, ১৪০, ১৪১, ১৪২, ১৪৩, ১৪৫, ১৪৫, ১৪৬, ১৪৬, ১৪৭, ১৪৮, ১৪৮, ১৫০, ১৫০, ১৫১, ১৫২, ১৫৪, ১৫৫, ১৫৫, ১৫৬, ১৫৬, ১৫৭, ১৫৮, ১৫৯, ১৬০, ১৬২, ১৬৪, ১৬৬, ১৬৭, ১৬৮, ১৬৯, ১৭৩, ১৭৫

খ) এখানে,

মোট উপাত্তের সংখ্যা, n = ৪০ যা জোড় সংখ্যা।

$$\therefore \text{ মধ্যক} = \frac{\frac{৪০}{২}\text{ তম ও }\left(\frac{৪০}{২}+১\right)\text{ তম পদ দুইটির সাংখ্যিক মানের সমষ্টি}}{২}$$

$$= \frac{\text{২০ তম পদ ও ২১ তম পদ দুইটির সাংখ্যিক মানের সমষ্টি}}{২}$$

$$= \frac{১৫০+১৫০}{২} = ১৫০ \textbf{ (Ans.)}$$

প্রদত্ত তথ্য থেকে দেখা যায় যে, ১৪০ সর্বাধিক তিনবার রয়েছে।

∴ প্রচুরক = ১৪০ টাকা। **(Ans.)**

গ) এখানে,

সর্বনিম্ন মান = ১২২ এবং সর্বোচ্চ মান = ১৭৫

∴ পরিসর = (সর্বোচ্চ মান − সর্বনিম্ন মান) + ১
= (১৭৫ − ১২২) + ১ = ৫৪

$$\text{শ্রেণিব্যাপ্তি ৫ নিয়ে শ্রেণিসংখ্যা} = \frac{\text{পরিসর}}{৫} = \frac{৫৪}{৫} = ১০.৮;$$

যা পূর্ণ সংখ্যায় রূপান্তর করলে হবে ১১।

∴ শ্রেণিসংখ্যা হবে ১১টি।

৪০ জন গৃহিণীর সাপ্তাহিক সঞ্চয়ের গড় নির্ণয়ের প্রয়োজনীয় সারণি:

শ্রেণি ব্যবধান	শ্রেণি মধ্যমান (x_i)	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা (f_i)	f_ix_i
১২১ – ১২৫	১২৩	||	২	২৪৬
১২৬ – ১৩০	১২৮		০	০
১৩১ – ১৩৫	১৩৩	||	২	২৬৬
১৩৬ – ১৪০	১৩৮	~~||||~~	৫	৬৯০
১৪১ – ১৪৫	১৪৩	~~||||~~	৫	৭১৫

১৪৬ – ১৫০	১৪৮	$\cancel{||||}$ ||	৭	১০৩৬
১৫১ – ১৫৫	১৫৩	$\cancel{||||}$	৫	৭৬৫
১৫৬ – ১৬০	১৫৮	$\cancel{||||}$ |	৬	৯৪৮
১৬১ – ১৬৫	১৬৩	||	২	৩২৬
১৬৬ – ১৭০	১৬৮	||||	৪	৬৭২
১৭১ – ১৭৫	১৭৩	||	২	৩৪৬
			$n = \sum f_i =$ ৪০	$\sum f_i x_i =$ ৬০১০

নির্ণেয় গড় $= \frac{\sum f_i x_i}{n} = \frac{৬০১০}{৪০} =$ ১৫০.২৫ টাকা (প্রায়)। **(Ans.)**

4D
My School